



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**



MATHEUS CUNHA DE ALMEIDA

**ANÁLISE MULTIVARIADA DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS BASEADA EM
CARACTERÍSTICAS DA QUALIDADE COM DISTINTOS GRAUS DE
IMPORTÂNCIA**

JOÃO PESSOA

2023

MATHEUS CUNHA DE ALMEIDA

**ANÁLISE MULTIVARIADA DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS BASEADA EM
CARACTERÍSTICAS DA QUALIDADE COM DISTINTOS GRAUS DE
IMPORTÂNCIA**

Monografia apresentada como trabalho de conclusão do curso de graduação em Engenharia de Produção, Departamento de Engenharia de Produção, Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Santana Peruchi

JOÃO PESSOA

2023

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A447a Almeida, Matheus Cunha de.

ANÁLISE MULTIVARIADA DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS
BASEADA EM CARACTERÍSTICAS DA QUALIDADE COM DISTINTOS
GRAUS DE IMPORTÂNCIA / Matheus Cunha de Almeida. - João
Pessoa, 2023.

62 f. : il.

Orientação: Rogério Santana Peruchi.
TCC (Graduação) - UFPB/Tecnologia.

1. Índices de Capabilidade de Processos
Multivariados. 2. Análise de Componentes Principais. 3.
Componentes Principais Ponderados. 4. Média Aritmética
Ponderada com Priorização. I. Peruchi, Rogério Santana.
II. Título.

UFPB/CT/BSCT

CDU 658.5(043.2)



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): Matheus Cunha de Almeida

Título do trabalho: ANÁLISE MULTIVARIADA DE CAPABILIDADE DE PROCESSOS
BASEADA EM CARACTERÍSTICAS DA QUALIDADE COM DISTINTOS GRAUS DE
IMPORTÂNCIA

Trabalho de Conclusão do Curso defendido e aprovado em 15/06/2023 pela banca examinadora:

Orientador(a) - Rogério Santana Peruchi

Examinador(a) interno - Paulo Rotella Junior

Examinador(a) externo - Arthur Leandro Guerra Pires

Examinador(a) externo - Emerson Ribeiro Machado

AGRADECIMENTOS

Expresso minha gratidão a Deus, ao Eterno e ao meu anjo da guarda por terem me permitido chegar a este momento com cuidado, amor e proteção. Quero agradecer especialmente à minha avó Aparecida e ao meu avô Carlos por toda a base, suporte e amor que me deram. Também gostaria de agradecer à minha mãe Danielle por sempre me incentivar durante minha formação.

Sou grato à minha família, incluindo minha irmã Mychaellen, minha tia Alecsandra e meus primos Pedro e Caleb. Agradeço às pessoas que conheci durante o curso de Engenharia de Produção e que me ajudaram a tornar este momento especial. Agradeço em particular a Isabelle Barbosa e Rebecca Rebouças por compartilharem momentos incríveis comigo durante este ciclo.

Agradeço aos meus melhores amigos de vida, Alane, Tiago, Amanda, Samuel e Marismar, Luis, Maiko pelo apoio, amor e momentos felizes. Também agradeço a todos os meus amigos que estão sempre comigo, seja aqui ou do outro lado do mundo. Quero agradecer ao meu orientador Rogério Peruchi por acreditar em mim e me ajudar neste estudo desafiador.

Sou grato pelo trabalho que realizamos na iniciação científica e nas publicações que desenvolvemos juntos. Além disso, sou grato por ter um exemplo inspirador de profissional do ensino e da pesquisa. Um agradecimento especial a todos os professores do DEP que contribuíram para meu crescimento pessoal e intelectual, em especial à professora Maria Silene.

RESUMO

A análise de capacidade é uma ferramenta essencial para avaliar o desempenho de um processo, verificando se ele atende às exigências dos clientes. Quando se trata de um processo de fabricação com múltiplas variáveis correlacionadas, é necessário utilizar métodos multivariados para análise das características de qualidade. Diferentes propostas de índices de capacidade de processos multivariado (ICPM) têm sido discutidas na literatura, com base em abordagens distintas, como a proporção de itens não conformes ou a análise de componentes principais (ACP). Nesse contexto, foi proposto um novo método para análise de capacidade com múltiplas respostas de distintos graus de importância, denominado Média Aritmética Ponderada com Priorização (MAPP). Os resultados mostraram que o MAPP é mais robusto do que os métodos, (Média Aritmética Simples) MAS e (Média Geométrica Simples) MGS, embora os métodos (Média Geométrica Ponderada) MGP e (Média Aritmética Ponderada) MAP também tenham apresentado bom comportamento perante os critérios de aceitação. O método proposto foi aplicado em dois casos para avaliar a sua eficácia. O primeiro caso envolveu a aplicação do método em dados coletados a partir de um processo de torneamento do aço ABNT 52100. O segundo caso envolveu a utilização de dados simulados. Quando um peso maior é atribuído a apenas uma variável original, o ICPM tende a ser similar ao valor univariado da variável original de maior peso. Quando são atribuídos pesos iguais a duas variáveis originais, o ICPM é um valor entre os ICP das variáveis originais de maior peso. Além disso, foi observado que o desempenho do ICPM melhora com o aumento da correlação. Em resumo, o MAPP se mostrou uma ferramenta útil e eficiente para análise de capacidade em sistemas com múltiplas respostas correlacionadas de distintos graus de importância.

Palavras-chave: Índices de Capacidade de Processos Multivariados (ICPMs). Análise de Componentes Principais (PCA). Componentes Principais Ponderados (WPC). Média Aritmética Ponderada com Priorização (MAPP).

ABSTRACT

Capability analysis is an essential tool for evaluating the performance of a process, ensuring it meets customer requirements. When dealing with a manufacturing process involving multiple correlated variables, it is necessary to employ multivariate methods for analyzing quality characteristics. Various proposals for multivariate process capability indices (MPCIs) have been discussed in the literature, based on distinct approaches such as the proportion of nonconforming items or principal component analysis (PCA). In this context, a new method for capability analysis with multiple responses of varying degrees of importance, called Weighted Arithmetic Mean with Prioritization (WAMP), has been proposed. The results showed that WAMP is more robust than the methods Simple Arithmetic Mean (SAM) and Simple Geometric Mean (SGM), although the methods Weighted Geometric Mean (WGM) and Weighted Arithmetic Mean (WAM) also exhibited good behavior according to acceptance criteria. The proposed method was applied in two cases to assess its effectiveness. The first case involved applying the method to data collected from a turning process of ABNT 52100 steel. The second case involved using simulated data. When assigning a higher weight to a single original variable, the MPCIs tend to be similar to the univariate value of the most heavily weighted variable. When equal weights are assigned to two original variables, the MPCIs fall between the MPCs of the most heavily weighted variables. Additionally, it was observed that the performance of the MPCIs improves with increased correlation. In summary, WAMP proved to be a useful and efficient tool for capability analysis in systems with multiple correlated responses of varying degrees of importance.

Keywords: Multivariate Process Capability Indices (MPCIs). Principal Component Analysis (PCA). Weighted Principal Components (WPC). Weighted Arithmetic Mean with Prioritization (WAMP).

LISTA DE FIGURAS

Figuta 4.1 – Caso No.1: Desempenho entre métodos	29
Figura 4.2 – Caso No.1: Aderência dos métodos entre cenários.....	34
Figura 4.3 - Caso No2: Análise gráfica de desempenho	40
Figuta 4.4 – Caso No.2: Aderência dos métodos entre cenários.....	48

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 3.1 - Classificação dos índices de capacidade multivariados	24
Tabela 4.1 – Caso nº 1: Pesos atribuídos por cenários.....	26
Tabela 4.2 – Caso No.1: Estrutura de correlação entre características	27
Tabela 4.3 – PCA para Ω_{Ra} , Ω_{Ry} , Ω_{Rz} , Ω_{Rq} e Ω_{Rt}	27
Tabela 4.4 – Caso No.1: limites das especificações.....	28
Tabela 4.5 -Caso No.1: Limites superiores em termos de PC.....	28
Tabela 4.6- Caso No.1: Intervalo de aceitação para cenário 1	29
Tabela 4.7- Caso No.1: Limites de especificação superiores padronizadas com pesos.....	30
Tabela 4.8- Caso No.1: Limites superiores para Componentes Principais	31
Tabela 4.9- Caso No.1: Limite especificação superior para Ω_{PC}	31
Tabela 4.10- Caso No.1: Comparação entre os Ω_{PC} dos cenários.....	32
Tabela 4.11- Caso No.1: Comparação entre os Níveis sigma dos cenários	33
Tabela 4.12- Caso No.1: Intervalos de confiança entre cenários	33
Tabela 4.13 – Caso nº2: Pesos atribuídos por cenários	36
Tabela 4.14 – Caso No.2: classificação de correlação entre dados.....	36
Tabela 4.15 – Caso No.2: Estrutura de correlação entre características	37
Tabela 4.16 – PCA para Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 , Y_5	38
Tabela 4.17 – Caso No.2: limites das especificações.....	38
Tabela 4.18 -Caso No.2: Limites superiores em termos de PC.....	39
Tabela 4.19- Caso No.2: Intervalo de confiança para cenário 1	39
Tabela 4.20- Caso No.2: Limites de especificação superiores padronizadas com pesos.....	40
Tabela 4.21- Caso No.2: Limites superiores para Componentes Principais	42
Tabela 4.22- Caso No.2: Limite especificação superior para Ω_{PC}	43
Tabela 4.23- Caso No.2: Comparação entre os Ω_{PC} dos cenários.....	43
Tabela 4.24- Caso No.2: Comparação entre os Níveis sigma dos cenários	45
Tabela 4.25- Caso No.2: Intervalos de confiança entre cenários	46

Tabela 4.26 - Visão geral da aderência do método Cpk multivariado	50
Tabela 4.27 - Visão geral da aderência do Nível sigma multivariado	52

LISTA DE SIGLAS

d	Metade da largura do intervalo de especificação
e	Autovetor
M	Média do intervalo de especificação
N	Tamanho da amostra
P	Pesos ou importâncias
q	Número de Ys (ou característica da qualidade)
s	Desvio-padrão amostral
S	Matriz de variância-covariância amostral
T	Alvo
x	Variável de controle
X	Matriz de variáveis de controle
Y	Variável resposta
Z	Variável resposta padronizada
μ	Média populacional
α	Nível de significância
β	Matriz variância-covariância populacional
λ	Autovalor
Σ	Matriz de autovetores
σ	Desvio-padrão populacional
Ω	Matriz das variáveis padronizadas e ponderadas
ABNT	Associação Brasileira de Normas técnicas
AIAG	<i>Automotive Industry Action Group</i>
ANOVA	Análise de Variância
C_p	Índice de capacidade de processo
C_{pk}	Índice de capacidade de processo
C_{pm}	Índice de capacidade de processo
C_{pmk}	Índice de capacidade de processo
CTQ	<i>Critical-To-Quality</i> (característica-crítica da qualidade)
DMAIC	Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar
DOE	<i>Design of Experiments</i> (Projetos de experimentos)
DPM	Defeito por milhão
ICP	Índice de Capacidade de Processo
ICPM	Índice de Capacidade de Processo Multivariado

LAI	Limite de Aceitação Inferior
LAS	Limite de Aceitação Superior
LIE	Limite Inferior de Especificação
LIIC	Limite Inferior do Intervalo de Confiança
LSE	Limite superior de especificação
LSE	<i>Upper Specification Limit</i> (limite superior de especificação)
LSE_{CP}	Limite superior de especificação com pesos e ponderados
LSE_p	Limite superior de especificação com pesos
LSIC	Limite Superior do Intervalo de Confiança
MAP	Média Aritmética Ponderada
MAPP	Média Aritmética Ponderada com Priorização(proposto)
MAS	Média Aritmética Simples
MC_p	Índice Multivariado de capacidade de processo (WANG e CHEN, 1998)
MGP	Média Geométrica Ponderada
MGS	Média Geométrica Simples
ndc	Número de categorias distintas
PC	<i>Principal Component</i> (componente principal)
PCA	<i>Principal Component Analysis</i> (Análise de componentes principais)
POBREP	<i>Processo-oriented Basis Representation</i> (representação com base orientada a processo)
R_a	Parâmetro de rugosidade: média aritmética
R_q	Parâmetro de rugosidade: raiz quadrada média
R_t	Parâmetro de rugosidade: pico a vale máximo
R_y	Parâmetro de rugosidade: máximo
R_z	Parâmetro de rugosidade: altura de 10 pontos
UCL	<i>Upper Control Limit</i> (limite superior de controle)
WMC_p	Índice multivariado e capacidade de processo (WANG,2005)
WMMSE	<i>Weighted Multivariate Mean Square Error</i>
WPC	<i>Weighted Principal Components</i> (componentes principais ponderados)
XMC_p	Índice Multivariado de capacidade de processo (PERAKIS e XEKALAKI, 2012)
Z_{bench}	Nível Sigma

SUMÁRIO

1. Introdução.....	12
2. Fundamentação teórica.....	15
2.1. Análise de capacidade univariada.....	15
2.2. Análise de capacidade multivariada	17
3. Metodologia	21
3.1. Detalhamento do método proposto	21
3.2. Critérios de aceitação do desempenho dos métodos multivariados	24
4. Resultados e discussão	26
4.1. Caso 1: medições do processo de torneamento do aço ABNT 52100	26
4.1.1 Aplicação do método no primeiro cenário (maior peso em R_a).....	26
4.1.2 Análise dos demais cenários	30
4.2. Caso 2: Análises de dados simulados.....	35
4.2.1 Aplicação do método no primeiro cenário (maior peso em Y_1)	37
4.2.2 Análise dos demais cenários	40
4.3. Discussão.....	49
5. Conclusão.....	54
6. Considerações finais.....	55
REFERÊNCIAS	60

1. Introdução

Os avanços tecnológicos estão reduzindo consideravelmente os desafios da gestão do conhecimento em ambientes industriais. Conseqüentemente, dados relacionados a engenharia de qualidade se tornaram cada vez mais complexos exigindo métodos de monitoramento capazes de proporcionar a compreensão eficiente dos dados (PERES; FOGLIATTO, 2018). Como resultado, novas pesquisas relacionadas à otimização de processos estão sendo desenvolvidas, como ferramentas de mineração de dados, cadeia de Markov e análise de capacidade de processos baseadas em componentes principais (PERUCHI et al., 2018; VEIGA; MENDES; LOURENÇO, 2016).

Seis Sigma é uma metodologia sistematizada que não apenas melhora processos estrategicamente, mas também desenvolve novos produtos e serviços, com ferramentas estatísticas que permitem reduzir significativamente a taxa de defeitos. Como resultado, o Seis Sigma tem sido adotado como filosofia de melhoria contínua para a otimização da eficiência e satisfação do cliente, reduzindo custos e aumentando a qualidade (LINDERMAN et al., 2003; PERUCHI et al., 2020).

O DMAIC (Definir, Medir, Analisar, Melhorar e Controlar) é usado como método para reduzir a variação do processo e tem sido amplamente implementado como uma abordagem para a resolução de problemas relacionados à variação (CHAKRAVORTY, 2009; MCADAM; LAFFERTY, 2004). Esta metodologia tem sido utilizado para resolver problemas com várias características da qualidade em setores como o automotivo, fundição, vendas, extrusão, minério de ferro, placas, têxtil, serviços, educação e vestuário (AMITRANO et al., 2016; ATMACA; GIRENES, 2013; BILGEN; ŞEN, 2011; CARDIEL-ORTEGA; BAEZA-SERRATO; LIZARRAGA-MORALES, 2017; GARZA-REYES et al., 2016; GIJO; SCARIA, 2014; KETAN; NASSIR, 2016; KUMARAVADIVEL; NATARAJAN, 2013; LEE; WEI, 2010; PAIVA JUNIOR et al., 2021; SUNDER M; MAHALINGAM, 2018; SUNDER M; MAHALINGAM; KRISHNA M, 2019; WEI et al., 2010).

A necessidade de processos mais eficientes e precisos tem impulsionado a ampla utilização dos Índices de Capabilidade de Processo (ICPs) (GU et al., 2015). Produtos manufaturados frequentemente possuem diversas características críticas de qualidade que são importantes para o cliente. No entanto, poucas pesquisas foram conduzidas utilizando metodologias multivariadas de Análise de Capabilidade para resolver problemas relacionados

à fabricação. Portanto, para avaliar a capacidade de um processo com múltiplas características de qualidade, é crucial considerar a correlação entre essas características antecipadamente. ((BOX et al., 1973; EVANGELISTA et al., 2020; GOMES et al., 2013b; GU et al., 2015; KUMARAVADIVEL; NATARAJAN, 2013; LOPES et al., 2016; PALACÍ-LÓPEZ et al., 2020; TANCO et al., 2009).

Wang et al. (2006) propuseram uma abordagem de análise de capacidade que considera múltiplas características da qualidade correlacionadas e não correlacionadas. Para isso, eles utilizaram a média geométrica dos índices univariados para calcular o Índice de Capacidade Multivariado (ICPM). Posteriormente, Wang e Chen (2007) aplicaram a Análise de Componentes Principais (PCA) para desenvolver ICPMs baseados em dados multivariados de processo. Esses autores estimaram índices multivariados, tais como MC_p , MC_{pk} , MC_{pm} e MC_{pmk} . A necessidade de tais abordagens surge da importância de considerar a correlação entre as características da qualidade em processos industriais.

De acordo com Gu et al. (2015), a maioria dos métodos multivariados existentes é aplicável apenas a situações em que as características possuem limites de especificações bilaterais. Entretanto, em alguns processos, é possível que as características apresentem apenas um limite superior (LSE) ou um limite inferior (LIE). Tano et al. (2013) investigaram o desempenho de diferentes métodos multivariados e propuseram um novo modelo baseado no primeiro componente principal. Além disso, Wang (2005) propôs o uso da média geométrica ponderada para avaliar a capacidade de um processo produtivo de curto prazo (*short-run production*), em que os autovalores de cada componente principal são utilizados como pesos para obter o índice multivariado.

