

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

José Marcos Álvares Gadêlha

**Explorando o material dourado na construção de saberes da
operação da multiplicação de números naturais**

Rio Tinto – PB
2023

José Marcos Álvares Gadêlha

**Explorando o material dourado na construção de saberes da
operação da multiplicação de números naturais**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação
do Curso de Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Claudilene Gomes da
Costa

Rio Tinto – PB
2023

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

G124e Gadêlha, Jose Marcos Alvares.

Explorando o material dourado na construção de saberes da operação da multiplicação de números naturais / Jose Marcos Alvares Gadêlha. - Rio Tinto, 2023.

50 f. : il.

Orientação: Claudilene Gomes da Costa.

Monografia (Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCAE.

1. Matemática - ensino. 2. Material dourado. 3. Multiplicação - operação matemática. 4. Resolução de problemas. I. Costa, Claudilene Gomes da. II. Título.

UFPB/CCAE

CDU 51:37

José Marcos Álvares Gadêlha

**Explorando o material dourado na construção de saberes da
operação da multiplicação de números naturais**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Claudilene Gomes da Costa

Aprovado em: 06/06/2023

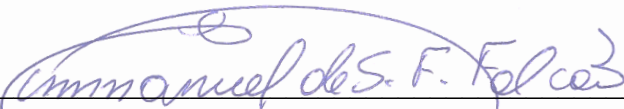
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Claudilene Gomes da Costa (Orientadora) – UFPB/DCX



Profa. Dra. Surama Santos Ismael da Costa – UFPB/DCX



Prof. Dr. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão – UFPB/DCX

AGRADECIMENTOS

Agradecer a Deus, minha fonte de sabedoria e de força, pelo dom da vida e pela realização de sonhos e promessas;

A minha mãe, Valéria, aos meus irmãos Carol e Márcio, por todo zelo, conselhos e dedicação, não poupando esforços para me ajudar, agradeço-os por tudo. A minha prima e madrinha Vaniza, que sempre foi uma fonte de inspiração para mim. E principalmente da minha segunda mãe Nilde (Deda), por toda educação que me deu, por todo amor e carinho. Mesmo não estando mais aqui, mas sei que andas olhando e orando por mim ai de cima. Essa é para a senhora;

Agradeço a todos os meus professores, desde os anos iniciais do ensino fundamental a exemplo de, Humberto de Paula e Mazé Andrade, até a conclusão dessa graduação e, em especial, a minha orientadora Claudilene, que muito me ajudou na caminhada durante o curso, me incentivando a perseverar;

Não poderia deixar de agradecer aos meus colegas de curso de graduação. Por onde eu for sempre falarei que tive a melhor turma da minha vida. Saibam que para mim, tenho todos vocês como minha família.

A todos, o meu muito obrigado!

“Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas.
Pessoas mudam o mundo”.
(Paulo Freire)

RESUMO

A multiplicação é frequentemente vista como difícil pelos alunos, devido à complexidade de combinar quantidades repetidamente. A falta de conexão visual e a necessidade de compreender a propriedade distributiva agravam essa dificuldade. Estratégias concretas e exemplos práticos podem ajudar a superar essa barreira. É essencial adotar ferramentas pedagógicas que facilitem a construção abstrata do pensamento matemático, buscando uma ressignificação nos processos de ensino e aprendizagem. O presente trabalho teve como objetivo refletir sobre uma proposta de ensino e aprendizagem da Matemática do algoritmo da multiplicação de números naturais, a partir da utilização do material dourado em uma turma de 6º ano do ensino fundamental, de uma escola particular localizada no Município de Lagoa de Dentro-PB. A metodologia utilizada na pesquisa, em relação à abordagem do problema, foi utilizada o modelo de pesquisa qualitativa. Em relação aos seus procedimentos técnicos, caracterizou-se como estudo de caso. Já os instrumentos empregados na coleta de dados da pesquisa foram 3 questões abertas realizadas através de uma Atividade. Ao final da pesquisa, foi possível observar que o uso do Material Dourado, como recurso didático, contribuiu significativamente para a melhoria da compreensão dos alunos em relação à operação da multiplicação e na resolução de situações-problema. Através dessa ferramenta manipulativa, os alunos foram capazes de visualizar e manipular quantidades de forma concreta, facilitando a compreensão dos conceitos abstratos envolvidos na multiplicação. Além disso, o Material Dourado proporcionou uma experiência tátil e visual, estimulando a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem e tornando-o mais envolvente e significativo. Esses resultados ressaltam a importância de utilizar estratégias pedagógicas que explorem recursos concretos para promover a compreensão matemática dos estudantes.

Palavras-chave: Material Dourado. Operação da multiplicação. Resolução de problemas.

ABSTRACT

Multiplication is often seen as difficult by students because of the complexity of repeatedly combining quantities. The lack of visual connection and the need to understand the distributive property compound this difficulty. Concrete strategies and practical examples can help overcome this barrier. It is essential to adopt pedagogical tools that facilitate the abstract construction of mathematical thinking, seeking a new meaning in the teaching and learning processes. The present work aimed to reflect on a proposal for teaching and learning Mathematics of the algorithm of multiplication of natural numbers, from the use of the golden material in a class of 6th grade of elementary school, of a private school located in the Municipality of Lagoa de Dentro-PB. The methodology used in the research, in relation to the approach to the problem, the qualitative research model was used. Regarding its technical procedures, it was characterized as a case study. The instruments used in the research data collection were 3 open questions carried out through an Activity. At the end of the research, it was possible to observe that the use of the Golden beads Material, as a didactic resource, contributed significantly to the improvement of the students' understanding in relation to the multiplication operation and in the resolution of problem situations. Through this manipulative tool, students are able to visualize and manipulate quantities in a concrete way, facilitating the understanding of the abstract concepts involved in multiplication. In addition, the Gold Material provides a tactile and visual experience, encouraging active student participation in the learning process and making it more engaging and meaningful. These results underscore the importance of using pedagogical strategies that explore concrete resources to promote students' mathematical understanding.

Keywords: Golden beads Material. Multiplication operation. Problem solving.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Apresentação do Tema	10
1.2 Problemática e justificativa	11
1.3 Objetivos	12
1.3.1 Objetivo Geral	12
1.3.2 Objetivos Específicos	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 Contexto Histórico acerca da operação da Multiplicação	14
2.2 O sistema de numeração no Antigo Egito	15
2.2.1 O Papiro de Rhind	15
2.2.2 O sistema de numeração hieroglífico egípcio	17
2.3 A multiplicação no Antigo Egito	20
2.4 Recursos Didáticos no Ensino da Matemática	25
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	32
3.1 Tipologia da pesquisa	32
3.1.1 Quanto ao objetivo	32
3.1.2 Quanto aos procedimentos técnicos	32
3.1.3 Quanto à abordagem do problema	33
3.1.4 Amostra da pesquisa	33
3.2 Etapas das coletas de dados da pesquisa	34
4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	35
4.1 A operação da Multiplicação e o Material Dourado	37
4.2 Apresentação do gráfico dos resultados	43
5 CONCLUSÃO	44
REFERÊNCIAS	46
ANEXO.....	48

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

A matemática, foi se concretizando através de sua utilidade como componente indissociável ao cotidiano humano. O homem, em contato com os números, fez destes eternos parceiros quando percebeu que podia utilizá-los em contagens, fazer comparações, agrupamentos, entre outros, reconhecendo-os como grandes contribuintes na sua relação com o mundo.

Bentley (2009, p. 14) relata que "muitos milhares de anos atrás, quando as pessoas não falavam muitas palavras, antes que a escrita fosse inventada, [...] antes que houvesse até palavras para descrever os números, as pessoas os conheciam". Tal fato nos faz compreender quão marcante os números se incorporam na vida do homem, sendo empregados de diversas maneiras, conforme as necessidades surgidas.

Para a solução de problemas, de cálculos em diversas operações, envolvendo técnicas e métodos, conforme avançava os estudos à Matemática, o homem construiu inúmeras possibilidades envolvendo os números. Bem como para a inserção de conteúdos escolares que promovem o raciocínio lógico e potencialização de conhecimentos matemáticos já existentes.

A ênfase ainda se dá, pela grande dificuldade que os alunos demostram em realizar as operações matemáticas (adição, subtração, divisão e principalmente na multiplicação) mesmo nos anos finais do Ensino Fundamental.

Entretanto, as causas que podem influenciar tal deficiência são inúmeras. A esse respeito, Fonseca (1995, p. 217) afirma que os motivos para as dificuldades de aprendizagem nessa matéria escolar estão relacionados à “[...] ausência de fundamentos matemáticos, falta de aptidão, problemas emocionais, ensino inapropriado, inteligência geral, capacidades espaciais, facilitação verbal e/ou variáveis psiconeurológicas”.

A utilização de materiais manipuláveis pode desempenhar um papel importante na melhoria da compreensão de conteúdos matemáticos. Ao oferecer uma abordagem mais tangível e concreta, esses materiais permitem que os estudantes visualizem e experimentem os conceitos matemáticos de maneira prática, facilitando a compreensão e a conexão com ideias abstratas. Isso resulta em uma aprendizagem mais significativa e contribui para superar obstáculos na compreensão Matemática.

No contexto dessa pesquisa, o Material Dourado foi escolhido como recurso didático para auxiliar o ensino do algoritmo da multiplicação. Esse material oferece a oportunidade de visualizar e manipular conceitos como valor posicional, adição, subtração, multiplicação e divisão de maneira concreta. Essa abordagem auxilia os alunos no desenvolvimento de uma compreensão sólida desses conceitos, estimulando o raciocínio matemático e a resolução de problemas. Ao manipular as barras douradas, as crianças podem criar grupos e visualizar como os produtos são formados, o que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolver problemas matemáticos.

Além disso, o Material Dourado promove uma aprendizagem ativa e interativa, permitindo que as crianças experimentem e explorem diferentes estratégias de multiplicação. Essa abordagem prática aumenta a motivação e o interesse dos estudantes, tornando o processo de aprendizado mais significativo e duradouro.

Na pesquisa em questão, o Material Dourado será utilizado como recurso didático no ensino da multiplicação de números naturais para alunos do 6º ano. O objetivo é investigar como o Material Dourado pode ser utilizado de forma eficaz para facilitar a compreensão dessa operação Matemática.

Nesta esteira, espera-se que o Material Dourado seja um recurso valioso no ensino de vários conteúdos matemáticos, incluindo a multiplicação. Quando combinado com situações-problema, ele pode estabelecer uma base sólida para a alfabetização Matemática, promovendo avanços nos estudos e o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores.

