UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

William Silva Duarte

FUNÇÕES AFIM COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE E PREVISÃO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA EM COTAÇÕES EURO-DÓLAR

Rio Tinto – PB
2023

William Silva Duarte

FUNÇÕES AFIM COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE E PREVISÃO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA EM COTAÇÕES EURO-DÓLAR

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. José Fabrício Lima de Souza

Rio Tinto – PB
2023

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

D812f Duarte, William Silva.
FUNÇÕES AFIM COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE E PREVISÃO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA EM COTAÇÕES EURO-DÓLAR / William Silva Duarte. - Rio Tinto, 2023.
74 f. : il.

Orientação: José Fabrício Lima de Souza.
TCC (Graduação) - UFPB/CCAE.

1. Modelagem matemática. 2. Funções afins. 3. Previsões. 4. Cotações Euro-Dólar. I. Souza, José Fabrício Lima de. II. Título.

UFPB/CCAE CDU 371.3

William Silva Duarte

FUNÇÕES AFIM COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE E PREVISÃO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA EM COTAÇÕES EURO-DÓLAR

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. José Fabrício Lima de Souza

Aprovado em: 07/11/2023

BANCA EXAMINADORA

gov.br Documento assinado digitalmente
JOSE FABRICIO LIMA DE SOUZA
Data: 07/11/2023 16:02:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. José Fabrício Lima de Souza – UFPB/DCX

gov.br Documento assinado digitalmente
CARLOS ALEX ALVES
Data: 07/11/2023 15:47:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Ms. Carlos Alex Alves – SEE/PB

gov.br Documento assinado digitalmente
JUSSARA PATRICIA ANDRADE ALVES PAIVA
Data: 08/11/2023 10:19:18-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Drª. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva – UFPB/DCX

Dedicatória

Aos meus pais, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, por todas as vitórias na minha vida!

Aos **meus pais**, que sempre estão ao meu lado, por favorecerem em especial, este momento;

Ao **meu orientador**, pelo estímulo e colaboração nessa trajetória;

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos vividos juntos e partilhados.

"Dê-me, Senhor, agudeza para entender, capacidade para reter, método e faculdade para aprender, sutileza para interpretar, graça e abundância para falar. Dê-me, Senhor, acerto ao começar, direção ao progredir e perfeição ao concluir."

Santo Tomás de Aquino

RESUMO

Este estudo explora a modelagem matemática por meio de funções afins, com foco na sua aplicação para previsões em cotações Euro-Dólar. A pesquisa visa preencher uma lacuna ao desenvolver uma abordagem que integra conceitos de modelagem matemática, particularmente funções afins, para analisar e prever as flutuações nas cotações do par de moedas Euro-Dólar. Sendo modelagem matemática uma ferramenta essencial para entender fenômenos complexos e as funções afins uma estrutura flexível para representar relações lineares entre variáveis, este estudo destaca a aplicação dessas funções na análise de dados históricos de cotações Euro-Dólar, visando prever tendências futuras. A metodologia adotada segue as diretrizes quantitativas, empregando técnicas estatísticas para ajustar modelos de função afim aos dados históricos. Além disso, considera-se a inclusão de uma aplicação didática para facilitar a compreensão desses conceitos, promovendo uma abordagem educacionalmente eficaz. Os resultados obtidos evidenciam a utilidade da modelagem com funções afins na previsão de cotações Euro-Dólar, proporcionando *insights* valiosos para analistas financeiros e pesquisadores. A contribuição deste estudo não apenas reside na aplicação prática dessas ferramentas matemáticas, mas também na ênfase na educação, promovendo uma compreensão mais aprofundada e acessível das complexidades das cotações de câmbio. Este trabalho visa fornecer uma base sólida para futuras pesquisas na interseção entre modelagem matemática, funções afins e previsões em contextos financeiros, contribuindo para o avanço do conhecimento nessa área específica.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Funções afins. Previsões. Cotações Euro-Dólar.

ABSTRACT

This study explores mathematical modeling through linear functions, focusing on their application for forecasting Euro-Dollar exchange rates. The research aims to bridge a gap by developing an approach that integrates concepts of mathematical modeling, particularly linear functions, to analyze and predict fluctuations in Euro-Dollar currency pair quotes. Since mathematical modeling is an essential tool for understanding complex phenomena and linear functions provide a flexible framework for representing linear relationships between variables, this study emphasizes the application of these functions in the analysis of historical Euro-Dollar exchange rate data, with the goal of predicting future trends. The methodology employed follows quantitative guidelines, employing statistical techniques to fit linear function models to historical data. Additionally, the inclusion of an educational application is considered to facilitate the understanding of these concepts, promoting an educationally effective approach. The results obtained demonstrate the utility of modeling with linear functions in forecasting Euro-Dollar exchange rates, providing valuable insights for financial analysts and researchers. The contribution of this study not only lies in the practical application of these mathematical tools, but also in the emphasis on education, promoting a deeper and more accessible understanding of the complexities of exchange rate quotes. This work aims to provide a solid foundation for future research at the intersection of mathematical modeling, linear functions, and forecasting in financial contexts, contributing to the advancement of knowledge in this specific area.

Keywords: Mathematical modeling. Linear functions. Predictions. Euro-Dollar exchange rates.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS/SIGLAS

API	Application Programming Interface
B3	Brasil Bolsa Balcão
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
COC	**Custo das Operações com Corretagem (COC)**: Este termo refere-se ao valor que um investidor paga à corretora para realizar transações no mercado de ações. Isso inclui a compra e venda de ações, bem como outras operações como a custódia de títulos e o envio de ordens de compra ou venda.
DAX	O DAX (abreviatura de Deutscher Aktien Index) é um índice que atualmente inclui as 40 maiores empresas que negoceiam na Bolsa de Valores de Frankfurt (FWB) e é patrocinado pelo Grupo Deutsche Börse. A FWB é a maior das sete bolsas de valores da Alemanha e a 12ª maior bolsa de valores do mundo.
EDA	Exploratory Data Analysis
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
Nasdaq	A Nasdaq (**National Association of Securities Dealers Automated Quotations**) é uma importante bolsa de valores americana, especializada principalmente em listar grandes empresas do setor de tecnologia. Criada em 1971, ela é a principal concorrente da bolsa de Nova York.
S&P500	**S&P 500**, abreviação de Standard & Poor's 500, ou simplesmente S&P, trata-se de um índice composto por quinhentos ativos (ações) cotados nas bolsas de NYSE ou NASDAQ, qualificados devido ao seu tamanho de mercado, sua liquidez e sua representação de grupo industrial.

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos	**Significado**
$\therefore$	Portanto
$\because$	Porque
Σ	Somatório
$\forall$	Para todos
$\exists$	Existe
$\exists!$	Existe apenas um
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$\mathbb{R}^*$	Conjunto dos números reais sem o zero
$=$	Igual a
$\neq$	Diferente de
$\mathbb{R}_+$	Conjunto dos números reais não negativos
$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais
$\in$	Pertence a
$\mathbb{R}^2$	O plano cartesiano
$\mathrm{graf}\, f$	O gráfico da função f

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do Tema

As raízes da modelagem matemática podem ser rastreadas até a antiguidade, com as contribuições de matemáticos como Euclides, Arquimedes e Ptolomeu. No entanto, foi somente durante o Renascimento que a modelagem matemática começou a ser desenvolvida de maneira mais sistemática. No século XVII, Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz estabeleceram as bases do cálculo, uma ferramenta essencial para descrever fenômenos em termos matemáticos (Roque, 2012).

É igualmente importante destacar a contribuição de outros pesquisadores, como Ubiratan D'Ambrosio, João Frederico C. A. Meyer, Marcelo de Carvalho Borba, Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut e Ademir Donizete Caldeira, que têm desempenhado um papel significativo com suas pesquisas na promoção da modelagem no Brasil.

Biembengut e Hein (2009) descrevem a Modelagem Matemática como uma forma de expressão que envolve a criação, resolução e formulação de equações que não se aplicam apenas a uma situação específica, mas que também são úteis para futuras aplicações. Os autores veem a Modelagem Matemática como método de ensino-aprendizagem, que começa com a seleção de um tema e a formulação de questões relacionadas a ele, que serão abordadas usando ferramentas matemáticas e pesquisas sobre o assunto. Ainda, segundo os autores, o objetivo principal da abordagem de modelagem seria capacitar os alunos a desenvolver modelos matemáticos, aprimorando assim suas habilidades. Os alunos têm a autonomia de escolher o tema e a direção de seus próprios projetos, enquanto o papel do professor é fomentar essa autonomia.

No final do século XIX Hans Freudenthal, Henry Pollak e Felix Klein foram alguns dos defensores da aplicação de modelagem. Na metade final do século XX foram retomadas por Freudenthal, internacionalmente reconhecido como fundador da Matemática Realista, e Pollak. Klein, assim como Freudenthal defendiam a resolução de problemas reais, significantes, a partir de problemas da vida cotidiana dos alunos. Freudenthal foi determinante para que o movimento da Matemática Moderna não fosse aderido pela Holanda.

Pollak era membro dos Laboratórios Bell e tinha suas opiniões respeitadas. Em 1970 se posicionou em defesa da interação de Aplicação e Modelagem Matemática no ensino. Suas palestras no ICME-3 em 1976 e no ICTMA-3 em 1987 mostrou sua tenacidade para aplicações e modelagem. Muitos países têm em seus currículos educacionais a aplicação de modelagem graças a ele.

Será abordado o tema de Função Afim, que é estudado no primeiro ano do Ensino Médio. Para elaborar os exemplos, empregaremos a Modelagem Matemática como metodologia, a fim de estabelecer uma relação entre a Função Afim e as cotações Euro-Dólar. Ao adotar uma abordagem prática, distinta daquela com a qual os alunos estão familiarizados, observa-se um aumento no interesse por parte dos estudantes, que se mostram mais entusiasmados com a nova proposta. De acordo com Mora (2013) *apud* Moran (2017), "A curiosidade, o que é diferente e se destaca no entorno, desperta a emoção. E, com a emoção, se abrem as janelas da atenção, foco necessário para a construção do conhecimento".

Nesse sentido, acreditamos que ao utilizar a análise das cotações Euro-Dólar para explorar um conteúdo alinhado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), o aluno será desafiado a refletir sobre algo já presente em seu cotidiano, ao mesmo tempo em que pratica as propriedades e manipulações algébricas preconizadas no documento. Dessa forma, o aluno tem a oportunidade de desenvolver uma compreensão dinâmica em relação ao conceito em questão, o que proporciona uma visão mais abrangente do conteúdo por meio de uma metodologia de ensino e aprendizagem inovadora.

Em virtude do que foi explanado anteriormente, essa pesquisa se concentra na investigação das funções afim enquanto instrumento para análise e previsão, com uma aplicação didática específica em cotações Euro-Dólar. Dessa forma, pode-se perceber que junto com a Modelagem Matemática, uma discussão sobre as cotações de ativos é algo que está presente na sociedade e se for utilizada de forma correta conseguimos potencializar os conhecimentos dos educandos, pois os mesmos notarão que a matemática se encontra vigente em sua vida como cidadão.

Ainda no contexto da delimitação do tema, é essencial ressaltar a necessidade de uma abordagem interdisciplinar ao abordar as Funções Afim como Ferramenta para Análise e Previsão. A integração de conceitos matemáticos com a compreensão do cenário econômico global amplia a visão dos alunos, permitindo uma análise mais abrangente e fundamentada das cotações Euro-Dólar. Além disso, a inclusão de estudos de caso e atividades práticas no ensino da Matemática Financeira no ensino médio fortalece a capacidade dos alunos de aplicar esses conhecimentos em situações reais, preparando-os para enfrentar desafios econômicos complexos.

Esta abordagem pedagógica não apenas preenche uma lacuna significativa entre a teoria ensinada nas salas de aula e sua aplicação prática, mas também equipa os alunos com as habilidades necessárias para tomar decisões financeiras informadas e responsáveis em um mundo cada vez mais interconectado e dinâmico. Portanto, a delimitação do tema deste trabalho não apenas se concentra na importância das Funções Afim, mas também destaca a necessidade de uma educação matemática contextualizada e aplicada ao cenário financeiro global.

Exemplos de problemas de otimização:

1. Maximização do Lucro em uma Empresa:
Problema: Em uma perspectiva empresarial, é crucial determinar o preço ótimo para os produtos visando maximizar o lucro. Esta análise envolve a relação intricada entre preço, quantidade de produtos vendidos e os custos associados à produção. A função afim torna-se uma ferramenta essencial para modelar os custos, a receita e o lucro em termos da quantidade de produtos comercializados. A otimização, portanto, concentra-se na identificação do ponto onde o lucro atinge o seu máximo potencial.

2. Minimização dos Custos de Produção:
Problema: No setor industrial, a minimização dos custos de produção é uma meta de extrema relevância, envolvendo tanto custos fixos quanto variáveis, como matéria-prima e mão de obra. A aplicação de uma função afim para representar os custos totais em função da produção é fundamental. A etapa de otimização busca identificar o ponto de produção onde os custos atingem o seu valor mínimo.

3. Maximização da Receita de Vendas:
Problema: Comerciantes enfrentam o desafio de estabelecer o preço ideal para seus produtos, considerando a demanda dos consumidores e os custos de produção e venda. A modelagem da receita como uma função afim, considerando o preço dos produtos e a quantidade vendida, é essencial. A otimização tem como objetivo determinar o ponto em que a receita é maximizada.

4. Otimização de Espaço em um Armazém:
Problema: Em operações logísticas, a eficiente utilização do espaço em um armazém é de suma importância. Isso requer a identificação de um layout que maximize a capacidade de armazenamento. A representação da relação entre o espaço ocupado e a quantidade de produtos armazenados por meio de uma função afim é crucial. A fase de otimização concentra-se na disposição que maximiza a capacidade de armazenamento.

5. Minimização do Tempo de Entrega em uma Rota de Transporte:
Problema: Empresas de transporte buscam minimizar o tempo de entrega ao planejar rotas de transporte para seus veículos. A modelagem da função de tempo de entrega em relação à distância percorrida, por meio de uma função afim, é essencial. A otimização visa identificar a rota que minimiza o tempo de viagem, otimizando a eficiência operacional.

6. Otimização de Investimentos Financeiros:
Problema: Investidores enfrentam o desafio de alocar seus recursos de maneira a maximizar o retorno sobre o investimento, levando em conta diferentes opções de investimento com diferentes taxas de retorno. Utilizar uma função afim para representar o retorno sobre o investimento em função do montante investido é um passo essencial. A otimização visa determinar a alocação de recursos que maximiza o retorno, contribuindo para uma gestão financeira estratégica.

7. Maximizar a Eficiência de um Sistema:
Problema: Em diversos contextos, de empresas a processos industriais, maximizar a eficiência de um sistema é essencial. Isso implica na alocação eficaz de recursos para atingir os objetivos de produção ou operacionais. A modelagem da relação entre os recursos utilizados e a eficiência alcançada, por meio de uma função afim, é essencial. A etapa de otimização visa encontrar o ponto que maximiza a eficiência do sistema.

