UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Luiz Antonio Machado Neves

GEOMETRIA POR MEIO DE CONTEXTUALIZAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O CONTEÚDO DE CÁLCULO DE ÁREAS E DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Rio Tinto – PB
2017

Luiz Antonio Machado Neves

GEOMETRIA POR MEIO DE CONTEXTUALIZAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O CONTEÚDO DE CÁLCULO DE ÁREAS E DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão Examinadora do curso de Graduação da Universidade Federal da Paraíba, como exigência parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão

RIO TINTO– PB
2017

Luiz Antonio Machado Neves

GEOMETRIA POR MEIO DE CONTEXTUALIZAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O CONTEÚDO DE CÁLCULO DE ÁREAS E DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão Examinadora do curso de Graduação da Universidade Federal da Paraíba, como exigência parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Aprovada em: ___________/__________/_______

Nota: ____________

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão - Orientador

Prof. ___. ____

Prof. ___. ____

DEDICATÓRIA

Dedico a Deus que sempre permaneceu do meu lado, nos momentos bons e difíceis, me concedendo coragem para continuar nesta trajetória; aos meus amigos (Rafael Correia e Debora Rachel Correia) por me incentivar a entrar em um curso de graduação para ter um futuro melhor e a minha família que mesmo distante, sei que torceram pelo meu sucesso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a minha família por ter me dado coragem para conseguir alcançar minha meta que era a conclusão desse curso. Apesar das dificuldades que apareceram pelo caminho, não me fez desanimar. Ao contrário, me fez valorizar aquilo que tanto almejava. Tudo isso contribuiu na minha formação profissional e me deu plena convicção de que a minha escolha era certa.

Aos meus amigos do curso Rosilanne Gimarães, Anne Sousa, Fernanda Fernandes e Cesar Santos, por estarem sempre comigo, estudando e dando apoio nas horas felizes e nas horas tristes. Amigos esses que pretendo levar por toda minha vida. A estes, tenho muita admiração, pois nos tornamos, praticamente, uma família, na qual um ajuda o outro. Conseguimos enfrentar os obstáculos postos em nosso caminho.

Agradeço a Deus pala vida de todos os professores e a coordenação do curso que colaboraram com a minha formação profissional. Eles fizeram parte desta conquista, não só como profissionais. Foram amigos. Ensinaram-me não só todo conhecimento prático e teórico, como também a ser um bom profissional.

Ao meu orientador Falcão. Agradeço a Deus por sua vida e também por sua dedicação e paciência em me orientar. Também a sua conduta e postura como profissional, ao qual tenho profunda admiração. Por seus conselhos, que como profissional, nunca ficou somente para si mesmo. Sempre compartilhou estes conhecimentos, conselhos, experiências, ajudando-me durante o curso e também no crescimento profissional e pessoal. Sempre que tive dúvidas, não só nas matérias que ele lecionou, mas em outras, ele nunca se negou a me ajudar.

RESUMO

O presente estudo tem por objetivo propor e analisar uma sequência didática com o conteúdo de Geometria - cálculo de áreas, para uma turma do 9° Ano do Ensino Fundamental. Para isso, além de expormos o nosso memorial, como fim de situar o leitor da pesquisa sobre as influências que este sofreu, implicando na escolha do tema, apresentamos também a experiências de Estágio Supervisionado III, que foi alvo da circunstância que amarrou o interesse de se pesquisar sobre a geometria, associada a práticas pedagógicas alternativas ao modelo tradicional. Tecemos algumas considerações teóricas sobre o Ensino de Geometria, Pitágoras e Ensino de Área. Propusemos algumas atividades didáticas para o ensino de Cálculo de Áreas e tratamento do Teorema de Pitágoras e, por fim, analisamos a proposta. Para atingir as etapas citadas, nos reclusamos a uma pesquisa de cunho qualitativo, do tipo descritivo. Entre os autores que justificaram nossa produção teórica, estão Chappell e Thompsom (1999); Ribeiro (2013); bem como os documentos oficiais, como os PCN (Brasil, 1998). As contribuições de nosso trabalho foram, além do fortalecimento da teorização sobre a contextualização como significativa para a educação matemática, a retratação parcial da realidade do ensino para a comunidade científica, vivenciadas as fases do Estágio.

Palavra Chaves: Geometria. Contextualização. Teorema de Pitagoras. Cálculo de Áreas

ABSTRACT

The present study aims to propose and analyze a didactic sequence with the content of Geometry, area calculation, for a class of the 9th grade of Elementary School. For this, in addition to exposing the researcher's memorial, in order to situate the reader of the research on the influences that he suffered and that emerged in the choice of theme, we also present the experiences of Supervised Stage III, which was the target of the circumstance that tied the Interest in researching the geometry associated with pedagogical practices that are alternative to the traditional model. We put some theoretical considerations on the Teaching of Geometry, Pythagoras and Area Teaching. We proposed some didactic activities for the teaching of Area Calculation and treatment of the Pythagorean Theorem, and finally, we analyzed our proposal. To achieve the above steps, we reclusive a qualitative research, of the descriptive type. Among the authors who justified our theoretical production are Chappell and Thompsom (1999); Ribeiro (2013); As well as the official education documents of Brazil, such as PCN (Brasil, 1998). The contributions of our work were, in addition to the strengthening of the theorizing about the contextualization as a benevolent one for the mathematical education, the partial retraction of the reality of the teaching, for the scientific community, experiencing the faces of the Stage.

Key Words: Geometry. Contextualization. Pythagorean theorem. Area Calculation.

SUMÁRIO

MEMORIAL

O memorial nesta pesquisa se faz pertinente uma vez que, em uma leitura científica, tem potencial de auxiliar o leitor sobre as influências que o autor construiu, da vida dele e como essas pesaram sobre a escolha do tema, bem como a forma de interpretar o objeto de estudo e como esses traços puderam pesar para as conclusões do trabalho.

Considerações acerca do autor.

Nasci em 29 de novembro, de 1987, no município de Guarabira[1], Estado da Paraíba (PB). Filho de pais separados. Mãe costureira, dona do lar e pai comerciante. Antes do meu nascimento minha mãe já tinha dois filhos de outro relacionamento, um do meu pai. Assim como meu pai, tinha três filhos de outro relacionamento. Logo, sou o sétimo filho e mais novo. Cresci entre duas famílias: a família da minha mãe e a família do meu pai. A situação financeira de meus pais nunca foi uma das melhores, mas tínhamos o necessário para viver com dignidade e mesmo diante de algumas dificuldades, meus pais tinham o propósito mais abrangente que era proporcionar aos seus filhos uma boa condição de vida.

Minha vida escolar foi demorada, pois, como meus pais eram separados e moravam em cidades diferentes, sempre vivia no trajeto entre duas cidades. Minha mãe residia em Guarabira e meu pai em Mamanguape[2]. Minha guarda era materna, porém, depois de minha mãe passar por alguns problemas pessoais que afetava diretamente minha vida, uma tia, junto com o meu pai, quando eu tinha seis anos de idade, decidiram me levar para morar com ele, em Mamanguape, só depois dessa mudança comecei minha vida escolar.

Aos sete anos, fui matriculado na alfabetização no Instituto Educacional Alegria do Saber, uma escola de educação infantil da rede privada na cidade de

[1] Guarabira é um município do estado da Paraíba, no Brasil. È sede da região metropolitana do brejo. Sua população em 2016 foi estimada pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 58.529 habitantes, distribuídos em 165,744 quilômetros quadrados de área.

[2] Mamanguape é um município do estado da Paraíba, no Brasil. É sede da Região Metropolitana do Vale do Mamanguape. Sua população em 2016 foi estimada pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 44.694 habitantes, distribuídos em 349 quilômetros quadrados de área.

Mamanguape. Lembro-me do nome da minha primeira professora: Dilma. Com ela aprendi a ler e escrever as primeiras palavras. Por conta do meu desempenho na aprendizagem e da minha idade, ela sugeriu para meu pai que eu estava apto para ir para primeira série no fim do primeiro semestre, caso ele concordasse. Porém, ele preferiu me manter na alfabetização e terminar o ano letivo. Continuei na mesma escola até a primeira série do antigo primário.

Em 1997, por conta de situações financeiras, fui estudar na rede pública onde cursei a segunda série na Escola Municipal Iracema Soares, em Mamanguape. Essa escola tinha a distância de uns trinta metros de onde morava. Eu e meu irmão íamos caminhando sozinhos para a escola. No ano seguinte fui transferido para a Escola Estadual de Ensino fundamental Professor Umbelina Garcez, também na cidade de Mamanguape. Os professores maravilhosos, amigos que trago em minha vida até hoje. Um ensino de qualidade e foi nessa escola que tive mudanças de comportamento como também primeiros namoros.

Lembro-me da gestora Kilma, de pulso forte, administrava a escola de forma impecável. Nessa escola tinha grupo de dança onde a professora Penha me chamou para participar. Foi uma fase muito rica em minha vida, pois aprendi a dançar: minha paixão até hoje. A professora nos tratava como filhos, chegando a nos levar para a casa dela para ensaiarmos e fazermos peças para apresentação nos eventos da escola.

Nessa época também, eu e meus amigos de escola, nos juntávamos sempre na casa de alguém, para estudar e ensaiar coisas do grupo. Meu comportamento ficou um pouco arredio, pois eu brincava e brigava muito, porém era bem elogiado nas aulas, pois sempre fazia minhas atividades, obtendo notas boas. Foi nessa época que comecei a me destacar em Matemática, quando tinha trabalho em grupo era bem requisitado pelos demais membros e o que mais me estimulava era a professora que, ao final de cada bimestre, premiava o melhor aluno. No fim da 4° série fizemos uma formatura linda que nos rendeu grandes emoções.

Durante minhas férias, fui passar um período com minha mãe que estava residindo na cidade de João Pessoa (PB), no bairro dos funcionários II. Nesse período, minha mãe me chamou para morar com ela, novamente. Refletindo sobre a situação que passava morando com a família do meu pai, aceitei o convite de morar em João Pessoa, com minha mãe. Fui matriculado na Escola Municipal Darcy Ribeiro, em João Pessoa, onde estudei a partir da 5ª série do Ensino Fundamental.

Nas férias de junho/julho, minha irmã mais velha por parte de mãe, que tinha se casado com um dono de circo, e consequentemente morando no circo, ligou para minha mãe, avisando que o mesmo ia passar uma temporada na Paraíba e a chamou para ir visitá-la. Fomos passar duas semanas que seria o fim de minhas férias. A estadia no circo se prolongou a mais que as férias. Morei no circo por mais de seis meses, minha preocupação era abandonar os estudos, porém existiam mais adolescentes no circo e todos estudavam, o que me tranquilizou. Foi um período muito desafiador e divertido, pois em semana em semana ou, quinzenalmente, estávamos em cidades diferentes, consequentemente em escolas diferentes.

Foi uma experiência muito rica, por mais que não me lembre de ninguém das escolas dessa época, conheci muita gente e me divertia muito, a parte conteúdista é que era o mais complicado, às vezes o conteúdo passado já tinha visto, e às vezes estava bem distante do que sabia. Foi nessa aventura que concluí meu 5° ano na Escola Estadual de Ensino Fundamental Batista Leite, na cidade de Sousa[3].

Voltando para João Pessoa, retornei a estudar na Escola Municipal Darcy Ribeiro. Nesse tempo frequentava a igreja Batista Missionária, chegando até a me tornar evangélico. No fim do ano letivo meu pai me chamou para retornar a morar com ele, depois de conversar com minha mãe, voltei para Mamanguape. Minha maior vontade era estudar novamente na escola que mais gostei, a Escola Umbelina Garcez. Reencontrando meus amigos e professores queridos, na escola iniciei um gosto que prático até hoje: Dançar quadrilha junina. Conclui meu Ensino Fundamental na Escola Umbelina. Não continuei os estudos na mesma porque na época não tinha Ensino Médio.

Iniciando um novo ciclo de estudo na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Senador Ruy Carneiro, em Mamanguape, não fui muito satisfeito para essa escola, pois os comentários sobre ela não eram os melhores. Meu pai não deixava eu estudar na cidade vizinha me restando essa única opção. No segundo semestre do 1° ano médio passei por um problema de saúde, tendo que me afastar da escola por um tempo. Nesse período, por falta de assistência em casa, fui me recuperar na cidade de Guarabira com minha mãe, que já tinha voltado para lá com a minha família materna. Depois de três meses e já com a saúde estável, voltei para Mamanguape, para terminar o ano

[3] Sousa é um município do estado da Paraíba, no Brasil. Localizada no sertão paraibano. Sua população em 2016 foi estimada pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 69.196 habitantes, distribuídos em 738 quilômetros quadrados de área.

letivo. Quase todos os professores foram compreensivos e me ajudaram da forma que podiam para passar, no entanto um não entendeu a situação, me colocando na final em educação física, mas com muito esforço, consegui a aprovação tão almejada.

Na minha estadia de recuperação em Guarabira, vi a possibilidade de me tornar independente, ter meu trabalho e concluir meus estudos, sem contar que estava ao lado de pessoas que amo, pois nesse momento a única coisa que me prendia em Mamanguape era meu pai. Tomado à decisão de voltar, iniciei uma nova fase de vida, trabalhando e estudando. Porém, não consegui conciliar o trabalho com o estudo e acabei abandonando a escola no ano de 2005. Em 2006 trabalhei durante o dia e voltei a estudar no turno da noite, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Antônio Bem Vindo, onde concluí meu Ensino Médio.

Após o término do Ensino Médio meu próximo objetivo era entrar na vida acadêmica, mas essa prioridade foi um pouco esquecida e prevaleceu outros objetivos que era conseguir um trabalho melhor. No meu trabalho sempre tentei ser o mais eficiente possível. Minha função era arrecadar jogo do bicho em cidades vizinhas e no centro de Guarabira. Depois de dois anos e meio, trabalhando sem férias, recebi uma proposta de um amigo que tinha um comércio de confecções, para viajar a São Paulo, para ajudá-lo a comprar as confecções. Com antecedência, avisei ao gerente do meu trabalho e o mesmo concordou já que nunca tinha tirado férias. Faltando dois dias para a viagem, avisei ao meu gerente e o mesmo disse que eu não poderia ir, pois não tinha quem me cobrisse no trabalho. No dia da viagem, fechei minhas contas e pedi demissão, seguindo viagem para São Paulo.

Desempregado, porém feliz, eu viajei com a consciência limpa. Durante a estadia em São Paulo recebi a proposta do meu amigo comerciante de gerenciar a loja dele, fiquei muito feliz com a proposta, logo aceitei. Com essa oportunidade consegui o que tanto desejava, maior autonomia e qualidade no trabalho.

Com o novo emprego e o tempo mais livre, voltei a pensar na vida acadêmica. Então, decidi procurar um cursinho pré-vestibular para ter um maior conhecimento, já que fazia tempo que estudava. Em 2009 me matriculei no Objetivo Colégio e Curso, e prestei o primeiro vestibular para Matemática, quando esse ainda era o antigo PSS. Passei dentro das vagas na primeira fase, mas na segunda fase cheguei atrasado e perdi a prova. No ano seguinte prestei novamente vestibular para Matemática, ocorrendo como planejado, pois consegui a aprovação na primeira chamada no curso de Licenciatura em

Matemática no Campus IV da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, localizado na cidade de Mamanguape, no litoral Norte da Paraíba.

Iniciei a vida acadêmica no segundo semestre de 2011. No primeiro período tive muitas dificuldades em me adequar ao modelo acadêmico, sobretudo na disciplina de cálculo I, por mais que Matemática fosse minha disciplina preferida no ensino básico, eu não tinha base suficiente para levar a disciplina. Apesar das dificuldades, fui aprovado em todas as disciplinas primeiro período.

