



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciência Exatas e da Natureza  
Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Física

# **O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas: Fundamentos e Fenomenologia.**

**Erinaldo Emiliano da Silva**

**João Pessoa - PB, 7 de setembro de 2023**

Erinaldo Emiliano da Silva

# **O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas: Fundamentos e Fenomenologia.**

**Dissertação de Mestrado** realizada no Departamento de Física da UFPB, sob orientação do Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires, para obtenção do grau de Mestre em Física.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Orientador: Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires

João Pessoa - PB  
7 de setembro de 2023

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S586m Silva, Erinaldo Emiliano da.

O modelo padrão das interações eletrofracas :  
fundamentos e fenomenologia / Erinaldo Emiliano da  
Silva. - João Pessoa, 2023.

87 f. : il.

Orientação: Carlos Antônio de Sousa Pires.  
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Física. 2. Modelo padrão. 3. Teorias de Gauge. 4.  
Quebra espontânea de simetria. 5. Mecanismo de Higgs.  
6. Mecanismo Seesaw. I. Pires, Carlos Antônio de Sousa.  
II. Título.

UFPB/BC

CDU 53(043)



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

Ata da Sessão Pública da Defesa de dissertação de Mestrado do aluno **Erinaldo Emiliano da Silva**, candidato ao Título de Mestre em Física na Área de Concentração Física de Partículas Elementares e Campos.

Aos vinte e cinco dias do mês de agosto do ano de dois mil e vinte e três, às 10h00, na sala virtual <https://meet.google.com/yse-wndz-gtb>, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída para avaliar a dissertação de Mestrado, na área de Física de Partículas Elementares e Campos, de **Erinaldo Emiliano da Silva**. A banca foi composta pelos(as) professores(as) doutores(as): Carlos Antônio de Sousa Pires (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Paulo José Ferreira Porfírio da Silva (UFPB) e Diego Alejandro Cogollo Aponte (UFCG). Dando início aos trabalhos, o Prof. Carlos Antônio de Sousa Pires comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra para o candidato para que o mesmo fizesse, oralmente, a exposição da pesquisa de dissertação intitulada “*O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas: Fundamentos e Fenomenologia*”. Concluída a exposição, o candidato foi arguido pela Banca Examinadora, que emitiu o parecer “**aprovado**”. Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Mestre em Física na forma da lei. E para constar, Danilo Wilson Lemos Menezes, Técnico em Assuntos Educacionais, redigiu a presente ata que vai assinada pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, 25 de agosto de 2023.

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires  
Orientador - PPGF/UFPB

Prof. Dr. Paulo José Ferreira Porfírio da Silva  
PPGF/UFPB

Documento assinado digitalmente



PAULO JOSE FERREIRA PORFIRIO DA SILVA  
Data: 25/08/2023 12:38:06-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte  
UFCG

*Dedico este trabalho a Deus,  
que me presenteia todos os dias com a energia da vida,  
que me dá forças e coragem para atingir os meus objetivos.*

*Aos meus pais,  
meus maiores incentivadores, pela educação que me deram,  
pela disciplina que me ensinaram, pela dedicação nos cuidados,  
e por serem um verdadeiro pilar de esperança, sabedoria,  
respeito a Deus e amor em minha vida.*

# Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pela dom da vida e por guiar meus passos nos momentos de dificuldades enfrentados neste meu percurso acadêmico.

Sou grato ao meu pai (Elias Emiliano de Lima Silva) e à minha mãe (Maria Gomes Silva) por sempre me incentivarem e acreditarem que eu seria capaz de superar os obstáculos que a vida me apresentou. Por não medirem esforços para a concretização dos meus sonhos. Sem vocês, nada disso seria possível.

Agradeço aos meus irmãos Erivaldo, Erivan, Eliane, Adriano e Adriana que sempre estiveram ao meu lado durante o meu percurso acadêmico.

Agradeço à minha namorada (Francyllen Oliveira) que sempre me apoiou e esteve ao meu lado em todos os momentos, não só apenas durante o meu percurso acadêmico, mas em diversas decisões na vida.

Deixo um agradecimento especial ao meu professor orientador Dr. Carlos Pires pelas valiosas contribuições dadas durante todo o processo.

Também quero agradecer à Universidade Federal da Paraíba (UFPB) pelos serviços prestados à comunidade acadêmica em geral. A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Física (PPGF) que demonstraram estar comprometidos com a qualidade e excelência do ensino.

Aos meus colegas de curso Vinícius de Oliveira, Antonio Lucas e Pedro pelas trocas de ideias e por toda ajuda quando necessário.

Agradeço à minha segunda mãe (Naninha Tavares Farias) e seus filhos (Ana Karla e Airton Sobrinho) por todo apoio e aconselhamentos proporcionados ao longo da minha trajetória.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), pela bolsa de estudo e auxílio financeiro que possibilitou a dedicação integral ao programa de pós-graduação, sendo de extrema importância para minha estadia e permanência no programa.

*“Não fui eu que ordenei a você? Seja forte e corajoso!  
Não se apavore nem desanime, pois o Senhor, o seu Deus,  
estará com você por onde você andar”.*  
*(Josué 1:9)*

# Resumo

A teoria das interações eletrofracas tem sido sistematicamente verificada por meio de experimentos ao longo dos últimos 40 anos. As suas confirmações começaram a surgir no final da década de 70 com a detecção dos bósons de gauge  $W^\pm$  e  $Z^0$ , culminando na descoberta do bóson de Higgs em 2012. Devido toda sua previsibilidade, a teoria foi elevada ao status de Modelo Padrão das Interações Eletrofracas. Esse acontecimento justifica a importância de estudar seus fundamentos teóricos e sua fenomenologia. Nesta dissertação, estudaremos detalhadamente os fundamentos da teoria das interações eletrofracas, incluindo teoria de campos <sup>1</sup>, teoria de gauge e o mecanismo de Higgs. O Modelo Padrão (MP) tem como base a teoria de campos e o mecanismo de Higgs e é guiada por princípios de gauge. Os férmions desempenham um papel fundamental no modelo em questão, constituindo o setor da matéria e podendo ser classificados em léptons ou quarks. Nesse sentido, realizaremos um estudo do MP, analisando cada setor individualmente e, em termos de fenomenologia, serão examinadas as contribuições do modelo para a reação  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

Apesar do sucesso experimental alcançado pelo MP, sua incapacidade de explicar a massa dos neutrinos, cuja natureza maciça foi comprovada nos experimentos de oscilações entre neutrinos em 1998, evidencia a necessidade de uma extensão do modelo. Na segunda parte desta dissertação, será abordada a extensão do MP que incorpora o Mecanismo Seesaw do Tipo-I, responsável pela geração das pequenas massas dos neutrinos.

**Palavras-chaves:** Modelo Padrão. Teorias de Gauge. Quebra Espontânea de Simetria. Mecanismo de Higgs. Mecanismo Seesaw Tipo-I.

---

<sup>1</sup> A teoria de campos em questão é “teoria quântica de campos”.

# Abstract

The theory of electroweak interactions has been systematically verified through experiments over the past 40 years. Its confirmations began to emerge in the late 1970s with the detection of the  $W^\pm$  and  $Z^0$  gauge bosons, culminating in the discovery of the Higgs boson in 2012. Due to all its predictability, the theory was elevated to the status of Standard Model of Electroweak Interactions. This event justifies the importance of studying its theoretical foundations and its phenomenology. In this dissertation, we will study in detail the fundamentals of the theory of electroweak interactions, including field theory<sup>2</sup>, gauge theory and the Higgs mechanism. The Standard Model (SM) has based on field theory and the Higgs mechanism and is guided by gauge principles. Fermions play a fundamental role in the model in question, constituting the sector of matter and can be classified into leptons or quarks. In this sense, we will carry out a study of the SM, analyzing each sector individually and, in terms of phenomenology, will be examined the model contributions to the reaction  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

Despite the experimental success achieved by SM, its inability to explain mass of neutrinos, whose massive nature was proven in experiments of oscillations between neutrinos in 1998, highlights the need for an extension of the model. In the second part in this dissertation, the extension of the SM that incorporates the Seesaw Mechanism of the Type-I, responsible for generating the small masses of neutrinos.

**Keywords:** Standard Model. Gauge Theories. Spontaneous Symmetry Breaking. Higgs Mechanism. Seesaw Type-I Mechanism.

---

<sup>2</sup> The field theory in question is “quantum field theory”.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Potencial com único mínimo em $\phi = 0$ . . . . .	27
Figura 2 – Potencial com mínimos em $\phi = \pm v$ . . . . .	27
Figura 3 – Comportamento do potencial sob transformações de rotações em $SO(2)$ , para $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$ . . . . .	29
Figura 4 – Representação do círculo de estados de mínimos degenerados no plano $(\phi_1, \phi_2)$ . . . . .	29
Figura 5 – Diagramas de Feynman para o processo de espalhamento $e^+e^- \rightarrow$ $W^+W^-$ a nível de árvore. . . . .	55
Figura 6 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição com aniquilamento de um fóton isoladamente para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , considerando $\sqrt{s} =$ $200 GeV$ . . . . .	59
Figura 7 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia $\sqrt{s}$ devido apenas a contribuição do fóton ( $\gamma$ ) para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	60
Figura 8 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição com troca de um neutrino isoladamente para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	62
Figura 9 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia $\sqrt{s}$ devido a contribuição com troca de um neutrino isoladamente para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	63
Figura 10 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição de um $Z^0$ isoladamente para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	64
Figura 11 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia $\sqrt{s}$ devido a contribuição com aniquilamento de um $Z^0$ isoladamente para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	65
Figura 12 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a todas as contribuições mais os termos de interferências no modelo padrão para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	68
Figura 13 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia $\sqrt{s}$ devido a todas as contribuições mais os termos de interferências no modelo padrão para o processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	69

# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1</b>	<b>TEORIAS DE GAUGE</b> . . . . .	<b>15</b>
1.1	Invariância Abelian de Fase em Teoria de Campos . . . . .	15
1.2	Invariância Não-Abeliana de Fase em Teoria de Campos . . . . .	20
<b>2</b>	<b>SIMETRIAS ESCONDIDAS E O MECANISMO DE HIGGS</b> . . . . .	<b>26</b>
2.1	Quebra Espontânea de Simetrias Discretas . . . . .	26
2.2	Quebra Espontânea de Simetrias Contínuas . . . . .	28
2.3	Mecanismo de Higgs . . . . .	31
<b>3</b>	<b>MODELO PADRÃO DE INTERAÇÕES ELETROFRACAS</b> . . . . .	<b>37</b>
3.1	<b>Modelo Padrão das Interações Eletrofracas dos Léptons</b> . . . . .	<b>37</b>
3.1.1	Setor de Gauge . . . . .	38
3.1.2	Setor Leptônico . . . . .	38
3.1.3	Setor de Yukawa . . . . .	39
3.2	<b>Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs</b> . . . . .	<b>40</b>
3.2.1	Massa dos Léptons . . . . .	41
3.3	<b>Bósons Físicos de Gauge</b> . . . . .	<b>42</b>
3.4	<b>Correntes dos Léptons do Setor Eletrofraco</b> . . . . .	<b>45</b>
3.4.1	Corrente Carregada . . . . .	47
3.4.2	Corrente Neutra . . . . .	48
3.5	<b>Termos Cinéticos de Interação e de Autointeração dos Campos de Gauge do Modelo Padrão</b> . . . . .	<b>48</b>
3.6	<b>Interações Eletrofracas dos Quarks</b> . . . . .	<b>50</b>
3.6.1	Correntes Carregada e Neutra para os Quarks . . . . .	51
<b>4</b>	<b>PROCESSO <math>e^+e^- \rightarrow W^+W^-</math> NO MODELO PADRÃO</b> . . . . .	<b>55</b>
4.1	<b>Contribuições Individuais Para o Processo <math>e^+e^- \rightarrow W^+W^-</math></b> . . . . .	<b>58</b>
4.2	<b>Contribuição Total Para o Processo <math>e^+e^- \rightarrow W^+W^-</math></b> . . . . .	<b>65</b>
<b>5</b>	<b>MASSA DOS NEUTRINOS E O MECANISMO SEESAW TIPO-I</b> . . . . .	<b>71</b>
5.1	<b>Massa de Dirac</b> . . . . .	<b>71</b>
5.2	<b>Majorana - Neutrinos</b> . . . . .	<b>73</b>
5.2.1	Massa de Majorana . . . . .	75
5.3	<b>Mecanismo Seesaw Tipo-I</b> . . . . .	<b>76</b>

<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>82</b>
--------------------------	-----------

# Introdução

A construção de uma teoria de gauge que descreve a dinâmica de um determinado fenômeno físico é realizada por meio de uma análise do comportamento do sistema em questão sob a ação de interações, baseando-se num grupo de simetria. As teorias de gauge são teorias quânticas que apresentam simetrias que são invariantes sob transformações locais que fazem com que o campo que descreve um sistema físico apresente comportamento diferente para cada ponto do espaço-tempo [1]. Essas teorias se subdividem em dois grupos: as abelianas, as quais suas transformações comutam, ou seja, não importa a ordem que estas transformações são realizadas no campo; e as não-abelianas, que apresentam transformações que não comutam [2]. O fato das partículas serem maciças é um entendimento desafiador até então, uma vez que pressupostos teóricos responsáveis por atribuírem as massas dos férmions eram desconhecidos.

Sabendo da existência de simetrias discretas e contínuas e que essas podem ser exatas ou aproximadas, existem duas maneiras de analisar a quebra de simetria a partir da lagrangiana que descreve a dinâmica do fenômeno. A primeira situação é quando tanto a lagrangiana quanto o estado de vácuo (estado de mínima energia) são invariantes sob transformações de simetria. Já o segundo caso é considerar que a lagrangiana seja invariante sob transformações de grupo, mas que seu estado de vácuo seja não invariante frente às transformações de simetria. Portanto, quando a simetria é espontaneamente quebrada, o estado de menor energia não apresenta a mesma configuração de simetria que o sistema original [3][4]. O Teorema de Goldstone estabelece uma relação entre a quebra espontânea de simetria contínuas e o surgimento de bósons escalares, os quais são partículas de spin zero e sem massa, denominados de bósons de Goldstone [5].

O mecanismo de Higgs é um processo que estabelece uma relação entre o conceito de invariância de gauge e a quebra espontânea de simetria local. Esse mecanismo está intimamente relacionado com a conservação do grau de liberdade de gauge e é responsável por gerar massa para os campos de gauge por meio de redefinições nos campos não maciços que surgem devido a quebra espontânea de simetria global, introduzindo um novo campo vetorial na teoria [6]. Além disso, também ocorre o surgimento de uma nova partícula, o bóson de Higgs [7][8].

A primeira grande teoria de sucesso de gauge foi a Eletrodinâmica Quântica (QED) que é capaz de descrever o campo eletromagnético e a sua interação com a matéria. Respaldaado na QED, Schwinger forneceu teoricamente uma descrição para o momento magnético do elétron no que se refere à quantificação do seu valor numérico, obtendo uma correção radioativa para o fator  $g$  do elétron de magnitude igual a  $a_e = 0.0011614$ . Os

valores obtidos são bem próximos dos resultados experimentais mais recentes e precisos,  $a_{exp} = 0.0011597$  [9] [10]. No entanto, a QED não foi fundamentada com o objetivo de descrever certos processos de decaimentos radioativos, como por exemplo, o decaimento beta [11]. O problema do decaimento beta foi solucionado, em partes, por investigações realizadas por E. Fermi que sugere que esse fenômeno é composto pela interação de quatro férmions vetoriais. Todavia, a teoria de Fermi acarretou em novos problemas no que diz respeito à violação da probabilidade na seção de choque dos processos de espalhamentos [12]. Essa divergência foi reajustada com base em estudos posteriores que tem como pressuposto a introdução de bósons vetoriais de gauge à teoria, garantindo a conservação da seção de choque total que passa a apresentar um bom comportamento [13]. Em meados da década de 60, a busca por uma teoria que unificasse as interações eletromagnéticas e fracas permitiu a S. L. Glashow, A. Salam e S. Weinberg o desenvolvimento do Modelo Padrão das Interações Eletrofracas. Esse modelo é descrito por uma teoria de gauge fundamentada no grupo de simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , em que os subíndices  $Y$  e  $L$  representam a *Hipercarga* e o *Isospin* fraco, respectivamente [14][15][16].

O grupo  $SU(2)$  possui dimensão igual a três ( $g = N^2 - 1 = 3$ ). Dessa forma, para esse grupo espera-se a existência de três partículas distintas:  $W_\mu^+$ ,  $W_\mu^-$  e  $Z_\mu^0$ . Além disso, o grupo  $U(1)$  tem como resultante o fóton ( $A_\mu$ ). Ambos satisfazem a álgebra de Lie, sendo o grupo  $U(1)$  abeliano e o  $SU(2)$  não-abeliano [17]. Como resultado da quebra espontânea de simetria do Modelo Eletrofraco -  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$  - surgem os bósons vetoriais de gauge  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$ , que são responsáveis por mediar as interações que envolvem as correntes carregadas fracas e as correntes neutras, respectivamente. Além disso, o fóton ( $A_\mu$ ) é o mediador da interação eletromagnética, agindo em todas as partículas que possuem carga elétrica [18].

O Modelo Eletrofraco foi estendido com a inserção do grupo não-abeliano  $SU(3)_C$  que descreve as interações fortes, isso se deu devido o seu sucesso na descrição da física das partículas elementares até energias da ordem das massas dos bósons de gauge das interações fracas [19][20][21]. Como resultado dessa inclusão, surgiu o Modelo Padrão das Interações Eletrofracas e Fortes  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , onde o subíndice  $C$  está associado à propriedade *Carga de Cor*. Para mais, o Modelo Eletrofraco nos permite a obtenção das massas dos bósons eletrofracos por meio do mecanismo de Higgs, o qual explica o porquê dos bósons vetoriais  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$  possuírem massa; enquanto o fóton  $A_\mu$ , não [22].

As partículas elementares que constituem toda a matéria existente no universo são classificadas como férmions, bósons vetoriais e escalares. Essa classificação é realizada de acordo com algumas características e comportamentos estatísticos [23]. Os férmions compõem o setor de matéria do Modelo Eletrofraco e podem ser subdivididos em léptons ou quarks. Além disso, essas partículas obedecem à estatística de Fermi-Dirac e possuem

spin semi-inteiro. Já os bósons são partículas que possuem spin inteiro ou zero e são descritas pela estatística de Bose-Einstein [24]. Os léptons, por sua vez, são partículas de spin semi-inteiro que não participam na interação forte. São seis conhecidos até o momento e são agrupados em três famílias: elétron ( $e^-$ ), múon ( $\mu^-$ ), tau ( $\tau^-$ ), e seus respectivos neutrinos ( $\nu_e$ ), ( $\nu_\mu$ ) e ( $\nu_\tau$ ). No que se refere aos quarks, também existem seis e são organizados em três famílias: up - u (down - d), strange - s (charm - c), bottom - b (top - t) [25].

O Modelo Eletrofraco é extremamente bem-sucedido na descrição e explicação de inúmeros eventos, a título de exemplo podemos citar: a explicação da geração de massa das partículas que constituem o modelo (com exceção do neutrino que é considerado sem massa) [26]; a descoberta e a detecção de correntes neutras [27]; a comprovação das previsões realizadas para a massa dos bósons  $W^\pm$  e  $Z^0$  a partir de experimentos de alta precisão [28] [29]; o bom comportamento da seção de choque total devido a soma de todas as contribuições para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  para energias inferiores a 1 TeV [30][31][32]. No entanto, existem ainda algumas descobertas realizadas por estudos da física de partículas que o Modelo Eletrofraco não é capaz de explicar, como por exemplo: *o Problema da Hierarquia de Escalas*[33][34]; *o Problema de Massa dos Férmions* [35] [36]; *a Anomalia do Momento Magnético do Múon* (anomalia do  $g - 2$  do múon) [37] [38]; *o Problema da Matéria Escura* [39]; *o Problema da Matéria/Anti-Matéria* [40]; *Energia Escura* [41]; *a Explicação das Massas dos Neutrinos e de Suas Oscilações* [42][43].

Por outro lado, a observação das oscilações dos autoestados de sabor é uma característica que evidencia que os neutrinos possuem massa. Todavia, o Modelo Eletrofraco não consegue explicar a natureza dos neutrinos (se são férmions de Dirac ou Majorana) e qual o mecanismo que gera suas respectivas massas, uma vez que nessa teoria os neutrinos são descritos como partículas sem massa e que interagem muito pouco com a matéria [44]. O Mecanismo Seesaw Tipo - I é uma forma natural e viável de gerar massas para os neutrinos através da utilização de um termo de massa muito pesado de mão-direita, possibilitando a explicação do termo de massa muito pequena de mão-esquerda. Assim sendo, existe uma relação entre a massa de Dirac  $m_D$  (componente de mão-esquerda) e a massa de Majorana  $M_R$  (componente de mão-direita)[45][46].

Neste trabalho nosso propósito é realizar um estudo de investigação e análise do setor eletrofraco do Modelo Padrão, bem como fazer uma introdução de conceitos que são necessários para fundamentar nosso entendimento sobre alguns fenômenos. No capítulo 1, observaremos que a construção de teorias de campos interativas podem ser realizadas com a introdução da invariância de gauge local, resultando no surgimento de bósons vetoriais. Realizaremos, no capítulo 2, uma pequena revisão sobre o fenômeno da quebra espontânea de simetria, utilizando um modelo de campo escalar real e um campo escalar complexo. Quando esse fenômeno ocorre aparecem os bósons de Goldstone (sem massa) que podem

ser eliminados quando a teoria apresentar simetria de gauge local, surgindo uma redefinição do campo que gauge e conseqüentemente o aparecimento de massa para esse respectivo campo, chamado de mecanismo de Higgs.

No capítulo 3, enfatizaremos alguns aspectos do Modelo Eletrofraco no que diz respeito ao grupo de simetria de gauge que sua estrutura é baseada, ao seu conteúdo de matéria leptônica e escalar, e à sua lagrangiana. Veremos o fenômeno da quebra espontânea de simetria, onde as partículas associadas à teoria interagem com o campo de Higgs gerando as massas de todos férmions carregados e dos bósons vetoriais  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$ , mas que mantém o fóton sem massa [47]. Além disso, encontraremos as correntes neutra e carregada, observando, em especial, a mistura de sabor presente na corrente carregada dos quarks.

No capítulo 4, analisaremos o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  com o auxílio dos programas computacionais Mathematica (FeynCalc) e CalcHEP [48][49] [50]. Em princípio, foi possível realizar uma investigação da distribuição angular do processo em questão no que se refere ao comportamento das seções de choques diferencial e total em função da energia de centro de massa e do ângulo de espalhamento. Esse processo apresenta seções de choque total devido às contribuições isoladamente que divergem a matriz de espalhamento, ou seja, violam a conservação de probabilidade do processo em questão. No entanto, se considerarmos a soma de todas as contribuições, ocorre a anulação das divergências e a seção de choque total passa a apresentar um bom comportamento.

Por fim, no capítulo 5, finalizaremos com o Mecanismo Seesaw Tipo - I. Esse mecanismo é a maneira mais simples e eficaz presente na literatura de gerar massa para neutrinos, apresentando como pressuposto teórico a existência de um termo de Dirac-Majorana via adição de um neutrino de mão-direita que apresenta massa inversamente proporcional à massa dos neutrinos mão-esquerda.

# 1 Teorias de Gauge

## 1.1 Invariância Abelianas de Fase em Teoria de Campos

Nesta seção iremos estudar o princípio de gauge que descreve a invariância das leis físicas sob ação de certas transformações de simetria, ou seja, a teoria que descreve um campo físico deve permanecer invariante frente à transformação de gauge. No entanto, no que se refere à transformação local de gauge, torna-se necessário introduzir a derivada covariante de gauge, a qual é escrita em termos de um campo de correção.

Considerando a lagrangiana do campo complexo escalar livre, dada pela seguinte expressão:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu \phi)(\partial_\mu \phi^*) - m^2(\phi\phi^*), \quad (1.1)$$

onde o primeiro termo refere-se a parte cinética do campo associado e o segundo termo está relacionado à massa. Podemos determinar a equação de Klein-Gordon extraindo as equações de movimento via Euler-Lagrange. Portanto, as equações de movimento são dados por:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \partial^\mu \phi^*(x) + m^2 \phi^*(x) &= 0, \\ (\square + m^2) \phi^*(x) &= 0, \end{aligned} \quad (1.2)$$

para  $\phi(x)$ , e

$$\begin{aligned} \partial_\mu \partial^\mu \phi(x) + m^2 \phi(x) &= 0, \\ (\square + m^2) \phi(x) &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

para  $\phi^*(x)$ . Introduzindo uma transformação global de gauge nesses campos, fazendo com que estes apresentem o seguinte comportamento:

$$\phi(x) \rightarrow \exp(iq\alpha)\phi(x), \quad (1.4)$$

e

$$\phi^*(x) \rightarrow \exp(-iq\alpha)\phi^*(x). \quad (1.5)$$

Substituindo as Equações (1.4) e (1.5) na lagrangiana representada pela Equação (1.1) podemos observar que essa é invariante frente à transformação global de gauge. O teorema de Noether estabelece uma relação entre os métodos do cálculo das variações com a teoria dos grupos de Lie, relacionando a existência de uma lei de conservação para um sistema que apresente invariância sob certa simetria (transformação de coordenadas)[51].