Ainda considerando a Análise de Componentes Principais, Perakis e Xekalaki (2012) propuseram novos índices de capacidade de processo, MCPL e PCPU, que levam em consideração a variância entre as componentes principais. Esses índices consideram pesos desiguais dos valores das componentes principais relacionados à variabilidade total, usando os autovalores como pesos. Vale ressaltar que essa abordagem é adequada tanto para especificações bilaterais quanto para especificações unilaterais, tornando-a mais flexível e ampliando seu uso em diversas aplicações.

Em um processo produtivo, é comum que diferentes características da qualidade tenham graus distintos de importância. Com o objetivo de levar em conta essa heterogeneidade, Gomes et al. (2013) combinaram metodologias como a Análise de Componentes Principais (PCA),

Projeto de Experimentos (DOE) e Metodologia da Superfície de Resposta (MSR) na modelagem e otimização de processos com múltiplas características correlacionadas. Nesse contexto, propuseram o método do Erro Quadrático Médio Multivariado (WMMSE), que pondera as variáveis originais levando em conta seus diferentes graus de importância e, em seguida, calcula os escores dos componentes principais. Dessa forma, o método considera a correlação entre as características e a heterogeneidade de sua importância, permitindo uma análise mais precisa e eficaz do processo produtivo.

Assim, o objetivo geral deste estudo consiste em propor índices multivariados de capacidade para processos que apresentem características da qualidade com diferentes graus de importância. Tal objetivo pode ser desdobrado nas seguintes especificidades:

- Analisar como diferentes correlações entre as variáveis originais podem afetar o índice multivariado de capacidade;
- Avaliar como diferentes níveis de índices univariados de capacidade podem influenciar a estimativa do índice de capacidade multivariado;
- Investigar como diferentes pesos atribuídos às variáveis originais podem afetar a estimativa do índice multivariado de capacidade;
- Comparar a proposta deste estudo com abordagens similares presentes na literatura.

Este estudo está estruturado de maneira a fornecer um desenvolvimento claro do tema. Após a introdução, o segundo capítulo aborda o desenvolvimento teórico, apresentando a análise de capacidade univariada e a análise multivariada baseada em ACP (Análise de Componentes Principais) e WPC (Análise de Componentes Principais Ponderada). No terceiro capítulo, o método multivariado proposto é explicado em detalhes, descrevendo suas etapas e procedimentos. Em seguida, no quarto capítulo, são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do método em um caso real, bem como em um caso simulado, acompanhados de discussões pertinentes. Por fim, o quinto capítulo apresenta as conclusões do estudo, resumindo os principais achados e oferecendo sugestões para pesquisas futuras na área.

2. Fundamentação teórica

2.1. Análise de capacidade univariada

Os índices de capacidade de processo (ICP) são medidas que buscam avaliar se os itens produzidos por um processo de manufatura estão em conformidade com os limites de especificação. Os ICPs relacionam a variabilidade de um processo estável com a permitida para este mesmo processo. Dentre os ICPs mais utilizados, destacam-se o Cp, Cpk e Cpm (MONTGOMERY; WILEY, 2005; PERAKIS; XEKALAKI, 2012; SCAGLIARINI, 2011).

A equação 2.1 define o índice de capacidade Cp, que estima a capacidade de um processo em produzir peças dentro dos limites de especificação LSE e LIE, utilizando o desvio-padrão do processo σ . Esse índice não é aplicável em processos unilaterais e não considera a média do processo. Já o índice de capacidade Cpk, definido pela equação 2.2, leva em consideração tanto a média quanto o desvio-padrão do processo, e pode ser utilizado em processos com apenas uma especificação. No entanto, esse índice não informa sobre a centralização do processo em relação ao alvo e pode apresentar o mesmo valor para diferentes combinações de média e desvio-padrão do processo.

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$Cpk = \min \left\{ \frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \right\} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma} \quad (2.2)$$

Os limites superiores (LSE) e inferior (LIE) de especificação, juntamente com a média do processo (μ) e o desvio-padrão do processo (σ), são parâmetros essenciais na análise de capacidade do processo. O parâmetro M é calculado pela equação $M = (LSE + LIE) / 2$ e representa a média simples do intervalo entre os limites de especificação. O parâmetro d é definido como $d = (LSE - LIE) / 2$ e corresponde à metade do módulo do intervalo entre o limite superior e inferior. Esse parâmetro é utilizado para avaliar a largura da faixa de especificação e é fundamental para determinar a tolerância do processo. Juntamente com a média do processo e o desvio-padrão, a tolerância é empregada no cálculo do índice Cpk, que é um indicador da capacidade do processo em produzir produtos dentro das especificações.

O índice Cpm é um indicador de desempenho que leva em conta a perda associada ao desvio do valor alvo. Sua definição é dada pela equação (2.3), a qual incorpora as propriedades necessárias para sua avaliação.

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.3)$$

Onde LSE e LIE são os limites superior e inferior de especificação, μ é a média do processo, σ é o desvio-padrão do processo. Além disso: $\sigma^2 + (\mu - T)^2$ é uma equação que define a precisão e exatidão do processo.

Além disso, o índice Defeitos por Milhão (DPM) é frequentemente utilizado para complementar a análise de capacidade, pois indica a probabilidade da quantidade de defeitos que haverá nas peças após a execução de processo um milhão de vezes. Para o cálculo desse indicador, a distribuição dos dados deve seguir uma distribuição normal. As equações (2.4) e (2.5) apresentam o cálculo para chegar a essa medida de probabilidade que pode ser feito independentemente da média e da variância do processo.

$$P\{X \leq a\} = P\left\{z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right\} \equiv \phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.4)$$

A equação (2.4) representa o cálculo da probabilidade de ocorrência de defeitos por milhão (DPM), sendo z a variável padronizada e ϕ a função de distribuição acumulada da distribuição normal padrão, $N(0,1)$. Para calcular as probabilidades, é necessário usar a propriedade da simetria.

$$P\{x \geq a\} = 1 - P\{x \leq a\} \quad (2.5)$$

O nível sigma Z_{bench} é um índice adicional utilizado para avaliar a capacidade do processo. De acordo com a AIAG (2005), esse indicador mede a extensão na qual o processo está centrado dentro do intervalo de três desvios padrão acima e abaixo da média. Em outras palavras, ele representa a quantidade de desvios padrão que cabem dentro da distribuição do

processo em análise. A equação (2.6) descreve como calcular o nível sigma quando a especificação é unilateral.

$$Z_{bench} = 3C_{pk} \quad (2.6)$$

2.2. Análise de capacidade multivariada

Sendo Y uma característica da qualidade univariada, com média μ e variância σ^2 . Considerando T como alvo, LIE como limite inferior e LSE como limite superior. Em um contexto multivariado, considera-se $\mathbf{Y}' = (Y_1, Y_2, \dots, Y_q)$ o vetor de q características da qualidade com vetor de média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz com variância-covariância $\boldsymbol{\Sigma}$. Os vetores relacionados ao vetor alvo, limite inferior e limite superior são $\mathbf{T}' = (T_1, T_2, \dots, T_q)$, $\mathbf{LIE}' = (LIE_1, LIE_2, \dots, LIE_q)$ e $\mathbf{LSE}' = (LSE_1, LSE_2, \dots, LSE_q)$.

Assim, na Eq. (2.7) é mostrada a decomposição espectral da matriz variância-covariância $\boldsymbol{\Sigma}$ proposto por Wang e Chen (1998). Tal métodos possibilitou utilização do PCA para alcançar os índices de capacidade multivariada.

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}' \quad (2.7)$$

Onde é matriz de autovetores de $\boldsymbol{\Sigma}$ com colunas, e consiste na matriz diagonal dos autovalores. Considerando que $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_q)$ é a matriz de autovetores da matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}$, com colunas denotadas por \mathbf{e}_i ($i = 1, 2, \dots, q$), e $\mathbf{D} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}' = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_q)$ é a matriz diagonal dos autovalores correspondentes. As equações (2.8)-(2.10) apresentam o procedimento para determinar os limites de especificação multivariados e o objetivo em termos das componentes principais.

Por meio da decomposição espectral da matriz de covariância, os autovetores representados por \mathbf{E} fornecem as direções principais da variabilidade dos dados, enquanto os autovalores $\lambda_1, \dots, \lambda_q$ medem a magnitude dessa variabilidade em cada direção. Utilizando os autovetores, é possível transformar as variáveis originais em um novo sistema de coordenadas definido pelas componentes principais.

A partir dessas componentes principais, é possível estabelecer os limites de especificação multivariados, que são definidos com base nos requisitos e tolerâncias estabelecidos para o processo. Esses limites delimitam a região aceitável para as observações multivariadas e permitem avaliar a conformidade do processo em relação a esses requisitos.

$$LIE_{PC_i} = \mathbf{e}'_i LIE \quad (2.8)$$

$$LSE_{PC_i} = \mathbf{e}'_i LSE \quad (2.9)$$

$$T_{PC_i} = \mathbf{e}'_i T. \quad (2.10)$$

Wang e Chen (1998) desenvolveram uma abordagem multivariada que considera os componentes principais (PCs) mais significativos, representados por k , e as variáveis originais, representadas por m . Com base nos índices de capacidade de processo (ICPs) univariados, os autores estabeleceram uma série de índices multivariados, incluindo ICPMs, MCp, MCpk, MCpm e MCpmk. A equação (2.11) descreve o MCp para o caso multivariado proposto por Wang e Chen (1998), representando uma medida de capacidade de processo multivariada.

$$MC_p = \left(\prod_{i=1}^k C_{p;PC_i} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.11)$$

Onde

$$C_{p;PC_i} = \frac{USL_{PC_i} - LSL_{PC_i}}{6\sigma_{PC_i}} \quad (2.12)$$

É o índice de desempenho do processo para a i -ésima componente principal, $\sigma_{PC_i} = \sqrt{\lambda_i}$ e k corresponde ao número de componentes principais. Dessa maneira, pode-se inferir MCpk, MCpm e MCpmk substituindo cada índice pelo seu respectivo, conforme a Eq. (2.12).

Wang (2005) propôs o uso da média geométrica ponderada, que leva em consideração as primeiras componentes principais mais importantes, a fim de superar a limitação dos métodos

anteriores que consideravam as ponderações das componentes principais iguais. Na equação (2.13), os pesos correspondem aos autovalores λ_i de cada componente principal. Essa definição é usada tanto para o WMC_{pk} quanto para o WMC_{pk} e WMC_{pmk} .

$$WMC_p = \left(\prod_{i=1}^k C_{p;PC_i}^{\lambda_i} \right)^{1/\sum_{i=1}^k \lambda_i} \quad (2.13)$$

Perakis e Xekalaki (2012) propuseram uma abordagem para reduzir a variância explicada pelos componentes principais. Essa redução é alcançada através da atribuição de pesos diferentes para cada índice univariado do componente principal mantido no processo, levando em consideração a proporção da variância explicada pelos respectivos valores. A Eq. (2.14) mostra o índice proposto, que também é utilizado para definir o XMC_{pk} , XMC_{pm} e XMC_{pmk} .

$$XMC_p = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i C_{p;PC_i}}{\sum_{i=1}^k \lambda_i} \quad (2.14)$$

Paralelamente ao método supracitado, é utilizado o método de análise de capacidade multivariado usando ponderação de componentes principais (WPC) por meio de seus respectivos autovalores. Tal método é utilizado para avaliar mais de uma componente principal, caso as características não possuam um considerável nível de correlação, conforme Eq. (2.15) (ALMEIDA et al., 2018; PERUCHI et al., 2013, 2016)

$$Corr_{Y_i Y_j} = \frac{Covar_{Y_i Y_j}}{\sqrt{\sigma_{Y_i}^2 \sigma_{Y_j}^2}} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, q \quad (2.15)$$

Considerando a matriz de dados padronizadas (Z), matrizes ponderadas (W) e os autovetores (e), os escores dos componentes principais são calculados pela Eq. (2.16).

$$WPC = \mathbf{W}'(\mathbf{e}'\mathbf{Z}) \quad (2.16)$$

As equações (2.17)-(2.19) permitem obter o valor alvo e os limites de especificações em termos de componentes principais ponderadas. Essas equações são utilizadas para determinar os valores desejados e os intervalos de tolerância para cada componente principal, levando em consideração a importância relativa desses componentes na análise multivariada.

$$LIE_{wpc} = \mathbf{W}'LIE_{pc} \quad (2.17)$$

$$LSE_{wpc} = \mathbf{W}'LSE_{pc} \quad (2.18)$$

$$T_{wpc} = \mathbf{W}'T_{pc}. \quad (2.19)$$

3. Metodologia

Este capítulo apresenta uma nova abordagem para a Análise de Capabilidade Multivariada que se destina a resolver problemas em que as características críticas da qualidade têm diferentes graus de importância. No Capítulo 4, a aplicação deste método será apresentada em detalhes e algumas metodologias de análise de capacidade serão avaliadas em relação à sua eficácia na estimativa dos Índices de Capacidade do Processo (ICPs), sendo o método proposto MAPP demonstrando uma melhor performance. No entanto, como discutido nas seções anteriores, ainda há limitações científicas a serem abordadas e oportunidades a serem exploradas, tais como:

1. Elaborar um estudo estruturado que integre técnicas de análise de capacidade para controle de processos mais complexos de manufatura;
2. Explorar análise de capacidade no contexto multivariado de situações que possuem diferentes níveis de prioridade e distintas estruturas de correlações entre as variáveis originais;
3. Analisar como a atribuição de diferentes pesos às variáveis originais pode afetar a estimativa do índice multivariado de capacidade;
4. Estimar ICPs (Índices de Capacidade de Processo) e nível sigma para processos multivariados com distintos graus de importância;
5. Especificar de forma sistemática a atribuição de priorização para as variáveis univariadas em um contexto multivariado;
6. Comparar esta proposta com abordagens similares na literatura.

Na seção 3.1 serão descritas as etapas para obter os índices multivariados de capacidade de processo com diferentes níveis de prioridade. Na seção 3.2, será apresentada a proposta dos critérios de aceitação para avaliar as estimativas multivariadas obtidas pelos métodos MAPP, MAS, MGS, MAP e MGP.

3.1. Detalhamento do método proposto

Este trabalho descreve um método de análise multivariada de capacidade que leva em consideração as características de qualidade com distintos graus de importância. Esse método utiliza a ponderação dos componentes principais (WPC) por meio de seus autovalores. As etapas metodológicas para alcançar essa proposta são listadas a seguir.

1. Avaliação da correlação entre as respostas:

Utilizar a equação (3.1) para calcular a correlação entre as variáveis de resposta (Y_i e Y_j) através da covariância entre elas.

$$Corr_{Y_i Y_j} = \frac{Covar_{Y_i Y_j}}{\sqrt{\sigma_{Y_i}^2 \sigma_{Y_j}^2}} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, q \quad (3.1)$$

2. Padronização das medições originais das características de qualidade:

Aplicar a equação (3.2) para padronizar as medições originais das características de qualidade (Y_j) utilizando a média (μ_{Y_j}) e o desvio padrão (σ_{Y_j}) das variáveis de resposta (GOMES et al., 2013^a).

$$\mathbf{Z}(Y_j) = \frac{(Y - \mu_{Y_j})}{(\sigma_{Y_j})} \quad (3.2)$$

3. Aplicação dos pesos sobre as variáveis originais padronizadas:

Utilizar a equação (3.3) para calcular as variáveis originais padronizadas e ponderadas (Ω_i) a partir das variáveis originais padronizadas (Z_i) e dos pesos (P_i).

$$\Omega = [P_1 \mathbf{Z}_1 \quad P_2 \mathbf{Z}_2 \quad \dots \quad P_q \mathbf{Z}_q] \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (3.3)$$

4. Cálculo dos escores dos componentes principais:

Utilizar a equação (3.4) para calcular os escores dos componentes principais (\mathbf{PC}_i) utilizando os autovetores (e_i) correspondentes a cada componente principal da matriz Ω e características de qualidade padronizadas e ponderadas usando a matriz de variância-covariância (Peruchi et al., 2018). Os escores dos componentes principais são calculados pela equação (3.5).

$$\mathbf{PC}_i = \mathbf{e}_i^T \boldsymbol{\Omega} = e_{1i} \boldsymbol{\Omega}_1 + e_{2i} \boldsymbol{\Omega}_2 + \dots + e_{qi} \boldsymbol{\Omega}_q \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (3.4)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{PC} = \mathbf{W}'(\mathbf{PC}) \quad (3.5)$$

5. Cálculo das especificações de engenharia do escore ponderado ($\boldsymbol{\Omega}_{PC}$):

Utilizar as equações (3.6)-(3.8) para calcular as especificações de engenharia do escore ponderado, incluindo o limite superior ($LSE_{\Omega_{PC}}$), limite inferior ($LIE_{\Omega_{PC}}$) e o alvo ($T_{\Omega_{PC}}$), considerando as especificações do componente principal (%CP) e os pesos ponderados (\mathbf{W}').

$$LIE_{\Omega_{PC}} = \mathbf{W}'LIE_{pc} (\%CP) \quad (3.6)$$

$$LSE_{\Omega_{PC}} = \mathbf{W}'LSE_{pc} (\%CP) \quad (3.7)$$

$$T_{\Omega_{PC}} = \mathbf{W}'T_{pc} (\%CP) \quad (3.8)$$

6. Cálculo dos índices de capacidade de processo multivariado:

Utilizar a equação (2.19) para calcular os índices de capacidade de processo multivariado com base nas especificações de engenharia do escore ponderado priorizado (Ω_{PC}) obtidas no passo anterior.

$$\Omega_{C_{pk}} = \min \left\{ \frac{LSE_{\Omega_{PC}} - \bar{Y}_{\Omega_{PC}}}{3\sigma_{\Omega_{PC}}}, \frac{\bar{Y}_{\Omega_{PC}} - LIE_{\Omega_{PC}}}{3\sigma_{\Omega_{PC}}} \right\} \quad (3.9)$$

O nível sigma (Σ_{level} ou Σ_{bench}) para processos multivariados pode ser calculado utilizando as seguintes equações:

$$\Sigma_{LIE} = \frac{\bar{Y}_{\Omega_{PC}} - LIE_{\Omega_{PC}}}{\hat{\sigma}_{\Omega_{PC}}} \quad (3.10)$$

$$\Sigma_{LSE} = \frac{LSE_{\Omega_{PC}} - \bar{Y}_{\Omega_{PC}}}{\hat{\sigma}_{\Omega_{PC}}} \quad (3.11)$$

$$\Sigma_{Level} = \Phi^{-1}(1 - P_1 - P_2) \quad (3.12)$$

$$\Omega_{sigma} = 3\Omega_{Cpk} \quad (3.13)$$

Nessas equações, $P_1 = Prob(Y < LSL_{\Omega_{PC}}) = 1 - \Phi(\Sigma_{LIE})$, $P_2 = Prob(X > USL_{\Omega_{PC}}) = 1 - \Phi(\Sigma_{LSE})$, $\Phi(X)$ representa a função de distribuição acumulada (cdf) de uma distribuição normal padronizada e $\Phi^{-1}(X)$ representa a função inversa da cdf de uma distribuição normal padronizada. Por fim, a classificação capacidade do processo pode ser definida como super excelente, excelente, satisfatória, capaz, inadequado e pobre (KAYA; KAHRAMAN, 2010; PERAKIS; XEKALAKI, 2012), conforme o Quadro 3.1.

