



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA À DISTÂNCIA**

Ronoaldo de Araujo Lima

**UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE
EQUAÇÃO DO 2º GRAU**

Itaporanga, PB
2011

Ronoaldo de Araujo Lima

**UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE
EQUAÇÃO DO 2º GRAU**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Jamilson Ramos Campos

Itaporanga, PB
2011

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

L732u Lima, Ronaldo de Araujo.
Utilizando a história da matemática no ensino de equação do
2º grau / Ronaldo de Araujo Lima. -Itaporanga, 2011.
37f. : il. -

Monografia (Graduação) – UFPB/CCEN.

Orientador: Jamilson Ramos Campos.

Inclui referências.

1. Matemática - Ensino. 2. Métodos matemáticos. 3.
Equações matemáticas. I. Título.

BS/CCEN

CDU: 51:37(043.2)

UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática a Distância de Universidade Federal
da Paraíba como requisito parcial para obtenção
do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Jamilson Ramos Campos

Aprovada em: ____/____/____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Ms. Jamilson Ramos Campos (Orientador)

Profa. Ms. Severina Andréa Dantas de Farias

Profa. Dr. Valdenilza Ferreira da Silva

Dedico este trabalho aos meus pais Ronaldo de Araújo Lima e Paulina de Araújo Lima (in memoriam), aos meus irmãos e irmãs, à minha esposa Gracinete e à minha filha Sarah que são pessoas muito especiais na minha vida e que me deram força, coragem e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado toda a sabedoria e saúde. Aos meus pais Ronaldo e Paulina por ter me dado todo o apoio para que eu conseguisse alcançar todos os meus objetivos, e por terem contribuído com tanto amor para o meu crescimento pessoal e emocional. À minha esposa Gracinete e filha Sarah.

Agradeço também, a todos os professores em especial ao meu orientador Jamilson Ramos Campos por ter me ajudado de forma tão dedicada neste e em outros trabalhos.

Aos colegas e amigos de curso, José Pereira, Jailton, Vanessa, Jailma, Lindenberg, José de Caldas, Edson, Rita Selma, Raimunda, Valdirene, Francisco, Welliton, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados e por terem me proporcionado os melhores momentos dentro e fora da universidade.

Agradeço também a Coordenadora do Pólo Lourdes Pereira, por ter me ajudado sempre que a requisitei no que diz respeito a documentos e serviços do estabelecimento universitário.

E a todos, em geral, que me ajudaram direta ou indiretamente nessa longa e difícil caminhada na conclusão do curso.

“Os grandes acontecimentos ocorrem sem terem sido planejados. A sorte comete bons erros e desfaz os planos mais cuidadosos”.

“Um professor não educa indivíduos. Ele educa uma espécie”.

“Os mais ardorosos defensores da ciência, aqueles que não toleram a menor zombaria a respeito dela, são os que menos fizeram progressos científicos e, secretamente, estão cientes disso”.

Georg Lichtenberg.

RESUMO

Este trabalho tem como finalidade estabelecer uma breve abordagem histórica sobre equações do 2º grau para que os alunos possam entender o verdadeiro sentido da existência desse conteúdo nos dias atuais. Para embasar essa discussão, buscamos argumentos em autores como Boyer (2003), Fragoso (2000), e entre outros estudiosos que traçam opiniões a respeito do tema, além de documentos oficiais como os PCN (BRASIL, 1997; 1998). Ao descrever a pesquisa, de cunho bibliográfico, buscamos destacar a importância da história no ensino da Matemática, onde lembramos algumas civilizações e matemáticos contribuintes nas descobertas de fórmulas e métodos práticos resolutivos. Descrevemos e desenvolvemos o conteúdo com aplicação de fórmulas nas resoluções de questões dentro da álgebra e analisamos a linha cronológica dos fatos, identificando diversos homens ligados ao desenvolvimento da Matemática, que contribuíram na elaboração de uma forma prática para o desenvolvimento de tais equações. Babilônios, egípcios e gregos utilizavam técnicas capazes de resolver esse tipo de equação anos antes de Cristo. Ao final propomos uma sequência didática baseado nos estudos das Equações de 2º Grau que poderá ser utilizada no ambiente escolar pelos docentes nas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental, fornecendo aos profissionais subsídios para utilizarem a História da Matemática como metodologia de ensino nas escolas de nossa região.

Palavras chave: Equações do 2º Grau, História da Matemática, Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This work is intended to provide a brief historical approach on the second degree equations so that students can understand the real meaning of existence that content today. To support this discussion we seek arguments of authors such as Boyer (2003), Fragoso (2000), and among other scholars who issue opinions on the subject, as well as official documents such as the PCN (BRAZIL, 1997, 1998). In describing the research, bibliographical, we seek to highlight the importance of history in mathematics education, where we recall some civilizations and mathematicians who contributed to discoveries of practical problem-solving methods. We describe and develop the content with the application of formulas in the resolutions of issues in algebra and analyzed the timeline of events, we identified several men linked to the development of mathematics, who have contributed in developing a practical way to consolidate these equations. Babylonians, Egyptians and Greeks used techniques to solve this type of equation years before Christ. At the end, we propose a didactic sequence based on the study of second degree equations which can be used in the school environment by teachers in classes of 9th grade in elementary school, providing professional subsidies for use of the history of mathematics as a method of teaching in schools in our region.

Keywords: Equations of the 2nd Degree, History of Mathematics, Teaching of Mathematics.

SUMÁRIO

1. MEMORIAL ACADÊMICO	11
2. INTRODUÇÃO	13
2.1Objetivos	14
3. REFERENCIAL TEÓRICO	16
3.1A História no Ensino da Matemática	18
3.2 Uma Abordagem Histórica da Equação do 2º Grau	20
3.2.1 Egito	21
3.2.2 Mesopotâmia	22
3.2.3 Árabes	22
3.2.4 Grécia	23
3.2.5 Índia	24
3.2.6 China	26
4. METODOLOGIA	27
5. PROPOSTA DIDÁTICA	28
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
7. REFERÊNCIAS	36

1. MEMORIAL ACADÊMICO

Escrever pela primeira vez um memorial não é uma tarefa fácil, visto que tenho vários fatos e acontecimentos a relatar e que certamente não vou lembrá-los de todo. Dando início ao meu texto, sou o primeiro filho de uma geração de cinco na minha família e comecei a minha vida estudantil de forma natural, uma vez que as minhas tias são professoras e eu sempre estive em convívio com as mesmas.

Talvez seja essa a explicação para eu não ter cursado as séries de alfabetização, pois lembro apenas da minha primeira série, estudada na Escola Municipal Euclides da Cunha (1985-1986) em Itaporanga. Dessa escola fugi várias vezes para casa, pois fui uma criança muito tímida e não tinha muita afinidade com os meus coleguinhas. Só concluí a primeira série quando estudei com uma das minhas tias, e mesmo assim ela fez com que eu repetisse a série, pois explicou à minha mãe que eu não sabia ler e precisava aprender para dar sequência nas séries seguintes, e assim minha mãe fez. Já na segunda série fui transferido para outra escola municipal, desta vez para o Grupo Jacinta Chaves Paulo (1987-1988), onde repeti a série por conta que deixava de ir a escola porque ia muito para o sítio do meu tio. Quando pude vencer esta série fui novamente para outra escola, desta vez uma escola estadual, o Grupo Simeão Leal (1989), onde concluí a terceira série com grande esplendor obtendo o primeiro lugar da classe. Por esse motivo, a minha mãe juntamente com minha irmã fizeram um grande esforço para eu estudar no Colégio Diocesano Dom João da Mata (1990-1994) que é uma escola particular da minha cidade muito conceituada até hoje.