Portanto, aplicando a variação infinitesimal em relação à alfa ( $\alpha$ ) nos campos transformados e suas respectivas derivadas, obtemos as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\frac{\delta\phi(x)}{\delta\alpha} &= iq \exp(iq\alpha)\phi(x). \\ \delta\phi(x) &= iq(\delta\alpha)\phi(x),\end{aligned}\tag{1.6}$$

e

$$\begin{aligned}\frac{\delta[\partial_\mu\phi(x)]}{\delta\alpha} &= \partial_\mu[iq\phi(x)]. \\ \delta[\partial_\mu\phi(x)] &= iq(\delta\alpha)\partial_\mu\phi(x).\end{aligned}\tag{1.7}$$

De maneira análoga para  $\phi^*(x)$ , temos:

$$\delta\phi^*(x) = -iq(\delta\alpha)\phi^*(x),\tag{1.8}$$

e

$$\delta[\partial_\mu\phi^*(x)] = iq(\delta\alpha)\partial_\mu\phi^*(x).\tag{1.9}$$

Uma vez que a lagrangiana é invariante frente à transformação global de gauge, a variação infinitesimal da lagrangiana representada pela Equação (1.1) deve ser igual a zero. Assim,

$$\delta\mathcal{L} = 0.\tag{1.10}$$

Vale ressaltar que a lagrangiana expressa na relação (1.1) depende apenas dos campos  $\phi(x)$  e  $\phi^*(x)$  e de suas respectivas derivadas. Desenvolvendo explicitamente a Equação (1.10), obtemos:

$$\delta\mathcal{L}[\phi(x), \partial_\mu\phi(x), \phi^*(x), \partial_\mu\phi^*(x)] = 0.$$

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi(x)}\delta\phi(x) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial[\partial_\mu\phi(x)]}\delta[\partial_\mu\phi(x)] + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi^*(x)}\delta\phi^*(x) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial[\partial_\mu\phi^*(x)]}\delta[\partial_\mu\phi^*(x)].\tag{1.11}$$

Podemos observar que a equação de movimento de Euler-Lagrange nos fornece as seguintes expressões:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi(x)} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} \quad (1.12)$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^*(x)} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]}. \quad (1.13)$$

Substituindo as Equações (1.12) e (1.13) na Equação (1.11), e fazendo algumas manipulações matemáticas, obtemos:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L} &= \left\{ \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} \right\} \delta \phi(x) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} \delta [\partial_\mu \phi(x)] \\ &\quad + \left\{ \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]} \right\} \delta \phi^*(x) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]} \delta [\partial_\mu \phi^*(x)]. \\ &= \partial_\mu \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} [\delta \phi(x)] \right\} + \partial_\mu \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]} [\delta \phi^*(x)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Reescrevendo a Equação (1.14) em termos dos campos variados infinitesimalmente em relação à alfa ( $\alpha$ ) da transformação global, temos:

$$\delta \mathcal{L} = iq(\delta\alpha) \partial_\mu \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} \phi(x) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]} \phi^*(x) \right\} \equiv 0. \quad (1.15)$$

Podemos identificar, a partir da Equação (1.15), a existência de uma grandeza conservada, conhecida como corrente conservada de Noether.

$$\begin{aligned} j^\mu &= -iq \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi(x)]} \phi(x) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi^*(x)]} \phi^*(x) \right\}. \\ &= -iq [\phi(x) \partial_\mu \phi^*(x) - \phi^*(x) \partial^\mu \phi(x)]. \\ &= iq [\phi^*(x) \partial^\mu \phi(x) - \phi(x) \partial_\mu \phi^*(x)]. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Portanto,

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad (1.17)$$

obedece a equação da continuidade. A invariância global de fase implica na existência de uma lei de conservação.

Até o presente momento, mostramos que as equações de movimento da lagrangiana são invariantes sob transformação global de calibre, a qual apresenta  $\alpha$  como sendo uma constante. Agora vamos supor que a fase  $\alpha$  não seja mais uma constante, mas sim uma função do tempo e do espaço. Assim, a transformação local de gauge é dada por:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \exp [iq\alpha(x)]\phi(x) \quad (1.18)$$

e

$$\phi^*(x) \rightarrow \phi'^*(x) = \exp [-iq\alpha(x)]\phi^*(x). \quad (1.19)$$

Substituindo as Equações (1.18) e (1.19) na lagrangiana (1.1), obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \partial^\mu \phi'(x) \partial_\mu \phi'^*(x) - m^2 \phi'(x) \phi'^*(x). \\ &= \exp [iq\alpha(x)] \{ \partial^\mu \phi(x) + iq[\partial^\mu \alpha(x)]\phi(x) \} \exp [-iq\alpha(x)] \{ \partial_\mu \phi^*(x) + \\ &\quad -iq[\partial_\mu \alpha(x)]\phi^*(x) \} - m^2 \phi(x) \phi^*(x). \\ &= \{ \partial^\mu + iq[\partial^\mu \alpha(x)] \} \phi(x) \{ \partial_\mu - iq[\partial_\mu \alpha(x)] \} \phi^*(x) - m^2 \phi(x) \phi^*(x). \end{aligned} \quad (1.20)$$

A lagrangiana representada pela Equação (1.20) não é invariante em relação à transformação local de gauge - representada por (1.18) e (1.19) -, uma vez que a derivada do campo  $\partial_\mu$  contribuiu para o surgimento de um termo adicional. Portanto, torna-se necessário introduzir a derivada covariante de gauge  $D_\mu$  que depende de um novo campo vetorial  $A_\mu(x)$  como termo de correção. Matematicamente, temos que:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu(x), \quad (1.21)$$

onde  $q$  é a carga associado ao campo escalar. Vamos observar qual deve ser o comportamento do campo  $A_\mu$  para que a lagrangiana em questão torne-se invariante sob as transformações (1.18) e (1.19). Dessa forma, vamos aplicar a derivada covariante de gauge

no campo  $\phi'(x)$ ,

$$\begin{aligned} D'_\mu \phi'(x) &= [\partial_\mu + iqA'_\mu(x)] \exp[iq\alpha(x)]\phi(x) = \exp[iq\alpha(x)]D_\mu \phi(x). \\ \Rightarrow \exp[iq\alpha(x)]\{\partial_\mu + iq[\partial_\mu\alpha(x)] + iqA'_\mu(x)\}\phi(x) &= \exp[iq\alpha(x)][\partial_\mu + iqA_\mu]\phi(x). \end{aligned} \quad (1.22)$$

A partir da Equação (1.22) podemos observar que para a lagrangiana (1.1) ser invariante sob transformação local é necessário que o campo  $A_\mu$  se transforme como:

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\alpha(x). \quad (1.23)$$

Portanto, a lagrangiana do campo complexo escalar torna-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= [\partial^\mu - iqA^\mu(x)]\phi(x)[\partial_\mu + iqA_\mu(x)]\phi^*(x) - m^2[\phi(x)\phi^*(x)]. \\ &= \partial^\mu\phi(x)\partial_\mu\phi^*(x) - m^2[\phi(x)\phi^*(x)] - A_\mu(x)iq[\phi(x)\partial^\mu\phi^*(x) - \phi^*(x)\partial^\mu\phi(x)] \\ &\quad + q^2A^\mu A_\mu[\phi(x)\phi^*(x)]. \\ &= [\partial^\mu\phi(x)][\partial_\mu\phi^*(x)] - m^2[\phi(x)\phi^*(x)] - j^\mu A_\mu(x) + q^2A^\mu A_\mu[\phi(x)\phi^*(x)]. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Onde  $j^\mu$  é a corrente conservada de Noether e o quarto termo do lado direito da lagrangiana (1.24) surgiu devido a imposição da invariância, este termo refere-se à interações de contato. Para a lagrangiana (1.24) ficar completa falta adicionar um termo relacionado à energia cinética do campo vetorial  $A_\mu$ . O tensor do campo eletromagnético surgiu a partir do comutador da derivada covariante, uma vez que:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} = \frac{1}{iq}[D_\mu, D_\nu] &= \frac{1}{iq}[(\partial_\mu + iqA_\mu)(\partial_\nu + iqA_\nu) - (\partial_\nu + iqA_\nu)(\partial_\mu + iqA_\mu)]. \\ &= \frac{1}{iq}(iq\partial_\mu A_\nu + i^2q^2A_\mu A_\nu - iq\partial_\nu A_\mu - i^2q^2A_\nu A_\mu). \\ &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + iq[A_\mu, A_\nu]. \end{aligned} \quad (1.25)$$

No entanto, o comutador representado no terceiro termo do lado direito da Equação (1.25) para a teoria abeliana é zero. Diante disso, podemos escrever a densidade lagrangiana para a parte dinâmica do campo de gauge como sendo:

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.26)$$

Substituindo a Equação (1.26) na lagrangiana (1.24), obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QED} &= [\partial^\mu\phi(x)][\partial_\mu\phi^*(x)] - m^2[\phi(x)\phi^*(x)] - j^\mu A_\mu(x) + \\ &\quad + q^2A^\mu A_\mu[\phi(x)\phi^*(x)] - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

A Equação (1.27) é a lagrangiana da QED para o campo escalar complexo. De maneira análoga, vamos fazer o mesmo procedimento para a lagrangiana que descreve a

dinâmica de um campo de férmions de massa  $m$ . Por conseguinte, consideremos a seguinte lagrangiana de Dirac para uma partícula livre:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi. \quad (1.28)$$

A lagrangiana (1.28) também é não invariante frente à transformação local de gauge e para garantir que aquela torne-se invariante sob essa transformação vamos substituir  $\partial_\mu$  pela derivada covariante  $D_\mu$ . Nesse sentido, aparecerá um termo referente à interação dos espinores na lagrangiana, uma vez que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi. \\ &= \bar{\Psi}\{i\gamma^\mu[\partial_\mu + iqA_\mu(x)] - m\}\Psi. \\ &= \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi - qA_\mu(x)\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi. \\ &= \mathcal{L}_0 - J^\mu A_\mu. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Onde  $J^\mu = q\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$  é a corrente eletromagnética (conservada). Adicionando o termo referente à energia cinética do campo vetorial  $A_\mu$  a Equação (1.29) tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{QED}^{fermions} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi - J^\mu A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.30)$$

A Equação (1.30) representa a lagrangiana da QED para um campo fermiônico de massa  $m$ . Na próxima seção iremos estudar o caso da teoria não-abeliana.

## 1.2 Invariância Não-Abeliana de Fase em Teoria de Campos

Nesta seção vamos estender a ideia de invariância local de gauge para os grupos de simetrias que não são abelianos, ou seja, grupos os quais a ordem das transformação altera o resultado final. Para isso, vamos seguir o mesmo pensamento que foi proposto na seção anterior para a QED e verificar as consequências trazidas com a invariância de simetrias não abelianas. A teoria de Yang-Mills é um exemplo dessa generalização da teoria abeliana de gauge da QED U(1) à teoria não abeliana de isospin SU(2). Essa teoria estuda interações entre prótons e neutros considerando o princípio de simetria de gauge das rotações do spin isotópico [52].

Portanto, a teoria de Yang-Mills pode ser construída a partir da lagrangiana de campos fermiônicos livres. Assim, levando em consideração que a lagrangiana de Dirac para  $N$  partículas livres de massa  $m$ :

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi, \quad (1.31)$$

onde o  $\Psi$  é um dubleto de espinores de Dirac, ou seja, campos de férmions compostos.

Matematicamente, temos:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

em que  $\psi_1$  e  $\psi_2$  corresponde a um próton e um nêutron, ou um neutrino e elétron. No entanto, vamos considerar o primeiro caso onde o nêutron e o próton tem massa comum  $m$ . Por consequência, o espinor  $\Psi$  dos núcleons pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\Psi = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

É trivial observar que a lagrangiana (1.31) é invariante sob rotações globais de isospin (transformações globais de gauge) que se transformam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) &= S\Psi(x). \\ &= \exp\left[\frac{i\tau^d\alpha^d}{2}\right]\Psi(x), \end{aligned} \quad (1.34)$$

onde  $\tau^d$  são as matrizes de Pauli (matrizes de rotação), com  $d$  variando de 1 a 3; e  $\alpha$  um parâmetro qualquer.

Todavia, de maneira análoga ao que foi desenvolvido no caso abeliano para o eletromagnetismo, vamos observar o comportamento da lagrangiana sob transformações em que o parâmetro  $\alpha^d$  torna-se dependente de  $x$ . Dessa forma, considerando uma transformação SU(2) que tenha o seguinte comportamento:

$$\begin{aligned} \Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) &= S(x)\Psi(x). \\ &= \exp\left[\frac{i\tau^d\alpha^d(x)}{2}\right]\Psi(x). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Substituindo a Equação (1.35) na lagrangiana (1.31) podemos observar que essa deixa de ser invariante, uma vez que  $\partial_\mu\Psi'$  apresenta a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \partial_\mu\Psi' &= [\partial_\mu S(x)]\Psi(x) + S(x)\partial_\mu\Psi(x). \\ &= S(x)[\partial_\mu\Psi(x)] + \frac{i\tau^d}{2}[\partial_\mu\alpha(x)]S(x)\Psi(x). \end{aligned} \quad (1.36)$$

Trilhando caminhos convergentes ao que foi desenvolvido na seção anterior, podemos introduzir um termo de correção por meio da derivada covariante com intuito de compensar a não invariância trazida pela transformação local de gauge.

$$D_\mu = I\partial_\mu + igB_\mu, \quad (1.37)$$

onde  $I$  é a matriz identidade  $2 \times 2$ ,  $g$  é a constante de acoplamento e  $B_\mu$  é um campo vetorial introduzido que pode ser reescrito em termos dos isovetores  $\tau$  e  $b_\mu$ . Dessa forma,

$$\begin{aligned} B_\mu &= \frac{1}{2}\tau^d b_\mu^d. \\ &= \frac{1}{2}(\tau^1 b_\mu^1 + \tau^2 b_\mu^2 + \tau^3 b_\mu^3). \\ &= \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} 0 & b_\mu^1 \\ b_\mu^1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -ib_\mu^2 \\ ib_\mu^2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_\mu^3 & 0 \\ 0 & -b_\mu^3 \end{pmatrix} \right]. \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b_\mu^3 & b_\mu^1 - ib_\mu^2 \\ b_\mu^1 + ib_\mu^2 & -b_\mu^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Agora nosso objetivo é demonstrar qual deve ser o comportamento do campo  $B_\mu$ , ou seja, como esse deve se transformar para que a lagrangiana seja invariante frente às transformações locais. Vamos aplicar a derivada covariante representada pela Equação (1.37) no campo  $\Psi'(x)$  expressa pela Equação (1.35). Portanto,

$$\begin{aligned} D'_\mu \Psi'(x) &= S(x)D_\mu \Psi(x). \\ \Rightarrow (\partial_\mu + igB'_\mu)S(x)\Psi(x) &= S(x)(\partial_\mu + igB_\mu)\Psi(x). \\ \Rightarrow S(x)[\partial_\mu \Psi(x)] + [\partial_\mu S(x)]\Psi(x) + igB'_\mu[S(x)\Psi(x)] &= S(x)[\partial_\mu \Psi(x)] + igS(x)B_\mu \Psi(x). \\ \Rightarrow B'_\mu &= S(x)B_\mu S^{-1}(x) + \frac{i}{g}[\partial_\mu S(x)]S^{-1}(x). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Vamos mostrar que o campo  $B_\mu$  é transformado por uma rotação de isospin mais um termo gradiente. Para isso, considerando a seguinte transformação infinitesimal de gauge (para  $|\alpha_i(x)| \ll 1$ ):

$$S(x) = 1 + \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x). \quad (1.40)$$

Substituindo a transformação representado pela Equação (1.40) em (1.39) e fazendo algumas manipulações matemáticas, temos:

$$\begin{aligned} B'_\mu &= \left[ 1 + \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x) \right] B_\mu \left[ 1 - \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x) \right] + \frac{i}{g}\partial_\mu \left[ 1 + \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x) \right] \left[ 1 - \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x) \right]. \\ &= B_\mu + \frac{i}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)B_\mu - \frac{i}{2}B_\mu \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x) - \frac{1}{2g}\partial_\mu [\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)] + O(\alpha(x)). \end{aligned} \quad (1.41)$$

Sabemos ainda que  $B'_\mu = \frac{1}{2}\vec{\tau}\cdot\vec{b}'_\mu$  e  $B_\mu = \frac{1}{2}\vec{\tau}\cdot\vec{b}_\mu$ . Dessa forma, podemos reescrever a Equação (1.41) como sendo:

$$\vec{\tau}\cdot\vec{b}'_\mu = \vec{\tau}\cdot\vec{b}_\mu + \frac{i}{2} \left[ \vec{\tau}\cdot\vec{\alpha}(x)\vec{\tau}\cdot\vec{b}_\mu - \vec{\tau}\cdot\vec{b}_\mu\vec{\tau}\cdot\vec{\alpha}(x) \right] - \frac{1}{g}\partial_\mu [\vec{\tau}\cdot\vec{\alpha}(x)]. \quad (1.42)$$

Podemos reescrever a Equação (1.42) em componentes tensoriais, logo:

$$\begin{aligned} \tau^d b'^d_\mu &= \tau^d b^d_\mu + \frac{i}{2} \alpha^j(x) b^k_\mu (\tau^j \tau^k - \tau^k \tau^j) - \frac{1}{g} \partial_\mu [\tau^d \alpha^d(x)]. \\ &= \tau^d b^d_\mu + \frac{i}{2} \alpha^j(x) b^k_\mu [\tau^j, \tau^k] - \frac{1}{g} \partial_\mu [\tau^d \alpha^d(x)]. \end{aligned} \quad (1.43)$$

As matrizes de Pauli satisfazem as relações de comutação e anticomutação correspondente à álgebra de Lie,

$$[\tau^j, \tau^k] = 2i\epsilon_{jkd}\tau^d, \quad (1.44)$$

$$\{\tau^j, \tau^k\} = 2\delta_{jk}I. \quad (1.45)$$

Substituindo a Equação (1.44) em (1.43), obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \tau^d b'^d_\mu &= \tau^d b^d_\mu - \epsilon_{jkd}\alpha^j(x) b^k_\mu \tau^d - \frac{1}{g}\partial_\mu [\tau^d \alpha^d(x)]. \\ b'^d_\mu &= b^d_\mu - \epsilon_{jkd}\alpha^j(x) b^k_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha^d(x). \end{aligned} \quad (1.46)$$

O segundo termo do lado direito da Equação (1.46) é resultado da transformação da teoria não abeliana, isso explica o surgimento do rotacional. Já o terceiro termo é um gradiente de transformação infinitesimal. Uma vez que descobrimos qual deve ser o comportamento do campo  $b_\mu$  para que a lagrangiana seja invariante sob transformações locais de gauge, vamos agora substituir  $\partial_\mu$  expresso na lagrangiana (1.31) pela derivada covariante  $D_\mu$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\Psi}[i\gamma^\mu(\partial_\mu + igB_\mu) - m]\Psi. \\ &= \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi - \frac{g}{2}\vec{b}_\mu\cdot\bar{\Psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\Psi. \\ &= \mathcal{L}_0 - \frac{g}{2}\vec{b}_\mu\cdot\bar{\Psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\Psi. \end{aligned} \quad (1.47)$$

O último termo do lado direito da Equação (1.47) é referente à interação do isovetor. Em seguida devemos introduzir uma lagrangiana referente à parte cinética para os campos vetoriais da teoria em termos do tensor energia-momento.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge} &= -\frac{1}{4}\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{\tau}\vec{F}^{\mu\nu}\cdot\vec{\tau}. \\ &= -\frac{1}{4}\sum_{i,j=1}^3 \left( F^i_{\mu\nu}\tau^i F^{d,\mu\nu}\tau^d \right). \\ &= -\frac{1}{2}\text{Tr}(F^d_{\mu\nu}F^{d,\mu\nu}). \end{aligned} \quad (1.48)$$

Na expressão (1.48) foi usado a relação do traço para matriz identidade de Pauli  $\text{Tr}(\tau^i \tau^d) = 2\delta^{id}$ . Portanto, vamos determinar a forma que o tensor energia-momento muda quando submetido à transformação sob medida local de gauge (transformações infinitesimais). Dito isso, vamos considerar um  $F_{\mu\nu}$  que se transforme como:

$$F'_{\mu\nu} = SF_{\mu\nu}S^{-1}. \quad (1.49)$$

A princípio, partiremos da premissa que tem como objetivo mostrar que a QED não satisfaz a relação (1.49). Para isso, partiremos do tensor energia-momento para a teoria abeliana:

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu B'_\nu - \partial_\nu B'_\mu. \quad (1.50)$$

Substituindo a expressão (1.39) na Equação (1.50), obtemos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} F'_{\mu\nu} &= \partial_\mu \left[ SB_\nu S^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\nu S)S^{-1} \right] - \partial_\nu \left[ S(x)B_\mu S^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu S)S^{-1} \right]. \\ &= (\partial_\mu S)B_\nu S^{-1} + S(\partial_\mu B_\nu)S^{-1} + SB_\nu(\partial_\mu S^{-1}) + \frac{i}{g}(\partial_\nu S)(\partial_\mu S^{-1}) + \\ &\quad - (\partial_\nu S)B_\mu S^{-1} - S(\partial_\nu B_\mu)S^{-1} - SB_\mu(\partial_\nu S^{-1}) - i\frac{i}{g}(\partial_\mu S)(\partial_\nu S^{-1}). \\ &= S(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)S^{-1} + [(\partial_\mu S)B_\nu - (\partial_\nu S)B_\mu]S^{-1} + S[B_\nu(\partial_\mu S^{-1}) - B_\mu(\partial_\nu S^{-1})] + \\ &\quad + \frac{i}{g}[(\partial_\nu S)(\partial_\mu S^{-1}) - (\partial_\mu S)(\partial_\nu S^{-1})]. \end{aligned} \quad (1.51)$$

De fato, a expressão (1.51) não satisfaz à transformação sob medida local de gauge, uma vez que  $F'_{\mu\nu} \neq SF_{\mu\nu}S^{-1}$ . Vamos trilhar caminhos semelhantes para a teoria de gauge do grupo não abeliano  $\text{SU}(2)$ , a qual apresenta tensor intensidade dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} F'_{\mu\nu} &= \frac{1}{ig}[D'_\mu, D'_\nu]. \\ &= \partial_\mu B'_\nu - \partial_\nu B'_\mu + ig[B'_\mu, B'_\nu]. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Os dois primeiros termos da Equação (1.52) já foram desenvolvidos anteriormente, dessa forma, vamos dar enfoque ao desenvolvimento do termo referente ao comutador com o intuito de observar se a teoria apresenta uma tensor intensidade que satisfaz a relação de transformação local de gauge. Portanto,

$$\begin{aligned} ig[B'_\mu, B'_\nu] &= ig \left[ \left[ SB_\mu S^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu S)S^{-1} \right], \left[ SB_\nu S^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\nu S)S^{-1} \right] \right]. \\ &= igS[B_\mu, B_\nu]S^{-1} - S[B_\mu, (\partial_\nu S)S^{-1}]S^{-1} - S[(\partial_\mu S)S^{-1}, B_\nu]S^{-1} \\ &\quad - \frac{i}{g}S[S^{-1}(\partial_\mu S), S^{-1}(\partial_\nu S)]S^{-1}. \\ &= igS[B_\mu, B_\nu]S^{-1} - B_\mu(\partial_\nu S)S^{-1} + (\partial_\nu S)S^{-1}B_\mu - (\partial_\mu S)S^{-1}B_\nu \\ &\quad + B_\nu(\partial_\mu S)S^{-1} - \frac{i}{g}[(S^{-1}\partial_\nu S)(S^{-1}\partial_\mu S) - (S^{-1}\partial_\mu S)(S^{-1}\partial_\nu S)]. \end{aligned} \quad (1.53)$$

No entanto, podemos manipular matematicamente a Equação (1.53) com auxílio de equações referentes ao termo  $S(x)$ . Dessa forma, sabemos que:

$$\partial_\mu(SS^{-1}) = \partial_\mu(SS^{-1}) = 0, \quad (1.54)$$

$$(\partial_\mu S)S^{-1} = -S(\partial_\mu S^{-1}), \quad (1.55)$$

e

$$(\partial_\mu S^{-1})S = -S^{-1}(\partial_\mu S). \quad (1.56)$$

Onde  $S = \exp\left[\frac{i\tau^d \alpha^d(x)}{2}\right]$ . Substituindo as Equações (1.55) e (1.56) em (1.53), temos:

$$\begin{aligned} ig[B'_\mu, B'_\nu] &= igS[B_\mu, B_\nu]S^{-1} + B_\mu(\partial_\nu S^{-1})S + (\partial_\nu S)S^{-1}B_\mu - (\partial_\mu S)S^{-1}B_\nu \\ &\quad - B_\nu(\partial_\mu S^{-1})S - \frac{i}{g}[(\partial_\nu S)(\partial_\mu S^{-1}) - (\partial_\mu S)(\partial_\nu S^{-1})]. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Finalmente, substituindo as Equações (1.57) e (1.51) em (1.52), podemos observar que esta equação satisfaz à lei de transformação local da gauge. Uma vez que:

$$F'_{\mu\nu} = S(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)S^{-1} + igS[B_\mu, B_\nu]S^{-1}. \quad (1.58)$$

De posse dos elementos necessário para construção da teoria, podemos agora formular a lagrangiana que descreve a dinâmica de campos fermiônicos e que seja invariante frente à transformação local, conhecida como lagrangiana de Yang-Mills. Algebricamente,

$$\mathcal{L}_{YM} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi - \frac{1}{2}Tr(F_{\mu\nu}^d F^{d,\mu\nu}), \quad (1.59)$$

onde

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^d \tau^d &= \partial_\nu(\tau^d b_\mu^d) - \partial_\mu(\tau^d b_\nu^d) + \frac{ig}{2}(\tau^j \tau^j - \tau^k \tau^k) b_\nu^j b_\mu^k. \\ F_{\mu\nu}^d &= \partial_\nu b_\mu^d - \partial_\mu b_\nu^d + g\epsilon_{jkd} b_\mu^j b_\nu^k. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Podemos perceber que surgiu um terceiro termo para a expressão do tensor energia-momento para a teoria não abeliana, isso se dá pelo fato da não comutatividade. Os campos que aparecem na teoria de Yang-Mills não possuem massa devido a limitação trazida pela invariância de gauge.

## 2 Simetrias Escondidas e o Mecanismo de Higgs

### 2.1 Quebra Espontânea de Simetrias Discretas

A princípio, desenvolvendo a situação em que tanto a lagrangiana quanto o estado de vácuo sejam invariantes sob transformações de simetria; a lagrangiana pode ser construída por meio da soma de um termo relacionado à conservação de simetria com um termo referente à quebra de simetria. Dessa forma, temos que:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{simet.} + \epsilon \mathcal{L}_{assimet.} \quad (2.1)$$

O segundo termo do lado direito da Equação (2.1) deve ser suficientemente pequeno para que seja válido o uso do método de perturbação. Além disso, a lagrangiana deve recuperar a sua forma original quando  $\epsilon \rightarrow 0$ . No entanto, essa situação de invariância não nos interessa, uma vez que a introdução de um termo manualmente torna-se algo muito artificial. Por consequência, vamos considerar a situação em que a lagrangiana é invariante frente à transformação de simetria, mas o estado de vácuo não possui a mesma simetria que o sistema inicial.