Quadro 3.1 – Classificação dos índices de capacidade multivariados

Intervalo do Ω_{Cpk}	Intervalo do Ω_{sigma}	Classificação
$\Omega_{Cpk} \geq 2$	$\Omega_{sigma} \geq 6$	Super excelente
$1.67 \leq \Omega_{Cpk} < 2$	$5.01 \leq \Omega_{sigma} < 6$	Excelente
$1.33 \leq \Omega_{Cpk} < 1.67$	$3.99 \leq \Omega_{sigma} < 5.01$	Satisfatória
$1 \leq \Omega_{Cpk} < 1.33$	$3 \leq \Omega_{sigma} < 3.99$	Capaz
$0.67 \leq \Omega_{Cpk} < 1$	$2.01 \leq \Omega_{sigma} < 3$	Inadequado
$\Omega_{Cpk} < 0.67$	$\Omega_{sigma} < 2.01$	Pobre

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

3.2. Critérios de aceitação do desempenho dos métodos multivariados

Serão estabelecidos critérios para comparar e avaliar a adequação do desempenho dos métodos multivariados de capacidade. Para isso, é adotado o mesmo raciocínio utilizado por Peruchi et al. (2016), que empregaram critérios de aceitação para determinar a confiabilidade das estimativas multivariadas do método.

Com o objetivo de avaliar as estimativas, serão estabelecidos critérios específicos levando em consideração as particularidades dos cenários e pesos atribuídos às variáveis. Quando pesos iguais são atribuídos a todas as variáveis, espera-se que o índice multivariado fique entre o menor e o maior índice das características univariadas. Adicionalmente, quando

pesos maiores são atribuídos a duas variáveis, espera-se que o índice multivariado seja um valor situado entre os índices univariados das variáveis originais com maior peso. No entanto, quando apenas uma das variáveis originais possui um peso maior, adotamos o critério de que os resultados dos índices de capacidade multivariada devem se aproximar dos obtidos pelo método univariado. Nesse caso, para garantir que um índice represente adequadamente o desempenho ou a capacidade multivariada do processo, é essencial que sua estimativa esteja dentro dos limites do intervalo de confiança univariado (IC) calculado de acordo com as equações (3.14) e (3.15). Onde $Z_{\alpha/2}$ corresponde ao percentil superior da distribuição normal padronizada, com ν graus de liberdade, *Toler* é o multiplicador da tolerância sigma; e N é o número de observações (MONTGOMERY; WILEY, 2009).

$$LIIC_{Cpk} = \hat{Cpk} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{Toler}{2}\right)^2 N} + \frac{(\widehat{Cpk})^2}{2\nu}} \quad (3.14)$$

$$LSIC_{Cpk} = \hat{Cpk} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{Toler}{2}\right)^2 N} + \frac{(\widehat{Cpk})^2}{2\nu}} \quad (3.15)$$

Essa abordagem busca assegurar a confiabilidade e validade das estimativas multivariadas, proporcionando uma base sólida para a análise e comparação dos métodos multivariados de capacidade.

4. Resultados e discussão

Os resultados serão apresentados em dois casos: a primeira com dados coletados a partir do processo de torneamento do aço ABNT 52100 e a segunda com dados simulados, ambos seguindo a metodologia descrita na seção anterior. As seções 4.1 e 4.2 detalharão a aplicação do método nos respectivos casos.

4.1. Caso 1: medições do processo de torneamento do aço ABNT 52100

No estudo recente conduzido por Peruchi (2018), uma análise de capacidade multivariada do processo de torneamento do aço ABNT 52100 foi realizada, focalizando nos parâmetros de rugosidade da peça. Nesta seção, iremos discorrer sobre a aplicação do método Média Aritmética Ponderada com Priorização (MAPP), que consiste em um índice de capacidade multivariada (Ω_{Cpk} e Ω_{Sigma}), no primeiro cenário de análise. Neste cenário, foram atribuídos pesos de 92%, 2%, 2%, 2% e 2% aos cinco parâmetros de rugosidade: R_a (média aritmética), R_y (máximo), R_z (altura de 10 pontos), R_q (raiz quadrada média) e R_t (pico a vale máximo). A tabela 4.1 apresenta os pesos designados às características de qualidade R_a , R_y , R_z , R_q e R_t para cada cenário em questão.

Tabela 4.1 – Caso n° 1: Pesos atribuídos por cenários

Cenário	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	Cenário	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t
1 ^a	0.92	0.02	0.02	0.02	0.02	9 ^o	0.02	0.47	0.02	0.02	0.47
2 ^a	0.47	0.47	0.02	0.02	0.02	10 ^o	0.02	0.02	0.92	0.02	0.02
3 ^a	0.47	0.02	0.47	0.02	0.02	11 ^o	0.02	0.02	0.47	0.47	0.02
4 ^a	0.47	0.02	0.02	0.47	0.02	12 ^o	0.02	0.02	0.47	0.02	0.47
5 ^a	0.47	0.02	0.02	0.02	0.47	13 ^o	0.02	0.02	0.02	0.92	0.02
6 ^a	0.02	0.92	0.02	0.02	0.02	14 ^o	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47
7 ^o	0.02	0.47	0.47	0.02	0.02	15 ^o	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92
8 ^o	0.02	0.47	0.02	0.47	0.02	16 ^o	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

4.1.1 Aplicação do método no primeiro cenário (maior peso em R_a)

No **passo 1** avalia-se as correlações entre as Rugosidades, conforme Tabela 4.2. Na **etapa 2** foi utilizada a equação (3.2) para padronizar as variáveis R_a , R_y , R_z , R_q e R_t e convertê-

las em Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 e Z_5 . No **passo 3** as variáveis padronizadas (Z) são ponderadas com seus respectivos pesos, e, assim, transformando-as na matriz Ω .

Tabela 4.2 – Caso No.1: Estrutura de correlação entre características

	R_a	R_y	R_z	R_q
R_y	0,314 ^a 0,006 ^b			
R_z	0,682 0,000	0,675 0,000		
R_q	0,938 0,000	0,462 0,000	0,834 0,000	
R_t	0,312 0,006	0,876 0,000	0,682 0,000	0,477 0,000

^a Correlação de Pearson. ^b *P-value*

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

No **passo 4**, é realizada a Análise dos Componentes Principais (PCA) para o primeiro cenário. A Tabela 4.3 apresenta os resultados da aplicação da PCA, mostrando o autovetor identificado e os respectivos autovalores, proporção explicada e valor cumulativo alcançado a partir da matriz de covariância.

Tabela 4.3 – PCA para $\Omega_{Ra}, \Omega_{Ry}, \Omega_{Rz}, \Omega_{Rq}$ e Ω_{Rt}

	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅
Autovalor	0.847	0.001	0.000	0.000	0.000
Proporção	0.999	0.001	0.000	0.000	0.000
Acumulativo	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
Autovetores					
Ω_{Ra}	1.000	-0.018	-0.015	0.000	-0.013
Ω_{Ry}	0.007	0.632	-0.357	0.683	0.086
Ω_{Rz}	0.015	0.415	0.822	0.093	-0.378
Ω_{Rq}	0.020	0.159	0.351	-0.079	0.919
Ω_{Rt}	0.007	0.635	-0.270	-0.720	-0.069

Fonte: Elabora pelos autores (2023)

Na equação (4.1) está a criação do vetor das componentes principais ponderadas obtidas a partir das variáveis originais padronizadas e priorizadas do primeiro cenário.

$$\Omega_1 = 0,999PC_1 + 0,001PC_2 + 0PC_3 + 0PC_4 + 0PC_5 \quad (4.1)$$

Na **etapa 5** é calculado os limites de especificações para o Ω_{PC} . Primeiramente, padroniza-se os limites de especificação originais. Na tabela 4.4 é mostrado os limites superiores das variáveis originais e seus valores padronizados.

Tabela 4.4 – Caso No.1: limites das especificações

Especificações	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t
Originais	0.80	3.29	2.85	0.86	3.50
Padronizadas	2.64	0.77	1.3	1.7	0.91
Pesos	92%	2%	2%	2%	2%
Ponderadas	2.433	0.015	0.026	0.034	0.018

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Após a padronização, os pesos são aplicados para cada variável padronizada. Para o cenário 1, a Tabela 4.4 também mostra os valores dos limites para suas respectivas características. O vetor de limites superiores priorizados é multiplicado conforme a equação (3.4) para obter os limites superiores das componentes principais que estão exibidos no Tabela 4.5. Por fim, é multiplicada a matriz transposta dos autovalores pelos limites dos componentes principais, conforme a equação (3.6) Encontrando, assim, 2.43 como limite superior para Ω_{PC} .

Tabela 4.5 – Caso No.1: Limites superiores em termos de PC

Componente Principal	LSE
PC1	1,558
PC2	0,002
PC3	0,01
PC4	0,002
PC5	0,018

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Na **etapa 6** da metodologia proposta, foi realizado o cálculo dos índices de capacidade Cpk e nível sigma para a característica de qualidade Ω conforme as equações (3.9) e (3.13), respectivamente. Os resultados obtidos foram de 0,88 para Cpk e 2,99 para o nível sigma. Verificou-se que os índices multivariados foram semelhantes aos índices univariados obtidos para a medida de desempenho R_a . Isso era esperado, já que a análise multivariada atribuiu um peso de 92% para R_a , enfatizando sua importância. Consequentemente, a classificação multivariada tendeu a um resultado próximo da classificação univariada da variável original.

Para os cenários com maior peso atribuído a uma variável original, o critério de comparação entre os métodos foi o intervalo de aceitação das medições dessa variável,

conforme estabelecido pelas equações (3.14) e (3.15). Assim, foram estimados os índices de capacidade e nível sigma para outros métodos multivariados e os respectivos intervalos do Limite de Aceitação Inferior (LAI) e os Limites de Aceitação Superior (LAS) para cada cenário. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 4.6.

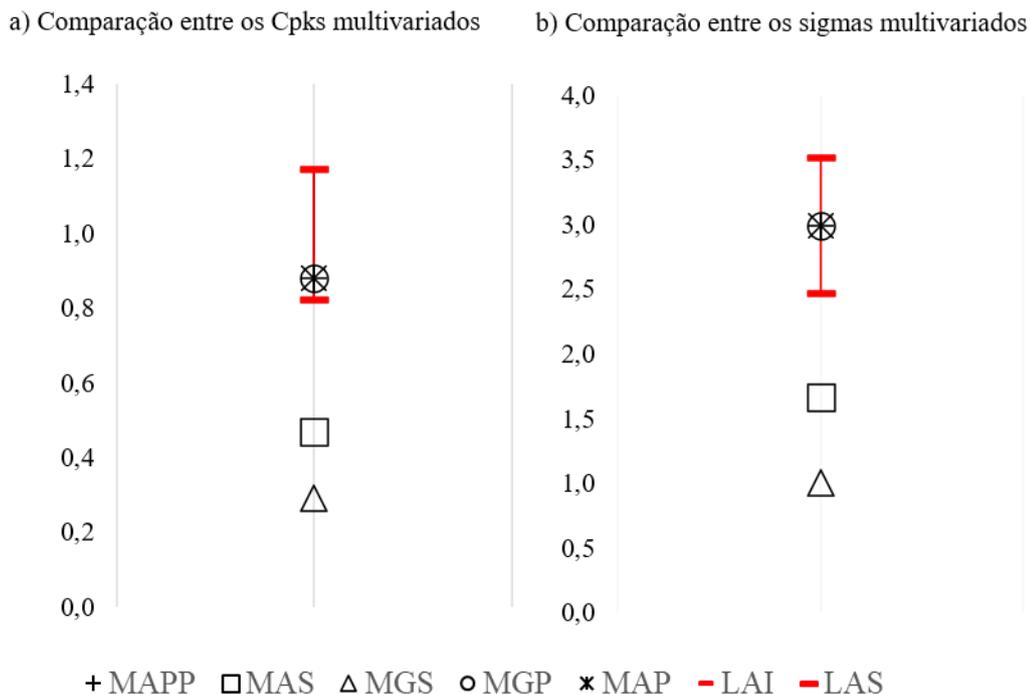
Tabela 4.6 – Caso No.1: Intervalo de aceitação para cenário 1

	MAPP	MAS	MGS	MGP	MAP	LAI	LAS
Cpk	0.88 ✓	0.47	0.29	0.88 ✓	0.88 ✓	0.82	1.17
Sigma	2.99 ✓	1.66	1.00	2.99 ✓	2.99 ✓	2.47	3.52

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

A Figura 4.1 apresenta graficamente os índices de capacidade multivariada e os intervalos de confiança estimados para o caso em questão. Com base no método multivariado, foi observado que os métodos que utilizam a média aritmética simples ($MAS_{Cpk} = 0,47$; $MAS_{Sigma} = 1,66$) foram incapazes de estimar o índice multivariado dentro do intervalo de confiança do Cpk [0,82 e 1,17] e do Nível sigma [1,17 e 3,52], diferentemente da média geométrica simples ($MAS_{Cpk} = 0,29$; $MAS_{Sigma} = 1$), que foi mais adequada. Isso pode ser explicado pelo fato de que o PC1 representa 99% da variabilidade das CTQs. Portanto, não adotar uma abordagem baseada em ponderação é um método insuficiente para a análise multivariada.

Figuta 4.1 – Caso No.1: Desempenho entre métodos



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

4.1.2 Análise dos demais cenários

A Tabela 4.7 mostra o valor de cada limite superior padronizado com pesos para cada cenário. Os pesos são aplicados para cada variável padronizada conforme a equação (3.4).

Tabela 4.7 – Caso No.1: Limites de especificação superiores padronizadas com pesos

Cenário	LSE _P										
1	R _a	2,425	2	R _a	1,239	3	R _a	1,239	4	R _a	1
	R _y	0,015		R _y	0,363		R _y	0,015		R _y	0,015
	R _z	0,026		R _z	0,026		R _z	0,613		R _z	0,026
	R _q	0,034		R _q	0,034		R _q	0,034		R _q	0,795
	R _t	0,018									
5	R _a	1,239	6	R _a	0,053	7	R _a	0,053	8	R _a	0,053
	R _y	0,015		R _y	0,711		R _y	0,363		R _y	0,363
	R _z	0,026		R _z	0,026		R _z	0,613		R _z	0,026
	R _q	0,034		R _q	0,034		R _q	0,034		R _q	0,795
	R _t	0,426		R _t	0,018		R _t	0,018		R _t	0,018
9	R _a	0,053	10	R _a	0,053	11	R _a	0,053	12	R _a	0,053
	R _y	0,363		R _y	0,015		R _y	0,015		R _y	0,015
	R _z	0,026		R _z	1,200		R _z	0,613		R _z	0,613
	R _q	0,034		R _q	0,034		R _q	0,795		R _q	0,034
	R _t	0,426		R _t	0,018		R _t	0,018		R _t	0,426

13	R _a	0,053	14	R _a	0,053	15	R _a	0,053	16	R _a	0,053
	R _y	0,015									
	R _z	0,026									
	R _q	1,556		R _q	0,795		R _q	0,034		R _q	0,034
	R _t	0,018		R _t	0,426		R _t	0,834		R _t	0,018

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

A Tabela 4.8 mostra o valor de cada limite superior para as Componentes Principais em seus respectivos cenários.