8. Encontrar a Melhor Rota para um Determinado Destino:
Problema: Em logística e planejamento de viagens, encontrar a melhor rota para um destino é crucial para economizar tempo e recursos. Isso envolve a análise de diversas variáveis, como distâncias, tempo de viagem e condições da estrada. A modelagem da função de tempo de viagem em relação às rotas possíveis, por meio de uma função afim, é essencial. A fase de otimização visa identificar a rota que minimiza o tempo de deslocamento, proporcionando eficiência na logística.

1.2 Justificativa

O tema deste trabalho é a aplicação de funções afim para análise e previsão de cotações no mercado Euro-Dólar. A justificativa para a escolha deste tema é que, em primeiro lugar, o mercado de câmbio é um mercado global de grande importância, que movimenta bilhões de dólares todos os dias. A análise e previsão de cotações é uma atividade essencial para os participantes desse mercado, como investidores, empresas exportadoras e importadoras; em segundo lugar, apesar de funções afim ser um tema relativamente explorado na literatura, sua aplicação para análise e previsão de cotações ainda é um tema pouco usual. Este trabalho busca contribuir para o desenvolvimento desse campo de pesquisa; e, por fim, a utilização da Modelagem Matemática como metodologia de pesquisa permite uma abordagem prática e contextualizada do tema, o que pode contribuir para o aumento do interesse e da motivação dos alunos.

A Modelagem Matemática é uma abordagem de ensino-aprendizagem que busca aproximar a realidade cotidiana aos conceitos matemáticos. Ao utilizar a análise das cotações Euro-Dólar para explorar um conteúdo alinhado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os alunos serão desafiados a refletir sobre algo já presente em seu cotidiano, ao mesmo tempo em que praticam as propriedades e manipulações algébricas preconizadas neste trabalho. Dessa forma, os alunos têm a oportunidade de desenvolver uma compreensão dinâmica em relação ao conceito em questão, o que proporciona uma visão mais abrangente do conteúdo por meio de uma metodologia de ensino e aprendizagem inovadora.

Este trabalho espera contribuir para o desenvolvimento do campo de pesquisa sobre a aplicação de funções afim para análise e previsão de cotações, bem como para a melhoria do ensino de matemática no Ensino Médio.

Além dos argumentos apresentados acima, é importante destacar que o tema deste trabalho é de interesse dos alunos, pois trata de um assunto relevante e atual. A utilização de uma abordagem prática e contextualizada pode contribuir para o aumento do interesse e da motivação dos alunos, o que é fundamental para o sucesso da aprendizagem.

1.3 Objetivos da Pesquisa

Nesta seção apresentamos os objetivos da pesquisa. Utilizando a Modelagem Matemática como uma metodologia de pesquisa, iremos estudar as cotações Euro-Dólar. Para isso, vamos relacionar o tema acima com o conteúdo de Função Afim ou Função Polinomial de Primeiro Grau.

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo central desta pesquisa é analisar o papel das funções afim como recurso para a análise e previsão de cotações no mercado Euro-Dólar. Em adição, este estudo busca:

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Examinar a aplicabilidade das funções afim na modelagem matemática das cotações Euro-Dólar.
2. Avaliar a eficácia da abordagem das funções afim no contexto da análise e previsão de cotações.
3. Demonstrar como as funções afim podem ser utilizadas como recurso para análise e previsão no contexto específico das cotações Euro-Dólar.

Além disso, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), o tópico de Função Afim é abordado no primeiro ano do Ensino Médio, integrando a unidade temática de Números e Álgebra. Mais especificamente, as habilidades necessárias para desenvolver as propostas deste trabalho são:

- **EM13MAT302** Elaborar modelos utilizando funções polinomiais de 1º ou 2º graus para solucionar problemas em diferentes contextos, com ou sem o auxílio de tecnologias digitais;
- **EM13MAT404** Analisar funções descritas por uma ou mais expressões (como tabelas de Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), nas suas representações algébrica e gráfica, identificando os domínios de validade, a imagem, os intervalos de crescimento e decrescimento, e converter essas representações de uma forma para outra, com ou sem o uso de tecnologias digitais.

A Modelagem Matemática desempenhará um papel central na formulação dos modelos de predição e na resolução dos problemas que serão abordados, utilizando os conceitos do tópico de Função Afim, conforme preconizado na BNCC (Brasil, 2017).

1.4 Metodologia da Pesquisa

1.4.1 Caracterização da Pesquisa

Conforme destacado por Prodanov e Freitas (2013), a natureza deste trabalho é caracterizada como pesquisa aplicada, visto que visa gerar conhecimentos com aplicabilidade prática, direcionada à resolução de problemas específicos. Em relação aos objetivos delineados, esta pesquisa é classificada como exploratória, pois busca proporcionar uma ampliação do entendimento sobre o tema em questão, permitindo sua definição e delimitação de maneira mais abrangente. Quanto a abordagem do problema, ela é uma pesquisa quantitativa, pois envolve dados numéricos e a análise estatística. Será realizada uma análise de fontes documentais, incluindo literatura especializada e dados temporais de cotações Euro-Dólar. Além disso, serão apresentadas situações-problema para exemplificar a aplicação prática das funções afim na análise e previsão de cotações.

Essa metodologia permitirá uma compreensão abrangente da eficácia das funções afim como ferramenta analítica e preditiva no contexto das cotações Euro-Dólar, além de demonstrar sua utilidade como recurso didático para o ensino de análise e previsão financeira.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é descrita como a habilidade de converter questões do mundo real em desafios matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções no contexto da realidade. De acordo com o autor, a modelagem matemática é um processo que combina teoria e prática, incentivando o indivíduo a compreender o ambiente que o envolve e a buscar maneiras de influenciá-lo e transformá-lo.

Por outro lado, Burak (2004) diz que o homem tem a capacidade de raciocinar, refletir e pensar, o que lhe permitiu questionar a natureza e seus fenômenos correlatos como as intempéries, entre outros. O autor propõe o ensino por meio da modelagem matemática, introduzindo uma abordagem que conecta o conhecimento prático do aluno, baseado em sua vida diária, com os princípios matemáticos ensinados na escola, a partir de um tópico de seu interesse. O autor estabelece como objetivo principal dessa metodologia a criação de uma relação que permita a explicação matemática dos fenômenos cotidianos vivenciados pelo indivíduo, auxiliando-o na previsão e na tomada de decisões.

Já para Biembengut (2009), houve um movimento na década de 1960 denominado “utilitarista” no qual teria ocorrido o debate sobre modelagem e aplicações na Matemática, ciência e sociedade, o qual em países como Dinamarca, Holanda e Suíça, teria fomentado a criação de grupos de pesquisa sobre a temática da modelagem. No Brasil, os primeiros esforços no campo da modelagem no ensino foram liderados pelos professores Aristides Camargo Barreto, da PUC/RJ, na década de 1970, e Rodney Carlos Bassanezi, da UNICAMP, juntamente com seus orientados. Registros apontam que Aristides C. Barreto foi pioneiro na realização de práticas de modelagem na educação brasileira e, além disso, representou o Brasil em conferências internacionais, apresentando estudos sobre o assunto. Ele também compartilhou suas pesquisas em cursos de pós-graduação, artigos em periódicos e em atas de conferências. Por outro lado, Rodney C. Bassanezi desempenhou um papel fundamental na disseminação da modelagem, especialmente por meio dos cursos de formação contínua que ministrou e dos programas de pós-graduação em modelagem que coordenou em diversas instituições em quase todos os estados do Brasil. Identificou-se a existência de 23 (vinte e três) cursos de pós-graduação *Lato Sensu* e mais de 50 (cinquenta) de formação contínua.

Segundo De Souza e Teixeira (2021), na Educação Infantil a matemática contribui para o aprimoramento do raciocínio lógico e da capacidade criativa. Quando ensinada de maneira apropriada, conforme preconizado pela Base Nacional Comum Curricular, a matemática não apenas promove o progresso acadêmico da criança, mas também contribui para seu desenvolvimento enquanto indivíduo.

Nas OCNEMs[1], é apresentada uma definição de modelagem, "a ideia de *modelagem matemática*, que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (2006, p.84-5). Além desse entendimento, também promove a utilização da modelagem como recurso pedagógico. Pode-se observar que a modelagem é um processo intricado, no qual o estudante precisará identificar em situações cotidianas um desafio e, posteriormente, solucioná-lo por meio da linguagem matemática, para então validar este modelo. Esta é uma representação idealizada da modelagem no contexto escolar, já que, em geral, "o próprio processo atual de formação do professor não conduz o aprendiz a estabelecer uma conexão relevante entre o que ensina e o mundo real" (Bassanezi, 1999, p.14). No entanto, por meio de uma investigação diligente por parte dos educadores, ainda é viável implementar um trabalho pautado nos princípios da modelagem.

Devido à complexidade da modelagem, previamente mencionada, uma opção para introduzir esse método no ensino é realizar uma adaptação ao contexto escolar. Biembengut afirma,

> "Na modelagem o professor pode optar por selecionar determinados modelos, recriando-os em sala, junto aos alunos, conforme o nível em questão, e ainda seguindo o currículo inicialmente proposto" (Biembengut, 2007, p.29).

Desta forma, cada aluno terá a oportunidade de conceber sua própria estratégia para internalizar os conceitos matemáticos, conferindo significado à futura abstração dos conteúdos desenvolvidos com esta abordagem. Adicionalmente, o professor assume o papel de mediador do conhecimento, pois não apenas transmitirá algoritmos, mas auxiliará os alunos a desenvolverem suas próprias abordagens de resolução.

A modelagem matemática é uma abordagem fundamental para compreender e descrever fenômenos da vida real por meio de formulações matemáticas. Ela desempenha um papel crucial em diversas áreas do conhecimento, incluindo ciências naturais, engenharia, economia, biologia e muitas outras. Nesse processo, busca-se traduzir situações complexas em

---

[1] Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

termos matemáticos, permitindo análises mais precisas, previsões e soluções de problemas práticos.

Segundo Burak (1987, p. 37; 1992, p. 62; 1998 e 2004) e Winston (2019), o processo de modelagem matemática envolve diversas etapas interconectadas:

1. **Formulação do Problema:** O primeiro passo é identificar claramente o problema a ser abordado. Isso envolve definir as variáveis relevantes e entender as relações entre elas.

2. **Construção do Modelo:** Nesta etapa, um modelo matemático é desenvolvido com base na formulação do problema. O modelo pode ser uma equação, um sistema de equações diferenciais, uma rede complexa ou outros formatos, dependendo da natureza do problema.

3. **Solução Matemática:** Uma vez que o modelo é construído, técnicas matemáticas são aplicadas para obter soluções analíticas ou numéricas. Essas soluções representam respostas às perguntas colocadas pelo problema.

4. **Validação e Interpretação:** O modelo matemático deve ser validado comparando suas previsões com dados do mundo real. A interpretação das soluções é crucial para entender o significado das relações matemáticas em termos do fenômeno estudado.

5. **Análise e Implementação:** A análise das soluções obtidas pode revelar insights sobre o comportamento do sistema modelado. Esses insights podem ser usados para tomar decisões informadas ou para desenvolver estratégias.

A modelagem matemática desempenha um papel essencial em diversas áreas do conhecimento, proporcionando uma compreensão mais profunda de fenômenos naturais e sistemas complexos, especialmente no contexto das cotações Euro-Dólar.

Na física, por exemplo, a mecânica clássica de Newton e as equações de Maxwell para eletromagnetismo representam exemplos de modelagem matemática que descrevem com precisão diversos fenômenos naturais. Ao aplicar funções afim nas cotações Euro-Dólar, torna-se possível analisar e prever padrões de comportamento dessas cotações, usando os princípios da mecânica clássica para entender as relações entre variáveis econômicas.

Na biologia, a modelagem matemática desempenha um papel crucial na compreensão de sistemas biológicos. Ela é aplicada na análise da dinâmica populacional, na propagação de doenças e na genética, fornecendo insights valiosos sobre o funcionamento desses sistemas. Ao aplicar funções afim nas cotações Euro-Dólar, é possível entender como fatores biológicos e populacionais impactam as flutuações nas taxas de câmbio, fornecendo insights valiosos para análises e previsões econômicas.

Em economia e finanças, a modelagem matemática é amplamente utilizada para descrever a interação entre variáveis econômicas, como oferta e demanda, inflação e crescimento econômico. No contexto das cotações Euro-Dólar, a aplicação de funções afim permite representar de forma precisa as relações entre estas variáveis, facilitando a interpretação e previsão de movimentos futuros nas taxas de câmbio.

Na engenharia, a modelagem matemática é uma ferramenta indispensável. Ela é empregada para o projeto de estruturas, sistemas de controle e para prever o comportamento de materiais, contribuindo para o desenvolvimento de tecnologias e soluções inovadoras. Ao incorporar funções afim na análise das cotações Euro-Dólar, é possível projetar estratégias financeiras e sistemas de gerenciamento de riscos mais eficazes, levando em consideração as complexidades do mercado global.

No âmbito ambiental, a modelagem matemática desempenha um papel crucial na compreensão das mudanças que ocorrem no meio ambiente. Modelos climáticos e de poluição, por exemplo, são utilizados para avaliar o impacto de intervenções humanas e para compreender os padrões e tendências das condições ambientais. Ao integrar funções afim nas análises das cotações Euro-Dólar, é possível avaliar como eventos ambientais e políticas de intervenção podem influenciar as taxas de câmbio, proporcionando uma visão abrangente do contexto econômico global. Essas aplicações fornecem informações valiosas para a tomada de decisões e políticas voltadas para a preservação do meio ambiente.

Embora a modelagem matemática seja uma ferramenta importante, enfrenta desafios como a simplificação excessiva da realidade, a incerteza nos dados e a complexidade dos sistemas reais. É importante reconhecer as limitações dos modelos e interpretar seus resultados com cuidado. Ao interpretar os resultados de um modelo matemático, é crucial ter em mente diversas considerações. Primeiramente, os modelos frequentemente simplificam a realidade para tornar o problema tratável, o que pode introduzir limitações. Além disso, a validação dos resultados com dados observacionais ou experimentais do mundo real é essencial para verificar a precisão do modelo. A incerteza nos dados utilizados para calibrar ou validar o modelo deve ser cuidadosamente considerada. Ademais, é importante reconhecer que alguns modelos são sensíveis às condições iniciais ou aos valores dos parâmetros, exigindo análises de sensibilidade. A generalização dos resultados para situações muito diferentes deve ser feita com cautela. A interpretação dos resultados deve ser baseada em um sólido entendimento do fenômeno estudado, e a discussão com especialistas na área pode ser valiosa. Por fim, manter uma documentação detalhada do modelo, incluindo a formulação matemática, os dados utilizados e os métodos de solução, é essencial para garantir a transparência e a replicabilidade dos resultados.

A modelagem matemática é uma abordagem essencial para explorar e compreender fenômenos complexos em diversas áreas do conhecimento. Ao transformar problemas do mundo real em equações matemáticas, ela fornece uma estrutura para análise, previsão e tomada de decisões informadas. Através dessa prática, os matemáticos e cientistas continuam a explorar as maravilhas da realidade sob uma perspectiva numérica.