No ano de 1995 a 1997 fui estudar o ensino médio num colégio estadual também em Itaporanga cujo nome é Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Adalgisa Teódulo da Fonseca. Terminado o ensino médio fiquei sem opção de estudar, porque quando eu quis ir para outros horizontes estudantis, por exemplo, Campina Grande ou a capital João Pessoa, o meu pai me falou a seguinte frase: “ olha filho eu sei que você gosta muito de estudar, mas eu não posso te dar o estudo lá fora porque o que eu ganho dá apenas para sustentar a casa como você mesmo sabe.” Entristecido, passei a pensar na minha vida a partir dali. Vendo e acompanhado a vida profissional de minhas tias, pensei em fazer o magistério e me qualificar para ensinar nas séries iniciais do ensino fundamental, e assim o fiz. Entrei no magistério pela Escola Estadual de 1º e 2º Grau Francelino de Alencar Neves (1998-2000).

Na minha passagem pelo pedagógico e nas aulas de estágios deixei uma boa impressão para as diretoras dos grupos escolares pelos quais passei e também no colégio no qual concluí

a formação do magistério. A partir daí, passei a ajudar a minha tia Cleonice a lecionar no Sítio Pau Brasil, município de Itaporanga, no ano de 2000, ano em que também ganhei uma prestação de serviço para trabalhar lá com ela e a professora Maria Justino. Mas, no ano de 2003, fui transferido para lecionar na escola a qual estudei, a Escola Jacinta Chaves Paulo. Também no ano de 2003, dei início a minha caminhada de licenciatura plena em História nas Faculdades de Patos – FIP, e estando lá, as portas dos colégios começaram a se abrir para mim, pois quando já estava no quarto período comecei a lecionar a disciplina História no Colégio particular Monteiro Lobato (2005) e no Colégio Batista de Itaporanga (2006), ano de conclusão da minha licenciatura em História.

No ano de 2007 passei a lecionar a disciplina de Matemática também no colégio Monteiro Lobato, onde estou até hoje. No início do ano de 2008 entrei em um novo curso de licenciatura plena desta vez pela UFPB virtual, agora sim no curso que eu realmente sempre almejei que é Matemática, o qual estou terminando e que me levou a fazer este memorial que me emociona ao lembrar uma vida de muito esforço e dificuldades. Nunca esqueci de que todos esses anos de luta estudantil. Eu trabalhei na roça até o ano de 2000. Nesse meio tempo, não deixei de lutar por meus ideais de um dia sair daquela vida de muito pesar. Em 2009 fui convidado pela diretora do Colégio Diocesano Dom João da Mata para lecionar as disciplinas de História e Geografia nos 8º e 9º anos do ensino fundamental II e não pensei duas vezes deixei o Colégio Batista de Itaporanga e lá estou até hoje. Por estar em meio a educação, no final do ano passado (2010) fiz um processo seletivo para o projeto Pro jovem campo do governo estadual, fui selecionado e aguardo ser chamado para trabalhar por dois anos de contrato. Também fiz um concurso público para professor de ensino fundamental I na cidade de Pedra Branca que fica a uma distância de 14 Km de Itaporanga e também fui aprovado. Já fui chamado e vou assinar a portaria ainda este mês (setembro). Hoje já trabalho na área da Educação lecionando não só a disciplina de História como já fora mencionado anteriormente. Portanto, hoje eu vejo que estudar ainda é a melhor solução para se ter um futuro melhor, pois é como eu sempre falo aos meus alunos: o conhecimento é a única riqueza que ninguém pode roubar de vocês, e que é através dele que podemos mudar nossa realidade e buscar novos rumos na nossa vida profissional.

2.INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência fundamental para a sobrevivência da humanidade. Esta ciência é rodeada por uma atmosfera que a deixa como uma disciplina de difícil compreensão e a coloca num patamar de ser um assunto considerado pela maioria das pessoas complicado e difícil de aprender. O que é de fato necessário é compreender que, assim como outras disciplinas, ela deve sempre ser vista por toda a sociedade como um processo de habilidades e aprendizagem que pode contribuir para justificar especificidades inseridas em uma rede ampla de relações e, ao mesmo tempo, influenciar e influir nas relações que os sujeitos estabelecem com seu meio cultural.

A verdade é que estamos convencidos de que as práticas educativas diferem de escola para escola, mesmo quando se trata de um conteúdo tido como universal, como é a Matemática. Essas diferenças estão relacionadas ao modo como a sociedade está organizada e, também, à peculiaridades nas histórias de vida de professores e alunos. Quando define educação, Gallo (2008) afirma tratar-se de um processo de formação social do aluno de modo que este possa assumir, diante da sociedade, posturas de liberdade, respeito e responsabilidade tendo como base a reflexão sobre a própria produção do conhecimento. Aponta para a necessidade de que a escola, quando envolvida com a formação social do aluno, garanta a identificação do caráter político e social desse processo de construir conhecimento, ensinar e aprender.

No âmbito da escola, muitas vezes a matemática é apresentada aos alunos sem qualquer referência à sua história, enfatizando-se procedimentos e técnicas, em detrimento da reflexão acerca das ideias matemáticas e da percepção de significados para os algoritmos, tornando-se uma atividade mecânica. A História é o registro da cultura, da tradição de aprendizagem que são encontrados nas práticas educativas (D'AMBRÓSIO, 1999). Partindo desse pensamento é impossível discutir a educação sem considerar e buscar os registros históricos e é por isso que não devemos deixar de lado a História da Álgebra, por exemplo, como parte da Matemática, mas sim devemos pensá-la como parte integrante do processo educativo.

É sempre bom que o aluno no decorrer de sua vida estudantil perceba o uso da Matemática nas diferentes situações, simples ou complexas a partir das quais possa construir e ampliar seus conhecimentos em um processo de permanente aprendizado. Para isso faz-se necessário que o discente busque subsídios no contexto histórico da matemática.

O estudo da equação do 2º grau constitui uma importante da Álgebra escolar, considerando que esta área da matemática é um campo no qual se podem observar situações contraditórias: os alunos são capazes de operar com símbolos matemáticos e, contudo, incapazes, às vezes, de fazer generalizações. Também percebemos dificuldades relativas à não compreensão das técnicas algébricas, aliadas ao não entendimento dos conceitos algébricos, e costumeiramente sempre perguntam o porquê de se estudar tal conteúdo. Essas questões podem ser originárias de metodologias que escondem a natureza da matemática e os processos de criação e generalização do conhecimento matemático. Portanto, foi pensando nesse pressuposto que procuramos encontrar respostas para tais indagações.

Diante dessa situação se faz necessário uma abordagem histórica a respeito dos métodos de resolução das equações do 2º grau para que tenhamos conhecimentos históricos do assunto abordado e com isso o professor incorpore novos componentes para fornecer novas metodologias a serem utilizadas em sala de aula. Em suma, este trabalho tem também a finalidade de estruturar algumas tendências, em destaque a utilização da História como um suporte no ensino da Matemática.

Assim gostaríamos de propor neste estudo uma proposta didática que poderá servir de referência para docentes e instituições de ensino no uso da História da Matemática como recurso metodológico para introdução ou continuidade do conteúdo de Equação do 2º Grau no 9º ano do Ensino Fundamental. Também pretendemos despertar a curiosidade no aluno, motivando-os e ao mesmo tempo, apresentando a origem de alguns elementos que mostram o contexto da matemática, descreve métodos antigos de resolução, valorizando a construção do conceito de Equações de 2º Grau.

Portanto, como resposta para estas indagações, discorreremos sobre como uma abordagem histórica pode contribuir e trazer esclarecimentos para estas questões.

2.1 OBJETIVOS

Objetivo Geral

Analisar alguns processos históricos para resolução de Equação do 2º Grau que podem ser utilizados como proposta didática no ambiente escolar.