Tabela 4.8 – Caso No.1: Limites superiores para Componentes Principais

Cenário	LSE _{PC}										
1	PC1	2,426	2	PC1	1,134	3	PC1	1,31	4	PC1	1,439
	PC2	0,006		PC2	0,619		PC2	0,443		PC2	0,312
	PC3	0,014		PC3	0,012		PC3	0,012		PC3	0,036
	PC4	0,002		PC4	0,008		PC4	0,001		PC4	0,006
	PC5	0,011		PC5	0,011		PC5	0,012		PC5	0,006
5	PC1	1,178	6	PC1	0,712	7	PC1	0,692	8	PC1	0,821
	PC2	0,575		PC2	0,055		PC2	0,178		PC2	0,306
	PC3	0,015		PC3	0,009		PC3	0,034		PC3	0,007
	PC4	0,005		PC4	0,01		PC4	0,004		PC4	0,007
	PC5	0,011		PC5	0,011		PC5	0,011		PC5	0,019
9	PC1	0,56	10	PC1	1,201	11	PC1	0,997	12	PC1	0,736
	PC2	0,044		PC2	0,022		PC2	0,13		PC2	0,134
	PC3	0,053		PC3	0,027		PC3	0,003		PC3	0,035
	PC4	0,013		PC4	0,001		PC4	0,004		PC4	0,001
	PC5	0,011		PC5	0,011		PC5	0,02		PC5	0,011
13	PC1	1,558	14	PC1	0,865	15	PC1	0,835	16	PC1	0,065
	PC2	0,002		PC2	0,262		PC2	0,052		PC2	0,026
	PC3	0,01		PC3	0,007		PC3	0,011		PC3	0,012
	PC4	0,002		PC4	0,008		PC4	0,009		PC4	0,002
	PC5	0,018		PC5	0,018		PC5	0,011		PC5	0,011

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Na Tabela 4.9 mostra os limites superiores de especificações ($LSE_{\Omega PC}$) baseados no método MAPP para todos os cenários do caso 1:

Tabela 4.9 – Caso No.1: Limite especificação superior para Ω_{PC}

Cenário	$LSE_{\Omega PC}$	Cenário	$LSE_{\Omega PC}$
1	2.43	9	0.527

2	0.96	10	1.197
3	1.173	11	0.926
4	1.407	12	0.639
5	0.973	13	1.564
6	0.712	14	0.710
7	0.607	15	0.834
8	0.685	16	0.524

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Na Tabela 4.10 estão apresentados os cenários referentes às variáveis originais, juntamente com seus respectivos pesos e índices Cpk. Adicionalmente, são fornecidos os índices de capacidade multivariada com base em Ω_{PC} .

Tabela 4.10 – Caso No.1: Comparação entre os Ω_{PC} dos cenários

Cenário	R_a	Cpk_{Ra}	R_y	Cpk_{Ry}	R_z	Cpk_{Rz}	R_q	Ck_{Rq}	R_t	Cpk_{Rt}	Ω_{Cpk}
1	92%		2%		2%		2%		2%		0.88 ⁱ
2	47%		47%		2%		2%		2%		0.84 ⁱ
3	47%		2%		47%		2%		2%		0.76 ⁱ
4	47%		2%		2%		47%		2%		0.74 ⁱ
5	47%		2%		2%		2%		47%		0.86 ⁱ
6	2%		92%		2%		2%		2%		0.26 ^P
7	2%		47%		47%		2%		2%		0.40 ^P
8	2%	0.88 ⁱ	47%	0.26 ^P	2%	0.44 ^P	47%	0.56 ^P	2%	0.30 ^P	0.53 ^P
9	2%		47%		2%		2%		47%		0.29 ^P
10	2%		2%		92%		2%		2%		0.43 ^P
11	2%		2%		47%		47%		2%		0.53 ^P
12	2%		2%		47%		2%		47%		0.41 ^P
13	2%		2%		2%		92%		2%		0.56 ^P
14	2%		2%		2%		47%		47%		0.55 ^P
15	2%		2%		2%		2%		92%		0.30 ^P
16	20%		20%		20%		20%		20%		0.65 ^P

^{se} processo classificado como super excelente

^e processo classificado como excelente

^s processo classificado como satisfatória

^c processo classificado como capaz

ⁱ processo classificado como inadequado

^P processo classificado como pobre

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Quando uma das variáveis originais recebe um peso de 92%, a classificação tende a ser semelhante à variável de maior peso, o que foi observado nos cenários 1, 6, 10, 13 e 15. Por outro lado, quando duas variáveis originais recebem pesos iguais de 47%, o índice multivariado

apresenta um resultado intermediário aos Cpk das variáveis de maior peso. Esse comportamento foi observado nos cenários 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12 e 14.

Em relação ao nível sigma de cada cenário, observou-se que quando uma das variáveis recebe um peso de 92%, o indicador se aproxima do valor da variável de maior peso. No entanto, quando duas variáveis recebem um peso de 47%, o índice multivariado fica em um intervalo intermediário entre essas variáveis. Esses valores são apresentados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 – Caso No.1: Comparação entre os Níveis sigma dos cenários

Cenário	R _a	Cpk _{Ra}	R _y	Cpk _{Ry}	R _z	Cpk _{Rz}	R _q	Ck _{Rq}	R _t	Cpk _{Rt}	Ω _{Cpk}
1	92%		2%		2%		2%		2%		2.99 ⁱ
2	47%		47%		2%		2%		2%		2.63 ⁱ
3	47%		2%		47%		2%		2%		2.72 ⁱ
4	47%		2%		2%		47%		2%		2.55 ⁱ
5	47%		2%		2%		2%		47%		2.93 ⁱ
6	2%		92%		2%		2%		2%		0.96 ⁱ
7	2%		47%		47%		2%		2%		1.44 ⁱ
8	2%		47%		2%		47%		2%		1.96 ⁱ
9	2%	2.99 ⁱ	47%	0.96 ⁱ	2%	1.58 ⁱ	2%	1.96 ⁱ	47%	1.04 ⁱ	1.04 ⁱ
10	2%		2%		92%		2%		2%		1.58 ⁱ
11	2%		2%		47%		47%		2%		1.92 ⁱ
12	2%		2%		47%		2%		47%		1.46 ⁱ
13	2%		2%		2%		92%		2%		1.96 ⁱ
14	2%		2%		2%		47%		47%		1.89 ⁱ
15	2%		2%		2%		2%		92%		1.04 ⁱ
16	20%		20%		20%		20%		20%		2.32 ⁱ

^c processo classificado como capaz

ⁱ processo classificado como incapaz

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

A Tabela 4.12 apresenta os resultados dos índices de capacidade e nível sigma obtidos por meio de métodos multivariados encontrados na literatura para cada cenário proposto no caso 1. Além disso, são fornecidos os valores correspondentes aos limites de aceitação inferiores (LAI) e superiores (LAS).

Tabela 4.12 – Caso No.1: Intervalos de confiança entre cenários

Cenário	Índice	Ω	MAS	MGS	MGP	MAP	LAI	LAS
1	Cpk	0.88	0.47	0.29	0.88	0.88	0.82	1.17
	Sigma	2.99	1.66	1.00	2.99	2.99	2.47	3.52
2	Cpk	0.84	0.55	0.51	0.64	0.64	0.26	0.88

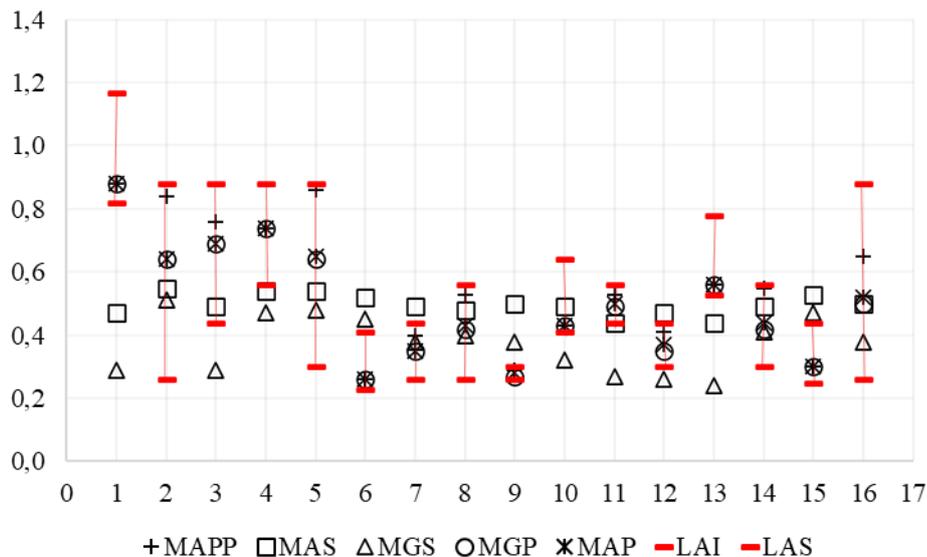
3	Sigma	2.63	1.78	1.61	2.02	2.03	0.96	2.99
	Cpk	0.76	0.49	0.29	0.69	0.69	0.44	0.88
4	Sigma	2.72	1.76	1.01	2.40	2.42	1.58	2.99
	Cpk	0.74	0.54	0.47	0.74	0.74	0.56	0.88
5	Sigma	2.55	1.93	1.65	2.55	2.55	1.96	2.99
	Cpk	0.86	0.54	0.48	0.64	0.65	0.30	0.88
6	Sigma	2.93	1.86	1.63	2.13	2.18	1.04	2.99
	Cpk	0.26	0.52	0.45	0.26	0.26	0.23	0.41
7	Sigma	0.96	1.83	1.56	0.96	0.96	0.69	1.24
	Cpk	0.40	0.49	0.38	0.35	0.35	0.26	0.44
8	Sigma	1.44	1.74	1.32	1.27	1.29	0.96	1.58
	Cpk	0.53	0.48	0.40	0.42	0.43	0.26	0.56
9	Sigma	1.96	1.73	1.38	1.53	1.56	0.96	1.96
	Cpk	0.29	0.50	0.38	0.27	0.28	0.26	0.30
10	Sigma	1.04	1.76	1.31	0.96	1.00	0.96	1.04
	Cpk	0.43	0.49	0.32	0.43	0.43	0.41	0.64
11	Sigma	1.58	1.76	1.12	1.58	1.58	1.24	1.92
	Cpk	0.53	0.44	0.27	0.49	0.50	0.44	0.56
12	Sigma	1.92	1.56	0.96	1.74	1.79	1.58	1.96
	Cpk	0.41	0.47	0.26	0.35	0.37	0.30	0.44
13	Sigma	1.46	1.65	0.90	1.22	1.28	1.04	1.58
	Cpk	0.56	0.44	0.24	0.56	0.56	0.53	0.78
14	Sigma	1.96	1.58	0.84	1.96	1.96	1.58	2.35
	Cpk	0.55	0.49	0.41	0.42	0.44	0.30	0.56
15	Sigma	1.89	1.73	1.40	1.43	1.51	1.04	1.96
	Cpk	0.30	0.53	0.47	0.30	0.30	0.25	0.44
16	Sigma	1.04	1.84	1.62	1.04	1.04	0.76	1.32
	Cpk	0.65	0.50	0.38	0.50	0.52	0.26	0.88
	Sigma	2.32	1.80	1.31	1.77	1.85	0.96	2.99

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

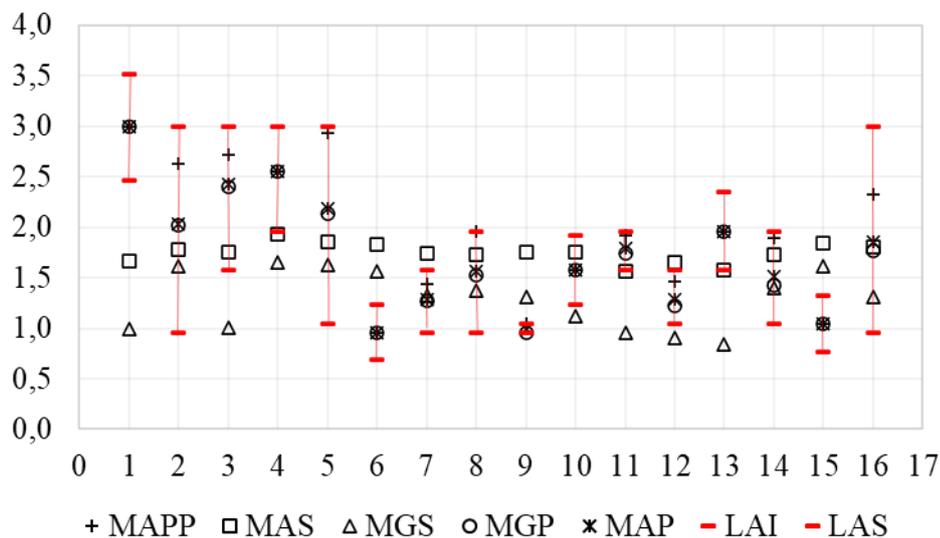
A Figura 4.2 ilustra uma comparação gráfica entre diferentes métodos nos respectivos cenários, com o objetivo de avaliar a robustez desses métodos em relação aos critérios de aceitação estabelecidos na seção 3.2. A Figura 4.2a mostra a comparação para o índice Cpk, enquanto a Figura 4.2b apresenta a avaliação para o nível sigma.

Figura 4.2 – Caso No.1: Aderência dos métodos entre cenários

a) Comparação entre Cpk multivariados



b) Comparação entre os sigmas multivariados



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Ao analisar ambos os gráficos, é perceptível que os marcadores referentes à Média Aritmética Simples e à Média Geométrica Simples estão fora dos limites inferiores e superiores de aceitação na maioria dos cenários. Por outro lado, observa-se que os métodos multivariados que empregam ponderação, como a Média Aritmética Ponderada com Priorização, a média Geométrica ponderada e a Média Aritmética Ponderada, demonstram uma maior eficácia em comparação com aqueles que não fazem uso desse recurso.

4.2. Caso 2: Análises de dados simulados

No estudo simulado da análise de capacidade multivariada com diferentes graus de importância, o mesmo método utilizado no caso anterior foi empregado. O autor realizou simulações em um total de 32 cenários, conforme a Tabela 4.13, dos quais 16 cenários apresentavam baixa correlação entre as variáveis Y_s e os outros 16 cenários apresentavam alta correlação. Além disso, foram considerados diferentes tipos de classificação de capacidade. Após avaliar os dados, foram estimados os índices univariados para cinco características de qualidade.

Tabela 4.13 – Caso nº2: Pesos atribuídos por cenários

Cenário	Corr.	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Cenário	Corr.	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
1	Baixa	0.92	0.02	0.02	0.02	0.02	17	Alta	0.92	0.02	0.02	0.02	0.02
2	Baixa	0.47	0.47	0.02	0.02	0.02	18	Alta	0.47	0.47	0.02	0.02	0.02
3	Baixa	0.47	0.02	0.47	0.02	0.02	19	Alta	0.47	0.02	0.47	0.02	0.02
4	Baixa	0.47	0.02	0.02	0.47	0.02	20	Alta	0.47	0.02	0.02	0.47	0.02
5	Baixa	0.47	0.02	0.02	0.02	0.47	21	Alta	0.47	0.02	0.02	0.02	0.47
6	Baixa	0.02	0.92	0.02	0.02	0.02	22	Alta	0.02	0.92	0.02	0.02	0.02
7	Baixa	0.02	0.47	0.47	0.02	0.02	23	Alta	0.02	0.47	0.47	0.02	0.02
8	Baixa	0.02	0.47	0.02	0.47	0.02	24	Alta	0.02	0.47	0.02	0.47	0.02
9	Baixa	0.02	0.47	0.02	0.02	0.47	25	Alta	0.02	0.47	0.02	0.02	0.47
10	Baixa	0.02	0.02	0.92	0.02	0.02	26	Alta	0.02	0.02	0.92	0.02	0.02
11	Baixa	0.02	0.02	0.47	0.47	0.02	27	Alta	0.02	0.02	0.47	0.47	0.02
12	Baixa	0.02	0.02	0.47	0.02	0.47	28	Alta	0.02	0.02	0.47	0.02	0.47
13	Baixa	0.02	0.02	0.02	0.92	0.02	29	Alta	0.02	0.02	0.02	0.92	0.02
14	Baixa	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47	30	Alta	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47
15	Baixa	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92	31	Alta	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92
16	Baixa	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	32	Alta	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Inicialmente, será aplicado o método MAPP no primeiro cenário com correlação baixa. Na Tabela 4.14, é possível visualizar as classificações da correlação entre os dados de cada variável univariada e seus respectivos índices de capacidade univariado.

Tabela 4.14 – Caso No.2: classificação de correlação entre dados

Var. univariada	Correlação	Cpk	Nível sigma
Y ₁	Baixa	2.67	8
Y ₂	Baixa	1.82	5.46
Y ₃	Baixa	1.36	4.09
Y ₄	Baixa	0.77	2.31
Y ₅	Baixa	0.26	0.79

Y ₁	Alta	2.55	7.66
Y ₂	Alta	2.02	6.07
Y ₃	Alta	1.27	3.81
Y ₄	Alta	0.66	1.98
Y ₅	Alta	0.35	1.01

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

4.2.1 Aplicação do método no primeiro cenário (maior peso em Y₁)

Nesta seção, serão apresentados detalhes da aplicação do método no primeiro cenário, no qual foram utilizados os seguintes pesos: 92%, 2%, 2%, 2% e 2% para as variáveis consideradas. No primeiro passo, avalia-se as correlações entre os Ys e seus respectivos coeficientes de Pearson, conforme mostrado na Tabela 4.15. Esse passo é fundamental para compreender a relação entre as variáveis e identificar possíveis dependências ou interações significativas.

Tabela 4.15 – Caso No.2: Estrutura de correlação entre características

	Y ₁	Y ₂	Y ₂	Y ₄
Y ₂	-0,077 ^a			
	0,449 ^b			
Y ₃	-0,052	0,082		
	0,607	0,416		
Y ₄	0,07	0,049	0,107	
	0,488	0,628	0,289	
Y ₅	-0,022	-0,057	0,015	0,094
	0,828	0,573	0,878	0,354

^a Correlação de Pearson. ^b P- value

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Na **etapa 2** foi utilizada a equação (3.2) para padronizar as variáveis Y₁, Y₂, Y₃, Y₄ e Y₅ e converte-las em Z₁, Z₂, Z₃, Z₄ e Z₅. No **passo 3** as variáveis padronizadas Z são ponderadas com seus respectivos pesos, e, assim, transformando-as em Ω . No **passo 4**, é realizada a Análise dos Componentes Principais (PCA) para o primeiro cenário. Através da PCA, é possível identificar os componentes principais que explicam a maior parte da variância nos dados. A Tabela 4.16 apresenta os resultados da aplicação da PCA, juntamente com o vetor detectado durante o primeiro teste. Além disso, a tabela também inclui os autovalores correspondentes, a

proporção da variância explicada por cada componente e o valor cumulativo alcançado a partir da matriz de correlação.