1.2 Problemática e justificativa

Desde muito cedo as crianças possuem contato com as quatro operações matemáticas, nas situações do cotidiano, apesar de não possuir noções básicas sobre seus conceitos. Mesmo diante de tal familiaridade elas possuem dificuldades em realizar as operações matemática desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até os anos finais, muitas vezes chegando até ao Ensino Médio.

Pode-se dizer que os fatores que podem contribuir com essas deficiências nas operações matemáticas são vários, entre eles estão a falta de uma base sólida nas operações fundamentais, deficiências na compreensão dos conceitos matemáticos, falta de prática suficiente e metodologias de ensino inadequadas. Além disso, a falta de motivação e de apoio individualizado também podem desempenhar um papel significativo no desenvolvimento dessas deficiências.

Diante disso, o que dizer das operações que envolvem a multiplicação? Ensinar os alunos a multiplicar implica, antes de tudo, receber do mesmo a base sólida vinda dos conteúdos matemáticos propostos em anos anteriores, pois, como relata Macarini (2010, p. 47), são os conteúdos estruturantes que "[...] propiciam estruturas significativas para a continuidade do trabalho com o conhecimento matemático", alcançando crianças, que, já com maturidade, compreendem como se dá os processos da multiplicação e divisão, que decorem, bem como os demais conteúdos ao longo dos anos de estudos.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), estabelece algumas habilidades que podem ser desenvolvidas com o material dourado no 2º e 3º do Ensino Fundamental, tais como:

- (EF02MA01) comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).
- (EF02MA02) fazer estimativas por meios de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades)
- (EF02MA07) resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meios de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.

Apesar dos documentos oficiais vigentes indicarem que desde a educação infantil sejam realizadas práticas voltadas ao ensino da Matemática, no primeiro ano diversos alunos apresentam dificuldades em compreender os algoritmos básicos, bem como a ideia de classificar os números quanto a sua ordem ou classe. Uma das alternativas que os professores podem usar para este aluno não tenha medo nem dificuldade seria trabalhar com materiais concretos, como o Material Dourado, que nos possibilita desenvolver diversos conteúdos e neste caso o da multiplicação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Investigar o processo de ensino-aprendizagem do algoritmo da multiplicação de números naturais, a partir da utilização do Material Dourado em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental.

1.3.2 Objetivos específicos

- Investigar a realidade da aprendizagem da turma a respeito do algoritmo da multiplicação dos números naturais;
- Apresentar o sistema de numeração decimal e o Material Dourado;
- Elaborar uma atividade (situações-problemas) para trabalhar o ensino da multiplicação por meio do Material Dourado;
- Analisar se o uso do Material Dourado contribuiu ou não para a aprendizagem da multiplicação.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Contexto histórico acerca da operação da Multiplicação

A operação de multiplicação tem uma longa história que remonta à antiguidade, sendo uma das operações matemáticas fundamentais. A multiplicação como um conceito matemático evoluiu ao longo dos séculos, passando por diferentes interpretações e abordagens. Neste resumo, exploraremos o contexto histórico da operação de multiplicação, destacando algumas contribuições de autores renomados, como Eves (2007) e Boyer (2012).

Na antiga Mesopotâmia, por volta de 1800 a. C., os babilônios desenvolveram tábuas de argila contendo tabelas de multiplicação. Essas tábuas, como as famosas Tábuas de Argila de Shuruppak, foram usadas para auxiliar no cálculo de problemas aritméticos complexos. Os babilônios utilizavam um sistema de numeração sexagesimal, baseado no número 60, e suas tábuas continham múltiplas colunas com valores de multiplicadores e produtos.

No Egito Antigo, por volta de 1800 a. C., foram encontrados papiros matemáticos que forneciam métodos para realizar multiplicação. Um desses papiros, conhecido como o Papiro de Rhind, incluía um método egípcio de multiplicação por duplicação e adição sucessiva. Esse método consistia em duplicar o multiplicador repetidamente e somar os valores duplicados para obter o produto.

Na Grécia Antiga, a multiplicação era tratada em termos de proporções e razões. O matemático grego Euclides (século III a. C.) discutiu a multiplicação de números inteiros em seu livro "Elementos", utilizando a propriedade fundamental de igualdade de proporções. Euclides afirmou que se dois números são iguais a dois outros números, então os produtos desses números também são iguais.

Durante a Idade Média, o matemático persa Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (século IX) fez importantes contribuições para a multiplicação. Seu livro "Algoritmos Sobre os Números Hindus" foi uma influência significativa no desenvolvimento da álgebra. Al-Khwarizmi apresentou um método sistemático de multiplicação usando a técnica do algoritmo, que se tornou a base para os algoritmos de multiplicação modernos.

No século XVII, o matemático francês Blaise Pascal introduziu o Triângulo de Pascal, que continha uma série de números formada por operações de adição e multiplicação. O Triângulo de Pascal revelou padrões nas combinações e coeficientes binomiais, tornando-se uma ferramenta importante na teoria das probabilidades e na álgebra.

No século XVIII, o matemático suíço Leonhard Euler introduziu a notação exponencial para representar a multiplicação repetida, como em " a^n ". Essa notação simplificou o registro e a compreensão de operações de multiplicação.

Em suma, a operação de multiplicação passou por uma evolução ao longo da história, com contribuições significativas de diferentes culturas e matemáticos. Desde os babilônios e egípcios antigos até os avanços de Euclides, al-Khwarizmi, Pascal e Euler, a multiplicação continuou a ser refinada e aprimorada por meio de métodos, técnicas e notações cada vez mais sofisticadas. Essas contribuições ajudaram a estabelecer a multiplicação como uma operação matemática fundamental e a desenvolver a compreensão do seu significado e aplicações.

Dessa forma, os estudos e desenvolvimentos realizados ao longo da história forneceram as bases para os métodos de multiplicação que utilizamos atualmente. A operação de multiplicação é essencial em diversos campos da matemática e das ciências naturais, bem como em aplicações práticas do dia a dia, como cálculos financeiros e estatísticos.

2.2 O sistema de numeração no Antigo Egito

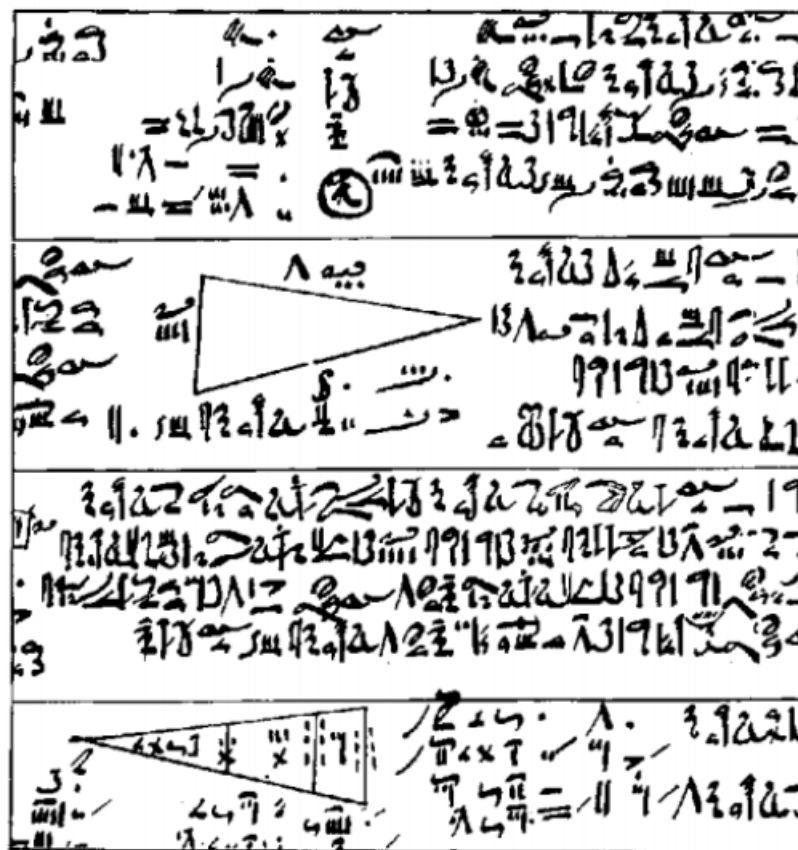
Segundo Eves (2007), as informações que temos hoje sobre a matemática praticada pelos antigos egípcios, foram extraídas de manuscrito em 'papiro ou pergaminhos, já descobertos naquela região. Como indica a Seção 2.2.1, os egípcios produziram, a partir de uma planta chamada de papiro, papel de boa qualidade, leve e flexível, mas frágil e pouco resistente à umidade. Comparando a quantidade de papiros, maior fonte de registro da Matemática egípcia, com os documentos Babilônicos, em termos de quantidade, os papiros são muito mais raros. Entre os papiros com maior importância como fonte de pesquisa matemática, podemos destacar dois papiros do médio império – papiros de Kahun e de Berlim e dois textos mais longos e um pouco mais recentes – papiro de Rhind e papiro de Moscou. Assim, trataremos a seguir, de forma específica, do papiro de Rhind.

2.2.1 O Papiro de Rhind

Poucos são os documentos que nos revelam a Matemática do Antigo Egito. O papiro de Rhind (ou de Ahmes) e o papiro de Golenishchev (ou de Moscou) são dois dos documentos que sobreviveram ao tempo e puderam ser estudados.

Eves (2007) relata que, no ano de 1855, o advogado e arqueólogo escocês Alexandre Henry Rhind (1833-1863) comprou, na cidade de Luxor, Egito, um rolo de papiro com dimensões aproximadas de 5 metros de comprimento por 0,30 metros de largura. Exceto por uns poucos fragmentos que estão no Brooklyn Museum, este papiro está agora no British Museum, localizado em Londres, Inglaterra, sendo conhecido como o papiro de Rhind ou de Ahmes, em homenagem ao escriba que copiou por volta de 1650 a.C. Quando sua chegada ao museu britânico, o Papiro de Rhind possuía dimensões menores: era composto por duas partes, lhe faltava a parte central que, apenas cinco anos mais tarde, foi doada à Sociedade Histórica de Nova York pelo egiptólogo americano Edwin Smith, que comprou no Egito pensando em estar adquirindo um papiro da área médica. Após a Sociedade Histórica de Nova York perceber do que tratava o papiro recebido, esta fez a doação do papiro para o British Museum, ficando o Papiro de Rhind completo.

Figura 1- Uma parte do Papiro de Rhind



Fonte: Eves (2007).