Objetivos Específicos

- ❖ Apresentar uma abordagem histórica do conteúdo de equação do 2º grau;
- ❖ Apresentar algumas resoluções históricas das equações do 2º grau utilizando o método de completar quadrados e o método Árabe.
- ❖ Propor uma sequência didática para sala de aula, baseado no estudo teórico do conteúdo de equação do 2º Grau.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Na atualidade, com relação à Educação Matemática, temos observado várias investigações quanto às práticas pedagógicas que indicam a necessidade de superação da visão fragmentada que é discutida na Matemática nas instituições escolares. A grande dificuldade atual é como apresentar a matemática aos discentes de modo a despertar a sua significação para vida, no intuito de formarmos cidadãos atuantes em nossa sociedade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (BRASIL, 1997) indicam que:

A Matemática, surgida na Antiguidade por necessidades da vida cotidiana, converteu-se em um imenso sistema de variadas e extensas disciplinas. Como as demais ciências, reflete as leis sociais e serve de poderoso instrumento para o conhecimento do mundo e domínio da natureza. (BRASIL, 1997, p. 23)

A partir de aprimoramentos das metodologias de ensino, podemos propiciar uma formação mais ampla do aluno, observando-se os aspectos lógicos, históricos e culturais das produções matemáticas. Neste cenário surge a História da Matemática como pressuposto teórico e metodológico que pode ser utilizado na discussão de alguns conteúdos matemáticos, como é o caso do conteúdo de Equação do 2º Grau.

Deste modo, apresentaremos algumas discussões históricas desenvolvidas em algumas culturas, povos e tempos diferentes que demonstravam este conteúdo através de vários métodos resolutivos. É interessante que os docentes conheçam, discutam e reflitam sobre outras maneiras de se resolver conteúdos matemáticos proporcionando uma aprendizagem significativa que permita reflexões, análises, investigações e generalizações, de forma a desenvolver um indivíduo responsável, criativo e crítico, socialmente.

Partindo dessa ótica, é possível utilizarmos a Matemática produzida por outros povos e em outras épocas para produzir novas matemáticas, compará-las com o produto anterior e ampliar o arcabouço matemático já existente. Essa modalidade se traduz em armazenar, selecionar e dispor das informações matemáticas conforme as necessidades configuradas em vários contextos e épocas, o que decorre a produção sociocultural de cada sociedade.

Sabemos que o contexto histórico é algo a que devemos sempre recorrer numa tentativa de responder às perguntas acerca do processo de construção dos conhecimentos que conhecemos no presente. De acordo com Mendes (2009) a História é escrita constantemente

não apenas porque descobrimos fatos novos, mas também porque a nossa perspectiva sobre o que é um fato histórico muda, ou seja, sobre o que é importante do ponto de vista do processo histórico.

Como podemos perceber a História, então, passa a ter uma função primordial na construção da realidade matemática que nos cerca, tendo em vista que baseando nas informações fornecidas por ela poderemos traçar os nossos objetivos e uma rede de fatos cognitivos elaborados e praticados em diversos contextos socioculturais. As novas proposições para o ensino de Matemática, na última etapa da Educação Básica, indicam que o processo de aprender matemática deve ser feito de forma contextualizada e interdisciplinar integrada e relacionada a outros conhecimentos, trazendo em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras. Segundo os PCN+ (BRASIL, 2006),

As formas de organização das atividades de ensino devem contemplar adversidade, considerando as interações sociais como essenciais na construção coletiva. Dar atenção à diversidade significa vincular os conteúdos selecionados para estudo aos conhecimentos prévios dos alunos, respeitando, também, os seus centros de interesse e suas individualidades.[...] (BRASIL, 2006, p.91)

Nesse contexto, poderemos absorver elementos que caracterizam o conhecimento matemático, visto que as ações da humanidade sempre apresentam um agrupamento de ações e é através deste que podemos organizar a realidade matemática. Percebemos que os alunos sentem muitas dificuldades no ensino de matemática por que a maioria dos assuntos que eles estudam na escola é “totalmente” diferente do que vivenciam no cotidiano, não conseguindo criar uma relação de significados entre a escola e cotidiano. Se um assunto qualquer de matemática está presente no cotidiano, o aluno sente interesse e esboça toda sua capacidade mental voltada para aquele determinado assunto, porque sabe que aquilo terá uma finalidade e poderá ser usada mais tarde. De acordo com Castrucci, Giovanni e JR (1998, p. 3)

Pode parecer, a princípio, que alguns temas da matemática não têm aplicação imediata no mundo em que vivemos; isso pode gerar certo desapontamento. Na verdade, a aplicação da matemática no cotidiano ocorre como resultado do desenvolvimento e do aprofundamento de certos conceitos nela presentes. (CASTRUCCI, GIOVANI, JUNIOR, 1998, p.3)

O que podemos notar é que na maioria das vezes, os conteúdos aplicados na sala de aula não fazem relação como o cotidiano e que por normalidade os alunos questionam a

importância do mesmo nas suas vidas. Partindo desse pressuposto devemos sempre lembrar que o homem sempre buscou aprimorar seus instrumentos e melhorar sua vida com o esforço e tempo envolvendo-se com evolução da matemática, que lhe custou erros e tentativas até que um resultado fosse construído e hoje tenhamos determinadas fórmulas prontas para solucionar situações problemas. E essa capacidade de aprimorar os meios de sobrevivência o homem adquirida com experiências de seu meio social, e do que aprende em outras áreas, ou na própria Matemática, tem servido como âncora para que ela construa o conhecimento matemático. Mafra e Mendes (2002) enfatizam que a história é primordial nos processos cognitivos das crianças nos anos iniciais do ensino fundamental, pois é de suma importância para desenvolver o raciocínio a partir da resolução de problemas e da prática investigativa. Portanto, quando usamos problemas históricos para desenvolver conteúdos matemáticos estamos mexendo e motivando as reflexões e análise acerca dos pensamentos utilizados pelos estudiosos, ao longo da história e ao mesmo tempo motivando os alunos a uma ação cognitiva da busca de solução do problema proposto em sala.

O uso de contextos variados faz com que possamos aproximar o significado de um procedimento matemático normalmente já realizado pelo aluno. Desta forma, a contextualização serve de paralelo para que o aluno compreenda a Matemática. A articulação entre os campos da Matemática tem sido muito utilizada com este fim.

3.1 A História no Ensino da Matemática

O conhecimento da construção da Matemática como ciência tem sido elaborado ao longo dos tempos. Aspectos sociais, políticos, religiosos e da própria sobrevivência humana devem ser levados em consideração quando nos remetemos a História da Matemática. Usar fatos históricos como um recurso didático deve ser incorporado às práticas de ensino desta ciência no ambiente escolar.

Alguns estudos de Mendes (2009) indicaram que muitas das dificuldades em conteúdos matemáticos foram também dificuldades historicamente construídas no âmbito científico, constituindo-se obstáculos de cunho epistemológicos, didáticos e internos à própria ciência. A evolução do conhecimento tem revelado muitas semelhanças com as que são vividas pelos alunos na aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos. Um exemplo disso ocorreu com o conteúdo da Regra de Sinais dos Números Inteiros, que mesmo já sendo percebido por povos antes de Cristo, só teve seu reconhecimento científico em 1867, fim do século XVIII com a teoria dos Conjuntos demonstrada por Hermann Hankel (CYRINO; TRINDADE, 2009).

A História da Matemática também pode auxiliar os alunos a entenderem essa ciência e a responderem inúmeros *por quês* dos estudantes, ao contribuir, igualmente, para desmistificar a ideia de que a Matemática é uma ciência estanque, acabada e, acima de tudo, inatingível para a um aluno do Ensino Fundamental. Apresentar a Matemática construída por diferentes povos, em diferentes épocas, motiva os discentes a entenderem os conceitos, procedimentos e sistemas matemáticos.