Tabela 4.16 – PCA para Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5

	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅
Autovalor	0.84641	0.00047	0.00043	0.00035	0.00034
Proporção	0.998	0.001	0.001	0	0
Acumulativo	0.998	0.999	0.999	1	1
Autovetores					
Ω_{Y1}	1	0.001	0.001	-0.002	-0.002
Ω_{Y2}	0.002	-0.368	-0.612	0.677	-0.179
Ω_{Y3}	-0.001	-0.614	-0.215	-0.638	-0.411
Ω_{Y4}	0.002	-0.636	0.235	0.061	0.732
Ω_{Y5}	0	-0.287	0.724	0.363	-0.069

Fonte: Elabora pelos autores (2023)

Na equação (4.2) está a criação do vetor das componentes principais ponderadas obtidas a partir das variáveis originais priorizadas do primeiro cenário.

$$\Omega_{PC} = 0.998PC_1 + 0.001PC_2 + 0.001PC_3 + 0PC_4 + 0PC_5 \quad (4.2)$$

Na etapa 5 do estudo, os limites de especificação para o Ω_{PC} são calculados. Para isso, primeiramente, padronizam-se as variáveis originais. Na Tabela 4.17, são apresentados os limites superiores das variáveis originais, bem como seus valores padronizados. Após a padronização das variáveis, procedeu-se à aplicação dos pesos para cada variável padronizada, de acordo com a equação 3.3.

Tabela 4.17 – Caso No.2: limites das especificações

Especificações	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
Originais	108	106	104	102	101
Padronizadas	7.75	5.57	4.11	2.24	0.81
Pesos	92%	2%	2%	2%	2%
Priorizadas	7,13	0.011	0.08	0.04	0.02

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

O limite superior priorizado é multiplicado pelos autovetores correspondentes a cada componente principal da matriz Ω conforme a equação 3.4 para obter os limites superiores das componentes principais que estão exibidos no Tabela 4.18.

Tabela 4.18 -Caso No.2: Limites superiores em termos de PC

Componente Principal	LSE
PC1	7,1343
PC2	0,1193
PC3	0,0582
PC4	0,0188
PC5	0,0402

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Por fim, é multiplicada a matriz transposta dos autovalores pelos limites dos componentes principais. Encontrando, assim, os limites para $\mathbf{\Omega}_{PC}$ que corresponde a 7.12. No **Passo 6** do estudo, foi realizado o cálculo do índice Cpk e do nível sigma multivariado. Para o cenário 1, o valor do índice Cpk foi de 2.50, enquanto o nível sigma foi de 7.51. Ao comparar esses índices com os índices univariados para as características Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 e Y_5 , observou-se que o resultado foi semelhante ao obtido para Y_1 . Esse resultado era esperado, uma vez que a análise multivariada considerou uma priorização para Y_1 , atribuindo um peso de 92% a essa característica. Quando um peso tão significativo é atribuído a uma única característica, a classificação multivariada tende a ser semelhante à classificação univariada da variável original. Adicionalmente, procedeu-se à estimativa dos índices de capacidade e do nível sigma para outros métodos multivariados e o critério de aceitação inferior e superior para o respectivo cenário. Tais dados estão apresentados na Tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Caso No.2: Intervalo de confiança para cenário 1

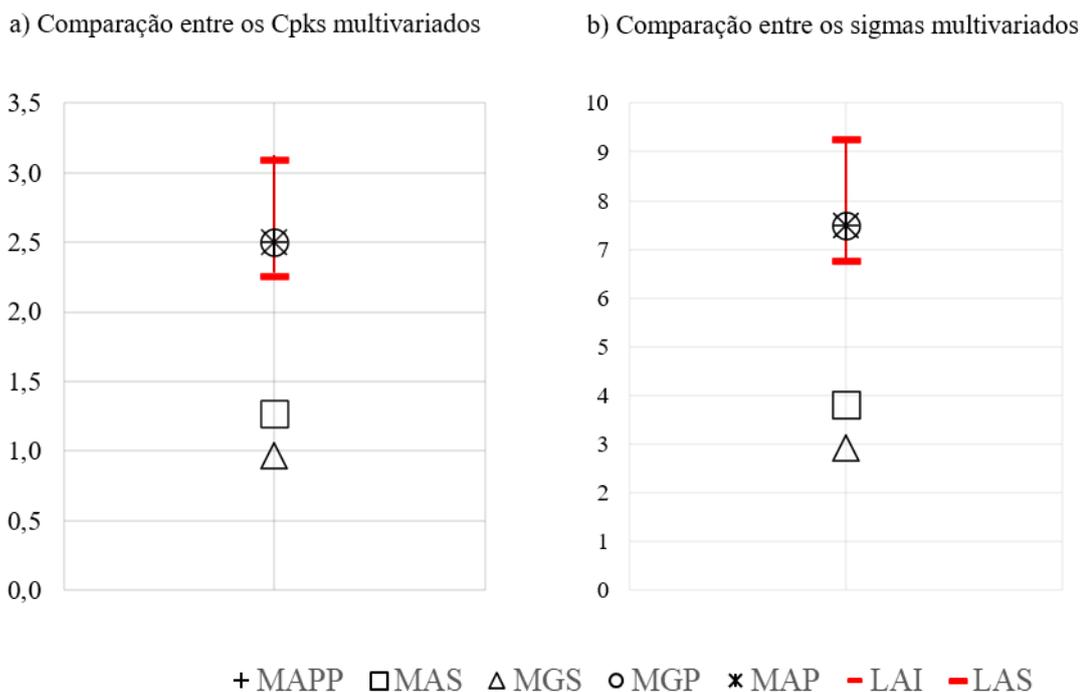
	MAPP	MAS	MGS	MGP	MAP	LAI	LAS
Cpk	2.50 ✓	1.27	0.97	2.50 ✓	2.50 ✓	2.25	3.09
Sigma	7.50 ✓	3.82	2.91	7.49 ✓	7.50 ✓	6.75	9.26

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

A Figura 4.3 apresenta graficamente os índices de capacidade multivariada e os Limites de Aceitação Inferiores e Superiores estimados para o cenário em questão. Observou-se que, com base no método multivariado de correlação baixa, a média aritmética simples ($MAS_{Cpk} = 1,27$; $MAS_{Sigma} = 3,82$) e a média geométrica simples ($MGS_{Cpk} = 0,97$; $MGS_{Sigma} = 2,91$) não foram eficientes na estimativa do índice multivariado dentro do intervalo de confiança do Cpk [2,25 e 3,09] e Nível sigma [6,75 e 9,26]. Por outro lado, a média aritmética ponderada com priorização ($MAPP_{Cpk} = 2,50$; $MAPP_{Sigma} = 7,50$), a média geométrica ponderada (MGP_{Cpk}

= 2,50; $MGP_{\text{sigma}} = 7,49$) e a média aritmética ponderada ($MAP_{\text{Cpk}} = 2,50$; $MAP_{\text{sigma}} = 7,50$) foram eficientes, estando dentro do limite de aceitação superior e inferior do Cpk [2,25; 3,09] e Sigma [6,75; 9,26]. Tal resultado é esperado, já que o PC1 corresponde a 99% da variabilidade das CTQs. Logo, os métodos baseados em ponderação possuem uma abordagem mais robusta em comparação às simples.

Figura 4.3 – Caso No2: Análise gráfica de desempenho



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

4.2.2 Análise dos demais cenários

A Tabela 4.20 mostra o valor de cada limite superior padronizado com pesos para cada cenário

Tabela 4.20 – Caso No.2: Limites de especificação superiores padronizadas com pesos

Cenário	LSE _P										
1	Y ₁	7.13	2	Y ₁	3.64	3	Y ₁	3.64	4	Y ₁	3.64
	Y ₂	0.01		Y ₂	2.62		Y ₂	0.11		Y ₂	0.11
	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	1.93		Y ₃	0.08
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	1.05
	Y ₅	0.02									
5	Y ₁	3.64	6	Y ₁	0.16	7	Y ₁	0.16	8	Y ₁	0.16
	Y ₂	0.11		Y ₂	5.12		Y ₂	2.62		Y ₂	2.62

	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	1.93		Y ₃	0.08
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	1.05
	Y ₅	0.38		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02
9	Y ₁	0.16	10	Y ₁	0.16	11	Y ₁	0.16	12	Y ₁	0.16
	Y ₂	2.62		Y ₂	0.11		Y ₂	0.11		Y ₂	0.11
	Y ₃	0.08		Y ₃	3.78		Y ₃	1.93		Y ₃	1.93
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	1.05		Y ₄	0.04
	Y ₅	0.38		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02		Y ₅	0.38
13	Y ₁	0.16	14	Y ₁	0.16	15	Y ₁	0.16	16	Y ₁	1.55
	Y ₂	0.11		Y ₂	0.11		Y ₂	0.11		Y ₂	1.11
	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	0.82
	Y ₄	2.06		Y ₄	1.05		Y ₄	0.04		Y ₄	0.45
	Y ₅	0.02		Y ₅	0.38		Y ₅	0.74		Y ₅	0.16
17	Y ₁	7.38	18	Y ₁	3.77	19	Y ₁	3.77	20	Y ₁	3.77
	Y ₂	0.12		Y ₂	2.92		Y ₂	0.12		Y ₂	0.12
	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	1.82		Y ₃	0.08
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.97
	Y ₅	0.02									
21	Y ₁	3.77	22	Y ₁	0.16	23	Y ₁	0.16	24	Y ₁	0.16
	Y ₂	0.12		Y ₂	5.72		Y ₂	2.92		Y ₂	2.92
	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	1.82		Y ₃	0.08
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.97
	Y ₅	0.49		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02
25	Y ₁	0.16	26	Y ₁	0.16	27	Y ₁	0.16	28	Y ₁	0.16
	Y ₂	2.92		Y ₂	0.12		Y ₂	0.12		Y ₂	0.12
	Y ₃	0.08		Y ₃	3.57		Y ₃	1.82		Y ₃	1.82
	Y ₄	0.04		Y ₄	0.04		Y ₄	0.97		Y ₄	0.04
	Y ₅	0.49		Y ₅	0.02		Y ₅	0.02		Y ₅	0.49
29	Y ₁	0.16	30	Y ₁	0.16	31	Y ₁	0.16	32	Y ₁	1.6
	Y ₂	0.12		Y ₂	0.12		Y ₂	0.12		Y ₂	1.24
	Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	0.08		Y ₃	0.78
	Y ₄	1.9		Y ₄	0.97		Y ₄	0.04		Y ₄	0.41
	Y ₅	0.02		Y ₅	0.49		Y ₅	0.95		Y ₅	0.21

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

A Tabela 4.21 mostra o valor de cada limite superior para as Componentes Principais em seus respectivos cenários.

Tabela 4.21 – Caso No.2: Limites superiores para Componentes Principais

Cenário	LSE _{PC}										
1	PC1	7,134	2	PC1	4,427	3	PC1	1,21	4	PC1	3,3222
	PC2	0,119		PC2	0,727		PC2	3,945		PC2	1,8324
	PC3	0,058		PC3	0,076		PC3	0,008		PC3	0,1117
	PC4	0,019		PC4	0,037		PC4	0,088		PC4	0,0657
	PC5	0,04		PC5	0,032		PC5	0,039		PC5	0,0235
5	PC1	2,309	6	PC1	5,121	7	PC1	3,217	8	PC1	2,5953
	PC2	2,845		PC2	0,083		PC2	0,484		PC2	1,1051
	PC3	0,128		PC3	0,103		PC3	0,093		PC3	0,0512
	PC4	0,051		PC4	0,064		PC4	0,11		PC4	0,0144
	PC5	0,017		PC5	0,085		PC5	0,06		PC5	0,1517
9	PC1	1,582	10	PC1	3,784	11	PC1	2,112	12	PC1	1,635
	PC2	2,118		PC2	0,18		PC2	0,622		PC2	1,0986
	PC3	0,091		PC3	0,03		PC3	0,151		PC3	0,1803
	PC4	0,106		PC4	0,031		PC4	0,112		PC4	0,0423
	PC5	0,093		PC5	0,062		PC5	0,006		PC5	0,0591
13	PC1	2,062	14	PC1	1,013	15	PC1	0,742	16	PC1	1,6702
	PC2	0,159		PC2	0,478		PC2	0,178		PC2	0,9701
	PC3	0,001		PC3	0,18		PC3	0,085		PC3	0,4485
	PC4	0,115		PC4	0,069		PC4	0,038		PC4	0,2026
	PC5	0,051		PC5	0,063		PC5	0,069		PC5	0,7581
17	PC1	7,38	18	PC1	4,732	19	PC1	3,956	20	PC1	3,3534
	PC2	0,16		PC2	0,599		PC2	1,378		PC2	1,9811
	PC3	0,058		PC3	0,157		PC3	0,088		PC3	0,0439
	PC4	0,047		PC4	0,019		PC4	0,041		PC4	0,0676
	PC5	0,002		PC5	0,019		PC5	0,045		PC5	0,002
21	PC1	3,013	22	PC1	5,724	23	PC1	3,359	24	PC1	2,7564
	PC2	2,323		PC2	0,08		PC2	0,779		PC2	1,3823
	PC3	0,007		PC3	0,074		PC3	0,026		PC3	0,0058
	PC4	0,05		PC4	0,069		PC4	0,089		PC4	0,0971
	PC5	0,015		PC5	0,012		PC5	0,049		PC5	0,0123
25	PC1	2,416	26	PC1	3,572	27	PC1	1,98	28	PC1	1,6396
	PC2	1,724		PC2	0,027		PC2	0,605		PC2	0,947
	PC3	0,049		PC3	0,094		PC3	0,085		PC3	0,0967

	PC4	0,075		PC4	0,057		PC4	0,048		PC4	0,0767
	PC5	0,022		PC5	0,036		PC5	0,074		PC5	0,0348
29	PC1	1,902	30	PC1	1,037	31	PC1	0,958	32	PC1	1,8969
	PC2	0,121		PC2	0,34		PC2	0,17		PC2	0,671
	PC3	0,082		PC3	0,164		PC3	0,048		PC3	0,9039
	PC4	0,058		PC4	0,047		PC4	0,059		PC4	0,2656
	PC5	0,001		PC5	0,021		PC5	0,017		PC5	0,0106

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Na Tabela 4.22 mostra os limites superiores de especificações ($LSE_{\Omega PC}$) baseados no método MAPP para todos os cenários do caso 1:

Tabela 4.22 – Caso No.2: Limite especificação superior para Ω_{PC}

Correlação alta		Correlação baixa	
Cenário	$LSE_{\Omega PC}$	Cenário	$LSE_{\Omega PC}$
1	7.12	17	7.38
2	2.71	18	4.53
3	2.50	19	3.84
4	2.62	20	3.28
5	2.56	21	2.98
6	5.11	22	5.72
7	1.96	23	3.27
8	1.88	24	2.67
9	1.83	25	2.38
10	3.78	26	3.57
11	1.44	27	1.91
12	1.37	28	1.61
13	2.06	29	1.90
14	0.77	30	1.00
15	0.74	31	0.96
16	0.86	32	1.79

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

A Tabela 4.23 apresenta os cenários para as variáveis originais, juntamente com seus respectivos índices Cpk. Adicionalmente, os índices multivariados de capacidade com base em Ω_{PC} também são exibidos na tabela.

Tabela 4.23 – Caso No.2: Comparação entre os Ω_{PC} dos cenários

Cenário	P1	Cpk _{Y1}	P2	Cpk _{Y2}	P3	Cpk _{Y3}	P4	Cpk _{Y4}	P5	Cpk _{Y5}	Ω_{Cpk}
1	0.92	2.67 ^{se}	0.02	1.82 ^e	0.02	1.36 ^s	0.02	0.77 ⁱ	0.02	0.26 ^p	2.50 ^{se}

2	0.47	0.47	0.02	0.02	0.02	2.61 ^{se}
3	0.47	0.02	0.47	0.02	0.02	2.5 ^{se}
4	0.47	0.02	0.02	0.47	0.02	2.47 ^e
5	0.47	0.02	0.02	0.02	0.47	2.51 ^{se}
6	0.02	0.92	0.02	0.02	0.02	1.81 ^e
7	0.02	0.47	0.47	0.02	0.02	1.84 ^e
8	0.02	0.47	0.02	0.47	0.02	1.78 ^e
9	0.02	0.47	0.02	0.02	0.47	1.79 ^e
10	0.02	0.02	0.92	0.02	0.02	1.35 ^s
11	0.02	0.02	0.47	0.47	0.02	1.12 ^c
12	0.02	0.02	0.47	0.02	0.47	1.34 ^s
13	0.02	0.02	0.02	0.92	0.02	0.74 ⁱ
14	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47	0.75 ⁱ
15	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92	0.26 ^p
16	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	3.30 ^{se}
17	0.92	0.02	0.02	0.02	0.02	2.57 ^{se}
18	0.47	0.47	0.02	0.02	0.02	2.39 ^{se}
19	0.47	0.02	0.47	0.02	0.02	2.00 ^{se}
20	0.47	0.02	0.02	0.47	0.02	2.34 ^{se}
21	0.47	0.02	0.02	0.02	0.47	1.57 ^e
22	0.02	0.92	0.02	0.02	0.02	2.07 ^{se}
23	0.02	0.47	0.47	0.02	0.02	1.72 ^e
24	0.02	0.47	0.02	0.47	0.02	1.46 ^s
25	0.02	2.55 ^{SE}	0.47	2.02 ^{SE}	0.02	1.27 ^c
26	0.02	0.02	0.92	0.02	0.02	0.66 ^p
27	0.02	0.02	0.47	0.47	0.02	0.35 ^p
28	0.02	0.02	0.47	0.02	0.47	1.29 ^c
29	0.02	0.02	0.02	0.92	0.02	1.30 ^c
30	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47	1.02 ^c
31	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92	0.86 ⁱ
32	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.68 ⁱ
33	0.02	0.02	0.02	0.47	0.47	0.54 ^p
34	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92	0.35 ^p
35	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	1.49 ^s

^{se} processo classificado como super excelente

^e processo classificado como excelente

^s processo classificado como satisfatória

^c processo classificado como capaz

ⁱ processo classificado como inadequado

^p processo classificado como pobre

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Observou-se que, nos cenários 1, 6, 10, 13, 15, 17, 22, 26, 29 e 31, onde foi atribuído um peso de 92% a apenas uma das variáveis originais, a classificação multivariada tendeu a ser similar à variável de maior peso. Por outro lado, nos cenários 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 18,

19, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28 e 30, onde foram distribuídos pesos iguais de 47% para duas variáveis originais, o índice multivariado apresentou um resultado intermediário entre os Cpk's das duas variáveis de maior peso. Esses resultados são apresentados na Tabela 4.23.

