

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**Luana Cardoso da Silva**

**Análise de erros na resolução de atividades didáticas sobre  
Semelhança de Figuras**

Rio Tinto – PB  
2019

**Luana Cardoso da Silva**

**Análise de erros na resolução de atividades didáticas sobre  
Semelhança de Figuras**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientador(a):** Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza

Rio Tinto – PB  
2019

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S586a Silva, Luana Cardoso da. resolução de atividades didáticas figuras / Luana Cardoso da Silva. 54 f. : il.	Análise de erros na sobre semelhança de Rio Tinto, 2019.
Orientação: Cristiane Fernandes de Souza. TCC (Graduação) - UFPB/CCAIE.	
1. Análise de erros. 2. Ensino de geometria. 3. Semelhança de figuras. 4. Ensino fundamental. 5. Atividades didáticas. I. Souza, Cristiane Fernandes de. II. Título.	
UFPB/CCAIE	CDU 510

**Luana Cardoso da Silva**

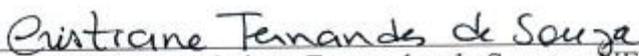
**Análise de erros na resolução de atividades didáticas sobre  
Semelhança de Figuras**

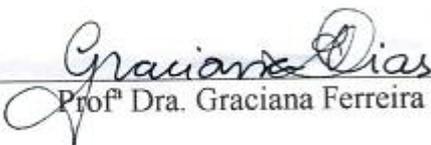
Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

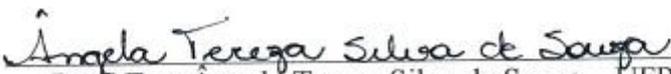
**Orientador(a):** Prof. Dra. Cristiane Fernandes de Souza

**Aprovado em:** 12/12/2019

**BANCA EXAMINADORA**

  
Profª Dra. Cristiane Fernandes de Souza – UFPB/DCX

  
Profª Dra. Graciana Ferreira Dias – UFPB/DCX

  
Profª Esp. Ângela Tereza Silva de Souza – UFPB/DCX

Dedico este trabalho as três mulheres que me fizeram ser quem sou e chegar até aqui: minha avó, Maria Cardoso de Leiros (*in memoriam*); minha tia Wilsa Cardoso Padilha (*in memoriam*) e a minha mãe Wilene Cardoso.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado força, coragem e sabedoria durante essa e todas as jornadas da minha vida. Agradeço a minha mãe do céu, Nossa Senhora das Graças, que intercedeu pelo meu caminho e “segurou a minha mão” todas as vezes que a vontade de desistir veio me visitar.

Agradeço aos meus familiares. Em especial, deixo aqui minha gratidão a minha avó, Maria Cardoso de Leiros e minha tia Wilsa Cardoso Padilha, que já partiram dessa vida, mas me deixaram o legado de nunca desistir, de nunca humilhar meus semelhantes, de ter sempre humildade, perdoar para ser perdoada, e com isso, eu sempre seria feliz na vida. Minha tia Wilsa sempre foi a maior incentivadora dos meus sonhos e mais do que ninguém ela fez de tudo para ao meu lado nesse momento, e eu sei que ela sempre estará em todas as minhas conquistas.

Minha eterna gratidão a minha mãe, Wilene Cardoso, por ter sido minha fortaleza, por ter feito o possível e suportado o insuportável para que nunca me faltasse nada, principalmente recursos para meus estudos. Obrigada, mãe, por me passar essa força que a senhora nem mesmo sabe que tem, pode ter certeza que tudo que eu fiz foi para lhe dar orgulho e uma vida bem melhor, se Deus quiser. Aos meus tios, Wilma, Wilton, Williams, Genilton, Gilson, Daniele e toda a família deles, minha gratidão por todo apoio. Gratidão a minha prima e afilhada, o presente mais lindo que Deus me deu, Maria Heloisa, por ser uma das forças que nunca me deixam desistir das lutas.

Agradeço imensamente ao meu companheiro, meu amor, Claudison de Lima Barbosa, que é capaz de enxergar em mim tudo que eu não consigo, que me apoiou, principalmente durante a trajetória desse trabalho. Não tenho palavras para te agradecer por todo amor, carinho e tanta paciência. Eu amo você!

Deixo também um agradecimento especial ao meu professor de Língua Portuguesa do Ensino Médio, Valdemir, que foi um professor que me incentivou a sempre buscar a minha superação, ao professor de Matemática Aderaldo Lira, que foi a minha maior inspiração para iniciar um curso de docência.

Agradeço a minha orientadora, professora Cristiane Fernandes de Souza, por toda dedicação e paciência com esse trabalho, assim como por todos os anos de projetos concluídos com sucesso. Obrigada, professora, por enxergar que eu sempre posso ser melhor, por todo apoio durante esses anos de formação acadêmica, por ter partilhado comigo um pouco da imensidão de suas experiências, por ser amiga quando foi preciso, por ser rígida quando o momento pediu. Eu serei eternamente grata!

Meus agradecimentos aos professores Cristiane Ângelo, Graciana Dias, Claudilene Gomes, Agnes Liliane, Alissá Grymuza, Penha Caetano, Emmanuel Falcão, Givaldo de Lima, Marcos André, Hélio Pires, Jamilson Ramos, Fabricio Souza, Jânio Elpídio, Joseilme J, Ângela Tereza. Grandes mestres que eu tive a honra de tê-los como parte do meu crescimento como pessoa e como profissional, cada um com sua particularidade fez com que eu me inspirasse para ser uma excelente professora.

Agradeço a professora Analice Ferraz, que cedeu espaço em sala de aula para que eu pudesse obter os subsídios para essa pesquisa. Aos colegas que estiveram comigo no projeto do PROLICEN durante os quatro anos, Geovana Raquel, Washington Leonardo, Leonardo Cinésio e Wendson César. Obrigada por toda parceria.

Por fim, e não menos importe, agradeço aos meus amigos de caminhada, aos irmãos que Deus me presenteou. Deixo aqui minha gratidão aos amigos Bruno Soares, Carlos Neto, Bruno Duarte, Azenilma Lima, amigos que sempre estiveram presentes em minha vida e de certa forma fazem parte das minhas conquistas. Ao meu amigo e irmão Thales Pessoa, a quem eu devo mais do que gratidão. Obrigada, amigo, por tudo que você fez por mim, por toda paciência, dedicação e todo carinho. Você foi um presente muito especial e se não fosse por você, eu nem teria chegado até aqui. Obrigada por partilhar comigo todas as conquistas e todas as experiências difíceis da minha vida acadêmica e pessoal. A minha amiga e irmã Geovana Raquel e a toda sua família, que me acolheram como parte da família e que sempre estiveram em oração por mim. Obrigada, minha amiga, por tudo que você e sua família fez por mim, pela irmandade e por todos abraços acolhedores em que eu me conforto.

Ao meu amigo Aleff Hermínio, por toda força e por todas as partilhas que fizemos sobre as nossas vidas. Obrigada por sempre me escutar e me acolher nos momentos de aflição e por dividir também as minhas alegrias e conquistas. Ao amigo e compadre, Eduardo Andrade, meus eternos agradecimentos por ser um pilar na minha vida, por partilhar comigo o carinho e o respeito de toda sua família. Aos amigos e afilhados, Hugo Silva e Marina Vidal, anjos que Deus me presenteou e não medem esforços para me ajudar. Ao amigo querido, Franciclaudio Meireles, meus agradecimentos por ser uma inspiração na minha vida, e por tudo que foi compartilhado nessa caminhada. A minha amiga Genciane Domingos, por todo apoio e tantas palavras de carinho. A minha amiga e professora do Ensino Fundamental, Rosicleia Ribeiro Cardoso, por me ensinar, com sua vivencia diária, o que significa “Resiliência”. Aos queridos amigos Alcides Lima, Eduarda Souza, Tiago Varelo, Rayane Aquino, Fernando Alves, Bárbara Lindolfo, Laís Leopoldina, Laércio Gomes, Petrônio Fernandes, Ana Clécia, minha eterna gratidão por caminharem ao meu lado. Eu amo todos vocês! Gratidão e gratidão!

Eu não sei se você se recorda do seu primeiro caderno, eu me recordo do meu. Com ele eu aprendi muita coisa, foi nele que eu descobri que a experiência dos erros ela é tão importante quanto às experiências dos acertos, porque vistos de um jeito certo, os erros, eles nos preparam para nossas vitórias e conquistas futuras, porque não há aprendizado na vida que não passe pelas experiências dos erros.

Pe. Fábio de Melo

## RESUMO

Essa pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) teve como objetivo analisar os erros cometidos por alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, em atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras, que envolvem o uso de materiais didáticos manipulativos, como também discutir como esses erros podem contribuir para a prática docente. A pesquisa foi desenvolvida a partir da análise de duas atividades didáticas que foram respondidas por 21 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual no município de Rio Tinto/PB. As atividades são parte integrante de um projeto de ensino do PROLICEN/UFPB do ano de 2017. O projeto trabalhou, de modo geral, os conteúdos de Razão e Proporção, Teorema de Tales, Semelhança de Figuras e Semelhança de Triângulos, em atividades didáticas utilizando diferentes materiais didático-pedagógicos. Após a realização de uma avaliação nessas atividades didáticas, para o relatório final do projeto, foram identificados alguns erros cometidos, de forma constante, pelos alunos da turma que responderam as atividades de Semelhança de Figuras, com o auxílio de materiais manipulativos, e que precisavam ser analisados com mais profundidade. A metodologia dessa pesquisa de TCC está caracterizada como estudo de caso de abordagem qualitativa e natureza exploratória. Para embasar nossa pesquisa nos apoiamos nos estudos de Cury (2008) e Pinto (2000) com relação à análise de erros em Matemática, nos PCN (BRASIL, 1998), RCEPB (PARAÍBA, 2010) e BNCC (BRASIL, 2018) com relação a Semelhança de Figuras. Os resultados mostraram que os erros mais cometidos foram erros devido à falta de habilidade em manipulação do material didático, erros na dificuldade de leitura, dificuldades em estabelecer relação de proporcionalidade, dificuldade de visualização, associação incorreta entre polígonos, dificuldade em seguir instruções. Também foi possível perceber que a análise de erros traz diversas contribuições para a prática docente, pois o professor, ao identificar o erro e distinguir a natureza de cada um deles, pode aperfeiçoar suas metodologias e pode fazer com que esses erros se tornem elementos de reflexão e aprendizagem.

**Palavras-chave:** Análise de erros. Ensino de Geometria. Semelhança de Figuras. Ensino Fundamental. Atividades didáticas.

## ABSTRACT

The aim of this research paper is to analyze the mistakes made by students of a 9th grade elementary school, in similarities in Figure didactic activities, involving the use of manipulative didactic materials, as well as discuss how These errors can contribute to teaching practice. The research was developed from the analysis of two didactic activities that were answered by 21 students of the 9th grade of elementary school of a state public school in Rio Tinto / PB. The activities are an integral part of a PROLICEN/UFPB teaching project of 2017. The project worked in 2017 on the subjects of Reason and Proportion, Tales Theorem, Similarity of Figures and Similarity of Triangles. in didactic activities using different pedagogical didactic materials. After an evaluation of these didactic activities, for the final report of the project, some errors were identified that were consistently made by the students of the class who responded the similarity of figures activities, with the help of manipulative materials, and that needed to be In-depth analysis. To support our research, we rely on the studies of Cury (2008), Pinto (2000) regarding the analysis of errors in Mathematics, the NCP (BRAZIL, 1998), RCEPB (PARAÍBA, 2010), BNCC (BRAZIL, 2018) with relation to similarity of figures. The methodology of this research is characterized as a case study of qualitative approach and exploratory nature. The results show that the most common mistakes were errors due to lack of ability to manipulate MD, reading difficulty, difficulties in establishing proportionality relationship, difficulty in visualization, incorrect association between polygons, difficulty in following instructions. It was also possible to realize that the error analysis brings several contributions to the teaching practice, because the teacher, by identifying the error and distinguishing the nature of each one of them, he perfects his methodologies and making these errors become elements of reflection and learning.

**Keywords:** Error analysis. Geometry teaching. Similarity of Figures. Elementary School. Didactic activities.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esboço da medição da altura da Pirâmide de Quéops feita por Tales de Mileto.....	25
Figura 2 – Feixe de retas paralelas cortadas por duas retas transversais.....	26
Figura 3 – Introdução do capítulo 6 do livro Vontade de saber matemática.....	27
Figura 4 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras do livro Vontade de saber matemática.....	28
Figura 5 – Exercícios do livro Praticando Matemática.....	29
Figura 6 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras no livro Praticando Matemática.....	30
Figura 7 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras no livro A conquista da Matemática.....	31
Figura 8 – Exercícios sobre Semelhança de Figuras no livro A conquista da Matemática.....	32
Figura 9 – Figura A da atividade do Plano de Aula 5.....	34
Figura 10 – Registro 1 do A8.....	36
Figura 11 – Registro 2 do A8.....	36
Figura 12 – registro 2 do A11.....	38
Figura 13 – Registro 1 do A11.....	39
Figura 14 – Quadriláteros da primeira atividade do Plano de Aula 6.....	39
Figura 15 – Respostas do Aluno A4 da primeira atividade do Plano de Aula 6.....	41
Figura 16 – Cálculo das razões entre os lados dos polígonos do aluno A4.....	42

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Segmentos das figuras dos foguetes A, B, C, D e E.....	35
Tabela 2 – medida dos lados e dos ângulos dos quadriláteros.....	40

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
1.1 Apresentação do Tema e Justificativa .....	14
1.1.2 Estrutura do TCC .....	16
1.2 Objetivos da pesquisa.....	16
1.2.1 Objetivo Geral.....	16
1.2.1 Objetivos Específicos.....	16
1.3 Metodologia da pesquisa.....	17
<b>2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>20</b>
2.1 A análise de erros no ensino da Matemática.....	20
2.2 Geometria e o ensino e aprendizagem da Semelhança de figuras.....	22
2.3 Semelhança de Figuras nos livros didáticos .....	25
<b>3 ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS.....</b>	<b>34</b>
<b>4 CONCLUSÕES DA PESQUISA.....</b>	<b>44</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>46</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>48</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação do Tema e Justificativa

O presente trabalho compreende uma investigação na área de Educação Matemática, precisamente na linha de investigação de Ensino e Aprendizagem de Matemática, na subárea de Ensino de Geometria. Realizamos uma análise de erros na resolução de atividades didáticas, sobre Semelhança de Figuras, respondidas por alunos de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual do município de Rio Tinto/PB.