3. NOÇÃO DE FUNÇÃO

O estudo das funções desempenha um papel fundamental na matemática, sendo essencial para compreender e modelar fenômenos. As funções fornecem uma forma de descrever relações entre variáveis e são fundamentais para a análise e resolução de problemas complexos. O conceito de função oferece uma estrutura unificadora para expressar e entender padrões, comportamentos e interações.

3.1 Definição

Dados dois conjuntos $A, B \subseteq \mathbb{R}$, não vazios, uma relação f de A (domínio) em B (contradomínio) recebe o nome de **aplicação de $\boldsymbol{A}$ em $\boldsymbol{B}$** ou **função definida em $\boldsymbol{A}$ com imagens em $\boldsymbol{B}$** se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $y = f(x)$. Ou seja, f é aplicação de A em $B \Leftrightarrow \forall x \in A, \exists!\, y \in B \mid y = f(x)$. (Iezzi; Murakami, 2013)

3.2 Gráfico

Quando o domínio e o contradomínio de uma função f são subconjuntos de $\mathbb{R}$, dizemos que f é uma função real de variável real, nesse caso o gráfico de f é o conjunto de todos os (x, y) em $\mathbb{R}^2$ para os quais (x, y) é uma dupla ordenada em f. Assim o gráfico de f é o conjunto:

$$\text{graf}\, f = \{(x, y) \in A \times B; y = f(x)\}$$

Segundo Iezzi e Dolce (2010) o gráfico de uma função pode ser construído conhecendo-se sua lei de correspondência $y = f(x)$ e seu domínio (finito). Podemos seguir os passos:

- construir uma tabela onde colocamos os valores de x (domínio de f) e os valores de y calculados por meio da lei $y = f(x)$.
- representar os pares ordenados (x, y) da tabela por um ponto do plano cartesiano. O conjunto dos pontos obtidos é o gráfico da função

Exemplo: vamos considerar o gráfico da função dada pela lei $f(x) = 5x + 3$, com domínio $D = \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$. Primeiro devemos construir a tabela (Quadro 1) na qual aparecem os valores de x (domínio de f) e os valores de y que serão calculados por meio da expressão $y = 5x + 3$.

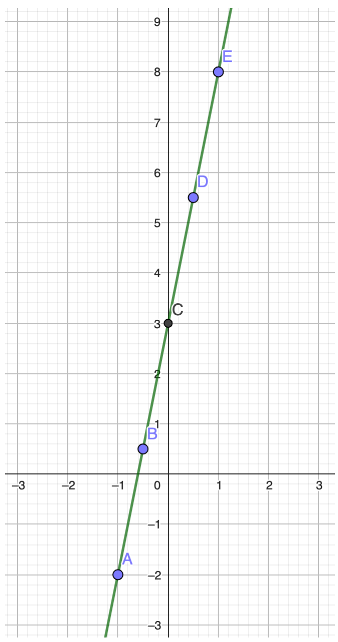
Quadro 1: $f(x) = 5x + 3$

x	$y = 5x + 3$	Pontos
-1	-2	A
-1/2	1/2	B
0	3	C
1/2	11/2	D
1	8	E

Fonte: O Autor

Na sequência representaremos os pares ordenados obtidos no Quadro 1 por pontos no plano de coordenadas cartesianas, a união desses pontos será o gráfico de f (Figura 1). É importante notar que os pontos são unidos por uma reta, formada de infinitos pontos, uma vez que o domínio é $\mathbb{R}$. Portanto, o gráfico é uma reta contínua, a tabela apenas aponta para alguns pontos que nos permitem traçar a linha que delineia a função de uma forma intuitiva.

Figura 1: Gráfico de $f(x) = 5x + 3$



Fonte: O Autor

A seguir abordaremos, entre os tipos de funções reais de uma variável real, o tipo particular de função: a função afim.

4. FUNÇÃO AFIM

4.1 Definição

Uma função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes reais a e b tais que

$$f(x) = ax + b, \text{ para } x \text{ real e } a \neq 0$$

Onde:

- "$f(x)$" representa a função.
- "x" é a variável independente.
- "a" é o coeficiente angular (a inclinação da reta).
- "b" é o coeficiente linear (o ponto de interseção com o eixo y quando $x = 0$).

Os coeficientes "a" e "b" desempenham papéis cruciais na função afim $y = ax + b$, proporcionando informações valiosas sobre o comportamento e a interpretação da reta associada.

O coeficiente "a" representa a inclinação da reta no gráfico da função. Em termos mais simples, ele indica a taxa de variação da variável dependente (y) em relação à variável independente (x). Se "a" for positivo, a reta terá uma inclinação positiva, indicando um aumento de y conforme x aumenta. Por outro lado, se "a" for negativo, a inclinação será negativa, sinalizando uma diminuição de y à medida que x aumenta.

Já o coeficiente "b" é responsável por determinar o ponto de interseção da reta com o eixo vertical (eixo das ordenadas). Ele representa o valor de y quando x é igual a zero, fornecendo uma referência crucial para a posição inicial da reta no plano cartesiano.

No contexto da análise financeira, o coeficiente "b" pode ter uma interpretação interessante. Ele pode representar um valor inicial, como um investimento inicial em um modelo financeiro, ou uma constante que reflete uma tendência subjacente nos dados.

Em resumo, o coeficiente "a" influencia a inclinação da reta, refletindo as relações de variação entre as variáveis, enquanto o coeficiente "b" determina onde a reta intersecta o eixo vertical, fornecendo uma referência crucial para a análise e interpretação dos dados representados pela função afim.

Casos particulares de funções afim:

Existem vários tipos de funções afins com base nos valores dos coeficientes "a" e "b" e suas características. Aqui estão alguns exemplos:

1. Função Identidade:
   a. Quando $a = 1$ e $b = 0$.
   b. Representada por $f(x) = x$.
   c. É uma linha reta que passa pela origem com uma inclinação de 45 graus em relação ao eixo x.

2. Translação:
   a. Quando $a = 1$ e $b \neq 0$.
   b. Representada por $f(x) = x + b$.

3. Função Constante:
   a. Quando $a = 0$ (qualquer valor) e $b \neq 0$.
   b. Representada por $f(x) = b$.
   c. É uma linha horizontal paralela ao eixo x em uma posição específica no eixo y.

4. Função Linear Geral:
   a. Quando $a \neq 0$ e b pode ser qualquer valor.
   b. Representada por $f(x) = ax + b$.
   c. Pode ser uma linha reta inclinada em qualquer ângulo e que passa pela posição $(0, b)$ no eixo y.

5. Função Linear Decrescente:
   a. Quando $a < 0$ e b pode ser qualquer valor.
   b. Representada por $f(x) = ax + b$.
   c. É uma linha reta que inclina para baixo da esquerda para a direita.

6. Função Linear Crescente:
    a. Quando $a > 0$ e b pode ser qualquer valor.
    b. Representada por $f(x) = ax + b$.
    c. É uma linha reta que inclina para cima da esquerda para a direita.

4.2 Propriedades

1. **Relação Linear**: A principal característica de uma função afim é que ela descreve uma relação linear entre as variáveis. Isso significa que a função gera uma linha reta no plano cartesiano.

2. **Coeficientes Determinam a Inclinação e a Interseção**: Os coeficientes "a" e "b" na equação da função afim $f(x) = ax + b$ determinam a inclinação da linha (a) e o ponto em que a linha cruza o eixo y (b).

3. **Domínio e Contradomínio**: O domínio de uma função afim é o conjunto de todos os valores que a variável independente "x" pode assumir, e o contradomínio é o conjunto de todos os valores que a variável dependente "$f(x)$" pode assumir.

4. **Variação Linear**: Uma função afim exibe uma variação linear, o que significa que a cada aumento constante na variável independente, há um aumento constante correspondente na variável dependente.

5. **Inversa de uma Função Afim**: A inversa de uma função afim é outra função afim. A função inversa inverte a relação linear, trocando as variáveis dependentes e independentes.

6. **Ponto de Interseção com o Eixo y**: O coeficiente "b" na equação da função afim representa o ponto em que a linha cruza o eixo y. Esse ponto é chamado de "ponto de interseção com o eixo y."

7. **Paralelismo e Perpendicularidade**: Duas linhas afins são paralelas se tiverem a mesma inclinação (mesmo coeficiente "a"). Duas linhas afins são perpendiculares se as inclinações dos coeficientes forem negativas recíprocas.

8. **Proporcionalidade**: Uma função afim é uma função de proporção direta quando a constante "a" é igual a zero. Isso significa que a variável dependente é diretamente proporcional à variável independente.

9. **Gráfico Linear**: O gráfico de uma função afim é uma linha reta, o que facilita a representação visual e a análise.

10. **Deslocamento Vertical e Horizontal**: Ao modificar os valores de "a" e "b," é possível deslocar a linha para cima ou para baixo (deslocamento vertical) e para a esquerda ou para a direita (deslocamento horizontal).

As propriedades das funções afins são fundamentais para a compreensão e manipulação de relações lineares entre variáveis. Compreender a relação linear, os coeficientes que determinam inclinação e interseção, além do domínio e contradomínio, é essencial para analisar e interpretar dados quantitativos. A variação linear e a inversa de uma função afim adicionam camadas de compreensão e permitem a aplicação em uma variedade de contextos práticos. O ponto de interseção com o eixo y oferece insights sobre o comportamento da função. Além disso, entender conceitos como paralelismo, perpendicularidade e proporcionalidade é crucial para resolver problemas mais complexos. O gráfico linear proporciona uma representação visual clara, facilitando a interpretação dos resultados. Por fim, a capacidade de fazer deslocamentos verticais e horizontais expande as possibilidades de aplicação das funções afins. Dominar essas propriedades não apenas aprimora as habilidades matemáticas, mas também desenvolve competências gerais, como a capacidade de analisar e resolver problemas de forma lógica e sistemática, habilidades essenciais em diversas áreas do conhecimento. Portanto, investir no estudo e compreensão dessas propriedades é fundamental para um sólido embasamento matemático e para o desenvolvimento de habilidades analíticas essenciais.

5. GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO AFIM

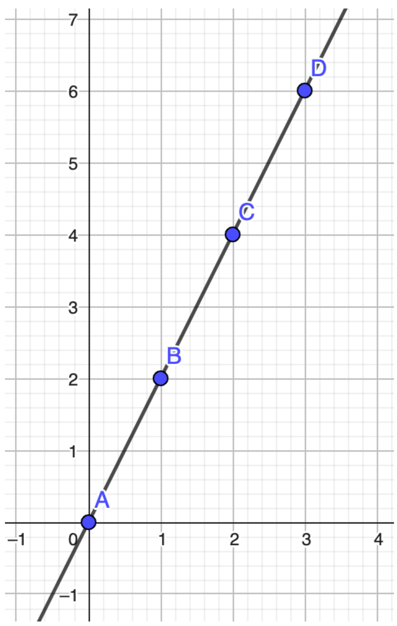
O espaço percorrido por um móvel numa experiência de laboratório é dado pela fórmula $y = 2x$ onde y é o espaço percorrido em metros e x é o tempo em segundos. Vamos calcular os espaços percorridos (y) de acordo com os tempos dados (x) e efetuar o gráfico de y em função de x para esboçar o gráfico de uma função no plano cartesiano, devemos atribuir valores a x, determinando os respectivos valores numéricos de y. Assim, seja $f : A \to B$, definida por $y = 2x$, com $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{0,2,4,6\}$. (Marcondes, Gentil e Greco, 2003)

Quadro 2: $y = 2x$

x	$y = 2x$	**Pontos**
0	0	A
1	2	B
2	4	C
3	6	D

Fonte: O Autor

Figura 2: Gráfico de $f(x) = 2x$



Fonte: O Autor

Ao estudar o gráfico de uma função afim, como no exemplo $y = 2x$ representando o espaço percorrido por um móvel, ganhamos *insights* valiosos sobre o fenômeno. A representação gráfica nos ajuda a compreender a relação entre as variáveis de forma clara. Além disso, nos prepara para explorar a otimização, um conceito crucial que veremos adiante. Ao avançarmos, vamos aprofundar nossa compreensão sobre como maximizar ou minimizar uma função, o que possui aplicações práticas em diversos campos. Portanto, vamos continuar a explorar as fascinantes possibilidades que a matemática e a modelagem oferecem para resolver desafios do mundo real.

6. OTIMIZAÇÃO

Otimização matemática é o processo de encontrar a melhor solução para um problema, de acordo com um determinado critério. Esses problemas podem surgir em diversas áreas, como ciência da computação, engenharia (Martins; Ning, 2021), pesquisa operacional e economia. Segundo (Du; Pardalos; Wu, 2008) o desenvolvimento de métodos para solução desse tipo de problemas tem sido de interesse da matemática por vários séculos.

Em sua forma mais simples, um problema de otimização consiste em maximizar ou minimizar uma função real. Para isso, é necessário explorar um conjunto de possíveis soluções e escolher a que melhor atende ao critério desejado, por exemplo, encontrar os parâmetros de um modelo de regressão linear que minimize o erro de previsão de cotações Euro-Dólar, encontrar os parâmetros de uma estratégia de arbitragem que maximize o lucro na venda de ativos, encontrar os parâmetros de uma estratégia de *day trading* que minimize o risco ao negociar ativos e encontrar os parâmetros de uma estratégia de *swing trading* que maximize o lucro na negociação de ativos a longo prazo.

A teoria e as técnicas de otimização são um campo de estudo amplo e complexo. Elas permitem resolver problemas de otimização em uma variedade de contextos, com diferentes tipos de funções objetivas e domínios.

Otimização matemática é um processo de encontrar a melhor solução para um problema, de acordo com um determinado critério. Esses problemas podem surgir em diversas áreas e são resolvidos por meio de teorias e técnicas específicas. Em sua forma mais simples, um problema de otimização envolve a tarefa de maximizar ou minimizar uma função real, seguindo um processo sistemático de seleção de valores de entrada dentro de um conjunto predefinido e, em seguida, calculando o valor da função a ser otimizada.

A extensão da teoria e das técnicas de otimização para diferentes formulações constitui uma grande área de estudo na matemática aplicada.

De forma mais abrangente, a otimização abarca a busca pelos 'melhores valores disponíveis' de uma determinada função objetivo, levando em consideração um domínio ou conjunto de entradas definido. Isso inclui uma ampla variedade de tipos de funções objetivas e diferentes tipos de domínios.

Por exemplo, suponha que queremos encontrar a melhor rota para ir de São Paulo a Rio de Janeiro. Podemos definir uma função que calcula a distância entre duas cidades. Para encontrar a melhor rota, precisamos explorar todas as possíveis combinações de cidades e escolher a que produz a distância menor.