Na realidade, não é comum encontrarmos a História dos conteúdos e da Matemática nos livros didáticos nos quais os professores e estudantes do Ensino Fundamental ou Médio do sistema educacional brasileiro, embora sejam notadas algumas vezes certas informações históricas que em sua maioria não servem para a aquisição e construção do conhecimento matemático pelo aprendiz. Podemos ver a História da Matemática como um bom argumento para responder vários questionamentos do cotidiano escolar com relação a conteúdos relacionados à álgebra, podendo assim os alunos relacionar o elemento histórico aos símbolos matemáticos pertinentes nas situações problema nas aulas de Matemática. Por meio do conhecimento histórico, Mendes (2009) enfatiza que:

[...] o aluno é capaz de pensar e compreender as leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram difíceis de descobrir em períodos anteriores ao que vivemos. Ele deve participar da construção do próprio conhecimento de forma mais ativa e crítica possível, relacionando cada saber construído com as necessidades históricas e sociais nele existentes. (MENDES, 2009, p.57)

É salutar discutir os métodos e as maneiras de como a História poderá ser usada como um referencial construtivo de noções matemáticas pelos alunos, durante as suas atividades escolares. É notável que as sociedades ao longo de gerações venham adquirindo mais e mais conhecimentos através de algumas dimensões características desse processo evolutivo. Essa habilidade de aquisição e transformação do saber-fazer vem quando:

O conhecimento implica fazer, da mesma forma que fazer significa conhecimento. [] Há uma circularidade cognitiva, sem lugar para um sujeito distante do objeto, mas o conhecimento se realiza enquanto história daquele que conhece. E essa história é tanto biológica quanto social (ABREU JÚNIOR, 1996, P. 90).

Tendo em vista esse pensamento é bem provável que a compreensão e a explicação do mundo venham da capacidade que o ser humano tem de assimilar as transformações nas quais está inserido. Talvez seja importante e necessário que as escolas iniciem desde já, mesmo

com certo atraso, o desenvolvimento de uma prática docente voltada para o uso de atividades matemáticas que tenham a essência de aspectos históricos de cada conteúdo que venha a ser mencionado em sala de aula. Para tanto, se faz necessário uma busca aproximada do aspecto sociocultural da Matemática, primordialmente com relação ao transdisciplinar entranhado por sua historicidade. Segundo Mendes (2009) é sempre importante, entretanto, que o professor dê importância e busque sempre interagir os conceitos históricos às suas necessidades, visando com este argumento nas aulas com a finalidade de salientar que a utilização desse processo didático pressupõe a valorização do saber e do fazer históricos na ação cognitiva dos estudantes. E que o estabelecimento de um diálogo entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da Matemática por meio da investigação histórica deve ser priorizado nas atividades de ensino-aprendizagem, tendo em vista que o mesmo constitui a base para o uso da história em sala de aula.

O ensino-aprendizagem da Matemática encontra muitos obstáculos no cotidiano visto que, o desinteresse por parte dos alunos com relação ao modo como a Matemática é passada em sala de aula não satisfaz a vontade da maioria que está envolvida no processo. Outro ponto que sempre é pertinente é a não resposta dos porquês matemáticos que estão ligados aos tópicos abordados em sala, pois a maioria das justificativas apresentadas não conseguem perceber nenhuma relação com o cotidiano e não são convencidos para que tais conteúdos vão servir de útil na vida profissional ou pessoal. Portanto, junto a esse obstáculo de conceitos não formulados ou mal interpretados, se faz necessário o uso da História para a solução dos porquês dos alunos no cotidiano escolar.

3.2 Uma Abordagem Histórica da Equação do 2º Grau

A Matemática foi construída ao longo da história como instrumento para resolver problemas e, simultaneamente, foi sendo organizada em um corpo de saberes estruturado com apoio no método lógico-dedutivo. Por isso, é preciso assegurar que os conceitos e procedimentos matemáticos estudados na escola estejam em sintonia com o conhecimento aceito como válido pela Matemática. Pois a Matemática pode ser entendida como uma fonte de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais. Esses modelos são elaborações abstratas que se constituem em instrumentos para a compreensão desses fenômenos e para a resolução de questões surgidas quando os estudamos. Um dos grandes méritos dos modelos matemáticos é o de poderem ser aplicados a muitas situações aparentemente diferentes, mas

que são estudadas com base em um mesmo modelo. Hoje o que podemos verificar no ensino aprendizagem é uma metodologia tradicional e nesse caso, a ênfase está na aprendizagem por aplicação do conhecimento transmitido, em que se busca dirigir o aluno bem rapidamente a uma conclusão. A Matemática aí é vista como uma ciência estanque, acabada, sendo que no processo aprendizagem do aluno é, muitas vezes, levado a acreditar que não é capaz de construir um raciocínio matemático sem repetir procedimentos convencionais. Também pode pensar que só é válido o tipo de Matemática que se encontra no livro, ou que é exposto pelo professor e isso termina por tolher a sua coragem de pensar livremente.

Diante desse contexto é importante que se instrua os alunos a realizar atividades complementares de maneira que possam explorar as ideias matemáticas antes de ter os procedimentos convencionais e os conceitos matemáticos formalizados. Vale ressaltar que essas atividades precisam ser valorizadas, permitindo que os alunos, ao resolvê-las, cheguem às ideias matemáticas, desenvolvam estratégias próprias e participem da construção do seu próprio conhecimento, pois é diante de atividades como estas citadas que os alunos muitas das vezes questionam o porquê de se estudar determinado conteúdo e sua curiosidade nunca é satisfeita. Daí a necessidade, neste trabalho de conclusão de curso, em perseguir o desenrolar da resolução da equação do 2º grau, em um contexto histórico.

3.2.1 Egito

Os problemas egípcios eram descritos de modo aritmético. Normalmente não eram relacionados a objetos concretos, específicos, como pães e cerveja, nem exigiam operações entre números conhecidos. Para tal situação pedem o que equivale à solução de equações lineares, da forma $x + ax = b$ ou $ax + bx = c$, onde as letras a , b e c são conhecida se x é desconhecido e é chamado de “aha”. O que se sabe é que as situações problemas criadas pelos egípcios eram de evidência para jovens estudantes, embora em sua maioria estas situações problemas fossem de natureza prática, uma vez que as atividades agrícolas exigiam boas técnicas e cálculos matemáticos.

No contexto histórico pouco se sabe sobre a afinidade dos egípcios para com as equações do 2º, embora se tenha um breve conhecimento de que eles resolviam a equação escrita $x^2 + y^2 = k$, k um número positivo, pelo método da falsa posição, e esta não era desenvolvida com os métodos que conhecemos hoje, pois resolviam no nível de equação do 1º grau (pelo método da falsa posição).

3.2.2 Mesopotâmia

A resolução babilônica de uma equação quadrática da forma $ax^2 + bx = c$ à forma normal $y^2 + by = ac$ pela substituição $y = ax$ mostra o grau extraordinário de flexibilidade da álgebra mesopotâmica. Também já manipulavam bem equações, pois usavam as palavras como incógnitas, num sentido abstrato.

Os povos da Mesopotâmia conheciam bem o processo de fatoração. A solução de equações quadráticas e também cúbicas na Mesopotâmia é um fato notável, admirável, não tanto pelo alto nível de habilidade técnica quanto pela maturidade e flexibilidade dos conceitos algébricos envolvidos. Portanto, os estudos da álgebra babilônica atingiram um tal nível de abstração em que as equações $ax^4 + bx^2 = c$ e $ax^8 + bx^4 = c$ já eram reconhecidas como sendo apenas equações quadráticas disfarçadas, isto é, quadráticas em x^2 e x^4 . Seus cálculos eram realizados como uma receita matemática, isto é, as raízes das suas equações eram sempre valores positivos. Uma coisa é certa: os conhecimentos babilônicos foram influenciados bem de perto pelos egípcios. Segundo Fragoso (2000, p. 20-21) os mesopotâmicos enunciavam a equação e sua resolução em palavras, mais ou menos do seguinte modo:

Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870?(o que hoje se escreve: $x^2 - x = 870$). E a “receita” era: Tome a medida de 1 (coeficiente de x) e multiplique por ela mesma, ($0,5 \times 0,5 = 0,25$). Some o resultado a 870 (termo independente). (obtem-se um quadrado ($870,25 = 29,5^2$) cujo lado somado à metade de 1 vai dar (30) o lado do quadrado procurado.