As atividades didáticas são parte integrante de um projeto de ensino do Programa de Licenciatura (PROLICEN) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB/Campus IV), que foi desenvolvido em 2017, e que consistia em utilizar materiais didáticos manipulativos para auxiliar no processo de resolução das atividades, realizadas em uma intervenção didática.

Ao fazer a avaliação das atividades para o relatório final do projeto citado, encontramos erros cometidos, de forma constante, pelos alunos da turma que participaram das atividades de Semelhança de Figuras, com o auxílio de materiais manipulativos, especificamente régua, transferidor e compasso, e que precisavam ser analisados com mais profundidade. Entendemos que, ao estudar os erros encontrados nas atividades, é possível ir além da pontuação das dificuldades dos alunos, podendo assim, tornar os erros visíveis e auxiliar o professor a definir soluções que possam auxiliar na sua prática docente, com relação ao assunto de Semelhança de Figuras.

No nosso cotidiano, podemos perceber a presença da semelhança de figuras e objetos. Por exemplo, quando tiramos uma fotografia de um determinado local, podemos perceber que a imagem que vemos na fotografia é uma representação reduzida e proporcional do objeto real que foi fotografado. Segundo Nasser e Tinoco (2004) Semelhança de Figuras é um tópico de grande importância na Matemática, por conta de suas aplicações. Essa ideia está em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para os anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), no qual, nos conceitos e procedimentos para o bloco Espaço e Forma, é recomendado que seja estudado a ampliação e redução de figuras planas. Por essa razão, o conteúdo de Semelhança de Figuras deve ser trabalhado nas escolas, pelos professores e alunos.

O desejo de realizar essa pesquisa surgiu da participação da autora, deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), como bolsista do projeto de ensino do PROLICEN, intitulado “O ensino-aprendizagem da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental: propostas metodológicas em atividades didáticas”, que teve por objetivo geral, propor, aplicar e avaliar atividades e sequências didáticas para o ensino-aprendizagem da Geometria nos anos finais do

Ensino Fundamental, utilizando diferentes recursos didático-pedagógicos, e foi coordenado por uma professora do Curso de Licenciatura em Matemática do campus mencionado e que também é orientadora dessa pesquisa.

A nossa participação no projeto durou quatro anos e, no ano de 2017 as atividades foram realizadas em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, com 21 alunos, de uma escola pública estadual do município de Rio Tinto/PB. Na intervenção didática, que ocorreu na escola, foram desenvolvidas atividades sobre semelhança de figuras que estavam contidas nos Planos de Aula específicos para esse assunto. Para os trabalhos em sala de aula, utilizamos diferentes materiais, como vídeos, canudos e tachinhas, jogo didático, régua, compasso, transferidor, fita métrica, que se caracterizaram, dentre outros, como nossos recursos. Os resultados gerais apresentados mostraram uma melhora significativa para a aprendizagem da Geometria na turma participante do projeto, mas foi perceptível que muitos alunos apresentaram bastante dificuldades na resolução das atividades, principalmente quando se tratava de atividades contextualizadas e com instruções e procedimentos, que já estavam contidos nas próprias atividades e que também foram concedidos oralmente pela autora dessa pesquisa no momento da aplicação.

Tendo em vista que os materiais didáticos utilizados influenciaram diretamente nas respostas dos alunos participantes da intervenção didática do projeto, ao fazermos a análise de erros das respostas desses alunos, também observamos, conseqüentemente, a influência dos materiais, ou seja, não foram analisadas atividades corriqueiras realizadas pelos alunos no seu dia-a-dia escolar, mas sim atividades que foram elaboradas por nós do PROLICEN para um ensino com materiais diferentes dos convencionais de algumas escolas (quadro, lápis e livro didático).

Diante disso, foi possível percebermos que só fazer a identificação dos erros dos alunos e corrigi-los não é uma prática suficiente para que os professores auxiliem seus alunos na superação das dificuldades apresentadas, mesmo em atividades que utilizem materiais didáticos manipulativos, que é uma das alternativas para auxiliar na compreensão de ensino. Pois acreditamos também, que os erros podem contribuir positivamente para o ensino-aprendizagem da Matemática, e em particular, para o assunto de Semelhança de Figuras, consideramos que a pesquisa em análise dos erros no ensino de Geometria pode orientar a prática dos professores, como também contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Por fim, pretendemos responder a seguinte pergunta de investigação que motivou o desenvolvimento desse trabalho: Quais os erros cometidos pelos alunos de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, na resolução de atividades sobre Semelhança de Figuras que

envolveram o uso de materiais didáticos manipulativos, e de que forma eles podem orientar a prática docente?

### **1.1.2 Estrutura do TCC**

Esse trabalho foi dividido em três capítulos. No primeiro capítulo apresentamos a Introdução, com a Apresentação do Tema e a Justificativa; os Objetivos da pesquisa e a Metodologia. No segundo capítulo apresentamos os Pressupostos Teóricos, com uma discussão sobre a Análise de Erros no ensino da Matemática e o Ensino de Semelhança de Figuras. No terceiro capítulo, é apresentada a Análise de erros dos alunos nas atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras.

A conclusão da pesquisa mostra a observação e a compreensão de quais foram os erros mais frequentes que os alunos cometeram ao realizar as atividades de Semelhança de Figuras e quais as contribuições que essa análise traz para à prática docente.

## **1.2 Objetivos da pesquisa**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

- Analisar os erros cometidos por alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, em atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras, que envolvem o uso materiais didáticos manipulativos.

### **1.2.1 Objetivos Específicos**

- Mostrar como é abordado o conteúdo de Semelhança de Figuras em três livros didáticos de Matemática, utilizados nas atividades da turma participante do PROLICEN 2017.
- Identificar os erros cometidos por alunos de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública no município de Rio Tinto, na resolução das atividades didáticas sobre os Semelhança de Figuras.
- Classificar os erros cometidos pelos alunos com base na teoria de análise de erros como abordagem de pesquisa.
- Refletir o papel desses erros no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de Semelhança de Figuras.
- Discutir sobre as possíveis contribuições da análise de erros para a prática docente.

### 1.3 Metodologia da pesquisa

Podemos dizer que esta pesquisa tem sua abordagem caracterizada como qualitativa. Pois concordamos com Silva e Menezes (2005) quando afirmam que a pesquisa qualitativa

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. [...]. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (SILVA, MENEZES, 2005, p. 20).

A abordagem qualitativa enquadra-se nessa pesquisa porque ela tem o intuito de interpretar os acontecimentos e atribuir significados a partir dos dados obtidos nas atividades respondidas pelos alunos.

Quanto aos seus objetivos, a pesquisa pode ser classificada como exploratória, pois com a análise dos erros é possível averiguar dificuldades que não poderiam ser identificadas por uma análise “superficial”.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006)

Dizemos que uma pesquisa é *exploratória* ou *diagnóstica* quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70, grifo do autor).

Para Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 70), esse tipo de pesquisa também envolve o estudo de caso.

Como a pesquisa em questão tem o campo de estudo uma sala de aula de 21 alunos do 9º ano, participantes de uma intervenção didática, os quais apresentaram erros nas atividades realizadas com o auxílio de materiais didáticos, será necessária uma análise mais aprofundada, pois a turma supracitada apresentou características incomuns ao que é pressuposto, tendo em vista que a metodologia utilizada na intervenção é considerada, por muitos pesquisadores, como eficaz no auxílio da aprendizagem.

Diante disso, podemos considerar que, quanto aos procedimentos, esta pesquisa é caracterizada como um estudo de caso. De acordo com Gil (1988 apud FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 109), o estudo de caso é “o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, com contornos claramente definidos, permitindo seu amplo e detalhado conhecimento”. Fiorentini e Lorenzato (2006) dizem que o estudo de caso procura retratar a realidade de uma forma mais profunda e mais completa possível, dando ênfase a interpretação ou análise do objeto no contexto em que ele vai se encontrar, mas não chega a manipular as variáveis e não favorece a generalização, então o estudo de caso tende a seguir uma abordagem

qualitativa. Logo, é a partir dessa ideia que analisamos as atividades didáticas, que são registros gerados pelo projeto de ensino do PROLICEN/UFPB 2017.

A escolha da turma foi acordada com a única professora de Matemática da escola, e a ela achou relevante que o projeto fosse aplicado nessa única turma de 9º ano que foi implantada na escola no ano de 2017, e assim auxiliar no aprendizado dos alunos.

Com relação ao instrumento de coleta de dados da pesquisa, utilizamos as próprias Atividades Didáticas, pois a análise será realizada a partir das respostas dos alunos, que ficaram registradas, após a intervenção didática. As atividades são estruturadas por perguntas abertas, com possibilidades de deduções, reflexões e respostas a respeito dos conteúdos de Geometria, como Semelhança de Figuras.

Para a intervenção didática desenvolvemos sete Planos de Aula, que abordaram, de forma geral, os conteúdos: Razão e Proporção de segmentos, Teorema de Tales, Semelhança de Figuras, Semelhança de Polígonos e Semelhança de Triângulos, conteúdos esses que são trabalhados nos anos finais do ensino fundamental, precisamente no 9º ano, segundo os PCN (BRASIL, 1998) e os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba – RCEF/PB (PARAÍBA, 2010).

Para nossa pesquisa, utilizamos para análise a primeira atividade do Plano de Aula 5 (Apêndice A) e a primeira atividade do Plano de Aula 6 (Apêndice B), por seus erros terem chamado mais atenção da autora e da orientadora desse trabalho durante a correção.

O Plano de Aula 5 trabalhou o conteúdo de Semelhança de Figuras e os seus objetivos para a aula consistiam em: compreender o conceito de semelhança de figuras; realizar o processo de ampliação e redução de figuras geométricas em malha de diversos quadriláteros. Foram utilizados recursos didáticos, como: o computador e projetor multimídia, vídeo sobre figuras e polígonos semelhantes, régua e transferidores, calculadoras e atividades impressas. Essa aula era composta de duas atividades: a primeira era sobre ampliação de um foguete, em que os alunos deveriam chegar as devidas conclusões, a partir da construção dos desenhos dos foguetes, com a utilização dos materiais didáticos, em malhas formadas por quadriláteros; e outra atividade em que eles precisavam fazer uma redução da figura de um peixe, a partir do que aprenderam no processo de construção anterior.

O Plano de Aula 6 versava sobre o conteúdo de Semelhança de Polígonos e Homotetia. Os objetivos propostos foram: aprender o conceito de semelhança de polígonos; realizar o processo de ampliação e redução de polígonos pela transformação de Homotetia. Foram utilizados os seguintes recursos: régua, transferidores, compassos, calculadoras, papel milimetrado e atividades impressas. Essa aula continha duas atividades. A primeira atividade

era um processo de construção para chegar à semelhança de polígonos e a segunda atividade também consistia em um processo de construção para chegar à semelhança de polígonos a partir do processo de Homotetia, mas enfatizamos que a análise será feita apenas nas respostas da primeira atividade desse plano de aula.

A primeira atividade do Plano de Aula 5, foi retirada de Campos, Pires e Curi (2001, p. 48), que era denominada de “Os foguetes” e não sofreu nenhuma alteração em sua estrutura para ser aplicada aos alunos. A primeira atividade do Plano de aula 6, foi retirada de Nasser e Tinoco (2004, p. 14), e era denominada de “Atividade 6”, e sofreu algumas alterações nas instruções contidas para auxiliar na realização da tarefa.

Com relação as etapas desta pesquisa, as respostas dadas as questões das atividades tiveram sua primeira análise para que fossem elencados os erros mais frequentes. Em seguida, foi realizada uma análise aprofundada com base na teoria de Análise de Erros, como uma metodologia de investigação. Após isso, foi feito o diagnóstico das possíveis causas dos erros cometidos nas atividades para, a partir deste, podermos dizer como essa pesquisa em análise de erros pode auxiliar o ensino-aprendizagem de Semelhança de Figuras.

## 2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

### 2.1 A análise de erros no ensino da Matemática

Vivemos em uma sociedade na qual as pessoas são avaliadas, constantemente, pelos erros e acertos que cometem. Nas escolas essa avaliação não é diferente, os professores consideram apenas o “acerto” como a parte principal para determinar se há aprendizagem por parte dos alunos. O “erro” é sempre relacionado à coisas negativas, que não surte em nenhum tipo de aproveitamento e acarreta apenas em punições, como as notas abaixo da média na avaliação, por exemplo.

