



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS**

Edembergue Lima da Silva

JOÃO PESSOA – PB

2023

EDEMBERGUE LIMA DA SILVA

**O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES
TRIGONOMÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Coordenação do curso de Matemática da
Universidade Federal da Paraíba como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do
grau de LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Martins Varella

JOÃO PESSOA – PB

2023

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586u Silva, Edembergue Lima da.

O uso do geogebra no ensino de funções
trigonométricas / Edembergue Lima da Silva. - João
Pessoa, 2023.

47 p. : il.

Orientação: Vinicius Martins Varella.

TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) -
UFPB/CCEN.

1. Geogebra. 2. Funções trigonométricas. 3.
Trigonometria. I. Varella, Vinicius Martins. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51(043.2)

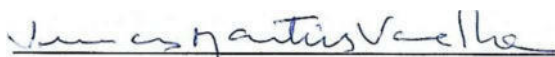
EDEMBERGUE LIMA DA SILVA

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

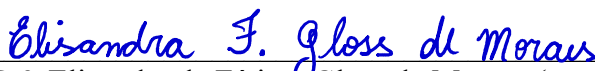
Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Coordenação do curso de Matemática da
Universidade Federal da Paraíba como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do
grau de LICENCIADO EM MATEMÁTICA.

Aprovado em 06/06/2023.

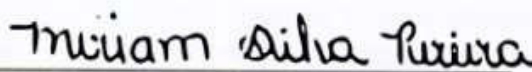
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Vinicius Martins Varella (orientador)
Universidade Federal da Paraíba - UFPB



Prof^a. Dr^a. Elisandra de Fátima Gloss de Moraes (examinadora)
Universidade Federal da Paraíba - UFPB



Prof^a. Dr^a. Miriam da Silva Pereira (examinadora)
Universidade Federal da Paraíba – UFPB

*“Educação não transforma o mundo. Educação muda as
pessoas. Pessoas transformam o mundo.”*
(Paulo Freire)

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente à Deus, por toda saúde e sabedoria concedida nesta longa jornada da graduação.

Aos meus pais, Ernando e Mariza, que sempre batalharam por mim e me apoiaram incondicionalmente para que essa conquista fosse alcançada. Agradeço ainda à minha irmã Vanderleia, por todo carinho e aos demais familiares pela confiança.

À minha esposa Natália, minha grande incentivadora, que esteve comigo em todos os momentos dessa graduação, desde os bons aos mais difíceis, sempre ao meu lado. Obrigado por tudo que faz por mim.

Às professoras Elisandra de Fátima Gloss de Moraes e Miriam da Silva Pereira, que aceitaram prontamente examinar esse trabalho. Fica aqui minha gratidão pelo aceite, pela leitura atenta e pelas contribuições.

Ao professor e amigo, Vinicius Martins Varela, por todos os ensinamentos que me passou desde a disciplina de Estágio I até aqui, na orientação desse trabalho.

A todas as pessoas que contribuíram de forma direta ou indireta para que essa conquista se realizasse.

RESUMO

O estudo da Matemática muitas vezes causa apreensão nos estudantes, que via de regra, não conseguem detectar aplicações práticas de conteúdos como Funções Trigonométricas. Os recursos tecnológicos, quando disponíveis, podem ser grandes aliados do professor no momento de aula. Nessa perspectiva, surge o Geogebra como software educacional de código livre, muito útil no ensino de conteúdos matemáticos. Tomando essa realidade e por considerarmos o Geogebra um recurso tecnológico eficaz no ensino de Geometria, resolvemos traçar como objetivo geral analisar a contribuição do Geogebra na compreensão do conteúdo de Funções Trigonométricas pelos alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de João Pessoa. Para tanto, nossos objetivos específicos são: i) apontar a eficácia do software Geogebra no ensino de Funções trigonométricas; ii) identificar a percepção dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos no ensino da matemática e; iii) comparar o plano de aula sugerido pelo material didático usado pelos alunos e exigido pela escola sobre Funções Trigonométricas com a estratégia de ensino usada pelo docente por meio do uso do Geogebra. A fundamentação teórica foi apoiada em: Chaves (2019), BNCC (BRASIL, 2018), Passos (2007), D'Ambrosio (2004), Borba e Penteado (2001), entre outros para discutirmos sobre Tecnologias na educação e o Geogebra. Já para a discussão e reflexão sobre Funções Trigonométricas, trouxemos: De Mesquita Machado (2020), Histrov Sobrinho (2015), PCNEM (BRASIL, 2000), entre outros. Como metodologia de pesquisa nos apoiamos, principalmente na organização proposta por Prodanov e Freitas (2013), tratando de uma pesquisa qualitativa que tem como sujeitos alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de João Pessoa. Foram analisadas 4 aulas que tinham como tema Função Trigonométricas, onde o professor fez as intervenções por meio do uso do software Geogebra. Na sequência das aulas observadas, aplicou-se um questionário aos alunos com questões que versavam desde a identificação se os alunos aprenderam os conteúdos e se tiveram facilidade com o Geogebra, até questões referentes ao uso de tecnologias digitais como recurso para ensinar matemática. As análises mostraram que o uso do software, desde que bem planejado e encaixado, foi muito positivo para o ensino e a aprendizagem dos estudantes. A pesquisa detectou ainda que os alunos consideram importante o uso de recursos tecnológicos no ensino de conteúdos matemáticos. Em suma, esse trabalho identificou que o Geogebra oferece

uma abordagem mais interativa, dinâmica, visual e prática, que pode ser mais explorada por livros didáticos.

Palavras chaves: Geogebra; Funções trigonométricas; Trigonometria.

ABSTRACT

The study of Mathematics often causes apprehension in students, who, as a rule, are unable to detect practical applications of content such as Trigonometric Functions. Technological resources, when available, can be great allies for the teacher during class. From this perspective, Geogebra emerges as free-source educational software, very useful in teaching mathematical content. Taking this reality and considering Geogebra to be an effective technological resource in teaching Geometry, we decided to set the general objective of analyzing the contribution of Geogebra to the understanding of the content of Trigonometric Functions by 2nd year high school students at a private school in João Pessoa. To this end, our specific objectives are: i) to point out the effectiveness of the Geogebra software in teaching trigonometric functions; ii) identify students' perception regarding the use of technological resources in teaching mathematics and; iii) compare the lesson plan suggested by the teaching material used by students and required by the school on Trigonometric Functions with the teaching strategy used by the teacher through the use of Geogebra. The theoretical foundation was supported by: Chaves (2019), BNCC (BRASIL, 2018), Passos (2007), D'Ambrosio (2004), Borba and Penteado (2001), among others to discuss Technologies in education and Geogebra. For the discussion and reflection on Trigonometric Functions, we brought: De Mesquita Machado (2020), Histrov Sobrinho (2015), PCNEM (BRASIL, 2000), among others. As a research methodology, we rely mainly on the organization proposed by Prodanov and Freitas (2013), dealing with qualitative research whose subjects are students in the 2nd year of high school at a private school in João Pessoa. Four classes were analyzed that had Trigonometric Functions as their theme, where the teacher made interventions using the Geogebra software. Following the classes observed, a questionnaire was administered to the students with questions that ranged from identifying whether the students learned the content and whether they were comfortable with Geogebra, to questions regarding the use of digital technologies as a resource for teaching mathematics. The analyzes showed that the use of the software, as long as it was well planned and integrated, was very positive for the teaching and learning of students. The research also detected that students consider the use of technological resources to be important in teaching mathematical content. In short, this work identified that Geogebra offers a more interactive, dynamic, visual and practical approach, which can be further explored in textbooks.

Keywords: Geogebra; Trigonometric functions; Trigonometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tela inicial do Geogebra	17
Figura 2 – Gráfico no Geogebra	18
Figura 3 – Funções trigonométricas no Geogebra	23
Figura 4 – Ciclo trigonométrico e Função Seno no Geogebra	25
Figura 5 - Função Seno no Geogebra	26
Figura 6 - Função Cosseno no Geogebra.....	26
Figura 7 - Função Tangente no Geogebra.....	26
Figura 8 - Exercício Roda Gigante no Geogebra.....	27
Figura 9 - Comentário Questão 2.....	30
Figura 10 - Comentário Questão 4.....	32
Figura 11 - Lista de conteúdos Vol. 5	36
Figura 12 - Lista de conteúdos Vol.6	36
Figura 13 - Objetivos e habilidades do livro	37
Figura 14 - Questão resolvida sobre Função Seno	38
Figura 15 - Comparação de parâmetros na Função Cosseno.....	38
Figura 16 - Atividade com indicação de uso do Geogebra	39

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Dados Questão 1	29
Gráfico 2 - Dados Questão 2	30
Gráfico 3 - Dados Questão 3	31
Gráfico 4 - Dados Questão 4	32
Gráfico 5 - Dados Questão 5	33
Gráfico 6 - Dados Questão 6	34
Gráfico 7 - Dados Questão 7	34

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	12
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1.	Tecnologias na educação e o Geogebra.....	15
2.2.	Histórico sobre Funções Trigonométricas	18
3.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
4.	ANÁLISE E RESULTADOS	25
4.1.	Eficácia do software Geogebra no ensino de Funções Trigonométricas ..	27
4.2.	Percepção dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos no ensino da matemática.....	28
4.3.	Comparação entre o plano de aula sugerido pelo livro didático usado pelos alunos e estratégia de ensino usando o Geogebra.....	35
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
	ANEXO	44

1. INTRODUÇÃO

Na educação básica, o estudo da Matemática muitas vezes causa apreensão nos estudantes, tendo em vista o imediatismo atual da sociedade, que acaba por estar sempre buscando uma aplicação direta e prática dos conceitos apresentados em sala de aula. Conteúdos como Funções trigonométricas, com diversas aplicações práticas, acabam passando despercebidos e não gerando interesse nos alunos apenas por serem apresentados de forma tradicional.