O Papiro de Rhind se tornou a principal fonte do atual conhecimento sobre a Matemática do Antigo Egito. Este papiro é um texto matemático em formato de manual prático. Apresentando 85 problemas, foi copiado em escrita hierática pelo escriba Ahmes, de um

trabalho ainda mais antigo, datando de cerca de 200 a 1800 a. C. Em seus 85 problemas é possível encontrar descrição dos métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, do uso que esta cultura fazia das frações unitárias, do emprego da regra da falsa posição, da resolução para o problema de se determinar a área de um círculo, além de muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

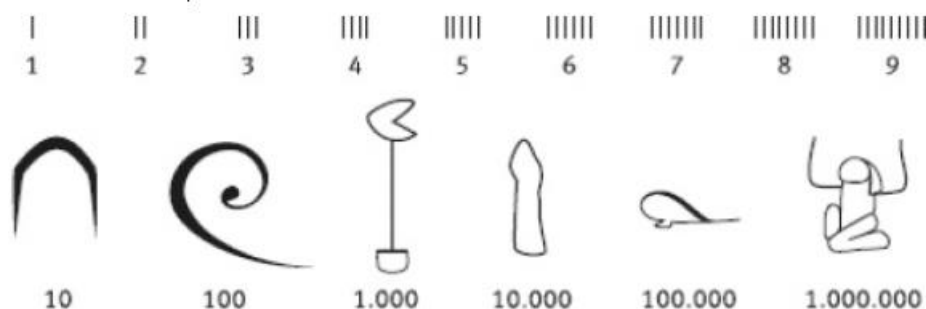
Os trabalhos de Boyer (2012) e Eves (2007) apresentam outros problemas do Papiro de Rhind. Estes problemas abrangem as áreas de Aritméticas e Álgebra, com temas de origem prática e alguns de natureza teórica. Também nos mostra todo esforço dos egípcios para evitar as frações não unitárias, apresentando as tábuas que davam a representação desejada para frações do tipo $1/n$, sendo essas as únicas utilizadas devido caráter singular da multiplicação egípcia. Da mesma forma, encontramos no Papiro problemas geométricos, muitos deles resultam de fórmulas de cálculos de áreas de terras e volumes de grãos. Já no Papiro de Rhind é possível encontrar uma forma de calcular a área de um círculo: a área de um círculo é igual à de um quadrado de lado igual a $8/9$ do diâmetro.

Para o nosso trabalho, em especial, o Papiro de Rhind é de grande importância, uma vez que ele nos mostra como a multiplicação era efetuada no Antigo Egito.

2.2.2 O sistema de numeração hieroglífico egípcio

Como já mencionado, não são muitos os documentos onde é possível encontrar como era estruturada a Matemática egípcia, o que vem a reforçar a importância do Papiro de Rhind, pois, juntamente com a decodificações de inscrições em tumbas e monumentos, a numeração desta antiga civilização foi facilmente decifrada.

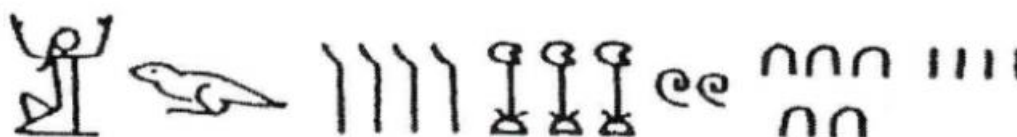
O sistema de numeração egípcio já estava desenvolvido antes da unificação do Egito sob o governo de faraós. De fato, por volta de 3000 a. C., esta civilização já se encontrava muito avançada, fortemente urbanizada e em ampla expansão. Desde o seu surgimento, o sistema numeração hieroglífico era baseado no número 10. O número 1 era representado por um traço vertical, e os números seguintes, de 2 a 9, eram obtidos pela soma de um número correspondente de traços verticais. Temos, então, um sistema aditivo e decimal, isto é, as unidades, as dezenas e as centenas eram representadas por sinais diferentes que se repetiam quantas vezes fossem necessárias. O número 10 era representado por uma alça; o 100, uma espiral, 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas Figura (2).

Figura 2- Símbolos do sistema hieróglifo

Fonte: Roque (2012).

Os hieróglifos egípcios, como os apresentados na figura 2, são quase todos tirados da fauna e da flora da região do Nilo, e os instrumentos e utensílios que está escrita “copiou” eram utilizados no Egito pelo menos o início do quarto milênio antes da nossa era.

A convenção para ler e escrever os números é elementar: os números maiores são escritos na frente dos menores e, havendo mais de uma linha de números, devemos partir da linha mais acima. Assim, para escrever um número, basta organizar todos os símbolos obedecendo tal convenção. A soma dos valores resultará no número desejado. A figura 3 nos mostra um exemplo de representação no sistema hieróglifo:

Figura 3- Representação no sistema hieróglifo

Fonte: Almeida (2011)

Como o sistema é aditivo, a soma de todos os números representados indicará qual é o número apresentado na figura (3), em nosso sistema de numeração:

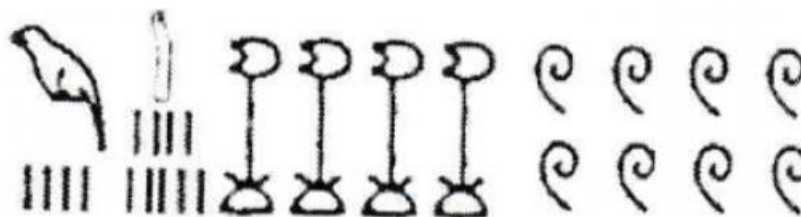
$$\begin{aligned}
 1.000.000 &+ 100.000 + 4.10.000 + 3.1.000 + 2.100 + 5.10 + 4.1 = \\
 1.000.000 &+ 100.000 + 3.000 + 200 + 50 + 4 = \\
 &1.143.254
 \end{aligned}$$

Outra característica desse sistema de numeração é ausência do zero, como podemos destacar nas representações dos números 218 e 2018 (figura 4):

Figura 4 - Números 218 e 2018 no sistema hieróglifo

Fonte: Almeida (2011)

Do ponto de vista prático, este sistema de numeração revelava algumas dificuldades, pois, por exemplo, o número 9999 necessita, para ser escrito, um total de 36 símbolos diferentes. Entretanto, é possível observar no Papiro de Harris, em exposição no British Museum, um registro de grandes valores fazendo uso, em sua representação, da sobreposição de sinais. Na figura 5 destacamos a representação, no sistema de numeração egípcio, do número 494800.

Figura 5 - Número 494800 no sistema hieróglifo

Fonte: Almeida (2011)

Na figura 5 conseguimos perceber a construção do número 494800:

$$\begin{aligned}
 &100.000 \cdot 4 + 10.000 \cdot 9 + 4800 = \\
 &400.000 + 90.000 + 4800 = \\
 &494.800
 \end{aligned}$$

No sistema de numeração hieróglifo utilizado pelos egípcios, os números fracionários eram representados através de símbolos diferentes daqueles indicados na figura 2. Em relação à representação, existiam dois tipos de frações. As frações comuns eram representadas por símbolos próprios, como $1/2$, $2/3$, além de $1/3$ e $1/4$.

Figura 6 – Frações

$$\begin{array}{l}
 \text{Oval} \text{ III} = \frac{1}{3}, \quad \text{Oval} \text{ IIII} = \frac{1}{4}, \\
 \text{Oval} \text{ II} \text{ ou } \text{Trapézio} = \frac{1}{2}, \\
 \text{Oval com linha vertical} = \frac{2}{3}
 \end{array}$$

Fonte: Eves (2007).

2.3 A multiplicação no Antigo Egito

Grande parte dos problemas incluídos nos papiros de Rhind e Moscou são de natureza numérica e de simples resolução, bastando uma soma ou multiplicação para resolvê-los. A operação de adição era resultado direto do sistema de numeração adotado. Para se obter o total de uma soma, bastava agrupar dois números, fazendo, em seguida, as simplificações, quando necessárias. Vejamos a soma de 23 com 18 na figura 7.

Figura 7 - Adição entre 23 e 18

$$\text{a) } \text{Oval} \text{ II} \text{ IIII}; \quad \text{b) } \text{Oval} \text{ IIII IIII IIII}$$

Fonte: Morey e Silva (2017).

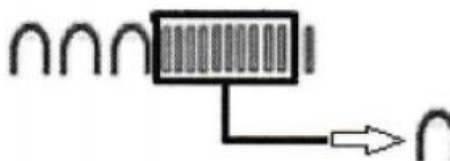
Fazendo a justaposição dos símbolos:

Figura 8 - Adição entre 23 e 18

$$\text{Oval} \text{ II} \text{ IIII} \text{ Oval} \text{ IIII IIII IIII}$$

Fonte: Morey e Silva (2017).

Com a base do sistema de numeração é decimal, não podemos repetir um mesmo símbolo mais que 9 vezes. Assim:

Figura 9 - Adição entre 23 e 18

Fonte: Morey e Silva (2017).

Chegando ao resultado final, 41 unidades (figura 10).

Figura 10 - Adição entre 23 e 18

Fonte: Morey e Silva (2017).

A operação de multiplicação era sempre efetuada como uma sequência de duplicações. Vejamos um problema envolvendo a multiplicação encontrado no texto de Ifrah (2010, p. 368):

Estamos no ano 2000 a. C. na casa de um agricultor de cereais na região de mânfis. Ao final da colheita, um funcionário do fisco vem controlar o estágio da produção e fixar o montante de imposto anual. Este encarrega alguns trabalhadores de medir o grão por alqueire ¹ e de embalá-los nos sacos. A colheita ofereceu neste ano dois tipos de trigo: o amido e a espelta, além da cevada comum. Para não se enganar com relação à validade de cereais, os trabalhadores repartem o amido em fileiras de doze sacos, a espelta em fileiras de quinze sacos, e a cevada em grupos de dezenove sacos, correspondendo esses grupos respectivamente aos números 128, 84 e 369. De acordo com os dados do problema, podemos determinar o número total de sacos de trigo para amido através da multiplicação de 128 por 12. Os antigos egípcios procediam da seguinte forma:

Figura 11 - Multiplicação entre 128 e 12

1	12
2	24
4	48
8	96
16	192
32	384
64	768
128	1.536

Fonte: Ifrah (2010).

Percebamos que o multiplicador 12 é escrito na segunda parte da coluna e o número 1 a sua frente, na primeira coluna. Em seguida, faz duplicações sucessivas em cada um dos números até o momento que, no multiplicando (coluna da esquerda) aparece o 128. O valor de 1536, correspondente do 128 na segunda coluna, é o resultado da multiplicação 128x12.

De volta ao problema do agricultor, desejamos, agora, determinar o número de sacos de espalta. Para isso, faremos produto de 84 por 15.

¹ antiga medida de capacidade

Figura 12 - Multiplicação entre 84 e 15

1	15
2	30
4	60
8	120
16	240
32	480
64	960

Fonte: Ifrah (2010).