Para isso, tomaremos como ponto de partida o modelo que apresenta simetria discreta e que é descrito pela lagrangiana do campo escalar real  $\phi$ , dada pela seguinte expressão:

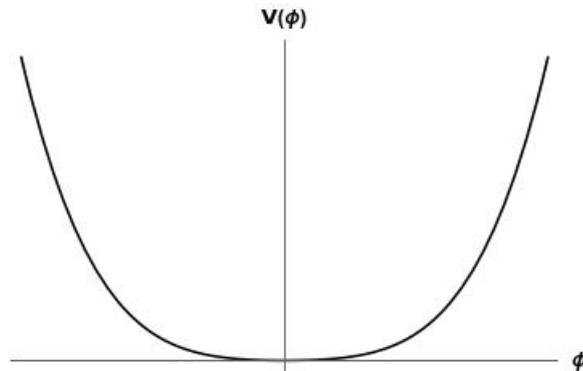
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{\mu^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{4}\phi^4. \quad (2.2)$$

Fazendo  $\phi \rightarrow -\phi$  podemos observar que a lagrangiana (2.2) é invariante sob transformação de paridade, uma vez que os termos dessa apresentam exponenciais quadráticos. Portanto, para que a condição de invariância aconteça sob transformação de paridade, o potencial não pode assumir qualquer valor. Vamos agora verificar as condições exigidas para existência da quebra espontânea de simetria através dos valores de mínimo do potencial. Podemos calcular esses valores fazendo uso da seguinte expressão:

$$\frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = \mu^2 \phi + \lambda \phi^3 = 0. \quad (2.3)$$

Vale ressaltar que  $\lambda$  é estritamente positivo, uma vez que a energia do campo não pode divergir e deve ser limitada por baixo. Dessa forma, existem duas situações em que a Equação (2.3) é satisfeita. A primeira delas é se considerarmos o parâmetro  $\mu^2 > 0$ , onde

o potencial tem um único mínimo em  $\phi = 0$ , conforme observado na Figura 1.



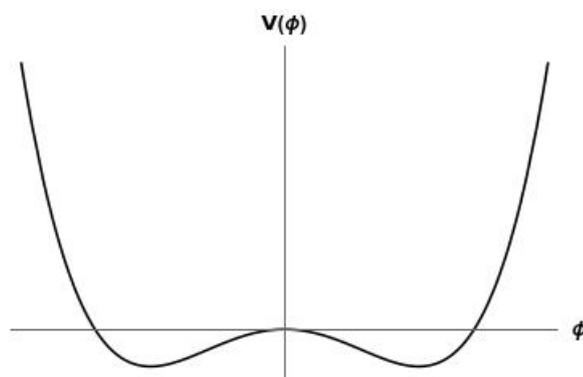
Fonte: Elaborada pelo autor com auxílio do software Wolfram Mathematica, 2023.

Figura 1 – Potencial com único mínimo em  $\phi = 0$ .

Nesse primeiro caso, podemos observar que o potencial continua simétrico em relação a sua origem, implicando a não quebra espontânea de simetria, ou seja, a lagrangiana (2.2) permanece invariante sob transformação de paridade. Portanto, valores para  $\mu^2 > 0$  pouco nos interessam. Já a segunda possibilidade é considerar o parâmetro  $\mu^2 < 0$ , onde os estados de mínimos são dados por:

$$\langle \phi \rangle_0 = \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} = \pm v. \quad (2.4)$$

Graficamente, temos:



Fonte: Elaborada pelo autor com auxílio do software Wolfram Mathematica, 2023.

Figura 2 – Potencial com mínimos em  $\phi = \pm v$ .

Observando a Figura 2 podemos constatar a existência de dois pontos de mínimos em  $\phi = \pm v$  e um local de máximo em  $\phi = 0$ . Fazendo um estudo geométrico, é trivial concluir

que a simetria será quebrada assim que um dos mínimos for escolhido para ser analisado. Analiticamente, vamos demonstrar essa invariância de paridade ( $\phi \rightarrow -\phi$ ) realizando um estudo do comportamento do potencial em torno do seus estados de mínimos, ou seja, provocando um deslocamento no campo [53]. O novo campo tem o seguinte comportamento depois da redefinição:

$$\begin{aligned}\phi'(x) &= \phi(x) - \langle \phi \rangle_0. \\ \Rightarrow \phi(x) &= \phi'(x) + v.\end{aligned}\quad (2.5)$$

Substituindo a Equação (2.5) na lagrangiana (2.2), considerando  $\mu^2 < 0$ ; obtemos a seguinte expressão:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi')^2 + \frac{\mu^2}{2}(\phi'^2 + 2v\phi' + v^2) - \frac{\lambda}{4}(\phi'^4 + 4v\phi'^3 + 6v^2\phi'^2 + 4v^3\phi' + v^4). \quad (2.6)$$

Sabemos ainda que  $\lambda = \mu^2/v^2$ . Dessa forma, reescrevendo a Equação (2.5) em função das constantes  $\mu$  e  $v$ , temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi')^2 + \frac{\mu^2}{2}(\phi'^2 + 2v\phi' + v^2) - \frac{\mu^2}{4v^2}(\phi'^4 + 4v\phi'^3 + 6v^2\phi'^2 + 4v^3\phi' + v^4). \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi')^2 - \mu^2 \left( \frac{\phi'^4}{4v^2} + \frac{\phi'^3}{v} + \phi'^2 - \frac{v^2}{4} \right).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Portanto, a lagrangiana (2.7) não é invariante em torno do estado de vácuo, ou seja, não possui mais simetria de paridade. Além disso, se simplificarmos essa lagrangiana para pequenas oscilações, vamos observar a existência de um termo associado à massa do campo  $\phi'$ , onde  $m_\phi^2 = -2\mu^2$  [6]. Faremos na próxima seção o desenvolvimento de um modelo matematicamente mais sofisticado, considerando simetrias contínuas.

## 2.2 Quebra Espontânea de Simetrias Contínuas

Para elucidar a quebra espontânea de simetria contínua, seguiremos um modelo que é descrito por uma lagrangiana formada pela combinação linear de dois campos reais de Klein-Gordon  $\phi_1$  e  $\phi_2$ ,

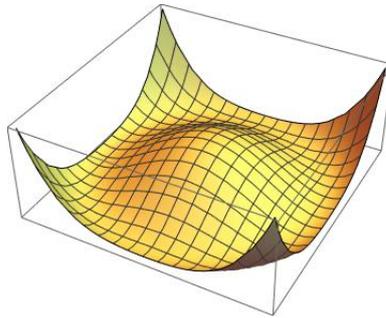
$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2} \{ [\partial_\mu \phi(x)][\partial^\mu \phi(x)] \} - \frac{\mu^2}{2} \phi^2(x) - \frac{\lambda}{4} [\phi^2(x)]^2. \\ &= \frac{1}{2} \{ [\partial_\mu \phi_1(x)]^2 + [\partial_\mu \phi_2(x)]^2 \} - \frac{\mu^2}{2} [\phi_1^2(x) + \phi_2^2(x)] - \frac{\lambda}{4} [\phi_1^2(x) + \phi_2^2(x)]^2.\end{aligned}\quad (2.8)$$

Onde  $\phi^2(x) = \phi_1^2(x) + \phi_2^2(x)$ . Essa lagrangiana é invariante frente às transformações do grupo de simetria  $SO(2)$  de rotações no plano  $(\phi_1, \phi_2)$ ,

$$\begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}.\quad (2.9)$$

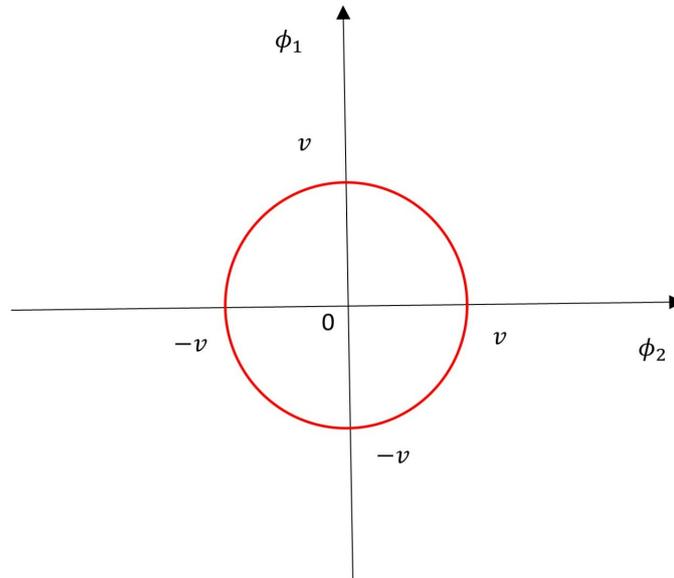
Como o potencial da lagrangiana (2.8) apresenta o mesmo comportamento do que foi desenvolvido na Seção (2.1), as condições exigidas para a ocorrência da quebra espontânea de simetria são as mesmas. Portanto, para  $\mu^2 > 0$ , o potencial apresenta apenas um estado de mínima energia em  $\phi_1 = \phi_2 = 0$ . Todavia, como foi dito anteriormente, essa situação não nos desperta interesse, pois não há a quebra espontânea de simetria.

Considerando  $\mu^2 < 0$  e  $\lambda > 0$ , o potencial apresenta um círculo de estados de mínimos degenerados no plano  $(\phi_1, \phi_2)$ ; representado matematicamente por  $\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2$ . Essa situação está representada graficamente na Figura 3 e 4:



Fonte: Elaborada pelo autor com auxílio do software Wolfram Mathematica, 2023.

Figura 3 – Comportamento do potencial sob transformações de rotações em  $SO(2)$ , para  $\mu^2 < 0$  e  $\lambda > 0$ .



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 4 – Representação do círculo de estados de mínimos degenerados no plano  $(\phi_1, \phi_2)$ .

Tomando como ponto de partida a Figura 4, vamos escolher um ponto no plano  $(\phi_1, \phi_2)$  de modo que obtemos  $\phi_1 = v$  e  $\phi_2 = 0$ . Dessa forma, o estado de vácuo absoluto

ocorre em:

$$\begin{aligned}\langle \boldsymbol{\phi} \rangle_0 &= \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \\ &= \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{2.10}$$

Vamos realizar o mesmo procedimento que foi desenvolvido na Seção (2.1), provocando um deslocamento do campo representado pela Equação (2.10),

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\phi}'(x) &= \boldsymbol{\phi}(x) - \langle \boldsymbol{\phi} \rangle_0. \\ \boldsymbol{\phi}(x) &= \boldsymbol{\phi}'(x) + \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{2.11}$$

Podemos ainda definir o campo  $\boldsymbol{\phi}'(x)$  como sendo a combinação linear de dois campos reais  $\eta(x)$  e  $\zeta(x)$ . Portanto,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\phi}(x) &= \begin{pmatrix} \eta(x) \\ \zeta(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}. \\ &= \eta(x) + v + \zeta(x).\end{aligned}\tag{2.12}$$

A inserção dos campos reais  $\eta(x)$  e  $\zeta(x)$  é devido ao desvio do campo  $\phi(x)$  quando o estado fundamental apresenta a configuração  $\phi(x) = \langle \boldsymbol{\phi} \rangle_0$  [54]. Reescrevendo a lagrangiana (2.8) em termo desse novo campo, temos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + (\partial_\mu \zeta)(\partial^\mu \zeta)] + \frac{\mu^2}{2} [(\eta + v + \zeta)^2] - \frac{\lambda}{4} [(\eta + v + \zeta)^4].\tag{2.13}$$

Para pequenas oscilações e levando em consideração que o campo  $\zeta$  é suficientemente pequeno, a lagrangiana (2.13) torna-se:

$$\mathcal{L}_{so} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - 2\mu^2 \eta^2] + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \zeta)(\partial^\mu \zeta)] - \frac{3}{2} \lambda \eta^2 \zeta^2 + \dots\tag{2.14}$$

Inicialmente, a lagrangiana da teoria era invariante sob algum grupo de transformações contínuas, mas o estado fundamental não é. Percebe-se que a lagrangiana (2.13) não é invariante sob transformação de paridade, isso acontece devido o surgimento de termos não quadráticos com o desenvolvimento dos produtos notáveis. Esse fenômeno ocasiona a quebra espontânea de simetria (a simetria está escondida) e podemos observar a existência de um termo associado à massa do campo  $\eta$ , onde  $m_\eta^2 = -2\mu^2$ . Além disso, o campo  $\zeta$  não possui massa, uma vez que não há termo quadrático em  $\zeta$  [55]. Portanto, o teorema de Goldstone relaciona-se com o surgimento de bósons escalares sem massa na teoria, chamados de bósons de Goldstone [5]. No capítulo seguinte, iremos realizar um estudo de teorias de calibre por meio de uma redefinição de campos vetoriais.

## 2.3 Mecanismo de Higgs

Nesta seção vamos estudar o comportamento quando são introduzidas simetrias de calibre na teoria. Para isso, tomaremos como fundamento uma simetria abeliana e subsequente simetria que apresenta natureza não-abeliana. O mecanismo de Higgs é um processo que consiste basicamente em gerar massa para os campos de gauge por meio de redefinições nos campos não maciços que surgem devido a quebra espontânea de simetria, introduzindo um novo campo vetorial na teoria [56].

### • Quebra Espontânea de Simetria Contínua de Gauge - Modelo U(1)

Para exemplificar este processo considere como ponto de referência a densidade lagrangiana resultante do acoplamento de modelos de campos escalares complexos com um campo de calibre abeliano:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + |D^\mu\phi|^2 - \mu^2|\phi|^2 - \lambda|\phi|^4, \quad (2.15)$$

onde  $F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$  é o tensor intensidade do campo de calibre abeliano  $A_\mu$  e  $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$  é a derivada covariante de gauge. A densidade lagrangiana (2.15) é invariante frente às transformações de gauge local, dadas por:

$$\left. \begin{aligned} \phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = \exp[iq\alpha(x)]\phi(x) \\ \phi^*(x) &\rightarrow \phi'^*(x) = \exp[-iq\alpha(x)]\phi^*(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu = A_\mu(x) - \partial_\mu\alpha(x) \end{aligned} \right\}. \quad (2.16)$$

Vale ressaltar que o campo de gauge sem massa  $A_\mu$  surge devido a invariância local. No entanto, observamos em seções anteriores que os bósons de Goldstone aparecem via quebra espontânea de simetria global. Dessa forma, vamos analisar quais são as condições exigidas para que ocorra esse fenômeno. O potencial da lagrangiana (2.15) apresenta a seguinte equação para valores de mínimos:

$$\frac{\partial V(|\phi|^2)}{\partial\phi^*} = \mu^2\phi + 2\lambda|\phi|^2\phi = 0. \quad (2.17)$$

Existem valores positivos e negativos para  $\mu^2$  que satisfazem a Equação (2.17). No entanto, apenas valores para  $\mu^2 < 0$  acontece a quebra espontânea de simetria de gauge. Dessa forma, para  $\mu^2 < 0$  o potencial da lagrangiana (2.15) apresenta um contínuo de mínimos degenerados em:

$$\langle\phi\rangle_0 = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} = \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.18)$$

Para realizar um estudo do comportamento do potencial dessa teoria na vizinhança dos estados de mínimos vamos fazer um deslocamento no campo. Assim sendo, o campo

deslocado é dado por:

$$\phi = \phi' + \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.19)$$

Podemos ainda reescrever o campo  $\phi'$  fazendo uso da seguinte parametrização:

$$\phi' = \frac{(\eta + i\zeta)}{\sqrt{2}}. \quad (2.20)$$

Substituindo a Equação (2.20) na equação do campo deslocado, representado pela Equação (2.19), obtemos a seguinte expressão:

$$\phi = \frac{(v + \eta + i\zeta)}{\sqrt{2}} \approx \exp\left(\frac{i\zeta}{v}\right) \frac{(v + \eta)}{\sqrt{2}}. \quad (2.21)$$

Uma vez que  $\zeta$  é suficientemente pequeno, podemos fazer uma expansão em série de potências. Como resultado, chegamos ao valor aproximado expresso na Equação (2.21). Substituindo o novo campo (2.21) na lagrangiana (2.15), podemos escrever

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (\partial_\mu\phi^*)(\partial^\mu\phi) + iqA^\mu\phi(\partial_\mu\phi^*) - iqA_\mu\phi^*(\partial^\mu\phi) + q^2A_\mu A^\mu\phi^*\phi \\ &\quad + \mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2. \\ &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + \frac{(v + \eta)^2}{2v^2}(\partial_\mu\zeta)(\partial^\mu\zeta) + \frac{q(v + \eta)^2}{v}A_\mu(\partial^\mu\zeta) \\ &\quad + \frac{q^2}{2}A_\mu A^\mu(v + \eta)^2 - \mu^2\left(\frac{\eta^4}{4v^2} + \frac{\eta^3}{v} + \eta^2 - \frac{v^2}{4}\right). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Podemos ainda reescrever a lagrangiana (2.22) considerando pequenas oscilações ( $\leq \eta^2$ ). Dessa forma, temos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{so} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - 2\mu^2\eta^2\right] + \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\zeta)(\partial^\mu\zeta)\right] + qvA_\mu(\partial^\mu\zeta) \\ &\quad + \frac{q^2v^2}{2}A_\mu A^\mu + \dots \end{aligned} \quad (2.23)$$

Analisando a Equação (2.23) observamos a presença do campo escalar maciço  $\eta$ , conhecido como campo de Higgs, com massa  $m_\eta^2 = 2\mu^2$ . Além disso, o quinto termo do lado direito da lagrangiana (2.23) apresenta um campo vetorial  $A_\mu$  maciço, com massa  $m_{A_\mu}^2 = q^2v^2/2$ ; no entanto, há uma confusão no quarto termo do lado direito da lagrangiana (2.23) com o surgimento do campo  $\zeta$ , que não apresenta massa. Podemos fazer uso de uma redefinição no campo vetorial para eliminar o campo de Goldstone da teoria. Portanto,

via produtos notáveis, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{q^2 v^2}{2} A_\mu A^\mu + qv A_\mu (\partial^\mu \zeta) + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \zeta)(\partial^\mu \zeta)] &= \frac{q^2 v^2}{2} \left[ A_\mu + \frac{(\partial^\mu \zeta)}{qv} \right]^2. \\ &= \frac{q^2 v^2}{2} A'_\mu A'^\mu. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Onde  $A'_\mu = A_\mu + (\partial^\mu \zeta)/qv$  é o novo campo de gauge. Dessa forma, substituindo a expressão (2.24) na lagrangiana (2.23), obtemos a seguinte equação:

$$\mathcal{L}_{so} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - 2\mu^2 \eta^2] + \frac{q^2 v^2}{2} A'_\mu A'^\mu. \quad (2.25)$$

Conforme a Equação (2.25) constatamos o aparecimento do campo maciço  $A'_\mu$ , onde nesse estão contidos os bósons de Goldstone. Os bósons de Goldstone foram eliminados da teoria devido a redefinição do campo vetorial, uma vez que ele se converte em componente longitudinal devido ao campo em questão ser de longo alcance. Além disso, no início o modelo apresentava um campo escalar complexo  $\phi$  e um campo vetorial  $A_\mu$  que apresentavam dois graus de liberdade cada um, totalizando quatro graus de liberdade de gauge. No entanto, no final a teoria apresenta um campo escalar real  $\eta$  e um campo vetorial  $A'_\mu$ , com um grau de liberdade e três graus de liberdade, respectivamente. Portanto, o número de graus de liberdade de gauge é preservado [57].

### • Quebra Espontânea de Simetria Não-Abeliana - Modelo SU(2)

Nosso objetivo nesta subseção é realizar uma expansão para modelos não-abelianos. Para isso, vamos considerar um modelo SU(2), onde o campo de Higgs é constituído por um tripleto (multiplicidade igual a três) de campos escalares dado por:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Considerando o efeito de um potencial efetivo, a interação para essa teoria pode ser representada pela seguinte lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i,\mu\nu} - \mu^2 (\phi^\dagger \phi) - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (2.27)$$

onde,

$$D_\mu \phi = \left( \partial_\mu + igT^i b_\mu^i \right) \phi,$$

e

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\nu b_\mu^i - \partial_\mu b_\nu^i + g\epsilon_{jki}b_\mu^j b_\nu^k.$$

A lagrangiana (2.27) é invariante sob rotações globais de isospin (transformações globais de gauge) dada por:

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp(iT^i \alpha^i) \phi, \quad (2.28)$$

onde  $T^i = \sigma^i/2$  é o gerador de rotações de isospin e  $\alpha^i$  um parâmetro qualquer representado por uma matriz 3x3. Além disso,  $T^i$  satisfaz a álgebra usual do grupo SU(2) ( $[T^j, T^k] = i\epsilon_{jki}T^i$ ) e apresenta multiplicidade  $N = n^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$ . Explicitamente, temos que as matrizes geradoras de rotações são:

$$T^1 = \frac{\sigma^1}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

$$T^2 = \frac{\sigma^2}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

e

$$T^3 = \frac{\sigma^3}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

O próximo caminho a ser trilhado é observar qual o comportamento da teoria quando ocorre a quebra espontânea de simetria e esse fenômeno acontece quando o parâmetro  $\mu^2 < 0$ , uma vez que o potencial estudado é o mesmo abordado em seções anteriores. Escolhendo arbitrariamente um ponto de mínimo de modo que obtemos  $\phi_1 = \phi_2 = 0$  e  $\phi_3 = v$ , temos o seguinte valor para o estado de vácuo absoluto:

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Aplicando o gerador  $T^i$  no estado de vácuo representado por (2.32) podemos observar que esse permanece invariante sob ação da matriz de rotação  $T^3$ . No entanto, o

estado de vácuo deixa de ser invariante quando submetido as matrizes de rotação  $T^1$  e  $T^2$ .

$$\begin{aligned} T^3 \langle \phi \rangle_0 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Como consequência  $\exp(iT^3\alpha^3)\langle\phi\rangle_0 = \langle\phi\rangle_0$ . Realizando agora um estudo do comportamento do potencial na vizinhança dos estados de mínimos via deslocamento no campo, temos:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi' + \langle \phi \rangle_0 \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta + i\zeta^i T^i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \exp \left[ \frac{i}{v} (\zeta^1 T^1 + \zeta^2 T^2) \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v + \eta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Substituindo o novo campo deslocado (2.34) na lagrangiana (2.27), temos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta)] + \frac{(v + \eta)^2}{2v^2} (\partial_\mu \zeta^i)(\partial^\mu \zeta^i) + \frac{g(v + \eta)^2}{v} b_\mu^i (\partial^\mu \zeta^i) + \frac{g^2(v + \eta)^2}{2} b_\mu^i b^{i,\mu} \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i,\mu\nu} - \mu^2 \left( \frac{\eta^4}{4v^2} + \frac{\eta^3}{v} + \eta^2 - \frac{v^2}{4} \right), \end{aligned} \quad (2.35)$$

com  $i = 1, 2$ . Reescrevendo a lagrangiana (2.35) para pequenas oscilações, obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{so} &= \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - 2\mu^2 \eta^2] + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \zeta^i)(\partial^\mu \zeta^i)] + gv b_\mu^i (\partial^\mu \zeta^i) + \frac{(g^2 v^2)}{2} b_\mu^i b^{i,\mu} \\ &\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i,\mu\nu} + \dots \end{aligned} \quad (2.36)$$

Podemos fazer uso de uma redefinição no campo vetorial para eliminar o campo de Goldstone da teoria. Portanto, via produtos notáveis, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{(g^2 v^2)}{2} b_\mu^i b^{i,\mu} + gv b_\mu^i (\partial^\mu \zeta^i) + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \zeta^i)(\partial^\mu \zeta^i)] &= \frac{g^2 v^2}{2} \left[ b_\mu^i + \frac{(\partial^\mu \zeta^i)}{gv} \right]^2 \\ &= \frac{g^2 v^2}{2} b_\mu^i b^{i,\mu}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Finalmente,

$$\mathcal{L}_{so} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - 2\mu^2 \eta^2] - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i,\mu\nu} + \frac{g^2 v^2}{2} (b_\mu^1 b'^{1,\mu} + b_\mu^2 b'^{2,\mu}) + \dots \quad (2.38)$$

Segundo a Equação (2.38) podemos observar a presença do campo de Higgs  $\eta$ , com massa  $m_\eta^2 = 2\mu^2$ ; e constatamos o surgimento dos campos maciços  $b_\mu^1$  e  $b_\mu^2$ , com massa  $(massa)^2 = g^2 v^2 / 2$ . Além disso, antes da quebra espontânea de simetria a teoria apresentava três campos escalares reais com um grau de liberdade de gauge cada, e três campos vetoriais com dois graus de liberdade cada um; totalizando nove graus de liberdade de gauge. No entanto, no final a teoria apresenta um campo escalar real  $\eta$  com um grau de liberdade, dois campos vetoriais maciços  $b_\mu^1$  e  $b_\mu^2$  com três graus de liberdade cada um, e um campo vetorial não maciço  $b_\mu^3$  que apresenta dois graus de liberdade de gauge.

## 3 Modelo Padrão de Interações Eletrofracas

### 3.1 Modelo Padrão das Interações Eletrofracas dos Léptons

No Modelo Eletrofraco, as partículas fundamentais são classificadas de acordo com algumas propriedades. Os férmions, que é o interesse do nosso estudo nesta seção, compõem o setor de matéria do Modelo Padrão das Interações Eletrofracas e pode ser subdivididos em léptons ou quarks. As três famílias de léptons são descritas na forma de dupletos do grupo  $SU(2)_L$  para os léptons de mão-esquerda, enquanto que os léptons de mão-direita estão representados na forma de singlete desse grupo  $SU(2)_R$ ,

$$\Psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L ; \quad \Psi_{aR} = l_{aR}, \quad (3.1)$$

com  $a = e, \mu, \tau$ . Além disso, os subscritos "L" ou "R" representam uma relação entre a direção de projeções de spin e momento linear das partículas, onde a projeção do spin está na mesma direção ou na direção contrária a do momento, respectivamente. Essa quiralidade pode ser representada algebricamente pelos operadores projeção de spin  $L = (1 - \gamma_5)/2$  e  $R = (1 + \gamma_5)/2$ . Observando a Equação (3.1), constatamos a existência de neutrinos apenas de mão-esquerda, implicando que essas partículas não sejam maciças; uma vez que torna-se necessário que possuam ambas as quiralidades para que sejam maciços. Todavia, foram realizados estudos posteriores que evidenciaram oscilações de sabores de interação entre neutrinos, de forma que eles devem ser maciços, exigindo uma possível adição de um mecanismo para o Modelo Eletrofraco para explicar a geração de massa [58][59][60].