A utilização de recursos tecnológicos pode ser um grande aliado do professor nesse momento de aula, resultando numa aula mais dinâmica, buscando incentivar os alunos. Segundo PEREIRA (2011), os estudantes que já nasceram inseridos nessa sociedade permeada por tais recursos, manipulam e dominam as ferramentas mais rápido que seus professores. Dessa forma, a utilização de ferramentas tecnológicas auxiliará o docente na didática e consequentemente na aprendizagem do aluno.

Logo, este trabalho será voltado para o uso do software educacional de código livre Geogebra, no ensino do conteúdo matemático Funções trigonométricas. Ademais, essa pesquisa tem como objetivo geral analisar a contribuição do Geogebra na compreensão do conteúdo de Funções Trigonômétricas pelos alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de João Pessoa. Para tanto, traçamos como objetivos específicos: apontar a eficácia do software Geogebra no ensino de Funções trigonométricas; identificar a percepção dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos no ensino da matemática e; comparar o plano de aula sugerido pelo material didático usado pelos alunos e exigido pela escola sobre Funções Trigonômétricas com a estratégia de ensino usada pelo docente por meio do uso do Geogebra.

A presente pesquisa se caracteriza como um estudo de caso aplicado em uma turma do 2º ano do ensino médio da educação básica, em uma escola da rede privada de ensino em João Pessoa. Foi utilizado para ministrar as aulas do conteúdo de Funções trigonométricas o software Geogebra. A pesquisa aconteceu durante quatro aulas sobre o conteúdo supracitado, nas quais os alunos conheceram as representações gráficas das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente no plano cartesiano. Após as aulas desse conteúdo, os alunos responderam a um questionário sobre a utilização da tecnologia na sala de aula, de modo mais específico sobre a experiência com a utilização do Geogebra no ensino de Funções Trigonômétricas. Em seguida, analisamos

os planos de aula sugeridos pelo material didático utilizado pelos alunos com o intuito de identificar a indicação de ensino sobre Funções Trigonométricas e comparar ao ensino por meio do uso de tecnologia. O material didático que foi analisado é composto por um box com 4 volumes (volume 5, volume 6, volume 7 e volume 8). Em cada bimestre escolar foi utilizado um volume do box. O conteúdo de Funções Trigonométricas encontra-se no volume 6, utilizado no 2º bimestre do ano letivo. Por fim, cruzamos todos os dados coletados e apresentamos em forma de resultados no capítulo 4 dessa pesquisa.

Além disso, essa monografia conta com uma fundamentação teórica referente a apresentação do software Geogebra e com o histórico sobre as Funções trigonométricas. Foi realizada uma busca na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) por trabalhos que abordassem Funções Trigonométricas e Geogebra. Após a pesquisa, alguns trabalhos foram selecionados para compor a revisão de literatura acerca do tema. Esses trabalhos são comentados a seguir.

Menegheli (2018), em sua dissertação de mestrado intitulada “Resolução de problemas e o software Geogebra: Um caminho para o ensino das Funções trigonométricas” buscou avaliar uma metodologia de ensino baseada na resolução de problemas utilizando a ferramenta computacional Geogebra. Foram realizadas análises diárias com os estudantes durante o projeto. Ademais, os resultados indicaram um bom envolvimento dos alunos na discussão das atividades através dessa metodologia. Por fim, vale ressaltar o uso dos recursos tecnológicos para validar hipóteses durante as resoluções, ampliando as possibilidades de investigações e otimizando o tempo da aula.

Já Chaves (2019), em sua dissertação de mestrado intitulada “A interatividade do Geogebra no auxílio da compreensão da trigonometria” foi motivado pelo dinamismo proporcionado pelo software Geogebra e pela interatividade gerada entre aluno e computação. A pesquisa buscou investigar o ganho percentual na aprendizagem relacionado à aplicação de atividades. Essa análise foi feita através de um pós-teste, no qual foram observados ganhos na aprendizagem dos alunos após o uso dessa ferramenta computacional.

Temos ainda De Mesquita e Machado que em sua dissertação de mestrado, intitulada “Geogebra: Uma proposta para o ensino de Funções Trigonométricas” (2020, p. 21) afirma que:

“[...] vivemos em plena Era Tecnológica e o uso de computadores, tablets, celulares e de uma imensidade de aparelhos eletrônicos faz parte do nosso dia a dia, influenciando diretamente em atividades de lazer, comunicação, trabalho, entre outras. Na área da educação, estudos vêm sendo desenvolvidos acerca da utilização destes recursos tecnológicos e suas contribuições nos processos de ensino e da aprendizagem[...].”

Dessa forma, buscou em sua dissertação explorar, de forma dinâmica, as potencialidades do software Geogebra no ensino da Matemática voltado para o conteúdo de Funções Trigonométricas.

Além disso, Carvalho (2020) em sua dissertação de mestrado intitulada “Funções Trigonométricas e aplicações: Uma proposta didática para o Ensino Médio usando o Geogebra” buscou organizar um material que pudesse ajudar os docentes no ensino das Funções Trigonométricas no ensino médio. Dessa forma, desenvolveu aulas com apresentação de conteúdos através do software Geogebra, expondo a dinamicidade do tema.

Finalizamos com as considerações finais, onde os resultados foram discutidos criticamente e, apontamos para novas pesquisas tendo a tecnologia como recurso para o ensino da matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo será realizada uma breve introdução sobre o conceito de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e sua influência na educação. Além disso, será abordado o que a Base Nacional Comum Curricular, documento norteador da educação básica, destaca sobre o uso de tecnologias na educação. Na sequência, será apresentado o software Geogebra como ferramenta tecnológica para o ensino de conteúdos matemáticos. Por fim, será apresentado um breve histórico do conteúdo Funções Trigonométricas.

2.1. Tecnologias na educação e o Geogebra

A inserção no mundo digital, com o passar dos anos, acontece cada vez mais cedo na sociedade. Dessa forma, a facilidade com que as pessoas tratam a tecnologia é progressivamente mais comum. Logo, esse avanço tecnológico pode ser usado como uma ferramenta para auxiliar no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Passos (2007) afirma que a utilização da informática como recurso pedagógico pode potencializar a eficiência e a aprendizagem do estudante. É importante ressaltar que tal recurso deve ser utilizado de forma que estimule o caráter pedagógico e não puramente a informática pela informática.

Segundo BRASIL (2018), as Tecnologias Digitais de Informação e comunicação (TDIC), estão muito mais contemporâneas a todos, não somente no ambiente de trabalho, mas também em escolas. Além disso, grande parte das informações produzidas atualmente pela sociedade está registrado em meio digital. Isso expõe o quanto o dia a dia está movido por tecnologia e quão necessário é esse avanço nas metodologias de ensino.

A estratégia de um ambiente informatizado está gradativamente mais difundida nos ambientes escolares. Porém, como ressaltado por Borba e Penteado (2001), a utilização de tecnologias coloca o professor em uma “zona de risco”, tendo em vista que o uso da tecnologia insere o professor em um ambiente não tradicional, imprevisível, diferente do que ele já estava acostumado a fazer. Assim, o professor deve preparar-se para situações atípicas, que muitas vezes fugirão do seu controle. Por fim, percebe-se que os recursos tecnológicos são grandes aliados no ensino da matemática.

BRASIL (2018, p. 473) afirma que:

[...] No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. [...]

Dessa forma, para alcançar o disposto na Base Nacional Comum Curricular BNCC (BRASIL, 2018), os recursos tecnológicos podem auxiliar no ensino de matemática provocando uma maior reflexão dos conteúdos que muitas vezes podem passar como abstratos e sem aplicação.

Ademais, um aspecto muito importante da tecnologia inserida na educação é a capacidade de gerar simulações em tempo real, tornando a aula que antes era muito “engessada” nos moldes tradicionais, agora mais dinâmica, já que os alunos podem conseguir aferir resultados de maneira rápida e eficiente. Tudo isso auxiliará na criação de uma base sólida do conteúdo para atingir a aprendizagem esperada. Segundo Chaves (2019), os computadores podem ser utilizados como uma excelente ferramenta no ensino de geometria através de softwares de Geometria Dinâmica. Esse tipo de software gera simulações gráficas, ou seja, o fortalecimento da aprendizagem supracitado acontece nesse momento da interatividade do aluno com a tecnologia.

Em consonância com o texto supracitado, a BNCC deixa claro em suas competências gerais o pensamento computacional, o mundo digital e a cultura digital. Segundo BRASIL (2018, p. 476):

[...] pensamento computacional: envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos; mundo digital: envolve as aprendizagens relativas às formas de processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros) –, compreendendo a importância contemporânea de codificar, armazenar e proteger a informação; cultura digital: envolve aprendizagens voltadas a uma participação mais consciente e democrática por meio das tecnologias digitais, o que supõe a compreensão dos impactos da revolução [...]