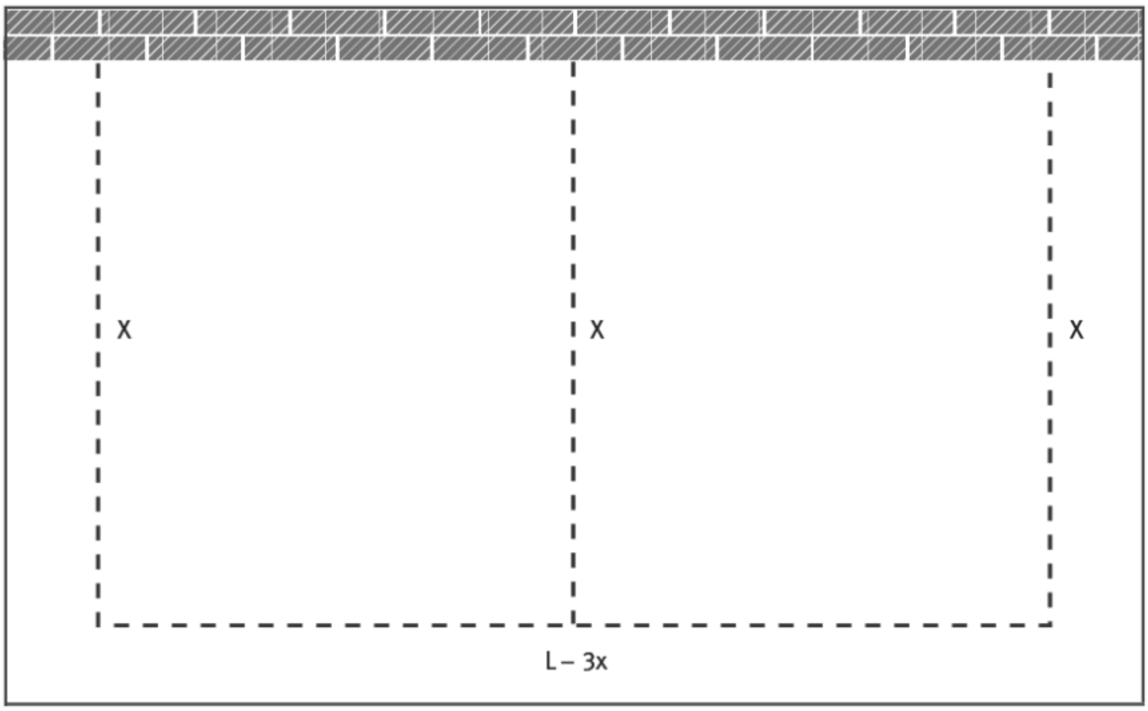
Em problemas mais complexos, a função objetivo pode ser não linear ou mesmo descontínua. Nesses casos, é necessário usar técnicas mais sofisticadas para encontrar a solução ótima.

O Exemplo 1 abaixo foi baseado no problema proposto por Silva (2014, p. 59). Entretanto, o autor deixou a solução do problema incompleta, que foi complementada abaixo.

Exemplo 1: Para esse exemplo usaremos o problema 2, página 59 de Nascimento (2011) *apud* Silva (2014).

Um fazendeiro deseja construir uma cerca em sua propriedade para criar galinhas e patos. Para isso, aproveitará um muro já existente e cercará uma região retangular com dois compartimentos de medidas iguais, conforme a Figura 3.

Figura 3: Representação gráfica do problema



Fonte: Silva (2014)

Sabendo que o fazendeiro dispõe de L metros de tela, que serão totalmente utilizados, determine, em função de L:

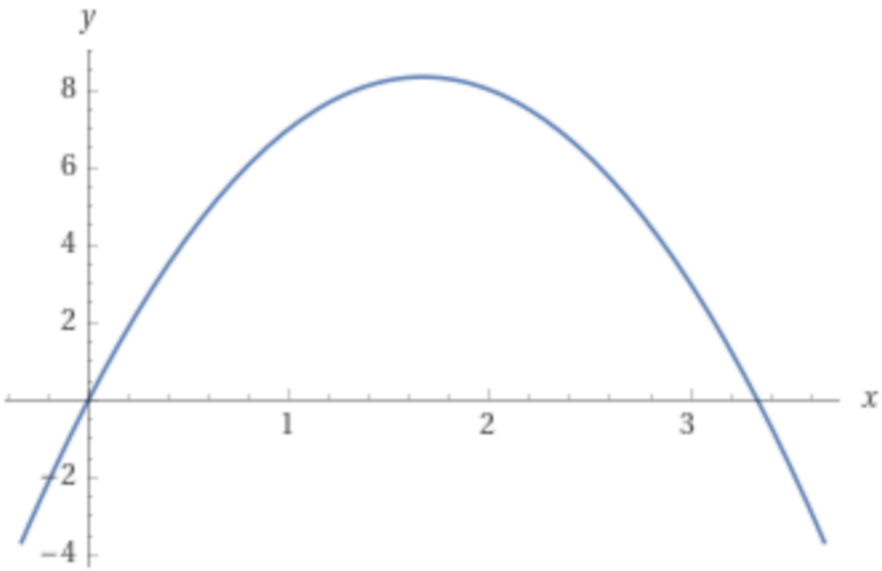
1. o valor de x para que ele consiga cercar a maior área possível;
2. o valor da maior área possível.

Solução:

1. Tomando $A(x)$ como a área cercada, temos $A(x) = x(L - 3x)$, ou seja, $A(x) = -3x^2 + Lx$.
2. Calculando as raízes da função temos $-x(L + 3x) = 0$, $x_1 = 0$ e $x_2 = \frac{L}{3}$.

Como temos uma parábola voltada para baixo (coeficiente a negativo), a solução do problema deve estar entre $0 < x < \frac{L}{3}$, pois em $x = 0$ ou $x = \frac{L}{3}$ não haverá volume algum. Portanto, a máxima área será encontrada no vértice da parábola. Assim $x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{L}{2\cdot(-3)} = \frac{L}{6}$, que atende ao intervalo válido fixado. Isso pode ser verificado na Figura 4, onde usamos $L = 10$, o que produzirá um $x_V \approx 1.667 < \frac{10}{3}$ e uma área máxima $A(1.667) = 1.667(10 - 3 \cdot 1.667) \approx 8.33\ m^2$.

Figura 4: Gráfico para $-3x^2 + Lx$, com $L = 10$.



Fonte: O Autor[2]

O problema do Exemplo 1 pode ser proposto inicialmente usando valores reais no lugar de L, e após alguns exemplos pode ser abordado o caso geral, ou seja, mostrando aos alunos que L é variável.

[2] Produzido com o comando `plot -3x^2+10x` em <https://www.wolframalpha.com>. Acesso em: 13/10/2023.

6.1 Problemas de Otimização

Nesta seção veremos dois exemplos de problemas em que as soluções impõem a determinação de valores máximos e/ou mínimos absolutos encontrados nas funções que os representam. Eles são chamados “problemas de otimização” já que as suas soluções, encontradas com o uso desta técnica, são as melhores possíveis para cada caso, isto é, encontrar a solução ótima para eles com as técnicas de máximos e mínimos significa resolver estes problemas.

Não colocamos problemas de otimização envolvendo funções afim, pois não encontramos nenhuma literatura com tais problemas e, depois porque a maximização ou minimização de uma função linear tenderia ao infinito, exceto para algum domínio finito, uma vez que seu gráfico é uma reta, o que não seria uma boa solução em sentido prático. O que queremos neste trabalho não é minimizar ou maximizar uma função afim, mas encontrar a função afim ótima para valores de cotação Euro-Dólar.

7. NOÇÕES DE ESTATÍSTICA

A compreensão e aplicação das noções de estatística desempenham um papel fundamental em diversos campos do conhecimento e na tomada de decisões informadas em nossa sociedade. No âmbito acadêmico, a estatística é uma ferramenta essencial para a análise e interpretação de dados experimentais, possibilitando a validação de hipóteses e a generalização de resultados. Além disso, no contexto profissional, a capacidade de compreender e utilizar métodos estatísticos é altamente valorizada em áreas como finanças, economia, saúde, marketing e ciências sociais, contribuindo para embasar escolhas estratégicas e avaliações de desempenho. Em um mundo cada vez mais orientado por dados, o domínio das noções de estatística torna-se não apenas uma habilidade técnica, mas uma competência essencial para a construção de um pensamento crítico e analítico, capacitando indivíduos a enfrentar os desafios complexos da sociedade contemporânea. Portanto, a abordagem e aprofundamento das noções estatísticas neste trabalho se revelam de grande relevância para a formação e capacitação dos profissionais e estudiosos de diversas áreas do conhecimento.

Além disso, a competência em estatística é altamente valorizada em diversos campos profissionais, incluindo finanças, economia, saúde e marketing. Capacitar-se nesse domínio não apenas confere habilidades técnicas, mas também promove um pensamento crítico e analítico fundamental para enfrentar os desafios complexos da sociedade contemporânea. Sendo assim, a abordagem e aprofundamento das noções estatísticas, em conjunto com o uso de funções afim e regressão linear neste trabalho, revestem-se de grande importância para a compreensão e execução dos exemplos a contento.

7.1 Média Aritmética

Segundo Devore e Cordeiro (2014), para um conjunto específico de números $x_1, x_2, \cdots, x_n$, a medida mais comum e útil do centro é a média desse conjunto. Como geralmente temos os diversos x formando uma amostra, frequentemente nos referimos à média aritmética como média amostral e a representamos por $\bar{x}$.

A média amostral $\bar{x}$ das observações $x_1, x_2, \cdots, x_n$ é calculada da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n} \tag{1}$$

O numerador de $\bar{x}$ pode ser informalmente escrito como a soma de todas as observações na amostra, ou simplesmente $\sum x_i$.

Ao apresentar $\bar{x}$, recomendamos o uso de uma precisão decimal um dígito além da precisão dos x individuais. Dessa forma, se as observações representam distâncias de parada em metros, com $x_1 = 5{,}3$, $x_2 = 5{,}2$ e $x_3 = 5{,}5$ e assim por diante, podemos expressar $\bar{x}$ como

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{3} = \frac{5{,}3 + 5{,}2 + 5{,}5}{3} = \frac{16}{3} \approx 5{,}33\ m \qquad (2)$$

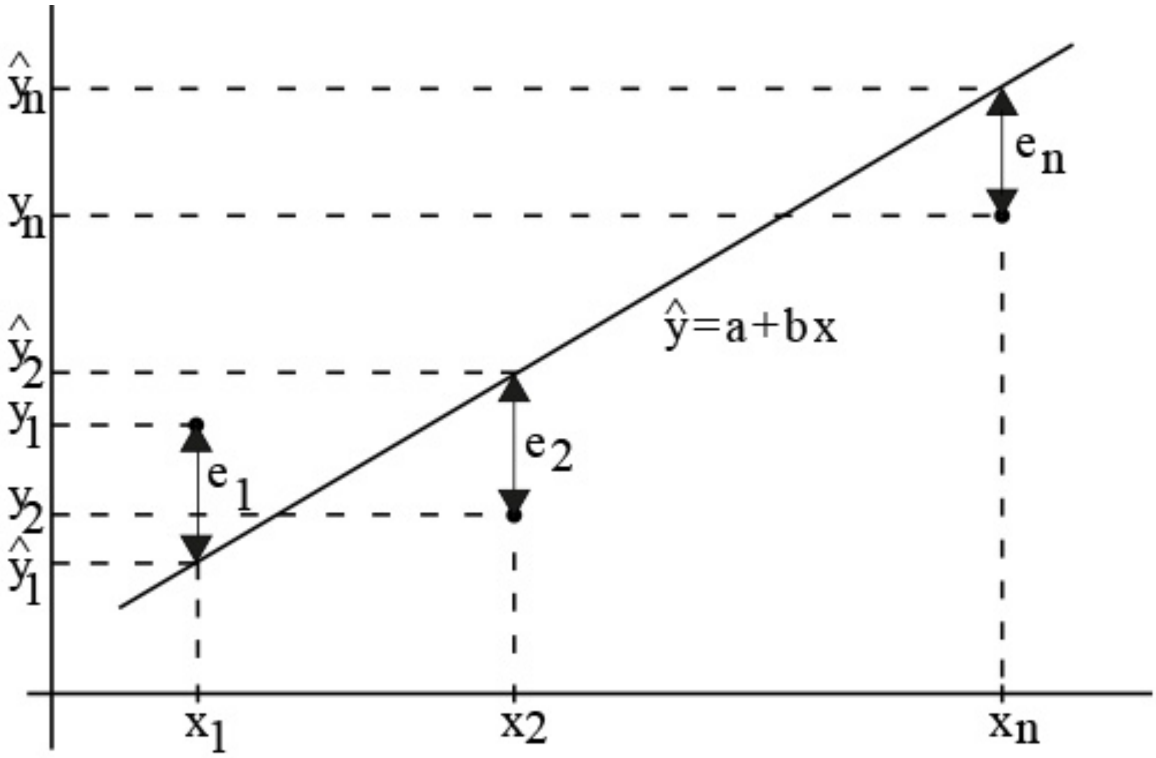
7.2 Regressão Linear

Um modelo de Regressão é uma representação matemática que descreve a relação entre duas ou mais variáveis quantitativas. Quando o foco do estudo está apenas em duas variáveis e o modelo matemático assume a forma de uma equação linear, é chamada de regressão linear simples.

Quando o gráfico de dispersão indica uma possível relação linear entre duas variáveis, x e y, é viável resumir a maneira como a variável dependente ou de resposta, também chamada de y (ou variável a ser prevista), é influenciada pela variável independente ou explicativa, também chamada de x (ou variável preditora). A essa representação damos o nome de linha de regressão.

Dado um conjunto de dados bidimensionais (x_I, y_i), para $i = 1, \cdots, n$, referente ao par de variáveis (x, y), pode ser interessante ajustar uma linha na forma $y = ax + b$ para obter informações sobre como as mudanças em x se refletem em y. Um dos métodos mais reconhecidos para ajustar uma linha a um conjunto de dados é o método dos mínimos quadrados (Figura 5), o qual visa determinar a linha que minimiza a soma dos quadrados dos desvios (ou erros) entre os valores reais das ordenadas e os estimados a partir da linha de ajuste desejada.

Figura 5: Reta de regressão $\hat{y}$ mostrando os erros e_i entre os valores preditos $\hat{y}_i$ e os valores reais y_i



Fonte: Wikiciências[3]

Essa abordagem, apesar de sua simplicidade, apresenta pouca robustez, pois é altamente sensível a dados atípicos, ou seja, valores que se desviam da distribuição predominante, comumente conhecidos como outliers. De fato, ao buscar minimizar

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3)$$

pode-se demonstrar[4] que os estimadores para o coeficiente angular e o termo independente da equação de regressão são, respectivamente:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

[3] Disponível em < https://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php/Regress%C3%A3o_linear_simples>. Acesso em: 13/10/2023.
[4] Este não é o intuito deste trabalho, uma vez que a literatura sobre estatística e regressão linear é farta dessas demonstrações.

e

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} \tag{5}$$

onde $\bar{x}$ e $\bar{y}$ representam, respectivamente, as médias de x_i e y_i. O fato de serem dependentes da média, que é uma medida sensível, torna a linha de regressão igualmente sensível. Portanto, é essencial realizar uma análise prévia do gráfico de dispersão para identificar possíveis valores atípicos. A linha de regressão obtida por meio deste método também é conhecida como **reta dos mínimos quadrados**.