Um dos números quânticos associados as partículas que compõem o duplete e o singlete do grupo  $SU(2)$  é a hipercarga  $Y$ , e pode ser calculada a partir da relação de Gell-Mann/Nishijima [61][62], dada por:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (3.2)$$

onde  $Q$  é a carga elétrica,  $T_3$  a terceira componente do isospin e  $Y$  a hipercarga [57]. Por consequência, a hipercarga da representação duplete do grupo  $SU(2)$  pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{Y}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Y+1 \\ Y-1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

A Equação (3.3) é satisfeita quando a hipercarga para a componente de mão-esquerda do dubleto de léptons for  $Y_{\Psi_{aL}} = -1$ . Uma vez que o singlete de mão-direita não se transforma por  $SU(2)$ , temos que  $-1 = \frac{1}{2}Y \rightarrow Y_{\Psi_{aR}} = -2$ .

A densidade lagrangiana do Modelo Eletrofraco dos léptons deve ser construída de tal forma que seja invariante de Lorentz, renormalizável e invariante frente às transformações de gauge do grupo  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Trilhando este caminho, temos que a densidade lagrangiana para o modelo é dada explicitamente por:

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{léptons} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{escalar}. \quad (3.4)$$

### 3.1.1 Setor de Gauge

Os bósons de gauge  $b_\mu^l$  e  $B_\mu$  associados aos grupos  $SU(2)_L$  e  $U(1)_Y$ , respectivamente; apresentam sua dinâmica de autointeração descrita pela lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^l F^{l,\mu\nu} - \frac{1}{4}f_{\mu\nu} f^{\mu\nu}, \quad (3.5)$$

onde

$$F_{\mu\nu}^l = \partial_\nu b_\mu^l - \partial_\mu b_\nu^l + g\epsilon_{jkl} b_\mu^j b_\nu^k,$$

com  $l = 1, 2, 3$ ; e

$$f_{\mu\nu} = \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu.$$

Vale ressaltar que os bósons  $b_\mu^l$  e  $B_\mu$  que estão implícitos na equação (3.5) não são os bósons físicos de gauge da teoria, uma vez que os termos de massas para esses bósons quebrarão a simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  do modelo. Os bósons físicos de gauge surgirão após a quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs, o qual é responsável pela geração dos termos de massa.

### 3.1.2 Setor Leptônico

O segundo termo da Equação (3.4) representa a densidade lagrangiana dos multipletos de léptons do modelo e pode ser escrita como combinações das projeções das quiralidades tanto de mão-direita quanto de mão-esquerda. Dessa forma, temos que:

$$\mathcal{L}_{léptons} = \sum_{a=e,\mu,\tau} \left[ \bar{\Psi}_{aL} i\gamma^\mu D_\mu^L \Psi_{aL} + \bar{\Psi}_{aR} i\gamma^\mu D_\mu^R \Psi_{aR} \right], \quad (3.6)$$

onde as derivadas covariantes são dadas por  $D_\mu^L = \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}B_\mu + \frac{ig}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}_\mu$  e  $D_\mu^R = \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}B_\mu$ .

Analisando a Equação (3.6) e comparando-a com a lagrangiana que descreve campos fermiônicos livres, podemos observar a presença de um lépton sem massa, isso ocorre devido a ausência do termo  $m\bar{\Psi}\Psi = m[\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L]$ . Além disso, existem quatro bósons não maciços na teoria, mas na natureza existe apenas um detectado experimentalmente; o fóton. Dessa forma, torna-se necessário introduzir uma lagrangiana que modifique a teoria com o objetivo de apresentar apenas uma única grandeza conservada e que os léptons adquiram massas, conhecida como lagrangiana de Yukawa.

### 3.1.3 Setor de Yukawa

Com o intuito de evitar a quebra da invariância de gauge trazida pelo termo de massa para os léptons carregados  $m\bar{\Psi}\Psi = m[\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L]$  é afirmar que só depois da quebra espontânea de simetria e do mecanismo de Higgs que os léptons carregados apresentem massa. No caso dos léptons, torna-se possível a inclusão dos termos de massas dos léptons carregados, de forma invariante de gauge, via inserção do dubleto de campos escalares complexos entre os campos dispostos na lagrangiana de Yukawa, conhecido como dubleto de Higgs. Esse por sua vez é formado pelos campos complexos  $\phi^+$  e  $\phi^0$ , dado por:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

onde a componente superior e inferior do dubleto possuem isospins  $T_3 = +1/2$  e  $T_3 = -1/2$ , respectivamente. Além disso, pela relação de Gell-Mann-Nishijima, o dubleto de Higgs possui hipercarga  $Y_\phi = +1$ .

Uma vez que foi inserido campos escalares na teoria, o próximo passo é introduzir uma lagrangiana que descreva a dinâmica dos escalares. Trilhando esse caminho, temos que:

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^{L,\mu}\phi)^\dagger(D_\mu^L\phi) - V(\phi^\dagger\phi), \quad (3.8)$$

onde a derivada covariante que atua no dubleto de campos escalares e o potencial são dados por  $D_\mu^L = \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}B_\mu + \frac{ig}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{b}_\mu$  e  $V(\phi^\dagger\phi) = \mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$ , respectivamente. Em seções posteriores, essa derivada será utilizada a fim de obtermos as massas dos bósons de gauge físicos.

Dessa forma, temos que a lagrangiana de Yukawa é dada por:

$$\mathcal{L}_{Léptons}^{Yukawa} = -G_Y \left[ \bar{\Psi}_{aR}(\phi^\dagger\Psi_{aL}) + \bar{\Psi}_{aL}(\phi\Psi_{aR}) \right], \quad (3.9)$$

onde  $G_Y$  é a constante de Yukawa e que a princípio é desconhecida, mas pode ser estimada a partir da massas dos léptons medidas em laboratório.

## 3.2 Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs

Nesta seção vamos estudar as consequências trazidas pela quebra espontânea de simetria aplicada na lagrangiana (3.8) via mecanismo de Higgs. Antes da quebra espontânea de simetria o grupo  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  apresenta dimensão igual a três, que por sua vez é igual ao número de geradores do grupo. Dessa forma, o estado de vácuo da teoria é definido como o mínimo do potencial expresso na Equação (3.8), ou seja, quando:

$$\frac{\partial V(\phi^\dagger \phi)}{\partial \phi^\dagger} = \mu^2 \phi + 2\lambda(\phi^\dagger \phi)\phi = 0. \quad (3.10)$$

Vimos na Seção (2.3) que existem valores positivos e negativos para  $\mu^2$  que satisfazem a Equação (3.10), no entanto, apenas valores para  $\mu^2 < 0$  ocorre a quebra espontânea de simetria. Como consequência, o potencial da lagrangiana (3.8) apresenta um contínuo de mínimos degenerados em:

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Após a quebra espontânea de simetria um grupo de simetria que nos permita recuperar a Eletrodinâmica Quântica - QED, ou seja,  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{QES} U(1)_{EM}$ . Dessa forma, tanto a lagrangiana quanto o estado de vácuo devem ser invariantes sob transformações do grupo de simetria  $U(1)_{EM}$ . Portanto, vamos atuar os geradores da teoria no vácuo e analisar quais daqueles mantêm ou não esse invariante. Para que o vácuo da teoria permaneça invariante sob ação do gerador torna-se necessário que a condição  $\mathcal{G}\langle \phi \rangle_0 = 0$  seja satisfeita.

$$\tau_1 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (3.12)$$

$$\tau_2 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-iv}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (3.13)$$

$$\tau_3 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0. \quad (3.14)$$

A partir das expressões (3.12), (3.13) e (3.14) podemos observar que os geradores  $\tau_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) quebraram a simetria original, dando origem aos bósons de Goldstone, que serão “engolidos” pelos bósons de gauge contribuindo para o surgimento dos seus respectivos termos de massas [63]. No entanto, existe um gerador que conserva a simetria

original, a carga elétrica. Podemos constatar isso por meio da seguinte expressão:

$$Q\langle\phi\rangle_0 = T_3 + \frac{Y_\phi}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + Y_\phi & 0 \\ 0 & Y_\phi - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0. \quad (3.15)$$

De fato, o teorema de Noether implica a conservação da carga elétrica após a quebra espontânea da simetria  $U(1)_{EM}$ .

Agora vamos realizar um estudo do comportamento do potencial na vizinhança dos estados de mínimos via deslocamento no campo. Assim, temos que:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi' + \langle\phi\rangle_0. \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ H + \frac{i\xi\cdot\tau}{2v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \\ &= \exp\left(\frac{i\xi\cdot\tau}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Transformando, após a quebra espontânea de simetria, o dubleto de Higgs para o gauge unitário U-Gauge, temos:

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp\left(\frac{-i\xi\cdot\tau}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

### 3.2.1 Massa dos Léptons

No Modelo Padrão, os termos de massas dos léptons carregados podem ser observados fazendo uso da lagrangiana de Yukawa (3.9), uma vez que agora o dubleto de Higgs é conhecido. Dessa forma, substituindo a Equação (3.17) na lagrangiana de Yukawa, temos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{léptons}}^{Yukawa} &= -G_Y \frac{(v+H)}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{l}_{aR} \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \bar{\nu}_a & \bar{l}_a \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} l_{aR} \right]. \\ &= -\frac{G_Y v}{\sqrt{2}} (\bar{l}_a L l_a + \bar{l}_a R l_a) - \frac{G_Y H}{\sqrt{2}} (\bar{l}_a L l_a + \bar{l}_a R l_a). \\ &= -\frac{G_Y v}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a - \frac{G_Y H}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a. \end{aligned} \quad (3.18)$$

O primeiro termo da lado direito da Equação (3.18) refere-se à massa dos léptons carregados, dada matematicamente por  $M_a = G_Y v / \sqrt{2}$ . Além disso, podemos observar no segundo termo da Equação (3.18) a existência de uma interação entre os léptons carregados e o bóson de Higgs. Dessa forma, podemos reescrever a lagrangiana de Yukawa em função

da massa dos léptons. A interação entre os léptons carregados e o bóson de Higgs acontece de maneira proporcional a respectiva massa daqueles, ou seja,  $G_{Ha} = M_a/v$ . Portanto, temos que:

$$\mathcal{L}_{Léptons}^{Yukawa} = -M_a \bar{l}_a l_a - \frac{M_a H}{v} \bar{l}_a l_a. \quad (3.19)$$

Destaca-se que o mecanismo da lagrangiana de Yukawa é insuficiente para explicar o fato dos neutrinos serem maciços, uma vez que não foi comprovada a existência de neutrinos de mão-direta na teoria, implicando na introdução de um outro mecanismo para a geração de sua massa.

### 3.3 Bósons Físicos de Gauge

Nesta seção, nosso objetivo é identificar os bósons físicos de gauge após a quebra espontânea de simetria e obter seus respectivos termos de massa. Para isso, devemos realizar uma expansão em pequenas oscilações em torno de  $\phi$  no termo cinético da lagrangiana que descreve a dinâmica dos escalares, dada pela Equação (3.8). Portanto, podemos escrever a derivada covariante  $D_\mu^L$  em sua forma matricial, dada por:

$$\begin{aligned} D_\mu^L &= \partial_\mu I_{2 \times 2} + \frac{ig'Y}{2} B_\mu I_{2 \times 2} + \frac{ig}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}_\mu. \\ &= \partial_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{ig'Y}{2} B_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} b_\mu^3 & b_\mu^1 - ib_\mu^2 \\ b_\mu^1 + ib_\mu^2 & -b_\mu^3 \end{pmatrix}. \\ &= \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} B_\mu + \frac{ig}{2} b_\mu^3 & \frac{ig}{\sqrt{2}} \frac{(b_\mu^1 - ib_\mu^2)}{\sqrt{2}} \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} \frac{(b_\mu^1 + ib_\mu^2)}{\sqrt{2}} & \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} B_\mu - \frac{ig}{2} b_\mu^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Podemos reduzir a Equação (3.20) considerando os bósons de gauge carregados como sendo  $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 \mp b_\mu^2)$ . Portanto,

$$D_\mu^L = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} B_\mu + \frac{ig}{2} b_\mu^3 & \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^- & \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} B_\mu - \frac{ig}{2} b_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Podemos obter os termos de massa dos bósons físicos de gauge substituindo a derivada covariante escrita na forma matricial, dado pela Equação (3.21), no termo cinético da lagrangiana (3.8). Dessa forma, atuando a derivada covariante  $D_\mu^L$  no valor esperado do vácuo dado pela Equação (3.11), temos que:

$$\begin{aligned} D_\mu^L \langle \phi \rangle_0 &= \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig'Y_\phi}{2} B_\mu + \frac{ig}{2} b_\mu^3 & \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^- & \partial_\mu + \frac{ig'Y_\phi}{2} B_\mu - \frac{ig}{2} b_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \\ &= \frac{igv}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (b_\mu^3 - t B_\mu) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

com  $t = g'/g$ . Desenvolvendo o produto  $|D_\mu^L \langle \phi \rangle_0|^2$ , obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} &= (D_\mu^L \langle \phi \rangle_0)(D^{L,\mu} \langle \phi \rangle_0)^\dagger. \\ &= \frac{igv}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^3 - tB_\mu) \end{pmatrix} \frac{-igv}{2} \begin{pmatrix} W^{-,\mu} & \frac{1}{\sqrt{2}}(b^{3,\mu} - tB^\mu) \end{pmatrix}. \\ &= \frac{g^2v^2}{4} W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{g^2v^2}{8} (b_\mu^3 b^{3,\mu} - 2tb_\mu^3 B^\mu + t^2 B_\mu B^\mu). \end{aligned} \quad (3.23)$$

No primeiro termo do lado direito da Equação (3.23) podemos identificar que os bósons carregados  $W_\mu^\pm$  são autoestados de massa na teoria, com o seguinte valor  $M_W^2 = g^2v^2/4$ . No entanto, o segundo termo do lado direito dessa expressão envolve uma combinação entre os bósons  $b_\mu^3$  e  $B_\mu$ , onde ambos não apresenta massa bem definida. Reescrevendo a matriz de combinação do último termo do lado direito da expressão (3.23) na base  $\{B_\mu, b_\mu^3\}$ , temos:

$$\frac{g^2v^2}{8} \begin{pmatrix} B_\mu & b_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^2 & -t \\ -t & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ b_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Para diagonalizar a matriz expressa na Equação (3.24), utilizaremos o mecanismo de determinação dos autovalores e autovetores de massas via equação característica. Dessa forma, os autovetores dessa matriz correspondem ao fóton ( $A_\mu$ ) e bóson neutro ( $Z_\mu^0$ ), respectivamente. Portanto, temos que:

$$A_\mu = \frac{B_\mu}{t} + b_\mu^3, \quad (3.25)$$

e

$$Z_\mu^0 = -tB_\mu + b_\mu^3. \quad (3.26)$$

No entanto, os autovetores representados nas Equações (3.25) e (3.26) não estão normalizados. Assim sendo, torna-se necessário normalizá-los. Além disso, vamos reescrever os autovetores normalizados em forma matricial:

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} B_\mu + \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} b_\mu^3, \quad (3.27)$$

e

$$Z_\mu^0 = -\frac{t}{\sqrt{1+t^2}} B_\mu + \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} b_\mu^3. \quad (3.28)$$

Matricialmente:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ b_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

com  $\cos \theta_W = 1/\sqrt{1+t^2}$  e  $\sin \theta_W = t/\sqrt{1+t^2}$ . Onde  $\theta_W$  é o ângulo de transformação entre os campos de interação e os campos físicos da teoria, chamado de como ângulo de Weinberg. Além disso, os autovalores de massas que correspondem a matriz expressa na Equação (3.24) são  $\lambda_{A_\mu} = 0$  e  $\lambda_{Z_\mu^0} = 1+t^2$ . Dessa forma, é possível observar que as massas dos bósons físicos  $A_\mu$  e  $Z_\mu^0$  são dadas por:

$$M_A^2 = 0, \quad (3.30)$$

e

$$M_{Z^0}^2 = \frac{g^2 v^2}{8} (t^2 + 1) = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}. \quad (3.31)$$

Para facilitar o cálculo podemos ainda reescrever as equações para determinação das massas dos bósons físicos  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$  em função de parâmetros bem definidos experimentalmente. Dessa forma, na próxima seção vamos estudar como ocorre as interações entre os léptons e os bósons físicos de gauge e observar que existe uma relação entre as constantes de acoplamento, ângulo de Weinberg e a carga elétrica, dada por:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W. \quad (3.32)$$

Além disso, a teoria de Fermi trouxe como resultado para o modelo de interações eletrofracas uma equação que relaciona o parâmetro do valor espera do vácuo do dubleto de Higgs com a constante de acoplamento, a constante de Fermi  $G_F$  e a massa do bóson físico carregados de gauge  $M_W^2$ , dada por:

$$\begin{aligned} \frac{g}{2\sqrt{2}} &= \left( \frac{M_W^2 G_F}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \\ \frac{g^2}{8} &= \left( \frac{g^2 v^2 G_F}{4\sqrt{2}} \right). \\ \Rightarrow v &= \left( \sqrt{2} G_F \right)^{-\frac{1}{2}} \cong 246 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Dessa forma, substituindo as Equações (3.32) e (3.33) nas expressões de massas dos bósons físicos de gauge, podemos observar que a massa dos bósons de gauge  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$  são dadas por:

$$M_W^2 = \frac{e^2 v^2}{4 \sin^2 \theta_W} = \frac{\pi \alpha v^2}{\sin^2 \theta_W} \cong \left( \frac{37,3 \text{ GeV}}{\sin \theta_W} \right)^2.$$

$$M_W \cong \frac{37,3 \text{ GeV}}{\sin \theta_W} \cong 80 \text{ GeV}; \quad (3.34)$$

$$M_{Z^0}^2 = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W} \cong \left( \frac{37,3 \text{ GeV}}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \right)^2.$$

$$M_{Z^0} \cong \frac{37,3 \text{ GeV}}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \cong 91 \text{ GeV}. \quad (3.35)$$

Onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina,  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ . Para o cálculo das massas dos bósons de gauge foi utilizado o valor experimental para  $\sin \theta_W$  provenientes de estudos de processos envolvendo a Forward-Backward Asymmetry, cujo valor é dado por  $\sin^2 \theta_W \cong 0,2314$  [64].

### 3.4 Correntes dos Léptons do Setor Eletrofraco

Nesta seção, vamos desenvolver um estudo das interações entre os léptons e os bósons físicos de gauge do modelo eletrofraco. Por conseguinte, sabemos que a lagrangiana que descreve essas interações é representada pela Equação (3.6), que é escrita como combinações das projeções das quiralidades. Portanto, a princípio, vamos reescrever as derivadas covariantes  $D_\mu^L$  e  $D_\mu^R$  em função dos bósons físicos de gauge. No entanto, antes de tudo vamos realizar uma manipulação na expressão (3.29), de forma que:

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ b_\mu^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix}; \quad (3.36)$$

$$B_\mu = \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu^0,$$

$$b_\mu^3 = \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu^0.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} B_\mu + \frac{ig}{2} b_\mu^3 &= \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2} (\cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu^0) + \frac{ig}{2} (\sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu^0). \\ &= \partial_\mu + \frac{iA_\mu}{2} (g \sin \theta_W + g'Y \cos \theta_W) \\ &\quad + \frac{iZ_\mu^0}{2} (g \cos \theta_W - g'Y \sin \theta_W). \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}B_\mu - \frac{ig}{2}b_\mu^3 &= \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}(\cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu^0) - \frac{ig}{2}(\sin\theta_W A_\mu + \cos\theta_W Z_\mu^0). \\
 &= \partial_\mu + \frac{iA_\mu}{2}(-g\sin\theta_W + g'Y\cos\theta_W) \\
 &\quad - \frac{iZ_\mu^0}{2}(g\cos\theta_W + g'Y\sin\theta_W). \tag{3.38}
 \end{aligned}$$

Substituindo as expressões (3.37) e (3.38) na Equação (3.21), obtemos a seguinte relação:

$$D_\mu^L = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{iA_\mu}{2}(g\sin\theta_W + g'Y\cos\theta_W) & & & \\ + \frac{iZ_\mu^0}{2}(g\cos\theta_W - g'Y\sin\theta_W) & & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & \\ & & & \\ & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & & \\ & & \partial_\mu + \frac{iA_\mu}{2}(-g\sin\theta_W + g'Y\cos\theta_W) & \\ & & - \frac{iZ_\mu^0}{2}(g\cos\theta_W + g'Y\sin\theta_W) & \end{pmatrix}. \tag{3.39}$$

Além disso, sabemos que:

$$D_\mu^R = \partial_\mu \frac{ig'Y}{2}B_\mu = \partial_\mu + \frac{ig'Y}{2}(\cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu^0). \tag{3.40}$$

Substituindo as Equações (3.39) e (3.40) na lagrangiana do setor de matéria de léptons do modelo eletrofraco; descrita pela expressão (3.6), obtemos as correntes de interações do modelo. Dessa forma, temos como resultante a seguinte expressão para lagrangiana:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{léptons}} &= \left( \bar{\nu}_a \quad \bar{l}_a \right)_L i\gamma^\mu \begin{pmatrix} \frac{iA_\mu}{2}(g\sin\theta_W + g'Y_L\cos\theta_W) & & & \\ + \frac{iZ_\mu^0}{2}(g\cos\theta_W - g'Y_L\sin\theta_W) & & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & \\ & & & \\ & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & & \\ & & \frac{iA_\mu}{2}(-g\sin\theta_W + g'Y_L\cos\theta_W) & \\ & & - \frac{iZ_\mu^0}{2}(g\cos\theta_W + g'Y_L\sin\theta_W) & \end{pmatrix} \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L + \bar{l}_{aR} i\gamma^\mu \left[ \partial_\mu + \frac{ig'Y_R}{2}(\cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu^0) \right] l_{aR}. \tag{3.41}
 \end{aligned}$$

Dessa forma, sabemos que as hipercargas  $Y_L$  e  $Y_R$  são dadas por  $-1$  e  $-2$ , respectivamente. Portanto, fazendo algumas manipulações matemáticas considerando  $\cos\theta_W = g/\sqrt{g^2 + g'^2}$  e  $\sin\theta_W = g'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ , obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{léptons}} &= (\bar{\nu}_a \quad \bar{l}_a)_L i\gamma^\mu \left( \begin{array}{c} \frac{iA_\mu}{2}(g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W)\nu_{aL} + \frac{iZ_\mu^0}{2}(g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W)\nu_{aL} \\ + \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ l_{aL} \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- \nu_{aL} + \frac{iA_\mu}{2}(-g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W)l_{aL} \\ - \frac{iZ_\mu^0}{2}(g \cos \theta_W - g' \sin \theta_W)l_{aL} \end{array} \right) \\
&+ \bar{l}_{aR} \gamma^\mu (g' \cos \theta_W A_\mu - g' \sin \theta_W Z_\mu^0) l_{aR}. \\
&= -\frac{(\sqrt{g^2 + g'^2})}{2} \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^0 - \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} W_\mu^+ + \bar{l}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} W_\mu^-) + \\
&+ \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} A_\mu + \frac{(g^2 - g'^2)}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} Z_\mu^0 + \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_{aR} \gamma^\mu l_{aR} A_\mu + \\
&- \frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_{aR} \gamma^\mu l_{aR} Z_\mu^0. \tag{3.42}
\end{aligned}$$

### 3.4.1 Corrente Carregada

Finalmente, podemos extrair da Equação (3.42) a lagrangiana da corrente carregada das interações dos léptons mediadas pelos bósons físicos de gauge carregados,  $W_\mu^+$  e  $W_\mu^-$ . Dessa forma, temos que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{léptons}}^{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} W_\mu^+ + \bar{l}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} W_\mu^-). \\
&= -\frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}_a \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l_a W_\mu^+ + \bar{l}_a \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_a W_\mu^-], \tag{3.43}
\end{aligned}$$

onde  $a = e, \mu, \tau$  representa as três famílias dos léptons. É possível observar que, para os léptons, a corrente carregada realiza a interação entre as partículas do dubleto de mão-esquerda de uma mesma família. Além disso, as correntes carregadas em particular violam a paridade maximalmente, pois só se acoplam com uma das quiralidade.

### 3.4.2 Corrente Neutra

Por conseguinte, a lagrangiana que apresenta processos de interações mediados pelos bósons físicos de gauge neutros,  $Z_\mu^0$  e  $A_\mu$ ; é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{léptons}}^{CN} &= \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[ \bar{l}_a \gamma^\mu \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) l_a A_\mu + \bar{l}_a \gamma^\mu \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) l_a A_\mu \right] - \frac{(\sqrt{g^2 + g'^2})}{2} \bar{\nu}_{aL} \times \\
&\quad \times \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^0 + \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[ -g'^2 \bar{l}_{aR} \gamma^\mu l_{aR} + \frac{(g^2 + g'^2)}{2} \bar{l}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} \right] Z_\mu^0. \\
&= \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (\bar{l}_a \gamma^\mu l_a A_\mu) - \frac{(\sqrt{g^2 + g'^2})}{2} \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^0 + \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[ -g'^2 \bar{l}_{aR} \gamma^\mu l_{aR} + \frac{(g^2 + g'^2)}{2} \bar{l}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} \right] Z_\mu^0. \tag{3.44}
\end{aligned}$$

Observando o primeiro termo da Equação (3.44) podemos estabelecer uma relação entre as constantes de acoplamento  $g$  e  $g'$  com a carga elétrica, uma vez que esse termo deve recuperar a Eletrodinâmica Quântica - QED. Assim sendo, toda partícula se acopla com o fóton proporcionalmente à sua carga elétrica.

$$e = \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Além disso, podemos também observar na Equação (3.44) a ausência de um termo de interação dos neutrinos com o fóton, pelo fato de serem partículas eletricamente neutras.