Dessa forma, a busca por aprimoramento de abordagens a conteúdos matemáticos pelo professor deve sempre estar acontecendo. Segundo D'Ambrosio (2004), o professor não pode deixar de acompanhar a evolução da sociedade. A

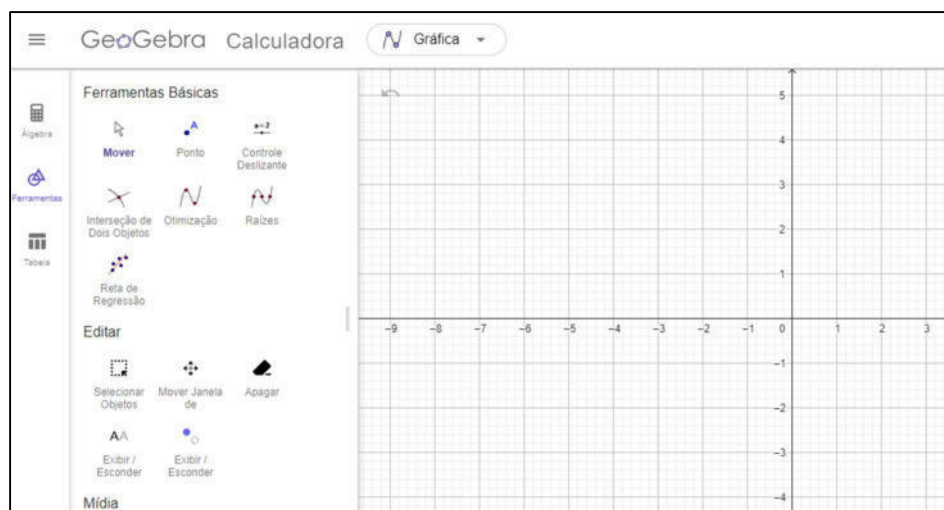
educação matemática não pode continuar com uma perspectiva de ensino tradicional em uma sociedade que avança constantemente na área tecnológica.

Nessa direção, um dos softwares gratuitos que proporcionam simulação de situações dinâmicas disponível para download é o Geogebra. O download dessa ferramenta pode ser realizado através do endereço eletrônico <https://geogebra.org>. Esse software foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em sua tese de doutorado no ano de 2001, na Universidade Austríaca de Salzburgo, com o intuito de auxiliar o ensino da matemática com interatividade. O desenvolvedor do projeto, Hohenwarter (2009, p. 6) define:

O geogebra é um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo. É desenvolvido por uma equipe internacional de programadores para aprender e ensinar matemática nas escolas.

Essa ferramenta é composta por múltiplas vistas para objetos matemáticos. Possui uma zona gráfica, uma zona algébrica e uma folha de cálculo. Sua interface é bastante intuitiva e possui recursos para personalização de acordo com o utilizador.

Figura 1 - Tela inicial do Geogebra

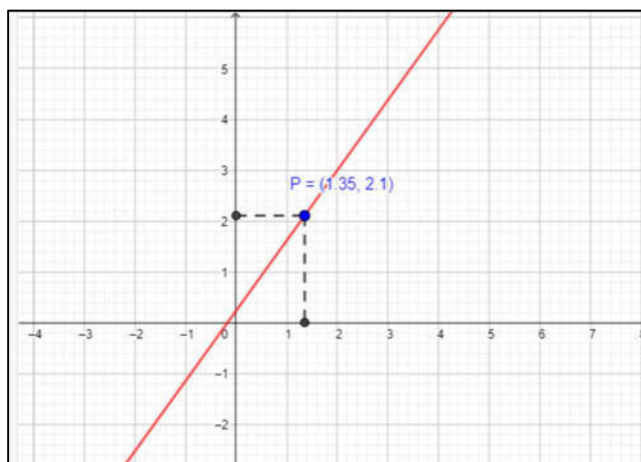


Fonte: Autor (2023)

Para entradas geométricas no software o utilizador tem opções de ferramentas de construção para inserir pontos, vetores, segmentos, semirretas, polígonos, retas, seções cônicas e arcos. Nas entradas algébricas, além do que já foi citado, o usuário pode inserir funções de x , funções com operações já definidas, operações e variáveis

Booleanas, números complexos e matrizes. Essa última com opção de realizar operações.

Figura 2 – Gráfico no Geogebra



Fonte: Autor (2023)

Segundo Hohenwarter (2009), a linguagem utilizada na programação desse software é Java. Assim, é possível construir relações com algoritmos que utilizem a mesma linguagem para recursos especiais no Geogebra. Além disso, está disponível nas versões para sistemas operacionais de computadores e smartphones, com sistemas Android e iOS.

2.2. Histórico sobre Funções Trigonômétricas

A trigonometria é um conteúdo matemático que não apresenta precisamente uma data específica para sua origem, porém são muitos os textos que tratam sobre o tema na antiguidade. Apesar disso, há uma convergência quando se fala de que muitos povos deram contribuições significativas para o progresso desse tópico, como por exemplo, os astrônomos babilônicos, os gregos, os romanos, entre outros.

Ademais, surgiu-se a necessidade de estudar a trigonometria de forma mais analítica, utilizando o conceito de funções. De acordo com Histrov Sobrinho (2015, p.17), as funções trigonométricas “[...] buscam compreender e modelar fenômenos de comportamentos periódicos, característica não enfatizada pelas funções polinomiais de 1º e 2º grau, exponencial e logarítmica [...]”. Esses fenômenos explicam muitas situações do cotidiano da sociedade.

Como supracitado, fenômenos envolvendo astronomia estão sempre como motivadores para o estudo de trigonometria. Segundo Histrov Sobrinho (2015), os primeiros conceitos foram descritos na Grécia Antiga, por volta do século II a.C. Um grande contribuinte para o tema foi Hiparco de Nicéia (180 – 125 a.C.), construtor da primeira tabela de cordas. Apesar disso, foi apenas no século XVI que a formalização das funções trigonométricas que hoje utilizamos teve início. O matemático François Viète (1540 – 1603) foi o autor de tal formalização. Ainda de acordo com Histrov Sobrinho (2015), grandes nomes da ciência contribuíram para o tema após François Viète, foram eles: Isaac Newton (1642 – 1727), no século XVII, com a definição da função inversa do $\sin(x)$ e $\cos(x)$; e Leonard Euler (1707 – 1783), no século XVIII, interpretando o conceito de seno, cosseno, tangente e suas inversas, secante, cossecante e cotangente, como funções trigonométricas que conhecemos hoje.

Após esse breve contexto histórico das funções trigonométricas, é necessário apontar como esse tema é apresentado na educação básica. Os conteúdos matemáticos que precisam ser ensinados aos alunos nessa etapa da educação são definidos, atualmente, pela BNCC (BRASIL, 2018) e de forma complementar pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio – PCNEM (BRASIL, 2000), ambos publicados pelo governo federal através do Ministério da Educação – MEC.

Sendo assim, podemos observar na BNCC (BRASIL, 2018) que em relação ao Ensino Médio há uma divisão por áreas de concentração, onde a Matemática encontra-se na “Área de Matemática e suas tecnologias”. Ressaltamos que a BNCC propõe sobre essa área que:

(...) no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BRASIL, 2018, p.528)

Destacamos ainda, como parte relevante para essa pesquisa, quando é destacada na BNCC (BRASIL, 2018, p.528) “a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior.” Daí, mais uma justificativa plausível para pensarmos nessa pesquisa na utilização do Geogebra.

Observamos na sequência que a organização que a BNCC propõe para o Ensino Médio é que em cada área tenha “competências específicas e habilidades”, seguida de uma organização curricular de modo resumido. No caso da área de Matemática e suas tecnologias, observamos a presença de 5 competências específicas e 43 habilidades divididas (não igualmente) entre as 5 competências.

Já a organização curricular encontra-se da seguinte maneira:

- Números e Álgebra;
- Geometria e Medidas;
- Probabilidade e Estatística.

Identificamos que o conteúdo de funções trigonométricas está contido no tema Números e Álgebra. Esse conteúdo possui habilidade específica definida pela BNCC. Segundo BRASIL (2018, p. 546), espera-se que com o conteúdo de Funções Trigonométricas que o aluno desenvolva as seguintes habilidades:

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

Além disso, BRASIL (2000, p.118) afirma

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas.

Logo, é evidente a possibilidade de relacionar as funções trigonométricas com outras áreas das ciências exatas, tendo em vista sua relação com eventos periódicos. Assim, a interdisciplinaridade do tema deve estar presente nesse conteúdo para garantir as competências necessárias para a aprendizagem do conteúdo. De acordo com BRASIL (2020, p.24), uma das competências necessárias no ensino de matemática é “Analisar,

argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia.”, ou seja, tal tema deve ser apresentado de forma a gerar interesse ao estudante da educação básica.

Além disso, segundo De Mesquita Machado (2020), os PCNEM enfatizam a importância do uso de recursos pedagógicos para o desenvolvimento da aprendizagem matemática, podendo esses recursos tornar a aprendizagem significativa.

O estudo de trigonometria é iniciado na educação básica durante o ensino fundamental, quando são introduzidos os conceitos como Teorema de Pitágoras e seno, cosseno e tangente como razões trigonométricas no triângulo retângulo. Mas, é na chegada ao ensino médio que esse conceito é ampliado para a circunferência trigonométrica, em seguida funções trigonométricas, equações e inequações trigonométricas. É importante ressaltar que os conteúdos essenciais são indicados pela BNCC, porém o método que eles serão aplicados será definido pelos docentes, levando em consideração a organização da instituição de ensino.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa, de acordo com sua natureza é classificada como pesquisa aplicada. Quanto aos seus objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória. Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, trata-se de um estudo de caso. De acordo com Prodanov e Freitas (2013), um estudo de caso consiste em realizar uma análise sobre determinado grupo, com a finalidade de detectar características desse grupo, relacionando com o assunto pesquisado. Dessa forma, a partir dessa ideia, por tratar-se de uma pesquisa cujos dados são fornecidos por pessoas, foi escolhido o estudo de caso como modelo conceitual do trabalho. E, por fim, quanto a forma de abordagem da problemática, trata-se de uma pesquisa qualitativa.