O primeiro semestre da universidade foi muito corrido para mim, pois morava e trabalhava em Guarabira e a noite tinha que pegar o transporte para ir a Rio Tinto, cidade onde funciona o curso de licenciatura em Matemática. Então tomei a decisão de sair do emprego e tentar morar com meu pai na cidade de Mamanguape que é 5 quilômetros de Rio Tinto[4], para ter mais tempo e me dedicar aos estudos. Nesse momento, já recebia uma bolsa alimentação e pretendia fazer seleção para entrar em um projeto remunerado da universidade, para custear minhas despesas.

Iniciando o segundo período, cheguei mais decidido e com vontade de superar todos os obstáculos, conseguindo fazer amigos que os trago comigo até hoje. Montando grupos de estudos, totalmente focado. No decorrer do semestre me submeti a seleção para o PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), o qual fui aprovado, passando a ser bolsista. O referido projeto foi coordenado pelas professoras Agnes Liliane e Claudilene. Esse projeto foi de suma importância na minha vida, pois me proporcionou outra visão do meu curso, como também me ajudou e me preparou, financeiramente, no pessoal, na didática e no profissional. Permaneci nesse programa por quatro anos. Nesse mesmo semestre me mudei novamente para João Pessoa, onde fui dividir apartamento com amigos. e resido até hoje.

Em João Pessoa tive oportunidades de engajar na minha área de estudo, pois, além do PIBID, que me possibilitava ir para a escola, inclusive sala de aula, entrei no Programa “Mais Educação”, nas escolas do município. Experiência única que me fez enriquecer-me como profissional. Cursando o quarto período, recebi uma proposta de emprego para lecionar em uma escola da rede privada, aceitando o convite. Como sempre prezei por um trabalho bem feito, chegando a trancar duas disciplinas do período para maior dedicação no emprego.

---

[4] Rio Tinto é um município do Estado da Paraíba, Brasil. Localizado na Região Metropolitana de João Pessoa, estado da Paraíba. Sua população em 2016 foi estimada pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 24.090 habitantes, [3] distribuídos em 466 quilômetros quadrados de área.

No decorrer do curso passei por disciplinas muito marcantes, como os laboratórios para o ensino de Matemática, que em minha opinião é o diferencial desse curso. Nela aprendemos a trabalhar com metodologias diferenciadas que estimulam o gosto, capacidade e criatividade Matemática nos alunos; os estágios supervisionados que nos ensinam tanto a parte teórica como nos mostra na prática a realidade que iremos enfrentar em nossa carreira profissional.

Durante o curso de graduação em Licenciatura em Matemática, uma das áreas de conhecimento me chamou atenção foi a Geometria. Não recordo de ter estudado Geometria no ensino regular, logo, me senti muito motivado a refletir sobre a área. Meus primeiros contatos com a Geometria foram nas disciplinas de básicas, percebendo que, além de um desafio para meu contexto, essa também é uma área importante por estar ligada diretamente ao nosso cotidiano. Veio-me a pergunta: Por que não estudei a Geometria no meu ensino regular? Parte dessa resposta me veio, de modo reflexivo, a partir das leituras sobre o tema, a partir da minha participação no PIBID[5]. Nas disciplinas de laboratórios estudei variadas atividades e metodologias para o ensino da Geometria. Nas práticas dos estágios supervisionados, sempre que possível, fazia minha intervenção na área da Geometria.

Sei que a educação em nosso país não é fácil para todos. O caminho para uma melhoria ainda é árduo. Quero estar apto para contribuir positivamente para uma mudança. Quando se trabalha com amor, tudo se torna mais fácil, e é esse sentimento que devemos levar para sala de aula. Defendo que a educação é o melhor caminho para tudo.

1 INTRODUÇÃO

Nesse capítulo apresentamos a estrutura do trabalho, com destaque para os Objetivos Gerais e Específicos, Justificativa e Pressupostos Teórico-Metodológicos da pesquisa.

1.1 Justificativa

[5] Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência.

Como expresso no Memorial, nosso interesse pelo tema se deu no Ensino Superior por termos conhecido um conteúdo destinado ao ensino regular, apenas na vivência acadêmica.

É de senso comum, o reconhecimento das formas geométricas, nos mais diversos ambientes, ao nosso cotidiano, esteja essas formas na natureza, nas construções humanas, em figuras, objetos, entre outros. Por sua vez, do ponto de vista científico, o ensino da Geometria pode promover ao aluno o desenvolvimento de estruturas mentais, bem como auxiliar no processo de exploração do espaço onde vive, o raciocínio lógico, o pensamento crítico e autônomo (TAVALERA, 2010).

Todavia, durante muito tempo, essa área da Matemática não foi explorada como deveria ser, deixando de se mostrado aos alunos a percepção mais Matemática da Geometria que circula ao seu redor (PAVANELLO, 1993).

Para alguns autores, como os supracitados, o desinteresse por estudos na área da Geometria foi dado historicamente, por motivos primorosos, a exemplo, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que, valorizando a álgebra, forçou o descarte do ensino de Geometria na educação, pelos professores, como cita Pavanello (1993, p.7) "[...] muitos professores de Matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a Geometria, deixaram de incluí-las em sua programação".

Em paralelo a época em destaque, muito se publica e se pesquisa na área da Geometria, sobretudo propostas metodológicas para seu ensino conteudista. Entretanto, não quer dizer que as pesquisas se efetivem em mudanças dentro dos muros da sala de aula. De modo geral, ainda se testemunha, a título informal de coleta de dados, os professores algebrizando a Geometria. Aplicando fórmulas e exercícios de fixação, em detrimento dos conceitos geométricos. Além disso, segundo Peres (1995, p.3) "Muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas".

Defendemos que a Geometria tende a despertar o interesse dos alunos naturalmente por este ser um campo vasto de fácil observação é natural situações-problemas, como questão de forma, a título de exemplo, embalagens e seu conteúdo, em volume, que cabem nelas; desenho; origami; design; entre outros. O conceito geométrico, tratado academicamente, favorece o desenvolvimento das capacidades para argumentar, criar esquemas, justificar aplicações práticas, como a construção de alguma estrutura, organização de elementos físicos no espaço, entre outros.

Para Falcão (2008), quando o discente incorpora esse conhecimento conceitual geométrico, passa a compreender e transportá-lo para a realidade. Essa leitura, ora teórica, ora real, não deve depender de um ensino da Geometria norteado por seleções estáticas que valorizam a memorização de fórmulas, ausente de significados práticos.

Como caráter informal, pautado em vivências escolar e coleta de dados não cientificados academicamente, o senso comum dos docentes do ensino de Geometria costumam apontar que seus estudantes apresentam dificuldades quanto a interpretação dos elementos de figuras geométricas planas, assim como, ineficiência no cálculo de áreas, aplicação do Teorema de Pitágoras, entre outros. Logo, é justificável pesquisas que visem pensar metodologias variadas, tais quais, composição e decomposição de figuras, materiais manipulativos, situações problemas, dentre outras, com objetivo de diminuir a ocorrência das dificuldades apresentadas. A comunidade científica deve continuar focando em novas alternativas para a inserção de metodologias para o ensino de Geometria, para auxiliar tanto os professores como os alunos em sua prática.

1.2 - Objetivos

Geral:

- Propor e Analisar uma sequência Didática com o conteúdo de Geometria, cálculo de áreas, para o 9° Ano do Ensino Fundamental.

Específicos:

- Apresentar as Experiências de Estágio Supervisionado III como retrato parcial da realidade local;
- Tecer considerações teóricas sobre o Ensino de Geometria;
- Propor uma atividade didática para o ensino de Cálculo de Áreas;
- Analisar a proposta didática;
- Apontar sugestões de pesquisas futuras.

1.3 - Pressupostos Teórico-Metodológicos.

A proposta de trabalhar com Geometria surgiu da experiência promovida pela disciplina obrigatória de Estágio Supervisionado, ofertada no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba. Em nossa proposta, para a intervenção de Estágio, pudemos constatar que os alunos aprovaram a proposta didática com uso de contextualização e situações problemas. O alunado pareceu demonstrar interesse em construir significado sobre o tema. Passamos a advogar que, como elemento de caráter dinâmico, a contextualização na sala de aula, pode ser utilizada como recurso efetivo para a construção de conhecimentos geométricos. Nossa proposta interviu com atividade que não foram interpretadas como um elemento "solto", promotor de "pseudocontextualização[6]", mas como um recurso de potencial, para um planejamento didático, associado ao público do 9° do Ensino Fundamental.

Dessa forma, nos questionamos: como propor um planejamento didático com uso da contextualização, para auxiliar na formação do estudante em elementos pertinentes ao Ensino da Geometria?

Nossa pesquisa se justifica, uma vez que seja de caráter relevante que os docentes saibam projetar propostas didáticas que tratem a Geometria como um contexto, e não associado à mera algebrização e uso de fórmula. Por sua vez, os discentes, precisam entender o conceito de Geometria, pois, até mesmo as provas elaboradas pelo governo, para ingressar nas instituições públicas, e conseguir auxílios de crédito estudantil, perpassam por elementos conteudistas da área da Geometria.

Pautado nas reflexões iniciais e em consequência da forma como abordamos o conteúdo trabalhado na intervenção de Estágio Supervisionado, nos incitou reflexões para um planejamento didático para a sala de aula. Desse modo nos instigamos a pensar abordagens, envolvendo a contextualização através do conteúdo de áreas e Teorema de Pitágoras, no Ensino de Geometria, para exercitar e conceituar elementos como áreas, perímetros, composição e decomposição de figuras, entre outros. A fim de chegarmos ao produto final alvo do objetivo dessa pesquisa, de um planejamento didático para o ensino de Geometria, e tendo em vistas que o objetivo de um Trabalho de Conclusão de Curso é retratar "[...] um exigente processo de pesquisa e de reflexão, sustentado em referências teóricas e praticado de acordo com os procedimentos metodológicos e

[6] Pseudocontextualização, para nós, é quando existe uma aplicação Matemática que não faz parte de uma situação real ou tactível para a vida do estudante, ou para determinado contexto na qual ela esta sendo utilizada.

técnicos apropriados." (Severino, 2002, p.73), efetivamos uma pesquisa de cunho qualitativo, do tipo descritivo.

A metodologia que utilizamos na elaboração desta pesquisa, do ponto de vista analítico, é classificada como qualitativa, pois considera que existe uma relação dinâmica entre a teoria, o mundo real e a proposta didática ofertada. Não obstante, se caracteriza como pesquisa descritiva, pois visa descrever, a partir da teoria, uma proposta didática que incite pesquisas futuras. Segundo Gil (2010), a pesquisa descritiva tem o objetivo de analisar teorias, fatos e fenômenos, fazendo uma investigação inicial se a realidade, teoria pesquisada, está apta a desenvolver novos fenômenos que consigam ser descritos, interpretados e classificados.

Quanto à análise dos dados, a pesquisa descritiva, para Gil (2010), tende a observar o meio e depois sugerir ou interferir nele, propondo mudanças a partir de uma realidade que está posta. Para esse tipo de pesquisa, se requer compromisso do pesquisador a fim de buscar soluções para os problemas observados, no nosso caso, a inserção de elementos dinâmicos ao ensino de Geometria, necessariamente, o conteúdo de áreas.

Nossa pesquisa foi constituída por três etapas: a primeira trata-se da constatação da realidade escolar, a partir da experiência ofertada pela disciplina de Estágio Supervisionado. A segunda etapa consistiu na apresentação de um capítulo teórico sobre o Ensino de Geometria. A terceira e última etapa foi à proposta de um planejamento didático que envolvesse contextualização e elementos da Geometria, referente ao conteúdo de áreas, com encaminhamento para pesquisas futuras.

1.4 – Estrutura do Trabalho.

Inicialmente tecemos considerações sobre a vida do pesquisador do trabalho. No capítulo introdutório expomos algumas considerações sobre nosso trabalho no que tange objetivos, fundamentos teórico-metodológicos e justificativa da pesquisa.

O segundo - *Reflexões Pós-vivência de Estágio Supervisionado: impressões niciais,* abordamos nossa experiência de intervenção, atividade obrigatória ofertada pela disciplina de Estágio Supervisionado III, promovida pela Universidade Federal da Paraíba. Apontamos as atividades dessa intervenção e enfatizamos sua importância para nós, pois se tratou de uma atividade supervisionada, legalizando nossas impressões docentes, e porque, após ela, podemos refletir com mais maturidade sobre a palavra chave de nosso estudo. A experiência também foi válida para que podéssemos comunicar a comunidade científica a realidade parcial de como se processa o ensino na cidade de João Pessoa, na esfera pública.

O terceiro capítulo do trabalho - *Percepções sobre o Ensino de Geometria,* teve por objetivo possibilitar ao professor uma oportunidade de refletir sobre o Ensino de Geometria. Nesse capítulo realizamos uma revisão literária sobre o objeto de pesquisa, já explicitados. Além disso, apresentamos uma sequência didática e tecemos um estudo sobre ela.

Nas c*onsiderações finais* apresentamos as contribuições de nosso trabalho e a síntese de nossas reflexões sobre a relevância da temática, bem como os encaminhamentos para pesquisas futuras.

2 REFLEXÃO PÓS-VIVÊNCIA DE ESTÁGIO SUPERVISIONADO: IMPRESSÕES INICIAIS

O objetivo desse capítulo é apresentar a experiência oportunizada pela disciplina de Estágio Supervisionado III. Como descrito no memorial, parte de nosso interesse pelo tema "Geometria" surgiu da ausência da vivência pessoal do autor, deste conteúdo, em cenário escolar. Subsequentemente, esse interesse foi aguçado, quando de modo prático, pudemos magistrar, legalmente assistidos, conteúdo de Geometria em atmosfera escolar, por meio da disciplina ofertada pela Universidade Federal da Paraíba. Nesse capítulo, iremos expor, de forma resumida, nossa intervenção com uma turma do Ensino Fundamental.

A instituição que nos acolheu foi a Escola Estadual de Ensino Fundamental Professora Argentina Pereira Gomes[7], localizada em João Pessoa-PB, desenvolvida no período de 18 outubro a 17 de novembro de 2016.

Ainda destacamos que os Estágios Supervisionados, nas licenciaturas, são exigência da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº 9394/96), sendo de relevante importância para a formação do futuro professor. Para a normativa vigente, é neste momento que se coloca em prática o aprendizado ocorrido durante a universidade, auxiliando para o desenvolvimento do aluno como professor, possibilitando-o de modo que o futuro professor vivencie experiências do cotidiano escolar. Para os documentos oficiais, o estágio oferta a oportunidade de aliar a teoria à prática e é o momento em que o aluno passa do ''saber sobre'' para o ''saber como''.

Sobre a estrutura física da Escola Estadual do Ensino Fundamental Profº Argentina Pereira Gomes, registra-se que a escola funciona num prédio conservado e próprio, numa área 1692 metros quadrados (m^2), com 13 salas de aula, espaçosas e arejadas; 4 vestiários, sendo que 2 vestiários são para os alunos e 2 para os funcionários da escola. Cada vestiário possui no seu interior banheiros e sanitários para o uso particular dos ocupantes; 1 ampla cantina, arejada e devidamente estruturada para receber os alunos, que diariamente oferece merenda nos três turnos; 1 sala apropriada para professores; 1 sala para coordenação pedagógica; 1 ampla biblioteca para o acesso

[7] A referida escola está localizada em João Pessoa capital do estado da Paraíba, no centro da cidade próximo ao parque Sólon de Lucena, atende à população dos bairros vizinhos, oferecendo o Ensino Fundamental (6° ao 9° ano) e o Ensino EJA (6° ao 9° ano), que são disponibilizados nos três turnos. Foi inaugurada no ano de 1975.

as pesquisas; 1 laboratório de informática com internet disponível; 1 quadra poliesportiva; 1 sala de teatro; 1 palco para eventos no pátio da escola e um amplo espaço para estacionamento.