Novamente, na coluna da direita, colocamos o multiplicador e, na coluna da esquerda, escrevamos o número 1, para, em seguida, fazer as duplicações dos valores nas duas colunas. Desta vez, o multiplicando 84 não aparece na primeira coluna, então prosseguimos com as duplicações até encontrarmos o maior número contido neste multiplicando; nesse exemplo, o número 64. Para determinar o resultado da multiplicação, devemos somar valores contidos na

coluna da esquerda cujo total seja igual a 84. Na figura essas parcelas estão destacadas com um pequeno traço horizontal e, seus correspondentes na coluna da direita, marcados com uma barra inclinada:

Figura 13 - Multiplicação entre 84 e 15

	1	15
	2	30
—	4	60/
	8	120
—	16	240/
	32	480
—	64	960/

Fonte: Ifrah (2010).

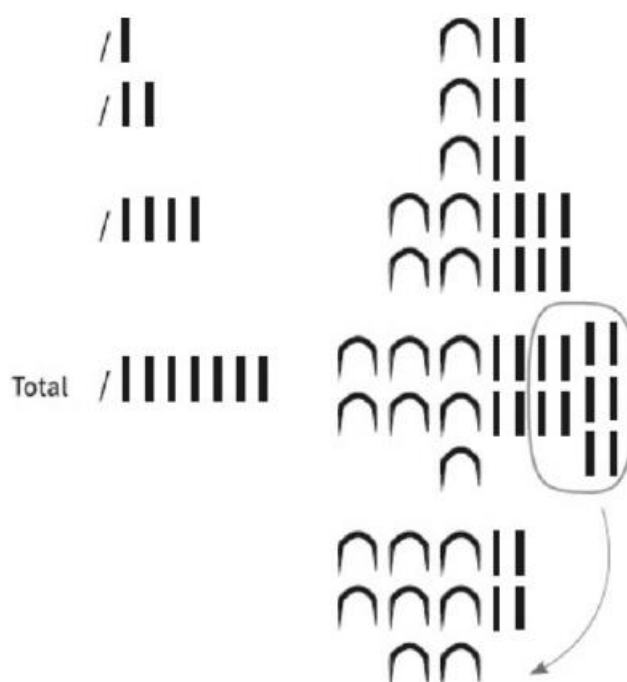
Ao fazer a soma dos números destacados com o traço horizontal, chegamos ao resultado procurado:

$$84 \times 15 = 8 \times (4 + 16 + 64) = 60 + 240 + 960 = 1260 \text{ sacos de espalta}$$

Apresentaremos outro problema, dessa vez retirado do texto de Roque (2012). O propósito agora é de mostrar todo o processo de duplicação utilizando os símbolos próprios do sistema de numeração hieróglifos:

Supondo que cada pessoa tenha direito a doze sacos de grãos (convencionando se um saco de tamanho fixo), a quantos sacos de grãos sete pessoas têm direito?

A figura nos mostra o produto entre os números 12 e 7:

Figura 14 - Multiplicação entre 12 e 7

Fonte: Roque (2012).

O resultado do problema seria a soma:

$$7 \times 12 = 12 \times (1 + 2 + 4) = 12 + 24 + 48 = 84 \text{ sacos de grãos}$$

A multiplicação egípcia é feita por esse algoritmo; é relativamente simples e pode ser feita sem o uso das tábuas de multiplicação.

Os problemas retirados dos textos de Ifrah (2010) e Roque (2012), as soluções apresentadas e o algoritmo utilizado nas resoluções, nos levam a observar que um dos fatores é decomposto em uma soma onde cada parcela é uma potência de 2. Quando efetuamos as somas dos valores da coluna correspondente a estas potências, encontramos o valor do produto procurado. A seguir enunciamos um teorema que formalizará nossa observação.

Teorema 1- Todo número inteiro positivo pode ser escrito de modo único como soma de diferentes potências de 2 com expoentes inteiros não negativos, denominada **representação binária**.

Apresentaremos uma demonstração para o teorema 1.

Figura 15 – Demonstração do teorema 1

Demonstração.

Iniciaremos mostrando a existência da representação, usando indução em n . Temos que $1 = 1$, $2 = 2$, $3 = 1 + 2$, $4 = 4$, $5 = 4 + 1$, $6 = 4 + 2$, $7 = 4 + 2 + 1$ e, com isso, o resultado vale para todo $n \leq 7$. Supõe que o resultado vale até um certo $k \geq 7$. Se $k + 1$ é uma potência de 2, então está provado. Caso contrário, existe j tal que $2^j < k + 1 < 2^{j+1} = 2^j + 2^j$. Logo $k + 1 - 2^j \leq k$ e como qualquer número menor ou igual a k é a soma de potências de 2, segue que existem inteiros não negativos $0 \leq e_0 < e_1 < \dots < e_l$ tais que $k + 1 - 2^j = 2^{e_0} + 2^{e_1} + \dots + 2^{e_l}$. Como $k + 1 - 2^j < 2^j$ segue que $2^{e_0} + 2^{e_1} + \dots + 2^{e_l} < 2^j$ e assim $e_l < j$. Logo $k + 1 = 2^{e_0} + 2^{e_1} + \dots + 2^{e_l} + 2^j$, com $0 \leq e_0 < e_1 < \dots < e_l < j$.

Agora provaremos a unicidade da representação. Supõe que a representação é única até um certo k e que $k + 1 = 2^{a_0} + 2^{a_1} + \dots + 2^{a_r} = 2^{b_0} + 2^{b_1} + \dots + 2^{b_s}$, com $0 \leq a_0 < a_1 < \dots < a_r$ e $0 \leq b_0 < b_1 < \dots < b_s$. Então $2^{a_r} \leq 2^{a_0} + 2^{a_1} + \dots + 2^{a_r} = 2^{b_0} + 2^{b_1} + \dots + 2^{b_s} \leq 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{b_s} = 2^{b_s+1} - 1$. Logo $2^{a_r} < 2^{b_s+1}$ e assim $a_r \leq b_s$. De maneira análoga podemos mostrar que $b_s \leq a_r$ e, portanto $a_r = b_s$. Usando a hipótese de indução concluímos que $r - 1 = s - 1$ e que $a_i = b_j$, para $i, j \in \{0, 1, \dots, r - 1\}$. Portando está provada unicidade.

Fonte: Roque (2012).

Assim, com o teorema demonstrado e a propriedade distributiva da adição em relação à multiplicação, temos assegurado o funcionamento do algoritmo utilizado pelos antigos egípcios.

Diante do texto apresentado neste capítulo, considerando as ideias e discussões destacadas nos trabalhos dos autores como Roque (2012), Eves (2007) e Ifrah (2010), chegamos à conclusão que a multiplicação utilizada pela civilização do Antigo Egito, mesmo utilizando o processo de duplicação, tem como semelhança ao atual modo de multiplicar, o uso da propriedade distributiva da adição e, faz uso de um resultado importante para a matemática do presente: todo número inteiro positivo pode ser escrito de modo único como soma de diferentes potências de 2 com expoentes inteiros não negativos.

2.4 Recursos Didáticos no Ensino da Matemática

Os recursos didáticos são caracterizados como ferramentas de ensino que podem promover uma recepção mais afetiva dos conteúdos propostos pelo professor para com seus alunos, tornar as aulas mais inovadoras, dinâmicas e atrativas (SOUZA, 2007). Além disso, a sua utilização permite uma relação de interação diferenciada entre os alunos, bem como entre

ele e os professor – em que o aluno também é agente principal em seu processo da aprendizagem.

Um tipo de recurso é o material didático e discutindo a temática, Lorenzato (2006, p.18) define que “material didático é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Tendo por objetivo facilitar esse processo, pois muitos educadores ao longo do tempo ressaltam a importância desses materiais. Portanto, o material didático pode ser um jogo, um giz, um filme, uma calculadora, uma fotografia, etc. Portanto a utilização dos materiais didáticos como recursos didáticos no ensino da matemática quando bem planejado pelos professores auxiliam no processo de ensino, tornando o processo de ensino mais eficaz – seja no desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, reflexão, tomada de decisão, argumentação e/ou organização.

Lorenzato (2006) ainda afirma que, os materiais didáticos podem realizar e até mesmo desempenhar várias funções, no entanto, vai depender da finalidade a que se destinam: proporcionar um determinado assunto, instigar os alunos, ajudar na memorização de resultados e facilitar a redescoberta, entre outros.

É importante destacar, mesmo desempenhando diversas funções todo material possui potencialidades e limitações, além disso, existem materiais estruturados e não estruturados, desse modo cabe a incubasse ao professor a tarefa de planejar a aula e realizar a escolha adequada do material a ser utilizado.

Em relação ao professor a tarefa de planejar a aula realizar a escolha adequada do material a ser utilizado.

Em relação ao ensino da matemática, os recursos didáticos mais utilizados são os livros didáticos, materiais manipuláveis e os jogos. Como também o uso das imagens, entre elas a fotografia, a história da matemática, a calculadora, computadores e outros elementos tecnológicos trazem significativas contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem de matemática nas salas de aulas – devemos lembrar que estamos em uma sociedade altamente tecnológica e que esse universo também faz parte do universo escolar.

Quando nos referimos ao processo de ensino e aprendizagem, podemos destacar como recurso metodológicos o livro didático, no qual seu histórico vem entrelaçado com as práticas escolares. Mesmo diante das transformações metodológicas implantadas a partir dos avanços tecnológicos vivenciados da atualidade, o livro escolar continua a ser o material didático mais utilizado nas salas de aula, apensar de sua relevância, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) esclarece que os professores devem assumir um lugar de destaque, visto que,

Embora o livro didático seja um recurso importante no processo ensino-aprendizagem, ele não deve ocupar um papel dominante nesse processo. Assim, cabe ao professor manter-se atento para que a sua autonomia pedagógica não seja comprometida. Não é demais insistir que, apesar de toda a sua importância, o livro didático não é o único suporte do trabalho pedagógico do professor. (BRASIL, 2011, p.19).

De acordo com as propostas dos documentos oficiais, a exemplo do Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) concordamos com a afirmativa de que, o livro didático ainda é o único recurso para muitos professores e alunos, mas ele precisa ser bem trabalhado pelos professores para que se possa aproveitar ao máximo seus benefícios.