O estudo de caso foi realizado em uma escola da rede privada na cidade de João Pessoa – PB. A escolha dessa escola levou em consideração o acesso a recursos tecnológicos de forma irrestrita, ou seja, em todas as aulas o acesso à internet e ao computador foi garantido. Como a pesquisa considera esse acesso sempre disponível, essa escola foi a escolhida. Vale ressaltar que a escola campo atende toda a educação básica, desde a Educação Infantil ao Ensino Médio.

Os sujeitos dessa pesquisa foram 16 alunos de uma turma do 2º ano do ensino médio. Essa turma do ensino médio possui em sua grade de horários 4 aulas por semana da disciplina de Matemática. Assim, o período de aplicação do estudo foi exatamente uma semana, ou seja, 4 aulas. Na organização do horário essa turma apresentou uma aula na segunda-feira, uma aula na quarta-feira e duas aulas seguidas na sexta-feira. Como comentado anteriormente, foi analisada a contribuição da ferramenta tecnológica Geogebra, na compreensão do conteúdo de Funções Trigonométricas. É muito importante destacar que todo trabalho foi realizado em perfeitas condições de acesso a internet, acesso a computador e televisão. Dessa forma, os resultados obtidos descrevem a situação a partir dessas condições de aplicação.

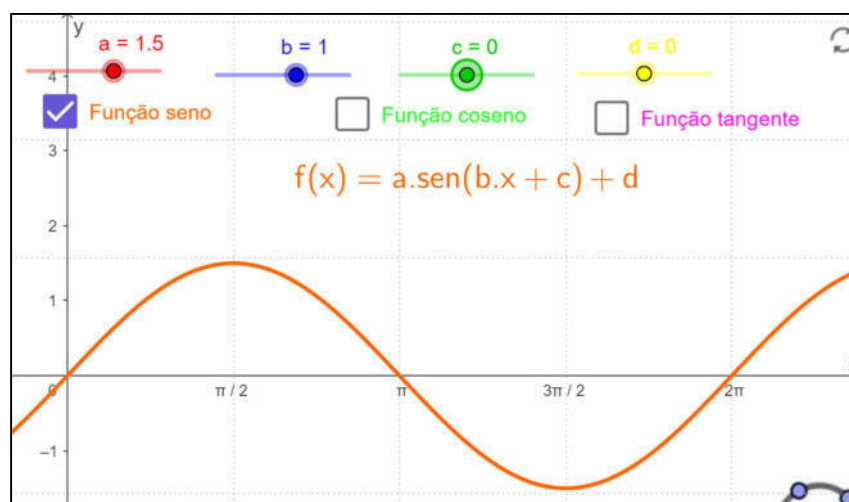
O intuito do trabalho foi apresentar todo o conteúdo das Funções Trigonométricas com o uso do Geogebra. Dessa forma, o quadro não será utilizado como ferramenta de exposição das funções.

O primeiro passo foi apresentar aos alunos o software. Em seguida, já partimos para discussão do tema. Vale ressaltar que os alunos já tem o conhecimento prévio sobre Razões Trigonométricas e Ciclo Trigonométrico. Esses conteúdos, de acordo com a divisão do livro didático utilizado foi feito no 1º bimestre do presente ano letivo. Nesse primeiro momento os alunos passaram por 4 aulas sobre o tema. Em todas as aulas o

Geogebra foi utilizado para apresentação das Funções Trigonômétricas. Vejamos a seguir a organização de cada aula.

Na primeira aula os alunos foram apresentados ao conceito de função periódica e a Função Seno. Na sequência foram estimulados a realizar as atividades do livro didático sobre esse conteúdo. Na segunda aula os alunos foram apresentados a Função Cosseno. Em seguida, partiram para os exercícios sobre o tema. Na terceira aula os alunos foram apresentados a Função Tangente e como ela comporta-se diferente das anteriores. Por fim, foram realizar exercícios do livro didático sobre o tema. Na quarta e última aula da semana, os alunos foram estimulados a relacionar o conteúdo estudado no Geogebra com o ciclo trigonométrico anteriormente estudado. Além disso, foram levados a criar situações práticas para o uso das Funções Trigonômétricas no Geogebra com o auxílio do professor.

Figura 3 – Funções trigonométricas no Geogebra



Fonte: Alexandre Trocado¹

O segundo passo foi relatar o entendimento dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos no ensino de matemática. Esse relato foi realizado em forma de questionário e aplicado com os alunos após as 4 aulas descritas anteriormente. O questionário foi montado com o intuito de verificar o entendimento dos alunos quanto ao uso da tecnologia nas aulas de matemática, em especial no conteúdo de Funções Trigonômétricas. Foram elaborados sete questionamentos, são eles:

- O conceito de função periódica foi esclarecido com o uso do Geogebra?

¹ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/Bbzfy8U>> Acesso em: abril de 2023

- O uso do software Geogebra foi relevante na compreensão das Funções Seno, Cosseno e Tangente?
- A relação entre o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas foi esclarecido a partir do uso do software Geogebra?
- As aulas com utilização do Geogebra auxiliaram na resolução dos exercícios do livro didático?
- O uso de recursos tecnológicos pode ser considerado um facilitador na compreensão de conteúdos matemáticos?
- O seu livro didático estimula o uso de recursos tecnológicos na apresentação do conteúdo?
- Após esse contato com o software Geogebra, você considera relevante o uso dessa ferramenta na compreensão de outros conteúdos matemáticos?

Os alunos tiveram a opção de responder as questões marcando objetivamente as opções “totalmente, parcialmente ou não”. Além disso, todas as questões deixavam espaço para comentários. O questionário na íntegra encontra-se no tópico “Anexos”, na parte final desse trabalho.

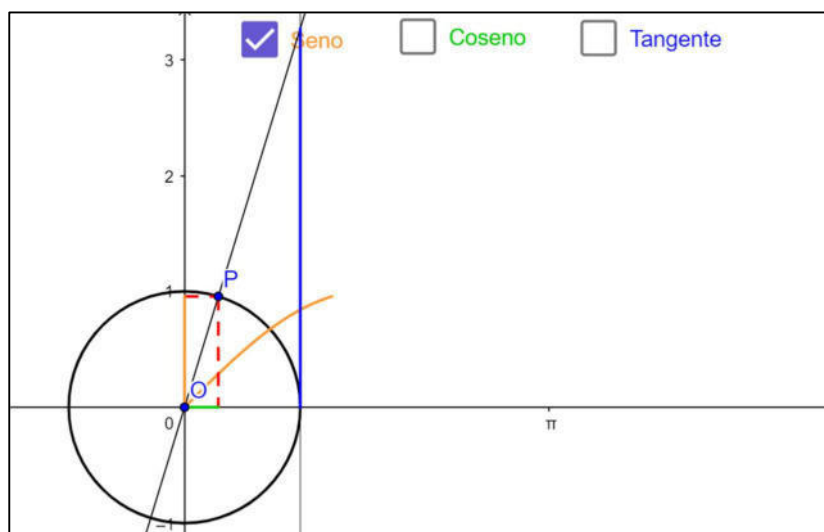
Por fim, o último passo do trabalho foi analisar os planos de aula sugeridos pelo livro didático utilizado pela turma. A análise foi feita tentando buscar as instruções sobre o ensino de Funções Trigonométricas para uma turma do 2º ano do ensino médio e se essas instruções indicam o uso de tecnologia como ferramenta para auxiliar o docente, conforme é sugerido pela BNCC (BRASIL, 2018). Os resultados e as análises realizadas estão no capítulo seguinte.

4. ANÁLISE E RESULTADOS

Nesse capítulo analisaremos os resultados da pesquisa, baseados nos três objetivos específicos definidos anteriormente. Essas análises levam em consideração o que foi desenvolvido nas quatro aulas em que aplicamos o conteúdo. Apresentamos, inicialmente, a descrição das aulas e, nos tópicos seguintes, analisamos e discutimos sobre o que conseguimos identificar durante essas aulas em relação a nosso objeto de pesquisa.

Na primeira aula temos uma introdução do conteúdo de função periódica relacionada com o ciclo trigonométrico. Esse conteúdo foi introduzido utilizando o Geogebra, de forma dinâmica, conforme a figura abaixo.

Figura 4 – Ciclo trigonométrico e Função Seno no Geogebra

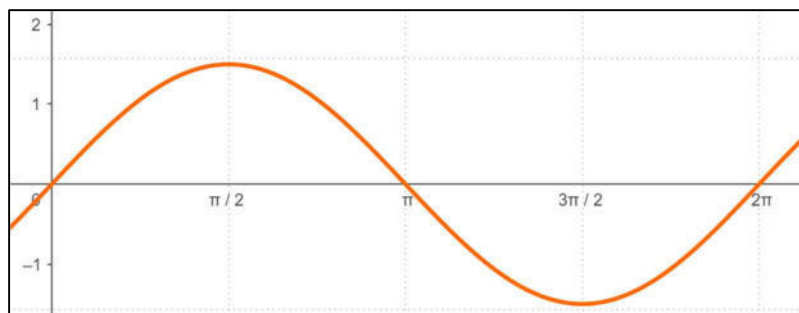


Fonte: Alexandre Trocado ²

Na sequência da primeira aula, após os alunos identificarem a periodicidade do ciclo trigonométrico através do Geogebra, foram apresentados a função seno na sua forma geral $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$. A reflexão após essa apresentação foi sobre como esses parâmetros (a, b, c, d) influenciam no comportamento do gráfico da função. De forma dinâmica foi utilizado o Geogebra para demonstrar tais comportamentos. Em seguida, os alunos realizaram as atividades do livro didático.

² Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/n3yVCrbh>> Acesso em: abril de 2023

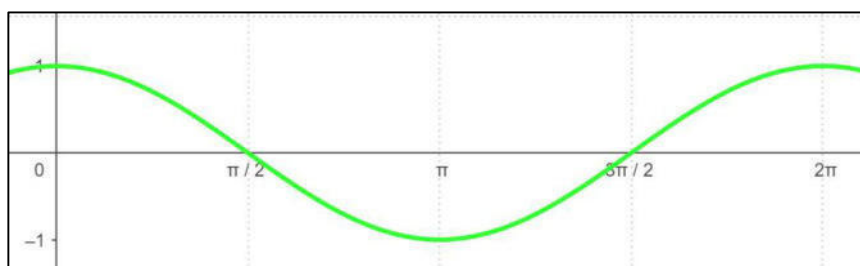
Figura 5 - Função Seno no Geogebra



Fonte: Autor (2023)

Na segunda aula o roteiro foi o mesmo do anterior, porém, a função em questão foi a cosseno na sua forma geral, $f(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$.

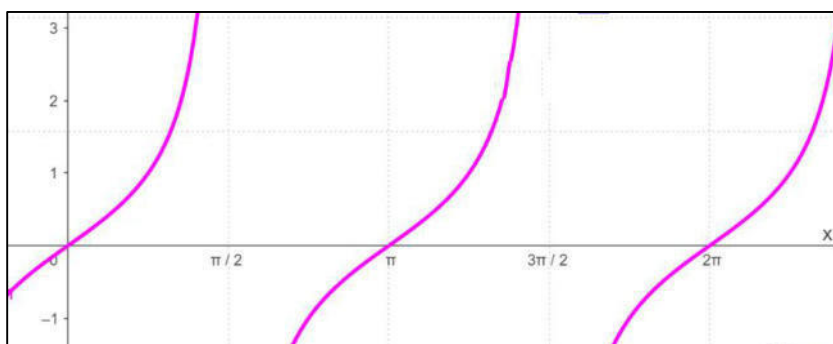
Figura 6 - Função Cosseno no Geogebra



Fonte: Autor (2023)

Na terceira aula replicou-se a dinâmica, agora para função tangente em sua forma geral $f(x) = a + b \cdot \operatorname{tg}(cx + d)$.

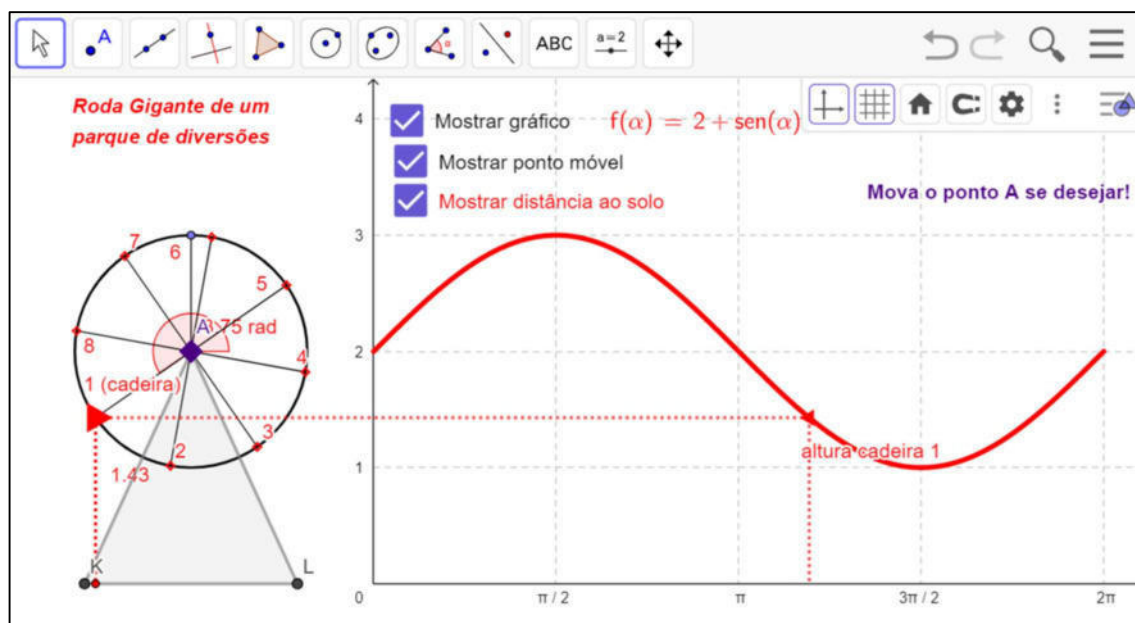
Figura 7 - Função Tangente no Geogebra



Fonte: Autor (2023)

Por fim, na quarta aula os alunos foram levados a analisar situações práticas para o uso das Funções Trigonômicas no Geogebra com o auxílio do professor.

Figura 8 - Exercício Roda Gigante no Geogebra



Fonte: Antonio Carlos Bastos Sousa, Jorge Manuel Botelho Geraldês³

Dessa forma, a eficácia do software Geogebra no ensino de Funções Trigonômétricas, o entendimento dos alunos sobre o uso dessa ferramenta e o estímulo realizado pelo livro didático para o uso dessa ferramenta serão analisados na sequência abaixo.

4.1. Eficácia do software Geogebra no ensino de Funções Trigonômétricas

O software Geogebra é uma importante ferramenta auxiliar no ensino da matemática por sua capacidade de tornar visual muitas demonstrações no campo da geometria, antes estáticas no livro didático. De acordo com Menegheli (2018), o Geogebra é importante para a aprendizagem matemática, pois possibilita ao aluno a participação ativa no processo de ensino aprendizagem, ou seja, a capacidade de construir novas hipóteses a partir do que foi visualizado torna o aluno parte atuante nesse processo. Além disso, a autora ressalta que essa ferramenta pedagógica propicia uma aprendizagem mais significativa, criativa e construtiva, porém isso só será possível se o docente conseguir articular o conteúdo a ser estudado com o software e um bom planejamento de aula.

³ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/tnv9qjpv>> Acesso em: abril de 2023

Ademais, segundo Chaves (2019), o Geogebra é uma excelente ferramenta de consolidação do ensino mais eficaz e de forma interativa, pois permite ao aluno a participação plena e dinâmica na construção de saberes. Essa ferramenta possibilita aos estudantes saírem um pouco do modelo tradicional de ensino da geometria, que seria apenas o quadro com as definições escritas. Com o uso da tecnologia os educandos veem a própria construção geométrica do conceito. Outrossim, o autor ainda afirma que o uso do software Geogebra facilita a compreensão de conceitos de Trigonometria, tornando a aprendizagem muito mais efetiva e consolidada. Por fim, o uso do Geogebra corrobora para a busca do professor por alternativas na sua didática, que deve sempre está em evolução.

Em outra análise, De Mesquita e Machado (2020) afirmam que softwares são eficientes e facilitadores no ensino aprendizagem das Funções Trigonométricas, pois, podem ser criadas atividades de aprofundamento das definições estudadas, levando os alunos a diminuir as dificuldades apresentadas no estudo desse conteúdo de forma tradicional.

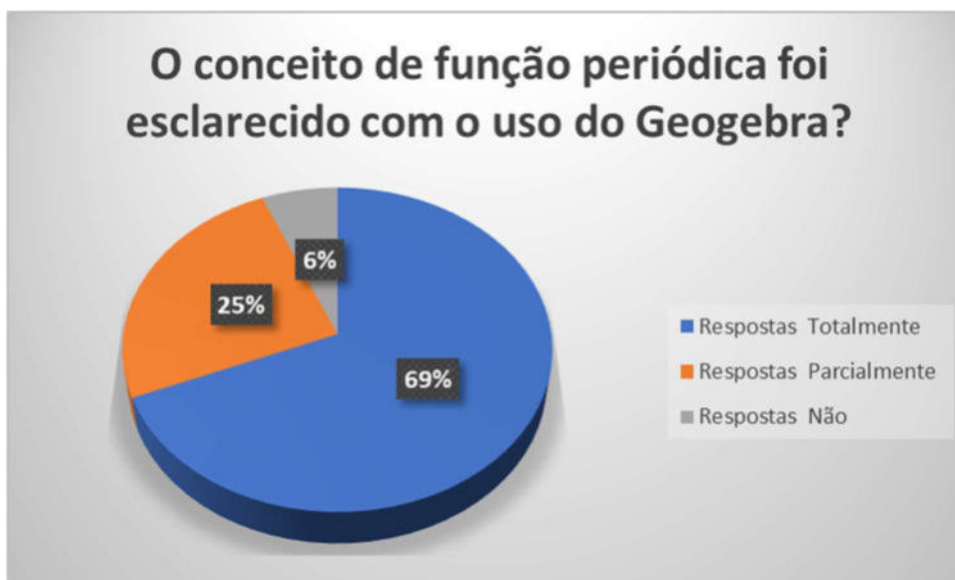
Dessa forma, fica evidente que o uso do Geogebra, desde que bem planejado e encaixado com o conteúdo, é muito positivo para o ensino aprendizagem dos estudantes do 2º ano do ensino médio. Além disso, vale ressaltar que em toda essa pesquisa foi considerado o uso de ferramentas tecnológicas sem interrupções. Assim, tal pesquisa torna-se válida apenas para essas condições básicas.

4.2. Percepção dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos no ensino da matemática

Nesse tópico analisaremos a percepção dos alunos quanto a utilização de recursos tecnológicos. Como comentado anteriormente, tal análise será feita a partir de um questionário composto com sete perguntas. Os estudantes responderam ao questionário após as quatro aulas descritas nesse trabalho. Após a coleta dos dados, foram elaborados gráficos para melhor apresentação e percepção dos resultados.