Quando entramos nas escolas, seja para desenvolver projetos de ensino, estágios supervisionados ou até mesmo pesquisas, podemos perceber que muitos professores estão nas escolas trabalhando frequentemente com a prova, como o único instrumento avaliativo para os alunos, e muitas vezes, alguns professores aproveitam apenas as respostas corretas que são colocadas nesse instrumento avaliativo.

Para Morin (2002), o ser humano pode errar constantemente. Na escola, no entanto, cabe a nós futuros docentes e os docentes em exercício, considerar ferramentas que possam identificar os erros dos nossos alunos em sala de aula e corrigi-los, garantindo assim que, não apenas os acertos, mas que o comportamento dos alunos mediante as avaliações, em sua totalidade, seja considerado para o desenvolvimento da sua aprendizagem e, conseqüentemente, da própria prática de ensino do professor. De acordo com os PCN, “na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto” (BRASIL, 1998, p. 55). Assim, é possível considerar analisar os erros como um método de construção da aprendizagem.

Para Cury (2008), a análise de erros pode ser considerada como uma *metodologia de ensino* ou como uma *abordagem de pesquisa*. Como metodologia de ensino a análise de erros é entendida como uma investigação em sala de aula e, como abordagem de pesquisa, “[...] a análise de erros – ou a análise da produção escrita, seja ela representativa de acertos ou erros – é uma tendência em Educação Matemática” (CURY, 2008, p. 17). Diante dessas definições, será considerado, nessa pesquisa, apenas a definição de análise de erros como abordagem de pesquisa, pois ela visa uma investigação a respeito das possíveis contribuições dos erros cometidos por alunos para o processo de ensino-aprendizagem, especificamente para o assunto de Geometria, como o Semelhança de Figuras.

Considerando as ideias de Cury, Bisognin e Bisognin ([2009]),

como metodologia de investigação, podemos avaliar o conteúdo das soluções dos estudantes, passando pelas etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento

dos resultados, obtendo informações que nos permitem avançar no conhecimento das causas dos erros. (CURY; BISOGNIN; BISOGNIN, [2009], p. 1)

Para as autoras, o passo final é o aprofundamento da análise, na qual é realizado a categorização das respostas, ou seja, “nesse momento, o pesquisador já produz uma interpretação dos dados, pois estabelece os critérios segundo os quais cria as categorias” (CURY; BISOGNIN; BISOGNIN, [2009], p. 3).

A partir da investigação, os resultados adquiridos podem ser aplicados de forma teórica ou prática, sendo prática a utilização em sala de aula pelo professor, onde ele pode criar estratégias de ensino para os conteúdos que os seus alunos apresentem maior dificuldade.

Segundo Pinto (2000, p. 37), “diagnosticar e corrigir os erros não é suficiente para melhoria do ensino. Os erros contêm um potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelo professor, como também pelos próprios alunos”.

Dessa maneira, a análise de erros como metodologia de pesquisa é um instrumento auxiliador para o professor, pois ele também é um investigador. Ao identificar o erro, o professor deve fazer um diagnóstico de sua origem, e com isso, rever sua prática em sala de aula, fazendo discussões com os alunos e apresentando novas situações que poderão reajustar as ideias desses alunos, e assim, surtir o efeito positivo na aprendizagem deles.

Segundo Cury (2008) utilizar o erro como forma de potencializar o ensino de Matemática, dá a ideia que

[...] o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas. (CURY, 2008, p. 80).

Quando o professor utiliza a análise de erros para suas avaliações em sala de aula, ele consegue interpretar esses erros e assim ter a orientação para o processo de ensino que ele emprega em sala de aula.

Com isso, é preciso usar os erros de tal forma que venha favorecer o desenvolvimento da aprendizagem Matemática do aluno. Para Cury (2008),

não se trata, de forma alguma, de afirmar para o estudante: “o que você está fazendo é errado, o correto é de outra forma” ou de fazê-lo repetir, tediosamente, exercícios semelhantes. Sabe-se que essa atitude é ineficaz e gera, muitas vezes, uma rejeição à Matemática, porque o estudante, perdendo a confiança na sua capacidade de aprender, sente-se desestimulado. (CURY, 2008, p. 80, grifo da autora).

Nesse sentido, entendemos que é preciso que o professor tenha esse olhar mais sensível ao que seus alunos apresentam em sala de aula, com relação as respostas que são ofertadas por eles em suas avaliações ou atividades.

É importante explicitar que este trabalho está sendo considerado como uma abordagem de pesquisa em análise de erros em Atividades Didáticas, na qual utilizou materiais didáticos para auxiliar nas suas resoluções, sobre o assunto de Semelhança de Figuras. Mas, diante da questão problematizadora, na qual queremos refletir como essa pesquisa pode contribuir para a prática do professor, é preciso discutir como a análise de erros contribui para isso, para que assim o professor seja capaz de auxiliar seus alunos em sua aprendizagem.

## **2.2 Geometria e o ensino e aprendizagem da Semelhança de figuras**

A Geometria é uma área bastante importante da Matemática e o seu estudo faz parte do currículo escolar, pois é fundamental para que os alunos desenvolvam competências que vão lhes permitir analisar, compreender, descrever o mundo em que vivem. De acordo com os PCN, “o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar irregularidades, etc”. (BRASIL, 1998, p. 51).

Crescenti (2005) explicita que

A Geometria auxilia no desenvolvimento da pessoa, ajudando-a na resolução de problemas do dia-a-dia, na melhor visualização e aproveitamento do espaço tridimensional, melhorando a habilidade de percepção visual e auxiliando no estabelecimento de conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento (CRESCENTI, 2005, p. 36).

Diante desse argumento, podemos perceber o quanto é importante que os alunos desenvolvam essas habilidades em sala de aula, pois a escola é o ambiente propício para que as pessoas façam o intermédio do que é estudado com a sua vivência fora da escola.

Mesmo sendo considerada de fundamental importância por muitos pesquisadores, professores e pelos documentos que regem o ensino básico, a Geometria se fez ausente ou quase ausente por muitos anos nas salas de aula. Lorenzato (1995) já citava duas importantes razões para esse fato: primeiramente, a falta de conhecimento geométrico por parte dos professores de Matemática, que não tiveram uma formação que abordasse os conteúdos geométricos; a outra razão seria a alta valorização dos livros didáticos, que muitas vezes, traziam os conteúdos geométricos apenas como um conjunto de fórmulas e definições.

Por essas razões, muitos alunos não desenvolveram conceitos básicos de Geometria ao longo dos anos, e muitos desses conceitos são importantes socialmente na vida deles, e dessa forma aparece a dificuldade de muitas pessoas em enxergarem a Geometria presente no seu cotidiano. Mesmo com um histórico de ser pouco ou não ser abordada em sala de aula, o ensino-aprendizagem da Geometria vem tomando espaço em sala de aula ao longo dos últimos anos, e

isso pode ser constatado nos artigos dos mais antigos periódicos da área de Educação Matemática (Bolema, Gepem, Zetetiké), como também nos anais de congressos nacionais e regionais, como o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), por exemplo.

Para que os alunos possam analisar e perceber os objetos no espaço, fazer representações, ou seja, ver a Geometria no dia-a-dia, faz-se necessário que eles compreendam os conceitos de Geometria Plana, e entre eles o conceito de Semelhança de Figuras, assunto de interesse central dessa pesquisa, que está associado a ideia de ampliação ou redução de uma figura em outra, desde que possuam os mesmos formatos, diferindo apenas na posição e tamanho. A partir de figuras semelhantes pode-se perceber a proporcionalidade entre objetos e formas, como também podemos perceber como um material é obtido através da forma e do tamanho de outro.

Quando escutamos a expressão “figuras semelhantes”, nosso pensamento é ligado diretamente a “figuras parecidas” ou “figuras com a mesma aparência”. Em Matemática, o termo “semelhante” é diferente do que se costuma usar cotidianamente. “Na linguagem natural, duas figuras são *semelhantes* quando são apenas *parecidas*; semelhança em Matemática, significa ter exatamente a mesma forma, podendo os tamanhos ser diferentes” (NASSER; TINOCO, 2004, p. 11, grifo do autor) dito de outra forma, podendo ser resumido como, duas figuras serão semelhantes se uma pode ser obtida através de ampliação ou da redução da outra figura.

No nosso cotidiano, podemos perceber a presença da semelhança de figuras e objetos, como por exemplo, maquete de prédio é uma representação reduzida e proporcional do local real que será construído. Intrinsecamente, “Semelhança” faz parte das nossas memórias, como por exemplo na infância, onde crianças brincavam de carrinhos em miniatura e podiam entender, intuitivamente, o conceito de semelhança quando observava seu brinquedo e o objeto do mundo real em seu tamanho original. Por sua importância e sua ligação direta com o cotidiano, o assunto de “Semelhança” merece ser abordado com mais completude.

Segundo os PCN para o primeiro e segundo ciclo, especificamente no segundo ciclo, o assunto de semelhança de figuras vem sendo elencado, na parte de conteúdo do bloco Espaço e Forma, como “ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malha” (BRASIL, 1997, p. 60), ou seja, o aluno já deve entrar nos anos finais do Ensino fundamental com a ideia e o conceito de Semelhança de Figuras. Para os PCN do terceiro e quarto ciclo, no bloco Espaço e Forma, o assunto de semelhança de figuras vem destacando a utilização de malhas, maquetes, ampliações e reduções para explorar as ideias de razão e proporcionalidade. Além disso, reforçam que o aluno deve compreender a ideia de razão de semelhança, ou seja, a razão  $k$  entre

duas linhas homólogas. Nas orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclo do documento citado, não há menção explícita às relações entre as razões de lados homólogos em comparação com razões entre áreas, alturas e perímetros das figuras semelhantes. Em contrapartida, os critérios de avaliação propõem que o aluno seja capaz de “estabelecer relações de congruência e de semelhança entre figuras planas e identificar *propriedades dessas relações*” (BRASIL, 1998, p. 93, grifo nosso).

Para os RCEF/PB, nos conteúdos a serem desenvolvidos no 7º ano, Semelhança de Figuras já aparece como ampliação e redução de figuras bidimensionais e são elencadas nas capacidades específicas como

reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram; [...] reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malha quadriculada. (PARAÍBA, 2010, p. 155).

Verificando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino fundamental, na unidade temática Geometria, o conteúdo de Semelhança de Figuras é elencado nos objetos de conhecimento do 5º ano como “Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes” (BRASIL, 2018, p. 252). Assim como mostra os PCN para o primeiro e segundo ciclo, para a BNCC os alunos já devem apresentar as habilidades e competências do assunto de Semelhança de Figuras nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e depois aparece na unidade temática Geometria, nos objetos de conhecimento do 9º ano como “semelhança de triângulos” (BRASIL, 2018, p. 270).

Por causa da função de resolver problemas do cotidiano, o estudo de Semelhança de Figuras nas escolas pode vir acompanhado da utilização de Materiais Didáticos (MD). O MD é um recurso de ensino na Educação Matemática que auxilia na concessão de um ambiente favorável a aprendizagem, inclusive no ensino de Geometria. Quando é usado corretamente pelo professor e aluno, ele pode ser um excelente catalisador para que o aluno possa construir o seu saber matemático, segundo Lorenzato (2006). Murari (2011, p. 193) alerta para que “ao utilizarmos um material didático é absolutamente necessário ter o cuidado de analisar se o mesmo satisfaz e proporciona a obtenção de um dos objetivos precípuos do processo de ensino e aprendizagem, que é a compreensão dos conceitos estudados”.

Alguns MD em particular podem contribuir para uma aprendizagem do assunto de Semelhança de Figuras, como a régua e o transferidor, que são os materiais necessários para problemas de construção. Esses materiais auxiliam ao aluno a identificar a modificação das medidas das figuras.

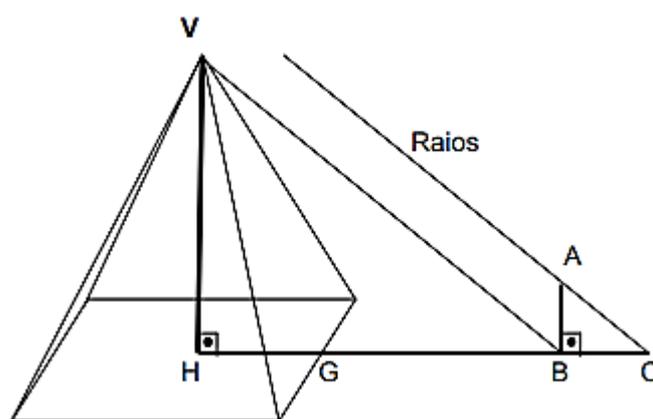
Mesmo com os vários tipos de materiais manipuláveis para o ensino de Matemática, na maioria dos casos, o único material que é disponível ao professor nas escolas é o livro didático. Essa situação é evidenciada em muitos estudos, porém esse material, dependendo de como aborda os assuntos que são específicos de cada série ele também pode ser um grande auxiliador do professor e do aluno no processo de ensino-aprendizagem. Por isso é necessário que o professor seja participante na seleção dos livros didáticos que serão utilizados por ele em sala de aula.

### 2.3 Semelhança de Figuras nos livros didáticos

Pouco se sabe do histórico do estudo de Semelhança de Figuras propriamente dito, pois o que se vê com mais frequência nos livros de História da Matemática são aos assuntos de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales. Trazemos um breve histórico sobre eles, sabendo-se que o assunto de Semelhança de Figuras os precede.