Portanto, podemos reescrever a lagrangiana (3.44) em função de  $e$ ,  $g$ ,  $\sin \theta_W$  e  $\cos \theta_W$ :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{léptons}}^{CN} &= e(\bar{l}_a \gamma^\mu l_a A_\mu) - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^0 + \\
&\quad - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \left[ 2 \sin^2 \theta_W \bar{l}_{aR} \gamma^\mu l_{aR} + (2 \sin^2 \theta_W - 1) \bar{l}_{aL} \gamma^\mu l_{aL} \right] Z_\mu^0. \tag{3.45}
\end{aligned}$$

## 3.5 Termos Cinéticos de Interação e de Autointeração dos Campos de Gauge do Modelo Padrão

Nesta seção analisaremos as consequências físicas trazidas pela quebra espontânea de simetria para a lagrangiana do setor de gauge do Modelo Padrão Eletrofraco e determinar os termos cinéticos de interações dos campos de gauge. Portanto, devemos reescrever a lagrangiana de gauge (3.5) em função dos bósons físicos de gauge  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu^0$  e  $A_\mu$ . Para desenvolver os cálculos utilizamos o programa FeynCalc 9.3.1 - stable version - como

auxílio [49]. A princípio, sabemos que os bósons físicos carregados são dados por:

$$\begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ W_\mu^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_\mu^1 \\ b_\mu^2 \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

Multiplicando ambos os lados da Equação (3.46) pela matriz inversa  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$ , temos a seguinte expressão:

$$\begin{pmatrix} b_\mu^1 \\ b_\mu^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ W_\mu^- \end{pmatrix}.$$

Portanto,

$$b_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ + W_\mu^-); \quad (3.47)$$

$$b_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ - W_\mu^-). \quad (3.48)$$

Além disso, sabemos também que:

$$B_\mu = \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu^0; \quad (3.49)$$

$$b_\mu^3 = \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu^0. \quad (3.50)$$

Substituindo as Equações (3.47), (3.48), (3.49) e (3.50) na lagrangiana de gauge (3.5) e fazendo uso do programa FeynCalc, foi possível extrair os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge} = & -\frac{1}{4} [(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)] - \frac{1}{4} [(\partial_\mu Z_\nu^0 - \partial_\nu Z_\mu^0)(\partial^\mu Z^{0,\nu} - \partial^\nu Z^{0,\mu})] + \\ & -\frac{1}{2} [(\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-)(\partial^\mu W^{+,\nu} - \partial^\nu W^{+,\mu})] + \\ & +g^2 \sin^2 \theta_W [(W_\nu^+ A^\nu)(W_\mu^- A^\mu) - (W_\mu^+ W^{-,\mu})(A_\nu A^\nu)] + \\ & +g^2 \cos^2 \theta_W [(W_\mu^+ Z^{0,\mu})(W_\nu^- Z^{0,\nu}) - (W_\mu^+ W^{-,\mu})(Z_\nu^0 Z^{0,\nu})] + \\ & +g^2 \sin \theta_W \cos \theta_W [W_\nu^+ W_\mu^- (A^\nu Z^{0,\mu} + A^\mu Z^{0,\nu}) - 2W_\mu^+ W^{-,\mu} A_\nu Z^{0,\nu}] + \\ & +\frac{g^2}{2} [(W_\nu^+ W^{+,\nu})(W_\mu^- W^{-,\mu}) - (W_\mu^+ W^{-,\mu})(W_\nu^+ W^{-,\nu})] + \\ & +ig \sin \theta_W [A^\nu W^{-,\mu} (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) - A^\nu W^{+,\mu} (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-)] + \\ & +ig \cos \theta_W [W^{+,\nu} Z^{0,\mu} (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) - W^{-,\nu} Z^{0,\mu} (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+)] + \\ & +ig \cos \theta_W [W_\mu^+ W_\nu^- (\partial^\mu Z^{0,\nu} - \partial^\nu Z^{0,\mu})] + \\ & +ig \sin \theta_W [(W^{+,\mu} W^{-,\nu} - W^{+,\nu} W^{-,\mu}) \partial_\nu A_\mu]. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Considerando  $e = g \sin \theta_W$  e realizando algumas manipulações matemáticas, podemos reescrever a Equação (3.51) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{gauge} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{Z^0,\mu\nu}F_{Z^0}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}F_{W,\mu\nu}^\dagger F_W^{\mu\nu} + \\
 & + e^2 \left[ (W_\nu^+ A^\nu)(W_\mu^- A^\mu) - (W_\mu^+ W^{-,\mu})(A_\nu A^\nu) \right] + \\
 & + g^2 \cos^2 \theta_W \left[ (W_\mu^+ Z^{0,\mu})(W_\nu^- Z^{0,\nu}) - (W_\mu^+ W^{-,\mu})(Z_\nu^0 Z^{0,\nu}) \right] + \\
 & + ge \cos \theta_W \left[ (W_\nu^+ A^\nu)(W_\mu^- Z^{0,\mu}) + (W_\nu^+ Z^{0,\nu})(W_\mu^- A^\mu) - 2(W_\mu^+ W^{-,\mu})(A_\nu Z^{0,\nu}) \right] + \\
 & + \frac{g^2}{2} W_\nu^+ W_\mu^- \left[ W^{+,\nu} W^{-,\mu} - W^{+,\mu} W^{-,\nu} \right] + \\
 & + ie \left[ (W^{+,\mu} W^{-,\nu} - W^{+,\nu} W^{-,\mu}) \partial_\nu A_\mu + A^\nu W^{-,\mu} F_{W,\mu\nu} - A^\nu W^{+,\mu} F_{W,\mu\nu}^\dagger \right] + \\
 & + ig \cos \theta_W \left[ W^{+,\nu} Z^{0,\mu} F_{W,\mu\nu}^\dagger - W^{-,\nu} Z^{0,\mu} F_{W,\mu\nu} + W_\mu^+ W_\nu^- F_{Z^0}^{\mu\nu} \right]. \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

Os três primeiros termos da Equação (3.52) representa a parte cinética do campo eletromagnético e dos bósons físicos de gauge;  $Z_\mu^0$  e  $W_\mu^\pm$ , respectivamente. Os demais termos representam as combinações tri e quadri-lineares dos bósons de gauge.

### 3.6 Interações Eletrofracas dos Quarks

A inserção das interações dos quarks é feita de maneira semelhante ao que foi desenvolvido para o caso dos léptons. São três famílias dispostas em dubletos e singletos,

$$Q_{aL} = \begin{pmatrix} u_a \\ d'_a \end{pmatrix}_L ; u_{aR}; d'_{aR}, \quad (3.53)$$

onde

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u; u_2 = c; u_3 = t, \\
 d'_1 &= d'; d'_2 = s'; d'_3 = b',
 \end{aligned}$$

e apresentam transformações de gauge análogas ao setor leptônico. Podemos obter as hipercargas fracas para os quarks via relação de Gell-Mann/Nishijima:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{Y_{Q_{aL}}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Y_{Q_{aL}} + 1 \\ Y_{Q_{aL}} - 1 \end{pmatrix}. \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

$$Y_{u_{aR}} = 2 \left( \frac{2}{3} \right) - 2(0); \quad (3.55)$$

$$Y_{d'_{aR}} = 2 \left( -\frac{1}{3} \right) - 2(0). \quad (3.56)$$

Dessa forma,  $Y_{Q_{aL}} = 1/3$ ,  $Y_{u_{aR}} = 4/3$  e  $Y_{d'_{aR}} = -2/3$ . Para o caso dos léptons, apenas a componente com isospin  $T_3 = -1/2$  do dubleto era maciça. No entanto, para os quarks, ambas as componentes do dubleto são maciças. Por conseguinte, além do dubleto de Higgs, torna-se necessário introduzir um dubleto complexo conjugado de Higgs que possua hipercarga  $Y_{\bar{\phi}} = -1$ , de forma que o termo referente à massa dos quarks de isospin  $T_3 = +1/2$  também seja invariante frente às transformações de gauge.

Sabemos que o dubleto de Higgs é dado pela seguinte expressão:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (3.57)$$

com  $Y_{\phi} = +1$ , e o dubleto complexo conjugado de Higgs é dado por:

$$\bar{\phi} = i\sigma_2\phi^* = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \bar{\phi}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (3.58)$$

com  $Y_{\bar{\phi}} = -1$ . Dessa forma, temos que a lagrangiana de Yukawa é dada por:

$$\mathcal{L}_{Quarks}^{Yukawa} = - \sum_{a=1}^3 \left[ G_{u_a}^Y \bar{u}_{aR} (\bar{\phi}^\dagger Q_{aL}) + G_{d_a}^Y \bar{d}_{aR} (\phi^\dagger Q_{aL}) \right] + h.c.. \quad (3.59)$$

A Equação (3.59) representa a massa das três famílias de quarks.

### 3.6.1 Correntes Carregada e Neutra para os Quarks

As notações  $d'$ ,  $s'$  e  $b'$  representam transições entre quarks de famílias diferentes e não são os autoestados de massa (quarks físicos) da teoria.

Dessa forma, partindo da premissa de que autoestados de interação dos quarks misturam entre si, vamos introduzir uma matriz de transformação a qual estabelece uma relação entre os autoestados de interação  $d'$  e  $s'$  e os autoestados de massa  $d$  e  $s$  [65], dada pela seguinte expressão:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}, \quad (3.60)$$

onde  $\theta_C$  é o ângulo de Cabibbo ( $\cos \theta_C = 0.9737 \pm 0.0025$ ). Além disso, a matriz representada pela Equação (3.60) é unitária, isso se deve ao fato de que a corrente neutra não gera mudanças de sabor entre os quarks. Substituindo a expressão (3.60) em (3.53), podemos reescrever os dubletos de mão-esquerda como sendo:

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ \cos \theta_C d + \sin \theta_C s \end{pmatrix}_L ; \quad (3.61)$$

$$Q_{2L} = \begin{pmatrix} c \\ -\sin \theta_C d + \cos \theta_C s \end{pmatrix}_L . \quad (3.62)$$

Para determinarmos as correntes carregada e neutra, realizaremos o mesmo procedimento que foi feito para o caso dos léptons. Seguindo este percurso, obteremos as correntes de interações dos quarks do modelo. Portanto, de maneira análoga a Equação (3.41), temos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks} = & \left( \bar{u}_a \quad \bar{d}'_a \right)_L i\gamma^\mu \begin{pmatrix} \frac{iA_\mu}{2}(g \sin \theta_W + g'Y_{Q_{aL}} \cos \theta_W) & & & \\ + \frac{iZ_\mu^0}{2}(g \cos \theta_W - g'Y_{Q_{aL}} \sin \theta_W) & & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & \\ & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & & \\ & & \frac{iA_\mu}{2}(-g \sin \theta_W + g'Y_{Q_{aL}} \cos \theta_W) & \\ & & - \frac{iZ_\mu^0}{2}(g \cos \theta_W + g'Y_{Q_{aL}} \sin \theta_W) & \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} u_a \\ d'_a \end{pmatrix}_L + \bar{u}_{aR} i\gamma^\mu \left[ \partial_\mu + \frac{ig'Y_{u_{aR}}}{2}(\cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu^0) \right] u_{aR} + \bar{d}'_{aR} i\gamma^\mu \times \\ & \times \left[ \partial_\mu + \frac{ig'Y_{d'_{aR}}}{2}(\cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu^0) \right] d'_{aR}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Sabemos que as hipercargas  $Y_{Q_{aL}}$ ,  $Y_{u_{aR}}$  e  $Y_{d'_{aR}}$  são dadas por  $1/3$ ,  $4/3$  e  $-2/3$ , respectivamente. Portanto, fazendo algumas manipulações matemáticas considerando  $\cos \theta_W = g/\sqrt{g^2 + g'^2}$  e  $\sin \theta_W = g'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ , obtemos a seguinte expressão:



$$\begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} \end{pmatrix}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} \end{pmatrix}_L \mathcal{U} \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L. \quad (3.67)$$

Onde  $\mathcal{U}$  é a matriz unitária de Cabibbo. Generalizando para a mistura envolvendo os três famílias de quarks, obtemos:

$$\begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L V \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L. \quad (3.68)$$

Onde  $V$  é a matriz de mistura entre os quarks de diferentes gerações, chamada de matriz de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM)[66], dada por:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

em que  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ , onde  $\theta_{ij}$  é o ângulo de mistura entre as famílias e  $\delta_{13}$  é o ângulo de fase. A violação de CP nos processos por interação fraca ocorre devido à existência da fase complexa  $\delta_{13}$ , que aparece naturalmente na matriz de CKM.

A corrente neutra para o caso dos quarks o resultado é dada por:

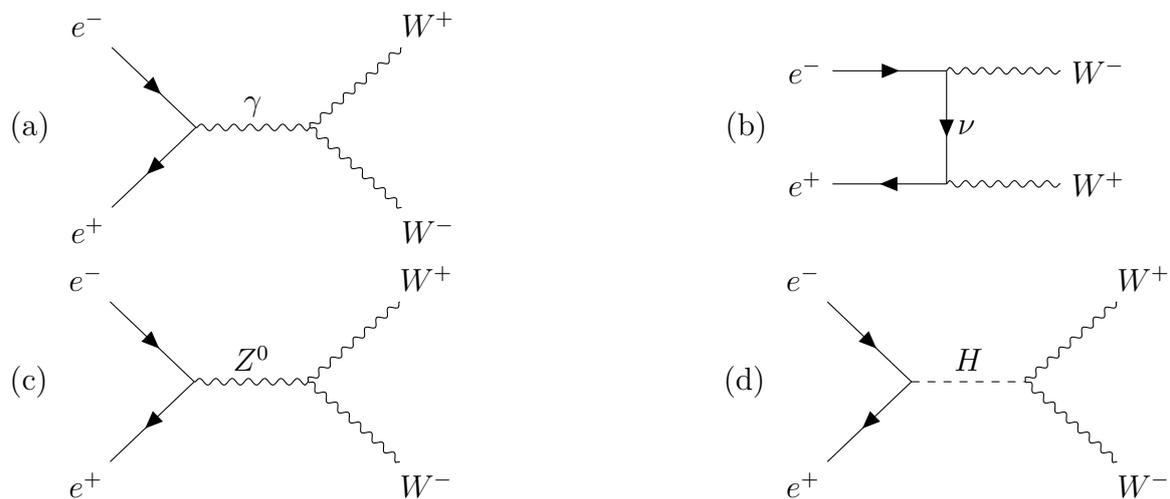
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks}^{CN} &= -\frac{2}{3} \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{u}_a \gamma^\mu u_a A_\mu + \frac{1}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} \left( \frac{5g'^2}{3} - g^2 \right) \bar{u}_a \gamma^\mu u_a Z_\mu^0 + \\ &+ \frac{1}{3} \frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{d}'_a \gamma^\mu d'_a A_\mu + \frac{1}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} \left( g^2 - \frac{g'^2}{3} \right) \bar{d}'_a \gamma^\mu d'_a Z_\mu^0. \\ &= -\frac{2}{3} e \bar{u}_a \gamma^\mu u_a A_\mu + \frac{5}{3} e \bar{d}'_a \gamma^\mu d'_a A_\mu + \frac{g}{2 \cos \theta_W} \left[ \frac{5}{3} \sin^2 \theta_W + (\sin^2 \theta_W - 1) \right] \times \\ &\times \bar{u}_a \gamma^\mu u_a Z_\mu^0 - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \left[ \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W + (\sin \theta_W - 1) \right] \bar{d}'_a \gamma^\mu d'_a Z_\mu^0. \end{aligned} \quad (3.70)$$

Podemos observar a partir da Equação (3.70) que, diferente das correntes fracas carregadas, as correntes neutras não mudam o sabor das partículas envolvidas, mesmo havendo oscilações entre os quarks.

## 4 Processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ no Modelo Padrão

Neste capítulo, nosso objetivo é realizar um estudo de investigação e análise da distribuição angular do processo em questão no que diz respeito ao comportamento das seções de choques diferencial e total em função da energia de centro de massa e do ângulo de espalhamento. A princípio, vamos considerar apenas as contribuições individuais de cada diagrama de Feynman, e em um segundo momento, consideraremos a soma de todas as contribuições para o processo e seus termos intermediários  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . No entanto, vamos desconsiderar a contribuição intermediada pelo propagador de Higgs, uma vez que estamos submetidos à altas energias. Isso se dá pelo fato da massa do elétron ( $m_{el\acute{e}tron} = 5 \times 10^{-4} GeV$ ) ser desprezível quando comparada ao valor da energia de centro de massa ( $200 - 500 GeV$ ), e observamos na lagrangiana de Yukawa (3.19) que a interação entre os léptons e o bóson de Higgs acontece de maneira proporcional a sua respectiva massa,  $G_{He} = M_e/v$ .

Diante disso, o processo estudado neste capítulo apresenta quatro possíveis diagramas de Feynman, como pode ser visto na Figura 5.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 5 – Diagramas de Feynman para o processo de espalhamento  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  a nível de árvore.

Além disso, podemos extrair todos os vértices das interações trilineares expressos na Figura 5 e suas respectivas regras de Feynman. Dessa forma, considerando os acoplamentos

trilineares representados nas lagrangianas dadas pelas equações (3.19), (3.43), (3.45) e (3.52), obtemos:

$e^-$  and  $e^+$  lines meet at a vertex with a photon line  $\gamma$  (momentum  $p$ ) and a  $A^\mu$  label. The Lagrangian term is:  $-iq\bar{e}\gamma^\mu e = -ie\bar{e}\gamma^\mu e$ .

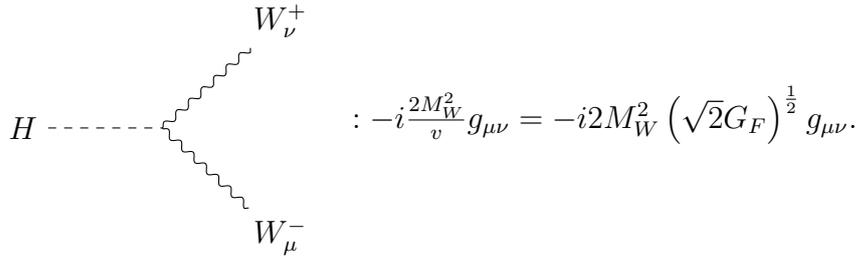
$A_\lambda$  line with momentum  $p$  splits into  $W_\alpha^+$  (momentum  $k_+$ ) and  $W_\beta^-$  (momentum  $k_-$ ). The Lagrangian term is:  $ie[(k_+ - k_-)_\lambda g_{\alpha\beta} - (p + k_+)_\beta g_{\alpha\lambda} + (p + k_-)_\alpha g_{\beta\lambda}]$ .

$Z_\lambda^0$  line with momentum  $p$  splits into  $W_\alpha^+$  (momentum  $k_+$ ) and  $W_\beta^-$  (momentum  $k_-$ ). The Lagrangian term is:  $\frac{ie \cos \theta_W}{\sin \theta_W} [(k_+ - k_-)_\lambda g_{\alpha\beta} - (p + k_+)_\beta g_{\alpha\lambda} + (p + k_-)_\alpha g_{\beta\lambda}]$ .

$\nu$  line meets a vertex with an  $e^+$  line and a  $W_\lambda^+$  line. The Lagrangian term is:  $-i\frac{g}{2\sqrt{2}}\bar{\nu}\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)e = -i\left(\frac{M_W^2 G_F}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\bar{\nu}\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)e$ .

$e^-$  and  $e^+$  lines meet at a vertex with a  $Z_\lambda^0$  line. The Lagrangian term is:  $\frac{-i}{\sqrt{2}}\left(\frac{M_Z^2 G_F}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\bar{e}\gamma_\lambda[2\sin^2 \theta_W(1 + \gamma_5) + (2\sin \theta_W - 1)(1 - \gamma_5)]e$ .

$e^-$  and  $e^+$  lines meet at a vertex with a Higgs boson line  $H$ . The Lagrangian term is:  $-\frac{iM_e}{v} = -iM_e(\sqrt{2}G_F)^{\frac{1}{2}}$ .



$$: -i \frac{2M_W^2}{v} g_{\mu\nu} = -i 2M_W^2 \left(\sqrt{2}G_F\right)^{\frac{1}{2}} g_{\mu\nu}.$$

As variáveis de Mandelstam são introduzidas na nossa reação de acordo com a forma como os momentos são transferidos entre os estados inicial e final. Essas variáveis estabelecem relações que envolvem a energia, o momento e o ângulo de espalhamento das partículas iniciais e finais presentes no processo. Observando a Figura 5, podemos identificar a presença de dois canais de transferência de momento: aniquilação (canal s) e espalhamento (canal t) [67]. Essas duas combinações são definidas como sendo:

$$s = (p_- + p_+)^2 = (k_- + k_+)^2; \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} t &= (p_- - k_-)^2 = (p_+ - k_+)^2. \\ &= p_-^2 + k_-^2 - 2 \left[ E^2 - E(E^2 - M_W^2)^{\frac{1}{2}} \cos(\alpha) \right]. \\ &= M_W^2 - \frac{4E^2}{2} + \frac{4E^2}{2} \left( 1 - \frac{4M_W^2}{4E^2} \right)^{\frac{1}{2}} \cos(\alpha). \\ &= M_W^2 - \frac{s}{2} + \frac{s}{2} \left( 1 - \frac{4M_W^2}{s} \right)^{\frac{1}{2}} \cos(\alpha). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Onde  $p_-$ ,  $p_+$ ,  $k_-$  e  $k_+$  são os momentos do elétron ( $e^-$ ), do pósitron ( $e^+$ ), dos bosons  $W^-$  e  $W^+$ ; respectivamente. Além disso,  $\alpha$  corresponde ao ângulo de espalhamento entre o elétron e o  $W^+$ , e  $\sqrt{s}$  é a energia no referencial de centro de massa.

Dessa forma, a seção de choque diferencial para o processo em questão dependente do ângulo de espalhamento  $\alpha$  é dada pela seguinte expressão [68]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{CoM}} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 s} \left[ \frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)} \right], \quad (4.3)$$

onde  $\lambda(s, m_1^2, m_2^2)$  e  $\lambda(s, m_3^2, m_4^2)$  são funções triangulares, definidas como:

$$\lambda(s, m_1^2, m_2^2) = s^2 + m_1^2 + m_2^2 - 2sm_1 - 2m_1m_2 - 2sm_2, \quad (4.4)$$

e

$$\lambda(s, m_3^2, m_4^2) = s^2 + m_3^2 + m_4^2 - 2sm_3 - 2m_3m_4 - 2sm_4. \quad (4.5)$$

Substituindo as equações (4.4) e (4.5) em (4.3) e realizando algumas manipulações matemáticas, obtemos a seguinte expressão para a seção de choque diferencial:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{COM}} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 s} \frac{[s - (m_1 + m_2)^2]^{\frac{1}{2}} [s - (m_1 - m_2)^2]^{\frac{1}{2}}}{[s - (m_3 + m_4)^2]^{\frac{1}{2}} [s - (m_3 - m_4)^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.6)$$

onde  $\mathcal{M}$  é a amplitude de espalhamento e  $m_i$  a massa das partículas envolvidas no processo. Além disso, a amplitude total da reação é dada pela soma das contribuições dos três diagramas, bem como de um termo de interferência entre eles. Vale ressaltar que a contribuição intermediada pelo bóson de Higgs será desprezada. Assim sendo, temos que:

$$\mathcal{M}_T = \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_\nu + \mathcal{M}_{Z^0}. \quad (4.7)$$

Onde  $\mathcal{M}_\gamma$ ,  $\mathcal{M}_\nu$  e  $\mathcal{M}_{Z^0}$  são as amplitudes que apresentam as contribuições isoladamente do fóton intermediário, do neutrino intermediário e do  $Z^0$  intermediário; respectivamente. Elevando ambos os termos da Equação (4.7) ao quadrado, obtemos:

$$|\mathcal{M}_T|^2 = |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_\nu + \mathcal{M}_{Z^0}|^2. \quad (4.8)$$

## 4.1 Contribuições Individuais Para o Processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Para calcular as amplitudes quadráticas e as seções de choque diferenciais e integrais para o processo representado na Figura 5 foi utilizado o programa CalcHep [50] juntamente com o software Mathematica [48]. A princípio, vamos realizar o desenvolvimento da seção choque diferencial e integral para a contribuição do fóton ( $\gamma$ ) isoladamente, representado pelo diagrama (5.a). Dessa forma, a amplitude quadrática  $|\mathcal{M}_\gamma|^2$  referente à contribuição do fóton é dada por:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_\gamma|^2 = & \frac{4G_F^2 M_{Z^0}^2 \cos^4 \theta_W \sin^4 \theta_W}{M_W^4 s} (4M_W^2 - s) \{12[-1 + \cos^2 \alpha] M_W^4 + \\ & -4[3 + \cos^2 \alpha] M_W^2 s + [-1 + \cos^2 \alpha] s^2\}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

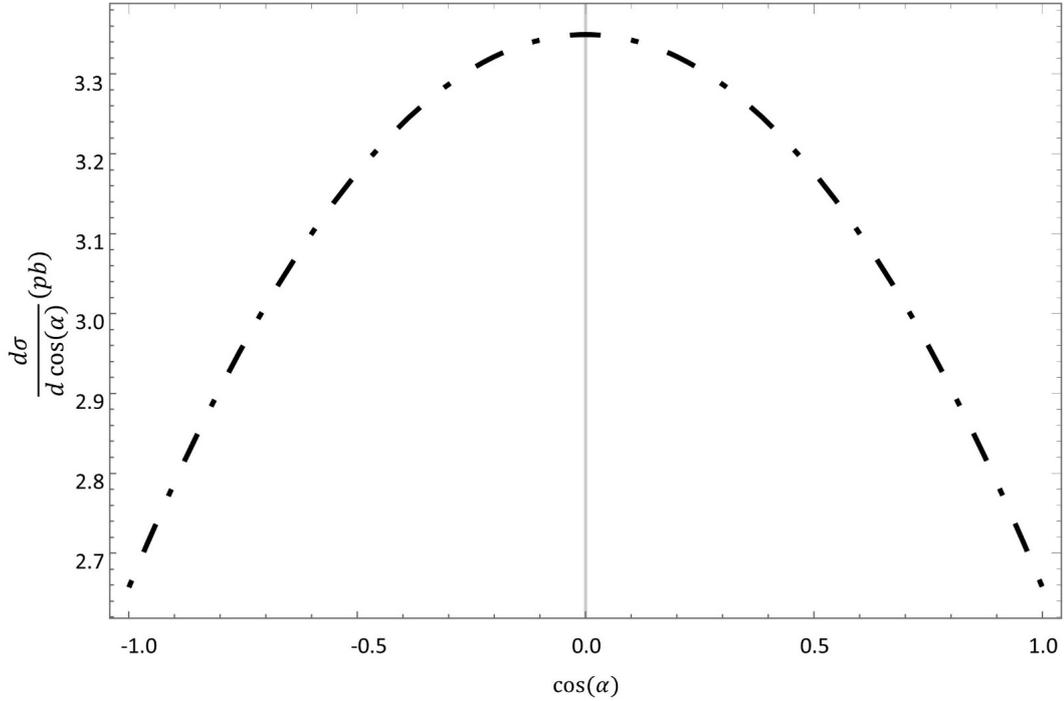
onde  $G_F$  é a constante de Fermi,  $\theta_W$  o ângulo de Weinberg e  $\alpha$  o ângulo de espalhamento. Substituindo a amplitude quadrática representada pela Equação (4.9) em (4.6),

obtemos a seguinte representação para a seção transversal diferencial do fóton isoladamente:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\cos\alpha}\right)_\gamma = -\frac{G_F^2 M_{Z^0}^2 \cos^4\theta_W \sin^4\theta_W \sqrt{s(s-4M_W^2)}}{16\pi^2 s^3 M_W^4} \{12[-1+\cos^2\alpha]M_W^4 +$$

$$-4[3+\cos^2\alpha]M_W^2 s + [-1+\cos^2\alpha]s^2\}. \quad (4.10)$$

A Figura 6 mostra o comportamento da Equação (4.10) para energia  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ , e foi plotada considerando os seguintes valores para suas variáveis:  $G_F = 1.166 \times 10^{-5}$ ,  $M_W = 80 \text{ GeV}$ ,  $M_{Z^0} = 91 \text{ GeV}$ ,  $\sin^2\theta_W = 0,2314$  e  $\cos^2\theta_W = 0,7686$ .