Na referida escola, a intervenção de Ensino Fundamental ocorreu com o conteúdo de Teorema de Pitágoras e Relações trigonométricas, em duas turmas de 9° ano, no período Vespertino. Cada hora-aula, adotada na escola, perdura 50 minutos.

Nossa proposta partiu de objetivos norteadores da intervenção, tais quais: Revelar a Matemática como criação humana, mostrando necessidades e preocupações nas diferentes culturas; inserir a tecnologia como meio de estudo (vídeos educativos) e usar ferramentas didáticas como jogos e materiais concretos para a construção do conhecimento.

Os conteúdos propostos pelo professor regente foram o Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas, porém foram abordados outros conteúdos. Entre os recursos metodológicos utilizados, além do quadro, livro didático, também utilizamos jogos.

Encaramos o estágio como uma fase de enriquecimento pedagógico, pessoal e profissional, colocando em prática o planejado, no intuito da melhor inserção/absorção dos conteúdos, bem como das contribuições no ensino e aprendizagem dos alunos. De posse da realidade enfrentada pelos professores na educação Matemática, com os empecilhos e dificuldades enfrentadas, tantas vezes versadas em caráter informal e não sistematizado, pautado apenas no senso comum da vivência escolar, buscamos levar o ensino da Matemática de uma forma simples e visando despertar o interesse pela mesma.

Entre as várias aulas regidas, destacamos:

- Aulas do dia 18/10/2016; Turmas 9° A e 9° C; Conteúdos: potenciação, radiciação e expressões numéricas.

Essas aulas foram as aulas iniciais, nossa proposta foi mostrar que a aprendizagem da Matemática pode ser dinâmica, saindo do modelo tradicional. Como intervenção didática utilizamos um jogo denominado: “Eu tenho. Quem tem...?”.

Esse jogo aborda os conteúdos de potenciação, radiciação e expressões numéricas. O jogo é um ciclo de perguntas e respostas e para iniciá-lo é importante à organização da sala de aula em círculo, para uma melhor interação e desempenho, após a organização da sala, passamos para o procedimento.

O jogo é composto por 35 cartas contendo, em cada carta, uma resposta e uma pergunta. Foram entregues uma ou duas cartas para cada aluno, aleatoriamente um aluno dá início a rodada lendo a resposta de sua carta e depois a pergunta, a resposta de sua pergunta estará em outra carta e a pessoa que estiver com essa carta responde ao aluno, passando a realizar uma nova pergunta. O jogo procede dessa maneira até que o aluno iniciante responda a pergunta da carta de alguém.

O jogo trabalha concentração, atenção, paciência para esperar seu turno. É um jogo simbólico por não existir um "campeão" e um "derrotado". O jogo pode ser facilmente adaptável a outros conteúdos, pois perpassa pela criatividade da elaboração das cartas.

Foram três rodadas do jogo concluídas com sucesso, apareceram algumas dúvidas na primeira rodada, porém as outras foram bem executadas. A utilização desse jogo teve os propósitos de dinamizar as aulas e como sondagem dos conhecimentos prévios dos alunos, para que assim podermos nos orientar nos demais encontros da prática do estágio supervisionado.

- Aulas dos dias 20 e 21/10/2016; Turma: 9° A; Conteúdos: Teorema de Pitágoras.

O objetivo desses encontros foi construir o conceito do Teorema de Pitágoras através de material manipulativo com auxilio quadrados de medidas diferentes, de modo que os próprios alunos compreendessem, nesse processo, as relações entre os quadrados, construindo assim o Teorema de Pitágoras, utilizamos as seguintes estratégias, procedidas passo a passo:

1) Pedimos para que os alunos construíssem no caderno, com a régua, uma sequência de quadrados com lados iguais a 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm e 5 cm.

2) Retornamos a definição de unidade de área, utilizando o quadrado como recurso de medida. O quadrado de 1 m de lado ocupa a área de 1 metro quadrado, o de 1 cm de lado ocupa 1 centímetro quadrado, e assim por diante. Fixamos esse tipo de raciocínio.

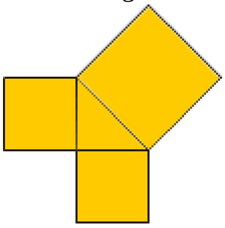
3) Retomamos o procedimento para o cálculo da área do quadrado. Por meio da dedução, fazendo alguns exemplos e variando as variáveis. Depois calculamos as áreas dos cinco quadrados construídos no caderno.

4) Construímos na lousa um triângulo retângulo escaleno, identificando o ângulo reto, os catetos e a hipotenusa.

5) Pedimos para os alunos reproduzirem os cinco quadrados em papel-cartão, com as respectivas medidas usadas no caderno. Recortamos cada um deles.

6) Desafiamos os alunos a formarem triângulos retângulos com os cinco quadrados que foram recortados, utilizando o lado de cada quadrado na formação dos triângulos.

Figura 1: Modelo de triângulo retângulo escaleno



Fonte: Arquivo pessoal

7) Nos casos em que foram formados triângulos retângulos, pedimos para os alunos identificarem os lados que são definidos como cateto e hipotenusa.

8) Perguntamos aos alunos: Dos cinco quadrados, quais são os que conseguem formar a figura do triângulo retângulo?

Analisamos as respostas dadas pelos alunos e propusemos que eles identificassem as medidas dos lados dos quadrados que formaram esse tipo de triângulo.

9) Pedimos para que os alunos calculassem as áreas dos quadrados que conseguiram formar o triângulo retângulo, orientando para que observem a relação Matemática que pode ser construída com os valores das três áreas.

10) Apresentamos o Teorema de Pitágoras e mostramos que "a soma do quadrado dos catetos" é o mesmo que somar as áreas dos dois quadrados que formam o ângulo reto do triângulo retângulo (na experiência feita anteriormente). Depois arguimos: E o quadrado da hipotenusa? Corresponde à área de que quadrado?

11) Retomamos a definição do Teorema de Pitágoras, construindo a correspondência de cada termo do Teorema com a área de cada quadrado que forma o triângulo retângulo. No desafio que acabou de ser realizado.

Foi diagnosticado que esses procedimentos puderam promover participação dos alunos na aula, os alunos trabalharam durante as aulas, e com base nas aulas subsequentes, identificamos que os discentes assimilaram o conteúdo.

- Nas aulas do dia 11/11/2016, na turma do 9° C, abordamos a tabela dos ângulos notáveis. Esse jogo é composto por 18 peças que formam pares, por exemplo: “sen 30°”, e outra com sua respectiva resposta, “1/2”. O procedimento é simples. formam grupos de 4 a 6 alunos, dividindo cada grupo em duas equipes, de 2 ou três alunos, havendo uma competição em cada grupo. Inicia-se virando todas as cartas e revelando todos os pares, para todos os participantes. Em seguida, a equipe que começar a jogar, vira uma peça e tenta encontrar seu par, sempre mostrando as peças escolhidas para todos do grupo. Caso a equipe encontre o par, continua jogando. Caso não encontre o par, passa a vez para a outra equipe. Assim sucessivamente, até que todas as peças do jogo tenham sido recolhidas pelas equipes. Ganha o jogo a equipe que mais conseguir fazer pares.

O objetivo do jogo é memorizar a tabela dos ângulos notáveis, de um modo alternativo ao modelo tradicional. Depois de memorizado os ângulo notáveis, questionamos: “Para que serve isso? Onde utilizaremos?”. A resposta de nossa reflexão veio por meio da aula que utilizamos a história da Matemática. Iniciamos as aulas relatando o surgimento do conteúdo do Teorema de Pitágoras, relatando que os antigos egípcios utilizavam uma corda, com 13 nós, igualmente espaçados, para formar um triângulo retângulo com lados medindo 3, 4 e 5 unidades. Mostrando que na antiguidade se utilizavam de todo tipo de artifícios para garantir sua sobrevivência. Dentre outras histórias da Matemática. Foi compartilhado o vídeo “O Teorema de Pitágoras – Novo Telecurso 2000”, disponível no domínio:

https://www.youtube.com/watch?v=aPZkRW7F_RQ (Acesso: 11/11/2016).

Também revisitamos o livro didático; “Praticando Matemática” (Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos) adotado pela escola, como também “Tempo de Matemática” (Miguel Asis Name), para realizar as atividades complementares.

Como caráter inesperado da aula, um aluno do 9° C não quis participar do jogo “Eu tenho, Quem tem?”. Respeitamos a vontade dele e passamos atividades paralelas para ele desenvolver. Durante as rodadas fizemos algumas intervenções, por conta das dúvidas que existiram. Durante o processo, no intuito de diminuir essas dificuldades, íamos ao quadro resolver algumas questões sobre os conteúdos abordados pelos jogos, retomando em seguida, a rodada. Ao término dos jogos, entravamos em um diálogo perguntando o que acharam da atividade. Após avaliação e aplicação de exercícios, tivemos um positivo sobre a absorção do conteúdo.

Outros momentos muito produtivos da intervenção, em datas diferentes, foram às resoluções de situações problemas, na qual os alunos foram participativos. Expuseram suas dúvidas e até se arriscaram a irem responder problemas no quadro. O que mostrou interesse e a motivação em participar da aula.

A intervenção teve algumas modificações em relação ao planejamento como as datas das intervenções terem sido alteradas por conta de feriados e paralisações da escola.

De modo resumido, a turma do 9° C tinha mais deficiência quanto aos conhecimentos prévios importantes para o desenvolvimento do conteúdo proposto. Dessa forma, foi mais rápido avançar com o conteúdo na turma do 9° A.

A realidade parcial, da vivência escolar citada, foi tida como um grupo de alunos, que costumam estar desinteressados, e o carisma do professor, bem como sucessivos convites a participação da aula, tornou-se uma chave valiosa para, a partir da empatia do aluno, testemunharmos maiores envolvimentos. Também foi registrado, que mesmo os alunos avançando nos anos escolares, eles não demonstraram domínio de conteúdos de anos anteriores. Foi averiguado que, quando as aulas fogem do plano tradicional, os alunos costumam manter menos apatia pela aula.

Foi com base em nossa experiência de estágio, que nos identificamos em cientificar sobre o ensino de Geometria e de soluções metodológicas para um público, que comungue de grandes denominadores comuns, como o do alvo de nosso Estágio. Resolvemos fortalecer as fundamentações teóricas sobre Geometria, seguida de sugestões de pesquisas futuras com fins de averiguação de pontos prós e contras, de nossas soluções metodológicas.

Julgamos o registro, para comunidade científica, da nossa experiência de Estágio Supervisionado III válida, pois, foi com base nela, que pudemos conhecer e expor a realidade escolar parcial da instituição que estagiamos, bem como, as reflexões que eclodiram na problemática de nossa pesquisa.

3 – PERCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA.

O objetivo desse capítulo é debater algumas sínteses considerativas sobre o Ensino de Geometria. Apresentaremos o tema com base em algumas reflexões teóricas sobre a pertinência do objeto de estudo ao cenário vigente.

3.1 – Considerações sobre o Ensino de Geometria.

Teóricos apontam as dificuldades que existem, não apenas no ensino da álgebra, mas também ao ensino da Geometria. Essa realidade, de um ensino devassado, é em partes, justificada pela à desistência e renuncia do ensino da Geometria, por um suporte pedagógico que reinou, na linha cronológica brasileira, levando a sua vulnerabilidade. A esse respeito, afirma Pavanello (1993, p. 7):

> "A liberdade que a lei concedia às escolas quanto à decisão sobre o programa das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservavam o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão".

Como o contexto sublinhava a importância de se trabalhar mais com a Aritmética e a Álgebra, Pavanello (1989) versou que houve privação da possibilidade de se integrar processos importantes do uso da geometria para resolução de problemas. Isso levou os alunos a perderem o pensamento lógico dedutivo e sua independência, pensando que todos os problemas são iguais, possuindo a mesma resolução, e que essa dependia de um repertorio de situações já conhecidas, com aplicações específicas de fórmulas. Para Boavida (1992, p.109)

> "[...] a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Porque o ensino é, na sua perspectiva, também uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino da resolução de problemas; este ensino é uma actividade humana que requer experiência, gosto e bom senso".

A falta desse conhecimento geométrico impossibilita nossos alunos de ativar o pensamento lógico, critico e dedutivo, de serem seres autônomos. Na consciência dessa perspectiva, teóricos optaram por trilhar o caminho do ensino da geometria, no propósito de contribuir inserindo esse conhecimento na vida de nosso alunado e reforçar o sentindo que, por exemplo, Murari (2004) traça da geometria, como um campo da matemática que possui um campo fecundo, e a maneira como for estudada irá refletir no desenvolvimento intelectual, no raciocínio lógico e na capacidade de abstração e generalização do aluno.

A geometria está presente em tudo no nosso cotidiano. As formas e princípios da geometria esta implantada na arquitetura, nas artes, nas tecnologias, na natureza. Para que isso seja percebido, precisamos fazer com que o estudo da geometria melhore a interpretação do mundo que nos cerca, facilite o entendimento das ideias e contribua para ampliar a visão do contexto matemático, como diria Silva (2009, p.20). Seja nas obras de Oscar Niemeyer[8], nas artes de Romero Brito[9] e na mais simples perfeição da natureza na colmeia das abelhas, a geometria está em nossa volta e tem que ser percebida e analisada pelo aluno, "(...) tanto para seu crescimento cultural, como para estimular a imaginação e a intuição, desenvolver o raciocínio e a compreensão do espaço." (LAURO, 2007, p.9).

Para que esses conhecimentos geométricos sejam absorvidos pelos alunos, precisamos de capacitação para os profissionais da área, pois, segundo Pavanello (1993, p.8):

> "Em vários países, inúmeras pesquisas estão sendo realizadas, procurando determinar o "que" ensinar de geometria e "como" fazê-lo. Grandes esforços têm sido empreendidos na capacitação de docentes, visando a permite-lhes realizar um trabalho de qualidade em relação a esse tema".

Essas mudanças com o ensino ocorrem através de informações geradoras de conhecimento, que viabilizam a melhoria do ensino e da aprendizagem, para que, com profissionais capacitados, consigam desenvolver o pensamento geométrico tanto para o próprio profissional como para o alunado, gerando uma mudança importante no processo de transformação no ensino da matemática, uma vez que, conforme Sanchez &

---

[8] Oscar Niemeyer (1907-2012) foi arquiteto brasileiro. Responsável pelo planejamento arquitetônico de vários prédios de Brasília, capital do Brasil. Possui mais de 600 projetos em todo o mundo. É um dos maiores representantes da arquitetura moderna da história. Tem como característica principal o uso do concreto armado para as suas construções, com seu estilo inconfundível.

[9] Romero Britto (1963) é um famoso pintor e artista plástico brasileiro. Radicado em Miami, nos EUA, ficou conhecido pelo seu estilo alegre e colorido, por apresentar uma arte pop, despojada da estética clássica e tradicional. É considerado um dos artistas mais prestigiados pelas celebridades americanas e o pintor brasileiro mais bem sucedido fora do Brasil.

Bravo (2006) relata que “(...) a matemática é uma criação da mente humana e seu ensino devem ser processos autênticos de transformação de descoberta por parte do aluno”.