No primeiro questionamento a intenção foi perceber se o conceito inicial de periodicidade de funções havia ficado esclarecido para os estudantes, tendo em vista a importância dessa introdução para o andamento do conteúdo. O resultado pode ser considerado positivo pela parcela de alunos que deram respostas afirmativas.

Gráfico 1 - Dados Questão 1



Fonte: Autor (2023)

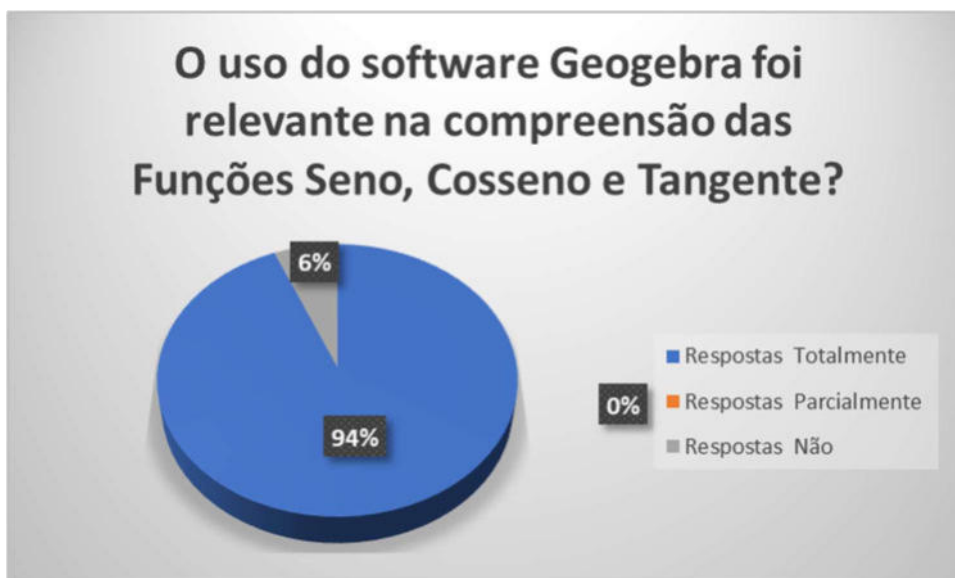
Sobre apresentar aos alunos novas metodologias de ensino que os incentive e desperte a curiosidade pelo aprendizado, Chaves (2019, p.13) aponta que:

É inevitável que os profissionais de educação devam cada vez mais buscar conhecer e aplicar novas Tecnologias da Informação em suas aulas, pois o aluno espera por um professor atualizado que saiba qual a melhor metodologia a aplicar em cada um de seus conteúdos.

Assim, concordamos que o uso de tecnologias para ensinar Geometria, nesse caso o uso do Geogebra, auxiliou na melhor compreensão sobre o conteúdo de periodicidade de funções, principalmente pelo seu caráter dinâmico. Contudo, compreendemos que essa realidade, sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, ainda não é uma realidade em grande parte das escolas brasileiras, seja pela falta de aparelhos e acesso a internet que as escolas não possuem, seja pela falta de formação continuada nessa área para os profissionais.

O segundo questionamento foi sobre a relevância do Geogebra no auxílio da compreensão dos conteúdos das Funções Seno, Cosseno e Tangente. O resultado também pode ser considerado positivo, já que a percepção da maioria dos alunos considerou totalmente relevante o uso do software.

Gráfico 2 - Dados Questão 2



Fonte: Autor (2023)

Além disso, indicamos a seguir um dos alunos e seu comentário sobre o uso do Geogebra nessas atividades, justificando sua satisfação:

Figura 9 - Comentário Questão 2

2 – O uso do software Geogebra foi relevante na compreensão das Funções Seno, Cosseno e Tangente?

☒ Totalmente ☐ Parcialmente ☐ Não

Comente: Ajudou bastante, facilidade de interpretação da função.

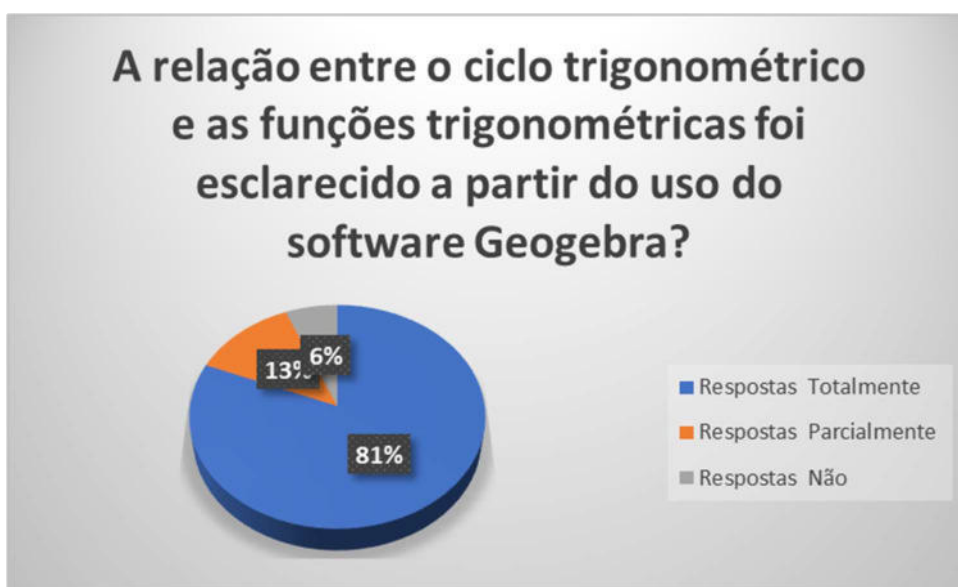
Fonte: Autor (2023)

Nesse sentido, Menegheli (2018), comenta sobre a importância do Geogebra usado para validar hipóteses durante as resoluções, ampliando as possibilidades de investigações e otimizando o tempo da aula, ratificando a opinião dos estudantes. Identificamos, ainda, na pesquisa de Chaves (2019) que os alunos pesquisados do 2º ano do Ensino Médio também reconheceram que o uso do Geogebra facilitou a compreensão deles em relação ao conteúdo sobre Funções Seno, Cosseno e Tangente. Vejamos o que um dos alunos respondeu quando questionados sobre isso: “*O software Geogebra auxiliou muito na compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente, pois ele é um material didático muito simples de se usar e que possibilita tirar inúmeras dúvidas.*” (CHAVES, 2019, p.58), reforçando a nossa ideia de que trazer o Geogebra

para as aulas de Geometria pode melhorar o aprendizado dos alunos sobre os conteúdos de geometria.

No terceiro questionamento também se observa que o software Geogebra foi considerado, em sua maioria, totalmente relevante para relacionar o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas, como indicado nas respostas dos alunos que participaram da pesquisa, respondendo ao questionário, vejamos a seguir.

Gráfico 3 - Dados Questão 3

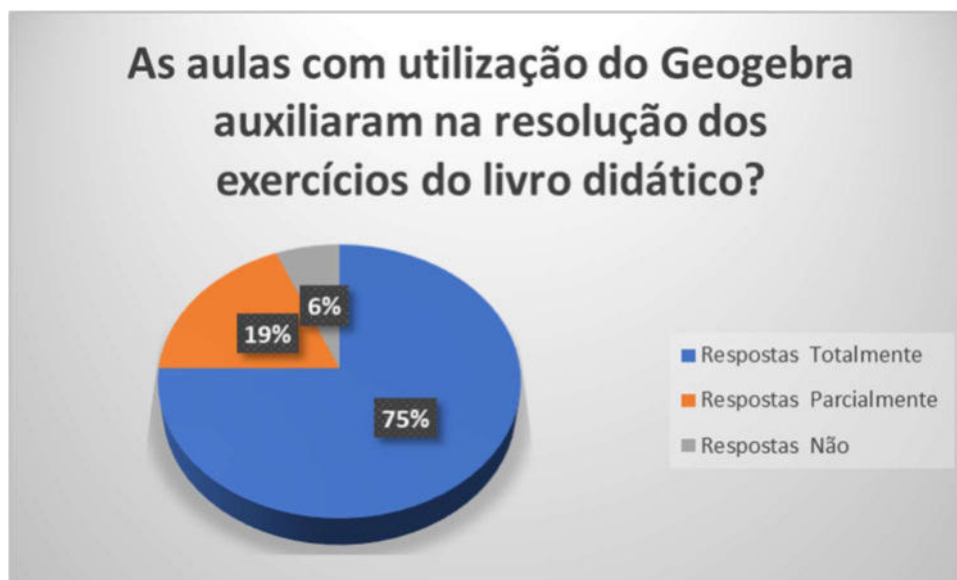


Fonte: Autor (2023)

Assim como identificado nessa pesquisa, De Mesquita Machado (2020, p.55) afirmou sobre o uso do Geogebra no ensino do ciclo trigonométrico que “O estudante pode interagir com a figura fazendo variar o ângulo e assim encontrar os valores das suas razões trigonométricas bem como visualizar os segmentos que representam essas razões.”. Consideramos que essa ação lúdica e prática executada pelos próprios alunos ao interagirem com o Geogebra, facilita a compreensão e percepção sobre detalhes que, talvez, estudando apenas pelo livro didático, não perceberiam.

O quarto questionamento realizado visualizou que o Geogebra também é uma ferramenta relevante na hora de resolver exercícios do livro didático. Tal resultado corrobora com o que foi analisado por Menegheli (2018) em sua pesquisa, na qual foi constatado um bom envolvimento dos alunos nas discussões de questões utilizando o software. Essa metodologia ampliou as possibilidades de investigações e otimizou o tempo da aula.