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 6 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição com aniquilação de um fóton isoladamente para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , considerando  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ .

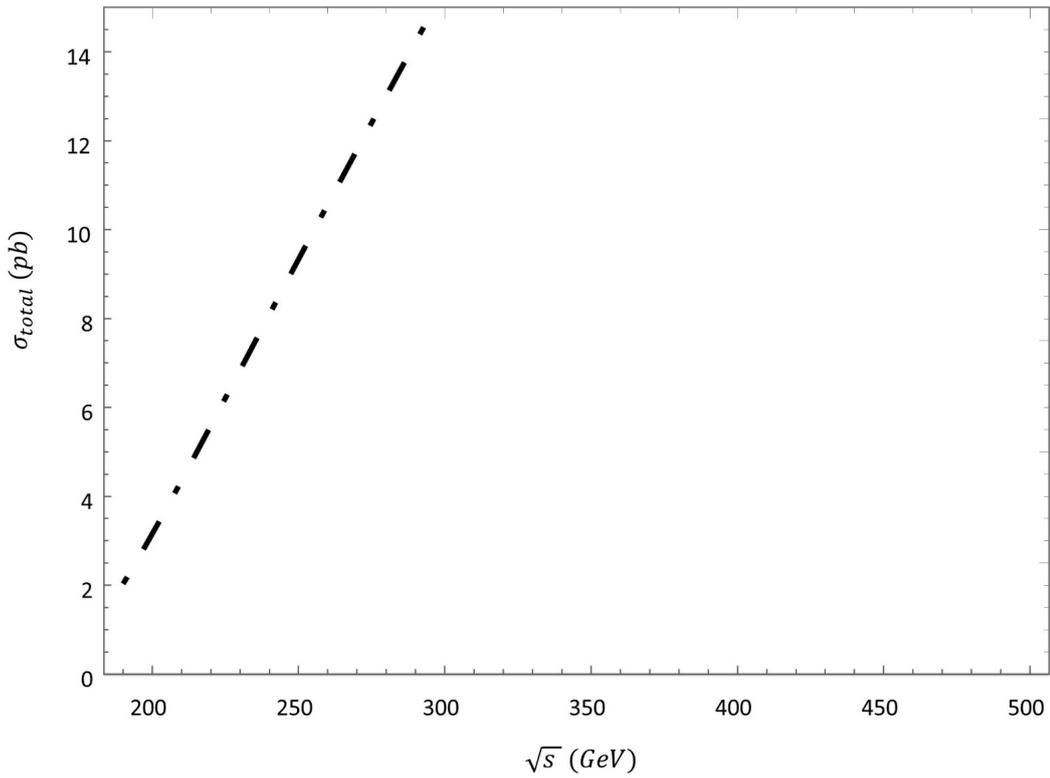
A Figura 6 apresenta seu máximo em  $\cos(\alpha) = 0$  e seus mínimos em  $\cos(\alpha) = \pm 1$ , respectivamente. Além disso, podemos observar uma invariância (conservação) de paridade, ou seja, as configurações são as mesmas à direita e à esquerda, já que os fenômenos ocorrem da mesma forma para as duas direções. De fato, as lagrangianas da Eletrodinâmica Quântica (QED) foram construídas de forma a apresentarem a invariância de Carga-Paridade (CP) de suas naturezas, uma vez que só há interações entre elementos que não oscilam de famílias entre si. A escolha do valor para energia do centro de massa  $\sqrt{s}$  foi devido a relação de dependência entre essa e a seção de choque diferencial, uma vez que para ocorrer

a detecção é necessário energia excedente ao limiar da energia de repouso das partículas produzidas no final do processo, no caso em questão, superior a  $2 \times M_W = 162 \text{ GeV}$ .

Vamos realizar agora uma análise do comportamento da seção de choque total em relação à energia devido apenas a contribuição do fóton ( $\gamma$ ), diagrama (5.a). A seção de choque total para essa situação é dada por:

$$(\sigma_{total})_\gamma = \frac{G_F^2 M_Z^4 \sin^4(2\theta_W)}{96 M_W^4 \pi s^4} \left[ (-4M_W^2 + s)^2 (24M_W^6 + 4M_W^4 s + 22M_W^2 s^2 + s^3) \right]. \quad (4.11)$$

A Equação (4.11) nos fornece a seção de choque total em função da energia de centro de massa  $\sqrt{s}$ . De maneira análoga ao que foi desenvolvido para a seção diferencial de choque, a seção de choque total representada pela Equação (4.11) apresenta seu comportamento expresso na Figura 7.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 7 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido apenas a contribuição do fóton ( $\gamma$ ) para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

Realizando uma observação na Figura 7 constatamos que a seção de choque total diverge para altas energias. Como resultado, temos a violação da conservação de probabilidade da matriz de espalhamento, também chamada de limite de Froissart-Martin. Esse limite delimita superiormente o crescimento da seção de choque total em termos da energia das partículas colidentes [69][70], representado matematicamente pela equação:

$$\sigma_{total} \leq K (\ln s)^2, \quad (4.12)$$

onde  $K$  é uma constante e  $s$  é uma variável de Mandelstam. Dessa forma, o crescimento da seção de choque total em função da energia não pode ser mais rápido do que o quadrado do logaritmo natural da energia de centro de massa.

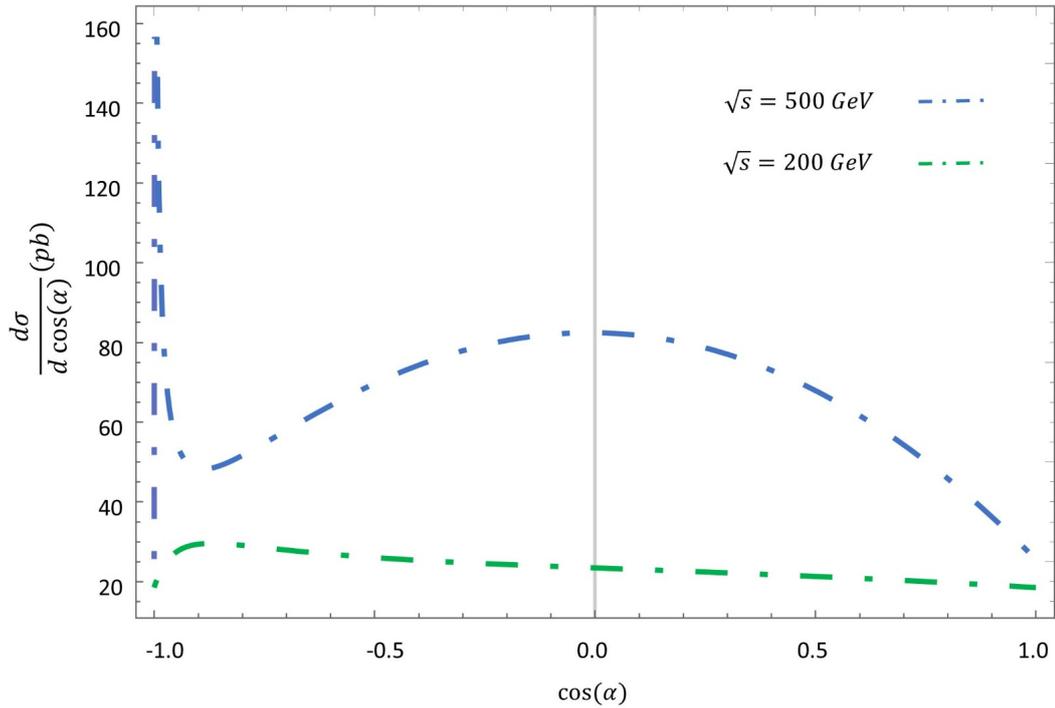
Vamos realizar o mesmo procedimento para o neutrino intermediário  $\nu$ . A amplitude quadrática  $|\mathcal{M}_\nu|^2$  devido a contribuição apenas do neutrino intermediário é dada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_\nu|^2 &= \frac{G_F^2 M_Z^4 s \cos^4 \theta_W}{2M_W^4 (-2M_W^2 + s + \cos \alpha \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s})^2} \{16(-1 + 5 \cos^2 \alpha) M_W^6 + \\ &\quad -(-1 + \cos^2 \alpha) s^{\frac{5}{2}} [(1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} + 2 \cos \alpha \sqrt{-4M_W^2 + s}] + \\ &\quad -4M_W^4 [(7 + 21 \cos^2 \alpha + 4 \cos^4 \alpha) s + 4 \cos \alpha (3 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s}] + \\ &\quad +4M_W^2 [2(1 + \cos^2 \alpha)^2 s^2 + \cos \alpha (5 + 3 \cos^2 \alpha) s^{\frac{3}{2}} \sqrt{-4M_W^2 + s}]\}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Substituindo a amplitude quadrática representada pela Equação (4.14) na Equação (4.6), obtemos a seguinte expressão para a seção transversal diferencial (considerando apenas a contribuição do neutrino intermediário):

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d \cos \alpha} \right)_\nu &= \frac{G_F^2 M_Z^4 \cos^4 \theta_W}{128\pi^2 M_W^4 (-2M_W^2 + s + \cos \alpha \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s})^2} \{16(-1 + 5 \cos^2 \alpha) M_W^6 + \\ &\quad -(-1 + \cos^2 \alpha) s^{\frac{5}{2}} [(1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} + 2 \cos \alpha \sqrt{-4M_W^2 + s}] + \\ &\quad -4M_W^4 [(7 + 21 \cos^2 \alpha + 4 \cos^4 \alpha) s + 4 \cos \alpha (3 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s}] + \\ &\quad +4M_W^2 [2(1 + \cos^2 \alpha)^2 s^2 + \cos \alpha (5 + 3 \cos^2 \alpha) s^{\frac{3}{2}} \sqrt{-4M_W^2 + s}]\}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Substituindo as variáveis presentes na Equação (4.14) pelos seus respectivos valores e fazendo com que o cosseno do ângulo de espalhamento varra todos os seus possíveis valores, obtemos a Figura 8.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

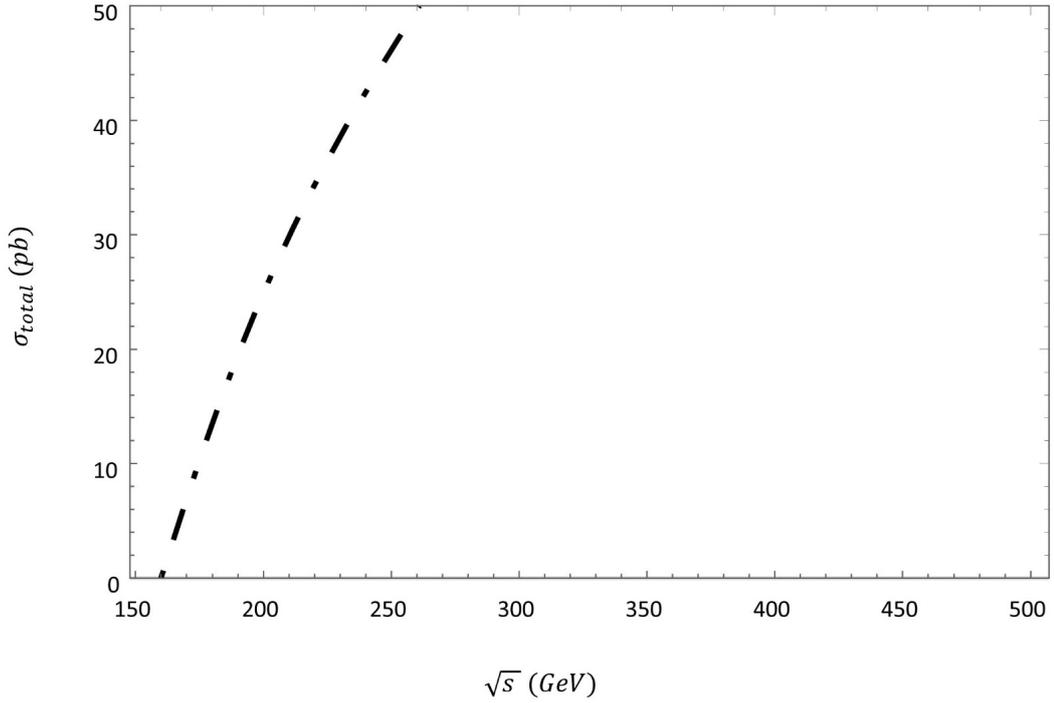
Figura 8 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição com troca de um neutrino isoladamente para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

A Figura 8 apresenta um comportamento assimétrico para distribuição da seção transversal diferencial em relação ao cosseno do ângulo de espalhamento para a contribuição do neutrino intermediário isoladamente. Experimentos foram realizados por C.S. Wu e colaboradores com o objetivo de explicar a violação de paridade na interação fraca. Esses experimentos, que consistiam em observar o comportamento da distribuição dos elétrons produzidos no decaimento beta do isótopo  $^{60}\text{Co}$ , possibilitaram mostrar que não apenas a paridade é violada, mas também que essa violação apresenta seu máximo em  $\cos(\alpha) = -1$  [71]. De fato, os neutrinos apresentam apenas quiralidade de mão-esquerda e oscilam de sabores de interação entre si. O fato dos neutrinos realizarem misturas resulta em violação da simetria CP devido a presença de uma fase complexa na matriz unitária de mistura MNS [72]. Além disso, ocorre a violação da conjugação de carga  $\mathcal{C}$  nas interações fracas, uma vez que ao aplicar essa em um neutrino de mão-esquerda obtém-se um antineutrino de mão-esquerda (não existe).

A seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido a contribuição com troca de um neutrino isoladamente para o processo, diagrama (5.b), é dada por:

$$\begin{aligned}
(\sigma_{total})_\nu = & \frac{G_F^2 M_Z^4 \cos^4 \theta_W}{48 M_W^4 \pi (3 M_W^2 - s) s^2} [288 M_W^8 - 464 M_W^6 s + 174 M_W^4 s^2 - 15 M_W^2 s^3 - s^4 + \\
& + 24 M_W^4 (6 M_W^4 - 5 M_W^2 s + s^2) \log[-M_W^2 / (3 M_W^2 - s)]], \quad (4.15)
\end{aligned}$$

e tem seu comportamento descrito na Figura 9.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 9 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido a contribuição com troca de um neutrino isoladamente para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

A Figura 9 ilustra que a seção de choque total para altas energias devido a contribuição com troca do neutrino intermediário isoladamente também cresce indefinidamente com a energia, violando a probabilidade da matriz de espalhamento.

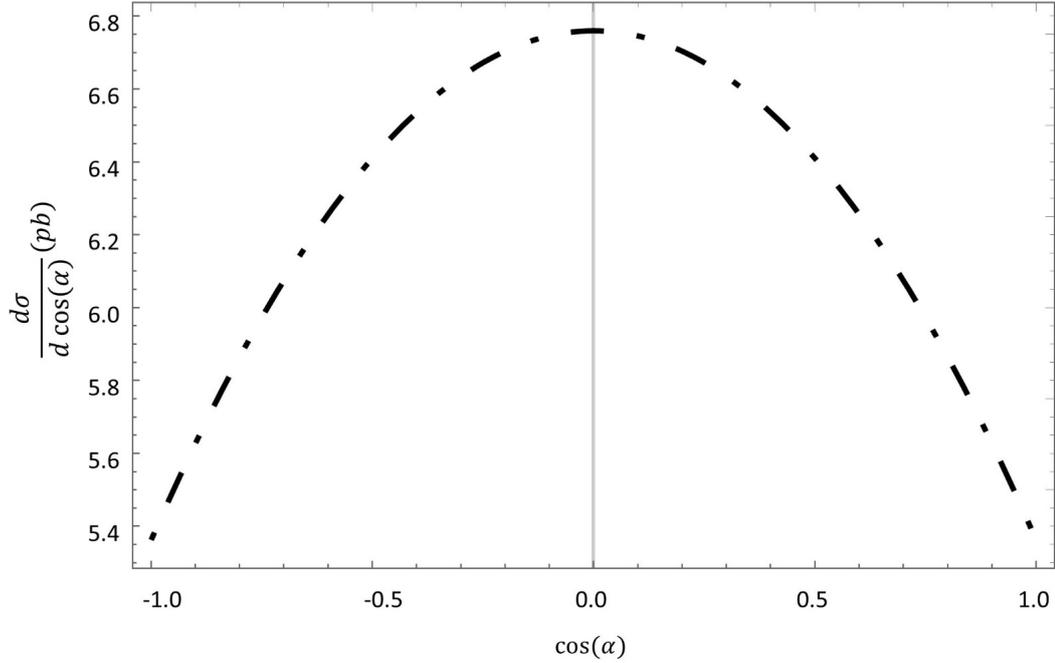
Finalmente, analisaremos o comportamento da contribuição isoladamente do  $Z^0$  intermediário. Para essa circunstância, a amplitude quadrática  $|\mathcal{M}_{Z^0}|^2$  é dada pela Equação (4.19):

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{Z^0}|^2 = & -\frac{G_F^2 M_{Z^0}^4 s \cos^8 \theta_W [2 - 2 \cos(2\theta_W) + \cos(4\theta_W)]}{2 M_W^4 (M_W^2 - s \cos^2 \theta_W)^2} \{(-4 M_W^2 + s) \times \\
& \times [12(-1 + \cos^2 \alpha) M_W^4 - 4(3 + \cos^2 \alpha) M_W^2 s + (-1 + \cos^2 \alpha) s^2]\}. \quad (4.16)
\end{aligned}$$

A expressão da seção de choque diferencial em função do ângulo de espalhamento, considerando apenas a contribuição do  $Z^0$ , é dada por:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\cos\alpha} \right)_{Z^0} &= \frac{G_F^2 M_{Z^0}^4 \cos^8 \theta_W [2 - 2\cos(2\theta_W) + \cos(4\theta_W)] \sqrt{s(s - 4M_W^4)}}{128\pi^2 s M_W^4 (M_W^2 - s \cos^2 \theta_W)^2} \times \\ &\times \{ (-4M_W^2 + s) [12(-1 + \cos^2 \alpha) M_W^4 - 4(3 + \cos^2 \alpha) M_W^2 s + \\ &+ (-1 + \cos^2 \alpha) s^2] \}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

a qual apresenta na Figura 10 seu comportamento para energia de centro de massa igual a  $200 \text{ GeV}$ .



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 10 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a contribuição de um  $Z^0$  isoladamente para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

A Figura 10 mostra uma invariância de paridade para o comportamento da seção de choque diferencial devido a contribuição do  $Z^0$ . Isso se deve ao fato de que as correntes neutras do  $Z^0$  não sofrem nenhuma mudança via transformação unitária  $U$ , ou seja, não alteram sua forma quando escritas na base de massa:

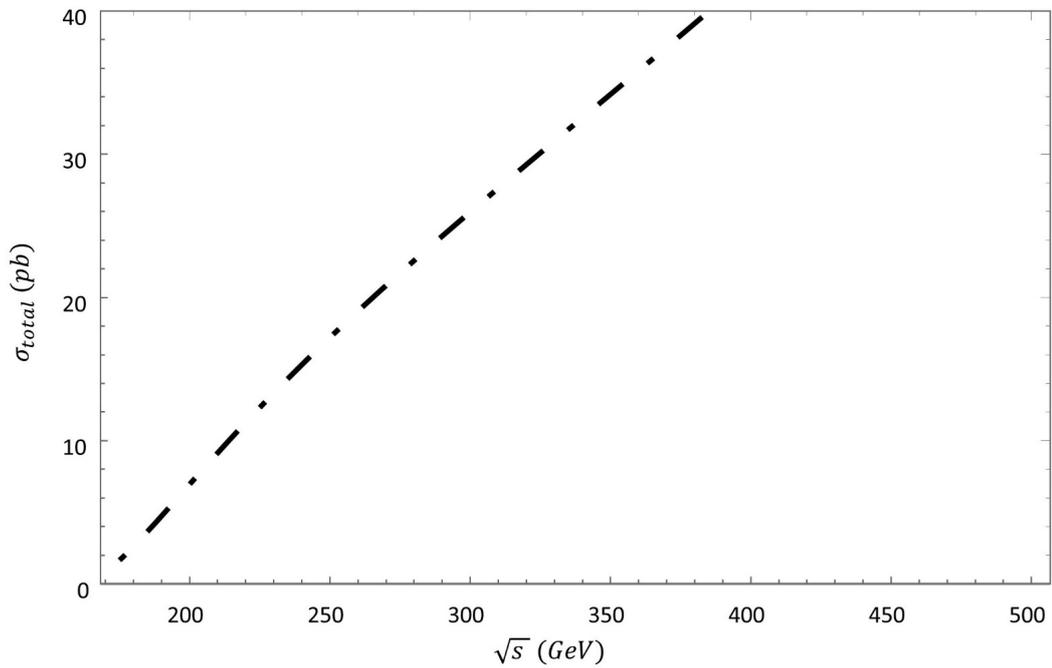
$$\bar{l}_a \gamma^\mu l_a = \bar{l}'_a \gamma^\mu U^\dagger U l'_a = \bar{l}'_a \gamma^\mu l'_a. \quad (4.18)$$

Dessa forma, não há mistura de sabores, logo não há violação da simetria CP.

Além disso, a seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido a contribuição de um  $Z^0$  isoladamente para o processo, diagrama (5.c), é dada por:

$$(\sigma_{total})_{Z^0} = \frac{G_F^2 M_{Z^0}^4 \cos^8 \theta_W [2 - 2 \cos(2\theta_W) + \cos(4\theta_W)]}{48 M_W^4 \pi s^2 (M_W^2 - s + s \sin^2 \theta_W)^2} \times \\ \times [(-4M_W^2 + s)^2 (24M_W^6 + 4M_W^4 s + 22M_W^2 s^2 + s^3)], \quad (4.19)$$

a qual apresenta seu comportamento na Figura 11.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 11 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido a contribuição com aniquilamento de um  $Z^0$  isoladamente para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

A Figura 11 explicita que a seção de choque total para altas energias devido a contribuição com aniquilamento de um  $Z^0$  isoladamente também viola a probabilidade de espalhamento. Dessa forma, podemos concluir que a seção de choque total de cada uma das contribuições individuais envolvidas no processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  apresenta um comportamento que viola a probabilidade da matriz de espalhamento e diverge.

## 4.2 Contribuição Total Para o Processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Nesta seção, iremos realizar uma breve análise sobre o comportamento da seção de choque total devido a soma entre todas as contribuições individuais e os termos de

interferência (termos cruzados), os quais aparecerão com o desenvolvimento da Equação (4.8) via expansão do quadrado de um trinômio.