Tabela 4.24 – Caso No.2: Comparação entre os Níveis sigma dos cenários

Cenário	P₁	σ_{Y1}	P₂	σ_{Y2}	P₃	σ_{Y3}	P₄	σ_{Y4}	P₅	σ_{Y5}	Ω_{Cpk}
1	0.92		0.02		0.02		0.02		0.02		7.50 ^c
2	0.47		0.47		0.02		0.02		0.02		7.84 ^c
3	0.47		0.02		0.47		0.02		0.02		7.23 ^c
4	0.47		0.02		0.02		0.47		0.02		7.42 ^c
5	0.47		0.02		0.02		0.02		0.47		7.52 ^c
6	0.02		0.92		0.02		0.02		0.02		5.44 ^c
7	0.02		0.47		0.47		0.02		0.02		5.54 ^c
8	0.02	8.00 ^c	0.47	5.46 ^c	0.02	4.09 ^c	0.47	2.31 ⁱ	0.02	0.79 ⁱ	5.35 ^c
9	0.02		0.47		0.02		0.02		0.47		5.37 ^c
10	0.02		0.02		0.92		0.02		0.02		4.06 ^c
11	0.02		0.02		0.47		0.47		0.02		3.35 ⁱ
12	0.02		0.02		0.47		0.02		0.47		4.01 ^c
13	0.02		0.02		0.02		0.92		0.02		2.23 ⁱ
14	0.02		0.02		0.02		0.47		0.47		2.24 ⁱ
15	0.02		0.02		0.02		0.02		0.92		0.79 ⁱ
16	0.2		0.2		0.2		0.2		0.2		9.79 ^c
17	0.92		0.02		0.02		0.02		0.02		7.72 ^c
18	0.47		0.47		0.02		0.02		0.02		7.17 ^c
19	0.47		0.02		0.47		0.02		0.02		6.01 ^c
20	0.47		0.02		0.02		0.47		0.02		7.03 ^c
21	0.47		0.02		0.02		0.02		0.47		4.72 ^c
22	0.02		0.92		0.02		0.02		0.02		6.20 ^c
23	0.02		0.47		0.47		0.02		0.02		5.17 ^c
24	0.02	7.66 ^c	0.47	6.07 ^c	0.02	3.81 ⁱ	0.47	1.98 ⁱ	0.02	1.01 ⁱ	4.38 ^c
25	0.02		0.47		0.02		0.02		0.47		3.87 ⁱ
26	0.02		0.02		0.92		0.02		0.02		3.89 ⁱ
27	0.02		0.02		0.47		0.47		0.02		3.07 ⁱ
28	0.02		0.02		0.47		0.02		0.47		2.57 ⁱ
29	0.02		0.02		0.02		0.92		0.02		2.03 ⁱ
30	0.02		0.02		0.02		0.47		0.47		1.62 ⁱ
31	0.02		0.02		0.02		0.02		0.92		1.04 ⁱ
32	0.2		0.2		0.2		0.2		0.2		4.46 ^c

^c processo classificado como capaz

ⁱ processo classificado como incapaz

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Na análise dos níveis sigma para cada cenário, observou-se que quando uma variável recebe um peso de 92%, o indicador tende a se aproximar do valor da variável de maior peso. Por outro lado, quando duas variáveis recebem pesos iguais de 47%, o índice multivariado fica situado em um intervalo entre essas variáveis. Esses valores estão apresentados na Tabela 4.24.

Tabela 4.25 – Caso No.2: Intervalos de confiança entre cenários

Cenário	Índice	Ω	MAS	MGS	MGP	MAP	LAI	LAS
1	Cpk	2.5	1.27	0.97	2.50	2.50	2.25	3.09
	Sigma	7.50	3.82	2.91	7.49	7.50	6.75	9.26
2	Cpk	2.61	1.15	0.9	1.29	1.77	1.82	2.67
	Sigma	7.84	3.44	2.69	3.87	5.3	5.46	8.00
3	Cpk	2.5	1.22	0.79	1.52	1.87	1.36	2.67
	Sigma	7.23	3.67	2.38	4.55	5.6	4.09	8.00
4	Cpk	2.47	1.4	1.2	1.84	1.9	0.77	2.67
	Sigma	7.42	4.21	3.61	5.51	5.69	2.31	8.00
5	Cpk	2.51	1.35	1.1	1.79	1.8	0.26	2.67
	Sigma	7.52	4.06	3.31	5.36	5.4	0.79	8.00
6	Cpk	1.81	1.47	1.45	1.81	1.81	1.53	2.11
	Sigma	5.44	4.42	4.34	5.44	5.44	4.59	6.32
7	Cpk	1.84	1.37	1.13	0.85	1.26	1.36	1.82
	Sigma	5.54	4.11	3.4	2.56	3.79	4.09	5.46
8	Cpk	1.78	1.25	0.91	1.21	1.33	0.77	1.82
	Sigma	5.35	3.74	2.8	3.62	3.92	2.37	5.46
9	Cpk	1.79	1.48	1.46	1.26	1.27	0.26	1.82
	Sigma	5.37	4.44	4.39	3.77	3.81	0.79	5.46
10	Cpk	1.35	1.24	1	1.35	1.35	1.14	1.58
	Sigma	4.06	3.71	3.01	4.05	4.06	3.42	4.75
11	Cpk	1.12	1.24	0.77	0.86	0.99	0.77	1.36
	Sigma	3.35	3.73	2.32	2.57	2.97	2.31	4.09
12	Cpk	1.34	1.28	1.12	0.94	0.95	0.26	1.36
	Sigma	4.01	3.85	3.37	2.81	2.85	0.79	4.09
13	Cpk	0.74	1.22	0.53	0.74	0.74	0.63	0.91
	Sigma	2.23	3.65	1.58	2.23	2.23	1.9	2.72
14	Cpk	0.75	1.23	0.96	0.5	0.53	0.26	0.77
	Sigma	2.24	3.69	2.89	1.51	1.6	0.79	2.31
15	Cpk	0.26	1.26	0.95	0.26	0.26	0.19	0.34
	Sigma	0.79	3.77	2.86	0.79	0.79	0.56	1.02
16	Cpk	3.3	1.35	1.06	1.13	1.38	0.26	2.67
	Sigma	9.79	4.06	3.16	3.36	4.29	0.79	8.00

17	Cpk	2.57	2.56	1.69	2.57	2.57	2.15	2.95
	Sigma	7.72	1.67	5.06	7.72	7.72	6.46	8.86
18	Cpk	2.39	2.28	1.85	2.31	2.32	2.02	2.55
	Sigma	7.17	6.83	5.55	6.92	6.97	6.07	7.66
19	Cpk	2.00	2.7	2.61	2.03	2.05	1.27	2.55
	Sigma	6.01	8.1	7.82	6.08	6.14	3.81	7.66
20	Cpk	2.34	2.21	1.4	1.76	1.81	0.66	2.55
	Sigma	7.03	6.64	4.20	5.27	5.43	1.98	7.66
21	Cpk	1.57	2.09	1.36	1.61	1.7	0.35	2.55
	Sigma	4.72	6.28	4.07	4.82	5.10	1.01	7.66
22	Cpk	2.07	2.46	2.14	2.07	2.07	1.7	2.34
	Sigma	6.2	7.38	6.41	6.2	6.2	5.11	7.03
23	Cpk	1.72	2.43	2.1	1.72	1.73	1.27	2.02
	Sigma	5.17	7.29	6.3	5.17	5.18	3.81	6.07
24	Cpk	1.46	2.11	1.29	1.47	1.49	0.66	2.02
	Sigma	4.38	6.33	3.87	4.41	4.47	1.98	6.07
25	Cpk	1.29	2.42	2.15	1.31	1.37	0.35	2.02
	Sigma	3.87	7.25	6.46	3.94	4.1	1.01	6.07
26	Cpk	1.30	2.35	1.99	1.30	1.30	1.06	1.48
	Sigma	3.89	7.06	5.96	3.89	3.89	3.18	4.43
27	Cpk	1.02	2.49	2.18	1.02	1.03	0.66	1.27
	Sigma	3.07	7.47	6.54	3.07	3.08	1.98	3.81
28	Cpk	0.86	2.52	2.22	0.87	0.9	0.35	1.27
	Sigma	2.57	7.56	6.66	2.62	2.7	1.01	3.81
29	Cpk	0.68	2.19	1.13	0.68	0.68	0.54	0.78
	Sigma	2.03	6.57	2.39	2.03	2.03	1.62	2.35
30	Cpk	0.54	2.09	1.51	0.54	0.54	0.35	0.66
	Sigma	1.62	6.27	4.53	1.62	1.62	1.01	1.98
31	Cpk	0.35	2.26	1.67	0.35	0.35	0.26	0.42
	Sigma	1.04	6.77	5.02	1.05	1.05	0.77	1.57
32	Cpk	1.49	2.18	1.19	1.44	1.52	0.35	2.55
	Sigma	4.46	6.55	3.57	4.32	4.57	1.01	7.66

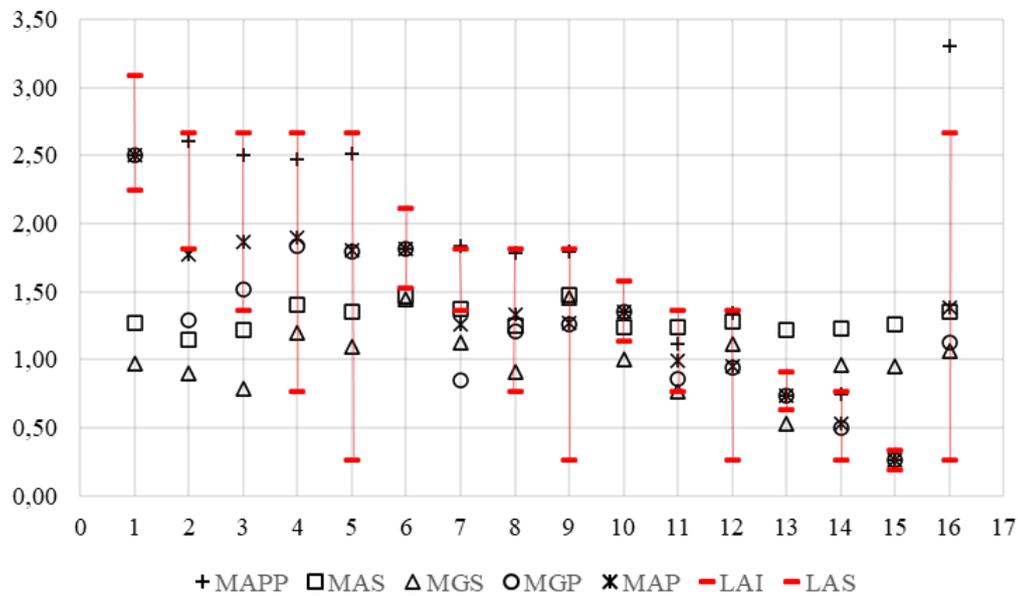
Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

A Tabela 4.25 apresenta os índices de capacidade e nível sigma obtidos por meio dos métodos multivariados propostos na literatura para cada cenário do caso 2, juntamente com os critérios de aceitação correspondentes. Observa-se que os métodos multivariados que utilizam ponderação, como a Média Aritmética Ponderada com prioridade, a Média Geométrica Ponderada e a Média Aritmética Ponderada, são mais eficazes do que aqueles que não a

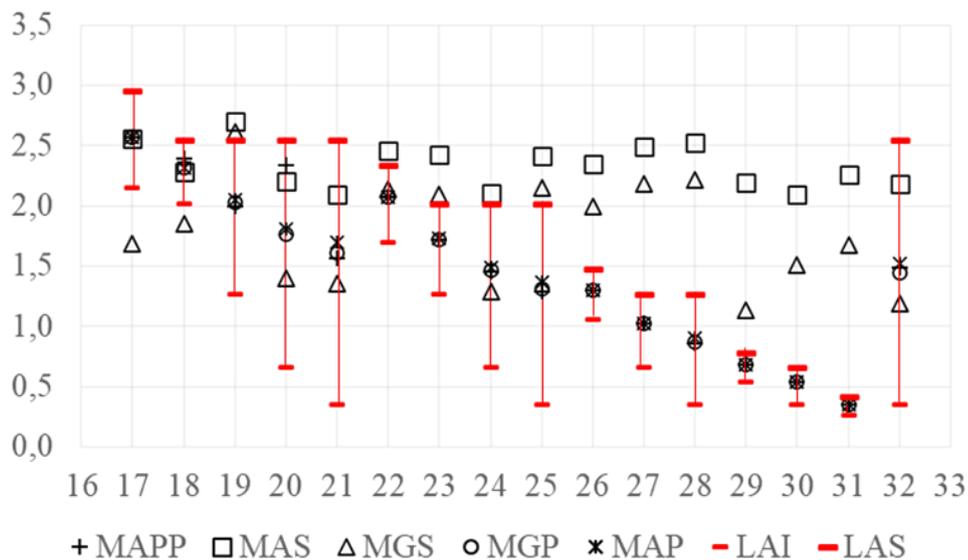
utilizam. Essa constatação pode ser explicada pelo fato de que as primeiras componentes principais capturam uma proporção significativa da variabilidade das variáveis originais. Assim, abordagens que não se baseiam em ponderação são insuficientes para a análise. A Figura 4.4 ilustra a comparação entre os diferentes cenários, fornecendo uma avaliação dos métodos que demonstraram robustez suficiente para satisfazer os critérios de confiança estabelecidos para o Cpk (4.4a - b) e nível sigma (4.4c -d).

Figura 4.4 – Caso No.2: Aderência dos métodos entre cenários

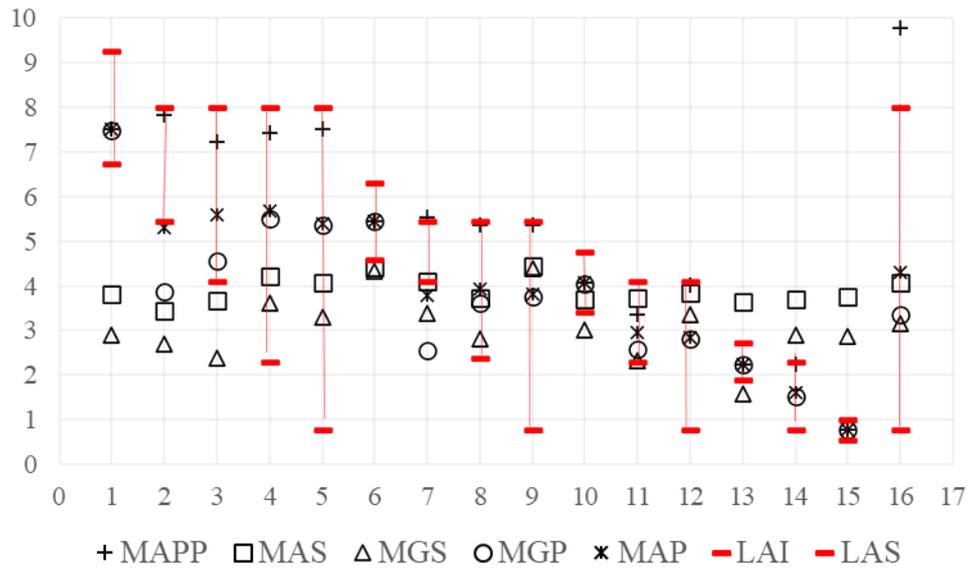
a) Cpk com correlação baixa



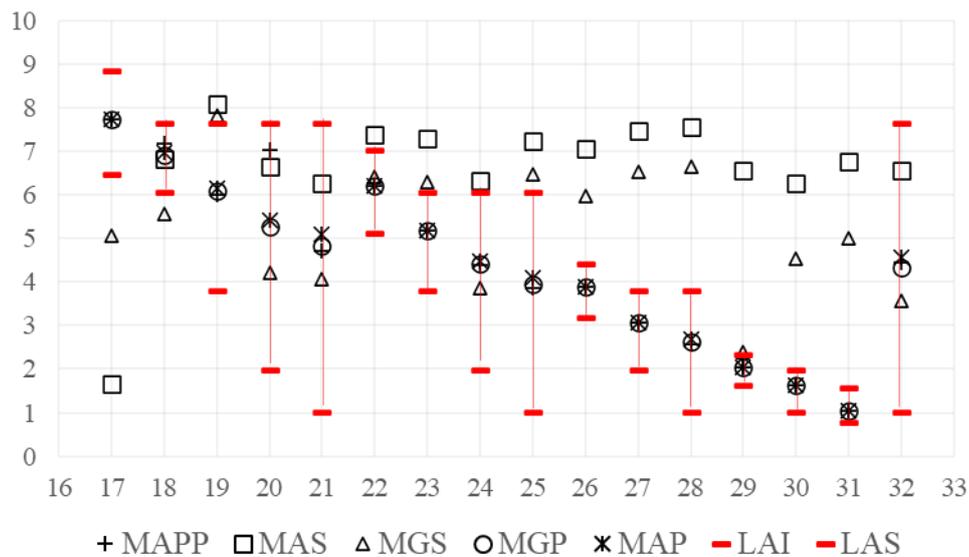
b) Cpk com correlação alta



c) Nível sigma com correlação baixa



d) Nível sigma com correlação alta



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

4.3. Discussão

A análise multivariada de Capabilidade com distintos níveis de prioridade no processo conduziram as seguintes conclusões:

- Ao analisar como a priorização das variáveis originais afeta o índice multivariado, observa-se que a atribuição de uma ponderação maior para um dos Cpk univariados

resulta em uma aproximação do índice Cpk multivariado ao valor do Cpk univariado com maior valor. Em contrapartida, quando pesos iguais são atribuídos para duas variáveis univariadas, o índice da variável multivariada é posicionado entre os índices das variáveis univariadas com mesmo peso.