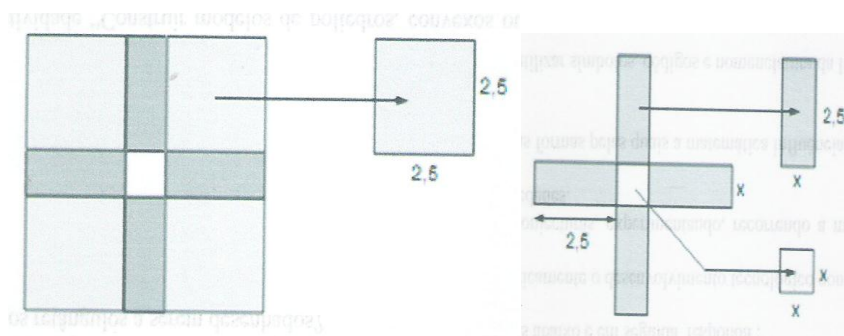
3.2.3 Árabes

Os árabes não se interessavam de forma intelectual para criação novos métodos, mas se tornaram verdadeiros reprodutores do conhecimento grego. A *Casa da Sabedoria* como era conhecido o local onde os sábios árabes se reuniam para discutirem todo o conhecimento existente na época contribuiu muito para o desenvolvimento da matemática. Nomes como os de Harum al-Rachid, al Mansur e al-Mamum foram grandes matemáticos árabes de sua época. Segundo Fragoso (2000, p.22-23) a cidade de Alexandria foi cenário dos grandes matemáticos como Al-Khowarizmi, conhecido como o pai da álgebra e cujo nome tornou-se familiar na Europa Ocidental.

Al-Khowarizmi apresentou no século IX a resolução de equação do 2º grau, usando elementos da geometria conhecido como método de completar quadrados. Neste método

também eram consideradas apenas as raízes positivas. Vejamos um exemplo do método apresentado nos estudos de Mendes (2009, p. 22):

Traçam-se primeiramente um quadrado de lado x e quatro retângulos de lados $2,5$ e x unidades. Em seguida, acrescentam-se quatro quadrados de lado $2,5$ unidade, obtendo-se dessa forma um quadrado de lado $(2,5 + 2,5 + x)$. Se esse quadrado tem área de 64 unidades quadradas ache o valor de x e uma possível equação para essa representação:



Assim chegávamos a equação $x^2 + 10x = 39$ cuja solução de sua incógnita x seria 3 .

3.2.4 Grécia

O pensamento eurocêntrico desprezava os conhecimentos fora da Europa, isto é, desconheciam a origem das equações no Egito e na Mesopotâmia, e davam credibilidade aos feitos e assimilação aos gregos, que se interessaram pelas técnicas e reconheceram a utilidade da Geometria.

Costumamos usar a frase “matemática grega” como se indicasse um corpo de doutrina homogênea sofisticada do tipo Arquimedes – Apolônio. Na verdade, esta frase era muito usada na ciência grega, mas não tinha uma uniformidade, pois uma vez por outra se encontrava no pensamento pré-helênico. De acordo com Fragoso (2000, p. 23), o matemático grego Diofante de Alexandria foi considerado o pai da álgebra, embora tal designação não deve ser tomada literalmente. Dele veio à obra *Arithmetica*, que se tratava de treze livros e destes só os seis primeiros foram preservados. A diferença principal entre a sincopação de Diofante e a notação algébrica moderna está na falta de símbolos que especifique as operações e relações, assim como a de notação exponencial.

Nos problemas Diofantinos verificou-se o uso de generalizações de métodos, embora nem sempre se buscava todas as soluções possíveis. Nas situações problema este matemático

usava vários números desconhecidos e, quando possível, em termos de um apenas. Vejamos uma demonstração do método de Diofante apresentada por Fragoso (2000, p.24):

Vamos chamar dois números tais que sua soma seja 20 e a soma dos quadrados 208. De início os números são designados por x e y , mas como $10 + x$ e $10 - x$ (em termos de nossa notação). Assim temos: $(10 + x)^2 + (10 - x)^2 = 208$, logo $x = 2$; portanto, os números procurados são 8 e 12. Diofante buscou novos conhecimentos como, por exemplo: ele buscou retratar o problema análogo em que a soma dos dois números e a soma dos cubos são dadas como sendo 10 e 370.

3.2.5 Índia

A Índia assim como as demais civilizações da antiguidade sempre buscou amenizar os seus problemas do cotidiano através das soluções encontradas na Matemática. Para isso, produziu muita ciência em boa parte da Idade Média. Um dos seus ilustres matemáticos foi o Bhaskara, que desenvolveu um método de resolução de equação de 2º grau apresentando solução para problemas financeiros e comerciais. Assim foi desenvolvido o método que é usado até os dias de hoje.

Outro hindu que também contribuiu com a Álgebra foi Brahmagupta. Este matemático desenvolveu o método para equações quadráticas, considerando duas raízes pertencentes aos Números Inteiros. Certamente este matemático foi um dos primeiros a usar os números negativos e o zero dentro de uma aritmética sistematizada.

Os gregos dominavam os teoremas geométricos como, por exemplo, $(a - b)(c - b) = ac + bd - bc$, mas os hindus foram os responsáveis pelas convenções das regras numéricas sobre os números negativos e positivos.

Em uma obra, Brahmagupta apresenta uma discussão sobre o zero, afirmando que $0 \div 0 = 0$, e no tocante a questão de $a \div 0$ para $a \neq 0$ ele não se comprometeu. Os povos hindus, diferentemente dos gregos, consideraram as raízes irracionais dos resultados como números. E isso foi de suma importância para o desenvolvimento da Álgebra. A contribuição hindu nesse caso foi de pura inocência lógica mais do que de uma visão matemática, como também se verifica essa ocorrência em outras descobertas matemáticas.

Podemos identificar também nos resultados exatos e inexatos das soluções dos hindus a ausência de distinção cuidadosa o que era natural que os mesmos não levassem a sério a diferença entre grandezas comensuráveis e incommensuráveis. Estes não sentiam dificuldades de aceitar números irracionais, e as demais gerações que se seguiram também aceitaram sem

análise crítica, sendo que quando foi no século dezenove estabeleceram o sistema dos números reais sobre base sólida. Segundo Boyer (2003):

A matemática indiana era, como dissemos, uma mistura de bom e ruim. Mas parte do bom era magnificamente bom, e aqui Brahmagupta merece grande louvor. A álgebra hindu é especialmente notável em seu desenvolvimento da análise indeterminada, à qual Brahmagupta fez várias contribuições. Por exemplo em sua obra achamos uma regra para a formação de tríadas pitagóricas expressas na forma $m, 1/2 (m^2/n - n), 1/2 (m^2/n + n)$; mas isso é apenas uma forma modificada da antiga regra babilônica, que ele pode ter conhecido. A fórmula de Brahmagupta para a área do quadrilátero, mencionada acima, foi usada por ele em conjunção com as fórmulas

$\sqrt{\frac{(ab + cd)(ac + bd)}{ad + bc}}$ e $\sqrt{\frac{(ac + bd)(ad + bc)}{ab + cd}}$ para as diagonais, para achar quadrados cujos lados, diagonais, e áreas sejam todos racionais, entre esses estava o quadrilátero de lados $a = 52, b = 25, c = 39, d = 60$, e diagonais 63 e 56. Brahmagupta deu a área “bruta” como sendo $1933 \frac{3}{4}$, apesar de sua fórmula fornecer a área exata, 1764, nesse caso. (BOYER, 2003, p.125).