Assim sendo, a amplitude quadrática  $|\mathcal{M}_{total}|^2$  referente à contribuição total é dada pela seguinte expressão:

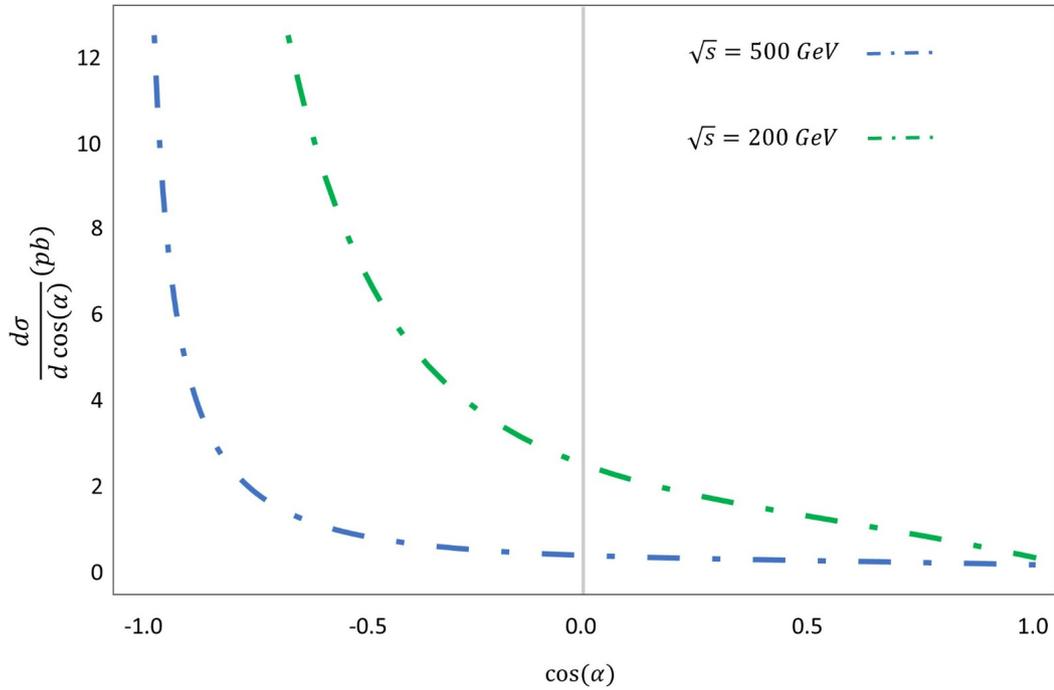
$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{total}|^2 = & \frac{G_F^2 M_Z^4 \cos^4 \theta_W}{4s(-2M_W^2 + s + \cos \alpha \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s})^2 (M_W^2 - s \cos^2 \theta_W)^2} \times \\
& \times \{ -1152M_W^{10} + 1152 \cos^2 \alpha M_W^{10} + 96M_W^8 s - 480 \cos^2 \alpha M_W^8 s + \\
& -1152 \cos^4 \alpha M_W^8 s + 736M_W^6 s^2 + 1056 \cos^2 \alpha M_W^6 s^2 + 1024 \cos^4 \alpha M_W^6 s^2 + \\
& -364M_W^4 s^3 - 316 \cos^2 \alpha M_W^4 s^3 - 472 \cos^4 \alpha M_W^4 s^3 + 28M_W^2 s^4 + 11s^5 + \\
& +16 \cos^2 \alpha M_W^2 s^4 + 116 \cos^4 \alpha M_W^2 s^4 - 11 \cos^4 \alpha s^5 + 1152 \cos \alpha M_W^8 \sqrt{s} \times \\
& \times \sqrt{-4M_W^2 + s} - 1152 \cos^3 \alpha M_W^8 \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s} + 96 \cos \alpha M_W^6 s^{(3/2)} \times \\
& \times \sqrt{-4M_W^2 + s} + 1184 \cos^3 \alpha M_W^6 s^{(3/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s} - 304 \cos \alpha M_W^4 s^{(5/2)} \times \\
& \times \sqrt{-4M_W^2 + s} - 528 \cos^3 \alpha M_W^4 s^{(5/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s} + 44 \cos \alpha M_W^2 s^{(7/2)} \times \\
& \times \sqrt{-4M_W^2 + s} + 116 \cos^3 \alpha M_W^2 s^{(7/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s} + 10 \cos \alpha s^{(9/2)} \times \\
& \times \sqrt{-4M_W^2 + s} - 10 \cos^3 \alpha s^{(9/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s} - 4\{384(-1 + \cos^2 \alpha)M_W^{10} + \\
& +(-1 + \cos^2 \alpha)s^{(9/2)}[(1 + \cos^2 \alpha)\sqrt{s} - 2 \cos \alpha \sqrt{-4M_W^2 + s}] - 128M_W^8 \times \\
& \times (\cos^2 \alpha s + 3 \cos^4 \alpha s - 3 \cos \alpha \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s} + 3 \cos^3 \alpha \sqrt{-4M_W^2 + s}) \times \\
& \times \sqrt{s} + 8M_W^6 [(29 + 47 \cos^2 \alpha + 36 \cos^4 \alpha)s^2 + 4 \cos \alpha (3 + 11 \cos^2 \alpha) \times \\
& \times s^{(3/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s}] - 4M_W^4 [(15 + 59 \cos^2 \alpha + 14 \cos^4 \alpha)s^3 + 4 \cos \alpha \times \dots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \dots \times (11 + 7 \cos^2 \alpha) s^{(5/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s} - 2M_W^2 [(1 - 18 \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha) s^4 + \\
& - 2 \cos \alpha (3 + 5 \cos^2 \alpha) s^{(7/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s}] \cos(2\theta_W) + \cos(4\theta_W) \times \\
& \times \{ 384(-1 + \cos^2 \alpha) M_W^{10} - (-1 + \cos^2 \alpha) s^{(9/2)} [3(1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} + \\
& + 2 \cos \alpha \sqrt{-4M_W^2 + s}] - 32M_W^8 [(3 + \cos^2 \alpha + 12 \cos^4 \alpha) s + 12 \cos \alpha \times \\
& \times (-1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{s} \sqrt{-4M_W^2 + s}] + 32M_W^6 [(5 + 19 \cos^2 \alpha + 4 \cos^4 \alpha) s^2 + \\
& + \cos \alpha (9 + 7 \cos^2 \alpha) s^{(3/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s}] - 4M_W^4 [(15 + 39 \cos^2 \alpha + 10 \cos^4 \alpha) \times \\
& \times s^3 + 4 \cos \alpha (7 + 5 \cos^2 \alpha) s^{(5/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s}] + 4M_W^2 [(3 + 5 \cos^4 \alpha) s^4 + \cos \alpha \times \\
& \times (3 + 5 \cos^2 \alpha) s^{(7/2)} \sqrt{-4M_W^2 + s}] \}. \tag{4.20}
\end{aligned}$$

Substituindo a amplitude quadrática total  $|\mathcal{M}_{total}|^2$  representada pela Equação (4.20) na Equação (4.6) e substituindo as variáveis pelos seus respectivos valores, obtemos o comportamento da seção transversal diferencial total representado na Figura 12, o qual foi considerado a energia de centro de massa igual a 200 GeV e a 500 GeV.

Além disso, a seção de choque total em função apenas da energia  $\sqrt{s}$  devido a contribuição total para o processo em questão é dada por:

$$\begin{aligned}
(\sigma)_{total} &= \frac{G_F^2 M_Z^4 \cos^4 \theta_W}{48\pi [(3M_W^2 - s) s^4 (M_W^2 - s + s \sin^2 \theta_W)^2]} \left\{ 3s^2 [544M_W^8 - 384M_W^6 s + \right. \\
& + 8(12M_W^8 - 13M_W^6 s + 3M_W^4 s^2 - 3M_W^2 s^3 + s^4) \log[-M_W^2 / (3M_W^2 - s)] \\
& + 13s^4 + 226M_W^4 s^2 - 93M_W^2 s^3] - 16s [312M_W^{10} + 46M_W^8 s - 47M_W^6 s^2 + \\
& + 36M_W^4 s^3 + 3(6M_W^{10} + 7M_W^8 s - 21M_W^6 s^2 + 3M_W^4 s^3 - 2M_W^2 s^4 + s^5) \times \\
& \times \log[-M_W^2 / (3M_W^2 - s)] - 28M_W^2 s^4 + 5s^5] \sin^2 \theta_W + 4[2304M_W^{12} + \\
& - 384M_W^{10} s + 1744M_W^8 s^2 - 1128M_W^6 s^3 + 246M_W^4 s^4 - 55M_W^2 s^5 + 9s^6 + \\
& + 6s^2 (-12M_W^8 - 26M_W^6 s + 4M_W^4 s^2 - M_W^2 s^3 + s^4) \log[-M_W^2 / (3M_W^2 - s)] \left. \right\} \times \\
& \times \sin^4 \theta_W \}. \tag{4.21}
\end{aligned}$$

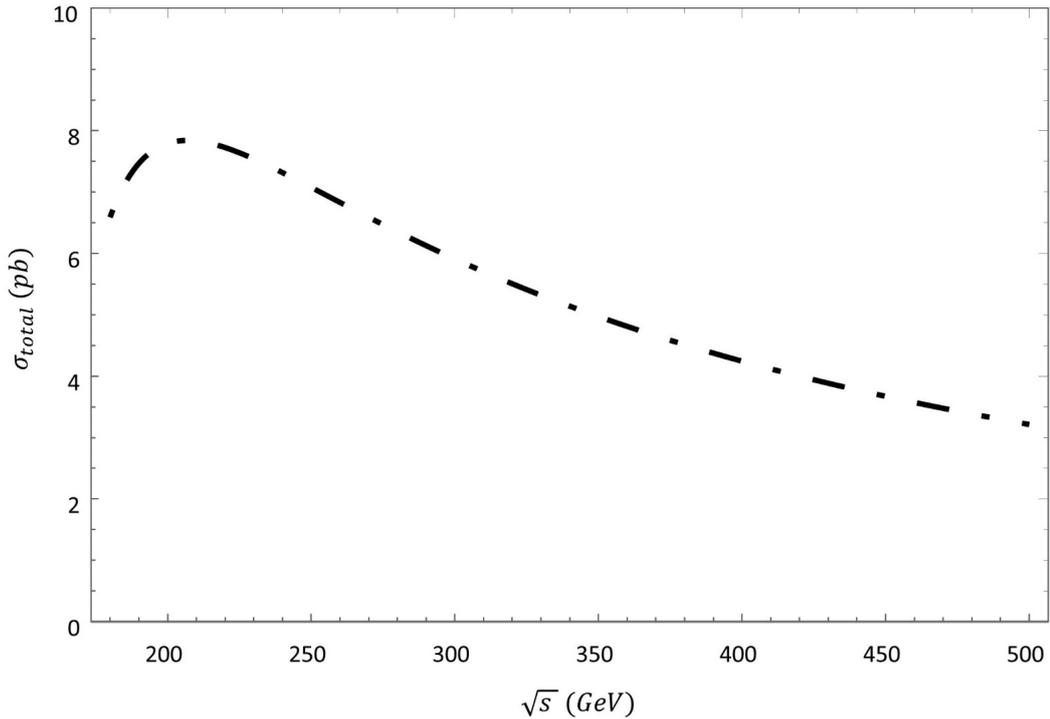


Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 12 – Comportamento da seção transversal diferencial em função do ângulo de espalhamento devido a todas as contribuições mais os termos de interferências no modelo padrão para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

A Figura 12 apresenta uma assimetria para o comportamento da seção diferencial de choque em relação ao cosseno do ângulo de espalhamento, ou seja, nessa situação também há violação de CP. De fato, a amplitude quadrática para tal situação levou em consideração a soma de todos os termos de contribuições para o processo, onde as contribuições que envolvem o neutrino intermediário violam a invariância de CP. Portanto, se em um dos termos da soma das contribuições ocorre violação, no resultante também ocorrerá. Além disso, podemos observar que essa violação apresenta seu máximo quando  $\cos \alpha = -1$ , conforme estudado anteriormente.

Embora as seções de choque total devido às contribuições isoladamente violam a conservação de probabilidade da matriz de espalhamento, a Figura 13 mostra que a seção de choque total devido a soma de todas as contribuições e dos termos intermediários apresenta um resultado suficientemente bem comportado para a faixa de energia em questão. Dessa forma, nosso resultado apenas reforçou que o Modelo Padrão é uma teoria extremamente bem sucedida no que diz respeito a explicação dos resultados obtidos experimentalmente para energia menores que  $1 \text{ TeV}$ .



Fonte: Elaborada pelo autor, 2023.

Figura 13 – Comportamento da seção de choque total em relação à energia  $\sqrt{s}$  devido a todas as contribuições mais os termos de interferências no modelo padrão para o processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ .

No entanto, o Modelo Padrão apresenta problemas quando a energia atinge determinados valores, conhecido na literatura como o *Problema da Hierarquia de Escalas*. Esse problema origina-se devido a existência de limite superior, imposto pela conservação da matriz de espalhamento da teoria, para a massa do bóson de Higgs na faixa de 1  $TeV$  [33][34]. Podemos chegar a esse valor de forma teórica através da análise da trivialidade do potencial  $V(\phi)$  expresso na Equação (2.2), via teorema da equivalência [73][74][75]. Uma vez que as correções para a massa do bóson de Higgs devem ser proporcional ao quadrado da escala de energia mais alta em que o Modelo Padrão pode ser válido. Portanto, para valores de energia superiores a 1  $TeV$ , torna-se necessária uma nova teoria para descrever a física para qualquer valor de energia, de forma que ela recupere o Modelo Padrão para baixas energias. Uma forma de solucionar o problema da hierarquia de maneira natural é com o auxílio de teorias que são fundamentadas em dimensões espaciais extras.

Outro ponto a se destacar é a não naturalidade no que se refere a explicação do motivo pelo qual alguns acoplamentos de Yukawa são tão diferentes de outros em ordem de grandeza, uma vez que as massas das três famílias de quarks e léptons variam consideravelmente entre si. Além disso, as massas dos férmions e os ângulos de mistura dos quarks são parâmetros livres, podendo ser ajustados artificialmente na teoria conforme os valores observados. Esse problema, que reforça novamente a existência de uma nova teoria que vai além do Modelo Padrão, é conhecido como *Problema de Massa dos Férmions*.

Por fim, no início da Seção (3.1) mencionamos alguns estudos que evidenciaram as oscilações de famílias ocorridas entre os neutrinos, exigindo uma possível extensão do Modelo Padrão para explicar a existência da massa dos neutrinos.

## 5 Massa dos Neutrinos e o Mecanismo Seesaw Tipo-I

De maneira semelhante ao que foi desenvolvido para o caso dos quarks tipo Down, podemos estabelecer uma relação entre os autoestados de sabor e os autoestados de massa para o neutrinos por meio da introdução de uma matriz de mistura, dada pela seguinte expressão:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U_{\beta j} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (5.1)$$

onde  $\beta = e, \mu, \tau$  e  $j = 1, 2, 3$ . Além disso,  $U_{\beta i}$  é chamada de matriz PMNS (Pontecorvo, Maki, Nakagawa e Sakata) e é parametrizada em função dos ângulos de misturas entre as famílias dos neutrinos e de uma função de fase de Dirac [72].

$$U_{\beta j} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Onde  $c_{ij}$  e  $s_{ij}$  são usados para denotar  $\cos \theta_{ij}$  e  $\sin \theta_{ij}$ , respectivamente.

Portanto, a oscilação dos neutrinos também é fonte de violação de CP na natureza devido a existência da fase complexa  $i\delta$ . É possível ainda estabelecer uma expressão analítica para quantificar a probabilidade de transição de sabor dos neutrinos via estudo da evolução temporal, a qual relaciona a probabilidade de transição com a energia, a distância e a diferença quadrática de massa dos autoestados dos neutrinos.

### 5.1 Massa de Dirac

A massa de neutrinos de Dirac é uma extensão ao Modelo Padrão no que se refere à tentativa de explicação da massa dos neutrinos. Uma vez que todos os férmions maciços presentes no nosso estudo possuem tanto um espinor de mão-esquerda quanto um de mão-direita, torna-se interessante partir da premissa da adição de um neutrino de mão-direita, representado pelo seguinte singleto:

$$\nu_{aR}, \quad (5.3)$$

com  $a = e, \mu, \tau$ .

Os neutrinos adicionados à teoria não participam de interações fracas, fortes e eletromagnéticas. Além disso, a assimetria presente na Figura (8) devido a não existência de neutrinos de mão-direita desaparece.

A lagrangiana de Yukawa agora pode ser reescrita considerando tanto os léptons carregados quanto os neutros, dessa forma, temos que:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{Yukawa} &= -G_Y^l \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[ (0 \ 1) \bar{l}_{aR} \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L + (\bar{\nu}_a \ \bar{l}_a)_L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} l_{aR} \right] + \\
 &\quad -G_Y^\nu \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[ (1 \ 0) \bar{\nu}_{aR} \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L + (\bar{\nu}_a \ \bar{l}_a)_L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \nu_{aR} \right]. \\
 &= -\frac{G_Y^l v}{\sqrt{2}} (\bar{l}_a L l_a + \bar{l}_a R l_a) - \frac{G_Y^l H}{\sqrt{2}} (\bar{l}_a L l_a + \bar{l}_a R l_a) + \\
 &\quad -\frac{G_Y^\nu v}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_a L \nu_a + \bar{\nu}_a R \nu_a) - \frac{G_Y^\nu H}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_a L \nu_a + \bar{\nu}_a R \nu_a). \\
 &= -\frac{G_Y^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a - \frac{G_Y^l H}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a - \frac{G_Y^\nu v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_a \nu_a - \frac{G_Y^\nu H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_a \nu_a. \tag{5.4}
 \end{aligned}$$

Onde  $G_Y^\nu$  é uma matriz complexa  $3 \times 3$  não diagonal que representa as constantes aleatórias de Yukawa para os neutrinos. O terceiro termo da lado direito da Equação (5.4) refere-se à massa dos léptons neutros, conhecida como massa de Dirac e é dada matematicamente por  $M_D = M_k = G_{Y_a}^\nu v / \sqrt{2}$  com  $(a = e, \mu, \tau)$ . Além disso, podemos observar no último termo da Equação (5.4) a existência de uma interação entre os léptons neutros e o bóson de Higgs. Os neutrinos de mão-esquerda possuem isospin  $T_3 = +1/2$ , por conseguinte, foi utilizado o dubleto conjugado de Higgs na lagrangiana de Yukawa, o qual apresenta hipercarga  $Y = -1$  para que o termo de massa dos neutrinos na lagrangiana seja invariante de gauge.

De fato, é possível agora gerar massa para os neutrinos pelo mecanismo de Higgs e a lagrangiana de Yukawa. No entanto, essa extensão não consegue explicar o motivo pelo qual os neutrinos apresentam uma massa muito menor em relação aos léptons carregados, uma vez que foi utilizado o mesmo mecanismo e ambos são proporcionais ao Higgs VEV  $v$ . Dessa forma, os acoplamentos dos neutrinos são muito menores do que os das outras partículas do Modelo Padrão. Além disso, surge a não naturalidade da teoria devido a aleatoriedade dos acoplamentos de Yukawa.

## 5.2 Majorana - Neutrinos

Outra teoria que se baseia na introdução de um neutrino de mão-direita é a chamada teoria de Majorana, a qual considera que os férmions de Majorana são suas próprias antipartículas [76]. Dessa forma, tomando como ponto de partida uma teoria com o objetivo de estudar o neutrino não maciço por meio de um espinor de duas componentes e que são descritos por espinores de Weyl, e em um segundo momento expandir a ideia para neutrinos maciços, uma vez que já foi comprovado a existência de massa para essas partículas.

Em geral, um campo de férmions de spin-1/2 livre satisfaz a equação de Dirac:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0. \quad (5.5)$$

Onde  $\psi(x)$  é um campo espinorial de 4 componentes,  $m$  é a massa do férmion e  $\gamma^\mu$  são matrizes  $4 \times 4$  que satisfazem as seguintes condições:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I_{4 \times 4}; \quad \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu. \quad (5.6)$$

A princípio, usaremos a chamada representação de Weyl, dada por:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & I_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

com  $\sigma^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sendo as matrizes de Pauli. Além disso, podemos decompor  $\psi(x)$  em componentes de mão-esquerda e direita via operadores de projeção de quiralidade, que são definidos como:

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_R(x), \quad (5.8)$$

onde os espinores de Weyl são  $\psi_L(x) = L\psi(x) = \left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right) \psi(x)$  e  $\psi_R(x) = R\psi(x) = \left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right) \psi(x)$ . Substituindo a Equação (5.8) na expressão (5.5), obtemos um conjunto de duas equações acopladas em função das componentes quirais.

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L(x) = m\psi_R(x), \quad (5.9)$$

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R(x) = m\psi_L(x). \quad (5.10)$$

Se considerarmos um férmion sem massa, ou seja,  $m = 0$ ; as Equações (5.9) e (5.10) desacoplam-se e os componentes canhotos e destros de  $\psi(x)$  evoluem independentemente.

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L(x) = 0, \quad (5.11)$$

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R(x) = 0. \quad (5.12)$$

As expressões (5.11) e (5.12) são conhecidas como equações de Weyl e descrevem partículas sem massa, chamadas de férmions de Weyl.

No entanto, esse comportamento não é tão interessante, uma vez que os neutrinos possuem massa. Dessa forma, torna-se necessário a introdução de um campo de Majorana, onde as Equações (5.9) e (5.10) são dependentes e podem ser obtidas uma em função da outra por meio do conjugado hermitiano. Portanto, tomando o conjugado hermitiano da Equação (5.10) e multiplicando à direita ambos os membros da expressão por  $\gamma^0$ , obtemos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} -i\partial_\mu [\gamma^\mu \psi_L(x)]^\dagger \gamma^0 &= m\psi_L^\dagger(x)\gamma^0. \\ \rightarrow -i\partial_\mu \psi_R^\dagger(x)\gamma^0\gamma^{\mu\dagger} &= m\bar{\psi}_L(x). \\ \rightarrow -i\partial_\mu \bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu &= m\bar{\psi}_L(x). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Por fim, tomando a matriz transposta da Equação (5.13) e multiplicando à esquerda pela matriz de conjugação de carga  $\mathcal{C}$ , obtemos:

$$\begin{aligned} -i\partial_\mu \mathcal{C} [\bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu]^T &= m\mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x). \\ \rightarrow -i\partial_\mu \mathcal{C}\gamma^{\mu T}\bar{\psi}_R^T(x) &= m\mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x). \\ \rightarrow i\gamma^\mu \partial_\mu \mathcal{C}\bar{\psi}_R^T(x) &= m\mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Foi utilizado para obter a expressão (5.14) as seguintes propriedades para a matriz conjugação de carga  $\mathcal{C}$ :

$$\mathcal{C}\gamma^{\mu T}\mathcal{C}^{-1} = -\gamma^\mu, \quad (5.15)$$

$$\mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^{-1}, \quad (5.16)$$

$$\mathcal{C}^T = -\mathcal{C}. \quad (5.17)$$

Para que a Equação (5.14) recupere a expressão (5.9) torna-se necessário definir a seguinte condição de Majorana:

$$\begin{cases} \psi_L(x) = \mathcal{C}\bar{\psi}_R^T(x), \\ \psi_R(x) = \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x). \end{cases} \quad (5.18)$$

Por sua vez, reescrevendo o campo  $\psi(x)$  expresso na Equação (5.8) fazendo uso das condições (5.18), obtemos o Campo de Majorana:

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x). \quad (5.19)$$

No entanto, sob conjugação de carga, o campo  $\psi_L(x)$  se transforma como:

$$\psi_L(x) \xrightarrow{C} \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T(x) = \psi_L^C(x). \quad (5.20)$$

Dessa forma, temos que:

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_L^C(x). \quad (5.21)$$

Portanto, a condição de Majorana implica que os campos de partícula e antipartícula são os mesmos e a corrente carregada de um Campo de Majorana é sempre zero. Além disso, esses campos podem ser construídos com apenas um campo quiral.

### 5.2.1 Massa de Majorana

De posse das informações anteriores, devemos encontrar um termo de massa para os neutrinos de Majorana usando apenas o campo quiral esquerdo  $\nu_L$ . A princípio, partiremos da lagrangiana de Dirac para um campo de neutrinos de Dirac  $\nu = \nu_L + \nu_R$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^D &= \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L \\ \bar{\nu}_R \end{pmatrix} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \begin{pmatrix} \nu_L & \nu_R \end{pmatrix}. \\ &= \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{\nu}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_R - m (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L). \end{aligned} \quad (5.22)$$

Podemos reescrever a Equação (5.22) de modo que a componente quiral de mão-direita seja função da componente quiral de mão-esquerda via conjugação de carga. Portanto, temos que a lagrangiana de Majorana é dada por:

$$\mathcal{L}^M = \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{\nu}_L^C i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L^C - m (\bar{\nu}_L \nu_L^C + \bar{\nu}_L^C \nu_L). \quad (5.23)$$

O termo de massa de Majorana da lagrangiana (5.23) pode ser escrito como:

$$\mathcal{L}_{massa}^M = -\frac{1}{2}m (\bar{\nu}_L \nu_L^C + h.c.). \quad (5.24)$$

O fator 1/2 é utilizado a fim de evitar uma dupla contagem ao expressar de maneira implícita o conjugado hermitiano. Os neutrinos e os antineutrinos de Dirac carregam

número leptônico  $L = +1$  e  $L = -1$ , respectivamente. No entanto, o caso de Majorana neutrinos e antineutrinos apresentam o mesmo número leptônico, violando a simetria leptônica. O estudo do decaimento beta duplo sem neutrinos, se observado, é um exemplo dessa violação e torna-se uma evidência da natureza dos neutrinos como partículas de Majorana [77]. Porém, esse fenômeno é muito difícil de ser observado na natureza.

A lagrangiana de Yukawa de Majorana é dada por:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa}^M &= -G_Y^M \left[ \bar{\Psi}_{aR} (\phi^\dagger \Psi_{aL}) + h.c. \right] \\ &= -G_Y^M \left[ \bar{\Psi}_{aL}^C (\phi^\dagger \Psi_{aL}) + h.c. \right].\end{aligned}\quad (5.25)$$

Após a quebra espontânea de simetria, temos a seguinte lagrangiana:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa}^M &= -G_Y^M \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[ \left( \bar{\nu}_{aL}^C \quad \bar{l}_{aR} \right) \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L + h.c. \right] \\ &= -\frac{G_Y^{M\nu} v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{aL}^C \nu_{aL} - \frac{G_Y^{M\nu} H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{aL}^C \nu_{aL} - \frac{G_Y^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a - \frac{G_Y^l H}{\sqrt{2}} \bar{l}_a l_a + h.c.\end{aligned}\quad (5.26)$$

Portanto, assim como para o caso dos neutrinos de Dirac, é preciso ainda que algumas restrições sejam feitas aos valores das constantes de Yukawa que são adicionadas à teoria. Além disso, mesmo sendo possível gerar massa para os neutrinos, é impossível quantificar com exatidão os valores dessas respectivas massas. Dessa forma, torna-se necessário uma forma para geração de massa para os neutrinos.