Ao longo da nossa experiência como docente do ensino de matemática, no Ensino Fundamental, ao abordar, em sala de aula, a geometria, verificamos que alguns alunos apresentam dificuldades na aprendizagem, principalmente quando se trata da resolução de problemas, para interpretação de dados da questão, como separar a hipótese. Para amenizar essa problemática, consideramos que o ensino tornar-se-á mais eficiente quando abordamos os conteúdos relacionando-os com a prática diária.

Historicamente, há três mil anos trás, os Egípcios começaram os primeiros movimentos e estudos relacionados à geometria, outros povos contribuintes com o conhecimento geométrico adquirido foram os Babilônios, Chineses e Hindus. Ao passarmos um pouco dessa história para os alunos, geralmente utilizamos como exemplos as construções das pirâmides, a divisão de terra do rio Nilo, dentre outras histórias.

Pelas constatações da geometria feita no mundo que vivemos, a humanidade com sua inteligência foi estabelecendo conceitos, regras e teoremas geométricos. Eves (2004) é um teórico que defende a Tales os primeiros estudos da geometria demonstrativa, Andrey (2004) é um autor que registra em sua obra que a geometria não utilizava-se de símbolos numéricos, e apenas após a morte do Alexandre “O grande”, seguido da construção da cidade de Alexandria e da Universidade de Alexandria, que Euclides foi escolhido pelo então rei Ptolomeu para chefiar o departamento de matemática, que se iniciou o avanço da matemática dedutiva, colocando símbolos na geometria, atendendo os pedidos dos Gregos para trata-la a partir de procedimentos empíricos e de raciocínio dedutivo, validando-os.

Outro grande matemático que destacou-se por ser o autor de um dos textos mais importantes da matemática, Os Elementos, que dos 13 livros ou capítulos, onde a maioria aborda conhecimentos geométricos, foi Euclides. Pitágoras foi um grande contribuinte para a matemática, com suas demonstrações de teoremas, como a demonstração do teorema que leva seu nome, o Teorema de Pitágoras, teorema esse com uma vasta aplicabilidade na área da geometria. Esses grandes estudiosos tiveram uma grande contribuição para o conhecimento do que conhecemos hoje como geometria.

A geometria é considerada uma das áreas da matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. É uma importante ferramenta para descrever e relacionar os alunos com o espaço em que vivem, os PCN (BRASIL, 1998, p.32) relata que "(...) uma forma de conhecer e atuar no mundo é o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural". Sua abordagem de forma clara dá ao aluno oportunidades de desenvolver habilidades criativas. Para que esse desenvolvimento seja possível, o professor deve estar preparado para enxergar essas habilidades a partir de conceitos geométricos, devem ser profissionais capacitados trazendo novos pensamentos de como conceber a geometria na escola.

A contextualização da geometria é importante na construção do conhecimento humano, existe a precisão de se entender as características singular e particular das áreas do conhecimento. Um recurso para conhecer e entender a matemática é a abordagem a partir de sua história, porem o livro didático esconde o processo de descoberta dos fatos, o que a história relata, tornando-se assim a geometria como um obstáculo epistemológico.

A história da geometria abre possibilidades de identificar obstáculos já existentes no conhecimento, sua contextualização transformada em situações-problemas permite a reconstrução do conhecimento matemático.

> "(...) acreditamos que o recurso à história da matemática deveria ser baseado em um diálogo do passado com o presente e interpretado dentro das práticas sociais em que tal passado se achava envolvido. (...) A história da matemática seria, então tratada como um produto humano: carregada de valores, relativizada em relação aos pressupostos das condições sócio-culturais de sua produção, aceitação e divulgação." (MOTTA, 2006, p.30)

Como o autor relata, a história da geometria pode ser uma prática social, partindo dela os conceitos matemáticos criados pelos alunos, como também dando sentido ao porque do estudo da geometria. Embora hoje em dia, esse recurso didático, a história da matemática, seja pouco utilizado pelos professores de matemática dos níveis regular de ensino, ela tem grande valia na contextualização do conteúdo. Para auxiliar na contextualização do conteúdo, iremos tecer algumas considerações sobre Pitágoras e seu teorema.

3.2 – Algumas Considerações sobre Pitágoras e seu Teorema por meio do auxilio geométrico

Interpretando o estudo de Ribeiro (2013) sobre a vida e o legado Pitagoriano no arcabouço cientifico atual, pode-se analisar que muito rico foi a contribuição deste personagem para o conhecimento matemático vigente. Segundo a autora, a importância da retomada deste estudo tem validade a partir do entendimento de que,

> O Teorema de Pitágoras é um dos mais belos e importantes Teoremas da Matemática de todos os tempos e ocupa uma posição especial na História do conhecimento matemático. Desde o século V a.C. até o século XX d. C. inúmeras demonstrações do Teorema de Pitágoras apareceram. (RIBEIRO, 2013, p. 2).

Pitágoras de Samos, assim como foi nomeado, foi um dos personagens mais importantes na história da Matemática. O acervo a seu respeito é escasso e não existe textos escritos de sua autoria. O que existem são muitos mitos e lendas que se formaram em torno de sua pessoa, motivados provavelmente pelo próprio Pitágoras e também devido à natureza do ensino pitagórico, com todo o seu conteúdo místico, indo para além do estudo dos cálculos, como exemplo o uso dos símbolos e costumes esotéricos.

Todavia, se entende em Ribeiro (2013) que Diógenes Laércio (200-250 d.C.) e Porfírio (234-305 d.C.) escreveram sobre Pitágoras e demonstraram um pouco da vida pitagórica e suas influências. E de acordo com esses e outros estudos seguintes temos que Pitágoras nasceu na ilha de Samos na Grécia. Seu pai, Mnesarco, era um mercador da cidade de Tiro e sua mãe, Pytahis, era originária de Samos. Foi na cidade de sua mãe que se registrou seus primeiros anos de vida.

Por ser filho de um mercador ele acompanhou seu pais em várias viagens e teve a oportunidade de ter contato com grandes filósofos e professores como a exemplo de Ferécides de Siros, a quem com frequência se descreveu como maestro de Pitágoras, Tales seu pupilo e Anaximandro que foi tido como seu instrutor. Despertando assim seu interesse por Matemática, astronomia, Geometria e cosmologia. E isso, com certeza, contribuiu para a curiosidade e formação do jovem Pitágoras na construção de seu entendimento. (RIBEIRO, 2013)

Segundo o Diógenes (apud Ribeiro, 2013), assim que Pitágoras se fixou na ilha de Samos, fundou sua primeira escola, que recebeu o nome de semicírculo, porém com a rigidez do ensino e com as críticas com base na participação política da escola, ele fugiu para a cidade de Crotona, por volta de 529 a.C. e lá:

> “Pitágoras fundou uma escola filosófica e religiosa, a Escola Pitagórica ou Sociedade Pitagórica, considerada como a ‘primeira universidade do mundo’, que rapidamente ganhou notoriedade e atraiu números seguidores” (RIBEIRO, 2013, p. 17).

E assim, construindo sua vida em torno de diversas correntes de estudos adversas e disputas políticas, muitas vezes contrárias a seus entendimentos que, inclusive, o fez se refugiar e até mesmo ser participante de guerras, construiu seu espaço de contribuição à Matemática. Sua morte, dita de variadas formas, indo a depender de cada autor, fica de modo aberto, deixando a importância mesmo de se atentar para seu trabalho na escola e na sociedade pitagórica.

No que diz respeito à instituição pitagórica, Ribeiro (2013) faz uma apresentação sob duas vertentes:

A) A escola tanto se preocupava com a investigação das questões espirituais, como por exemplo, nas discussões acerca da imortalidade da alma, reencarnação e autorreflexão;

B) como também se preocupava no desenvolvimento dos estudos da Matemática, astronomia e música, e isso “(...) imprimia um caráter científico no sentido moderno da palavra” (RIBEIRO, 2013, p. 17).

As pesquisas relatam que desta forma, a sociedade Pitagórica teve numerosos adeptos, os quais foram denominados de matemáticos (*mathematikoi*). Eles viviam na sociedade de modo continuo, não tinham posses pessoais e eram vegetarianos, e esta é a razão do legado pitagórico ser, para além do estudo matemático, deixando assim mensagens como a exemplo das passagens:

> Educai as crianças e não será preciso punir os homens; Não é livre quem não obteve domínio sobre si; A vida é como uma sala de espetáculos: entra-se, vê-se e sai-se. (Ribeiro, 2013)

Tem-se até mesmo que o pensamento de número 7 (Todas as coisas são números) ficou conhecido como o principal da Escola Pitagórica. Para Ribeiro (2013, p.20)

> “A partir dele foi criada uma doutrina na qual os alunos foram transformados em discípulos e o que lhe ensinava adquiriu uma áurea

> religiosa, chegando muitas vezes a extremos que beiravam ao sobrenatural.”

Quanto aos desenvolvimentos de trabalhos matemáticos atribui-se à Escola Pitagórica as seguintes descobertas, de grande valia na atualidade acadêmica:

- Estabelecimento das proporções do monocórdio para a obtenção das notas musicais: dó, ré, mi;
- Classificação dos números em: pares e impares, primos e compostos, figurados, perfeitos;
- Estabelecimento do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum;
- A nomenclatura do termo “Filosofia”.

Existem muitas outras contribuições de Pitágoras e de sua escola, em destaque, para esse pesquisa, vamos versar sobre o “Teorema de Pitágoras”, que estabelece que em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que tem como lados cada um dos catetos. Para Ribeiro (2013, p.13)

> “Esse Teorema é um dos clássicos do desenvolvimento da Matemática, de fácil compreensão e tem diversas aplicações, pode ser utilizado pelo professor como um mecanismo para despertar o interesse de alunos no ensino de Matemática.”

Todavia, autora revela que, mesmo antes de Pitágoras, esse Teorema já existia em algumas sociedades anteriores, como a exemplo na Mesopotâmia e no Antigo Egito, onde já conheciam valores que correspondiam com os lados de um triangulo retângulo, e eram utilizados para resolver problemas relacionados a esse tipo de triângulos, tal como se indica em alguns papiros e tablitas.

Além do mais, outra prova da existência do Teorema de Pitágoras antes de Pitágoras, era a maneira como os povos egípcios faziam para marcarem seus territórios. Afinal, após a cheia do rio Nilo era dificultoso a marcação dos espaços, pois as linhas demarcadas manualmente eram apagadas, fazendo-os criarem uma corda de 12 nós. Para Ribeiro (2013, p. 28)

> “Como a corda possuía 12 nós, ela tinha então 12 espaços, que devidamente organizados formam um triangulo retângulo de lados 3, 4 e 5, o que sabemos se tratar de um triângulo pitagórico. Logo, esta corda é também comprovação do uso do Teorema antes mesmo de

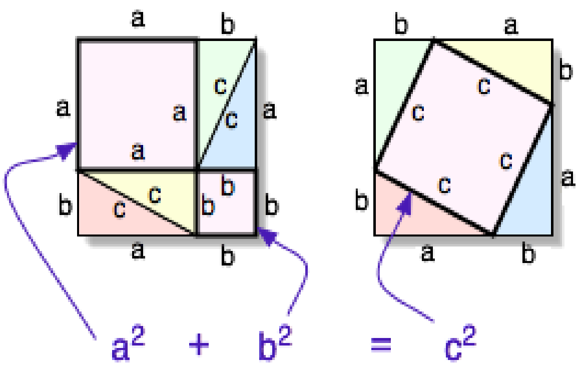
> Pitágoras existir, mas, não sendo bastante, a escola de Pitágoras o desenvolveu”.

Desta forma, frente a esta grande herança de conhecimento, conclui-se que o legado pitagórico muito é reconhecido e muito contribui para a Ciência Matemática, mesmo até os dias atuais. Os estudos e pesquisas desenvolvidos nessa base muito são válidos para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Por isso, justifica-se o reforço, para a comunidade científica, de registros acadêmicos sobre o Teorema de Pitágoras.

O Teorema de Pitágoras é tanto uma afirmação a respeito de áreas quanto a respeito de comprimentos, algumas provas do Teorema são baseadas em uma dessas interpretações, associadas à área, e outras provas são baseadas na outra interpretação, associadas ao comprimento. Abaixo, algumas demonstrações geométricas:

1 – Demonstração por comparação de áreas

Figura 2 – Decomposição e reorganização de figuras



Fonte: Ribeiro (2013)

1 - Desenha-se um quadrado de lado (b + a);

2 - De modo a subdividir este quadrado em quatro retângulos, sendo dois deles quadrados de lados, respectivamente: (a) e (b);

3 - Traça-se dois segmentos de retas, paralelos a dois lados consecutivos do quadrado, sendo cada um deles interno ao quadrado e com o mesmo comprimento que o lado do quadrado;

4 - Divide-se cada um destes dois retângulos em dois triângulos retângulos, traçando-se as diagonais. Chama-se (c) o comprimento de cada diagonal;

5 - A área da região que restar, ao retirar-se os quatro triângulos retângulos, é ($a^2 + b^2$);

6 - Desenha-se agora o mesmo quadrado de lado (a + b), mas coloca-se os quatro triângulos retângulos noutra posição dentro do quadrado: a posição que deixa desocupada uma região que é um quadrado de lado (c);

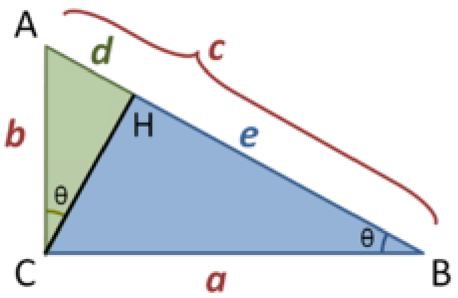
7 - Assim, a área da região formada quando os quatro triângulos retângulos são retirados é igual a (c^2);

8 – Como ($a^2 + b^2$) representa a área do quadrado maior, subtraída da soma das áreas dos triângulos retângulos, e (c^2) representa a mesma área, então: ($b^2 + a^2$) = (c^2);

Ou seja: Em um triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

2 – Demonstração por semelhança de triângulos

Figura 3 – Semelhança de Triângulos



Fonte: Ribeiro (2013)

A demonstração que utiliza o conceito de semelhança requer a visualização dos triângulos ABC, ACH e CBH. Eles têm a mesma forma, diferindo apenas pelas suas posições e tamanhos. Esta demonstração se baseia na proporcionalidade dos lados de dois triângulos semelhantes, isto é: A razão entre quaisquer dois lados correspondentes de triângulos semelhantes é a mesma, independentemente do tamanho dos triângulos.

Ora, sendo ABC um triângulo retângulo, com o ângulo reto em C, como mostrado na figura 3. Desenha-se a altura deste triângulo, com origem no ponto *C*, e chamamos de H sua intersecção com o lado AB.

O ponto H divide o comprimento da hipotenusa, *c*, nas partes *d* e *e*.

O novo triângulo, ACH, é semelhante ao triângulo ABC, pois ambos tem um ângulo reto, e eles compartilham o ângulo em A, significando que o terceiro ângulo é o mesmo em ambos os triângulos também, marcado como θ na figura já citada.