Uma maneira de avaliar a qualidade do modelo ajustado é por meio dos resíduos, que representam as discrepâncias entre os valores observados y_i e os valores preditos $\hat{y}_i$:

$$\text{resíduos} = \text{dados observados} - \text{valores ajustados} \tag{6}$$

Isso ocorre porque se os resíduos não forem excessivamente grandes e não exibirem nenhum padrão discernível, é um indicativo de que o modelo que estamos ajustando é apropriado.

Nota:

A linha de regressão é empregada para previsões, ou seja, para estimar o valor de y para um determinado x. No entanto, essas estimativas não devem abranger valores de x que estejam fora do intervalo dos x_i, pois o fato de a linha se ajustar bem aos pontos dados não implica que seja apropriada para fazer *extrapolações*.

8. MERCADO FINANCEIRO

No presente capítulo, será exposta a dinâmica operacional envolvida nas transações, detalhando a elaboração dos gráficos, procedimentos para a execução de ordens de compra ou venda, bem como a aplicação da análise clássica na avaliação do comportamento do preço no contexto decisório das negociações. Com o propósito de aprimorar a compreensão do conteúdo abordado, é pertinente destacar a inclusão de um glossário no Apêndice A deste trabalho, no qual constam as definições das terminologias próprias do mercado financeiro.

O mercado financeiro engloba as transações de compra e venda de diversos tipos de ativos financeiros, tais como ações de empresas, moedas, *commodities* (como café, açúcar, soja, petróleo, ouro, etc.) e, mais recentemente, criptomoedas como o *bitcoin*, entre outros. A precificação desses ativos está sujeita à dinâmica da oferta e demanda, isto é, quanto maior o interesse dos investidores em um determinado ativo, mais elevado será seu preço, enquanto menos demanda resultará em uma redução do valor. Adicionalmente, outros fatores, como o balanço patrimonial da empresa (no caso de ações), lucros trimestrais, expectativas de crescimento, dentre outros, também influenciam na valorização de um ativo.

É notório que em todas as bolsas de valores ao redor do mundo, há a presença de índices que fornecem um panorama da atividade econômica e o desempenho das principais empresas que impulsionam a economia local. Nos Estados Unidos, destacam-se os índices Nasdaq, Dow Jones[5] e S&P500, na Alemanha, o conhecido DAX, enquanto na França, o COC. No Brasil, o índice de maior relevância é o IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo), negociado na bolsa de valores B3 (Brasil Bolsa Balcão).

8.1 Funcionamento do Mercado de Ativos

Segundo Castilhori (2020), para realizar investimentos, é imperativo possuir uma conta em uma corretora de valores, adquirir uma plataforma (software de computador) e efetuar um depósito na conta. Atualmente, as transações são realizadas por meio de computadores. Há alguns anos, o mercado não se assemelha mais à agitação de pessoas gritando, conforme era comum nos telejornais. Para ilustrar o processo de negociação, utilizarei o par de moedas

---

[5] O Dow Jones é, assim, **o** índice mais tradicional do mercado acionário dos Estados Unidos. A designação oficial é Dow Jones Industrial Average (DJIA), ou “Média Industrial Dow Jones”, em tradução livre. Informalmente, é conhecido como “The Dow”.

EURUSD, código que indica que a primeira moeda é o euro e a segunda moeda é o dólar americano.

O valor apresentado indica quantas unidades da segunda moeda são necessárias para adquirir uma unidade da primeira moeda. Por exemplo, se o par EURUSD estiver cotado a 1,14245, significa que é preciso dispor de aproximadamente 1,14 dólares americanos para adquirir 1 euro (nas negociações no mercado financeiro, são utilizadas mais casas decimais). Um lote corresponde a 100 000 unidades da primeira moeda, ou seja, comprar 1 lote do par EURUSD a 1,14 implica adquirir 100 000 euros com 114 000 dólares.

Os pares de moedas são transacionados no mercado Foreign Exchange (mercado de câmbio), mais conhecido como Forex. Neste mercado, é viável operar com as principais moedas do mundo, como o USDJPY (dólar americano contra iene japonês), a GBPUSD (libra esterlina, a moeda do Reino Unido, contra o dólar americano) e o AUDUSD (dólar australiano contra o dólar americano). Para simplificar a compreensão, neste trabalho adotarei o par EURUSD como referência, mas as operações com outros pares de moedas ou ações seguem um processo análogo.

Para operar esses pares de moedas, não é necessário dispor de todo o capital exigido para a operação. As corretoras requerem um montante denominado margem. Para esclarecer, considere o Exemplo 1, apresentado por Castilhori (2020, p. 16).

Exemplo 1: Valores de uma negociação no EURUSD.

Suponha que você adquira 2 lotes de EURUSD a 1,14245 (preço negociado em março de 2020[6]), conforme a primeira linha do Quadro 3.

Quadro 3: Valores de uma negociação no EURUSD

EURUSD	Lotes	Preço	Volume financeiro (em dólares)
Compra	2	1,14245	$200\ 000 \times 1{,}14245 = 228\ 490$
Venda	2	1,14345	$200\ 000 \times 1{,}14345 = 228\ 690$

Fonte: O Autor

Considerando que cada lote compreende 100.000 unidades, nessa operação foram adquiridos 200.000 euros a um preço de 1,14245 dólares por cada euro. Portanto, o volume financeiro negociado foi de $200\ 000 \times 1{,}14245 = 228\ 490$ dólares. Após alguns dias, o preço

[6] Disponível em https://br.investing.com/currencies/eur-usd-historical-data. Acesso em 07/11/2023.

do EURUSD alcançou 1,14345 e você optou por vender os 2 lotes adquiridos. Desta forma, os 200 000 euros foram vendidos a 1,14345. O valor obtido com a venda foi de $200\,000 \times 1{,}14345 = 228\,690$ dólares, conforme a segunda linha do Quadro 3.

Dado que a operação foi iniciada comprando os dois lotes por 228 490 dólares e concluída vendendo-os por 228 690 dólares, o resultado da operação foi um lucro de $228\,690 - 228\,490 = 200$ dólares. Nota-se que o lucro foi de 200 dólares, enquanto o capital utilizado para a operação foi superior a 200 000 dólares. Visto que o lucro ou prejuízo de uma operação é substancialmente menor do que o capital empregado, as corretoras permitem que o investidor realize tal operação sem possuir os 228 490 dólares necessários. As corretoras calculam a volatilidade e estabelecem o que se denomina margem.

Suponha que, neste Exemplo 1, a corretora com a qual você opera exija uma margem de 1:50. Isso implica que, para cada 50 dólares negociados, é necessário ter na conta pelo menos 1 dólar de garantia (margem). Ou seja, você deve possuir um cinquenta avos $\left(\frac{1}{50}\right)$ do valor negociado. Assim, para operar o volume de 228 490 dólares do Exemplo 1, com essa margem de 1:50, é necessário ter na conta pelo menos $\frac{1}{50} \times 228\,490 = 4\,569{,}8$ dólares (US$ 4 569,80). A margem representa uma forma de alavancagem financeira, pois permite aos investidores operarem mesmo sem possuir o valor exato para a negociação.

Para facilitar as transações, a diferença entre os preços multiplicada por 10^5 é referida como pontos. No Exemplo 1, a discrepância entre o preço de compra e de venda totaliza 100 pontos, dado que $(1{,}14345 - 1{,}14245) \times 10^5 = 100$. A partir dessa abordagem, surge a relação em que o lucro ou prejuízo correspondem ao produto dos pontos pela quantidade de lotes da operação.

No Exemplo 1, a variação entre os preços de compra e venda totalizou 100 pontos, e a operação foi realizada com 2 lotes. Portanto, o lucro foi de $100 \times 2 = 200$ dólares. Agora, consideremos uma compra de 3 lotes de EURUSD a 1,14200 e, após alguns minutos, os 3 lotes são vendidos a 1,14150. Neste caso, o ativo foi vendido por um preço mais baixo do que o de compra, resultando em uma perda de 50 pontos $\left((1{,}14200 - 1{,}14150) \times 10^5 = 50\right)$. Assim, o resultado da operação foi um prejuízo de $50 \times 3 = 150$ dólares.

Para que uma negociação ocorra, basta haver interessados em ambas as partes: um investidor interessado em comprar pelo mesmo preço que outro está interessado em vender. Um investidor que compra está considerando vender o que adquiriu a um preço mais elevado para obter lucro. O mesmo princípio se aplica à venda, ou seja, um vendedor que vende espera que o preço caia para que ele compre a um preço mais baixo e, assim, obtenha seu lucro.

Muitas pessoas acreditam erroneamente que só é possível obter ganhos no mercado quando o preço do ativo está em alta. No entanto, como mencionado anteriormente, fica evidente que também é viável realizar operações quando o preço está em queda. Surge então a dúvida comum: como posso vender algo que não possuo? Conforme mencionado anteriormente, uma negociação ocorre quando há interessados de ambos os lados, um disposto a comprar e outro a vender. Isso é o suficiente para concretizar uma negociação. O essencial é abrir uma negociação e posteriormente encerrá-la, seja comprando e em seguida vendendo na expectativa de uma alta no ativo, ou vendendo e depois comprando na expectativa de uma baixa no ativo.

Existem duas maneiras de iniciar uma operação. A primeira é agredir o livro de ofertas, ou seja, comprar pelo melhor preço disponível no momento em que deseja iniciar a operação. Essa forma de entrada é conhecida como entrada a mercado. A segunda maneira é colocar uma ordem a um preço específico e aguardar até que as negociações alcancem esse valor e executem sua ordem. O livro de ofertas consiste nas ordens colocadas em um preço determinado. O ativo se move em resposta à agressão ao livro de ofertas. O preço de compra de um ativo é sempre maior do que o preço de venda. Portanto, se você comprar um ativo e vender imediatamente em seguida, incorrerá em prejuízo, pois venderá por um preço inferior ao de compra. Para compreender isso, imagine que o livro de ofertas do EURUSD esteja, nesse exato momento, conforme ilustrado no Quadro 4.

Quadro 4: Book de Ofertas (EURUSD)

1,13123	200
1,13122	200
1,13121	200
1,13120	50
1,13112	100
1,13111	300
1,13110	300
1,13109	300

Fonte: Figura 1 de Castilhori (2020, p. 19)

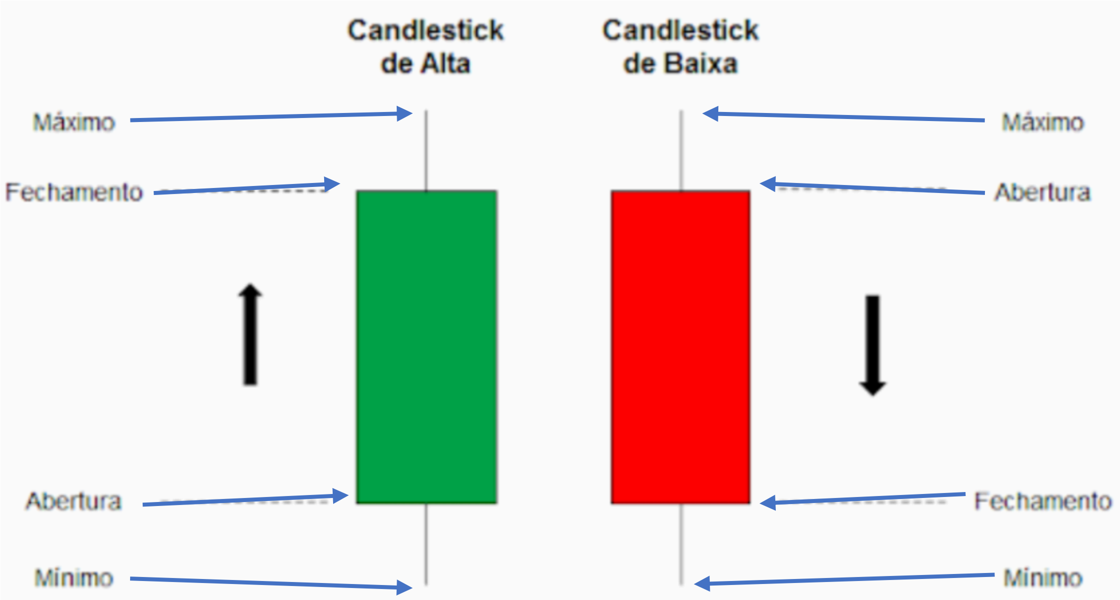
Em destaque laranja estão os vendedores, e em azul, os compradores. Para adquirir EURUSD nesse exato momento, o preço de venda é de 1,13120, que representa o melhor preço disponível. Se optar por vender, o valor será de 1,13112, pois este é o melhor preço pelo qual os compradores estão dispostos a negociar. Para que o preço de compra suba, passando de 1,13120 para 1,13121, os compradores precisam consumir os 50 lotes disponíveis em 1,13120. Quando isso acontece, o preço de 1,13121 se torna o novo melhor preço de compra. Esse deslocamento para cima indica que as agressões de compra impulsionam o preço para cima, enquanto as agressões de venda o movem para baixo. Isso segue o princípio da oferta e demanda na precificação do ativo.

Existem diversas formas de interpretar o mercado, seja através do fluxo de ordens, gráficos, ou outras ferramentas. As plataformas das corretoras disponibilizam várias dessas ferramentas para análise, especialmente as plataformas pagas. O livro de ofertas é uma dessas ferramentas. No entanto, o foco deste trabalho é explorar os gráficos. Existem diversos tipos de gráficos, como o gráfico de *renko*, gráfico de *ranger bar*, gráfico de linhas, gráfico de ponto e figura, entre outros, os quais estão fora do escopo deste trabalho.

Alguns desses gráficos são temporais, enquanto outros são atemporais. Neste trabalho, utilizaremos o gráfico temporal conhecido como gráfico de *candlestick*, ou gráfico de velas. Vamos observar como uma vela é formada. No exemplo a seguir, a vela verde representa uma alta e a vela vermelha, uma baixa no preço de negociação. As cores podem ser personalizadas nas plataformas de negociação, de acordo com a preferência de cada operador, mas aqui utilizaremos verde e vermelho como padrão. Como o gráfico de velas é temporal, é necessário escolher um intervalo de tempo para a formação das velas.

Chamaremos de M5 o gráfico de cinco minutos, ou seja, cada vela é formada a cada cinco minutos. A vela possui quatro pontos cruciais: os valores máximos, mínimos, de abertura e de fechamento durante o período de 5 minutos. A Figura 6 ilustra uma vela de alta e uma vela de baixa, respectivamente.

Figura 6: Velas de alta e baixa



Fonte: Blog Finance News[7]

É importante observar que o ponto mais elevado representa o valor máximo, enquanto o ponto mais baixo indica o valor mínimo em ambas as velas. A diferença entre elas está nos preços de abertura e fechamento. Quando a vela se encerra acima do preço de abertura, temos uma vela verde, indicando alta. Por outro lado, se o preço se encerrar abaixo da abertura, temos uma vela vermelha, sinalizando baixa. Para referência, veja as Figura 11 (p. 65) e Figura 12 (p. 66).

[7] Disponível em https://financenews.com.br/2018/04/os-candles-que-todo-trader-deve-saber/. Acesso em: 13/10/2023.