Gráfico 4 - Dados Questão 4



Fonte: Autor (2023)

Vale ressaltar ainda, o comentário realizado por um aluno na resposta da quarta pergunta, quando questionado sobre a relação do Geogebra e o uso do livro didático. Vejamos sua resposta.

Figura 10 - Comentário Questão 4

4 – As aulas com utilização do Geogebra auxiliaram na resolução dos exercícios do livro didático?

☒ Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: Prático demais, além de explicar como foi feita a resolução.

Fonte: Autor (2023)

Mais uma vez reforçamos a ideia de que o aluno compreendeu melhor as atividades propostas no livro didático porque tiveram o apoio do Geogebra, onde podiam recorrer ao software sempre que necessário para discutir e aplicar as questões propostas no livro didático.

O quinto questionamento aborda o uso de recursos tecnológicos de forma geral. Percebe-se que os alunos também consideram o uso de tecnologias uma coisa positiva na educação, tendo em vista que nenhum respondeu “não” ao questionamento, vejamos.

Gráfico 5 - Dados Questão 5



Fonte: Autor (2023)

Segundo Passos (2007), corroborando com a assimilação dos estudantes sobre o uso desses recursos, a tecnologia pode ser um grande potencializadora do ensino e da aprendizagem matemática dos estudantes, o que estamos comprovando com os sujeitos dessa pesquisa. Todavia, reforçamos a ideia que precisamos de materiais e acesso a internet nas escolas, além de professores capacitados a trabalharem com os recursos tecnológicos.

No sexto questionamento identificamos que os alunos consideram insatisfatórias as propostas apresentadas pelo livro didático sobre o uso de recursos tecnológicos para o desenvolvimento de conteúdos. Vejamos na figura abaixo.

Gráfico 6 - Dados Questão 6

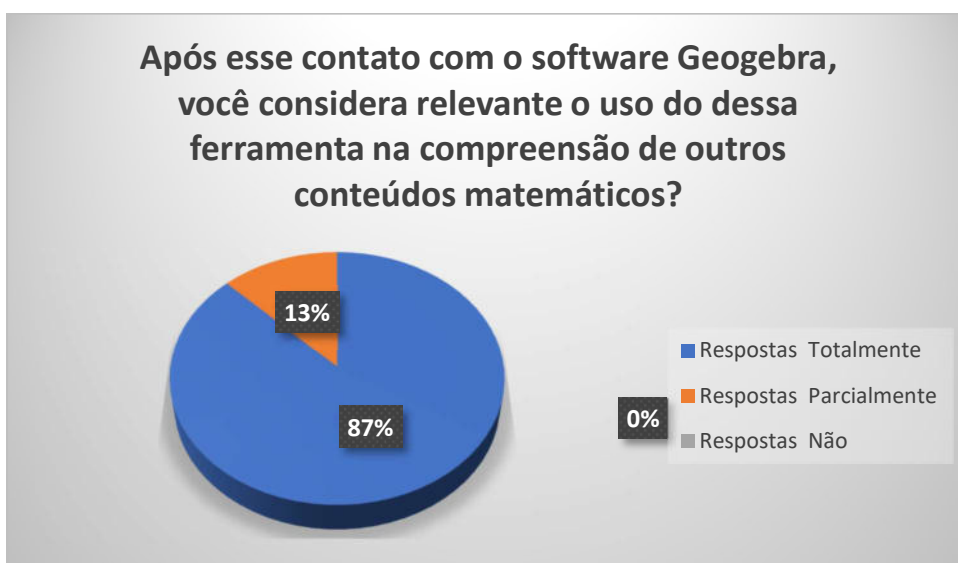


Fonte: Autor (2023)

Percebemos que a maioria dos alunos responderam “Parcialmente” e “Não” (88%) sobre essa questão. Vale ressaltar que o uso de ferramentas tecnológicas é sugerido pela BNCC (BRASIL, 2018), como já citado na fundamentação desse trabalho.

No sétimo e último questionamento, percebe-se que os alunos estão convencidos que o uso do Geogebra auxilia não só em Funções Trigonométricas, mas também, em outros conteúdos matemáticos, tendo em vista que a resposta contrária não foi marcada por nenhum estudante.

Gráfico 7 - Dados Questão 7



Fonte: Autor (2023)

De acordo com Chaves (2019), essa percepção acontece, pois os alunos tem uma construção plena e dinâmica na construção dos saberes. Também podemos considerar que a facilidade e a ludicidade que o Geogebra propõe e, constatado pelos alunos da pesquisa, também pode gerar essa vontade de continuar a usá-lo em outros momentos do ensino da matemática.

Por fim, consideramos que as respostas dos alunos aos questionamentos realizados levam a afirmação que o Geogebra é uma importante ferramenta para a compreensão do conteúdo de Funções Trigonômicas e, seu uso, quando possível, pode facilitar o aprendizado dos alunos.

Ademais, é necessário que o livro didático estimule mais os alunos a usarem tal ferramenta (e até outras), tendo em vista o mundo em que estão inseridos, cada vez mais digital. Pois, como ficou destacado nos dados da pesquisa, os alunos consideram importante o uso de ferramentas tecnológicas, mas sentem falta de um maior estímulo do livro acerca delas.

4.3. Comparação entre o plano de aula sugerido pelo livro didático usado pelos alunos e estratégia de ensino usando o Geogebra.

O conjunto de livros utilizados no 2º ano do ensino médio pela escola escolhida para pesquisa conta com 4 livros, volume 5, volume 6, volume 7 e volume 8. Assim, é utilizado um livro por bimestre, conforme a ordem descrita. Os alunos começam a ter contato com o conteúdo de trigonometria na segunda parte do livro volume 5, ou seja, segunda parte do 1º Bimestre, com os conteúdos de Razões trigonométricas no triângulo retângulo, Ângulos notáveis, Ciclo trigonométrico e Soma e subtração de arcos.

Após esse primeiro contato, os estudantes só voltam a ver conteúdo relacionado a trigonometria na segunda parte do livro volume 6, ou seja, na segunda parte do 2º bimestre, com Relações e identidades trigonométricas, Equações e inequações trigonométricas e, por fim, Funções Trigonômicas, nessa sequência.

Figura 11 - Lista de conteúdos Vol. 5

MATEMÁTICA	
MATRIZES.....	
SOMA E SUBTRAÇÃO DE MATRIZES.....	
MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES.....	
MATRIZ INVERSA.....	
RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ..	
ÂNGULOS NOTÁVEIS.....	
CICLO TRIGONOMÉTRICO: ARCOS NA CIRCUNFERÊNCIA.....	
CICLO TRIGONOMÉTRICO: RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	
SOMA E SUBTRAÇÃO DE ARCOS	

Fonte: Brasil Sabendo Vol. 5 (2022, p.6)

Figura 12 - Lista de conteúdos Vol.6

MATEMÁTICA	
DETERMINANTES.....	
PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES	
SISTEMAS LINEARES	
DISCUSSÃO DE SISTEMAS LINEARES.....	
RELAÇÕES E IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS.....	
EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	
INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.....	
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS	

Fonte: Brasil Sabendo Vol. 6 (2022, p.6)

Nosso foco é comparar apenas o conteúdo de Funções trigonométricas observado no livro com o uso do Geogebra. Dessa forma, o conteúdo no livro didático não possui nenhum plano de aula sobre o tema, a única orientação presente no material são os objetivos propostos e as habilidades específicas. Porém, segundo a BNCC BRASIL (2018), a matemática no ensino médio deve ser construída de uma maneira mais integrada, relacionando-a com outras áreas de conhecimento e realizando, sempre que possível aplicações na realidade. Dessa forma, indicar a possibilidade de uso de recursos computacionais é essencial para otimizar a aprendizagem dos alunos.

Figura 13 - Objetivos e habilidades do livro

Objetivos Propostos:

- Definir o período e a imagem das principais funções trigonométricas;
- Entender e esboçar o gráfico das três principais funções trigonométricas;
- Aprender como transladar e refletir funções no plano xy .

HABILIDADES ESPECÍFICAS:

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

FONTE: Brasil Sabendo Vol. 6 (2022, p.62)

O livro começa abordando o conceito de função periódica e definição de período. Na sequência já parte para apresentação da Função seno como uma função real. O gráfico dessa função também é apresentado para definição de Domínio, Imagem e Período. Por fim, apresenta uma questão resolvida sobre o conteúdo. Esse padrão se repete para as próximas duas funções, cosseno e tangente.

Figura 14 - Questão resolvida sobre Função Seno

QUESTÃO COMENTADA

(UECE). Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{3}{2 + \sin x}$. Se M e m são respectivamente os valores máximo e mínimo que a função f assume, o valor do produto Mm é:

a) 2,0
b) 3,5
c) 3,0
d) 1,5

Resolução:
Temos que:

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$2 - 1 \leq 2 + \sin x \leq 2 + 1$$

$$1 \leq 2 + \sin x \leq 3$$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 + \sin x} \leq 1$$

$$\frac{3}{3} \leq \frac{3}{2 + \sin x} \leq 3$$

$$1 \leq f(x) \leq 3$$

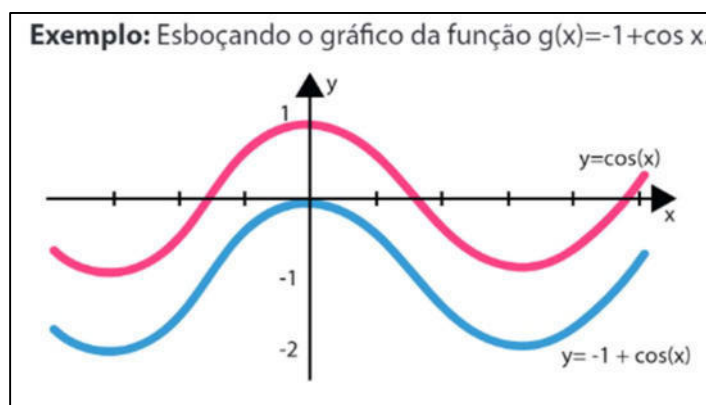
O valor máximo de f é 3, e o mínimo é 1.
 $M.m = 3.1 = 3$

Resposta: Opção C.