Seguindo-se raciocínio parecido, percebe-se que o triângulo CBH também é semelhante ao triângulo ABC. A semelhança dos triângulos leva à igualdade das razões dos lados correspondentes:

$$\frac{a}{c} = \frac{e}{a} \; ; \; \frac{b}{c} = \frac{d}{b}$$

O primeiro resultado é igual ao cosseno de cada ângulo θ e o segundo resultado é igual ao seno do ângulo a ele referido. Estas relações podem ser escritas como:

$$a^2 = c \times e \text{ e } b^2 = c \times d.$$

Somando estas duas igualdades, obtém-se:

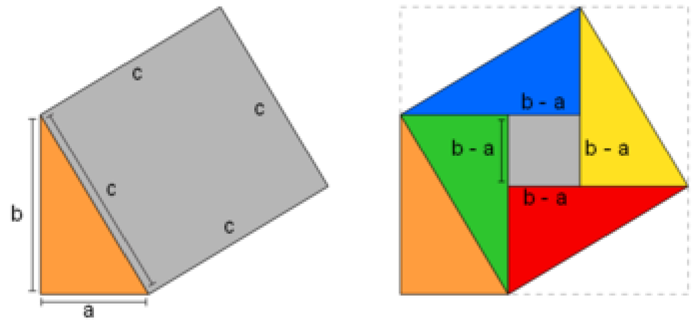
$$a^2 + b^2 = c \times e + c \times d = c \times (d + e) = c^2,$$

que, rearranjada, é o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2 \; .$$

3 – Demonstração por Bhaskara

Figura 4 – Resolução da Equação do Segundo Grau



Fonte: Ribeiro (2013)

A análise da figura 4, parte direita, permite computar a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo: Ela é quatro vezes a área desse triângulo mais a área do quadrado restante, de lado (b − a). Equacionando-se, segue que:

$$c^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + (b - a)^2$$

Logo:

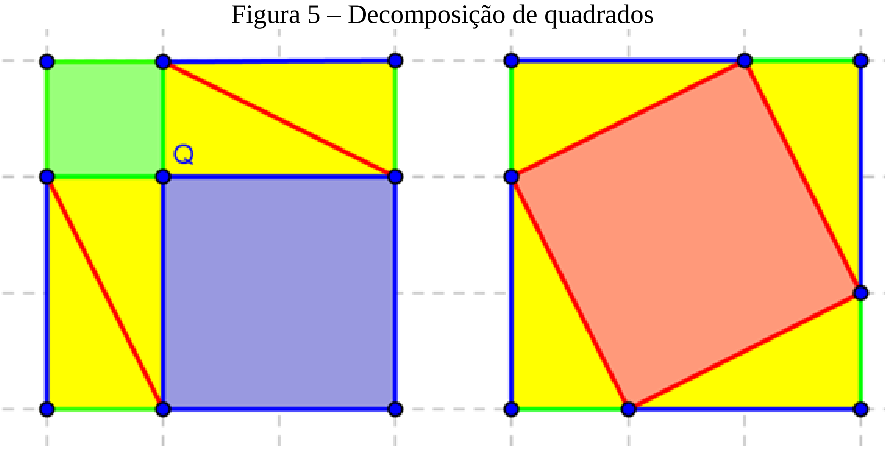
$c^2 = 2ab + b^2 - 2ba + a^2$ [o termo (b - a)² é um produto notável]

Conclui-se que:

$$c^2 = b^2 + a^2 \; .$$

4 – Demonstração por decomposição de quadrados:

Figura 5 – Decomposição de quadrados



www.portalcognoscere.wordpress.com.br

Como podemos acompanhar na Figura 5, do lado esquerdo temos um quadrado de lados verdes, um quadrado de lados azuis e quatro triângulos de lados verde-azul-vermelho; Coloridos internamente de amarelo.

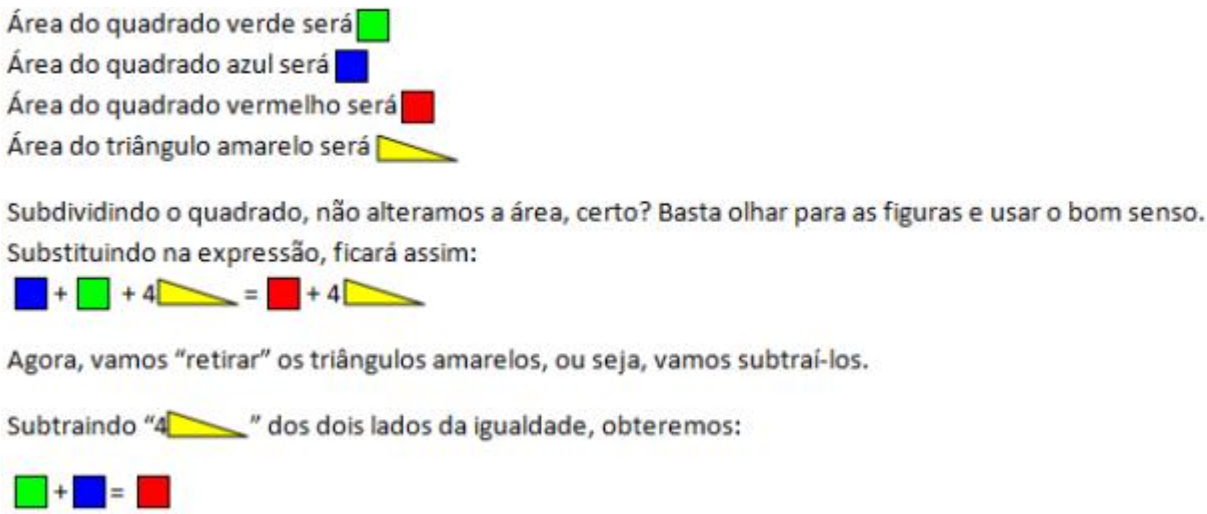
Na figura 5, lado direito, temos um quadrado de lados vermelhos e quatro triângulos de lados verde-azul-vermelho, coloridos internamente de amarelo.

Sabemos que as áreas das duas figuras são iguais. Representaremos isso assim:

Área da Figura 5, lado esquerdo = Área da Figura 5, lado direito

Agora, abreviaremos tudo do seguinte modo:

Figura 6 – Legenda para conclusão da leitura da figura 5



Como foi dito, a área de um quadrado é o seu lado ao quadrado. O quadrado verde tem lado “c”, sua área se dá por c^2. O quadrado azul tem lado “b”, sua área se dá por b^2. O quadrado vermelho tem lado “a”, sua área se dá por a^2. Substituindo:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Note agora que “a”, “b” e “c” são os lados do triângulo retângulo que usamos pra começar tudo. “a” é a hipotenusa, e “b” e “c” são os catetos. O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Como queríamos demonstrar.

3.3 – Perspectivas sobre o Ensino de áreas além do mero uso da fórmula

Vimos que, em concordância com as pesquisas citadas, entre outras, tal Falcão (2008); Abrantes, Serrazinha e Oliveira (1999); Pavanello (2004), o conteúdo de cálculo de áreas apresenta uma complexidade, quando tratado na aprendizagem, de modo meramente a aplicar fórmulas. Quando abordados desse modo, as noções entre medida de área não são tão assimiladas e compreendidas, facilmente, pelos alunos.

Alguns documentos, como o NCTM[10] (2007) recomenda formas de abordar atividades, para que em sua prática os professores trabalhem nos alunos habilidades relacionadas à medição de comprimento e de área de figuras planas, direcionando a concentração dos alunos para as grandezas, as técnicas de medição e, só depois, para o cálculo do valor das unidades de referência. Ou seja, o aluno precisa entender os conceitos antes de memorizar a fórmula.

Chappell e Thompsom (1999) dizem que, os estudantes precisam construir representações visuais de determinadas áreas, utilizando atividades que abordem conceitos, para que os alunos entendam claramente os aspectos da noção de área e de seus elementos, como altura relativa, decomposição de figuras, entre outros.

Outros dois pesquisadores que também trabalham em cima da aprendizagem no ensino fundamental, entre as relações de área são Bellemain e Lima (2000, p. 6) e relatam que:

> [...] a construção das relações pertinentes entre área e comprimento é um processo complexo e de longa duração. Como mostra Rogalski

[10] Conselho Nacional de professores de Matemática.

> (1982), nas relações entre essas duas grandezas geométricas intervêm um processo duplo de diferenciação e de coordenação. Deve-se, ao mesmo tempo, diferenciar propriedades simultaneamente presentes numa figura (o comprimento do contorno e a área da superfície, ou a área de um sólido e seu volume) e coordenar essas mesmas propriedades na apropriação das fórmulas.

Chamorro (1997, p. 45) em seu trabalho destaca a dificuldade da identificação entre as relações entre área e perímetro. Em relação a isso afirma que:

> Em se tratando de superfície, por causa da medida produzida, convergem múltiplos obstáculos conceituais. Entre estes, está à relação que as unidades de superfície mantêm com as unidades de comprimento, sendo que a primeira subsidia a segunda, como produto da medida. Tais relações podem ser compreendidas começando pelas relações espaciais, as quais, por sua vez, deveriam ser coordenadas com as relações multiplicativas. A coordenação entre a linearidade de cada uma das dimensões e a linearidade das superfícies deve poder ser garantida através de um modelo geométrico que ajude a visualização de tais relações. (tradução nossa).

A Prova Brasil (BRASIL, 2008), divulgou um documento da matriz de referência dos resultados da Prova Brasil, onde existem sugestões para os professores de como se podem trabalhar as habilidades dos estudantes, no cálculo de área de figuras planas poligonais. São elas:

> Durante o trabalho com a habilidade em questão, tanto o perímetro quanto a área podem ser encadeados, possibilitando, assim, destacar-se a diferença entre os dois conceitos. As mesmas atividades utilizadas para conceituação de perímetro podem ser aqui abordadas. Entretanto, cabe ao professor tomar figuras geométricas bastante ilustrativas e que permitam a contagem de unidades de áreas. Essa é uma tarefa que atrai o aluno para o trabalho, pois um quadro que apresente regularidades e atratividade visual coaduna com o cálculo preciso, enquanto aqueles quadros ou formas geométricas não regulares remetem à ideia de estimativa. Dessa forma, o professor pode selecionar contextos apropriados como obras de arte com características regulares ou irregulares; diferentes tipos de paredes em azulejos; pisos e modelos arquitetônicos com formatos em planos. (BRASIL, 2008, p. 129)

Dados as citações teóricas postas até aqui, temos que a aprendizagem da noção de área de polígonos é mais favorável, aceitando que, a ideia do trabalho com unidades de área, como algo mais natural ao conceito que os alunos apresentam. O aluno poderá entender muito mais o ato de embrulhar uma caixa, com base em um papel de presente, tratado concretamente, do que com base nas hipóteses dadas em um enunciado, por meio de letras e variáveis. Não defendemos aqui, a inanição do exercício mental algébrico e generalista. Todavia, entendemos a importância de não se queimar etapas, sobretudo quando vivenciamos uma realidade de alunos avançarem nos anos escolares, mesmo sem a construção necessária, da aprendizagem requerida para o sucesso de sua aprovação (Abrantes, Serrazinha e Oliveira, 1999).

Dessa forma, é justificável uma pesquisa que vise, contribuir, em paralelo aos livros didáticos, com atividades que visem trabalhar a geometria, para além do uso da fórmula. Alguns agentes da comunidade científica já demonstram suas preocupações nesse quesito. Por exemplo, temos Chiumo (1998, p. 92) que desenvolveu um estudo histórico, fundamentada na linha da didática francesa, de como tratar a matemática do ponto de vista epistemológico, com transposição didática dos conceitos de área de figuras planas. No capitulo intitulado “Orientações Técnicas dos Professores”, tem uma sequência didática com sugestões de trabalhos do conteúdo em destaque, aplicáveis em sala de aula. Das doze atividades citadas, apresentamos uma síntese da atividade número 6:

> ATIVIDADE 6
> 1) Vamos construir juntos o jogo chinês chamado Trangram. 2) Vamos fornecer um quadrado de 16 cm de lado, para obtermos 7 peças, que são os componentes do jogo. 3) A seguir você poderá usar a sua criatividade e montar qualquer figura geométrica que quiser. 4) Depois de obter as 7 peças do jogo, o professor calculará a área e o perímetro de cada figura. Para o cálculo da área, o professor poderá utilizar a contagem de quadradinhos ou a fórmula. Para o cálculo do perímetro, o professor poderá utilizar uma régua, quando se tratar da diagonal do quadradinho. Calculando a área de cada figura separadamente e somando-as, o professor mostrará para o aluno que qualquer figura que ele vier a montar, usando a sua criatividade, verifica-se o mesmo valor para área e valor diferenciado para perímetro. [...]
>
> OBJETIVOS DE ATIVIDADE 6
> [...] Os professores poderão levar os alunos a perceber que não importa que tipo de figura os alunos venham a montar, eles irão obter sempre a mesma área com perímetros diferentes. Poderão ainda explorar a equivalência de peças, ou seja, qual a relação entre as áreas e os perímetros de figuras iguais.
>
> ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 6
> Poderá haver alguma demora na construção do Tangram para os professores de 1ª a 4ª série por falta do conhecimento do vocabulário matemático, como por exemplo, ponto médio, diagonal e vértices. Esses conceitos intervêm na construção do Tangram, porque fazemos uso deles para efetuar a dobradura do papel. Poderá ainda haver dificuldade na identificação dos polígonos que se originam do recorte

> do Tangram [...]. Quando se pedir o cálculo da área das figuras, os professores poderão vir a contar quadradinhos e não usar a fórmula de área, por ser mais fácil e mais rápido. [...] Quanto ao cálculo do perímetro, os professores da 1ª a 4ª série tenderão a usar a régua para todas as figuras, já os professores de 5ª a 8ª tenderão a contar as bordas, sem fazer uso da fórmula do perímetro. (CHIUMMO, 1998, p. 92, grifos da autora)

Nosso trabalho de certo modo tem semelhança com o de Chiumo (1998), que é selecionar atividades de modo que ajudem a intervenção do professor de uma forma significativa na aprendizagem dos alunos, sobre área e suas relações com seus elementos. Observemos como o autor constrói uma atividade concreta, e depois fundamenta uma matemática a partir dela.

O nosso ponto de vista teórico, coaduna com a hipótese de Vygotsky (1993) que afirma que a construção da aprendizagem, que promove por meio da apropriação dos conceitos sociais, culturalmente produzidos. Portanto, o professor deve falar a linguagem inteligível ao aluno, e não o oposto. Para isso, o aluno, em sua zona de desenvolvimento proximal, deve se apropriar dos conceitos que irão levar a seu potencial.

Nesse ensejo, Nunes (1995), para representar o conceito de área de figuras planas, exibe duas propostas. A primeira proposta é que, de posse da figura, fazendo suas medições do comprimento e largura, utilizando as medidas para calcular sua área através de uma fórmula. A segunda proposta parte de começar por unidades de área, por exemplo, centímetro quadrados, que se sobrepondo sobre a figura a ser medida em linhas e colunas, a área da figura é calculada pela quantidade de unidades de uma linha vezes a quantidade de linhas, considerando-se a figura sendo um retângulo. Apesar de parecerem inobjetivo a inversão da construção do conceito, o aluno poderá, como conhecimento prévio, apresentar o que talvez ele faça sistematicamente, sem exercício cognoscitivo, e depois entenda o que justifica esse exercício. Portanto, complementando a autora, poderíamos sugerir uma atividade que o aluno fizesse um desenho livre, como uma estrela ou um coração, e depois fosse convidado a dizer a área aproximada desse desenho. O segundo método, com certeza, seria mais rápido e menos trabalhoso, se o desenho do aluno for assimétrico, disforme geometricamente e curvilíneo.