Segundo Boyer (1996) ao matemático e filósofo grego Tales, da cidade de Mileto, foram atribuídas descobertas matemáticas específicas. Não há muitas evidências dos feitos de Tales de Mileto, entretanto, um dos feitos mais conhecidos foi o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, como mostra a Figura 1 a seguir:

Figura 1 –Esboço da medição da altura da Pirâmide de Quéops feita por Tales de Mileto



Fonte: Silva (2013, p. 24)

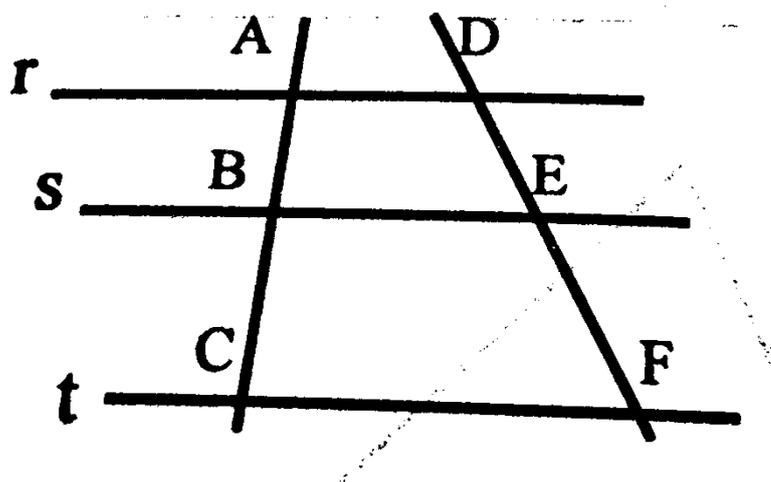
Tales utilizou os conceitos de paralelismo e proporcionalidade, que são considerados alguns dos conceitos mais importantes da Matemática, segundo alguns estudiosos. De acordo com Silva (2013) Tales partiu do princípio de que

existe uma razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra que esse objeto projeta no chão, e que esta razão é a mesma para diferentes objetos no mesmo instante. No caso da pirâmide de Quéops ele usou apenas um bastão e as medidas das

sombras da pirâmide e do bastão, num mesmo instante. (SILVA, 2013, p. 24).

O teorema que é atribuído a Tales diz que “Quando três retas paralelas são cortadas por duas transversais, os segmentos determinados numa das transversais são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados na outra” (NASSER; TINOCO, 2004, p. 20). Geometricamente, podemos verificar na Figura 2,

Figura 2 – Feixe de retas paralelas cortadas por duas retas transversais



Fonte: Nasser e Tinoco (2004, p. 20)

Ou seja, sendo  $r // s // t$  temos que  $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ . A partir dessas definições, percebemos que podemos trabalhar as noções de figuras semelhantes, inclusive com o triângulo, que é um caso particular de Semelhança de Figuras.

Ao fazer uma observação em alguns livros didáticos, que é o material mais acessível ao professor na escola, podemos perceber que o contato dos alunos com o assunto de semelhança é bem mais amplo com relação a Semelhança de Triângulos e os três casos de semelhança de triângulos, por vezes, alguns polígonos e alguns sólidos geométricos são abordados, mas sem profundidade. A seguir, descreveremos a abordagem de três livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental e veremos como é trazido o assunto de Semelhança de Figuras.

Para nossa pesquisa, os três livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental escolhidos, foram utilizados para termos como base em algumas atividades dos sete planos de aula que foram elaborados para a turma de 9º ano, participante da intervenção como já foi citado, a referida turma foi implantada na escola no ano de 2017, com isso, a escola não adotou nenhum livro didático para a mesma. A ideia do projeto era utilizar diferentes materiais didáticos manipuláveis e, também mostrar aos professores que eles podem sair do convencional com o material didático que lhes é mais acessível (o livro didático), a partir de um planejamento adequado.

Os dois livros que a professora da turma tomou como base foram *Vontade de saber Matemática*, de Souza e Pataro (2012), e *Praticando Matemática*, de Andrini e Vasconcellos (2011). Para complementar, a licencianda bolsista e a orientadora do projeto acrescentou o livro *A conquista da Matemática*, de Giovanni Júnior e Castrucci (2009), livro este que estava a nossa disposição no acervo do Laboratório de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática (LEPEM).

Em Souza e Pataro (2012), o capítulo 6 do livro é nomeado de *Semelhança* e começa a introduzir o assunto falando sobre coleção de miniaturas, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Introdução do capítulo 6 do livro *Vontade de saber matemática*



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 122)

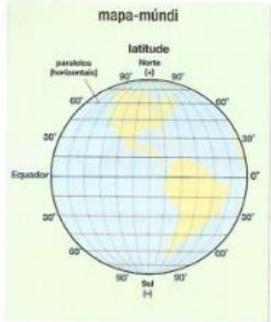
Podemos ver que os autores começam citando o assunto de escala e traz o contexto das miniaturas, que pode chamar a atenção dos alunos por ser algo relacionado com a diversão de algumas pessoas. Em seguida é abordado o assunto de segmentos proporcionais, depois o Teorema de Tales e sua demonstração. Os autores trazem uma pequena nota histórica sobre o teorema de Tales, mas não exploraram a história do matemático e filósofo Tales de Mileto.

Após uma longa lista de exercícios é abordado o tema de Semelhança de figuras, e sem explorar muito o assunto, seguem para polígonos semelhantes. Podemos observar na Figura 4.

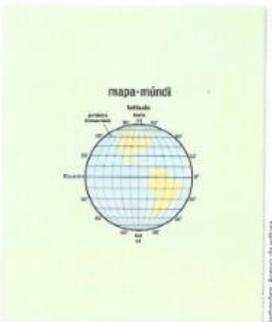
Figura 4 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras do livro Vontade de saber matemática

**Semelhança de figuras**

Marcela imprimiu uma mesma figura em dois tamanhos diferentes.



mapa-múndi



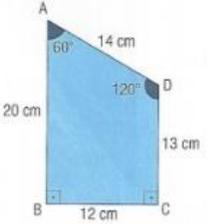
mapa-múndi

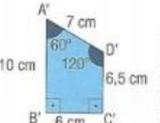
Note que as imagens impressas têm a mesma forma, diferenciando-se apenas pelo tamanho.

Na Matemática, quando isso acontece, dizemos que essas são **figuras semelhantes**. Ao ampliar, reduzir ou reproduzir uma figura, obtêm-se figuras semelhantes.

**Polígonos semelhantes**

Observe dois quadriláteros semelhantes.





Note que os ângulos correspondentes possuem medidas iguais, ou seja, são congruentes.

- $med(\hat{A}) = med(\hat{A}') = 60^\circ$
- $med(\hat{B}) = med(\hat{B}') = 90^\circ$
- $med(\hat{C}) = med(\hat{C}') = 90^\circ$
- $med(\hat{D}) = med(\hat{D}') = 120^\circ$

As razões entre os lados correspondentes dos quadriláteros ABCD e A'B'C'D' são iguais, ou seja, são proporcionais.

- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{20}{10} = 2$
- $\frac{BC}{B'C'} = \frac{12}{6} = 2$
- $\frac{CD}{C'D'} = \frac{13}{6,5} = 2$
- $\frac{AD}{A'D'} = \frac{14}{7} = 2$

134

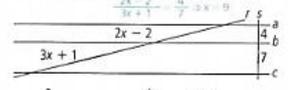
Em seguida o livro traz bastante exercícios e antes de entrar no assunto de Semelhança de Triângulos, apresenta o processo de Homotetia. O livro aborda o assunto de Semelhança de Figuras com mais exercícios e com o processo homotético que utiliza os instrumentos de desenho geométrico (régua, transferidor e compasso).

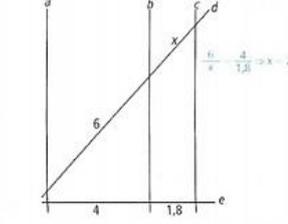
Em Andrini e Vasconcellos (2011), a unidade 6 é denominada de Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos, os itens vão desde segmentos proporcionais, passando pelo Teorema de Tales, Semelhança de Figuras e depois segue para Semelhança de Triângulos. Também é citado o número de ouro e um pouco de sua história. Nos exercícios sobre segmentos proporcionais e Teorema de Tales, podemos ver dois itens que mostram como esses assuntos podem ser utilizados no dia-a-dia, como podemos observar na Figura 5.

Figura 5 – Exercícios do livro Praticando Matemática

### Exercícios

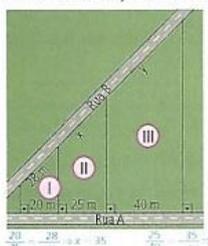
**1** Calcule  $x$ , sabendo que  $a \parallel b \parallel c$ .

a) 

b) 

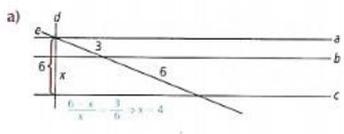
**2** A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Quais são as medidas de  $x$  e  $y$  indicadas na figura?

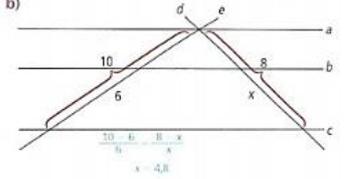
lote 1: 35 m  
lote 2: 50 m



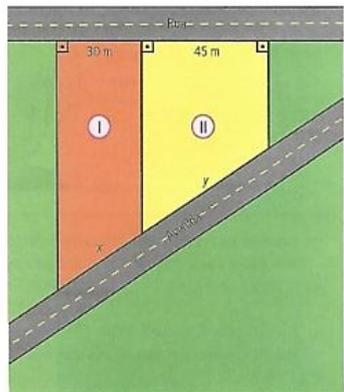
lote 1: 35 m  
lote 2: 50 m

**4** Calcule  $x$ , sabendo que  $a \parallel b \parallel c$ .

a) 

b) 

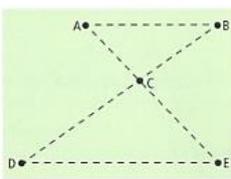
**5** Esta planta mostra dois terrenos. As divisas laterais são perpendiculares à rua. Quais são as medidas das frentes dos terrenos que dão para a avenida, sabendo-se que a frente total para essa avenida é de 90 metros?



**3** Na figura está representada uma mesa de bilhar com cinco bolas: A, B, C, D e E.

BC = 50 cm  
CE = 60 cm  
CD = 75 cm  
AB // DE

AC = 50  
CE = 60  
CD = 75  
AC = 40



Qual é a distância entre as bolas A e C? 40 cm

lote 1: 36 metros  
lote 2: 54 metros

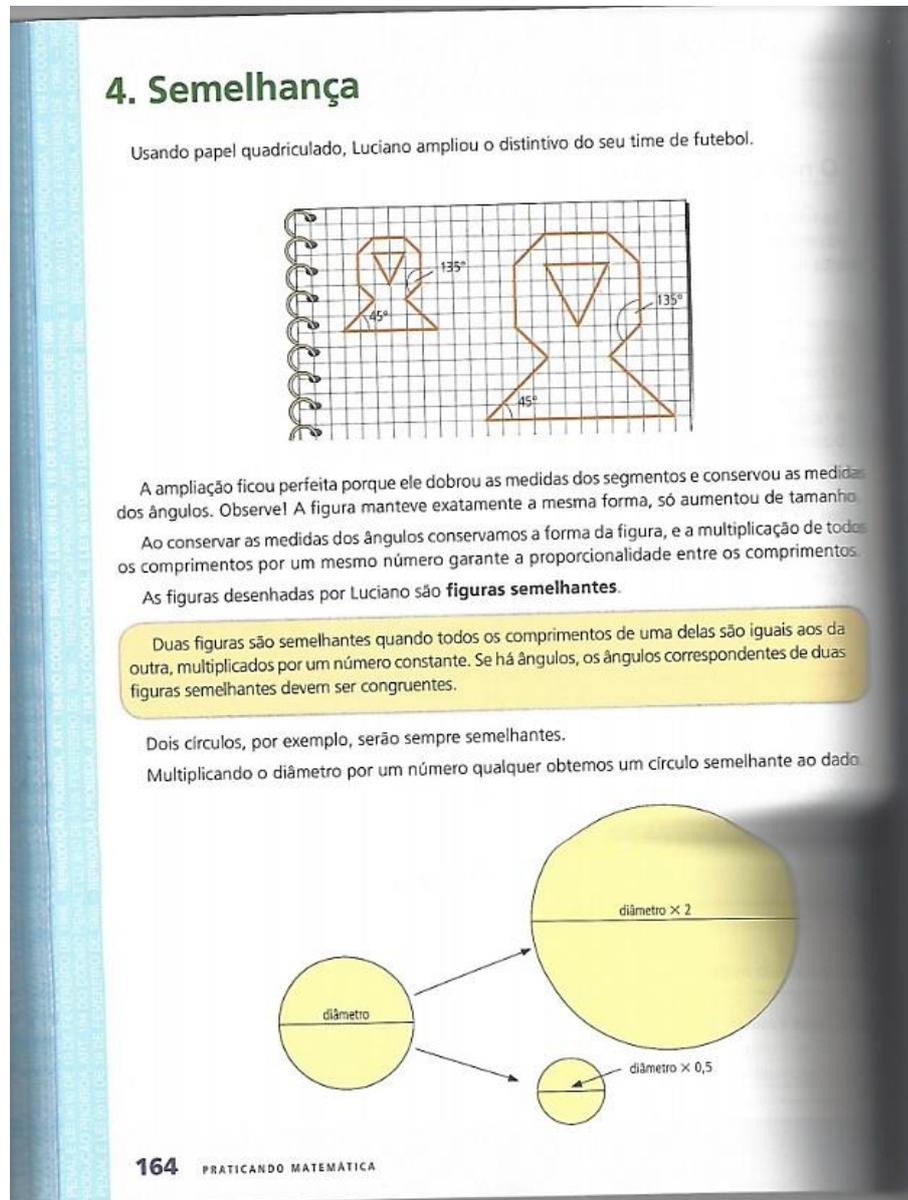
x + y = 90  
x = 30  
y = 45  
x = 36 m y = 54

**TEOREMA DE TALES E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS 161**

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2011, p. 161)

Podemos perceber que no livro *Praticando Matemática*, para o assunto de Semelhança de Figuras, a introdução é curta, mas contempla a utilização da malha quadriculada, na qual os documentos oficiais que regem o Ensino Fundamental, que foram mencionados nesse trabalho, enfatizam. Com podemos observar na Figura 6.