Fonte: Brasil Sabendo Vol. 6 (2022, p.64)

Após essa abordagem, o material começa a analisar os parâmetros das Funções trigonométricas como período, amplitude e seus movimentos de translação vertical e translação horizontal. Essa parte do conteúdo é abordada através das Funções trigonométricas em sua forma geral, $f(x) = a + b \cdot \sin(cx + d)$, $f(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$ e $f(x) = a + b \cdot \tan(cx + d)$, com gráficos de maneira estática para comparação entre a alteração desses parâmetros.

Figura 15 - Comparação de parâmetros na Função Cosseno



Fonte: Brasil Sabendo Vol. 6 (2022, p.66)

Por fim, antes de entrar nas atividades relacionadas as Funções trigonométricas, o livro faz uma indicação de interligação com o mundo digital e indica a utilização do software Geogebra. Porém, nessa indicação não existe um passo a passo para utilização do software, apenas é sugerido um link e solicitado a inserção das funções direto no Geogebra. Esse tipo de indicação pressupõe que todo aluno e todo professor têm conhecimento e domínio do Geogebra, o que não é verdade. Dessa forma, tal indicação pode não atingir êxito na sua intenção de incentivar o aluno ao uso de ferramentas tecnológicas.

Segundo Carvalho (2020), é de suma importância a elaboração de um material de qualidade na indicação de uso de uma ferramenta tecnológica, tanto para o docente como para o discente. Dessa forma, os envolvidos poderão usufruir da dinamicidade proporcionado pelo tema utilizando essa ferramenta tecnológica.

Figura 16 - Atividade com indicação de uso do Geogebra

Para esta atividade, vamos utilizar o Geogebra (<https://www.geogebra.org/graphing>).

Represente em um mesmo gráfico as seguintes funções:

- a) $f(x) = \sin x$, $g(x) = 1 + \sin x$ e $h(x) = -1 + \sin x$
- b) $f(x) = \sin x$, $g(x) = 2 \cdot \sin x$ e $h(x) = (1/2) \cdot \sin x$
- c) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin(2x)$ e $h(x) = \sin(x/2)$
- d) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin(x + \pi/4)$ e $h(x) = \sin(x - \pi/4)$
- e) $f(x) = \sin x$ e $g(x) = -\sin x$
- f) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin(-x)$
- g) Baseado em suas conclusões, considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por
- h) $f(x) = a + b \cdot \sin(c \cdot x + d)$

E estabeleça a influência de cada parâmetro (a, b, c e d) no gráfico da função.

Fonte: Brasil Sabendo Vol. 6 (2022, p.68)

Vale ressaltar que cada livro didático pode apresentar abordagens e organizações diferentes, portanto, as características mencionadas acima podem variar. A análise aqui proposta trata do livro específico usado por essa escola, podendo não refletir a realidade de outras escolas e/ou redes de ensino. Inclusive, fica como sugestão, para pesquisas futuras, a análise de coleções de livros didáticos do Ensino Médio sobre igual tema, na tentativa de identificar (ou não) a proposta de ensino com o uso do Geogebra ou outras tecnologias no conteúdo de Funções Trigonométricas.

Com o uso do Geogebra desde o início do conteúdo de Funções Trigonométricas, o professor conseguiu demonstrar a noção de função periódica de forma dinâmica, através de gráficos que puderam ser alterados durante todas as aulas de acordo com a curiosidade do aluno. Além disso, quanto ao comportamento das Funções seno, cosseno e tangente, a ferramenta se mostrou muito eficaz para o aluno relacionar com o ciclo trigonométrico

Por fim, tanto para a comparação da mudança de parâmetros nas funções e para a resolução de uma situação prática no uso das funções, o Geogebra demonstrou ser indispensável para auxiliar o ensino aprendizagem dos estudantes nesse conteúdo que muitas vezes passa por inútil no dia a dia da sociedade.

Em suma, o uso do Geogebra no ensino de funções trigonométricas oferece uma abordagem mais interativa, visual e prática, que promove uma compreensão mais profunda e uma conexão mais significativa com os conceitos trigonométricos. Isso pode ajudar os estudantes a desenvolverem habilidades matemáticas essenciais, bem como uma apreciação mais ampla das aplicações da trigonometria em diferentes áreas da ciência e da tecnologia.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio do presente trabalho ficou ainda mais perceptível a importância do uso de recursos tecnológicos no ensino de conteúdos matemáticos. Em especial, a utilização do software Geogebra que se mostrou uma excelente ferramenta de apoio no ensino de Funções Trigonômétricas.

Em uma primeira análise sobre a eficácia do software Geogebra no ensino de Funções Trigonômétricas, a ferramenta mostrou-se eficiente no auxílio do ensino aprendizagem, pois possibilita a criação e aprofundamento em definições estudadas, que utilizando apenas o quadro pode se notar menos dinâmico. Nesse sentido, os resultados evidenciaram que os alunos acharam relevante o uso do software na compreensão das Funções Seno, Cosseno e Tangente, com comentários satisfatórios no questionário aplicado em sala de aula.

Além disso, o Geogebra mostrou-se esclarecedor da relação entre ciclo trigonométrico e Funções Trigonômétricas, auxiliando ainda na resolução de exercícios do livro didático. Uma constatação importante dos alunos foi de que o Geogebra poderia ser facilitador de outros conteúdos matemáticos. Também, identificamos que o livro didático não traz propostas mais aprofundadas sobre o tema pesquisado, apenas indicação dos objetivos propostos e habilidades específicas indicadas pela BNCC (BRASIL, 2018), caracterizando uma carência de direcionamento para o docente. Além disso, o material didático propõe pouco uso do Geogebra em sua estrutura para o ensino de Funções Trigonômétricas.

Enfim, espera-se que sejam realizados trabalhos futuros incentivando o uso de ferramentas tecnológicas como o Geogebra para cada vez mais fomentar sua aplicação em sala de aula. Ainda se recomenda que sejam realizados novos trabalhos visando o uso do Geogebra em outros temas matemáticos como na interpretação geométrica de sistemas lineares 2×2 e 3×3 , colocando em prática um desejo dos próprios estudantes para o uso de ferramentas tecnológicas facilitadoras em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, Marcelo C. e PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**: coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: fevereiro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: MEC, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>> Acesso em: fevereiro de 2023.

CARVALHO, J. N. P. **Funções Trigonométricas e aplicações**: Uma proposta didática para o ensino médio usando o Geogebra. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2020. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFER_b29aec03500250d8c433f50e84340280> Acesso em: fevereiro de 2023.

CHAVES, J. R. A. **A interatividade do Geogebra no auxílio da compreensão da trigonometria**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural de Santa Maria, Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, 2019. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFSM_e62deadfe9f3c8252a5c4d5ce1a30222> Acesso em: fevereiro de 2023.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4244760/mod_resource/content/3/DAmbrosio%20%20Pref%C3%A1cio%20%20Pesquisa%20Qualitativa%20em%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Matem%C3%A1tica.pdf> Acesso em: março de 2023.

DE MESQUITA MACHADAO, M. **Geogebra**: Uma proposta para o ensino de Funções Trigonométricas. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, PROFMAT, 2020. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFG_adccb5d74df461422187d68bdec2ba01> Acesso em: fevereiro de 2023.

HOHENWARTER, M. Hohenwarter, J. **Ajuda GeoGebra**: Manual Oficial da Versão 3.2, GeoGebra. 2009. Disponível em: <<https://wiki.geogebra.org/pt/Manual>> Acesso em: março de 2023.

HRISTOV SOBRINHO, D. **O ensino de funções trigonométricas através da resolução de problemas**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2015. Disponível em:

<<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/7075/DissDHS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>> Acesso em: março de 2023.

MENEGHELLI, J. **Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para o ensino das funções trigonométricas seno e cosseno**. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, 2018. Disponível em:
<https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/FURB_30d16850ccce575e241272aeb123fa4d>
Acesso em: fevereiro de 2023.

PASSOS, M. **Desafios e perspectivas para a utilização da informática na educação matemática**. 2007. Disponível em:
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/408-4.pdf>> Acesso em: março de 2023.

PEREIRA, B.T. **O uso das tecnologias da informação e comunicação na prática pedagógica da escola**. Artigo publicado em 2011. Disponível em:
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1381-8.pdf>> Acesso em: março de 2023.

PRODANOV, C. C; FREITAS, E. C de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ANEXO

QUESTIONÁRIO SOBRE O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

1 – O conceito de função periódica foi esclarecido com o uso do Geogebra?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

2 – O uso do software Geogebra foi relevante na compreensão das Funções Seno, Cosseno e Tangente?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

3 – A relação entre o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas foi esclarecido a partir do uso do software Geogebra?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

4 – As aulas com utilização do Geogebra auxiliaram na resolução dos exercícios do livro didático?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

5 – O uso de recursos tecnológicos pode ser considerado um facilitador na compreensão de conteúdos matemáticos?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

6 – O seu livro didático estimula o uso de recursos tecnológicos na apresentação do conteúdo?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____

7 – Após esse contato com o software Geogebra, você considera relevante o uso do dessa ferramenta na compreensão de outros conteúdos matemáticos?

() Totalmente () Parcialmente () Não

Comente: _____