Owens e Outhred (2006, p. 20) em sua pesquisa sondaram a compreensão dos estudantes acerca da quantificação de uma superfície plana, similar a da atividade que propusemos. Os autores concluíram que:

> *i)* os alunos parecem considerar duas quantidades, o número de quadrados (unidades de área) ao longo do comprimento e o número destes quadrados ao longo da largura de um retângulo, sem reconhecerem estas quantias como o número de quadrados numa linha e o número de linhas;
> *ii)* poucos alunos utilizam a multiplicação para enumerar os elementos em uma malha quadriculada;
> *iii)* a metade dos alunos conta elemento a elemento, e 38% deles utilizam a adição, repetidamente;
> *iv)* o conhecimento discente de estruturas em malha (matriz retangular) proporciona bases para uma alternativa de trabalho com unidades de área necessárias para se cobrir um retângulo;
> *v)* desenhar uma matriz de unidades quadradas, usando dois conjuntos de linhas paralelas, revelou-se algo mais difícil do que o esperado, para os alunos, o que sugere que a estrutura de tesselação (malha), embora não seja óbvia para eles, precisa ser aprendida.

Como se pode aferir, existem estudos que apontam a importância de se tratar os conceitos iniciais, independente da noção da fórmula que o discente possui. A contagem, a construção, o desenho, auxiliam o aluno de maneira bastante efetiva. Esse estudo se confirmou para Pavanello (2004, p. 53), que cita dois processos para guiar a compreensão do conceito de área para o estudante. São eles:

> *i)* o processo tradicionalmente utilizado no ensino deste conceito consiste em fixar uma unidade de área e verificar "quantas vezes a unidade cabe na figura"; assim, cada superfície é associada a um número, e a comparação das superfícies se reduz à comparação desses números, que são as medidas de suas áreas;
> *ii)* o processo que permite comparar superfícies, tendo como fundamento a igualdade de figuras por sobreposição; por este processo, duas superfícies planas têm mesma área se suas formas "coincidem", e essa verificação é feita por *sobreposição* ou *decomposição/composição* da figura, sem a utilização do conceito de medida de área.

Para a autora, o primeiro processo possibilita averiguar que, adotando diferentes unidades de superfície, conseguimos diferentes valores numéricos para sua área, já o segundo processo, pode levar ao entendimento que, mesmo as superfícies sendo diferentes, quanto a sua forma, elas podem ter a mesma área (Pavanello, 2004).

Com base ao todo exposto, utilizaremos dessas referências para incitar uma sequencia didática para o ensino do cálculo de Áreas.

3.4 - Proposta Didática para o Ensino do conteúdo de áreas

O objetivo deste tópico é apresentar um planejamento didático para o ensino de Áreas e do Teorema da Pitágoras para um público do 9° ano, do Ensino Fundamental. Todas as aulas requerem que os alunos tenham conhecimentos prévios dos conceitos básicos de Geometria. Algumas aulas foram adaptadas do Portal do professor, com base na nossa vivência reportada na presente pesquisa, para lograr êxito ao contexto ao qual estagiamos e julgamos ser comum, na realidade local, com base na coleta informal de dados de outros docentes e outros representantes acadêmicos e escolares que compartilham de seus relatos em caráter acadêmico.

Destacamos que a greve que afligiu as escolas estaduais, no ano vigente, foi um vetor que dificultou nossa abordagem didática, transformando essa parte do trabalho, em uma pesquisa teórica, com fundamento literal, sobre sua exequibilidade positiva. Senão fosse a greve citada, essa proposta entraria em vigor e trataríamos seus dados nos laudos conclusivos da pesquisa. Todavia, no caráter vigente, temos como resultado de nosso estudo, uma perspectiva de futura pesquisa que pode ser constatado em outras oportunidades científicas, já em andamentos.

A) Aula 01

Objetivo: Demonstração do Teorema de Pitágoras;

Duração da atividade: 1 aula (ou 50 minutos);

Conhecimentos prévios: Conceitos básicos de geometria plana: polígonos, diagonal, lado, altura.

Material necessário para a aula:

Folha de papel sulfite, lápis de cor (ou canetas de cores diferentes), tesoura e fita adesiva transparente.

Desenvolvimento da aula:

1ª Etapa: Começar a aula perguntando quem conhece Pitágoras e seu teorema. Se a turma desconhece, o professor pode compartilhar com a turma, o que foi vocalizado na presente pesquisa, no capítulo vigente. Caso a escola disponha de recursos áudio visuais, o professor pode passar o vídeo que indicamos no capítulo 2, ou uma dessas sugestões que seguem:

Pitágoras: https://www.youtube.com/watch?v=_Ff_si_E6Aw (acesso: 03/05/17)

Documentário: Legado de Pitágoras;

https://www.youtube.com/watch?v=dsjiWChrjE4 (acesso: 03/05/2017)

O documentário é longo, caso o professor opte por expor ele, seria necessário duas aulas.

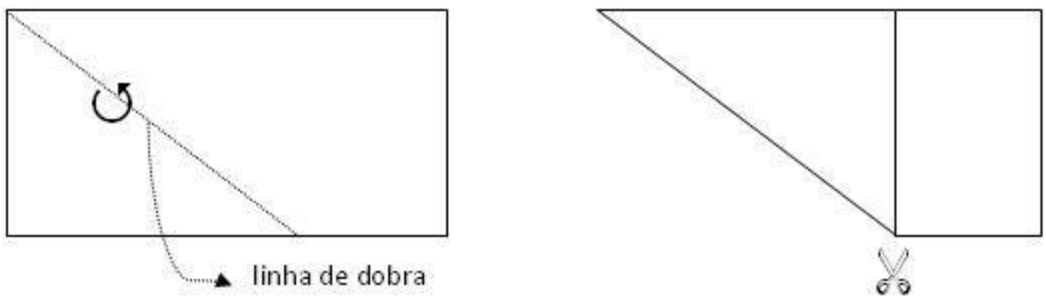
Pitágoras de Samos: youtube.com/watch?v=dTMNnikuyrc (acesso: 03/05/2017)

Após ouvir as histórias do professor, ou assistir o vídeo, o professor deve relembrar, dialogando com a turma, as noções de quadrado e retângulo, destacando suas características e seus elementos, tais quais: vértices, lados, ângulos internos, diagonais, triângulo retângulo, catetos, hipotenusa e figuras congruentes.

2ª Etapa:

Dividir a turma em grupos de, no máximo, 3 alunos. Em seguida, entregar para cada aluno do grupo uma folha de papel retangular. Solicite que os alunos dobrem a folha de modo a formar dois triângulos sobrepostos e um retângulo. Aguarde ver os alunos conseguirem processar a informação, sem auxilio da visualização da peça montada. Após um breve espaço de tempo, apresente a resposta, como exposta na Figura 7.

Figura 7 – Dobrando o Papel corretamente para a atividade

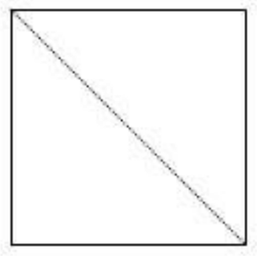


Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Conforme aponta a figura 7, recorte o retângulo e abra-o. Peça para os alunos responderem a seguinte pergunta: “A linha obtida com a dobra é uma das

____________ do quadrado". (resposta esperada: Diagonais). Conforme apresenta a figura 8 que segue:

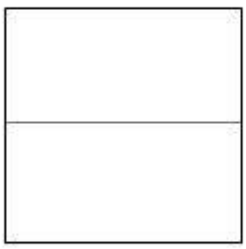
Figura 8 – Diagonal do Quadrado



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Peça para os alunos dobrar e desdobrar o quadrado, dividindo-o em dois retângulos congruentes, ou seja, a marca que aponta a dobra contem os pontos médios dos lados opostos do quadrado. Conforme figura 9.

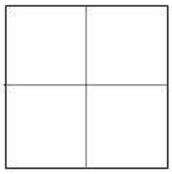
Figura 9 – Altura do Quadrado



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Peça para os alunos repetirem o que fizeram no item anterior, com os outros dois lados do quadrado, obtendo outros dois retângulos congruentes, conforme Figura 10.

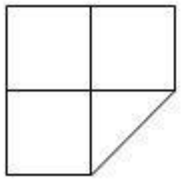
Figura 10 – Quatro quadrados semelhantes



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Peça para que os alunos escolham um dos vértices do quadrado e dobre-o, fazendo coincidir com o centro dele, conforme aponta a figura 11.

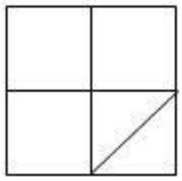
Figura 11 – Dobra do quadrado



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Solicite que os alunos desdobrem o passo anterior e analisem a marca que ficou, conforme aponta a figura 12.

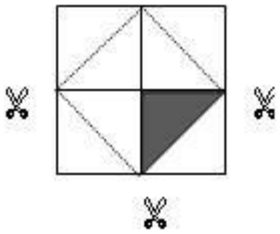
Figura 12 – Dobra do quadrado



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Peça para o aluno colorir o triangulo retângulo que está mais próximo do centro do quadrado grande, conforme a figura 13. Após colorir, os alunos devem seguir o procedimento já efetuado, de dobrar as quinas dos quadrados menores até o centro, e desdobrando-as, para formar a já mencionada figura 13.

Figura 13 – Colorindo o triângulo retângulo



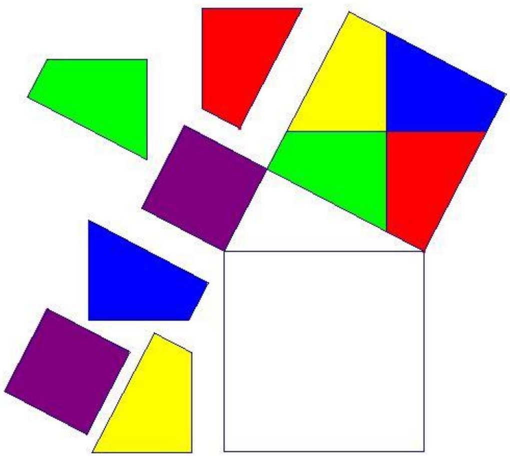
Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=15906

Observe com os alunos que, pegando os três triângulos recortados, nas diagonais dos quadrados menores, e juntando-os com o triângulo vizinho da hipotenusa que você coloriu, formara um novo quadrado. Logo, hipotenusa ao quadrado. Exponha que os alunos conseguiram concluir uma demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras, apenas rearranjando as figuras compostas de um quadrado recortado. Avalie seus alunos quanto à participação no ato de procederem conforme o docente orienta, e aferindo as respostas que eles vêm apresentando.

B) Aula 02

Objetivo: Outras Demonstrações do Teorema de Pitágoras;
Duração da atividade: 1 aula (ou 50 minutos);
Conhecimentos prévios: Triângulos, quadrados, áreas.
Material necessário para aula: Tesoura, régua e cópia da seguinte figura:

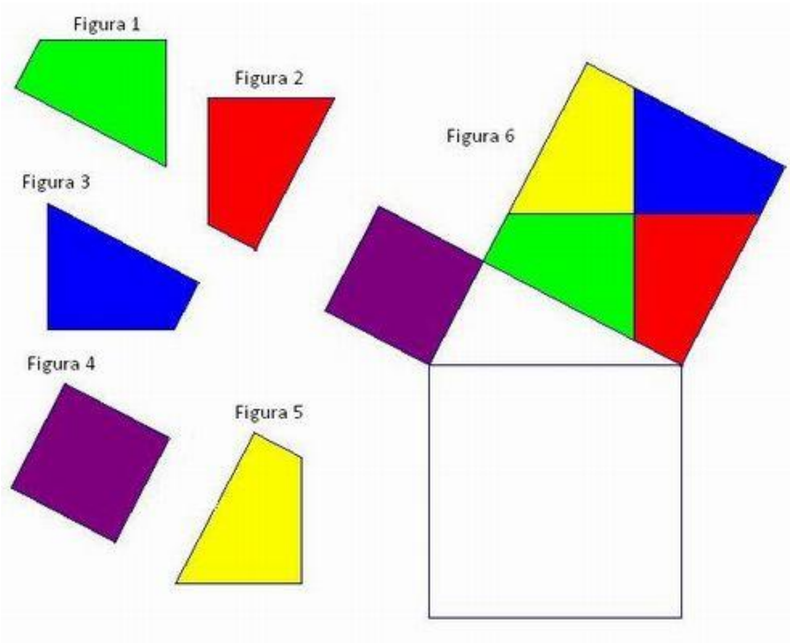
Figura 14 – Atividade para dedução do Teorema de Pitágoras



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

Desenvolvimento da aula: O professor deve dizer que existem várias as formas de se comprovar a veracidade do Teorema de Pitágoras. Caso opte, o professor pode apresentar as demonstrações desses teoremas, com base nos expostos por nós, no capítulo 3 da presente pesquisa. Caso não, sugerimos que o professor entregue, para cada aluno, uma cópia da Figura 14 e peça para que os alunos recortem as 6 figuras que a compõem. Conforme a Figura 15.

Figura 15 – Figuras que compõem a atividade



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

O professor deve sugestionar que os alunos façam comparações e medições a fim de alguma conclusão. Caso ela tarde a aparecer, o professor pode solicitar que os alunos tente, por tentativa e erro, dispor as figuras menores cortadas, sobre a figura maior que sobrou. Espera-se que os alunos concluam a congruência das áreas.

Na próxima etapa o professor deve incitar que:

- Existe um lado que é comum o triângulo retângulo e ao quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de “b” podemos concluir que um dos catetos do triangulo retângulo mede “b”; e o lado do primeiro quadrado também mede “b”. Logo, a área do primeiro quadrado será “b^2”.

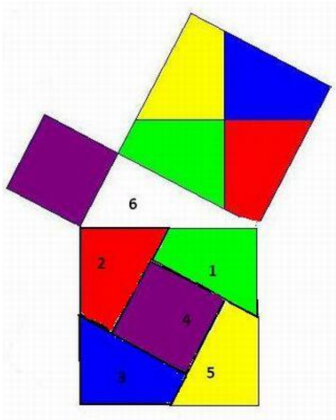
- Também temos um lado que é comum ao triangulo retângulo e ao segundo quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de “c” podemos conclui que o outro cateto do triangulo retângulo mede “c”; e o lado do segundo quadrado também medirá “c”. Logo, a área do segundo quadrado será “c^2”.

- Ainda temos um lado que é comum ao triangulo retângulo e ao terceiro quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de “a” podemos concluir que a hipotenusa do triangulo retângulo mede “a”; e o lado do terceiro quadrado também medirá “a”. Logo, a área do primeiro quadrado será “a^2”.

O aluno constatará a fórmula do Teorema de Pitágoras. Discuta com os alunos de que a hipotenusa será sempre o maior dos lados, pois é oposto ao maior ângulo deste triangulo: Que ângulo deve ser esse? (espera-se que o aluno conclua 90° graus)

Caso obtenham sucesso na atividade, os alunos irão entender que as figuras, manipuladas, montarão a Figura 16 que segue:

Figura 16 – Decomposição e Composição da Figura dos quadrados e retângulo



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

Com fim avaliativo sugere-se que o professor analise a participação e o envolvimento do aluno durante a atividade. Se possível, pode até propor para que ele registre suas conclusões. Como atividade de casa, o professor pode dizer que os alunos já estão familiarizados com várias formas de se demonstrar o teorema de Pitágoras e que agora é a vez deles procurarem uma demonstração do teorema e trazerem para sala de aula, para socialização com o professor e com os colegas. Acredita-se que os alunos irão encontrar muita demonstração algébrica.