Figura 6 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras no livro *Praticando Matemática*

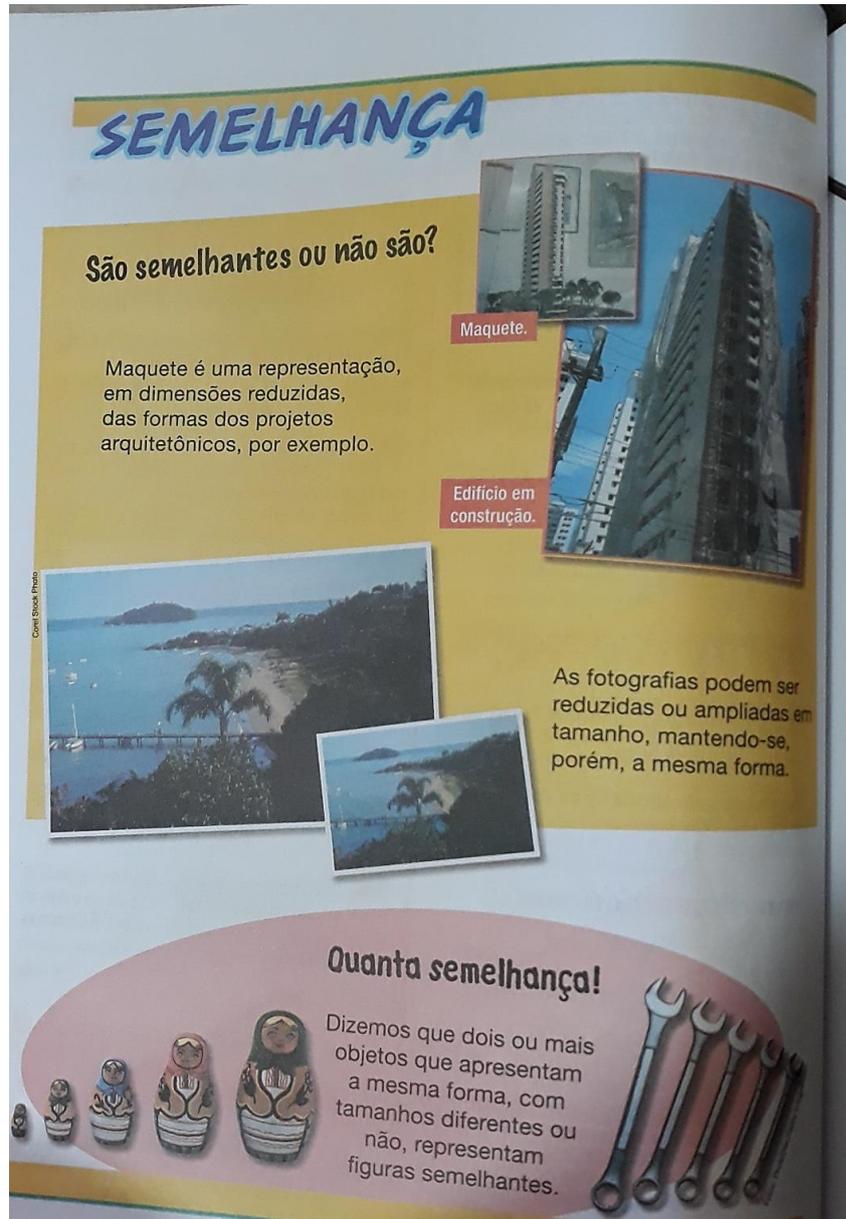


Fonte: Andrini e Vasconcellos (2011, p. 164)

Em Giovanni Júnior e Castrucci (2009), tem-se um capítulo para o assunto de Semelhança, que vem logo após o capítulo de Segmentos proporcionais, que aborda o Teorema de Tales e aplicações do Teorema de Tales. No capítulo de Semelhança a abordagem do assunto é contextualizada, como mostra a Figura 7 a seguir, e em seguida há uma série de exercícios

que não tem situações problemas.

Figura 7 – Abordagem do assunto de Semelhança de Figuras no livro *A conquista da Matemática*



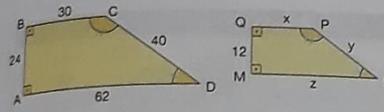
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 2016)

Nos exercícios de Giovanni Júnior e Castrucci (2009), apresentado na Figura 8, a seguir, com exceção dos exercícios 12 e 14, todos os outros itens enfatiza mais a utilização de fórmulas, que foi um dos problemas já mencionados na visão de Lorenzato (1995).

Figura 8 – Exercícios sobre Semelhança de Figuras no livro A conquista da Matemática

5. Um retângulo ABCD de lados  $AB = 12$  m e  $BC = 8$  m é semelhante a outro retângulo MNPQ. Sabendo que a razão de semelhança de ABCD para MNPQ é  $\frac{1}{4}$ , determine as dimensões do retângulo MNPQ.  $48 \text{ m} \times 32 \text{ m}$

6. Os dois trapézios abaixo são semelhantes.



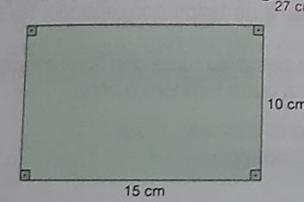
a) Qual é a razão de semelhança entre os trapézios ABCD e MNPQ?  $2$

b) Calcule as medidas  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicadas.  $x = 15$ ;  $y = 20$ ;  $z = 31$

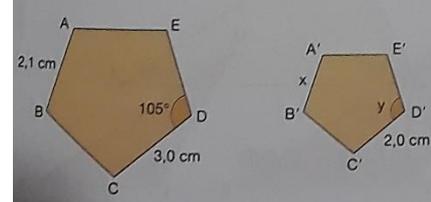
c) Sem fazer cálculos, determine a razão entre os perímetros de ABCD e MNPQ.  $2$

7. Um quadrado tem lado medindo 5 cm. Qual será o perímetro de um outro quadrado, sabendo-se que a razão de semelhança entre o primeiro e o segundo é  $\frac{2}{5}$ ?  $50 \text{ cm}$

8. Um retângulo ABCD é semelhante ao retângulo abaixo e tem perímetro igual a 90 cm. Calcule as medidas dos lados do retângulo ABCD.  $27 \text{ cm}$  e  $18 \text{ cm}$ .



9. Os pentágonos ABCDE e A'B'C'D'E' seguintes são semelhantes. O lado  $\overline{CD}$  corresponde ao lado  $\overline{C'D'}$ , e o lado  $\overline{AB}$  corresponde ao lado  $\overline{A'B'}$ .

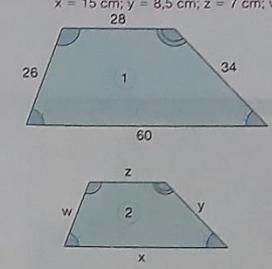


a) Qual a razão de semelhança entre ABCDE e A'B'C'D'E'?  $\frac{3}{2}$

b) Qual a medida  $x$  indicada?  $1,4 \text{ cm}$

c) Qual a medida  $y$  indicada?  $105^\circ$

10. Os trapézios abaixo são semelhantes, e o perímetro do trapézio 2 é 37 cm. Determine as medidas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$  dos lados do trapézio 2.  $x = 15 \text{ cm}$ ;  $y = 8,5 \text{ cm}$ ;  $z = 7 \text{ cm}$ ;  $w = 6,5 \text{ cm}$



11. O perímetro de um pentágono ABCDE, é 245 cm, e o lado  $\overline{AB}$  desse pentágono mede 52 cm. Qual é o perímetro do pentágono GHIJK, semelhante a ABCDE, se o lado  $\overline{GH}$ , correspondente ao lado  $\overline{AB}$ , mede 13 cm?  $61,25 \text{ cm}$

12. Dois terrenos retangulares são semelhantes, e a razão entre seus lados é  $\frac{2}{5}$ . Se o terreno maior tem 50 m de frente, e seu contorno (perímetro) tem 400 m, determine:

a) as dimensões do terreno menor.  $20 \text{ m}$  por  $60 \text{ m}$ .

b) a medida do contorno do terreno menor.  $160 \text{ m}$

13. Dois polígonos são semelhantes, e a razão de semelhança do primeiro para o segundo é  $\frac{3}{4}$ . Determine o perímetro do segundo polígono, sabendo que o perímetro do primeiro é 27 cm.  $36 \text{ cm}$

14. A planta de uma casa, que é uma representação reduzida das dimensões da casa no real, foi feita na escala  $\frac{1}{200}$  (razão de semelhança). Nessa planta, uma sala retangular tem dimensões 5 cm e 6 cm.

a) Quais as dimensões reais dessa sala?  $10 \text{ m}$  e  $12 \text{ m}$ .

b) Qual a área dessa sala na planta?  $30 \text{ cm}^2$

c) Qual a área real dessa sala?  $120 \text{ m}^2$

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 227)

Foi possível observar como o assunto de Semelhança de Figuras é abordado nos livros didáticos que foram selecionados. Todos eles não se aprofundam no assunto de Semelhança de Figuras e Polígonos, sendo tais conteúdos abordados de forma rápida, como também mostram muitos exercícios sobre esses assuntos e logo chegam à Semelhança de Triângulos.

Por essa razão, recorremos a atividades didáticas de livros paradidáticos para que as atividades de introdução do assunto de Semelhança de Figuras fossem realizadas. Nas

atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras, realizaremos uma análise de erros para identificar os erros que os alunos cometeram ao realizar as atividades dos livros paradidáticos, que instruíam o uso de outros materiais didáticos, como régua e transferidor, diferente do que foi observado em algumas atividades dos livros didáticos.

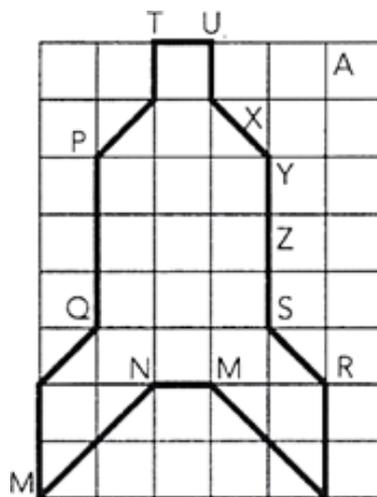
### 3 ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS

Este capítulo apresenta os resultados da análise dos erros das respostas que os alunos forneceram nas Atividades Didáticas de dois Planos de Aula da intervenção didática. Serão elencados os erros mais frequentes na atividade do Plano de Aula 5 (Apêndice A) e na primeira atividade do Plano de aula 6 (Apêndice B).

A turma de 9º ano continha 21 alunos e todos eles responderam as duas atividades que foram analisadas. Nesta análise, para fins de identificação dos alunos participantes, foi utilizada a primeira letra da palavra “Aluno” (A), seguida de números (1, 2, 3, ..., 21), ou seja A1, A2, A3, ..., A21.

A primeira atividade analisada foi a atividade denominada “Os foguetes”, onde era necessário que os alunos reproduzissem o foguete que estava desenhado no que as autoras Campos, Pires e Curi (2001, p. 48) chamaram de “rede” e a figura era denominada de “Figura A”, como mostra a Figura 9. Essa reprodução seria realizada nas redes em que as figuras passariam a ser chamadas de B, C, D e E, cada uma em uma rede diferente.

Figura 9 – Figura A da atividade do Plano de Aula 5



Fonte: Campos, Pires e Curi (2001, p. 48)

O que se esperava dessa atividade era que os alunos identificassem, a partir dos desenhos feitos em cada rede formada por diferentes quadriláteros, que a figura D era uma ampliação da figura A sendo a razão de semelhança  $K = 1/2$ .

O primeiro item da atividade perguntava qual (is) figura (as) ficou (ficaram) mais “parecida(s)” com a original A e o porquê, no caso seria a figura D porque em todas as outras figuras os foguetes ficaram distorcidos de formas diferentes. O segundo item perguntava em qual (is) direção(ões) ficaram esticadas as figuras B, C e D, em que a figura B foi esticada para horizontal, a figura C foi esticada para a vertical e a figura D foi esticada para ambas as direções,

ou seja, na horizontal e na vertical. O terceiro item perguntava o que tinha acontecido com a figura D, em que a figura se tornou uma versão maior da figura original, ou seja, uma ampliação de A. No quarto item foi perguntado o que aconteceu com a figura E, na qual a figura ficou esticada na diagonal. O quinto item pedia que os alunos medissem, com o auxílio da régua e do transferidor alguns segmentos que foram marcados nas figuras A, B, C, D e E (Apêndice A). As medidas dos segmentos, que foram medidos pela licencianda durante a aplicação das atividades, se encontram na Tabela 1.