Um exemplo de problema financeiro apresentado e resolvido por Bhaskara no século XII segue:

Um capital de 100 foi emprestado a uma certa taxa de juro ao ano. Após 1 ano, o capital foi retirado e o juro obtido foi aplicado durante mais 1 ano. Se o juro total foi de 75, qual foi a taxa ao ano:

Sendo essa taxa $x\%$, tem-se que o juro no 1º ano será de x e no 2º ano será de $x \cdot x/100 = 75$ ou $x^2 + 100x - 7500 = 0$

E a solução era enunciada também em palavras, o que seria, na linguagem atual, algo como:

Eleve a metade do capital (coeficiente de x) ao quadrado, acrescente o resultado ao produto dos juros totais (termo independente) pelo capital, extraia a raiz quadrada e diminua a metade do capital, o que leva à solução procurada.

$$(x = \sqrt{50^2 + 75 \cdot 100} - 50 = 50). \text{ (FRAGOSO, 2000, p.21-22)}$$

Foi o matemático hindu Bhaskara que chamou à Álgebra a arte dos raciocínios perfeitos. Ele caracterizou-se por ser um dos últimos grandes pensadores hindus até aos tempos modernos, pois até os nossos dias usamos a fórmula $ax^2 + bx = c$ que este assim resumiu. Esta era multiplicada ambos os seus lados por $(4a)$, chegando-se a: $4a^2 x^2 + 4abx = 4ac$. Uma vez alcançado este resultado, eram somados em ambos os lados a quantia de (b^2) , obtendo-se $4a^2 x^2 + 4abx + b^2 = b^2 + 4ac$. Reduzia-se ao quadrado $(2ax + b)^2 = b^2 + 4ac$ e extraia-se a raiz quadrada, chegando a $2ax + b = \sqrt{b^2 + 4ac}$ Assim chegávamos

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3.2.6 China

A civilização chinesa, historicamente, é uma das mais antigas. Alguns estudos desta civilização comprovam a relação da geometria com exercícios de aritmética ou álgebra. Na obra *Precioso espelho* do chinês, Chu Shih-chieh, (1303) verificamos um método para resolução da equação do 2º grau. Este método baseava-se em aproximações sucessivas, que de forma retórica, alcançava uma única raiz positiva.

Vejamos um exemplo, segundo Fragoso (2000, p. 23).

Seja a equação $x^2 - 252x - 5292 = 0$. Inicialmente partia de uma solução aproximada entre 19 e 20 (por excesso ou por falta), no nosso caso escolhemos por falta $x = 19$. Em seguida, transformava $y = x - 19$, para obter a equação $y^2 + 290y = 143$. Identificando y^2 com y , obtinha-se uma solução aproximada para essa equação: $y = 19 + 143/291 = 19,49$.

A ideia era repetir o processo a partir desse novo resultado até chegar a um número que não mais se modificasse. No caso, fazendo $z = x - 19,49$ obtinha-se a equação em: $z^2 + 290,98z = 0,66$ e daí chegávamos ao valor encontrado no passo anterior a raiz são 19,49226.

Este método muitas vezes deixa os estudantes confusos na hora de resolver equações de 2º Grau. Pois a técnica de aproximação sucessiva só é utilizada em nível de 3º Grau, nas ciências exatas sendo discutidas apenas no ambiente universitário.

4. METODOLOGIA

A pesquisa científica é a realização de um estudo planejado e metódico de abordagem a partir de um problema de investigação. Sua finalidade é descobrir respostas para questões mediante a aplicação do método científico.

Com este objetivo nos propomos a realizar uma pesquisa de cunho qualitativo que segundo Gil (1994) caracteriza-se por explicar em profundidade o significado e as características do resultado do estudo em questão.

Quanto ao tipo de pesquisa segundo seus objetivos caracterizamos como sendo um estudo bibliográfico com intuito de analisar documentos de domínio científico como livros, enciclopédia, periódicos, ensaios críticos, dicionários e artigos. (GIL, 1994). A nossa consulta incluiu artigos, periódicos, revistas, livros e, principalmente, o material disponibilizado na internet devido ao fácil acesso a publicações de órgãos envolvidos com o sistema educacional brasileiro.

Deste modo elegemos o município de Itaporanga, Paraíba para realizarmos esta investigação considerando os seus aspectos educacionais e profissionais dos alunos e professores, respectivamente. Tendo em vista que existem poucos estudos em nosso município com relação à Álgebra e menos ainda quanto ao uso da História da Matemática como metodologia de ensino.

Sabemos que existem vários estudos nesta área a nível nacional aplicados para facilitar o entendimento da álgebra, principalmente para alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Achamos conveniente que o professor mostre e justifique para os alunos do Ensino Fundamental, o surgimento da fórmula e outros enfoques sobre a resolução de equações de 2º grau.

Muitas vezes os alunos ficam esperando por estes esclarecimentos, mas as aulas se sucedem e suas curiosidades nem sempre são satisfeitas. Segundo Silva (2001), não devemos ignorar as contribuições dadas por homens e mulheres à Matemática, ao longo da história nem tão pouco suas dificuldades. Dessa forma, levando em conta esse fato, o ensino da matemática poderá acontecer de maneira mais eficiente e prazerosa para o aluno. Ao recorrermos à história, somos capazes de entender melhor as dificuldades vividas pelo aluno diante de cada novo conceito, com a vantagem de que, em se tratando de Matemática, o novo sempre vem esclarecer, completar ou transformar conhecimentos antigos, o que estabelece um elo entre o presente e o passado; elo este que não pode ser composto apenas por um mundo de números, figuras e símbolos, mas também por homens que constroem essa ciência exata e fascinante.

Por isso fomos levados a construir esse estudo, com a finalidade de despertar novos rumos para o conteúdo Equações do 2º grau e para tentar justificar o porquê desse estudo em nosso cotidiano.

5. PROPOSTA DIDÁTICA

Hoje observamos muitos livros didáticos falando sobre a História da Matemática quase sempre no início de alguns capítulos ou textos introdutórios. Nos currículos de cursos de formação de professores, quer seja inicial ou continuado, também temos percebido um movimento mais intenso neste sentido. Infelizmente, a utilização da História da Matemática como recurso didático ainda é pouco significativo em nossas instituições escolares o que indica que necessitamos de mais pesquisa, mais discussão para incentivar o uso desta metodologia como possibilidade de construção de uma aprendizagem significativa, mais próxima da realidade de nossos discentes.

Em nossa região constatamos diariamente que o ensino da Matemática ainda permanece centrado na mecanização e na memorização de fórmulas, bem como na utilização de modelos tipo “receita de bolo” para resolver problemas muitas vezes descontextualizados da realidade do aluno.

Segundo Mendes (2009) existe muita resistência por parte dos docentes em aplicar a História da Matemática como recurso metodológico. Por exemplo temos docentes que não fazem o uso da história contextualiza nos livros pois preferem ir direto a fórmula já pronta deixando assim a aula mecanizada, outro não usam o contexto histórico por achar que vão perder tempo com a leitura e discussão. Dentre eles estão: o despreparo dos professores essa discussão em sua formação; a falta de tempo para elaborar, testar e avaliar atividades que utilizem a história da matemática para construção de conceitos; a ineficácia dos dados históricos inserido em livros didáticos que muitas vezes só apresentam datas e nomes, sem qualquer indicação ao professor como a história poderia ser utilizada no ambiente escolar; a grande quantidade de dados históricos incorretos presentes nos livros didáticos, internet; o uso da história como apenas ilustração de conteúdos; a inexistência de propostas didáticas usando a história da matemática como recurso pedagógico para ensino de conteúdos desta ciência. O autor alerta para que a História, dessa forma, não se torne um obstáculo para a compreensão da Matemática.

A História da Matemática na sala de aula pode possibilitar a correta visão de como se deu a construção da matemática, muitas vezes mostrada ao aluno de forma linear quando

apresentamos inicialmente o conjunto dos Números Naturais, depois os Números Inteiros, em seguida os Números Racionais e assim por diante. O fato de que muitas vezes construímos uma visão distorcida da antiguidade pode impossibilitar uma contextualização eficaz da Matemática.