C) Aula 03

Objetivo: Verificar o Teorema de Pitágoras

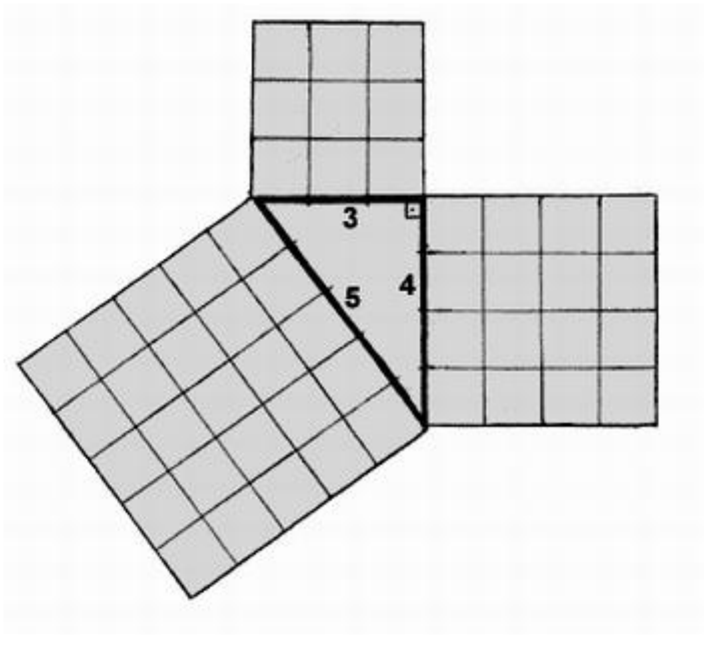
Duração da atividade: 2 aulas (1 hora e 40 minutos)

Conhecimentos prévios: Características dos triângulos e área de figuras poligonais planas.

Material necessário: Folha de papel ofício, régua, transferidor, compasso, lápis de pintar e cópia da atividade.

Desenvolvimento da aula: O professor deve deixar os alunos exporem as demonstrações que trouxeram, ou deixarem socializar as etapas que conseguiram entender, da aula anterior. Após essa socialização, o professor pode distribuir e apresentar para os alunos o texto que segue, extraído do portal do professor, que versa sobre a importância do Teorema de Pitágoras.

A maior descoberta de Pitágoras foi o teorema que leva seu nome, ensinado hoje em escolas de todo o mundo. Ao observar os triângulos retângulos (que têm um ângulo de 90 graus, chamado ângulo reto), o filósofo notou que eles obedecem a uma lei matemática. A soma das áreas dos quadrados cujos lados são catetos (lados menores do triângulo) é igual à área do quadrado cujo lado é a hipotenusa (lado maior): a⊃2; + b⊃2; = c⊃2;.
Chineses e babilônios usavam o teorema há mil anos, mas desconheciam a possibilidade de aplicá-lo a todo triângulo retângulo. Pitágoras foi o primeiro a provar isso com argumentos matemáticos inquestionáveis.
Não entendeu ainda? Então veja o triângulo retângulo ao lado, cujos lados medem 3, 4 e 5 centímetros. Desenhe quadrados a partir de cada lado do triângulo. Veja que os quadrados dos lados menores contêm respectivamente 9 e 16 pequenos quadrados de 1 centímetro; o quadrado do lado maior contém 25 pequenos quadrados. Agora some 9 + 16. A resposta é 25!



Os gregos acreditavam na existência de números inteiros e frações. Mas o teorema de Pitágoras mostrou que havia números que não eram nem inteiros nem frações. Como? Imagine um triângulo retângulo com dois lados iguais a um. Para se calcular a hipotenusa, basta usar o teorema: 1⊃2; + 1⊃2; = z⊃2;. Ou seja, a hipotenusa z será igual a raiz quadrada de 2. Os gregos tentaram descobrir a qual fração o número correspondia, mas notaram que ele não era fração. Havia sido descoberto o número irracional e justamente por meio do teorema de Pitágoras, que odiava os irracionais!
O teorema facilitou e tornou mais precisas as construções. Ao saber a medida de dois lados de um triângulo retângulo, é possível descobrir a do terceiro sem medi-lo — basta usar o teorema. Conhecendo os três lados de um triângulo,

pode-se verificar se um dos ângulos é reto. Como um triângulo de lado 3, 4 e 5 é retângulo (como vimos na figura anterior), basta fazer triângulos com essa medida para desenhar ângulos retos em papel ou na terra.
A Irmandade Pitagórica comemorou a descoberta, mas a celebração durou pouco. Em Síbaris, vizinha de Crotona, Télis havia vencido uma revolta e perseguia membros do governo anterior, que fugiram para Crotona. O exército de Síbaris invadiu Crotona e foi derrotado. Após a vitória, rumores diziam que terras de Síbaris seriam dadas à Irmandade Pitagórica. O povo de Crotona ficou indignado. Havia lutado e não receberia recompensa!
Cilon, homem que não conseguiu entrar na Irmandade Pitagórica, comandou uma revolta. A irmandade e a casa de Milo foram cercadas e incendiadas. Milo escapou, mas Pitágoras e alguns discípulos, não. Como toda a vida do matemático, sua morte também é bastante enigmática. Outra versão conta que ele escapou e se refugiou na cidade de Metaponto, onde morreu em 497 ou 496 a. C., de causa desconhecida.
Os pupilos de Pitágoras que sobreviveram foram para outras cidades, onde construíram novas escolas pitagóricas. Como o filósofo não deixou obra escrita, eles transmitiram os ensinamentos do mestre oralmente. Assim, as descobertas de Pitágoras se espalharam pelo mundo.

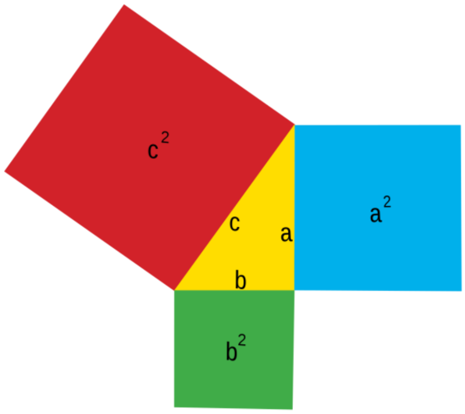
Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html (disponível 20/05/2017)

Após leitura do texto, abrir um espaço para se dialogar se, no texto, havia alguma informação que não tivera sido assistida nos vídeos passados ou que não foram faladas em sala de aula, sobre o professor. Os alunos, caso tenham pesquisado sobre Pitágoras e os pitagóricos, podem, nessa oportunidade, exporem seus dados. Caso os alunos não consigam dialogar sobre essas nuanças, o professor pode incitar as seguintes pesquisas: Que outras contribuições Pitágoras e os pitagóricos trouxeram para o mundo? O que é o monocórdio? O que é filosofia? Quem inventou esse nome “Filosofia?” Entre outras atribuições dadas a Pitágoras.

Continuamente, o professor pode pedir para que os alunos, em sua folha em branco, desenhem um triangulo retângulo com base do tamanho de seu dedo indicador e altura do tamanho de seu dedo mínimo.

Depois o professor deverá pedir para que os alunos desenhem três quadrados, a partir de cada lado do triangulo retângulo, pintando cada quadrado com uma cor diferente. Em seguida, medir cada lado do triângulo retângulo com uma régua e expor essas medidas, conforme Figura 17:

Figura 17 – Desenho que se espera ver dos alunos



www.cienciapatodos.webnode.pt.com.br

Embora o desenho não deixe parecer, “b” deveria ser a base maior, e “a” a altura do triângulo. Espera-se que os alunos tenham vários triângulos Retângulos distintos. O professor deve pedir para que os alunos, com o transferidor mensurem se o ângulo reto, realmente é um ângulo reto. Caso não seja, o professor pode ensinar aos alunos como, com auxilio do compasso, como fazer com precisão, a medição de um ângulo reto. Caso o professor não tenha domínio de desenho técnico, o professor pode visitar o domínio abaixo, que há de explicar como proceder:

Desenho geométrico: https://www.youtube.com/watch?v=46npyoi46mY (disponível: 20/05/2017).

Depois de efetivada as etapas, solicitar que os alunos calculem as áreas e verifiquem a confirmação do Teorema de Pitágoras. É provável que os alunos tenham que calcular quadrados com números decimais, e eles apresentem dificuldades, sobretudo se os números decimais tiverem, após as multiplicações, presença de mais de três casas decimais.

Após essa etapa, o professor pode solicitar que os alunos corrijam as atividades uns dos outros. E essas atividades, são um indicio avaliativo que o professor pode levar em consideração para a aula. Caso haja tempo, o professor pode solicitar a diagonal de um quadrado, e explicar porque, historicamente, Pitágoras não considerava medidas que fossem de números irracionais. Ou, propor que os alunos investiguem esse dado, e os apresente na aula seguinte.

D) Aula 04

Objetivo: Reconhecer que não existe relação entre as medidas de área e perímetro de figuras geométricas.

Duração da atividade: 1aula (ou 50 minutos)

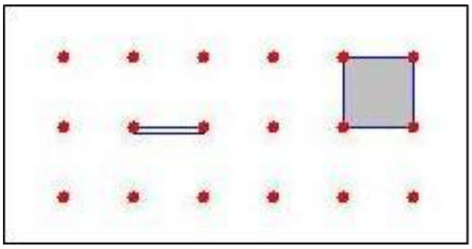
Conhecimentos prévios: Cálculo de áreas e perímetro.

Material necessário para aula: Folha pontilhada para cada aluno e tabelas, como as figuras 19 e 20.

Desenvolvimento da aula:

1° Etapa: Pedir para que os alunos, na folha pontilhada, construam 3 figuras diferentes, calcule a área e o perímetro de cada uma delas, usando como unidade comprimento o lado do quadrado da malha.

Figura 18 – Exemplo de possíveis construções



Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

2° Etapa: Peça para que os alunos construam duas ou mais figuras diferentes com área de 16 unidades, encontre o perímetro de cada uma delas, completando a tabela:

Figura 19 – Tabela perímetro/Área

Figura	Perímetro	Área
1		
2		

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

Pergunte o que eles podem afirmar sobre o perímetro destes polígonos? (Espera-se que o aluno diga que não pode afirmar nada, ou que são diferentes as medidas de perímetro e área).

3° Etapa: Pedir para os alunos construam figuras diferentes, com perímetro de 22 unidades, encontre a área de cada uma delas, completando a tabela

Figura 20 – Tabela Área/Perímetro

Figura	Perímetro	Área
1		
2		

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

O professor deve perguntar novamente e verificar se os alunos constataram disparidade numérica e lógica. Espera-se que os alunos percebam que, existem teoremas que são comprováveis, outras relações, não existem. Deseja-se tirar do aluno, o vício de achar que tudo que se é posto na matemática, deve dar “igual”, senão “está errado”. Algumas medidas não tem relação alguma. Após essa breve atividade, os alunos poderão ser convidados a apresentar suas pesquisas e o professor pode usar esse ensejo para explanar porque os pitagóricos se recusavam a adotar números irracionais, como medida que não poderia ser relacionada, logicamente ao modelo da época, com as bases teóricas que a comunidade em destaque defendiam.

A partir desse diálogo, o professor pode sugestionar algumas questões, que a princípio podem tentar serem feitas por meio da “tentativa e erro” para, subsequentemente, ser deduzida teoricamente. Sempre oportunizando o aluno de utilizar a Geometria como auxilio a resolução. São elas:

- Construa várias figuras diferentes com o perímetro de 12 unidades;
- Construa várias formas diferentes com perímetro de 14 unidades;
- Calcule as áreas de todas as figuras construídas.

Responda o que se pede:

I - É possível construir uma figura de perímetro de 12 unidades que tenha área maior do que uma de perímetro de 14 unidades?

II - É possível construir uma figura de perímetro de 12 unidades que tenha área menor do que uma de perímetro 14 unidades?

III - É possível construir uma figura de perímetro de 12 unidades que tenha a mesma área do que uma de perímetro 14 unidades?

IV - As figuras com maior área tem maior perímetro?

V - As figuras com maior perímetro têm a maior área?

O professor pode utilizar, como critério avaliativo, a participação nas atividades, às contribuições dadas pelas pesquisas solicitadas e a entrega da atividade nas folhas pontilhadas. Sugere-se que os alunos, na próxima aula, traga desenhos feitos, da própria casa, vistas de “cima para baixo”, apenas as divisões da casa.

E) Aula 05

Objetivo: Cálculo de áreas de figuras planas.

Duração da atividade: 2 aulas (1 hora e 40 minutos)

Conhecimentos prévios: Operações básicas e unidades de medidas.

Material necessário para aula: Cópia de uma atividade que contenha planta de uma casa, gráficos de tipos de cerâmicas e trena.

Desenvolvimento da aula:

1ª Etapa: Coloque uma problemática simples para que os alunos possam aplicar este conteúdo, como por exemplo: “Em uma reunião de uma associação de Pais e Mestre de uma determinada escola, decidiu-se que o piso das salas de aula seria trocado. Para isto coletaram as seguintes informações: A escola possui 16 salas de aula, cada sala tem as seguintes dimensões: 3,2m de comprimento e 2,8m de largura; A cerâmica a ser adquirida mede 40 cm por 40 cm, e custa R$4,35 o metro quadrado. Pergunta-se: quantos metros de cerâmica a associação deverá adquirir? Está quantidade equivale a quantas peças? Qual será o custo da compra?”.

Os alunos já devem ter maturidade para poder calcular esses dados.

2° Etapa: Acompanhe e oriente o desenvolvimento da atividade. Divida o aluno em duplas e, com base na entrega da atividade solicitada, peça para os alunos calcularem quanto de cerâmica seria necessário para trocar o piso da casa que eles trouxeram desenhadas. Peça para os alunos atribuírem os valores das medidas da casa, com base na medida da sala de aula. Meça a sala de aula, e questione: “a sala da casa de vocês? É mais ou menos do tamanho dessa sala? Um pouco maior? E o quarto?” com essa base para comparar, os alunos poderão desenvolver a atividade. Caso seja melhor, para dar mais dinamismo a sala, você pode solicitar que o professor divida a turma em duplas.

Se os alunos não tiverem trazido a atividade solicitada, o professor pode entregar uma atividade preparada por ele. Conforme a figura 21:

Figura 21 – Tabela Área/Perímetro

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

3° Etapa: Explique para os alunos que no material entregue, existe três tipos de cerâmicas, com suas dimensões em centímetros diferente. Peça para que eles calculem a área de cada cerâmica. Após a efetuação do cálculo, peça para eles compararem a unidade de medida e área da planta com a unidade de medida e área de cada cerâmica.

Figura 22 – Tabela Área/Perímetro

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html

Faça questionamentos como: “Quantos centímetros cabem em um metro?”; “Quantas cerâmicas 10 cm por 10 cm precisa para revestir uma sala com as dimensões 5 m por 4 m?”; dentre outras.

A avaliação poderá ser realizada no transcorrer dos questionamentos apresentados, primeiramente observando a formação de conceitos pelos alunos, analisando seus questionamentos e intervenções, procurando, por meio do diálogo, perceber se houve assimilação dos conteúdos propostos, efetivação da atividade e entrega do exercício.

3.5 – Análise da Proposta Didática.

Este tópico tem por objetivo expor os pontos que podem ser positivos na nossa sequência didática, e que pontos podem gerar complicações e necessidade de adaptações para poder lograr êxito.

3.5.1 - Pontos fortes da proposta

Sobre a aula 01, há uma tendência dos alunos, carentes por aulas que envolvam mais que livros, lápis e quadro, se envolverem e participarem da aula. Essa participação, seguida de uso de ferramentas, pode levar a uma motivação. Seguir etapas, podem trabalhar, de modo concomitante, a ansiedade do aluno, que só pode avançar nos processos, após o professor expor o procedimento a ser executado. Para Yerkes e Dodson (2011), a presença de ansiedade no organismo não é ruim. A ansiedade é importante para incitar a motivação. Nas dosagens certas, ela é positiva. Em excesso, pode ser patológico. Dessa forma, os alunos, além de estarem trabalhando a paciência, podem também, sentir-se motivados, ou incentivados pelo professor, a auxiliarem os colegas que apresentam dificuldades.