Tabela 1 – Segmentos das figuras dos foguetes A, B, C, D e E

	Área (km <sup>2</sup> )				
	A	B	C	D	E
<b>PQ (cm)</b>	1,1	1,3	2,3	2,2	2,3
<b>RS (cm)</b>	0,5	1,1	1	1	0,6
<b>TU (cm)</b>	0,4	1,0	0,3	0,8	0,3
<b>MN (cm)</b>	1	2,5	1,5	2	1,6
<b>XYZ (cm)</b>	1,3	0,9	2,3	2,6	1,5

Fonte: Adaptada de Campos, Pires e Curi (2001, p. 49)

O sexto item pedia para comparar as respostas que foram dadas nos itens anteriores com a observação do que estava escrito na tabela, como perguntava o que o aluno podia concluir sobre as transformações feitas no foguete após a comparação, sendo que eles deveriam responder que os segmentos da figura D tinham o dobro do tamanho na figura A, e que a figura D é uma ampliação da figura original. Por fim, no último item solicitava que o aluno descobrisse a relação existente entre as medidas dos segmentos da figura A e da figura D, que seria a proporcionalidade entre os segmentos correspondentes das duas figuras, e perguntava se o mesmo ocorria com as outras figuras com relação a figura A e justificar, onde os alunos deveriam dizer que não, pois não há uma relação de proporção entre os segmentos correspondentes das outras figuras em relação a figura A.

Para essa atividade, o erro mais frequente encontrado foi o erro devido à **falta de habilidade em manipulação do MD**, que na ocasião eram os instrumentos de desenho geométrico régua e transferidor. Nenhum aluno conseguiu medir os segmentos precisamente, mesmo esses instrumentos sendo auxiliares para a precisão das medições. Um exemplo pode ser visto no registro do aluno A8, mostrado na Figura 10.

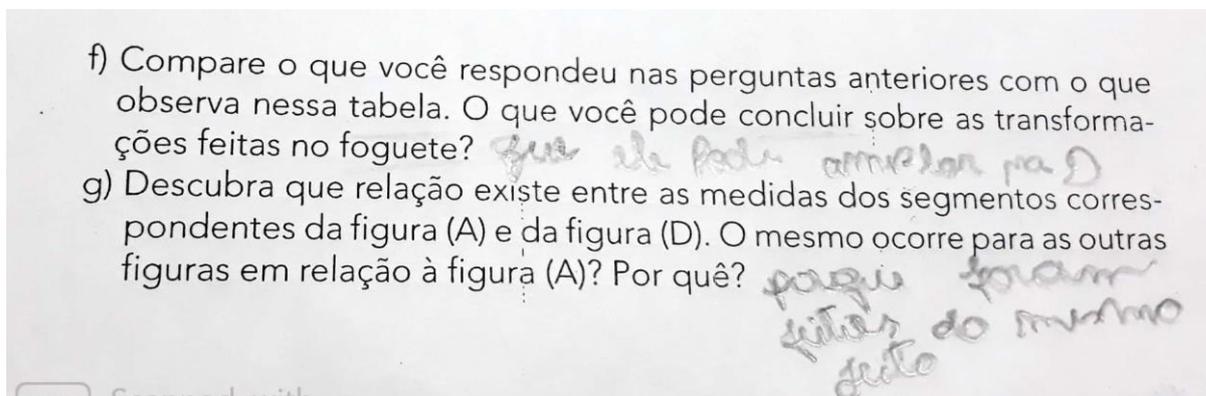
Figura 10 – Registro 1 do A8

	Área (km <sup>2</sup> )				
	A	B	C	D	E
PQ (cm)	0,7 cm	1 cm	2,5 cm	2 cm	2
RS (cm)	0,8 cm	1 cm	0,7 cm	1,7	6,3
TU (cm)	0,9 cm	1 cm	0,5 cm	0,7	0,5
MN (cm)	0,5 cm	1 cm	0,5	0,7	0,5
XYZ (cm)	0,5 cm	0,2 cm	0,10	0,1	1,6

Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Podemos perceber que A8 faz todas as medições com a régua, mas ao compararmos na tabela, as medidas dos segmentos correspondentes entre a figura A e D, podemos ver que os segmentos da figura D não são o dobro dos segmentos da figura A, logo, o aluno não poderia responder que existiria uma relação de proporcionalidade entre os segmentos e nem reafirmar que a figura D é uma ampliação da figura A, mesmo assim, todos os alunos fazem essa reafirmação no item (f), como podemos ver nas respostas dos itens A8 na Figura 11.

Figura 11 – Registro 2 do A8



Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Também podemos observar na Figura 11 que, no item (g), em que pede que os alunos descubram a relação correspondente entre as medidas dos segmentos correspondentes da figura A e da figura D e depois pergunta se o mesmo ocorre com as outras figuras em relação a figura A, o A8 não respondeu corretamente apenas a pergunta do item. Nenhum dos alunos estabeleceu a relação de proporcionalidade entre os segmentos correspondentes da figura A e

D, mas todos os alunos também afirmaram que o mesmo não ocorria com as outras figuras em relação a figura A.

Com relação a falta de habilidade com os instrumentos, pode ser que os alunos não tivessem preparados ainda para fazer uma atividade em que foi explorada totalmente a sua autonomia, principalmente com os instrumentos geométricos, pois essa atividade foi realizada sem a interferência da licencianda que ministrou as aulas na intervenção didática. Os alunos podem ter respondido e reafirmado sobre a ampliação da figura A por causa do vídeo sobre Semelhança de Figuras que foi visto antes da aplicação da atividade. Esse vídeo foi passado no primeiro momento da aula sobre o assunto de Semelhança de Figuras, para que os alunos fossem situados do que estudaríamos nos momentos seguintes da aula.

Isso chama atenção para que o professor possa utilizar esse material corretamente, pois o uso de materiais didáticos tecnológicos é defendido por muitos pesquisadores da área, mas ele por si só não auxilia na aprendizagem, assim como qualquer outro material didático. É importante ressaltar também que alguns instrumentos de desenho geométrico são imprecisos, ou seja, não são totalmente bem produzidos e podem influenciar na hora da utilização. Sabendo disso, nas respostas dadas pelos alunos, seria considerado pequenas margens de erros nas medições, como 0,01 ou 0,02 milímetros.

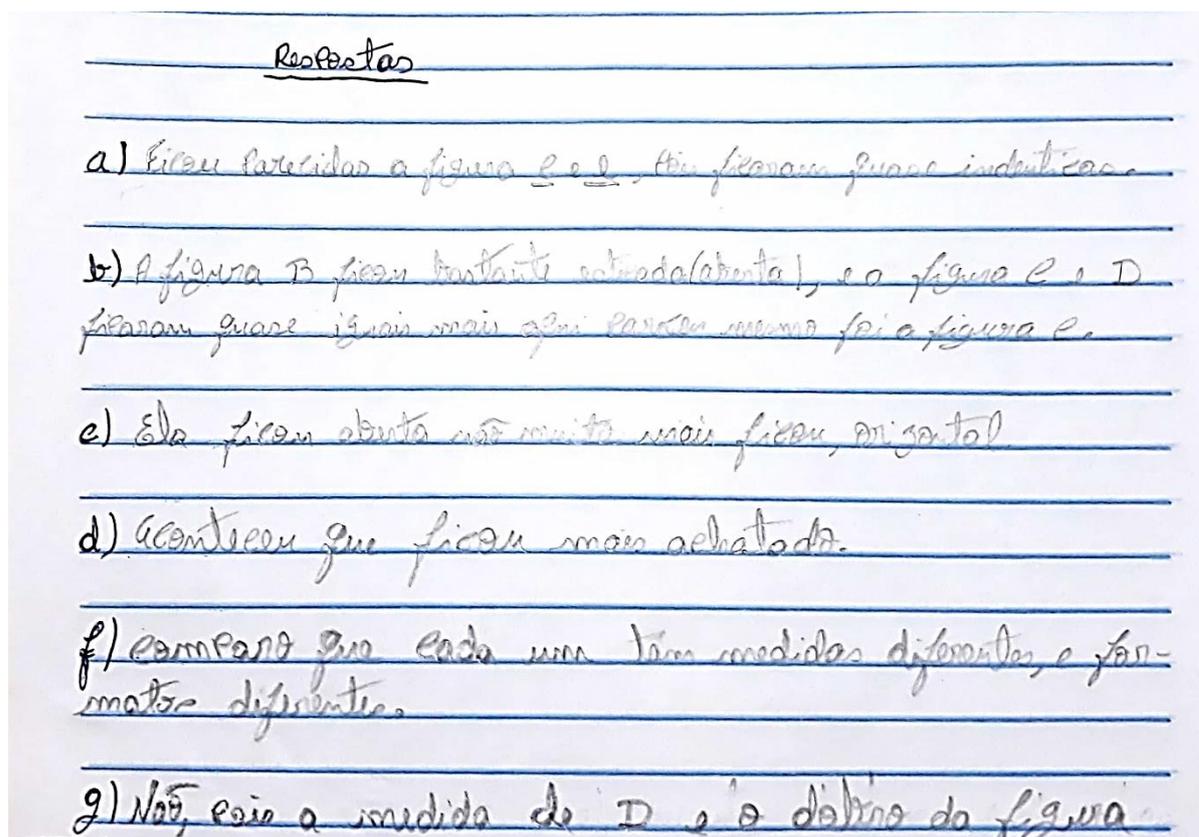
Podemos ver que, ao compararmos as medidas dos segmentos correspondentes da figura A com a figura D, as medidas dos segmentos de A são quase o dobro das medidas dos segmentos de D, logo a imprecisão dos próprios instrumentos pode ter influenciado, e portanto, é importante que o professor também saiba selecionar os materiais. Em outros registros, alguns alunos apresentaram uma margem de erro muito maior, como por exemplo o A14 e o A21 que apresentaram margens de erros de 0,09 milímetros, sendo os dois em segmentos da figura D com relação a figura A.

Também percebemos que há erro com relação à **dificuldade de leitura**, na qual nenhum aluno respondeu à questão por completo ou deu uma resposta que não era esperada, ou seja, por não ter observado com atenção o que estava sendo pedido, que eram duas perguntas em um só item. Pode ser que os alunos também tivessem ainda **dificuldades em estabelecer relação de proporcionalidade**, pois no item (b) também havia duas perguntas e a maioria dos alunos respondeu as duas perguntas na ordem que estavam sendo questionadas, inclusive alguns alunos que não responderam as duas perguntas, na ordem, do item (g). Apenas um aluno conseguiu dizer indiretamente que os segmentos correspondentes da figura D têm medidas dobradas da figura A.

Logo, só passar o vídeo sem explicação não é o suficiente para auxiliar na aprendizagem dos conteúdos, pois o vídeo foi repassado em sala de aula pela licencianda que estava ministrando a aula, mas não chegou a dar explicações sobre o ele. Foi uma falha da licencianda, que pode ter influenciado nas respostas dos alunos.

Também podemos encontrar erros causados pela **dificuldade de visualização de figuras**. Nas respostas registradas pelo A11, percebemos que há uma confusão nas respostas, principalmente quando se fala de imagens “parecidas”. Podemos ver na Figura 12 a seguir.

Figura 12 – registro 2 do A11



Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Vemos que o A11 escreveu no item (a) que as figuras C e E ficaram parecidas com a figura A e reafirma no item (b) que a figura que mais ficou parecida com a A foi a figura C. Como a figura C esticou-se para a vertical, o aluno pode ter confundido e não ter observado na dimensão da largura da figura que também influencia. Em sua tabela, o A11 não conseguiu estabelecer uma relação entre as medidas dos segmentos proporcionais, sendo assim colocando números que os alunos podem ter deduzido que seriam as medidas dos segmentos apenas por observar, ou até mesmo terem tido dificuldades com os instrumentos, como mostra a Figura 13 a seguir.

Figura 13 – Registro 1 do A11

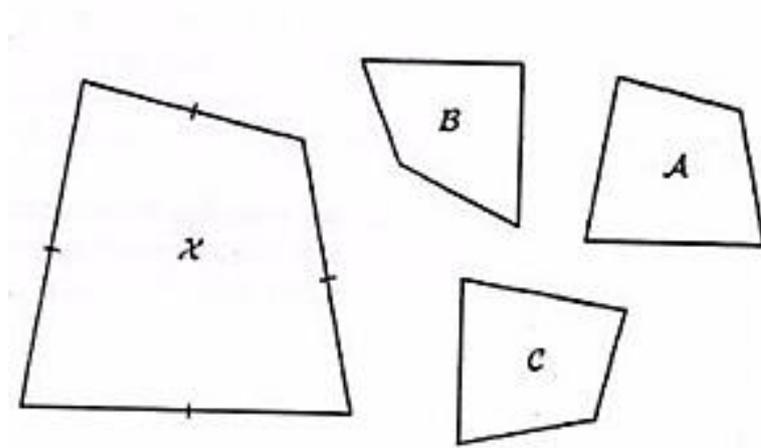
	Área (km <sup>2</sup> )				
	A	B	C	D	E
PQ (cm)	2,2	2	3	9,1	3
RS (cm)	1,5	2	2	2	1,7
TU (cm)	1,4	2	1,3	1,8	1,4
MN (cm)	1,5	3	1,5	2,8	1,8
XYZ (cm)	3	2,5	3	3	3

Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Percebemos que o aluno A11 responde ao último item da atividade, em parte, corretamente, mas não foi por estabelecer uma relação de proporcionalidade, e sim pode ser que ele tenha respondido que a medida dos segmentos correspondentes de D é o dobro com relação a figura A porque no vídeo mostra a ampliação de uma figura como o dobro da outra, e isso pode ter influenciado na resposta do A11.