- Ao analisar o efeito de diferentes níveis de prioridade nas variáveis originais no nível sigma, constatou-se que a atribuição de um peso maior para um dos índices univariados tende a tornar o índice multivariado semelhante ao índice com maior importância. Em contrapartida, quando pesos iguais são atribuídos para duas variáveis, o índice multivariado fica posicionado entre as duas variáveis univariadas com maior peso.
- Mostrou-se a tendência da classificação o Cpk multivariado a ser igual ao univariado de maior importância, quando para essa é atribuída um peso maior.
- Ao analisar o índice de capacidade Cpk, foi observado que quando uma das variáveis originais recebe uma ponderação maior, a classificação de capacidade multivariada tende a ser igual à variável com maior peso.

Com base nos resultados apresentados, a Tabela 4.26 resume a eficácia dos métodos multivariados em diferentes tipos de análises do índice Cpk e estruturas de correlação entre características da qualidade. Os símbolos de seleção indicam a aderência ou não do método para cada cenário.

Tabela 4.26 – Visão geral da aderência do método Cpk multivariado

Caso	Correlação	Cenário	Métodos multivariados para Cpk					Ω_{cpk}
			MAS	MGS	MGP	MAP		
1	Alta	1			✓	✓	✓	
1	Alta	2	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	3	✓		✓	✓	✓	
1	Alta	4	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	5	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	6			✓	✓	✓	
1	Alta	7	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	8	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	9			✓	✓	✓	
1	Alta	10	✓		✓	✓	✓	
1	Alta	11	✓		✓	✓	✓	
1	Alta	12	✓		✓	✓	✓	
1	Alta	13			✓	✓	✓	
1	Alta	14	✓	✓	✓	✓	✓	
1	Alta	15			✓	✓	✓	
1	Alta	16	✓	✓	✓	✓	✓	

2	Baixa	1			✓	✓	✓
2	Baixa	2					✓
2	Baixa	3			✓	✓	✓
2	Baixa	4			✓	✓	✓
2	Baixa	5	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	6			✓	✓	✓
2	Baixa	7	✓				
2	Baixa	8	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	9	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	10	✓		✓	✓	✓
2	Baixa	11	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	12	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	13			✓	✓	✓
2	Baixa	14			✓	✓	✓
2	Baixa	15		✓	✓	✓	✓
2	Baixa	16	✓	✓	✓	✓	
2	Alta	17	✓		✓	✓	✓
2	Alta	18	✓		✓	✓	✓
2	Alta	19			✓	✓	✓
2	Alta	20	✓	✓	✓	✓	✓
2	Alta	21	✓	✓	✓	✓	✓
2	Alta	22		✓	✓	✓	✓
2	Alta	23			✓	✓	✓
2	Alta	24		✓	✓	✓	✓
2	Alta	25			✓	✓	✓
2	Alta	26			✓	✓	✓
2	Alta	27		✓	✓	✓	✓
2	Alta	28			✓	✓	✓
2	Alta	29			✓	✓	✓
2	Alta	30			✓	✓	✓
2	Alta	31			✓	✓	✓
2	Alta	32	✓	✓	✓	✓	✓
Nível de aderência			50%	42%	96%	96%	96%

✓ Cpk multivariado aderiu ao critério de confiança estabelecido

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

- a) Ao comparar os índices Cpk multivariados com o critério de confiança, observou-se que as abordagens ponderadas, como MAPP, MGP e MAP, apresentaram melhor desempenho. Conforme a Tabela 4.26, essas estratégias forneceram estimativas superiores às da MAS e MGS. Dessa forma, o MAPP, por meio do WPC, pondera cada componente principal em relação aos seus autovalores, a fim de atribuir níveis de importância para cada característica univariada.

b) É importante salientar que as estruturas de correlação com baixa relação entre as características da qualidade requerem atenção especial, uma vez que mesmo abordagens multivariadas ponderadas apresentam desempenho insuficiente nessas situações.

A Tabela 4.27 resume os resultados de métodos multivariados para diferentes tipos de análises do Nível sigma e diferentes estruturas de correlação entre características da qualidade.

Tabela 4.27 –Visão geral da aderência do Nível sigma multivariado

Caso	Correlação	Cenário	Métodos multivariados para Nível sigma				
			MAS	MGS	MGP	MAP	Ω_{sigma}
1	Alta	1			✓	✓	✓
1	Alta	2	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	3	✓		✓	✓	✓
1	Alta	4			✓	✓	✓
1	Alta	5	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	6			✓	✓	✓
1	Alta	7		✓	✓	✓	✓
1	Alta	8	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	9			✓	✓	✓
1	Alta	10	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	11	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	12			✓	✓	✓
1	Alta	13	✓		✓	✓	✓
1	Alta	14	✓	✓	✓	✓	✓
1	Alta	15			✓	✓	✓
1	Alta	16	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	1			✓	✓	✓
2	Baixa	2					✓
2	Baixa	3			✓	✓	✓
2	Baixa	4	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	5	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	6			✓	✓	✓
2	Baixa	7	✓				
2	Baixa	8	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	9	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	10	✓		✓	✓	✓
2	Baixa	11	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	12	✓	✓	✓	✓	✓
2	Baixa	13			✓	✓	✓
2	Baixa	14			✓	✓	✓
2	Baixa	15			✓	✓	✓
2	Baixa	16	✓	✓	✓	✓	
2	Alta	17			✓	✓	✓
2	Alta	18	✓		✓	✓	✓
2	Alta	19			✓	✓	✓

2	Alta	20	✓	✓	✓	✓	✓
2	Alta	21	✓	✓	✓	✓	✓
2	Alta	22		✓	✓	✓	✓
2	Alta	23		✓	✓	✓	✓
2	Alta	24	✓	✓	✓	✓	✓
2	Alta	25			✓	✓	✓
2	Alta	26			✓	✓	✓
2	Alta	27			✓	✓	✓
2	Alta	28			✓	✓	✓
2	Alta	29			✓	✓	✓
2	Alta	30			✓	✓	✓
2	Alta	31			✓	✓	✓
2	Alta	32	✓	✓	✓	✓	✓
Nível de aderência			48%	44%	96%	96%	96%

✓ Nível sigma multivariado se adequa ao critério de confiança estabelecido

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

- c) Ao comparar os níveis sigma multivariados com o critério de confiança, observou-se que os métodos ponderados, como o MAPP, MGP e MAP, tiveram desempenhos satisfatórios. A Tabela 4.27 apresenta essas estratégias com estimativas melhores que a MAS e MGS. O MAPP, em particular, pondera cada componente principal com seus respectivos autovalores, utilizando o WPC para atribuir níveis de importância para cada característica univariada. É importante ressaltar que estruturas com baixa correlação entre características devem receber atenção especial, já que mesmo em abordagens ponderadas, podem apresentar baixo desempenho.
- d) Vale ressaltar que variáveis com baixa correlação entre si devem receber atenção especial. Em casos multivariados, mesmo as abordagens ponderadas apresentam desempenho inferior nesses cenários.

5. Conclusão

Este estudo empregou a análise de capacidade para examinar o efeito da inclusão de níveis de importância em características univariadas de qualidade sobre os índices de capacidade de processos multivariados. Dois casos, um real e um simulado, foram analisados, totalizando 48 cenários, com diferentes níveis de correlação para avaliar o comportamento da aplicação de pesos em características univariadas nos índices multivariados. O trabalho propôs um método para estimar a capacidade multivariada de processos, utilizando dois critérios de ponderação. O primeiro critério prioriza as respostas mais importantes para o processo, levando em consideração os distintos graus de importância atribuídos a cada característica da qualidade. Já o segundo critério considera a relevância de cada componente principal na estimativa do índice de capacidade.

Os resultados obtidos demonstraram que a incorporação de importâncias para as variáveis originais teve um impacto positivo em todos os cenários analisados. O método utilizado foi capaz de estimar índices de capacidade multivariados que se mostraram coerentes com os pesos atribuídos às variáveis originais. Quando um peso maior foi atribuído a uma determinada variável, observou-se que o índice de capacidade multivariado tendeu a ser semelhante ao valor univariado correspondente à variável original de maior peso. Por outro lado, quando pesos iguais foram atribuídos a duas variáveis, o índice multivariado foi um valor intermediário entre as variáveis de mesmo nível de importância. Esses resultados indicam que o método proposto foi eficiente em considerar os diferentes graus de importância atribuídos às variáveis originais, fornecendo estimativas coerentes dos índices de capacidade multivariados. Essa coerência entre os pesos atribuídos e os índices estimados fortalece a confiabilidade e a utilidade da abordagem multivariada proposta para avaliar a capacidade dos processos em relação às características da qualidade.

As abordagens ponderadas, especificamente os métodos multivariados de ponderação das componentes principais (MAPP, MGP e MAP), demonstraram ser as mais eficazes na estimativa dos índices de capacidade multivariados. Isso é evidenciado pelos resultados obtidos, nos quais esses métodos foram bem-sucedidos em 96% dos cenários analisados, tanto para os índices de Cpk multivariados quanto para o Nível sigma multivariado. Embora essas estratégias tenham falhado em poucos cenários, é importante destacar que as estimativas obtidas estiveram próximas dos critérios de confiança estabelecidos. Essas abordagens ponderadas, que

levam em consideração a importância relativa das componentes principais, demonstraram ser robustas na estimativa dos índices de capacidade multivariados.

6. Considerações finais

Recomenda-se que futuras pesquisas aprofundem a investigação sobre o comportamento dos índices multivariados em cenários com diferentes pesos atribuídos às variáveis de qualidade. Além disso, é importante analisar os índices e classificações considerando dados em outros níveis de correlação. É fundamental avaliar se o método de estimativa da variação observada no processo pode afetar a precisão das estimativas do índice multivariado de capacidade em estudos futuros. Adicionalmente, sugere-se a aplicação da abordagem ponderada em mais casos reais, a fim de validar sua utilidade e desempenho em diferentes contextos industriais. Trabalhos futuros poderiam explorar as premissas de um estudo de capacidade, como a normalidade dos dados e a estabilidade do processo, e investigar seus impactos na estimativa dos índices multivariados.

Além disso, recomenda-se avaliar a utilidade da abordagem ponderada em problemas de otimização de processo, nos quais a seleção da melhor combinação de características de qualidade é crucial para otimizar um objetivo específico. Isso permitiria o aprimoramento do desempenho do processo e a redução de falhas, trazendo impactos positivos para a eficiência produtiva e a satisfação do cliente. Portanto, é encorajado o aprofundamento da pesquisa nessas áreas, a fim de ampliar o conhecimento sobre a aplicação da análise multivariada de capacidade de processos com distintos graus de importância. Isso contribuirá para aprimorar a qualidade dos processos industriais e promover avanços significativos na área de gestão da qualidade.

APÊNDICE A – Tabelas de dados da literatura

Tabela A.1 – Dados reais de Peruchi (2018), dados dos parâmetros de rugosidade da operação de torneamento.

n	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	n	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t
1	0,70	3,24	2,65	0,80	3,28	39	0,69	2,88	2,48	0,77	2,88
2	0,66	3,23	2,80	0,76	3,23	40	0,70	2,89	2,76	0,80	3,27
3	0,69	3,03	2,85	0,83	3,21	41	0,71	2,77	2,68	0,79	3,19
4	0,64	2,93	2,49	0,75	3,37	42	0,67	3,17	2,69	0,76	3,17

5	0,66	2,80	2,48	0,75	2,86	43	0,72	2,94	2,57	0,79	3,06
6	0,61	2,70	2,30	0,69	2,96	44	0,58	3,21	2,42	0,67	3,21
7	0,67	3,04	2,43	0,76	3,04	45	0,77	3,82	3,13	0,90	3,82
8	0,69	2,86	2,60	0,79	2,92	46	0,77	3,24	2,90	0,87	3,36
9	0,64	3,60	2,61	0,76	4,06	47	0,74	3,10	2,77	0,83	3,24
10	0,67	3,33	2,59	0,76	3,58	48	0,73	3,15	2,76	0,82	3,28
11	0,67	3,24	2,57	0,77	3,44	49	0,64	2,80	2,47	0,72	2,87
12	0,71	3,27	2,68	0,81	3,27	50	0,73	2,97	2,58	0,80	3,06
13	0,62	2,72	2,50	0,72	2,83	51	0,63	2,84	2,41	0,71	2,87
14	0,66	2,84	2,42	0,74	2,84	52	0,63	2,54	2,23	0,70	2,54
15	0,78	2,80	2,69	0,85	3,04	53	0,68	3,09	2,60	0,77	3,28
16	0,77	2,71	2,58	0,83	2,86	54	0,65	3,05	2,52	0,73	3,24
17	0,74	3,19	2,85	0,85	3,46	55	0,65	3,11	2,71	0,75	3,51
18	0,61	2,92	2,39	0,70	2,98	56	0,63	2,70	2,54	0,72	3,24
19	0,72	3,53	2,97	0,85	3,65	57	0,71	2,78	2,53	0,78	2,88
20	0,69	3,01	2,74	0,79	3,13	58	0,63	2,26	2,21	0,71	2,76
21	0,67	3,29	2,81	0,81	3,60	59	0,67	2,92	2,57	0,75	2,93
22	0,71	3,34	2,91	0,84	3,53	60	0,68	3,20	2,51	0,77	3,20
23	0,69	3,27	2,71	0,81	3,87	61	0,66	4,00	2,59	0,72	4,10
24	0,71	3,27	2,69	0,80	3,27	62	0,67	3,03	2,63	0,75	3,05
25	0,66	3,66	2,79	0,78	3,66	63	0,67	2,93	2,52	0,76	2,93
26	0,73	3,56	2,90	0,85	3,56	64	0,71	3,61	2,91	0,80	3,79
27	0,78	3,66	2,90	0,91	3,76	65	0,61	2,68	2,42	0,69	2,77
28	0,67	2,94	2,67	0,77	3,49	66	0,67	2,55	2,43	0,75	2,92
29	0,68	2,95	2,53	0,77	2,95	67	0,70	2,92	2,70	0,79	3,13
30	0,65	3,18	2,54	0,75	3,31	68	0,61	2,48	2,30	0,68	2,68
31	0,72	2,90	2,46	0,80	2,96	69	0,69	2,74	2,52	0,76	2,96
32	0,71	3,09	2,60	0,79	3,09	70	0,73	3,20	2,87	0,83	3,38
33	0,70	3,01	2,63	0,79	3,31	71	0,67	2,77	2,54	0,76	3,11
34	0,66	2,85	2,56	0,75	3,15	72	0,65	2,68	2,53	0,75	2,81
35	0,68	3,36	2,71	0,78	3,47	73	0,63	3,03	2,58	0,74	3,09
36	0,77	3,21	2,81	0,86	3,64	74	0,62	3,13	2,60	0,72	3,13
37	0,73	2,90	2,78	0,83	3,15	75	0,63	2,91	2,64	0,74	3,07
38	0,69	2,87	2,71	0,78	3,16	76	0,62	3,28	2,46	0,71	3,28

APÊNDICE B - Tabelas de dados Simulados

Tabela B.1 – Dados simulados com grau de correlação alto (C = 90%)

n	Y₁	Y₂	Y₃	Y₄	Y₅	n	Y₁	Y₂	Y₃	Y₄	Y₅
1	98,68	99,06	98,75	98,09	99,09	51	99,61	100,47	100,80	100,65	100,71
2	99,48	99,53	99,49	99,84	99,27	52	99,25	99,06	99,54	99,85	99,81
3	101,08	100,92	100,67	101,05	100,47	53	100,48	100,82	101,51	100,62	101,13
4	100,92	100,05	100,35	99,94	100,42	54	98,82	98,25	99,03	98,82	98,81
5	101,09	100,31	100,79	100,91	100,44	55	99,96	99,83	99,95	99,79	99,77