Dessa forma, o professor ao fazer o uso do material didático como apoio às suas aulas de matemáticas deve desempenhar a função de intercessor. Ou seja, não mais fazer dos alunos depósitos de informações. No entanto, ele problematizará uma aprendizagem mais significativa para o educando. Contudo, é preciso que o professor tenha um bom domínio do conteúdo matemático em si, e seja bem didático, assim como, a utilização pedagógica deste material, seja quanto aos seus potenciais e limites na contribuição da aprendizagem dos alunos. Lorenzato (2006, p. 18) assegura que,

Por melhor que seja, o material didático nunca ultrapasse a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e como tal, o material didático não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.

Todavia, o material didático por melhor que seja, jamais substituirá o professor em sala, e também considera que sua função não vai além de auxílio aos conteúdos matemáticos, ou seja, vai depender muito de como o professor vai inserir tal atividade e a sua forma de trabalhar em sala com determinado material. Portanto, segundo Lorenzato (2006), a melhor potencialidade do material didático consiste na construção por parte dos próprios alunos, pois, é durante esta etapa, que surgem imprevistos e desafios que acarretam aos educandos a fazerem conjecturas e a encontrar caminhos e soluções para as situações inesperadas.

A inserção dos materiais didáticos no ensino da matemática proporciona ao aluno a desenvolver a prática de observação e construção de significados, como desenvolver raciocínio matemático mediante aos problemas propostos pelas atividades. É através desse processo de ensino aprendizagem que o professor pode acompanhar, observar, intervir quando necessário, relacionando as informações existentes – onde a busca pelas soluções para os problemas apresentados, comparação e discursões dos resultados, produção de novas ideias se encaminham ao processo esperado – à abstração.

Por sua vez, Passos (2006) destaca que os materiais didáticos explorados nas aulas de Matemática, na maioria das ocasiões, apresentam uma finalidade ativa, de modo que, esses são usados como base experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, a autora reverbera que, o principal objetivo dos materiais didáticos é de servir como mediador para “facilitar a relação do professor, do aluno e do conhecimento” (PASSOS, 2006, p. 78).

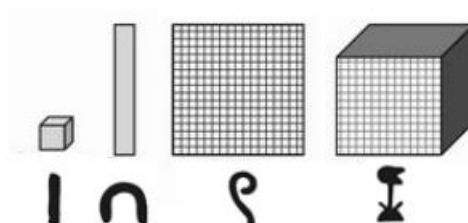
Vale ressaltar ainda, um dos materiais didáticos que me chama muita atenção é o material dourado (MD) que foi desenvolvido por Maria Montessori (1896 - 1980), pedagoga e médica italiana, no início do século XX. Montessori desenvolveu esse material manipulativo para ajudar as crianças a compreenderem conceitos matemáticos abstratos, como valor posicional, adição, subtração, multiplicação e divisão, de forma concreta e visual.

Os Materiais Dourados são compostos por blocos de madeira em diferentes tamanhos e formatos, pintados de dourado, que representam as unidades, dezenas, centenas e milhares. Cada bloco é dez vezes maior que o anterior e dez vezes menor que o próximo, proporcionando uma representação tátil e visual clara da base decimal do sistema numérico. Desde então, o Material Dourado tornou-se uma ferramenta popular de ensino de matemática para crianças durante a educação infantil e no início do Ensino Fundamental em todo o mundo.

Maria Montessori criou o Material Dourado para desenvolver nas crianças a independência, a confiança em si mesmos, a concentração, a coordenação e a ordem e com isto desenvolver as experiências para um bom desenvolvimento escolar.

Utilizando a metodologia Montessoriana e numa passagem do concreto para o abstrato podemos utilizar o “Material Dourado”, criado pela médica italiana Maria Montessori (1870 – 1952), associando respectivamente, ao cubo (unidade) o bastão, à barra (dezena) o osso de calcanhar invertido, à corda enrolada (centena) a placa e ao cubo maior (unidade de milhar) a flor de lótus (figura 16).

Figura 16 - Correspondência entre o “Material Dourado” e os números egípcios



Fonte: Boyer (1996).

Esta abordagem permite realçar e consolidar o fato de cada ordem superior corresponder a dez quantidades na ordem inferior e vice-versa.

Estes procedimentos podem ser utilizados como motivação para as tabuadas de multiplicação, iniciando-se com a tabuada 2, em virtude da regra do dobro, e promover o estudo das regularidades.

Para Souza (2007), o Material Dourado é muito importante para se trabalhar a multiplicação pela possibilidade de compreender, através de cubos, barras e placas, como se dá a multiplicação.

O Material Dourado (figura 17) é um recurso produzido inicialmente em madeira, composto por um cubo menor, de aresta medindo 1 centímetro, uma barra, composta por 10 deste cubo menor, uma placa, tendo 10 centímetros de comprimento, 10 centímetros de largura, e 1 centímetro de altura, e um cubo maior, de aresta medindo 10 centímetros, que pode também ser encontrado atualmente produzido em E.V. A. (figura 18).

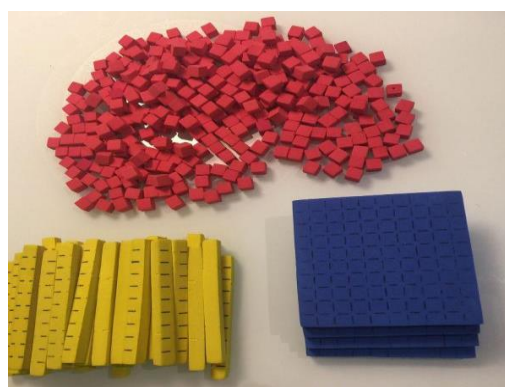
Neste material, o cubo menor representa a unidade, a barra, composta por 10 (dez) cubos menores representa a dezena, a placa, composta por 100 (cem) cubinhos, representa a centena e o cubo maior, composto por 1000 (mil) cubos menores, representa a unidade de milhar.

Figura 17 - Material Dourado em madeira



Fonte: Elaboração própria (2023)

Figura 18 - Material Dourado em E.V.A.



Fonte: Amazon, (2021)

O Material Dourado é um recurso valioso para o ensino de matemática, abrangendo desde o sistema decimal até as operações básicas e a resolução de problemas. No entanto, a disponibilidade desse material pode ser limitada em muitas escolas.

Nesse caso, uma alternativa é incentivar os alunos a criarem seu próprio material dourado usando materiais acessíveis, como E.V.A., papel ou madeira, envolvendo os pais nesse processo. Essa abordagem não apenas estimula a interação familiar, mas também promove a participação da comunidade escolar.

O primeiro contato do aluno com o Material Dourado deve ser lúdico, permitindo que ele explore livremente, brinque e crie jogos e formas, assim percebendo a construção e os materiais utilizados. As atividades iniciais com o material têm o objetivo de ajudar o aluno a compreender as relações entre as peças e as trocas no sistema de multiplicação. O uso do material concreto nas aulas de matemática facilita a absorção do conteúdo, tornando as aulas dinâmicas e divertidas, despertando a criatividade e o raciocínio dos alunos. O professor deve refletir sobre as metodologias adequadas ao ensino da matemática, valorizando o conhecimento construtivo e significativo, baseado em observações do mundo real.

Levando em consideração que "uma abordagem frequente no trabalho com a multiplicação é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição" (BRASIL, 1997, p. 108), o professor deve ter cuidado no momento de estabelecer esta relação, não se utilizando desse procedimento como único nas operações com a multiplicação, até porque, como diz Carvalho (1994, p. 45), "Mesmo quando se pode utilizar o raciocínio aditivo, se a ordem de grandeza é alta, torna-se impossível operacionalmente resolver o problema por meios de adições", o que nos faz entender que esse procedimento pode ser usado, mas não em todas as situações nesse processo.

O papel quadriculado é um exemplo de recurso didático utilizado nessa perspectiva Souza (2007, p.6) ressalta que:

[...] O professor pode desenhar pisos quadriculares e retangulares no papel e pedir para que os alunos calculem a quantidade de "quadrinhos". No início, a grande maioria das crianças conta com os quadrinhos um a um para chegar ao resultado final, mas assim que conseguem perceber que cada fileira do piso tem a mesma quantidade de quadrinhos, passam a calcular por meios da adição das parcelas iguais e, conseqüentemente, acabam recorrendo à multiplicação.

No entanto, como já citado, quando o número a multiplicar é muito alto, a criança não conseguirá multiplicá-lo da mesma forma que faria com um menor, mesmo utilizando este material, pois além de demandar o tempo, o trabalho se tornaria cansativo e sem rendimento de aprendizagem. Para exemplificar melhor, reportamo-nos a uma situação-problema de multiplicação em Carvalho (1994, p. 44), quando diz: "se para montar um caminhão são utilizados 14 pneus, quantos pneus são necessários para 5 caminhões? E para 10? E para 560?..", fazendo-nos compreender o que já havíamos ressaltado acima, que é impossível multiplicar no papel quadriculado, ou até mesmo em forma de operações aditivas quando, como no exemplo, este número for de grandeza alta, como 560.

Para realizar os processos multiplicativos, portanto, o sujeito precisa, além de aprender a organizar seu pensamento quando se coloca a frente de resolução de problemas, sendo capaz de resolver os conflitos cognitivos que decorre da multiplicação, pois, como diz Cunha (1997, p. 4), "multiplicação, [...], é uma operação mais complexa, que é a construída em um nível maior de abstração do que a adição". É nesse momento, que os outros mecanismos na multiplicação devem entrar em ação. Portanto, multiplicar exige conhecimento lógico, ser capaz de abstrair os objetos caracterizando-os, o que faz o sujeito na multiplicação se apropriar de cálculos, estes, como retrata as orientações dos PCN - Parâmetro Curriculares Nacionais, procedidos de características particulares como:

[...] cálculo mental e cálculo escrito, exato e aproximado de tal forma que [...] possa perceber [...] as relações existentes entre eles e com isso aperfeiçoar seus procedimentos pessoais, para torná-los cada vez mais práticos, aproximando-os aos das técnicas usuais. (BRASIL, 1997, P. 116).

É nessa relação que a multiplicação, como as outras operações, se faz presente na vida do ser humano. O fato é que muitas crianças, ainda hoje, aprende a matemática como algo difícil e, em se tratando da multiplicação, sentem dificuldade em utilizar-se desses cálculos para obter resultados.

Fazendo-nos pensar que isso decorre da ausência de uma prática capaz de prover instrumentos que facilitem essa aprendizagem, em que a criança desenvolva seu pensamento lógico matemático e pense por si mesma; e não pela prática de "decorar" a tabuada de multiplicação, por exemplo.

3. PROCEDIMENTOS METEDOLÓGICOS

A metodologia, em um nível aplicado, examina, descreve e avalia métodos e técnicas de pesquisa que possibilitam a coleta e o processamento de informações, visando ao encaminhamento e à resolução de problemas e/ou questões de investigação (PRODONOV; FREITAS, 2013, p. 14). Para que uma pesquisa seja conduzida de maneira adequada, é necessário seguir uma série de passos e adotar métodos técnicos que contribuam para alcançar o objetivo desejado.