### 5.3 Mecanismo Seesaw Tipo-I

O modelo conhecido como o Mecanismo Seesaw Tipo-I é fundamentado na existência simultânea dos termos de massa de Dirac e de Majorana, através da adição de um neutrino de mão-direita e considerando a violação do número leptônico. Dessa forma, partindo da premissa da adição de um neutrino de mão-direita, sabemos que o termo de massa de Dirac é dado por:

$$\mathcal{L}_{massa}^D = -m_D (\bar{\nu}_R \nu_L + h.c.).\quad (5.27)$$

Além disso, o termo de massa de Majorana considerando as contribuições para os neutrinos de mão-esquerda e mão-direita, é dado por:

$$\mathcal{L}_{massa}^M = -\frac{1}{2} m_L (\bar{\nu}_L \nu_L^C + h.c.) - \frac{1}{2} m_R (\bar{\nu}_R^C \nu_R + h.c.).\quad (5.28)$$

Vale ressaltar que o campo fermiônico de Majorana de mão-direita são estéreis perante as interações eletrofracas. A soma dos termos de massas representados pelas

lagrangianas (5.27) e (5.28) nos fornece o termo de massa Dirac-Majorana:

$$\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L - \frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L \nu_L^C - \frac{1}{2} m_R \bar{\nu}_R^C \nu_R + h.c. \quad (5.29)$$

Introduzindo o vetor neutrino de campos quirais canhotos  $n_L$ , podemos reescrever a lagrangiana (5.29) da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \bar{n}_L \mathcal{M}^{D+M} (n_L)^C + h.c., \quad (5.30)$$

onde

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^C \end{pmatrix}; \quad (5.31)$$

$$(n_L)^C = \begin{pmatrix} (\nu_L)^C \\ \nu_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_R^C \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad (5.32)$$

e

$$\mathcal{M}^{D+M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}. \quad (5.33)$$

Portanto, substituindo as Equações (5.31), (5.32) e (5.33) na lagrangiana (5.30), obtemos a seguinte expressão:

$$\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & (\bar{\nu}_R)^C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^C \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (5.34)$$

Os autoestados de interação presentes na Equação (5.34) não são estados físicos dos neutrinos, podemos diagonalizar a matriz expressa na Equação (5.33) utilizando o mecanismo de determinação dos autovalores e autovetores de massas via equação característica. Dessa forma, temos que:

$$\Delta(\lambda) = \det [\mathcal{M}^{D+M} - \lambda I_{2 \times 2}] = 0. \quad (5.35)$$

De (5.35) obtemos os seguintes autovalores:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( m_R + m_L - \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2 - 2m_R m_L + m_L^2} \right); \quad (5.36)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left( m_R + m_L + \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2 - 2m_R m_L + m_L^2} \right). \quad (5.37)$$

Vamos considerar o caso particular o qual preserva todas as simetrias do Modelo Padrão, onde  $m_L = 0$  e  $m_R \gg m_D$ . Os autovalores expressos nas Equações (5.36) e (5.37) são reescritas como:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( m_R - \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right) = \frac{1}{2} \left( m_R - m_R \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{m_R^2}} \right); \quad (5.38)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left( m_R + \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right) = \frac{1}{2} \left( m_R + m_R \sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{m_R^2}} \right). \quad (5.39)$$

Uma vez que utilizamos a condição  $m_R \gg m_D$ , podemos fazer uma expansão em series de potências em torno de zero (série de Maclaurin). Portanto, temos que:

$$\sqrt{1 + \frac{4m_D^2}{m_R^2}} \approx 1 + \frac{2m_D^2}{m_R^2}. \quad (5.40)$$

Dessa forma, substituindo a Equação (5.40) em (5.38) e (5.39), obtemos os seguintes autovalores:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} m_R \left( 1 - 1 + \frac{2m_D^2}{m_R^2} \right); \quad (5.41)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} m_R \left( 1 + 1 + \frac{2m_D^2}{m_R^2} \right). \quad (5.42)$$

Assim, temos que os dois autovalores de massa dos neutrinos de mão-esquerda e de mão-direita, respectivamente:

$$m_1 = m_\nu = \frac{m_D^2}{m_R}; \quad (5.43)$$

$$m_2 = m_R. \quad (5.44)$$

Podemos ainda substituir o valor da massa de Dirac  $m_D$  na expressão (5.43), obtendo a seguinte relação:

$$m_\nu = \frac{(G_{Y_a}^\nu v)^2}{2m_R}. \quad (5.45)$$

A Equação (5.45) nos mostra que a massa dos neutrinos de mão-esquerda é inversamente proporcional à massa dos neutrinos mão-direita. Agora torna-se viável tanto gerar massa para os neutrinos quanto mensurar sua magnitude.

Além disso, partindo da premissa que a massa dos neutrinos apresente um limite relativístico em  $m_\nu \approx 5 \times 10^{-2} eV$  e considerando, por definição de massa de Dirac,  $G_Y^\nu \approx 10^{-2}$  e  $v \approx 256 GeV$ , a massa dos neutrinos de mão-direita é da ordem de

$m_R \approx 10^{15} \text{ GeV}$ . Portanto, o mecanismo Seesaw tipo-I gera massa para os neutrinos de mão-direita na escala dos GeVs, apresentando valor de energia superior da escala da quebra espontânea da simetria eletrofraca ( $1 \text{ TeV}$ ), o que faz com que os neutrinos de mão-direita sejam praticamente estéreis, dificultando sua confirmação experimentalmente. Esse resultado indica a existência de uma física além do modelo padrão no regime de altas energias.

A diagonalização de  $\mathcal{M}^{D+M}$  é feita por meio da seguinte transformação com uma matriz unitária  $U$ , tal que:

$$U\mathcal{M}^{D+M}U^T = U \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} U^T = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}. \quad (5.46)$$

Finalmente, o termo de massa de Dirac-Majorana representado pela Equação (5.30) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{massa}^{D+M} &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{1L} & (\bar{\nu}_{2R})^C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_{1L})^C \\ \nu_{2R} \end{pmatrix} + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} \left[ \bar{\nu}_{1L} m_1 (\nu_{1L})^C + (\bar{\nu}_{2R})^C m_2 \nu_{2R} \right] + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\nu}_k \nu_k, \end{aligned} \quad (5.47)$$

onde o campo de neutrinos de Majorana  $\nu_k$  é definido como:

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C. \quad (5.48)$$

Além disso, os dois termos de massa de Majorana são desacoplados e os estados  $\nu_1$  e  $\nu_2$  são dois estados físicos de propagação independentes. Vale ressaltar que a Equação (5.47) está construída apenas para uma família. Podemos ainda realizar uma extensão para o caso de  $N$  famílias de neutrinos, de modo que:

$$\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2,\dots,2N} m_k \bar{\nu}_k \nu_k. \quad (5.49)$$

# Conclusões

Iniciamos esta dissertação apresentando conceitos fundamentais para o estudo do Modelo Padrão Eletrofraco, abordando o fenômeno da quebra espontânea de simetria e o mecanismo de Higgs, além da construção de teorias de campos interativas por meio da introdução da invariância de gauge local. Discutimos o caso em que a lagrangiana que descreve um fenômeno físico é invariante sob transformações de grupo, mas o estado de menor energia (estado de vácuo) não possui a mesma simetria que o sistema inicial, resultando na quebra espontânea de simetria. Esse fenômeno traz como principal consequência o surgimento de um pseudoescalar com massa nula, popularmente conhecido como bóson de Goldstone, que vai ser “engolido” pelos bósons de gauge que se tornam maciços na teoria por meio de uma redefinição do campo vetorial. Assim sendo, o mecanismo de Higgs é o responsável pela geração de massa para as partículas.

Também desenvolvemos a densidade lagrangiana do Modelo Eletrofraco para os férmions, garantindo a invariância de Lorentz, a renormalizabilidade e a invariância sob as transformações de gauge do grupo  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . A fim de preservar a invariância de gauge que seria violada pelo termo de massa de Dirac, é necessário que os férmions carregados e os bósons físicos de gauge adquiram massas através da quebra espontânea de simetria e do mecanismo de Higgs. Para isso, introduz-se um dubleto de campos escalares complexos, conhecido como dubleto de Higgs, na lagrangiana de Yukawa. No caso dos bósons físicos de gauge, realiza-se uma expansão em pequenas oscilações em torno do campo  $\phi$  no termo cinético da lagrangiana, que descreve a dinâmica do campo escalar. Esse procedimento visa obter os termos de massa correspondentes aos bósons físicos. No entanto, é importante ressaltar que o mecanismo de Higgs do Modelo Padrão não é capaz de gerar massa para os neutrinos maciços. Isso implica na necessidade de introduzir outro mecanismo de geração de massa para neutrinos.

Quanto aos bósons da teoria, eles são quatro:  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $A^\mu$ ,  $Z^0$ . Desses apenas o fóton não possui massa, os outros três ganham massa através do mecanismo de Higgs. Além disso, derivamos as equações que descrevem as interações entre os férmions carregados e os bósons físicos de gauge do modelo eletrofraco (corrente carregada e corrente neutra), bem como os termos cinéticos das interações dos campos de gauge.

Quanto fenomenologia, conduzimos um estudo detalhado da distribuição angular no processo  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ , investigando o comportamento das seções de choque diferencial e total em relação à energia de centro de massa e ao ângulo de espalhamento. Para essa análise, utilizamos os programas computacionais Mathematica (FeynCalc) e CalcHEP. Nossas investigações revelaram que, embora as seções de choque total devido às contribuições

individuais violem a probabilidade da matriz de espalhamento, a seção de choque total resultante da soma de todas as contribuições, incluindo os termos intermediários, exhibe um resultado bem comportado. Esses resultados destacam a eficácia do Modelo Eletrofraco, pois ele é capaz de explicar de forma consistente os resultados experimentais obtidos. Portanto, nossos resultados reforçam a validade e o sucesso do Modelo Eletrofraco como uma teoria altamente bem-sucedida na explicação dos fenômenos observados experimentalmente.

O Modelo Padrão apresenta limitações quando aplicado a energias superiores a  $1 \text{ TeV}$ , exigindo o desenvolvimento de uma nova teoria para descrever a física nessas altas energias. Uma forma de solucionar o problema da hierarquia de maneira natural é com o auxílio de teorias que são fundamentadas em dimensões espaciais extras. Além disso, há uma falta de naturalidade na explicação das diferenças significativas entre os acoplamentos de Yukawa e na ausência de uma razão intrínseca para os ângulos de mistura dos quarks, que são tratados como parâmetros livres ajustáveis na teoria, podendo ser ajustados artificialmente para corresponder aos valores observados. Esses aspectos destacam a necessidade de uma teoria que vá além do Modelo Padrão.

Concluimos esta dissertação desenvolvendo uma extensão do Modelo Padrão que gera massa para os neutrinos através do mecanismo Seesaw. Partindo da suposição da existência de um termo de Dirac-Majorana por meio da inclusão de um neutrino de mão-direita, que possui uma massa inversamente proporcional à dos neutrinos de mão-esquerda, conseguimos tanto gerar a massa dos neutrinos como justificar sua ordem de grandeza. No entanto, o Mecanismo Seesaw Tipo-I produz massas para os neutrinos de mão-direita em uma escala muito superior à energia da quebra espontânea de simetria eletrofraca ( $1 \text{ TeV}$ ). Isso resulta em neutrinos de mão-direita praticamente estéreis, o que dificulta sua confirmação experimental.

# Referências

- 1 DAS, A. *Lectures on Quantum Field Theory*. 2. ed. World Scientific, 2020. 942 p. ISBN 9811220867,9789811220869. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=DEEF34521679A1941A41DE3638A1D65D>>. 11
- 2 TONG, D. Gauge theory. *Lecture notes, DAMTP Cambridge*, v. 10, 2018. Disponível em: <<https://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/gaugetheory/gt.pdf>>. 11
- 3 MORII C. S. LIM, S. N. M. T. *The Physics of the Standard Model and Beyond*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2002. 314 p. ISBN 9810245718,9789810245719,9789812795601. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d044393a4d35298d9b72d1fb0e6d3265>>. 11
- 4 MICHEL, L. Symmetry defects and broken symmetry. configurations hidden symmetry. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 52, n. 3, p. 617, 1980. Disponível em: <<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.52.617>>. 11
- 5 PLEITEZ, V. A física de partículas elementares e o prêmio nobel de física 2008. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 30, p. 4301–1, 2008. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/stD5RVFLmHyLNbnHYyHnv6s/?lang=pt>>. 11, 30
- 6 ENGLERT, F.; BROUT, R. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Physical review letters*, APS, v. 13, n. 9, p. 321, 1964. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.13.321>>. 11, 28
- 7 HIGGS, P. W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Physical review letters*, APS, v. 13, n. 16, p. 508, 1964. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.13.508>>. 11
- 8 GURALNIK, G. S.; HAGEN, C. R.; KIBBLE, T. W. Global conservation laws and massless particles. *Physical Review Letters*, APS, v. 13, n. 20, p. 585, 1964. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.13.585>>. 11
- 9 SCHWINGER, J. On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Physical Review*, APS, v. 73, n. 4, p. 416, 1948. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/pdf/10.1103/PhysRev.73.416>>. 12
- 10 NAKAMURA, K. et al. Particle physics booklet. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Institute of Physics Publishing, v. 37, n. 7A, p. 075021, 2010. Disponível em: <<https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/45747/>>. 12
- 11 FEYNMAN, R. P. *Quantum electrodynamics*. [S.l.]: Westview Press, 1998. v. 3. 12
- 12 FERMI, E. An attempt of a theory of beta radiation. 1. *Z. phys*, v. 88, n. 161, p. 19, 1934. 12
- 13 LANGACKER, P. The physics of heavy z gauge bosons. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 81, n. 3, p. 1199, 2009. Disponível em: <<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.81.1199>>. 12

- 14 GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear physics*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 579–588, 1961. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029558261904692>>. 12
- 15 WEINBERG, S. A model of leptons. *Physical review letters*, APS, v. 19, n. 21, p. 1264, 1967. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.19.1264>>. 12
- 16 SALAM, A. *proc. of the 8th Nobel Symposium on 'Elementary particle theory, relativistic groups and analyticity', Stockholm, Sweden, 1968, edited by N. [S.l.]: Svartholm, 1969.* 12
- 17 MENDES, T.; CUCCHIERI, A.; MORAES, T. B. Yuval ne'eman e o grupo de simetria dos quarks. p. 41, 2022. Disponível em: <[https://ifsc.usp.br/~lattice/simetria\\_quarks.pdf](https://ifsc.usp.br/~lattice/simetria_quarks.pdf)>. 12
- 18 SUSSKIND, L. Dynamics of spontaneous symmetry breaking in the weinberg-salam theory. *Physical Review D*, APS, v. 20, n. 10, p. 2619, 1979. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.20.2619>>. 12
- 19 GELL-MANN, M. *The Eightfold Way - A Theory of Strong Interaction Symmetry*. CalTech, 1961. 52 p. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d8e242837fb067f401f31c1e5a118df6>>. 12
- 20 NE'EMAN, Y. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. *Nuclear physics*, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 222–229, 1961. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029558261901341>>. 12
- 21 ZWEIG, G. *An  $SU_3$  model for strong interaction symmetry and its breaking*. [S.l.], 1964. Disponível em: <<https://www.osti.gov/biblio/4039749>>. 12
- 22 HIGGS, P. W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, v. 12, p. 132–133. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](http://dx.doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9)>. 12
- 23 MOREIRA, M. A. O modelo padrão da física de partículas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 31, p. 1306–1, 2009. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/sMFh5cP7J9S8RzcXGsmV3fR/abstract/?lang=pt>>. 12
- 24 GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. 2nd. ed. Wiley-VCH, 2008. ISBN 3527406018,9783527406012. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=1e524f997766a7c23fc0c24db2ea2581>>. 13
- 25 ABDALLA, M. C. B. *O discreto charme das partículas elementares*. [S.l.]: Unesp, 2006. 13
- 26 FOUCART, F.; HINDERER, T.; NISSANKE, S. Remnant baryon mass in neutron star-black hole mergers: Predictions for binary neutron star mimickers and rapidly spinning black holes. *Physical Review D*, APS, v. 98, n. 8, p. 081501, 2018. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.98.081501>>. 13
- 27 MONTERO, J.; PISANO, F.; PLEITEZ, V. Neutral currents and glashow-iliopoulos-maiami mechanism in  $su(3)_c \times su(2)_l \times u(1)_n$  models for electroweak interactions. *Physical Review D*, APS, v. 47, n. 7, p. 2918, 1993. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.47.2918>>. 13

- 28 YAO, W.-M. et al. Review of particle physics. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 33, n. 1, p. 1, 2006. Disponível em: <<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0954-3899/33/1/001/meta>>. 13
- 29 ALTARELLI, G. The standard model of particle physics. *arXiv preprint hep-ph/0510281*, 2005. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0510281.pdf>>. 13
- 30 HAGIWARA, K. et al. Probing the weak boson sector in  $e^+ e^- \rightarrow w^+ w^-$ . *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 282, p. 253–307, 1987. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0550321387906857>>. 13
- 31 COUTURE, G.; GODFREY, S.; LEWIS, R. Probing the  $wwz$  vertex at a  $s = 500$  geV  $e^+ e^-$  collider. *Physical Review D*, APS, v. 45, n. 3, p. 777, 1992. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.45.777>>. 13
- 32 COLLABORATION, A. et al. Evidence of  $w\gamma\gamma$  production in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8$  and limits on anomalous quartic gauge couplings with the atlas detector. *Phys. Rev. Lett.* 115, 031802, 2015. 13
- 33 BARGER, V. et al. Strong  $w^+ w^+$  scattering signals at pp supercolliders. *Physical Review D*, APS, v. 42, n. 9, p. 3052, 1990. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.42.3052>>. 13, 69
- 34 CAHN, R.; DAWSON, S. Production of very massive higgs bosons. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 136, n. 3, p. 196–200, 1984. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0370269384911808>>. 13, 69
- 35 RANDALL, L.; SUNDRUM, R. Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Physical review letters*, APS, v. 83, n. 17, p. 3370, 1999. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.83.3370>>. 13
- 36 BALLY, A.; CHUNG, Y.; GOERTZ, F. The hierarchy problem and the top yukawa. *arXiv preprint arXiv:2304.11891*, 2023. 13
- 37 AOYAMA, T. et al. The anomalous magnetic moment of the muon in the standard model. *Physics reports*, Elsevier, v. 887, p. 1–166, 2020. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157320302556>>. 13
- 38 CRIVELLIN, A.; MÜLLER, D.; SATURNINO, F. Correlating  $h \rightarrow \mu^+ \mu^-$  to the anomalous magnetic moment of the muon via leptoquarks. *Physical Review Letters*, APS, v. 127, n. 2, p. 021801, 2021. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.127.021801>>. 13
- 39 BERNARDEAU CHRISTOPHE GROJEAN, J. D. P. F. *Particle physics and cosmology the fabric of spacetime: Ecole d't de Physique des Houches, session LXXXVI, 31 July-25 August 2006: Ecole thmatique du CNRS*. Elsevier, 2007. 591 p. ISBN 9780444530073,044453007X,9786611057350. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=9ec2709e6a150412c58853f6cee33aab>>. 13
- 40 OLIVE, K. A. Tasi lectures on dark matter. *arXiv preprint astro-ph/0301505*, 2003. 13

- 41 WEINBERG, S. The cosmological constant problem. *Reviews of modern physics*, APS, v. 61, n. 1, p. 1, 1989. Disponível em: <<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.61.1>>. 13
- 42 BILENKY, S. M.; PETCOV, S. Massive neutrinos and neutrino oscillations. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 59, n. 3, p. 671, 1987. Disponível em: <<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.59.671>>. 13
- 43 KING, S. F.; LUHN, C. Neutrino mass and mixing with discrete symmetry. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 76, n. 5, p. 056201, 2013. Disponível em: <<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0034-4885/76/5/056201/meta>>. 13
- 44 SCHECHTER, J.; VALLE, J. W. Neutrino masses in su (2) u (1) theories. *Physical Review D*, APS, v. 22, n. 9, p. 2227, 1980. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.22.2227>>. 13
- 45 DIENES, K. R.; DUDAS, E.; GHERGHETTA, T. Light neutrinos without heavy mass scales: A higher-dimensional seesaw mechanism. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 557, n. 1-2, p. 25–59, 1999. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0550321399003776>>. 13
- 46 KAYSER, B. Neutrino mass, mixing, and flavor change. *Neutrino Mass*, Springer, p. 1–24, 2003. Disponível em: <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-44901-0\\_1](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-44901-0_1)>. 13
- 47 QUIGG, C. *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*. 2. ed. Princeton University Press, 2013. 497 p. ISBN 0691135487,978-0-691-13548-9. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=466566173eae6ed0e8379bc9e548cdf2>>. 14
- 48 ABELL, M. L.; BRASELTON, J. P. *Mathematica by example*. [S.l.]: Academic Press, 2021. 14, 58
- 49 SHTABOVENKO, V.; MERTIG, R.; ORELLANA, F. Feyncalc 9.3: New features and improvements. *Computer Physics Communications*, Elsevier, v. 256, p. 107478, 2020. 14, 49
- 50 BELYAEV, A.; CHRISTENSEN, N. D.; PUKHOV, A. Calchep 3.4 for collider physics within and beyond the standard model. *Computer Physics Communications*, Elsevier, v. 184, n. 7, p. 1729–1769, 2013. 14, 58
- 51 (AUTH.), Y. K.-S. *The Noether Theorems: Invariance and Conservation Laws in the Twentieth Century*. 1. ed. Springer-Verlag New York, 2011. 205 p. (Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences). ISBN 978-0-387-87868-3,978-0-387-87867-6. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=940752c81e26746738e8fca81192633d>>. 16
- 52 YANG, C.-N.; MILLS, R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical review*, APS, v. 96, n. 1, p. 191, 1954. 20
- 53 STROCCHI, F. Spontaneous symmetry breaking in local gauge quantum field theory; the higgs mechanism. *Communications in Mathematical Physics*, Springer, v. 56, n. 1, p. 57–78, 1977. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/BF01611117>>. 28

- 54 MANDL, G. S. F. *Quantum Field Theory*. 2. ed. Wiley, 2010. 493 p. ISBN 0471496847,9780471496847. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=80ac102b0ff0922093266d7ef5379022>>. 30
- 55 COLEMAN, S. *Aspects of Symmetry: Selected Erice Lectures of Sidney Coleman*. Cambridge University Press, 1985. 41614 p. ISBN 0521267064,9780521267069,9780511565045,0511565046,0-521-31827-0. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=47773ba8e9d41bba0d6ba52ceba4c10>>. 30
- 56 HIGGS, P. W. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Physical review*, APS, v. 145, n. 4, p. 1156, 1966. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.145.1156>>. 31
- 57 RYDER, L. H. *Quantum Field Theory*. 2. ed. Cambridge University Press, 1996. 509 p. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=0C98136483C95322BEC15ED8C358E9B1>>. 33, 37
- 58 FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Physical review letters*, APS, v. 81, n. 8, p. 1562, 1998. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.81.1562>>. 37
- 59 AHMAD, Q. R. et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Physical review letters*, APS, v. 89, n. 1, p. 011301, 2002. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.89.011301>>. 37
- 60 GANDO, A. et al. Constraints on  $\theta_{13}$  from a three-flavor oscillation analysis of reactor antineutrinos at kamland. *Physical Review D*, APS, v. 83, n. 5, p. 052002, 2011. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.83.052002>>. 37
- 61 GELL-MANN, M. The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, Springer, v. 4, p. 848–866, 1956. 37
- 62 NISHIJIMA, K. Charge independence theory of  $\nu$  particles. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 13, n. 3, p. 285–304, 1955. Disponível em: <<https://academic.oup.com/ptp/article/13/3/285/1924498>>. 37
- 63 GOLDSTONE, J. Field theories with «superconductor» solutions. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, Springer, v. 19, p. 154–164, 1961. 40
- 64 ABAZOV, V. M. et al. Measurement of the effective weak mixing angle in  $p p^- \rightarrow z/\gamma^* \rightarrow e^+ e^-$  events. *Physical review letters*, APS, v. 115, n. 4, p. 041801, 2015. 45
- 65 CABIBBO, N. Unitary symmetry and leptonic decays. *Physical Review Letters*, APS, v. 10, n. 12, p. 531, 1963. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.10.531>>. 51
- 66 KOBAYASHI, M.; MASKAWA, T.  $C_p$ -violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of theoretical physics*, Oxford University Press, v. 49, n. 2, p. 652–657, 1973. 54

- 67 NÓBREGA, F. K.; MACKEDANZ, L. F. Espalhamento bhabha: Um estudo detalhado. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 40, 2018. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/Rny9KVk9WBZ8nhzWFVSmBRF/abstract/?lang=pt>>. 57
- 68 PATRIGNANI, C. et al. Particle data group. *Chin. Phys. C*, v. 40, n. 10, p. 100001, 2016. 57
- 69 FROISSART, M. Asymptotic behavior and subtractions in the mandelstam representation. *Physical Review*, APS, v. 123, n. 3, p. 1053, 1961. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.123.1053>>. 60
- 70 MARTIN, A. Unitarity and high-energy behavior of scattering amplitudes. *Physical Review*, APS, v. 129, n. 3, p. 1432, 1963. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.129.1432>>. 60
- 71 WU, C.-S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review*, APS, v. 105, n. 4, p. 1413, 1957. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.105.1413>>. 62
- 72 MAKI, Z.; NAKAGAWA, M.; SAKATA, S. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 28, n. 5, p. 870–880, 1962. Disponível em: <<https://academic.oup.com/ptp/article/28/5/870/1858382>>. 62, 71
- 73 DONOGHUE EUGENE GOLOWICH, B. R. H. J. F. *Dynamics Of The Standard Model*. 2. ed. Cambridge University Press, 2022. 596 p. (Cambridge Monographs On Particle Physics, Nuclear Physics And Cosmology). ISBN 9781009291002,9781009291033,9781009291019. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=FB321E8513FC2332B24B621F31A2CBCD>>. 69
- 74 LEE, T. *Particle physics and introduction to field theory*. 1. ed. Harwood Academic, 1981. v. 1. 882 p. (Contemporary Concepts in Physics, Vol. 1, v. 1). ISBN 9783718600335,3718600331. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=3be71c798ad95c988b3470b58cc24173>>. 69
- 75 PESKIN, D. V. S. M. E. *An introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley Pub. Co, 1995. (Frontiers in Physics). ISBN 0201503972,9780201503975. Disponível em: <<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=2ff28c3d3b53792ed7887406d5f5df2f>>. 69
- 76 MAJORANA, E. Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento (1924-1942)*, Springer, v. 14, p. 171–184, 1937. 73
- 77 FURRY, W. H. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Physical Review*, APS, v. 56, n. 12, p. 1184, 1939. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.56.1184>>. 76