Também foi analisada a primeira atividade do Plano de Aula 6. Essa atividade foi subsequente a atividade “Os foguetes” e tratava-se de quatro quadriláteros, sendo um de dimensão maior denominado de X e outros três denominados de A, B e C, como mostra a Figura 14.

Figura 14 – Quadriláteros da primeira atividade do Plano de Aula 6



Fonte: Nasser e Tinoco (2004, p. 14)

Nessa atividade foi pedido que o aluno medisse os lados dos polígonos com a régua e os seus ângulos com o transferidor. As medidas dos ângulos e dos lados dos quadriláteros, que foram medidos pela licencianda no momento da aplicação das atividades se encontram na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – medida dos lados e dos ângulos dos quadriláteros

Polígono	Medida dos lados (cm)				Medida dos ângulos (graus)			
	<b>X</b>	6,2	9,2	9	7,7	110°	85°	80°
<b>A</b>	4	3,6	4,8	5	110°	85°	80°	85°
<b>B</b>	3	4,4	4,6	9,7	140°	60°	70°	90°
<b>C</b>	3,1	4,7	4,6	3,9	110°	85°	80°	85°

Fonte: criação da autora

Depois o aluno deveria recortar os polígonos e a partir da sobreposição, fazer a comparação dos polígonos menores com o polígono maior. Em seguida, era preciso responder quais das figuras tem a mesma forma da figura X, ou seja, qual delas é uma redução da figura X, no qual os alunos deveriam responder que apenas o polígono C era uma redução de X. Depois era preciso estabelecer uma relação entre os lados correspondentes dos polígonos A, B e C com o polígono X, assim como estabelecer uma relação entre os ângulos dos três polígonos menores com os ângulos do polígono X, tudo isso preenchendo uma tabela.

Estabelecendo a relação na tabela, os lados correspondentes entre os polígonos A e X não são proporcionais e seus ângulos são congruentes, logo o polígono A não é uma redução de X; cada lado de B é metade do lado correspondente de X e seus ângulos não são congruentes, logo o polígono B não é uma redução de X; cada lado de C é metade do lado de correspondente de X e seus ângulos são congruentes, logo o polígono C é uma redução do polígono X.

Em seguida, a atividade pede que o aluno confirme o que foi respondido no primeiro item, e depois pergunta se o aluno é capaz de estabelecer condições necessárias e suficientes para que dois quadriláteros sejam semelhantes, e que possam justificar suas respostas. Os alunos devem concluir que para que dois quadriláteros sejam semelhantes, é preciso que os dois polígonos de mesmo lado possuam ângulos internos congruentes e os lados correspondentes proporcionais, sendo assim, descobrindo a definição de polígonos semelhantes e justificando pelo fato de ter primeiramente sobreposto as figuras e depois medindo seus lados e ângulos.

Nessa atividade, nenhum aluno acertou qual dos polígonos menores que era uma redução do polígono X. Todos os alunos responderam que o polígono A era uma redução do

polígono X, enquanto descartaram os polígonos B e C, como mostra a Figura 15 a seguir, do instrumento do aluno A4.

Figura 15 – Respostas do Aluno A4 da primeira atividade do Plano de Aula 6

a) Quais das figuras A, B e C têm a mesma forma da figura X, ou seja, quais delas representam uma redução da figura X?

a figura A

b) Estabeleça a relação entre os lados de cada uma das figuras A, B, e C com os lados da figura X, completando a segunda coluna da tabela.

c) Estabeleça a relação entre os ângulos de cada uma das figuras A, B e C com os ângulos da figura X, completando a terceira coluna da tabela.

Polígono	Relação com os lados de X	Relação com os ângulos de X	O polígono é semelhante a X?
A	o razão de proporção é aproximada de	os os ângulos de X são iguais	sim, semelhante
B	a razão de proporção não é aproximada	mas não são iguais	não semelhantes
C	a razão de proporção não é aproximada	mas não são iguais	mas não semelhantes

d) Analisando as respostas aos 3 itens acima na tabela, você:

- Confirma o que respondeu em (a)?

sim. X é semelhante a A

- É capaz de estabelecer as condições necessárias e suficientes para que dois quadriláteros sejam semelhantes? Justifique.

sim, se aproximam das proporcionalidades dos ângulos e as medidas

Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Nessa atividade, o erro que mais nos chamou atenção foi o erro causado pela **associação incorreta entre os polígonos**, na qual os alunos fizeram a associação do polígono A com o polígono X na sobreposição. Pode ser que os alunos não tenham manipulado adequadamente o polígono C, por causa da posição que se encontrava a letra dentro do quadrilátero, e assim eles tenham sobreposto conforme estava direcionada a letra que marcava cada polígono. Também pode ter ocorrido novamente o erro devido à **falta de habilidade em manipulação do MD**, que na ocasião eram régua e transferidor, no qual alguns alunos não conseguiram utilizar os instrumentos e não chegaram as medidas corretas, tendo uma margem de erro grande com relação as medidas dos lados e isso fez com que não existisse relação de proporção entre nenhum dos polígonos menores com o polígono maior.

Na Figura 16, abaixo, podemos ver como o A4 registrou as razões para estabelecer a proporção dos lados correspondentes da figura

Figura 16 – Cálculo das razões entre os lados dos polígonos do aluno A4

Handwritten calculations on lined paper showing ratios of sides for polygons A, B, and C. The calculations are grouped by wavy lines. A large grey rectangular area obscures the right side of the page.

Relações com A

$$\frac{9,2}{4,8} = 1,916$$

$$\frac{6,3}{3,6} = 1,75$$

$$\frac{7,7}{4,0} = 1,925$$

$$\frac{9,2}{5,0} = 1,84$$

Relações com B

$$\frac{6,3}{4,5} = 1,4$$

$$\frac{7,7}{4,7} = 1,63829$$

$$\frac{9,2}{3,8} = 2,42105$$

$$\frac{9,2}{3,0} = 3,066$$

Relações com C

$$\frac{6,3}{4,7} = 1,340$$

$$\frac{7,7}{3,4} = 2,2647$$

$$\frac{9,2}{3,9} = 2,3589$$

$$\frac{9,2}{4,9} = 1,857$$

CS4 Scanned with

Fonte: Atividades Didáticas (PROLICEN 2017)

Nenhum aluno conseguiu fazer corretamente as relações dos lados dos polígonos e não registrou a relação entre os ângulos, ou seja, deixou em branco. Podemos perceber, a partir do registro do A4, que a razão feita entre os lados correspondentes do polígono X e do polígono A são números que convergem para 2, mas essas respostas não são verídicas, pois se fizermos a razão entre os lados correspondentes dos dois polígonos, não encontramos relação de proporção, logo, o aluno cometeu erro devido a uma **dificuldades em seguir instruções**, pois, apesar do aluno A4 ter feito a razão, ele não seguiu a ordem das instruções que foram dados na atividade e por isso chegou a estabelecer relações com os lados que não eram correspondentes.

Todos os outros alunos responderam que o polígono A era semelhante ao polígono X, talvez por não seguirem todas as instruções ou até mesmo terem deduzidos pela posição parecida.

Nessa atividade foi difícil saber como os alunos chegaram ao resultado de que o polígono A era semelhante ao polígono X, pois apenas três alunos registraram as razões entre os lados correspondentes e dois registraram os ângulos congruentes

Identificamos os erros e classificamos conforme a nossa análise, mas é importante ressaltar que outros professores/profissionais podem classificar os mesmo erros sobre Semelhança de Figuras, que foram ressaltados aqui, de uma outra maneira, pois cabe a cada pesquisador fazer a sua classificação conforme as suas experiências, tendo em vista que as situações não se repetem, mas os mesmos erros podem vir a ser reconhecidos em outras situações com o mesmo conteúdo matemático, que nesse caso, é o de Semelhança de Figuras. Por essa razão, essa classificação se faz importante para a aprendizagem de Semelhança de Figuras, pois os professores podem obter informações para fazer um trabalho em Geometria que minimize as dificuldades de uma área que muitas vezes não é conhecida por seus alunos.

A partir disso, podemos ver o quanto o trabalho de análise de erros é importante para o professor, sendo ele um estimulador da capacidade dos seus alunos, pois analisando os erros, o professor explora e dá significado a algo que, por muitas vezes, é descartado, que é o procedimento que pode ter levado ao erro. Explicar e dar significado a seus próprios erros é, segundo Rico (1995 apud PINTO 2000, p. 37) “uma atividade altamente estimuladora e provocativa para os alunos”.

Esses erros destacados podem contribuir para que os professores, em suas práticas docentes, possam auxiliar os seus alunos no desenvolvimento do pensamento geométrico, principalmente no que diz respeito ao ensino de Semelhança de Figuras.

Os erros que foram apresentados nessa pesquisa também podem ter sido causados pela forma como foi feita a abordagem desses assuntos dentro da sala de aula, tendo em vista que provavelmente os alunos não estivessem acostumados com esse tipo de abordagem por atividades. Nesse sentido, podemos refletir se as atividades propostas não precisariam de adaptações e adequações para a sala de aula correspondente, em que o projeto do PROLICEN foi desenvolvido. Por essa razão, os dados aqui apresentados são importantes para que os professores, inclusive a autora desta pesquisa, possam refletir sobre o uso adequado de atividades deste formato em suas práticas docentes.

## 4 CONCLUSÕES DA PESQUISA

Essa pesquisa analisou os erros cometidos por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, em atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras, que envolveram o uso de materiais manipulativos. Vimos também como a análise de erros é importante para a prática docente.

Identificamos nas atividades os erros que os alunos mais cometeram, como também fizemos a classificação dos erros com base na análise de erros como uma abordagem de pesquisa, e assim nos voltamos para a questão problematizadora da nossa pesquisa e pudemos responder que os erros mais frequentes que os alunos do 9º do Ensino Fundamental cometeram na resolução de atividades didáticas sobre Semelhança de Figuras, com o auxílio de materiais didáticos manipulativos, foram: erro devido à falta de habilidade em manipulação do material didático régua e compasso, erro na dificuldade de leitura, dificuldades em estabelecer relação de proporcionalidade, dificuldade de visualização de figuras, associação incorreta entre polígonos e dificuldade em seguir instruções.

Foi possível perceber que o material didático pode influenciar no erro que os alunos cometem, logo todo material didático precisa ser utilizado com devidas precauções, como foi dito na justificativa dessa pesquisa, indiretamente vemos a influência do material didático nas atividades.

Observamos que a falta de organização das instruções que foram dadas nas atividades e a falta de cuidado da ministrante da aula com relação ao uso do material que foi utilizando como, por exemplo, a falta de explicação sobre o vídeo que foi passado no momento atividade do Plano de Aula 6, levaram os alunos a cometerem erros.

Também foi possível perceber que a análise de erros traz diversas contribuições para a prática docente, quando os erros são categorizados, pois o professor, ao identificar o erro e distinguir a natureza de cada um deles, pode aperfeiçoar suas metodologias e fazer com que esses erros se tornem elementos de reflexão e aprendizagem tanto para o professor como para o aluno. Quando o aluno erra, ele está pondo em ação seus conhecimentos prévios, e o professor, sabendo desse aspecto, pode auxiliar seus alunos a compreenderem o seu próprio caminho e dirimir as dificuldades que possam encontrar. Não queremos que os erros continuem sendo só o indicador de fracasso, e isso também não significa que estamos fazendo apologia ao erro, mas sim, que ele seja visto como um elemento que também pode propiciar a aprendizagem.

Essa pesquisa é relevante para a área de Geometria, pois poucos são os materiais que encontramos sobre Semelhança de Figuras propriamente dita, e em linhas gerais é relevante

para que futuros professores, ou mesmo professores em exercício, possam ver o quanto a análise de erros pode ser importante e proveitosa na sua prática.

Os resultados apresentados ao longo dessa pesquisa foram coletados pela autora deste trabalho durante uma experiência de prática docente enquanto aluna do curso de licenciatura, o qual proporcionou-lhe a percepção de como analisar os erros dos alunos é importante para o ensino-aprendizagem da Matemática, pois compreendendo o que pode levar os alunos a cometerem determinados erros torna-se mais fácil elaborar atividades que visem melhor as dificuldades que os alunos venham apresentar durante as aulas. Percebemos que não basta saber se o aluno errou ou acertou as atividades, mas compreender o processo da resolução das atividades com um olhar mais reflexivo e, desse modo, poderemos promover o desenvolvimento da capacidade dos alunos de também compreenderem o seu erro e superá-lo. Desse modo, sugerimos que os professores, em sua prática docente, considerem o pensamento dos alunos de forma geral, tendo atenção com as determinadas conclusões que eles apresentam, para que assim, consigam incentivá-los a ter um pensamento crítico e curioso.

## REFERÊNCIAS

- ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**. 9º ano. 2. ed. renov. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. v. 5. São Paulo: PREM (Biblioteca PROEM), 2011.
- CRESCENTI, E. P. **Os Professores de Matemática e a Geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. Dissertação: Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2005. 252p.
- CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- CURY, Helena Noronha; BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde. **A análise de erros como metodologia de investigação**. [2009]. Disponível em: [http://www.apm.pt/files/142359\\_CO\\_Cury\\_Bisognin\\_Bisognin\\_4a36c5d50a09a.pdf](http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf). Acesso em: 26 out. 2018.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas/SP: Autores Associados (Coleção Formação de Professores), 2006.
- GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**. 9º ano. ed. renov. São Paulo: FTD, 2009.
- GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva de Educação Infantil e Ensino Fundamental. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática**. João Pessoa: SEC/Grafset, 2010.
- LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau, SBEM, Ano III, n. 4, 1995.
- LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MORIN, Edgar. **Ciência com Consciência**. 6. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2002.