Por outro lado, percebemos que existem argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática em sala de aula como elemento motivador dos alunos; possibilidade de percebermos a matemática como uma construção humana; Os professores podem identificar algumas dificuldades de cunho didático ou epistemológico que surgem em sala de aula hoje e que apareceram no passado; comparar suas estratégias com aquelas originais, levando, inclusive os alunos a perceber as vantagens nos símbolos e processos Matemáticos dos dias de hoje.

Outro argumento de se utilizar a história em sala de aula, é o de que esta é vista como instrumento de compreensão, significação e resolução de problemas, uma vez que pode promover a busca de elementos esclarecedores das teorias e conceitos matemáticos a serem estudados.

A ideia de Rêgo (2009) sobre o uso da história da matemática em sala de aula, é a de que o aspecto histórico aliado à atividade de ensino e a aprendizagem reforçam um caráter construtivo e favorável à compreensão dos conteúdos matemáticos, fazendo com que os alunos entendam o caráter investigativo, a construção, a organização e os procedimentos ao longo do seu percurso histórico. Partindo deste entendimento nos propomos a elaborar, baseado nos estudos que fizemos uma proposta didática que poderá ser utilizada em sala de aula.

Título: A FÓRMULA DE BHASKARA E OS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU.

Objetivos:

- Motivar historicamente o ensino de equações do 2º grau.
- Refletir sobre as propriedades algébricas e compreender o método de Bhaskara (fatoração) de resolver equação do 2º grau.
- Realizar construções algébricas para a formalização do conceito de reflexão de equações do 2º grau.

Conteúdo: O método hindu (Bhaskara) e a dedução da fórmula de Bhaskara

Ano: a partir do 9º ano do Ensino Fundamental

Tempo estimado: 04 aulas

Material necessário: lápis, caneta, borracha, lousa, pincel, apagador e folha.

Flexibilidade: Para trabalhar com alunos com dificuldades de entendimento da resolução das equações do 2º grau. Esta atividade pode ser trabalhada em grupos.

Desenvolvimento:

Fazer uma passagem histórica seguida de uma sequência de resolução das equações do 2º grau, conforme abordamos no referencial teórico quando dissertamos sobre as civilizações, seus modos de construções algébricas, tempos e necessidades.

1ª Etapa:

A Matemática na História

Na Índia antiga, havia um passatempo extremamente curioso entre os matemáticos, que era a resolução de quebra-cabeças. As soluções apareciam em meio a competições públicas, em que os competidores hindus “bolavam” problemas matemáticos para que outros os resolvessem. Muitos desses problemas atravessavam gerações sem que soluções fossem encontradas. Existia, além disso, uma preocupação em apresentá-los numa linguagem às vezes poética. Versos e problemas matemáticos jorravam nesses concursos populares. Eis um exemplo:

Alegravam-se os macacos
Divididos em dois bandos:
Sua oitava parte ao quadrado
No bosque brincava.

Com alegres gritos, doze
Gritando no campo estão.
Sabes quantos macacos há
Na manada no total?

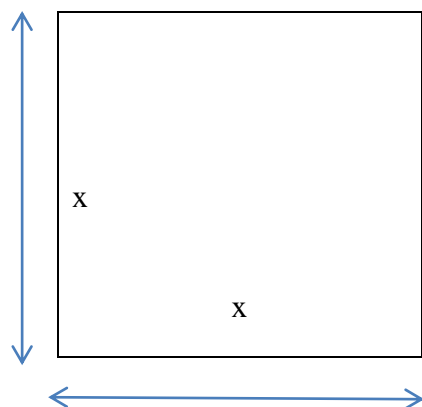
A resolução desse problema hindu recai sobre uma equação do 2º grau numa incógnita. Muito tempo se passou para que os matemáticos descobrissem uma fórmula para a resolução de equações do 2º grau. Bhaskara Akaria, matemático hindu nascido em 1114, ficou famoso pela descoberta de uma fórmula que resolvia uma equação do 2º grau.

Discutir coletivamente o significado dos conceitos que envolvem a Equação 2º Grau. Para isso usar a parte histórica da evolução das equações, principalmente o método mais conhecido por eles. Ressaltado a facilidade do mesmo na resolução dessas equações chegando a demonstração da fórmula de Bhaskara bem como de fatoração e o mental-soma e produto das raízes. Iniciar a aula com um contexto histórico das contribuições hindus para a Matemática, usamos o hindu Bhaskara que é considerado o mais importante matemático de

sua época. Ele explorou numerosos problemas sobre os tópicos favoritos dos hindus-medidas, radicais triângulos, retângulos e equações do 1º e 2º grau. A ideia de Bhaskara é bastante simples: isolar o quadrado perfeito. Vejamos na próxima etapa.

2ª Etapa:

Como sabemos as ideias de equações comeram a surgir diante das situações problemas do cotidiano e assim como a álgebra a geometria também faz parte da História da Matemática, e para isso os matemáticos da antiguidade usam apenas números positivo e não negativos e nem nulos, sendo assim, qual seria a medida de um quadrado que tem o perímetro numericamente igual à área?



- Área: x^2
- Perímetro: $4x$

Posicionando a sentença temos:

$$x^2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{4 + 4}{2} = 4 \text{ ou}$$

$$x_2 = \frac{4 - 4}{2} = 0$$

Como $x \neq 0$ (medida de lado), a solução é $x = 4$.

Aplicar o exemplo abaixo de forma que os alunos tenham já um conhecimento prévio.

Logo temos: $x^2 - 6x - 16 = 0$

RESOLUÇÃO: $X^2 - 6X = 16$

Para fazer aparecer um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da equação, vamos somar 9 aos dois membros. $x^2 - 6x + 9 = 16 + 9 \rightarrow (x - 3)^2 = 25$. Note que precisamos um quadrado perfeito em ambos lados, então como já temos o número dezesseis no segundo membro da equação, logo devemos somar o número nove para este se torne outro quadrado perfeito, chegando assim a ser vinte cinco. Em seguida resolvemos o quadrado perfeito do primeiro membro e aplicaremos à operação inversa a potenciação que é a radiciação para solucionar a equação em destaque.

Agora ficou fácil:

$$x - 3 = \pm\sqrt{25}$$

$$x - 3 = 5 \rightarrow x = 8$$

$$x - 3 = -5 \rightarrow x = -2$$

Resposta.: $s = \{-2; 8\}$

Para finalizar devemos explicar aos alunos que a solução das equações do 2º grau apresentada está no conjunto dos números reais. Mas na antiguidade os matemáticos só usavam os números positivos que serviam para representar medidas geométricas.

3ª Etapa: Dedução da fórmula de Bhaskara:

Consideremos a equação $ax^2 + bx + c = 0$ sendo esta considerada completa com coeficientes a, b e c., pois podemos obter também equações do 2º grau incompletas do tipo: $ax^2 + bx = 0$;

$ax^2 + c = 0$ e $ax^2 = 0$. Assim podemos notar que nas equações do 2º grau pode faltar o coeficiente b e o c, mas jamais faltará o coeficiente a. Pois na equação do 2º grau $a \neq 0$.

Explicar todo o procedimento utilizado por Bhaskara:

- Vamos multiplicar todos os termos da equação por (4 a).

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

- Vamos transportar o termo independente, 4ac, para o 2º membro.