9. MODELAGEM MATEMÁTICA NO MERCADO FINANCEIRO

Seguir essas fases na modelagem matemática no mercado financeiro ajuda a garantir a precisão e relevância das previsões e análises, permitindo tomadas de decisão mais informadas e eficazes. Para o desenvolvimento de funções, afim e constante, a escolha de um ativo que não tenha tanta variação no período escolhido também ajudará quando se utilizar as funções para previsões de valores futuros, uma vez que a variabilidade não distará tanto dos valores previstos.

1. **Escolha do Período de Tempo**: Nessa fase deve-se decidir qual será o período de tempo que interessa ser analisado (por exemplo, diário, semanal, mensal). Determinar o período de tempo adequado é crucial para a precisão da análise. Diferentes períodos podem revelar diferentes padrões e tendências.

2. **Escolha do Ativo**: Após a escolha do período de tempo a ser analisado, devemos selecionar a ação do mercado financeiro que se deseja analisar. Aqui precisaremos obter os dados históricos da ação escolhida. Cada ativo no mercado financeiro tem seu próprio comportamento e volatilidade. Escolher o ativo correto é fundamental para uma análise precisa.

3. **Coleta de Dados**: Após escolher a ação a ser estudada, deve-se obter os dados históricos dela. Isso geralmente pode ser feito por meio de plataformas financeiras online ou utilizando APIs de dados financeiros. A qualidade e a precisão dos dados históricos são essenciais para uma modelagem matemática confiável.

4. **Análise Inicial dos Dados**: Após a coleta de dados e antes de começar a modelagem, pode-se fazer uma análise inicial dos dados para identificar tendências, padrões ou comportamentos interessantes. Os analistas de dados chamam isso de EDA (*Exploratory Data Analysis*). Essa fase permite identificar padrões ou comportamentos interessantes nos dados, o que pode influenciar a escolha do modelo e das variáveis.

5. **Escolha da Variável Dependente e Independente**: Na maioria dos casos, quer-se prever o preço futuro da ação com base em algum parâmetro passado. Por exemplo, pode-se usar o preço de fechamento de um dia como variável independente e o preço de fechamento do dia seguinte como variável dependente. Define-se o que se quer prever (variável

dependente) e quais serão os parâmetros utilizados para a previsão (variáveis independentes).

6. **Ajuste de uma Função Afim**: Pode-se usar o método dos mínimos quadrados ou outro método de ajuste de curva para encontrar os coeficientes a e b que melhor se ajustam aos dados. Escolher a função correta para modelar os dados é crucial. O método de ajuste ajuda a encontrar a melhor representação matemática para os dados.

7. **Interpretação dos Coeficientes**: Após o ajuste da função afim, devemos interpretar os coeficientes a e b em termos do mercado financeiro. Por exemplo, o coeficiente angular (a) pode indicar a tendência de crescimento ou queda, enquanto o coeficiente linear (b) pode representar o valor inicial ou o ponto de equilíbrio. Entender o significado dos coeficientes da função ajustada é fundamental para fazer interpretações relevantes no contexto do mercado financeiro.

8. **Validação do Modelo**: Deve-se utilizar dados que não foram utilizados no ajuste do modelo, ou seja, dados diferentes dos que foram usados para criar o modelo, para validar a precisão das previsões. Isso pode ser feito usando técnicas como validação cruzada. É importante testar o modelo em dados não utilizados no ajuste. Isso ajuda a verificar se o modelo é capaz de fazer previsões precisas.

9. **Aprimoramento do Modelo**: Com base nos resultados da validação, pode-se querer ajustar o modelo, considerando outros fatores ou utilizando funções mais complexas, dependendo da complexidade do comportamento da ação. Com base nos resultados da validação, é possível fazer ajustes no modelo, incluindo a consideração de mais variáveis ou o uso de funções mais complexas. Nessa fase pode-se definir se a função afim é suficiente para a análise, o que inviabilizaria o uso dos dados, no escopo deste trabalho.

10. **Monitoramento Contínuo**: Deve-se manter dos dados coletados atualizados com a introdução de novos dados e continuar a ajustar e validar o modelo conforme necessário. O mercado financeiro está em constante mudança. Manter o modelo atualizado e ajustado com novos dados é crucial para garantir que as previsões permaneçam precisas. Esta fase pode ser descartada, caso a utilização da modelagem proposta neste trabalho não seja utilizada para monitoração contínua de ativos.

9.1 Propostas de Situações-Problema

Com dados de cotações Euro-Dólar do mercado financeiro, podemos criar várias situações-problema para análise utilizando funções afim e funções constantes. Alguns exemplos seguem abaixo:

Utilizando Funções Afim:

1. **Previsão de Tendência de Curto Prazo**:
   - **Problema**: Dada a tendência atual do EUR-USD, qual é a previsão do preço para os próximos cinco dias úteis?
   - **Modelagem**: Ajuste uma função afim aos dados históricos para prever os preços futuros.
2. **Identificação de Suportes e Resistências**:
   - **Problema**: Onde estão os níveis de suporte e resistência do EUR-USD com base nos dados históricos?
   - **Modelagem**: Utilize uma função afim para encontrar linhas de tendência que atuem como suporte ou resistência.
3. **Análise de Volatilidade**:
   - **Problema**: Existe uma relação entre a volatilidade do mercado e o preço do EUR-USD?
   - **Modelagem**: Use funções afim para examinar como a volatilidade afeta os preços.

A complexidade real do mercado financeiro vai além do escopo de funções afim e funções constantes. Modelos mais avançados, como séries temporais, redes neurais e outros métodos, podem ser necessários para uma análise mais precisa e abrangente, mas fogem do escopo deste trabalho. Além disso, a precisão dos resultados dependerá da qualidade e da quantidade de dados disponíveis, bem como das condições econômicas e geopolíticas em vigor.

Como forma de tornar esse trabalho mais didático, vamos analisar algumas situações-problemas, que, embora fictícias, nos ajudará a compreender o processo que é realizado na prática.

1. **Previsão de Tendência de Curto Prazo**:

   Problema: Com base nos dados históricos do EUR-USD, encontre uma função afim que modele a tendência de curto prazo. Use essa função para prever o preço para os próximos cinco dias úteis.

Dia	Preço (EUR-USD)
1	1,20
2	1,22
3	1,21
4	1,23
5	1,25

Solução:

Para encontrar a função afim que melhor se ajusta aos dados fornecidos, vamos utilizar o método dos mínimos quadrados. Esse método procura minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os valores preditos pela função. Dada a relação linear $f(x) = ax + b$, queremos encontrar os coeficientes a e b que minimizam a soma dos quadrados dos resíduos (diferenças entre os valores reais e os valores preditos):

Soma dos Quadrados dos Resíduos (SSR)

$$\sum_{i=1}^{n}(f(x_i) - y_i)^2 \tag{7}$$

Onde:

- n é o número de observações (dias no caso),
- x_i são os valores de dias,
- y_i são os preços observados.

A função afim que minimiza mais a SSR.

Vamos calcular os coeficientes a e b:

1. Calcular as médias dos valores de x e y:

   $\bar{x} = \sum \frac{x_i}{n} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$

   $\bar{y} = \sum \frac{y_i}{n} = \frac{1,20+1,22+1,21+1,23+1,25}{5} = \frac{6,11}{5} \approx 1,222$

2. Calcular as somas dos produtos cruzados e dos quadrados de x:

   $\sum x_i y_i = (1 \cdot 1,20) + (2 \cdot 1,22) + (3 \cdot 1,21) + (4 \cdot 1,23) + (5 \cdot 1,25) \approx 18,44$

   $\sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$

3. Calcular a e b:

$$a = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{18,44 - 5 \cdot 3 \cdot 1,222}{55 - 5 \cdot 3^2} = \frac{0,11}{10} \approx 0,011 \tag{8}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 1,222 - 0,011 \cdot 3 \approx 1,189 \tag{9}$$

Portanto, a função afim que melhor se ajusta a esses dados pode ser $f(x) = 0,011x + 1,189$. Com essa função, podemos prever os preços para os próximos dias.

2. **Identificação de Suportes e Resistências**:

   Problema: Com base nos dados históricos do EUR-USD, encontre as linhas de tendência que atuem como suporte e resistência.

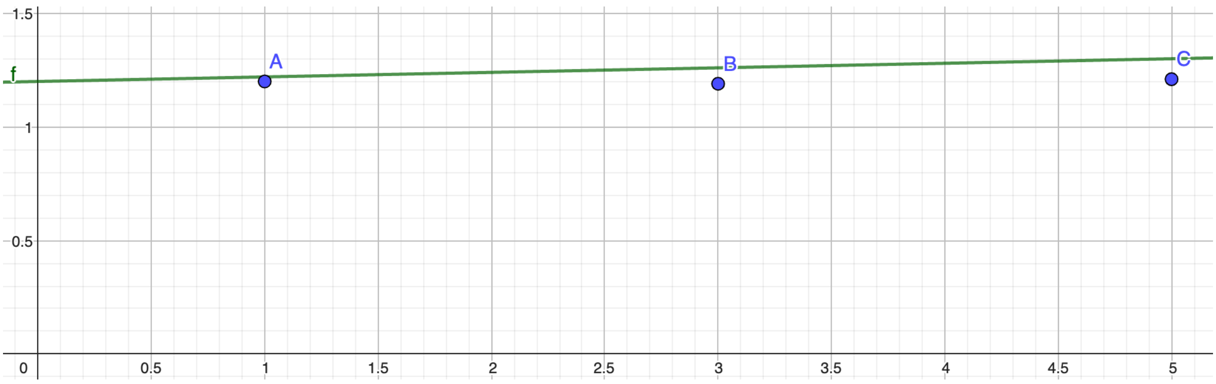
Dia	Preço (EUR-USD)
1	1,20
2	1,22
3	1,19
4	1,23
5	1,21

Solução:

Linha de suporte

Para encontrar a linha de suporte, precisamos encontrar um conjunto de pontos de preços que tenham tendência a se sustentarem. No caso dos dados fornecidos, os pontos de preços 1, 3 e 5 se sustentam em torno de 1,20. Portanto, a linha de suporte pode ser traçada passando por esses pontos, como mostrado no gráfico abaixo:

Figura 7: *Linha de suporte*



Fonte: O Autor

Para encontrar a equação da linha de tendência, utilizamos a seguinte fórmula:

$$y = ax + b$$

Onde:

- y é o preço do EUR-USD
- b é a interseção da linha com o eixo y
- a é a inclinação da linha

Para encontrar a interseção da linha com o eixo y, utilizamos o seguinte cálculo:

$$b = y_1 - ax_1$$

Onde:

- y_1 é o preço do EUR-USD no ponto 1
- a é a inclinação da linha
- x_1 é o dia do ponto 1

No caso dos dados fornecidos, temos:

$$y_1 = 1{,}20$$

$$x_1 = 1$$

Portanto, temos:

$$b = 1{,}20 - a \cdot 1$$

Para encontrar a inclinação da linha, utilizamos o seguinte cálculo:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Onde:

- y_2 é o preço do EUR-USD no ponto 2
- y_1 é o preço do EUR-USD no ponto 1
- x_2 é o dia do ponto 2
- x_1 é o dia do ponto 1

No caso dos dados fornecidos, temos:

$$y_2 = 1{,}22$$

$$y_1 = 1{,}20$$

$$x_2 = 2$$

$$x_1 = 1$$

Portanto, temos:

$$a = \frac{1{,}22 - 1{,}20}{2 - 1} = 0{,}02$$

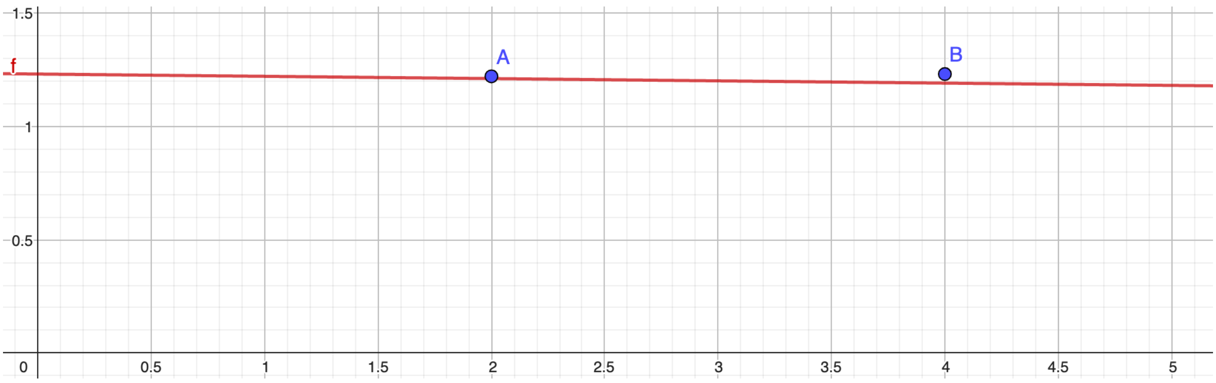
Substituindo os valores de a e b nas equações anteriores, obtemos as seguintes equações para as linhas de suporte e resistência:

Linha de suporte: $y = 0{,}02x + 1{,}2$. Para a linha de suporte, consideramos sempre a inclinação da linha como ascendente, portanto o coeficiente a é sempre positivo.

Linha de resistência

Para encontrar a linha de resistência, precisamos encontrar um conjunto de pontos de preços que tenham tendência a serem rejeitados. No caso dos dados fornecidos, os pontos de preços 2 e 4 se rejeitam em torno de 1,23. Portanto, a linha de resistência pode ser traçada passando por esses pontos, como mostrado no gráfico abaixo:

Figura 8: Linha de resistência



Fonte: O Autor

Para encontrar a interseção da linha com o eixo y, utilizamos o seguinte cálculo:

$$b = y_1 - ax_1$$

Onde:

- y_1 é o preço do EUR-USD no ponto 1
- a é a inclinação da linha
- x_1 é o dia do ponto 1

Para encontrar a interseção da linha com o eixo y, utilizamos o seguinte cálculo:

$$b = -ax_2 + y_2$$

Onde:

- y_2 é o preço do EUR-USD no ponto 2
- a é a inclinação da linha
- x_2 é o dia do ponto 2

No caso dos dados fornecidos, temos:

$$y_2 = 1{,}22$$

$$x_2 = 2$$

Portanto, temos:

$$a = -b \cdot 2 + 1{,}22$$

Para encontrar a inclinação da linha, utilizamos o seguinte cálculo:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Onde:

- y_2 é o preço do EUR-USD no ponto 2
- y_1 é o preço do EUR-USD no ponto 4
- x_2 é o dia do ponto 2
- x_1 é o dia do ponto 4

No caso dos dados fornecidos, temos:

$$y_1 = 1{,}22$$

$$y_2 = 1{,}23$$

$$x_2 = 4$$

$$x_1 = 2$$

Portanto, temos:

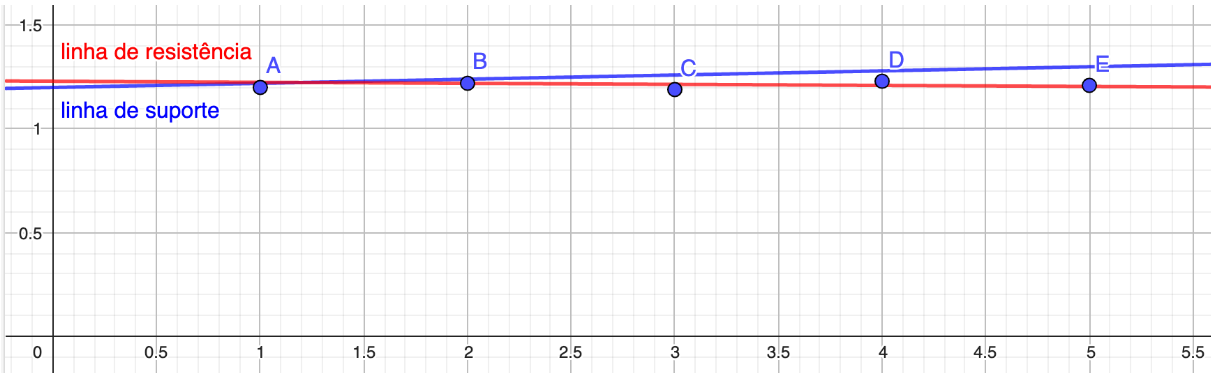
$$a = \frac{1{,}23 - 1{,}22}{4 - 2} = 0{,}005$$

Substituindo os valores de a e b nas equações anteriores, obtemos as seguintes equações para as linhas de suporte e resistência:

Linha de resistência: $-0{,}005x + 1{,}23$. Para a linha de resistência, consideramos sempre a inclinação da linha como descendente, portanto o coeficiente a é sempre negativo.