6	98,46	98,82	98,95	98,34	98,74	56	99,77	99,34	99,73	99,59	99,98
7	100,46	100,01	100,43	100,36	100,40	57	102,10	102,08	102,29	102,68	101,70
8	101,31	100,87	101,45	101,44	101,28	58	98,15	98,46	98,53	99,05	98,67
9	98,80	99,88	99,58	99,32	99,79	59	100,90	100,82	100,72	100,50	100,60
10	101,57	101,41	101,23	100,80	101,92	60	100,72	100,32	100,60	100,28	100,86
11	100,24	100,32	100,61	100,12	100,59	61	100,56	100,59	99,57	99,99	99,98
12	100,01	100,16	99,79	99,88	99,71	62	97,30	97,38	96,74	97,19	97,51
13	98,60	98,52	98,62	98,38	98,49	63	101,01	100,35	100,34	100,79	100,35
14	100,86	100,55	100,41	100,29	100,50	64	100,48	100,44	100,51	100,33	100,69
15	101,75	101,14	101,28	101,27	101,32	65	101,40	101,23	101,23	100,91	101,43
16	99,44	99,55	99,44	100,46	99,95	66	99,15	98,78	98,84	99,05	99,01
17	99,56	100,20	100,07	99,56	99,76	67	100,35	100,14	99,82	99,77	99,95
18	98,90	99,58	99,05	99,38	99,84	68	100,19	100,47	100,51	99,36	100,03
19	99,48	99,19	99,21	99,23	99,57	69	99,36	98,74	98,87	99,23	98,40
20	101,42	100,97	101,63	101,12	101,09	70	99,82	98,75	98,56	98,75	98,62
21	99,31	99,43	100,44	99,72	100,29	71	97,94	97,95	97,84	98,10	97,63
22	100,13	99,93	99,67	99,17	99,46	72	100,32	100,47	100,09	100,03	100,32
23	100,56	100,23	100,58	100,40	100,08	73	99,48	99,67	99,64	100,00	100,04
24	99,94	100,10	99,68	99,95	99,75	74	100,00	99,98	100,36	100,25	100,30
25	99,14	99,57	99,36	99,50	99,20	75	100,28	101,05	100,57	100,99	100,07
26	99,01	98,71	98,61	98,62	99,05	76	101,04	100,34	100,39	100,94	100,83
27	102,17	102,03	102,45	102,49	102,63	77	98,31	98,31	97,71	97,85	98,51
28	99,34	99,36	99,32	99,17	99,44	78	100,74	99,95	99,86	100,33	100,47
29	100,57	100,66	100,25	100,30	99,65	79	99,22	98,55	99,08	99,68	99,39
30	100,38	99,69	99,90	99,90	100,01	80	98,97	98,24	98,63	99,10	98,33
31	99,23	100,02	99,60	98,75	98,86	81	99,52	99,88	99,27	99,31	99,67
32	98,67	99,38	99,40	99,24	98,95	82	99,26	98,59	99,03	98,91	99,11
33	102,21	102,46	102,84	102,36	102,41	83	98,74	98,29	99,11	98,06	98,67
34	99,82	99,43	99,92	99,60	99,99	84	99,43	99,60	99,54	99,99	99,52
35	99,04	99,05	99,44	99,25	99,05	85	99,64	99,75	99,80	99,58	99,16
36	100,60	100,38	100,60	101,12	101,14	86	98,51	98,80	98,36	99,03	99,01
37	99,40	99,72	99,62	99,93	100,02	87	100,68	100,59	100,60	100,55	100,46
38	100,81	100,72	101,09	100,95	100,89	88	101,07	101,47	101,52	101,28	101,85
39	100,81	101,57	100,86	100,38	100,89	89	100,87	100,62	100,87	100,02	100,94
40	100,95	100,99	100,75	100,51	100,67	90	100,65	99,79	100,76	99,94	100,16
41	99,92	99,81	100,04	100,71	100,47	91	99,07	99,46	99,32	99,05	99,13
42	101,30	101,54	101,49	101,80	101,23	92	98,96	99,11	98,97	98,83	98,82
43	100,70	100,94	101,11	100,56	100,00	93	99,00	98,95	98,75	99,31	98,98
44	100,37	100,09	100,22	100,15	100,85	94	100,72	100,54	100,25	100,25	100,38
45	99,20	99,79	99,67	99,12	99,38	95	100,89	100,77	100,72	100,91	100,88
46	99,90	99,09	99,53	100,30	99,82	96	101,32	101,47	100,99	101,46	100,98
47	100,70	100,79	100,65	99,86	100,59	97	98,99	99,06	98,85	98,98	98,83
48	100,26	99,70	100,19	99,24	100,11	98	101,16	100,62	100,77	101,44	100,98
49	100,77	100,33	101,01	100,53	100,36	99	100,30	100,37	100,79	100,13	100,16
50	100,58	100,77	101,11	100,40	100,49	100	100,11	99,81	99,96	99,80	100,08

Tabela B.2 – Dados simulados com grau de correlação baixa ($C = 10\%$)

n	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	n	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
1	100,47	99,75	99,74	100,49	100,21	51	98,74	100,05	99,09	98,63	100,79
2	101,37	98,81	99,36	97,37	100,03	52	100,32	100,11	100,91	99,51	102,53
3	98,92	100,59	98,50	99,48	101,22	53	102,45	101,51	99,55	100,81	99,39
4	100,18	98,52	99,81	100,22	97,87	54	98,91	100,74	101,43	101,01	100,59
5	100,84	100,40	99,09	99,64	100,04	55	100,91	101,24	100,38	101,55	101,27
6	100,04	98,68	99,74	101,28	101,60	56	99,27	100,16	99,73	100,70	101,59
7	99,33	101,08	99,39	100,09	100,12	57	99,43	99,33	101,22	98,82	99,20
8	102,79	101,40	99,86	99,35	98,40	58	100,12	99,25	96,53	100,27	99,74
9	99,96	100,37	100,98	98,85	99,35	59	99,58	99,03	98,48	98,47	101,02
10	98,83	99,76	101,04	98,23	100,21	60	100,17	99,21	100,78	99,46	100,33
11	99,43	99,89	100,00	99,30	99,81	61	99,79	100,12	99,82	101,13	100,69
12	100,98	99,94	97,27	100,24	99,12	62	101,65	98,25	99,75	100,67	99,20
13	100,17	100,64	100,59	100,82	99,41	63	100,78	100,94	99,65	100,06	100,01
14	100,19	101,77	98,99	100,23	99,12	64	100,48	99,84	98,65	99,83	99,18
15	99,47	99,37	99,86	100,28	98,57	65	101,85	101,75	100,99	100,79	101,42
16	100,15	102,13	100,31	98,81	99,45	66	100,59	98,71	100,56	100,41	101,99
17	100,75	99,39	101,09	99,72	99,50	67	100,32	100,17	99,33	101,84	101,51
18	102,08	101,75	99,61	99,68	100,67	68	100,63	100,48	101,70	100,07	99,90
19	99,92	98,98	100,16	100,67	99,76	69	100,54	99,68	99,81	98,20	101,65
20	101,78	101,59	100,88	97,53	100,48	70	101,17	102,43	100,62	101,79	101,39
21	100,67	100,43	101,82	99,58	98,28	71	100,55	98,97	99,21	98,46	98,03
22	100,20	99,63	99,33	98,63	99,68	72	98,66	97,62	99,66	98,23	101,20
23	102,21	101,79	101,21	100,30	100,78	73	101,00	98,13	99,79	100,76	102,31
24	99,51	100,22	100,98	100,22	99,54	74	101,21	100,72	100,15	99,71	100,12
25	100,21	98,94	99,28	97,67	100,55	75	100,91	99,84	100,54	99,79	100,37
26	101,34	98,01	100,63	99,43	100,99	76	101,04	99,57	99,11	101,05	101,33
27	99,55	101,73	100,01	99,41	98,64	77	99,55	101,05	100,60	100,27	100,70
28	99,70	100,69	98,48	98,06	100,70	78	99,64	100,88	97,99	99,58	100,61
29	101,19	99,86	100,03	99,60	99,77	79	98,97	100,54	100,28	99,37	98,60
30	98,69	100,07	98,61	99,93	101,19	80	100,89	98,79	99,26	99,93	99,87
31	100,14	99,18	101,63	99,63	99,80	81	101,71	100,87	99,62	98,78	101,14
32	100,99	99,57	99,19	99,37	100,63	82	101,21	100,30	99,83	100,05	99,19
33	99,20	99,24	100,83	100,64	98,66	83	101,13	99,32	98,69	99,11	99,41
34	101,41	100,15	99,51	99,36	100,57	84	101,94	100,06	101,46	99,64	101,61
35	99,87	99,77	100,17	100,37	99,08	85	100,21	102,06	101,79	101,27	98,86
36	98,64	102,13	99,50	99,21	100,96	86	100,74	99,40	100,46	98,69	100,87
37	99,20	99,88	99,98	98,68	100,92	87	100,18	100,42	99,86	98,67	102,86
38	100,20	99,46	100,25	99,08	100,65	88	98,89	99,45	101,38	98,67	100,51
39	100,16	99,81	99,66	99,59	100,47	89	101,11	100,31	100,49	99,90	99,32
40	97,96	99,48	100,50	99,38	98,57	90	102,23	100,77	99,03	99,34	96,66
41	99,88	99,25	99,31	101,19	101,10	91	99,76	101,30	99,35	99,42	100,34
42	100,03	100,23	100,19	99,50	99,73	92	99,34	98,58	99,76	102,42	99,93
43	100,91	99,95	98,53	101,16	101,27	93	100,90	101,11	100,47	100,38	100,44

44	99,92	100,39	100,96	100,56	100,24	94	98,41	101,40	100,59	99,84	100,59
45	100,89	100,90	99,43	98,27	99,08	95	99,10	99,29	99,79	100,16	99,21
46	99,43	100,03	101,75	100,34	101,59	96	99,45	101,44	100,88	100,58	99,98
47	101,07	99,93	99,10	98,49	98,60	97	98,67	99,95	101,33	99,81	98,95
48	99,36	101,00	99,61	98,45	100,33	98	101,16	97,73	101,68	101,23	100,66
49	99,24	101,69	100,06	99,49	99,39	99	100,67	101,42	99,10	101,05	100,05
50	99,53	100,24	99,96	99,21	99,18	100	98,87	101,51	100,75	99,40	100,07

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. A. et al. A multivariate GR&R approach to variability evaluation of measuring instruments in resistance spot welding process. **Journal of Manufacturing Processes**, v. 36, n. October, p. 465–479, 2018.
- AMITRANO, F. G. et al. Six Sigma application in small enterprise. **Concurrent Engineering Research and Applications**, v. 24, n. 1, p. 69–82, 1 mar. 2016.
- ATMACA, E.; GIRENES, S. S. Lean Six Sigma methodology and application. **Quality and Quantity**, v. 47, n. 4, p. 2107–2127, 1 jun. 2013.
- BILGEN, B.; ŞEN, M. Project selection through fuzzy analytic hierarchy process and a case study on Six Sigma implementation in an automotive industry. [http://dx-doi.ez15.periodicos.capes.gov.br/10.1080/09537287.2010.537286](http://dx.doi.ez15.periodicos.capes.gov.br/10.1080/09537287.2010.537286), v. 23, n. 1, p. 2–25, 1 jan. 2011.
- BOX, G. E. P. et al. Some Problems Associated with the Analysis of Multiresponse Data. **Technometrics**, v. 15, n. 1, p. 33–51, 1973.
- CARDIEL-ORTEGA, J. J.; BAEZA-SERRATO, R.; LIZARRAGA-MORALES, R. A. Development of a system dynamics model based on six sigma methodology. **Ingenieria e Investigacion**, v. 37, n. 1, p. 80–90, 2017.
- CHAKRAVORTY, S. S. Six Sigma programs: An implementation model. **International Journal of Production Economics**, v. 119, n. 1, p. 1–16, 1 maio 2009.
- EVANGELISTA, G. et al. A Multivariate Statistical Quality Control of AISI 52100 Hardened Steel Turning. **IEEE Access**, v. 8, p. 109092–109104, 2020.
- GARZA-REYES, J. A. et al. A Lean Six Sigma framework for the reduction of ship loading commercial time in the iron ore pelletising industry. **Production Planning and Control**, v. 27, n. 13, p. 1092–1111, 2 out. 2016.
- GIJO, E. V.; SCARIA, J. Process improvement through Six Sigma with Beta correction: A case study of manufacturing company. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 71, n. 1–4, p. 717–730, 11 mar. 2014.
- GOMES, J. H. F. et al. Weighted Multivariate Mean Square Error for processes optimization: A case study on flux-cored arc welding for stainless steel claddings. **European Journal of Operational Research**, v. 226, n. 3, p. 522–535, 2013a.
- GOMES, J. H. F. et al. Weighted Multivariate Mean Square Error for processes optimization: A case study on flux-cored arc welding for stainless steel claddings. **European Journal of Operational Research**, v. 226, n. 3, p. 522–535, 1 maio 2013b.
- GU, K. et al. Yield-based capability index for evaluating the performance of multivariate manufacturing process. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 31, n. 3, p. 419–430, 1 abr. 2015.
- KAYA, I.; KAHRAMAN, C. A new perspective on fuzzy process capability indices: Robustness. **Expert Systems with Applications**, v. 37, n. 6, p. 4593–4600, jun. 2010.

- KETAN, H.; NASSIR, M. Aluminium hot extrusion process capability improvement using Six Sigma. **Advances in Production Engineering and Management**, v. 11, n. 1, p. 59–69, 1 mar. 2016.
- KUMARAVADIVEL, A.; NATARAJAN, U. Application of Six-Sigma DMAIC methodology to sand-casting process with response surface methodology. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 69, n. 5–8, p. 1403–1420, 1 nov. 2013.
- LEE, K. L.; WEI, C. C. Reducing mold changing time by implementing Lean Six Sigma. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 26, n. 4, p. 387–395, 1 jun. 2010.
- LINDERMAN, K. et al. Six Sigma: a goal-theoretic perspective. **Journal of Operations Management**, v. 21, n. 2, p. 193–203, 1 mar. 2003.
- LOPES, L. G. D. et al. Robust parameter optimization based on multivariate normal boundary intersection. **Computers & Industrial Engineering**, v. 93, p. 55–66, 1 mar. 2016.
- MCADAM, R.; LAFFERTY, B. A multilevel case study critique of six sigma: Statistical control or strategic change? **International Journal of Operations and Production Management**, v. 24, n. 5–6, p. 530–549, 2004.
- MONTGOMERY, D. C.; WILEY, J. **Introduction to Statistical Quality Control**. [s.l: s.n.].
- MONTGOMERY, D. C.; WILEY, J. **Sixth Edition Introduction to Statistical Quality Control**. [s.l: s.n.].
- PAIVA JUNIOR, C. Z. et al. Performance of ethylene vinyl acetate waste (EVA-w) when incorporated into expanded EVA foam for footwear. **Journal of Cleaner Production**, v. 317, 1 out. 2021.
- PALACÍ-LÓPEZ, D. et al. Multivariate Six Sigma: A Case Study in Industry 4.0. **Processes** **2020**, Vol. 8, Page 1119, v. 8, n. 9, p. 1119, 9 set. 2020.
- PERAKIS, M.; XEKALAKI, E. On the Implementation of the Principal Component Analysis–Based Approach in Measuring Process Capability. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 28, n. 4, p. 467–480, 1 jun. 2012.
- PERES, F. A. P.; FOGLIATTO, F. S. Variable selection methods in multivariate statistical process control: A systematic literature review. **Computers and Industrial Engineering**, v. 115, p. 603–619, 1 jan. 2018.
- PERUCHI, R. S. et al. A new multivariate gage R&R method for correlated characteristics. **International Journal of Production Economics**, v. 144, n. 1, p. 301–315, 2013.
- PERUCHI, R. S. et al. Comparisons of multivariate GR&R methods using bootstrap confidence interval. **Acta Scientiarum - Technology**, v. 38, n. 4, p. 489–496, 2016.
- PERUCHI, R. S. et al. Multivariate process capability analysis applied to AISI 52100 hardened steel turning. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 95, n. 9–12, p. 3513–3522, 1 abr. 2018.

PERUCHI, R. S. et al. Integrating Multivariate Statistical Analysis into Six Sigma DMAIC Projects: A Case Study on AISI 52100 Hardened Steel Turning. **IEEE Access**, v. 8, p. 34246–34255, 2020.

SCAGLIARINI, M. Multivariate process capability using principal component analysis in the presence of measurement errors. **AStA Advances in Statistical Analysis**, v. 95, n. 2, p. 113–128, jun. 2011.

SUNDER M, V.; MAHALINGAM, S. An empirical investigation of implementing Lean Six Sigma in Higher Education Institutions. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v. 35, n. 10, p. 2157–2180, 29 nov. 2018.

SUNDER M, V.; MAHALINGAM, S.; KRISHNA M, S. N. Improving patients' satisfaction in a mobile hospital using Lean Six Sigma – a design-thinking intervention. **<https://doi.org.ez15.periodicos.capes.gov.br/10.1080/09537287.2019.1654628>**, v. 31, n. 6, p. 512–526, 25 abr. 2019.

TANCO, M. et al. Implementation of Design of Experiments projects in industry. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, v. 25, n. 4, p. 478–505, 1 jul. 2009.

TANO, I.; VANNMAN, K. A Multivariate Process Capability Index Based on the First Principal Component Only. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 29, n. 7, p. 987–1003, 1 nov. 2013.

VEIGA, P.; MENDES, L.; LOURENÇO, L. A retrospective view of statistical quality control research and identification of emerging trends: a bibliometric analysis. **Quality and Quantity**, v. 50, n. 2, p. 673–692, 1 mar. 2016.

WANG, C. H. Constructing multivariate process capability indices for short-run production. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 26, n. 11–12, p. 1306–1311, 27 nov. 2005.

WANG, F. K. Quality evaluation of a manufactured product with multiple characteristics. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 22, n. 2, p. 225–236, mar. 2006.

WANG, F. K.; CHEN, J. C. Capability index using principal components analysis. **Quality Engineering**, v. 11, n. 1, p. 21–27, 1998.

WANG, F. K.; CHEN, J. C. CAPABILITY INDEX USING PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS. **<http://dx.doi.org/10.1080/08982119808919208>**, v. 11, n. 1, p. 21–27, 2007.

WEI, C. C. et al. Using Six Sigma to improve replenishment process in a direct selling company. **Supply Chain Management: An International Journal**, v. 15, n. 1, p. 3–9, 26 jan. 2010.