O método é entendido como o caminho a ser percorrido para atingir um determinado fim, e o método científico é o conjunto de procedimentos intelectuais e técnicos utilizados para obter conhecimento (GIL, 2008).

3.1 Tipologias da Pesquisa

3.1.1 Quanto ao Objetivo

Essa pesquisa possui um caráter qualitativo, cujo propósito foi motivado pelo desejo de conhecer recursos didáticos para o ensino da matemática que pudessem ser utilizados com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, onde a utilização dos materiais manipuláveis (Material Dourado) pelos professores do 6º ano, afim de efetivar as competências pertinentes aos conhecimentos matemáticos, em particular sobre a operação da multiplicação.

Segundo Prodonov e Freitas (2013), a pesquisa qualitativa não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para a coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

3.1.2 Quanto aos procedimentos técnicos

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, a pesquisa classifica-se como pesquisa bibliográfica e estudo de caso. A pesquisa bibliográfica foi utilizada para nortear a realização da fundamentação teórica, tendo alguns meios para consultas sobre o que já foi estudado e publicado a respeito do estudo de materiais didáticos como auxílio na aprendizagem da operação da multiplicação. Já o estudo de caso foi utilizado, por buscar apresentar um estudo aprofundado sobre Material Dourado (material didático) como um auxílio na aprendizagem da

operação da multiplicação, por meio de aula e atividades em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. A esse respeito, Gil (2008, p. 57) enfatiza que o estudo de caso “é caracterizado pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado [...]”.

3.1.3 Quanto à Abordagem do Problema

Em relação ao método de abordagem, a pesquisa caracteriza-se como qualitativa. Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta de dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objetivo de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo. (PRODANOV; FREITAS, 2012, p. 70)

Esta pesquisa, teve como objetivo geral apresentar o material dourado como um recurso didático para o ensino da operação da multiplicação que aliado a situações-problemas, constituem a base para a verdadeira alfabetização matemática.

Para tanto, realizamos algumas atividades em sala de aula utilizando o material dourado como recurso didático na compreensão da operação multiplicação, na turma do 6º ano na Escola de Ensino Fundamental Menino Jesus no Município de Lagoa de Dentro-PB. As aulas funcionaram em turmas do 6º ano pela manhã com alunos matriculados nesta escola.

3.1.4 Amostra da Pesquisa

Segundo Gil (2008, p. 90), amostra é um “subconjunto do universo ou da população, por meio do qual se estabelecem ou se estimam as características desse universo ou população”.

Foram tomados como amostra da pesquisa 13 alunos do 6º ano do ensino Fundamental de uma escola particular no turno matutino.

A pesquisa foi desenvolvida a partir da coleta de dados favorecida por meio de explicações em aulas e com uma atividade, com a finalidade de verificar, principalmente, o desempenho dos alunos com o material manipulável (material dourado) no aprendizado da operação da multiplicação.

Dessa forma, empregou-se na pesquisa esse tipo de amostra por se acreditar que a amostra escolhida representa a realidade do universo da nossa pesquisa, de modo que poderia nos favorecer uma abordagem bem ampla na obtenção dos dados a serem analisados.

3.2 Etapas da Coleta de Dados da Pesquisa

A realização da pesquisa se deu conforme as seguintes etapas para a coleta de dados: etapa 1 – levamos para a sala de aula o material dourado como recurso didático para o aprendizado na operação da multiplicação; etapa 2 – observarmos o comportamento dos alunos em relação ao recurso didático no aprendizado; etapa 3 – elaboramos algumas questões como exercícios com situações-problemas para os alunos, onde eles utilizaram o recurso didático (material Dourado). Foi fundamental para o aprendizado da operação da multiplicação.

Na etapa 1, os alunos ficaram à vontade com o material didático para utilizar a sua imaginação. Em seguida apresentamos o objetivo do material dourado. Etapa 2, depois de apresentado o material didático, observei junto com a professora se os alunos estão utilizando da forma correta e se eles estão aprendendo a multiplicação com mais facilidade. Etapa 3, nesse questionário, foi elaborada as questões de situações-problemas de multiplicação para os alunos fazerem com a utilização do recurso do Material Dourado.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No interesse de atingirmos os objetivos deste trabalho, foi escolhido uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola de Ensino Fundamental Menino Jesus no Estado da Paraíba, onde participaram 13 alunos desta turma.

A nossa pesquisa possui um caráter qualitativo e os dados foram coletados em abril de 2023, planejada para ser desenvolvida num total de 2 encontros de 60 minutos cada. Que decorreram da Seguinte forma.

No 1º encontro (aula 1 - realizada em 20 de abril de 2023): Ao chegar, fui apresentado à turma pela professora Edvânia Vieira Adelaide, onde a mesma falou sobre a pesquisa que seria realizada com eles. Depois de ser apresentado, conversei com os alunos sobre o sistema de numeração decimal posicional e também sobre a operação da multiplicação. Os alunos estavam bastante entusiasmados com a pesquisa e não mostraram nenhuma dificuldade em relação ao assunto abordado.

No 2º encontro (Aula 2 – realizada em 27 de abril de 2023): O segundo encontro com a turma, foi para resolver algumas situações-problemas da operação da multiplicação utilizando o material dourado. Segundo Gómez-Granell (2008), a resolução de problemas matemáticos foi constantemente utilizada no ensino da Matemática como método de aplicar os conhecimentos adquiridos. Por tanto, a resolução de problemas tem sido usada para avaliar se os alunos aprenderam um determinado procedimento e se são capazes de aplicá-los em qualquer situação.

- **1º Encontro**

Primeiramente, cada aluno recebeu as peças do “Material Dourado” juntamente com uma base do material em madeira com o quadro posicional do sistema decimal:

Após um período de manuseio livre, foram esclarecidos o significado e os valores de cada peça aos alunos, assim como a condição de não utilizar 10 ou mais peças iguais na representação, fazendo a troca por uma peça da seguinte forma.

Os alunos deviam então representar alguns números com o Material Dourado, fazendo os agrupamentos e realizando as trocas necessárias. Em cima da base, os alunos dispunham as peças formando os números proposto e depois registravam no caderno a representação feita com as peças. A seguir, apresentamos alguns exemplos:

1 - Represente o número 8.

Figura 19 - Oito unidades do sistema decimal

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

2- Represente o número 10.

Nesse caso, alguns alunos apenas acrescentam 2 unidades ao número 8 que já estava representado, deixando do seguinte modo:

Figura 20 - Dez unidades do sistema decimal

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

O seguinte diálogo ocorreu na sala:

Professor: Está faltando alguma coisa ou esta representação está certa?

Aluno 1: Acho que está certa.

Aluno 2: Acho que têm que trocar pela barra.

Professor: correto! Dez unidades equivalem à uma dezena, ou seja, vamos trocar pela barra.

Logo, a representação correta do número 10 ficou:

Figura 21 - Uma dezena do sistema decimal

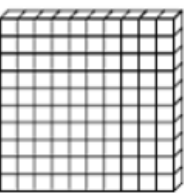
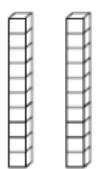
Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

3- Represente o número 123.

Os alunos imediatamente representaram corretamente:

Figura 22 - Uma centena, duas dezenas e três unidades do sistema decimal

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

Após os exercícios, os alunos tiveram uma boa assimilação da representação dos números com o uso do Material Dourado e estavam preparados para trabalhar a operação da multiplicação.

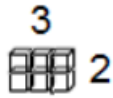
4.1 A operação da Multiplicação e o Material Dourado

A multiplicação no conjunto dos números naturais é definida como a soma de parcelas iguais. Isso acontece, por exemplo, com $2 \times 3 = 3 + 3 = 6$.

Para que possamos explorar adequadamente a multiplicação, devemos trabalhar desde as séries iniciais com a representação retangular. O Material Dourado é útil para abordarmos a multiplicação sob esse ponto de vista.

Por exemplo:

1 – Efetuar a multiplicação 2×3 .



Professor: E se tivermos 3×2 .

Aluno: Dá 6 também.

Professor: E como seria a representação retangular?

Aluno: É só virar o retângulo. São três fileiras com 2 cubinhos cada.

Professor: Correto. Reparem que o retângulo é o mesmo, e só mudamos sua posição. O resultado é o mesmo 6.



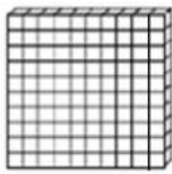
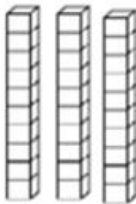
$$2 \times 3 = 6 = 3 \times 2$$

Com isso, foi introduzida a comutativa da multiplicação.

Multiplicações no quadro posicional também foram feitas. Observemos na figura 23 como os alunos fizeram a multiplicação utilizando o Material Dourado

2 – Efetuar 132×4

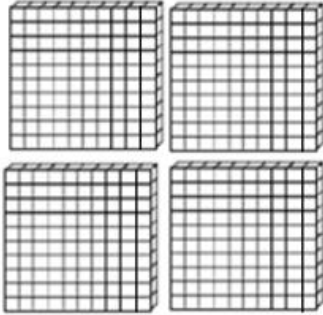
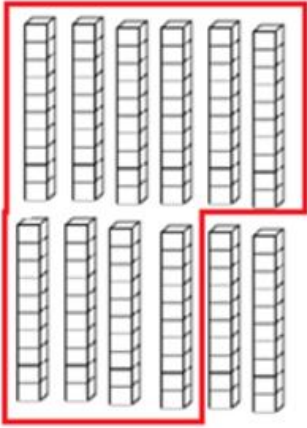
Figura 23 - Multiplicação com o Material Dourado

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
	 x 4	 x 4	 x 4

Fonte- Elaboração própria (2023).

O aluno faz a multiplicação, começando pelas unidades, tendo o resultado.

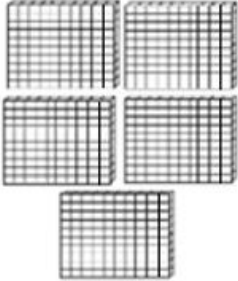
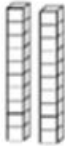
Figura 24 - Resultado parcial da multiplicação com o Material Dourado

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

Diálogo em sala:
Professor: Terminamos?
Aluno: Não.
Professor: O que temos que fazer agora?
Aluno: Temos 12 dezenas. Vamos trocar 10 delas por uma centena.

Figura 25 - Resultado final da multiplicação com o Material Dourado

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
			

Fonte- Elaboração própria (2023).