Utilizando uma função afim, podemos identificar uma linha de suporte aproximadamente em $f(x) = 0{,}02x + 1{,}20$ e uma linha de resistência aproximadamente em $f(x) = -0{,}005x + 1{,}23$, as quais podemos ver no gráfico a seguir.

Figura 9: Linhas de suporte e resistência



Fonte: O Autor

O traçado de linhas de suporte e resistência em um gráfico de cotações é uma prática importante na análise técnica do mercado financeiro. Essas linhas são utilizadas para identificar níveis de preço em que um ativo financeiro tende a encontrar suporte (ou seja, um ponto onde a queda no preço é interrompida) ou resistência (um ponto onde o aumento no preço é barrado).

Quando uma linha de suporte é desenhada, é esperado que, se o preço atingir esse nível, haja uma tendência a se recuperar, já que os investidores consideram esse preço como uma oportunidade de compra atrativa. Por outro lado, quando uma linha de resistência é estabelecida, é provável que o preço encontre dificuldades em ultrapassá-la, pois muitos investidores podem optar por vender a esse preço.

Ao observar essas linhas em um gráfico de cotações, os investidores podem identificar pontos críticos em que decisões de compra ou venda podem ser tomadas. Isso proporciona insights valiosos para estratégias de negociação, permitindo que os investidores tomem decisões mais informadas e minimizem riscos.

Além disso, a interação entre essas linhas ao longo do tempo pode indicar padrões de comportamento do mercado, como tendências de alta, tendências de baixa ou períodos de consolidação. Portanto, o traçado de linhas de suporte e resistência é uma ferramenta valiosa para os investidores, oferecendo uma perspectiva técnica adicional para complementar a análise fundamental.

3. **Análise de Volatilidade**:

Problema: Existe uma relação entre a volatilidade do mercado e o preço do EUR-USD?

Dia	Volatilidade	Preço (EUR-USD)
1	0,005	1,20
2	0,008	1,22
3	0,007	1,21
4	0,010	1,23
5	0,009	1,25

A **volatilidade** no contexto financeiro se refere à medida estatística da dispersão dos retornos de um ativo financeiro. Em termos simples, indica o quanto os preços de um ativo tendem a variar em um período de tempo específico.

Na tabela fictícia acima, a coluna "Volatilidade" representa essa medida para cada dia. Neste caso, ela está expressa em termos percentuais.

Solução:

Utilizando uma função afim, podemos analisar como a volatilidade afeta os preços e determinar se há uma correlação.

Aqui, para o primeiro dia, a volatilidade é de 0,005 (ou 0,5% em termos percentuais). Isso indica que, em média, o preço do EUR-USD flutuou cerca de 0,5% nesse dia.

A relação entre a volatilidade e o preço pode ser analisada para entender como a variabilidade dos preços se relaciona com a volatilidade.

Por exemplo, pode-se observar se existem padrões, como:

- **Maior Volatilidade, Menor Estabilidade de Preço**: Se a volatilidade é alta, isso pode indicar que os preços têm uma tendência a variar significativamente em relação à média. Isso pode ser observado quando a volatilidade é alta em dias onde os preços variam muito.
- **Menor Volatilidade, Maior Estabilidade de Preço**: Se a volatilidade é baixa, isso sugere que os preços tendem a variar menos em relação à média. Pode indicar um período de estabilidade no mercado.

Lembre-se de que a volatilidade é uma métrica importante em finanças e pode ser usada em várias estratégias de investimento e análises de risco. Entender como ela se relaciona com os preços é fundamental para tomar decisões informadas no mercado financeiro.

Para relacionar a volatilidade e o preço em uma função matemática, é possível usar uma variedade de abordagens. Uma das formas mais simples é através de uma **regressão linear**, que é um tipo de modelagem estatística.

Neste caso, a volatilidade seria a variável independente (x) e o preço do EUR-USD seria a variável dependente (y). A função que relaciona ambas pode ser expressa como:

$$y = ax + b \tag{10}$$

Onde:

- y representa o preço do EUR-USD.
- x representa a volatilidade.
- a é o coeficiente angular (a inclinação da reta de regressão).
- b é o coeficiente linear (a interseção com o eixo y).

Essa função representaria a relação linear entre a volatilidade e o preço. O coeficiente angular (a) indica o quanto o preço muda em resposta a uma unidade de mudança na volatilidade. O coeficiente linear (b) indica o valor de y quando x é zero.

Vamos calcular a inclinação (a) e o intercepto (b) para a regressão linear.

Passo 1: Calcular as médias

$$\bar{x} = \sum \frac{x}{n} = \frac{0{,}005+0{,}008+0{,}007+0{,}010+0{,}009}{5} = \frac{0{,}039}{5} \approx 0{,}0078$$

$$\bar{y} = \sum \frac{y}{n} = \frac{1{,}20+1{,}22+1{,}21+1{,}23+1{,}25}{5} = \frac{6{,}11}{5} \approx 1{,}222$$

Passo 2: Calcular as diferenças

$$\Delta x = x - \bar{x}$$

$$\Delta y = y - \bar{y}$$

Dia	$\Delta x = \text{Volatilidade} - 0,0078$	$\Delta y = \text{Preço} - 1,222$
1	-0,0028	-0,022
2	0,0002	0,002
3	-0,0008	-0,012
4	0,0022	0,008
5	0,0012	0,028

Passo 3: Calcular os produtos

$\Delta x \cdot \Delta y$

Dia	$\Delta x \cdot \Delta y$
1	0,0000616
2	0,0000004
3	0,0000096
4	0,0000176
5	0,0000336

Passo 4: Calcular os quadrados de Δx

Δx^2

Dia	Δx^2
1	0,00000784
2	0,00000004
3	0,00000064
4	0,00000484
5	0,00000144

Passo 5: Calcular a soma de todos os valores calculados

$\sum \Delta x \cdot \Delta y \approx 0,0001228$

$\sum \Delta x^2 \approx 0,0000148$

Passo 6: Calcular a inclinação (a)

$$a = \frac{\sum \Delta x \cdot \Delta y}{\sum \Delta x^2} \approx \frac{0,0001228}{0,0000148} = 8,2972972973 \approx 8,297$$

Passo 7: Calcular o intercepto (b)

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 1{,}222 - 8{,}2972972973 \cdot 0{,}0078 = 1{,}15728108108 \approx 1{,}157$$

Portanto, a função de regressão linear para relacionar a volatilidade (x) e o preço (y) é aproximadamente:

$$y \approx 8{,}297x + 1{,}157 \quad (11)$$

Isso significa que, de acordo com este modelo, para cada aumento de 1% na volatilidade, espera-se um aumento de cerca de 8,297% no preço do EUR-USD, mantendo todos os outros fatores constantes. Lembre-se de que este é apenas um exemplo e na prática, a relação entre volatilidade e preço pode ser muito mais complexa.

Estes são exemplos fictícios para ilustrar como poderíamos aplicar funções afim e funções constantes em problemas relacionados ao mercado financeiro. Na prática, é fundamental usar dados reais e considerar a complexidade do ambiente financeiro ao fazer análises e previsões.

9.2 Utilizando Suportes e Resistências para Tomar Decisões de Investimento

Ao navegar pelo mundo dos investimentos, é como se estivéssemos em um oceano com ondas e marés constantemente em movimento. É aqui que entram os **suportes**, que funcionam como ancoradouros para os investidores, proporcionando estabilidade e confiança em meio a esse oceano de flutuações.

Para entender de forma simples, imagine um suporte como um piso firme, abaixo do qual o preço de um ativo raramente cai. Ele é como um ponto de apoio que o ativo parece encontrar e, muitas vezes, se recusa a descer mais.

Ao usar suportes para guiar suas decisões, você está, na verdade, observando esses pontos onde o preço parece encontrar um "chão". Estes são lugares onde muitos investidores veem valor no ativo e estão dispostos a comprar, criando uma espécie de barreira contra quedas muito bruscas.

Exemplo 1: Utilizando Suportes

Imagine que você está observando o preço das cotações "EURUSD" (euro-dólar) no mês de maio, ao dia, Figura 10.

Figura 10: Linha de suporte em uma plataforma *trader* (em azul), destacando a cotação EURUSD no dia 31/05/2023

Fonte: O Autor (Plataforma https://br.tradingview.com)

No dia 31/05/2023 a cotação (à direita) mostra o valor 1,06346 dólares por euro. Isso nos dá o primeiro ponto para uma reta afim. Na Figura 11, no dia 06/06 a cotação (à direita) mostra o valor 1,06665 dólares por euro. Isso nos dá o segundo ponto para traçarmos uma reta afim.

Figura 11: Linha de suporte em uma plataforma *trader* (em azul), destacando a cotação EURUSD no dia 06/06/2023

Fonte: O Autor (Plataforma https://br.tradingview.com)

Note que após traçarmos a reta de suporte, no dia 07/06/2023 temos uma vela que toca (ou cruza) a reta de suporte em sua cotação mais baixa. Neste momento ela parece parar de cair e começa a subir novamente. Podemos ver também que a cor da vela nesse dia é verde, indicando que os preços estão subindo (Figura 6). Isso cria um padrão, um ponto de apoio em torno dos valores preditos pela reta de suporte. Os investidores notam isso também e muitos veem isso como um bom momento para comprar, porque parece que a cotação não cai muito abaixo disso.

Você observa como o mercado reage. Se a cotação atingir esse ponto e depois começar a subir novamente, isso pode ser um sinal de que o suporte está funcionando. Pode ser um bom momento para considerar comprar, porque historicamente esse preço tem sido um ponto de apoio confiável.

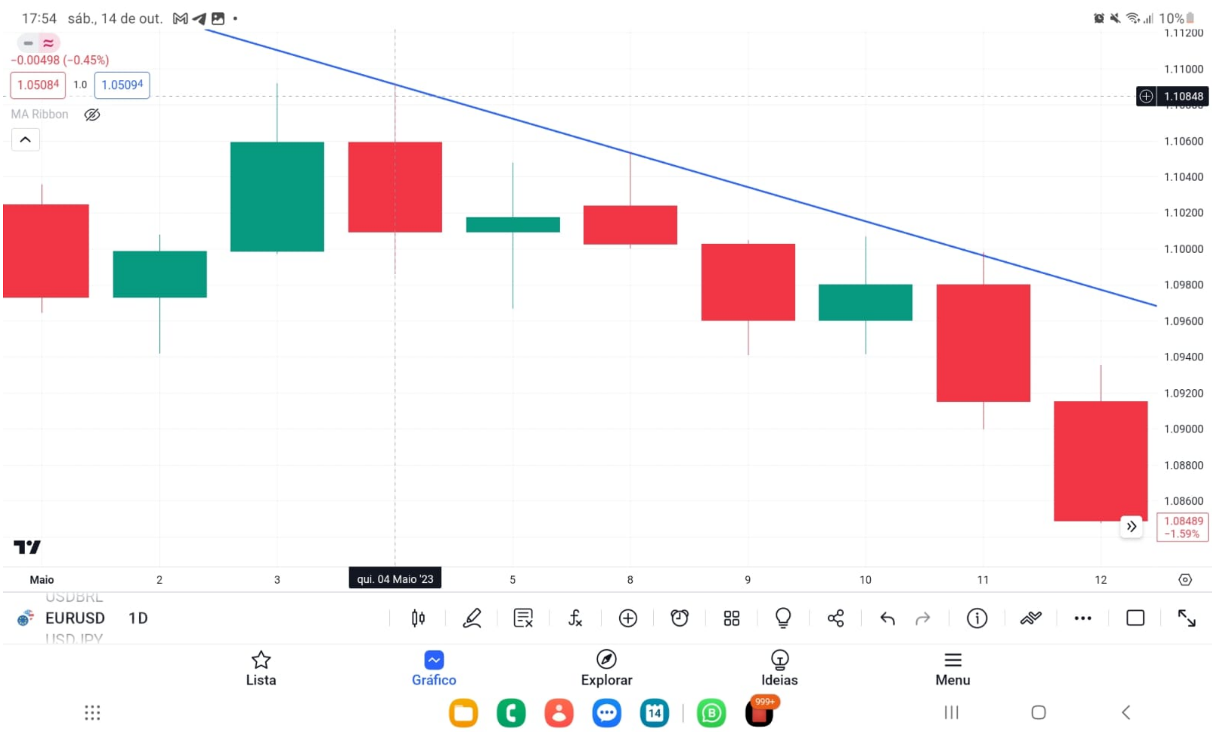
Na Figura 11 vemos uma linha de suporte na cor azul. Ela nada mais é que uma função afim entre o primeiro e segundo ponto baixo da cotação que se quer analisar, isto é, as duas cotações mais baixas. Assim, podemos ver quando a cotação atinge a reta uma terceira vez, momento em que a cotação começará a subir novamente.

Exemplo 2: Utilizando Resistências

Agora, vamos considerar o lado oposto. Pense numa **resistência** como se fosse um teto, acima do qual o preço de um ativo raramente sobe. É como um ponto em que o ativo parece bater e, muitas vezes, não consegue subir mais.

Digamos que você está analisando o preço das cotações "EURUSD" (euro-dólar) no mês de maio, ao dia, Figura 12.