MURARI, Claudemir. **Experenciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem de Matemática**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72999>. Acesso em: 08 set 2019.

NASSER, Lílian; TINOCO, Lúcia. **Curso básico de geometria: enfoque didático**. 3 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM. Projeto Fundação, 2004.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática: estudo do erro na matemática elementar**. Campinas: Papirus, 2000.

SILVA, David Braga Pires. **Proposta para o Ensino da Semelhança**. 2013. Dissertação (mestrado) Programa nacional de mestrado profissional em Matemática (PROFMAT), Instituto Nacional de Matemática pura e aplicada, Rio de Janeiro, 2013.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA Fernanda Peixoto. A pesquisa científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel.; SILVEIRA, Denise Tolfo. (Org.). **Métodos de pesquisa**. 19. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-42

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**. 9º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A

#### Plano de Aula 5

**Nome da Escola:** Escola Estadual de Ensino Fundamental XXXXXXXX

**Data:** XXXX

**Ano:** 9º ano **Turma:** XXX

**Tempo (hora/aula):** 02

#### OBJETIVOS:

- Compreender o conceito de semelhança de figuras;
- Realizar o processo de ampliação e redução de figuras geométricas em malha quadriculada.

#### CONTEÚDOS:

- Semelhança de figuras.

#### RECURSOS DIDÁTICOS:

- Vídeo: “Figuras e polígonos semelhantes. Razão de semelhança vista como uma ampliação e redução”;
- Régua, transferidor, calculadora, lápis e borracha;
- Papel sulfite;
- Atividade impressa.

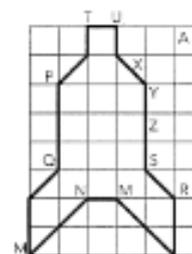
#### PROCEDIMENTOS DE ENSINO:

**1º momento:** Primeiramente será apresentado o vídeo “Figuras e polígonos semelhantes. Razão de semelhança vista como uma ampliação e redução”, com duração de aproximadamente 08 minutos, que mostra as condições para que duas figuras e dois polígonos sejam considerados “semelhantes” geometricamente, mostrando processo de ampliação e redução. Os alunos serão questionados sobre informações apresentadas no vídeo, como por exemplo: Duas figuras serem parecidas, significa que elas são semelhantes geometricamente? Por quê? Se tivermos duas figuras exatamente do mesmo comprimento e de mesma largura, e uma delas fosse “esticada” apenas na largura sem manter uma proporção, poderíamos dizer que elas seriam semelhantes? Por quê?

**2º momento:** após as discussões a respeito do vídeo, os alunos receberão uma atividade intitulada de “Os foguetes”, onde consiste em reproduzir o foguete, que está desenhado numa primeira rede (A), em mais 4 redes (B, C, D e E) que estão dispostas na atividade e são de formas e dimensões diferentes. Os alunos terão que reproduzir o foguete contanto que os traços da figura que estão sobre a rede (A) permaneçam nas outras 4 redes, assim como os traços que estão sobre as diagonais da rede. Após os desenhos, os alunos responderão aos questionamentos da atividade:

- Que figura(s) ficou (ficaram) mais “parecida(s)” com a original (A)?
- A figura (B) ficou mais esticada em que (quais) direção (ões)? E as figuras (C) e (D)?
- O que aconteceu com a figura (D)?
- O que ocorreu com a figura (E)?

No item (e) os alunos terão que completar uma tabela com a medida dos segmentos do foguete, utilizando uma régua e um transferidor para anotar as medidas dos ângulos de cada figura que foi desenhada. Em seguida, continuarão a responder:



Fonte: CAMPOS, PIRES, 2011, p. 48.

- f) Compare o que você respondeu nas perguntas anteriores com o que você observa nessa tabela. O que você conclui sobre as transformações feitas no foguete?
- g) Descubra que relação existe entre as medidas dos segmentos correspondentes da figura (A) e da figura (D). O mesmo ocorre para as outras figuras em relação à figura (A)? Por quê?

Após o momento de discussão dos questionamentos da atividade e as conclusões dos alunos, será explicado que duas figuras são semelhantes se uma pode ser obtida como ampliação ou redução da outra, logo há uma condição para serem consideradas semelhantes: “Em Geometria, duas figuras são semelhantes quando todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e quando todas as distâncias correspondentes são proporcionais” (GIOVANNI JÚNIOR, CASTRUCCI, 2009, p. 220) Será ressaltado que o foguete da figura (D) é uma ampliação da figura (A), assim como a figura (A) é uma redução da figura (D), pois aumenta ou diminui na mesma proporção. Deve-se destacar que há duas maneiras de se obter figuras semelhantes desenhadas em malha: quando o número de quadradinhos de cada dimensão fica multiplicado pela razão de semelhança e quando a malha é alterada para outro tamanho, isso acontece automaticamente. Logo, nos dois casos os ângulos não se alteram.

**3º momento:** Para encerrar, os alunos serão conduzidos a fazerem uma atividade na qual pede a redução de uma figura, que está desenhada em uma malha quadriculada, cujas dimensões sejam a metade da dimensão correspondente.

#### **AValiação:**

Será realizada ao longo da aula por meio da observação da mobilização dos conhecimentos feita pelos alunos nos momentos de discussão do vídeo e construção das atividades propostas.

#### **REFERÊNCIAS:**

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; PIRES, Célia Maria Carolino; CURY, Edda. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. v. 5. São Paulo: PREM (Biblioteca PROEM), 2011.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**. 9º ano. ed. renov. São Paulo: FTD, 2009.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia. **Curso básico de geometria: enfoque didático**. 3 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM. Projeto Fundação, 2004.

GLENN FARIAS. **Figuras e polígonos semelhantes. Razão de semelhança vista como uma ampliação e redução**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=n1j6FAkM-CQ&index=6&list=LL0k7z25X5Hcv5TJHIBjv4tQ>> Acesso em: 23. Jul. 2017.

### Atividade “Os foguetes” do Plano de Aula 5



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV  
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
PROLICEN 2017



Nome da Escola: Escola Estadual de Ensino Fundamental Frederico Lundgren

Aluno (a): \_\_\_\_\_

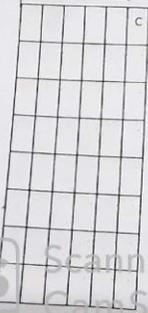
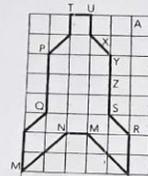
Ano: 9º ano Turma: Única

Atividade – Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

#### “Os foguetes”

A seguir, você encontra várias redes, nas quais vai reproduzir o foguete que está desenhado no primeiro quadro.

Para tanto, os traços da figura que estão sobre a rede devem permanecer sobre as novas redes, o mesmo acontecendo para os que estão sobre as diagonais da rede.



PROEM • PROEM • PROEM • PROEM • PROEM • PROEM • PROEM •

... mais uma rede...



- Que figura(s) ficou (ficaram) mais “parecida(s)” com a original (A)? Por quê?
- A figura (b) ficou esticada em que direção(ões)? E as figuras C e D?
- O que aconteceu com a figura (D)?
- O que ocorreu com a figura (E)?
- Com o auxílio de uma régua e um transferidor, complete a tabela seguinte:

	Área (cm <sup>2</sup> )				
	A	B	C	D	E
PQ (cm)					
RS (cm)					
TU (cm)					
MN (cm)					
XYZ (cm)					

- Compare o que você respondeu nas perguntas anteriores com o que observa nessa tabela. O que você pode concluir sobre as transformações feitas no foguete?
- Descubra que relação existe entre as medidas dos segmentos correspondentes da figura (A) e da figura (D). O mesmo ocorre para as outras figuras em relação à figura (A)? Por quê?

## APÊNDICE B

### Plano de Aula 6

**Nome da Escola:** Escola Estadual de Ensino Fundamental XXXXXX

**Data:** XXXX

**Ano:** 9º ano      **Turma:** XXXX

**Tempo (hora/aula):** 02

#### OBJETIVOS:

- Aprender o conceito de semelhança de polígonos;
- Realizar o processo de ampliação e redução de polígonos pela transformação de Homotetia.

#### CONTEÚDOS:

- Semelhança de polígonos;
- Homotetia.

#### RECURSOS DIDÁTICOS:

- Régua, transferidor, compasso, calculadora, tesoura, lápis e borracha;
- Papel milimetrado e papel sulfite;
- Atividade impressa.

#### PROCEDIMENTOS DE ENSINO:

**1º momento:** Antes de iniciar a proposta de aula, será conduzida uma conversa com os alunos para relembrar os conhecimentos de figuras semelhantes, aprendidos na aula anterior. Eles serão questionados: Quando duas figuras são consideradas geometricamente semelhantes? O que podemos fazer para ampliar uma figura, tal que ela seja semelhante a outra? E para reduzir e ser semelhante?

**2º momento:** Será entregue aos alunos uma atividade impressa e uma folha com 4 quadriláteros (trapézios), um de dimensão maior nomeado de X e outros três de dimensões menores que a figura X, denominados de A, B e C. Após os alunos medirem os lados e os ângulos das figuras com o auxílio de régua e transferidor, estas serão recortadas. Após o recorte das figuras os alunos deverão sobrepor cada uma das figuras menores na maior e responder os questionamentos da atividade:

1. Quais das figuras A, B e C têm a mesma forma da figura X, ou seja, quais delas representam uma redução da figura X?

Logo depois os alunos serão instruídos a completarem uma tabela, relacionando os lados e os ângulos do polígono maior com os dos 3 polígonos menores:

2. Estabeleça a relação entre os lados de cada uma das figuras A, B, e C com os lados da figura X, completando a segunda coluna da tabela.
3. Estabeleça a relação entre os ângulos de cada uma das figuras A, B e C com os ângulos da figura X, completando a terceira coluna da tabela.

No item (4) os alunos serão orientados a analisar as respostas aos 3 itens na tabela e depois responder aos questionamentos: Você confirma o que respondeu no item 1? É capaz de estabelecer as condições para que dois quadriláteros sejam semelhantes?

Após os questionamentos e as conclusões dos alunos, será definido polígonos semelhantes: “Dois polígonos com o mesmo número de lados são semelhantes quando possuem os ângulos



Fonte: NASSER, TINOCO, 2004, p. 14.

internos respectivamente congruentes e os lados correspondentes proporcionais". (GIOVANNI JÚNIOR, CASTRUCCI, 2009, p. 222). Será destacado que a razão de proporcionalidade entre os lados correspondentes é chamada de razão de semelhança e pode ser um número ou seu inverso, isso depende da ordem que as figuras são consideradas. Será exemplificado com a razão dos quadriláteros trabalhados.

**3º momento:** Neste momento, os alunos receberão uma folha de papel milimetrado, régua, compasso e transferidor. Em seguida serão conduzidos a seguir algumas orientações:

1. Desenhe um polígono sobre um papel milimetrado, nomeando cada vértice.
2. Marque um ponto "O" fora do polígono e a partir dele, trace semirretas passando pelo vértice do polígono.
3. Em cada semirreta, marque outros pontos cuja distância ao ponto "O" seja o dobro da distância do vértice do polígono que está na semirreta ao ponto "O". Ligue esses "novos pontos".
4. Após a construção do outro polígono, os alunos serão questionados nos itens seguintes:
  - a) O que foi obtido a partir da ligação dos pontos?
  - b) Quais as relações entre os lados do polígono obtido e os lados do polígono original?
  - c) Meça os ângulos da nova figura e anote.
  - d) Você pode garantir que o polígono construído é uma ampliação do polígono original? Por quê?

A partir da resposta dos alunos, será definido a transformação de Homotetia, destacando o significado de Homotetia: *Homo* = mesma e *Tetia* = relacionado a posicionamento, assim para que duas figuras sejam homotéticas é necessário que uma seja a ampliação ou redução da outra e que elas estejam na mesma posição. Será explicado a razão  $k$  (Razão de Homotetia) e como se define se é uma redução, ampliação ou igualdade.

#### **AValiação:**

Será realizada ao longo da aula por meio da observação da mobilização dos conhecimentos feita pelos alunos nos momentos de discussão e construção das atividades propostas.

#### **REFERÊNCIAS:**

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. v. 5. São Paulo: PREM (Biblioteca PROEM), 2011.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**. 9º ano. ed. renov. São Paulo: FTD, 2009.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia. **Curso básico de geometria: enfoque didático**. 3 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM. Projeto Fundação, 2004.

## Atividade 1 do Plano de Aula 6

Nome da Escola: Escola Estadual de Ensino Fundamental XXXXXXXX

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Ano: 9º ano Turma: Única

Atividade 1 – Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

Meça os lados dos polígonos com uma régua e anote-os. Faça o mesmo, usando o transferidor, com os ângulos dos polígonos. Em seguida, recorte as figuras abaixo e, por sobreposição, compare-as para responder:

- Quais das figuras A, B e C têm a mesma forma da figura X, ou seja, quais delas representam uma redução da figura X?
- Estabeleça a relação entre os lados de cada uma das figuras A, B, e C com os lados da figura X, completando a segunda coluna da tabela.
- Estabeleça a relação entre os ângulos de cada uma das figuras A, B e C com os ângulos da figura X, completando a terceira coluna da tabela.

Polígono	Relação com os lados de X	Relação com os ângulos de X	O polígono é semelhante a X?
A			
B			
C			

- Analisando as respostas aos 3 itens acima na tabela, você:

- Confirma o que respondeu em (a)?

- É capaz de estabelecer as condições necessárias e suficientes para que dois quadriláteros sejam semelhantes? Justifique.