5 centenas + 2 dezenas + 8 unidades = 528
Professor: É isso mesmo?
Aluno: Deu 528.

Professor: Corretíssimo!

Em todos os problemas ministrados com a turma, foi observado como os alunos criam os seus esquemas dentro do campo conceitual da multiplicação para encontrar a solução do problema de acordo com a situação que lhe foi proposta e como eles utilizam o Material Dourado na compreensão dos enunciados, dos algoritmos e na representação dos resultados encontrados.

• 2º Encontro

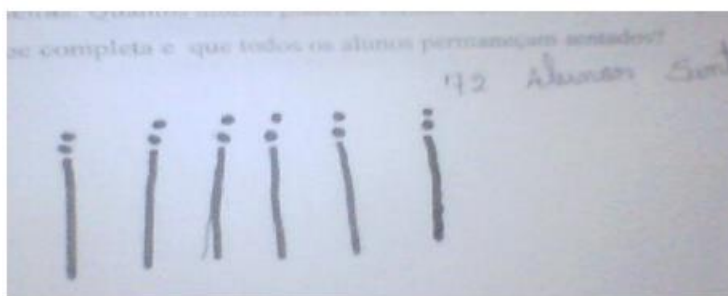
Todas as aulas em sala de aula que serão descritas a seguir, foram realizadas na Escola de Ensino Fundamental Menino Jesus com o auxílio do Material Dourado, no qual apresentei como recurso didático no intuito de facilitar a compreensão dos problemas e dos resultados encontrados.

No segundo encontro, foram realizados três problemas:

Problema 1

Uma sala de aula foi organizada em 6 filas e cada fila contém 12 carteiras. Quantos alunos poderão estudar nesta sala de aula até que ela fique completa e que todos os alunos permaneçam sentados?

Figura 26 - Resposta do aluno 2



Fonte- Elaboração própria (2023).

Análise do problema 1

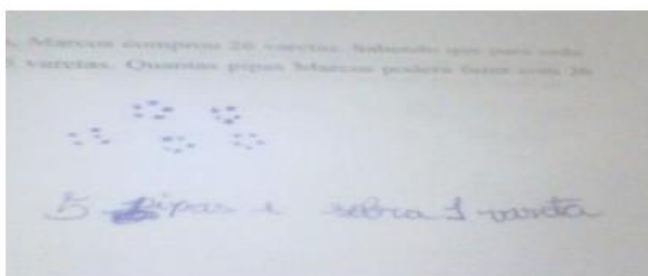
O contexto do problema 1, destacava uma situação vivida no cotidiano dos alunos. O problema abordava o conteúdo de multiplicação simples, onde o algoritmo usual a ser feito era 2×12 . Alguns alunos preferiram fazer pelo algoritmo padrão com a fundamentação de que seria mais rápido, então foi pedido que fizesse alguma representação com o Material Dourado, para enfatizar a solução. Como alguns já tinham identificado a operação que seria feita, preferiram usar o algoritmo padrão da multiplicação e encontraram o resultado correto. Outros alunos

fizeram uma representação da sala de aula, com 6 filas e cada fila contendo 12 cadeiras. As filas foram representadas com linhas na vertical e as cadeiras foram representadas com as peças do Material Dourado, ou seja, uma dezena e quatro unidades, depois eles contaram as unidades fila por fila. E deste modo conseguiram chegar ao resultado correto sem a utilização do algoritmo usual.

Problema 2

Para fazer uma Pipa, Marcos comprou 5 varetas. Se quisesse fazer 6 pipas iguais a essa, quantas varetas precisaria comprar?

Figura 27 - Resposta do aluno 1



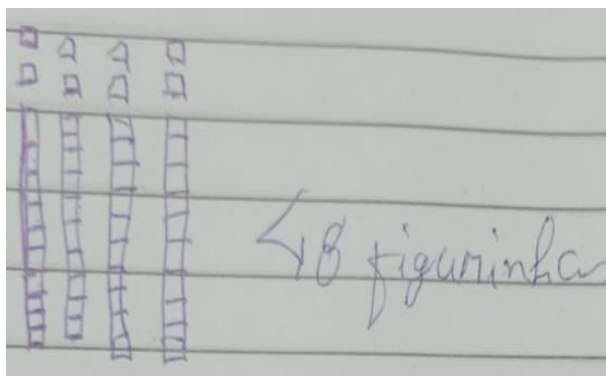
Fonte- Elaboração própria (2023).

O problema 2 abordava o conteúdo de multiplicação simples onde o algoritmo a ser feito era 5×6 , essa questão não causou muito espanto entre os alunos e nem gerou discussão, pois ela foi considerada de fácil compreensão e resolução, alguns alunos que tinham mais segurança no conteúdo, preferiram colocar apenas o resultado sem fazer representações com Material Dourado, pois afirmaram compreender o problema.

Outros alunos mais inseguros preferiram utilizar o material dourado, utilizando 5 unidades em 6 fileiras. Logo os alunos começaram a contar as unidades, e ao chegar na dezena, os alunos faziam a troca, e por fim, conseguiram obter o resultado.

Problema 3

Marcelo comprou 4 pacotes de figurinhas com 12 figurinhas em cada um. Quantas figurinhas ele comprou ao todo?

Figura 28 - Resposta do aluno 4

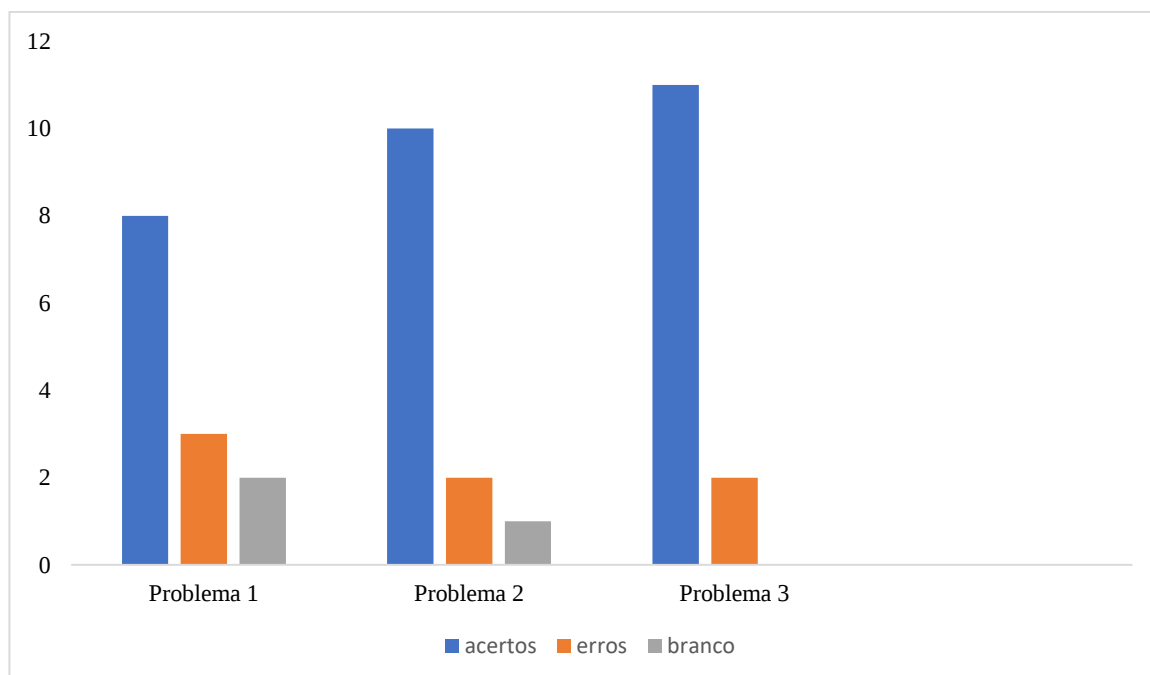
Fonte- Elaboração própria (2023).

Como nos outros problemas, boa parte dos alunos utilizaram o algoritmo padrão, pois acharam de fácil compreensão. Logo esses alunos mais seguros, conseguiram chegar ao resultado sem utilizar o Material Dourado.

Mas a maioria dos alunos que não compreenderam a questão, utilizaram o Material Dourado da seguinte forma: pegaram a barra que simboliza a dezena e mais 2 unidades e repetiram mais três vezes da mesma forma. Daí os alunos começaram a contar as barras e unidades, logo também chegaram ao resultado.

4.2 Gráfico dos resultados

Tabela 1- Gráfico de apresentação dos resultados



Fonte – Elaboração própria (2023).

O gráfico apresentado com o propósito de analisar o desenvolvimento dos alunos com relação ao conteúdo de estrutura multiplicativa com o material manipulável e, para analisar como poderia ser melhorada a capacidade de compreensão, atenção e percepção dos enunciados dos problemas propostos. De acordo com o gráfico e todos os dados obtidos nesta pesquisa, podemos constatar que o índice de acertos superou o de erros em muitos problemas.

Contudo, podemos comprovar os resultados desta pesquisa alterou de modo produtivo e significativo a visão deturpada que os alunos tinham sobre problemas matemáticos e estrutura multiplicativa, portanto, os objetos que foram estipulados aos exercícios de multiplicação com material manipulável, foram devidamente atingidos com êxito.

5. CONCLUSÃO

O objetivo geral desse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), foi analisar como os alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental resolvem problemas matemáticos utilizando o Material Dourado na compreensão de regras de funcionamento dos algoritmos da multiplicação.

Com o intuito de melhorar o aprendizado dos alunos em relação a este conteúdo que, e na maioria das vezes, não são explorados o suficiente para que os alunos obtenham o domínio necessário para resolver situações problemas.

O tempo que tivemos em contato com os alunos foi extremamente produtivo e que nos possibilitou um grande avanço no que diz respeito a concentração e ao desenvolvimento dos alunos, verificamos o incremento de habilidades como explorar, refletir, supor, discutir, trabalhar em grupo, testar e provar, para que, se apoiando no professor, quando necessário, o aluno aprenda a construir o seu próprio conhecimento.

Desse modo, alcançamos o nosso objetivo, uma vez que, como mostramos na análise dos problemas, expusemos detalhes deste modo de os alunos resolverem os problemas de multiplicação.

O uso do Material Dourado como forma de representação do algoritmo da multiplicação, foi contemplado com êxito, pois durante as aulas que foram ministradas com o Material Dourado ocorreram grandes índices de satisfação dos alunos em aprender a representar aqueles algoritmos feitos no papel com o Material Dourado.