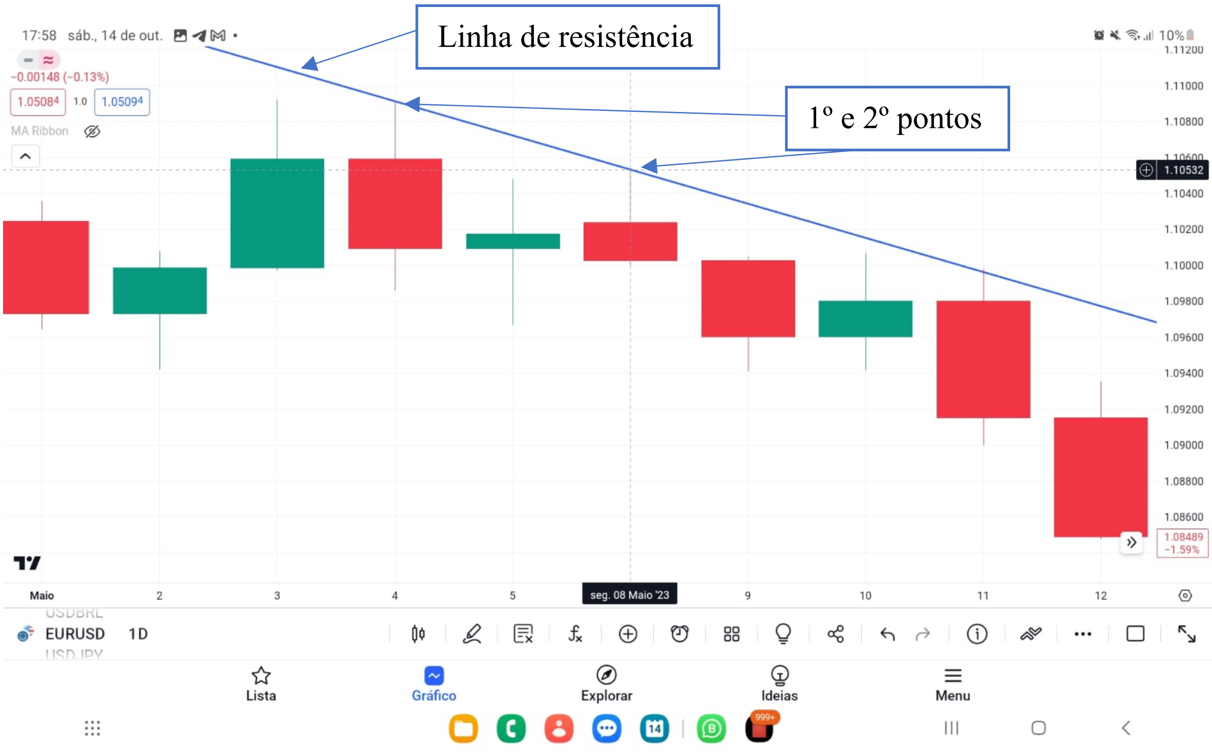
Figura 12: Linha de resistência em uma plataforma *trader* (em azul), destacando a cotação EURUSD no dia 04/05/2023



Fonte: O Autor (Plataforma https://br.tradingview.com)

No dia 04/05/2023 a cotação (à direita) mostra o valor 1,10848 dólares por euro (entretanto a cotação mais alta neste dia está entre 1,10848 e 1,11000). Isso nos dá o primeiro ponto para uma reta afim. Na Figura 13, no dia 08/05/2023 a cotação (à direita) mostra o valor 1,10532 dólares por euro. Isso nos dá o segundo ponto para traçarmos uma reta afim.

Figura 13: Linha de resistência em uma plataforma *trader* (em azul), destacando a cotação EURUSD no dia 08/05/2023



Fonte: O Autor (Plataforma https://br.tradingview.com)

Note que após traçarmos a reta de resistência, no dia 11/05/2023 temos uma vela que toca (ou cruza) a reta de resistência em sua cotação mais alta. Neste momento ela parece parar de subir e começa a cair novamente. Podemos ver também que a cor da vela nesse dia é vermelha, indicando que os preços estão caindo (Figura 6). Isso cria um padrão, um ponto de resistência em torno dos valores preditos pela reta de resistência. Os investidores notam isso também e muitos veem isso como um bom momento para vender, porque parece que a cotação não sobe muito acima disso. Na Figura 12 vemos uma linha de resistência na cor azul.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, foi possível compreender o mercado financeiro de ativos. A precificação desses ativos é influenciada por uma série de fatores, como oferta, demanda, balanço patrimonial e expectativas de crescimento, demonstrando a multifacetada natureza das transações. Além disso, exploramos o funcionamento prático do mercado de ativos.

Ficou claro que as operações no mercado não se restringem apenas a momentos de alta, mas também apresentam oportunidades durante períodos de queda. A compreensão da dinâmica entre compradores e vendedores, bem como a habilidade de interpretar o livro de ofertas, são fundamentais para o sucesso no mercado financeiro.

A modelagem matemática no mercado financeiro é uma ferramenta valiosa para prever tendências, identificar suportes e resistências, e analisar a relação entre variáveis como volatilidade e preço de ativos. Ao seguir as fases apresentadas, desde a escolha do período de tempo até a validação do modelo, é possível obter previsões mais precisas e fundamentadas.

No entanto, é importante ressaltar que, embora as funções afim sejam úteis em algumas situações, a complexidade do mercado financeiro muitas vezes demanda a aplicação de modelos mais avançados, como séries temporais e redes neurais. Além disso, a qualidade e quantidade de dados disponíveis, assim como as condições econômicas e geopolíticas, também exercem influência significativa sobre as previsões.

A modelagem matemática é uma poderosa aliada na tomada de decisões no mercado financeiro, mas deve ser utilizada com discernimento e sempre considerando a realidade dinâmica desse ambiente.

Ao final, abordamos a análise gráfica, com destaque para o gráfico de *candlestick*, uma ferramenta temporal essencial para a interpretação das tendências e movimentações dos ativos. Compreender os padrões representados pelas velas é crucial para a tomada de decisões informadas.

A utilização de suportes e resistências no contexto de investimentos é uma estratégia valiosa para os investidores navegarem no oceano de flutuações do mercado financeiro. Esses pontos de referência oferecem estabilidade e confiança, funcionando como ancoradouros em meio às ondas de volatilidade.

Ao observar suportes, os investidores identificam níveis onde o preço do ativo tende a encontrar um "chão", indicando uma oportunidade de compra. Por outro lado, resistências representam pontos onde o preço tende a encontrar um "teto", sugerindo uma possível oportunidade de venda.

A análise de suportes e resistências, como exemplificado com a cotação EURUSD, permite aos investidores identificar padrões e tomar decisões informadas. Observar como o mercado reage a esses pontos de referência pode fornecer insights valiosos sobre os movimentos futuros do preço.

No entanto, é importante ressaltar que a análise de suportes e resistências é uma das muitas ferramentas disponíveis para os investidores, e deve ser utilizada em conjunto com outras estratégias e considerações de gestão de risco. Além disso, é crucial ter em mente que o mercado financeiro é dinâmico e sujeito a mudanças, sendo fundamental estar sempre atualizado e adaptar as estratégias conforme necessário.

Em suma, este estudo oferece uma visão abrangente do mercado financeiro, fornecendo as bases necessárias para investidores e interessados compreenderem e atuarem de forma mais assertiva nesse ambiente dinâmico e complexo. A compreensão dos conceitos abordados neste trabalho é essencial para aqueles que buscam explorar as oportunidades e desafios do mercado financeiro de maneira informada e estratégica.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. (1999). **Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores.** Disponível em http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf. Acessado em: 07/11/2023.

______, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** 4 ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira:** das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria, 2(2):7-32, 2009.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a Base. Brasília, 2017. URL: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf, acessada em 13/10/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares Nacionais.** Brasília, 2006.

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série.** 1987. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)– Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

______, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** 1992. Tese de Doutorado. [sn].

______, D. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática.** Pró-Mat. Paraná, Curitiba, v. 1, n. 1, p. 32-41, 1998.

______, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula.** Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 10, 2004.

CASTILHORI, J. V. N. **Uma proposta de utilização do mercado financeiro na Matemática do Novo Ensino Médio.** 2020. 91 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

DE SOUZA, A. N.; TEIXEIRA, V. R. L. A Importância da Matemática no Desenvolvimento da Criança na Educação Infantil/The Importance of Mathematics in Child Development in Early Childhood Education. **ID on line. Revista de psicologia**, v. 15, n. 57, p. 816-827, 2021. URL: https://idonline.emnuvens.com.br/id/article/download/3257/5114/12966, acessada em 13/10/2023.

DEVORE, J. L.; CORDEIRO, M. T. A. **Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências**. Cengage Learning Edições Ltda., 2014.

DU, D. Z.; PARDALOS, P. M.; WU, W. (2008). History of Optimization. *In*: **Floudas, C.; Pardalos, P. Encyclopedia of Optimization**. Boston: Springer. pp. 1538–1542

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções**. — 9. ed. — São Paulo: Atual, 2013.

MARCONDES, C. A.; GENTIL, N.; GRECO, S. E. **Matemática. Volume único**. São Paulo: Editora Ática, 2003.

MARTINS, J. R. R. A.; NING, A. (1 de outubro de 2021). **Engineering Design Optimization** (em inglês). [S.l.]: Cambridge University Press. ISBN 978-1108833417

MORAN, J. **Metodologias Ativas para uma Aprendizagem mais Profunda.** Penso Editora Ltda, 2017. URL: https://curitiba.ifpr.edu.br/wp-content/uploads/2020/08/Metodologias-Ativas-para-uma-Educacao-Inovadora-Bacich-e-Moran.pdf, acessado em 13/10/2023.

PRODANOV, C. C.; DE FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** – 2. ed. Editora Feevale, 2013.

ROQUE, T. **História da matemática.** Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2012.

SILVA, T. **Resolução de Problemas de Otimização: Uma ferramenta na sala de aula**. Disponível em https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=1494&id2=1481 (URL acessada em 21/09/2023). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso (Campus Universitário do Araguaia). Barra do Garças – MT, p. . 2014.

WINSTON, W. L.; ALBRIGHT, S. C. **Practical management science.** Cengage Learning, 2019.

APÊNDICE A: GLOSSÁRIO

Agressão de compra (ou venda): Método de iniciar uma operação no qual o investidor aceita os valores praticados no momento exato em que deseja iniciar a operação, em contraste com o *book* de ofertas, onde se coloca uma ordem e espera-se por um investidor interessado em negociar naquele valor para iniciar a operação.

Ação: Título que confere ao seu proprietário uma participação na empresa.

Alavancagem financeira: Termo utilizado para descrever qualquer técnica empregada para amplificar a rentabilidade utilizando recursos de terceiros.

Ativo financeiro: Qualquer produto que pode ser negociado na bolsa de valores.

Balanço Patrimonial: Demonstração contábil que tem o propósito de apresentar a posição contábil, financeira e econômica de uma entidade.

***Book* de ofertas:** Ferramenta disponibilizada pela plataforma que exibe as intenções de compra e venda de ativos negociados em bolsa, listando todas as ordens de compra e venda em ordem decrescente de valor.

Bolsa de valores: Mercado organizado onde são negociadas ações de sociedades de capital aberto e outros valores mobiliários, como produtos agrícolas, metais (ouro, prata), moedas, entre outros.

B3 (Brasil, Bolsa, Balcão): Bolsa de valores brasileira localizada em São Paulo.

Carteira de ações: Conjunto de todas as ações que um investidor possui em um determinado momento.

Corretora de valores: Empresa atuante no sistema financeiro que envia as ordens de compra e venda para a bolsa de valores. O investidor precisa ter conta na corretora para realizar negociações na bolsa de valores.

Day trading: É uma estratégia de negociação em que os *traders* compram e vendem ativos no mesmo dia, com o objetivo de obter lucros com pequenas variações de preço. Os *day traders* geralmente usam análises técnicas para identificar oportunidades de negociação, e eles podem abrir e fechar dezenas ou até centenas de posições em um único dia.

ETF (*Exchange-Traded Fund*): Fundo de investimento negociado em bolsa de valores como se fosse uma ação. Esse fundo pode ser composto por diversas ações.

Flutuação: quando dizemos que algum ativo ou ação flutuou, queremos dizer que o valor do ativo ou ação tiveram variação de valor durante o período informado. Por exemplo, se dissermos que o ativo ou ação flutuou cerca de 1% no dia, isto quer dizer que o valor do ativo ou ação sofreu variação de 1% em seu valor, para mais ou para menos. Isso é a volatilidade. Ver "Volatilidade".

Linhas de Resistência: Uma linha de resistência é uma linha imaginária que representa um nível de preço em que a oferta de um ativo é forte o suficiente para impedir que o preço suba ainda mais. É comumente utilizada na análise técnica para identificar possíveis pontos de entrada e saída no mercado. As linhas de resistência são traçadas conectando pontos de dados em um gráfico de preços onde o preço encontrou resistência. A resistência é considerada quando o preço sobe para um determinado nível e, em seguida, reverte e cai. Veja Figura 12.

Linhas de Suporte: Uma linha de suporte é uma linha imaginária que representa um nível de preço em que a demanda por um ativo é forte o suficiente para impedir que o preço caia ainda mais. É comumente utilizada na análise técnica para identificar possíveis pontos de entrada e saída no mercado. As linhas de suporte são traçadas conectando pontos de dados em um gráfico de preços onde o preço encontrou suporte. O suporte é considerado quando o preço cai para um determinado nível e, em seguida, reverte e sobe. Veja Figura 11.

Linhas de Tendência: Uma linha de tendência é, resumidamente, uma **representação gráfica do sentido e direção que um ativo do mercado tende a seguir.** No fim das contas, essa ferramenta auxilia o usuário a **entender o movimento de um papel.**

Lotes: Unidade equivalente a 100 000 unidades. Por exemplo, 1 lote corresponde a 100 000 unidades, enquanto 3 lotes equivalem a 300 000 unidades.

Margem: Valor financeiro necessário na conta para operar uma determinada quantia financeira. Por exemplo, uma margem de 1:30 significa que é necessário ter um valor de US$ 1 000,00 na conta da corretora para operar até US$ 30 000,00.

Outlier: Os *outliers* são dados que se diferenciam drasticamente de todos os outros. Em outras palavras, um outlier é um valor que foge da normalidade e que pode (e provavelmente irá) causar anomalias nos resultados obtidos por meio de algoritmos e sistemas de análise.

Plataforma: Software que permite ao investidor enviar ordens de negociação por meio de um computador. Esse programa está vinculado à corretora na qual o investidor possui conta.

Precificação de um ativo: Valores pelos quais os negociadores estão comprando ou vendendo um ativo.

Resistência: Resistência é a região onde a força vendedora é maior que a compradora, o que influencia o preço a cair.

Suporte: Suporte é uma região onde há maior força compradora do que vendedora, o que influencia o preço a aumentar.

Swing trading: É uma estratégia de negociação em que os *traders* compram e vendem ativos com um horizonte de tempo mais longo, geralmente de alguns dias a algumas semanas. Os *swing traders* geralmente usam análises técnicas e fundamentais para identificar oportunidades de negociação, e eles podem abrir e fechar apenas algumas posições por semana.

Volatilidade: Qualidade de estar sujeito a constantes mudanças. No mercado financeiro, refere-se à amplitude de oscilação do preço em um determinado período de tempo. Ver “Flutuação”.