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

- Vamos adicionar b^2 a ambos os membros

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

$$(2ax)^2 + 2.(2ax.b) + b^2 = b^2 - 4ac$$

Resulta: $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

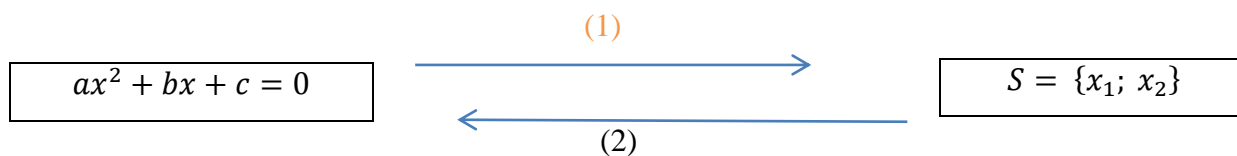
Chamamos $b^2 - 4ac = \Delta$ (discriminante) – que é o radicando da fórmula de Bhaskara, que é representado pela letra grega delta. E vale ressaltar que quando $\Delta > 0$ (teremos duas raízes reais e distintas); quando $\Delta = 0$ (teremos as duas raízes reais e iguais) e quando $\Delta < 0$ (não teremos nenhuma raiz real).

$$2ax + b = \pm \sqrt{\Delta} \rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diante desta demonstração realizada com os devidos esclarecimentos do docente, com certeza fica mais fácil a compreensão por parte do aluno, pois eles irão entender de onde origina a fórmula que muitas vezes é apresentada pronta e acabada. Conhecendo-se a história das Equações de 2º Grau e Bhaskara, e vendo o processo descrito por ele, os alunos poderão ser motivados a estudar matemática com maior prazer, despertando a curiosidade por este conteúdo em particular.

4ª Etapa: Resolvendo Equações de Forma Mental

Nesta etapa podemos mostrar ao aluno que é possível estabelecer relações entre as raízes de uma equação do 2º grau e seus coeficientes numéricos. Como consequência, podem-se obter a soma e o produto das raízes sem determiná-las. No diagrama abaixo, a seta 1 indica que, a partir da equação do 2º grau, utilizando-se a fórmula de Bhaskara, obtêm-se as raízes da equação:



A seta 2 indica que, conhecendo-se as raízes de uma equação do 2º grau, pode ser obtida uma equação que as admite. Isso vai ser possível pelo teorema da decomposição, assunto que podemos abordar em outra proposta didática.

Para implementar uma discussão sobre as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau os estudantes poderão desenvolver o seguinte cálculo mental:

Forma SP da equação do 2º grau

Sendo x_1 e x_2 raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ com $\Delta \geq 0$, temos:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Note que:

- A soma S dessas raízes é:

$$s = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

- O produto P dessas raízes é:

$$p = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Observando que a partir desses resultados, podemos resolver a equação do 2º grau, mostrando a propriedade citada.

Por exemplo: Ache, mentalmente, as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ dividindo por **a** temos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \text{ assim } x^2 - sx + p = 0$$

Outro exemplo, agora utilizando números: Ache, mentalmente, as raízes da equação $x^2 - 6x + 8 = 0$

Temos que a soma das raízes é 6 e o produto é 8. Para isto se faz necessário buscarmos realizar várias tentativas, e para isso devemos escolher números que multiplicados sejam igual a oito e que estes mesmos números somados sejam igual a seis. Assim sendo temos:

1ª tentativa (1) . (8) = 8 mas (1 + 8) = 9

2ª tentativa (-1) . (-8) = 8 porém -1 - 8 = -9

3ª tentativa (2) . (4) = 8 como 2 + 4 = 6, acabamos de descobrir as raízes da equação acima.

Vale lembrar aos alunos de que se as raízes não forem oriundas de números inteiros, é praticamente impossível descobri-las por tentativa.

Avaliação da Proposta Didática:

A avaliação da proposta didática poderá ser feita pedindo que os alunos elaborem pequenos textos descrevendo a história das Equações do 2º Grau. O professor também pode propor que os alunos verbalizem os fatos que mais gostaram, que menos gostaram, que se posicionassem no lugar dos matemáticos antigos propondo outras situações interessantes, dentre outras atividades que poderão ser exploradas a partir dos estudos históricos. A reflexão sobre o estudado e o discutido é a primeira proposta avaliativa. Podemos avaliar também os alunos em formação de grupos, seus procedimentos e suas atitudes diante do conteúdo exposto.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos que hoje nas escolas, o ensino da Matemática está voltado para regras, isto é, os assuntos abordados pela disciplina em sala de aula são desenvolvidos em sua maioria de forma mecânica. Muitos dos conteúdos matemáticos que os alunos “aprendem” se apresentam em ordem, mas o aprendizado não ocorre organizadamente, o educando nem sempre entende tudo sincronizado. Às vezes ele vai em frente depois retorna para retirar dúvidas que ficaram no passado.

Através deste trabalho, enriquecemos em muito nossos conhecimentos sobre o conteúdo equação do 2º grau e tivemos oportunidade de conhecer sua história, contada de diferentes maneiras, o seu desenvolvimento e métodos de resolução por diferentes matemáticos. Observamos que é possível buscar na História da Matemática, um suporte para estudar matemática e, em particular, a equação quadrática, focalizando o aspecto geométrico e algébrico, analisando a evolução histórica e a contribuição de cada povo em diferentes épocas.

Ao sair do método tradicional, abrimos novos caminhos buscando alcançar os objetivos para a melhorar as condições de ensino. Daí conclui-se que: ensinar não é só expor conteúdos, e sim procurar a melhor maneira de fazer o aluno absorver o conteúdo de maneira satisfatória, gostando daquilo que faz, não como obrigação, mas com o prazer de adquirir os conhecimentos que amanhã lhe ajudem a ser um profissional competente.

Portanto, almejamos desmistificar os conteúdos algébricos relativos às Equações do 2º Grau, desenvolvendo assim a perspicácia e o conhecimento do aluno sobre várias vertentes de nosso tema e desejando que, em futuros trabalhos, possamos ampliar esse saber matemático para que nós mesmos e outros pesquisadores também possam se beneficiar desse conhecimento.

7. REFERÊNCIAS

- ABREU JUNIOR, L. *Conhecimento transdisciplinar: o cenário epistemológico da complexidade*. Piracicaba: UNIMEP, 1996.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria do Ensino Fundamental *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1º e 2º ciclos (1º a 4º séries)*- Brasília: MEC/SEF, 1997.
- _____, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria do Ensino Fundamental *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 3º e 4º ciclos (5º a 8º séries)*- Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. Ministério da Educação e Cultura (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEF, 2006.
- CYRINO, M.C.C.; PASQUENI, R.C.G. *Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de matemática*. In: MENDES, I.A.; CHAQUIAM, M. Coleção história da matemática para professores, nº.14. Belém: SBHMT, 2009.
- D'AMBROSIO, U. *A História da Matemática— Questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V. (org.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999, p.97-115.
- FRAGOSO, W. C.. *Uma Abordagem Histórica da Equação do 2º Grau*. RPM. n. 43. p. 20 a 25. 2000.
- GALLO, S. *Transversalidade e educação: pensando uma educação não-disciplinar*. In: ALVES, N. & GARCIA, R.L. (Org.). *O sentido da escola*. Petrópolis: DP, 2008.
- GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.
- GIOVANNI, J.R., CASTRUCCI, B., Jr, J. R. G.. *A conquista da matemática*. 8ª.série. São Paulo: FTD, 1998
- MAFRA, José Ricardo e Souza. MENDES, Iran Abreu. *História no Ensino da Matemática Escolar: o que pensam os professores*. In: CUNHA, Emmanuel Ribeiro. SÁ, Pedro Franco de (Orgs). **Ensino e formação docente: propostas, reflexões e práticas**. Belém: [s.n.], 2002. 150p.
- MENDES, I. A. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2009.

REGO, R. G. Tópicos Especiais em Matemática III. In: Licenciatura em Matemática a Distância./ Ângelo Maria Dias Fernandes...[et al]. _ João Pessoa: Editora Universitária UFPB, 2009.

SILVA, C.M.S. *Conhecendo e usando da história da matemática*. Revista da Associação de Professores de Matemática. Nº.61. Jan/Fev./2001.