Propor modelos manipuláveis que permitam que o aluno entenda a semântica da operação trabalhada foi muito importante nesta pesquisa, pois muitas vezes os alunos resolviam o problema de forma mecânica apenas utilizando os algoritmos que já tinham sido estudados nas aulas anteriores, mas não se preocupavam em entender semanticamente o problema, com a utilização desse recurso, os alunos puderam perceber as diversas formas de solucionar um problema, entender suas respostas e aprova-las.

Durante as aulas também tivemos a oportunidade de analisar como se processa os esquemas e a compreensão dos alunos na resolução de problemas matemáticos, como a utilização do material didático (material dourado) na iniciação dos esquemas e como se dá a partir das técnicas que foram ensinadas, como por exemplo, representar cada unidade expressa no problema como uma unidade (uma peça) do Material Dourado, deste modo, as operações de multiplicação onde eram tomadas como difícil foram muito bem expressas pelo Material Dourado.

Em uma pesquisa feita com alunos da Escola de Ensino Fundamental Menino Jesus, foi constatada que a utilização do Material manipulável facilitou muito na resolução de problemas, e segundo as correções dos problemas, podemos perceber que as respostas foram na maioria corretas e muito criativas. Isso nos mostra que essa pesquisa teve um bom aproveitamento cognitivo e quebrou muitas barreiras e dificuldades que os alunos encontravam em resolver problemas matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. M. M. B. **Sistema de numeração precursores do sistema Indo-Árabe**. 1. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011, p. 167.

AMAZON. **Material multicolor:** Carlu brinquedo. Disponível em: <https://www.amazon.com.br/Carlu-Brinquedos-174-Material-Multicolor/dp/B07BH42MTT>
Acesso em 12 de mar. de 2023.

BENTLEY, Peter. **O livro dos números:** uma história ilustrada da matemática. Trad. Maria Luíza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Ed. Jorge Zahar, 2009.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BOYER, C., UTA, C. M. **História da matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Guia do Livro didático**. PNLD 2012: Matemática / Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF 1997.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. Ed. rev. São Paulo: Cortez, 1994

CUNHA, M. C. C. da. **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5º e 7º séries**. 1997. Dissertação (mestrado em educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997. Disponível em: http://pucsp.br/pos/edmat/ma/disertacao/maria_carolina_cascino_cunha.pdf. Acesso em: 12 de mar. de 2023.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 2. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2007

FONSECA, V. **Introdução às dificuldades de aprendizagem**. Porto Alegre: Artes médicas, 1995.

FREITAS, R. C. O. **Um ambiente para as operações virtuais com material dourado.** Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GÓMEZ-GRANELL, C., **A aquisição da linguagem matemática:** símbolos e significado. Além da Alfabetização/ Ana Teberosky – Editora Atica, 1997.

IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção.** 11. ed. São Paulo: Globo, 2010.

MACCARINI, J. M. **Fundamentos e metodologias de ensino de matemática nas séries iniciais.** Curitiba: Editora Fael, 2010.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e matérias manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, p. 18-43.

MENDES, I. A. **Números: o símbolo e o racional na história.** 1. ed. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2006.

MOREY, B.; SILVA, G. S. **Os sistemas de numeração antigos na formação de professores.** 1. ed. São Paulo: Editora Livraria Física, 2017.

PASSOS, C. L. B. Materiais didáticos como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006, p. 77-91.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, L. S.; PEREIRA, P. E. D. O. O uso do material dourado como recurso no ensino de Matemática: adição, subtração, multiplicação e divisão em foco. IN: **ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM**, 9. 2016, Campina Grande: SBEM/PB, 2016. Disponível em <https://editorarealize.com.br/revistas/epbem/anais.php/>. Acesso em: 11 de mar. de 2023.

SOUZA, S. E. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Prática de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM. **Anais...** Maringá- PR, 2007.

ANEXOS

Figura 29 – Exercício feito com os alunos

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

EXERCÍCIOS PARA A PESQUISA

- 1) Uma sala de aula foi organizada em 6 filas e cada fila contém 12 cadeiras. Quantos alunos poderão estudar nesta sala de aula até que ela fique completa e que todos os alunos permaneçam sentados?
- 2) Para fazer uma pipa, Marcos comprou 5 varetas. Se quisesse fazer 6 pipas iguais a essa, quantas varetas precisaria comprar?
-  3) Marcelo comprou 4 pacotes de figurinhas com 12 figurinhas em cada um. Quantas figurinhas ele comprou ao todo?

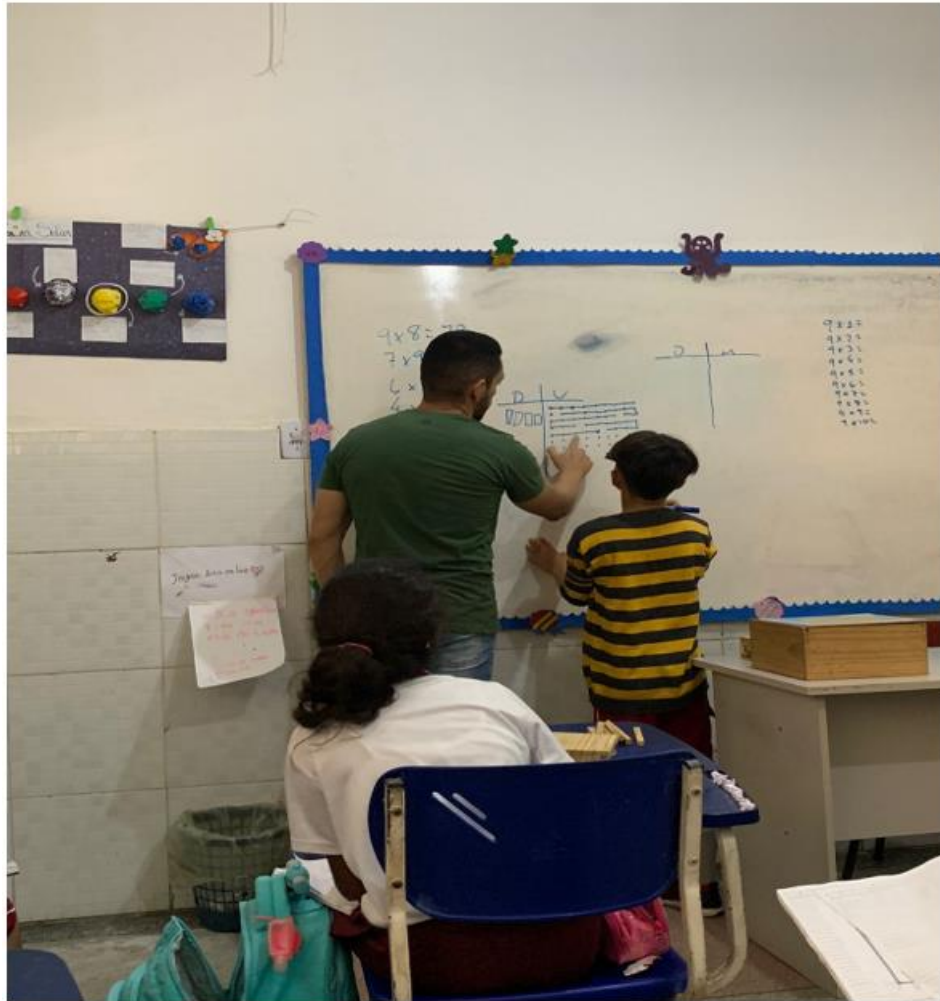
Fonte: elaboração própria

Figura 30 – Apresentação do Material Dourado



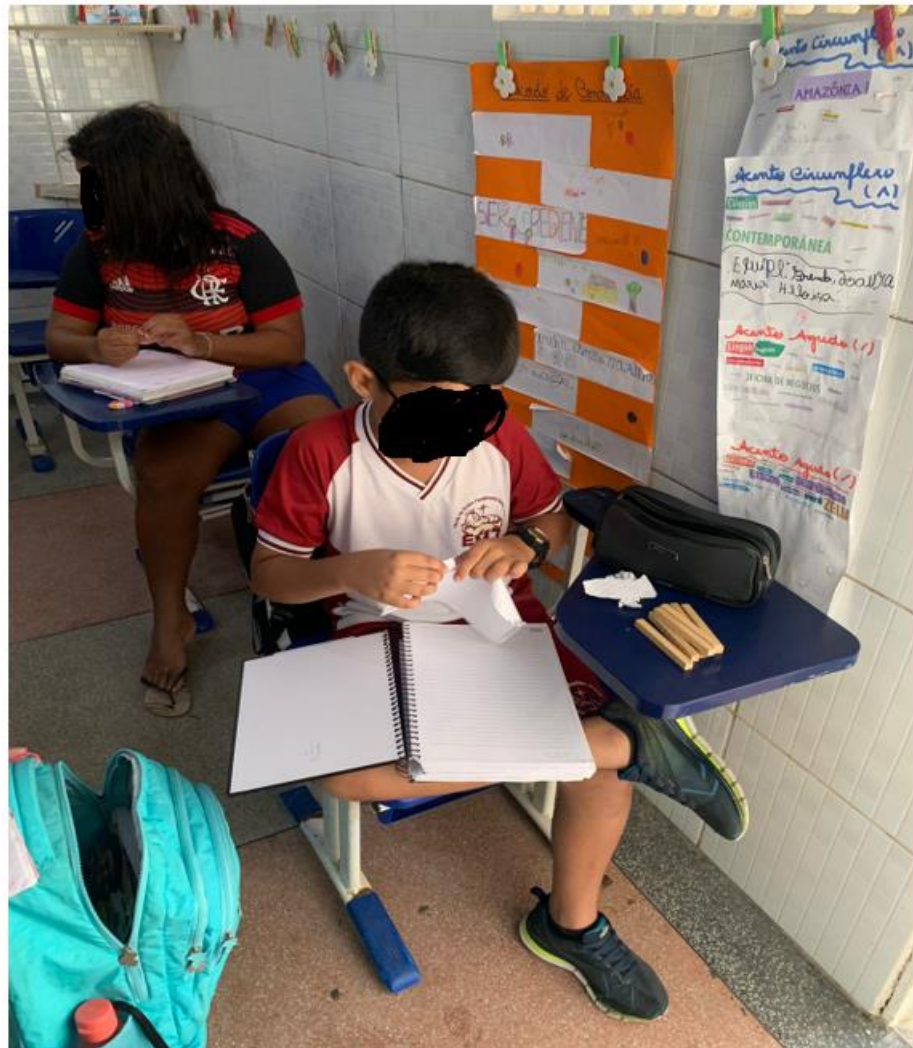
Fonte: elaboração própria

Figura 31 – Aluno fazendo o sistema posicional no quadro



Fonte: Elaboração própria

Figura 32 – Aluno utilizando o Material Dourado



Fonte: Elaboração própria