A exposição de vídeos e contextos históricos tende a serem positivos, se o professor conseguir a atenção dos alunos, a postarem os vídeos em suas redes sociais, ou provocar no alunos, a pesquisa por vídeos que complementem, ou tragam alguma informação, que não foi tratada no vídeo assistido. Dessa forma, o docente poderá ter uma avaliação mais precisa sobre a apreensão do discente. Outro ponto que pode ser explorado é um debate sobre o vídeo, com novas informações que o professor pode explanar, como as de caráter cientifico abordadas nessa pesquisa, oportunizando os alunos a dialogarem sobre o contexto histórico de Pitágoras e dos pitagóricos.

A abordagem conteudista, esta em consonância com a fundamentação teórica tratada ao longo do escopo da pesquisa, e ela tem potencial para fazer uma visitação dos conhecimentos prévios dos alunos, além de nivelar o nível instrucional dos estudantes, quando há deficiência conceitual do conteúdo.

B) Aula 02

Atividades de socialização tendem a gerar desvio conteudista e os alunos podem começar a ajudar os colegas, que apresentam dificuldades em proceder com os mesmos protocolos que aqueles que conseguiram concluir e realizar a atividade satisfatoriamente. O professor pode utilizar desse espaço para incitar os alunos a se socializarem para além daqueles grupos sociais que algumas turmas costumam formar. Outro potencial da aula, é que propor atividades de pesquisas, e socialização dos resultados, pode oportunizar o aluno a continuar querendo estar ativo na sua formação escolar.

Os alunos tendem a não terem direcionamento e orientação de como utilizar os veículos de pesquisa, como internet, para algo além de entretenimento e conversações. Portanto, a possibilidade do aluno estar direcionado a trazer algo de seu interesse. Em outras circunstancias, o professor pode sugerir que o aluno traga um vídeo, uma música (por exemplo, Mamonas Assassinas; uma Arlinda mulher), ou que elaborem uma paródia, cordel, falando de Pitágoras ou do teorema deste.

C) Aula 03

De modo geral, os alunos curtem trazer informações para complementar o livro didático. Uma sugestão motivacional, seria dizer aos alunos que gostaria da ajuda deles para elaboração de um *e-mail*, para o autor do livro didático adotado na escola, com fins de pedir para que o autor incrementasse o livro didático dos alunos, com base na pesquisa deles. Obviamente que tem caráter fabuloso, mas serve apenas para que os estudantes percebam o quanto podem ir longe, quando se empenham.

Aulas de Matemática, de modo geral, não costumam incentivar a leitura, por esse motivo, foi optado para que os alunos lessem um texto, em vez de assistirem vídeos ou serem ouvintes da conversação do docente. É importante que os discentes se conscientizem que as ciências exatas também perpassam pela leitura e pela produção de textos.

D) Aula 04

Oportunizar a construção de figuras pode suscitar ao aluno que a matemática e a geometria são campos flexíveis a criatividade. As áreas traçadas poderão formar desenhos característicos do dia-a-dia como pipa, casa, chapéu de palhaço, entre outros.

Essa oportunidade pode render bons diálogos para que o professor possa explicar a necessidade de se saber áreas para quesitos cotidianos. Por exemplo: Uma pipa requer quanto de papel, para ser feita? A parede de uma casa requer quanto de azulejos para ser adornada? Perguntas como essas, perpassam por planejamentos e esses planejamentos levam em consideração, o cálculo de áreas e perímetros.

O aluno poderá perceber que a Matemática não está somente nas folhas do livro didático e que, vários profissionais utilizam-se desses conceitos para sua prática. Mesmo de modo inconsciente, quando os alunos vão fazer embrulhos de presente, vão cercar alguma construção nos muitos jogos virtuais que exigem proteções de construções por meio de muros, eles estão contando, perímetros e áreas. Talvez, aplicando os princípios matemáticos, haja diminuição de tempo para "murar" os jogos que utiliza.

E) Aula 05

Os alunos poderão se familiarizar com as profissões que utilizam-se da Geometria para poder contribuir com a humanidade. O professor pode versar tanto sobre a Engenharia Civil, Arquitetura, Design, como até as profissões informais, como os pedreiros, marceneiros, e outras funções que precisam sempre estar trabalhando com o conceito de formas, áreas e perímetros. Se a escola dispor de computadores, internet e datashow, o professor poderia utilizar o "google maps" para poder analisar a área de algum lugar, visto por cima. Poderia ser um campo de futebol, um ginásio, algum ponto de referência mundial.

Cada observação tem potencial de gerar problematizações. Por exemplo, campos de futebol, respeitando-se a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), pode variar sua medida "mínima" e sua "medida máxima" dentro das normas técnicas. Sendo assim, quanto de grama sintética deve ser comprado para preencher um Maracanã? Se quisermos usar tinta branca para traçar as laterais e as linhas de fundo do Morumbi, quanto precisaríamos percorrer? Quem tem a maior área, maior perímetro, o Estádio do Mané Garrincha ou Almeidão? E assim por diante.

Tudo irá variar do conhecimento que o professor tem da turma. Com o recurso tecnológico envolvido, o professor pode falar de espaços de show, áreas ambientais e ecológicas, maravilhas do mundo, como á área da pirâmide, área da base do Cristo redentor, entre outras.

3.5.2 - Pontos fracos da proposta didática.

Sobre a aula 01, aulas que fogem muito do tradicional, podem exigir do professor domínio de sala. Se os alunos não representarem um grupo coeso, o atraso dos procedimentos seguidos pelos discentes podem fomentar *bullying*. Cabe ao professor, conhecendo a turma, saber dosar se a atividade pode gerar muito ânimo.

Aulas que expõem vídeos podem ser delicadas se a realidade da escola for carente. Há alunos que podem não se interessar pelo recurso, e começar a conversar ou apresentar atitudes indisciplinares que podem atrapalhar outros alunos. O professor precisa de apoio pedagógico e administrativo, em situações como as apresentadas.

Alunos muito entusiasmados e ansiosos podem ter comportamentos atípicos. Para Rosário e Soares (2003), a ansiedade na execução de atividades, podem ser similares aquelas que se constata em exames, provas e avaliações. Algumas consequências dela, física, é sudorese, tremores, estresse. Se o professor identificar um grupo de alunos, muito agressivos, ou impacientes, talvez seja necessário intervir com discursos que tranquilizem os estudantes.

A aula foi projetada para ser aproveitada perfeitamente, no horário cabível, todavia, temos consciência que algumas escolas, tem atrasos de iniciação ou antecipação da finalização da aula. Se o professor tiver turmas numerosas, for realizar chamada, verificar algum item da aula passada, pode ocorrer da aula não pode ser executada em um único encontro, sendo interessante trata-lo em um momento de aula dupla, ou adaptando a aula para dois momentos. Sobretudo se o professor optar por exibir vídeos, como o documentário de Pitágoras, que tem mais de 3 horas.

Todo o contexto deve ser adaptado a realidade que o professor esta familiarizado.

Já a aula 02, pode ser uma aula tumultuada, porque, embora a atividade seja individualizada, oportunizar conversações pode levar a excessos de conversa e forçar o professor a exercer com mais ênfase, seu domínio de sala. Também se destaca que, é comum, em turmas de grupos sociais, alguns alunos de um grupo, não gostarem de interagir com outros membros de outros grupos. Algumas escolas faltam material escolar, e pode acontecer do professor precisar ter vários kits de tesoura, régua, para compartilhar com os alunos. Teme-se também a questão do uso da tesoura gerar lixo, do tipo, pequenos papeis picotado, que deve ser orientado, a turma, a limpar, antes do término da aula.

Quanto à aula 03, é comum, em alguns grupos sociais, a exposição de textos, pesquisas, opiniões, serem dificultadas pelas variáveis da timidez, *bullying,* entre outros fatores, ou emotivos, ou coercitivos, que bloqueiam a participação de alguns agentes discentes. Dessa forma, o professor deve estar atento a esses inibidores. Também é comum, os alunos terem muita dificuldade com cálculos envolvendo números decimais, e quererem utilizar as calculadoras de seus dispositivos celulares. Atividade essa que deve ser revisitada pelo professor, para que o estudante compreenda a necessidade de se compreender os algoritmos de multiplicação com números decimais.

A aula 04 poderá gerar situações que requererão a intervenção docente, caso os alunos tentem expressar desenhos com finalidades de cometer *bullying,* por exemplo, dizendo “eu desenhei tua mãe”; “eu criei o óculos de fulaninho”, entre outras variações. Em algumas situações, o aluno, quando oportunizado a desenhar, se expressar, tende a não conseguir manter o foco e voltar para o desenvolvimento do conteúdo, querendo continuar emergido nas suas criações. Por exemplo: Supostamente aparece uma “pipa” (ou losango) o professor poderia pedir para que os alunos prestassem atenção em como se calcula o perímetro da pipa, com base apenas nas diagonais da figura. Para desenvolvimento do cálculo, seria necessário o uso da aplicação do teorema de Pitágoras. Talvez, os alunos não queiram se concentrar para fazer os cálculos, e queiram ir para o próximo desenho. Será importante o professor munir-se de sua autoridade docente para poder direcionar o aluno ao real objetivo da aula.

Na nossa aula 05 temos mais uma aplicação prática do conteúdo. Alguns alunos tendem a cometer comentários não pertinentes sobre o desenho da casa do colega. Caso o professor opte por trazer várias plantas de casa para a sala de aula, esse fator pode ser contornável. Oportunizar debates e diálogos pode gerar desvios de atenção. Quando os alunos são convidados a falarem suas opiniões e conhecimentos, é possível que comece-se diálogos do tipo:

Aluno A: - “meu tio é pedreiro”;

Aluno B - “e quanto ele ganha?”;

Aluno C – “Deus me livre de ser pedreiro; vou ser jogador de futebol mesmo”.

O professor precisa saber direcionar esse diálogo para fins construtivos da atividade, caso venham a acontecer.

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que a Geometria tem sua relevância no cenário acadêmico e precisa ser incitadas pesquisas nessa área para atualização para fortalecimento da teoria vigente, discutida em espaço cientifico, com fins de resgate de metodologias e planos de ensino para o campo curricular em destaque.

Frente ao exposto, julgamos que a experiência de Estágio Supervisionado III nos deu autoridade para revisitarmos uma concepção alternativa ao modelo tradicional de ensino, que visualiza o fortalecimento de memorização de fórmulas. Nossa metodologia adotada, e desenvolvida de maneira a lograr êxito, adotou uma pedagogia menos fria, e convidou os alunos a serem mais ativos na participação da aula, tanto utilizando jogos como recursos metodológicos tecnológicos e contextualizáveis. Com base nesse histórico, atingimos nosso objetivos quando este era estudar, propor e analisar uma sequência Didática, com o conteúdo de Geometria, para cálculo de áreas, para o 9° ano do Ensino Fundamental.

Atingindo nosso objetivo, além de apresentarmos as Experiências de Estágio Supervisionado, relatando para a comunidade cientifica um retrato parcial da realidade local; tecemos algumas considerações teóricas sobre o Ensino de Geometria; propusemos uma atividade didática para o ensino de Cálculo de Áreas e analisamos essa proposta.

Nesse quesito, nossa contribuição ao cenário científico foi, além da divulgação a comunidade cientifica de como se processa o ensino, no contexto específico de Estágio, o fortalecemos dos estudos e de pesquisas que defendem um modelo alternativo do ensino de Geometria, em detrimento do tradicional, para o ensino, tornando-se as aulas de Geometria, algo menos memorizável e mais participativo.

Em termos de encaminhamentos para pesquisas futuras, podemos incitar que a aplicação de nossas sugestões podem suscitar resultados interessantes de serem estudados, como: Funciona? O que pode ser adaptado? O público acata? É fácil de ser introduzido nos contextos das escolas vigentes? Destacamos que o único empecilho que levou a não termos exequido a proposta didática fundamentada e sugerida, foi à greve das escolas estaduais. Todavia, nossa pesquisa está, atualmente, em execução e deve voltar a ser citada, em caráter cientifico, salvo nosso trajeto acadêmico que se sucederá.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A matemática na educação básica**. Lisboa: Ministério da Educação - Departamento de Educação Básica, 1999.

ANDREY, D.; GALLI, M. **Métodos Geométricos para 1500s de camadas de valores ionicos**. Nexus Network Journal, v. 6, n. 2, p. 31-48, 2004.

BELLEMAIN, Paula M. Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental. **Anais da 23a Reunião Anual da ANPED-Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação. Caxambu**, 2000.

BOAVIDA, A. M. Resolução de problemas: Que rumos para a educação matemática. **Educação matemática: Temas de investigação**, p. 105-114, 1992.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Terceiro e Quarto Ciclos). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores.** Brasília: MEC, SEB; INEP, 2008.

BRASIL, MEC. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9394/96. **Brasília, MEC/SEMTEC. Disponível em: http://portal. mec. gov. br/arquivos/pdf/ldb. pdf. Acesso em**, v. 14, n. 02, p. 2011, 1996.

CHAMORRO, M.C. **Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental**. Doctoral thesis. Madrid: UNED, 1997.

CHAPPELL, M.; THOMPSON, D. Perimeter or Area? Which measure is it? **Teaching Mathematics in the Middle School**, NTCM, v.1, n. 5, p. 20-23, Reston, VA, 1999.

CHIUMMO, A. **O Conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade católica da São Paulo, São Paulo: PUC-SP, 1998.

DA MOTTA, Ronaldo Seroa. **Economia ambiental**. FGV Editora, 2006.

EVES, Howard**. Introdução à história da Matemática**. Editora da Unicamp, Campinas, 2004.

FALCÃO, E, F. **Imagens ensinam?** Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal da Paraíba. Paraíba, 2008.

GIL, Antônio Carlos, **Como elaborar projetos de pesquisa**/Antônio Carlos Gil. - 4. ed. - São Paulo :Atlas, 2010

LAURO, Maira Mendias. **Percepção-Construção-Representação-Concepção: Os**

quatro processos do ensino da Geometria: Uma proposta de articulação. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MURARI, Claudemir. Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizagem de Geometria. **Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez**, p. 198-212, 2004.

NCTM **- National Council of Teachers of Mathematics.** Princípios e Normas para a Matemática Escolar. **Lisboa: APM, 2007. (Trabalho original, em Inglês, publicado em 2000).**

NUNES, T. **Sistema de signos e aprendizagem conceptual**. In: Quadrante, vol. 4, n. 1, p.7-24. Lisboa: APM, 1995.

OWENS, K; OUTHRED, L. **A complexidade de se mensurar o Ensino de Geometria**. In: Gutiérrez, A.; Boero, P. (Eds.). Livro de pesquisas em psicologia e Educação Matemática: Passado, Presente e Futuro. Rotterdam: Sense Publishers, 2006. p.83-115.

PAVANELLO, R. M. Que Geometria pode ser significativa para a vida? **Programa Salto para o Futuro**, TV Escola, 2004.

PAVANELO, R. **O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil**. Zetetiké, n. 01, UNICAMP, Campinas, 1993.

PEREZ, Geraldo. **A realidade sobre o ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo**. A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 4, 1º sem. 1995

RIBEIRO, V. V. S., 1974 - **Revisitando o Teorema de Pitágoras** / Vanessa Vania Silva Marinho Ribeiro. - Viçosa, MG, 2013.

ROSÁRIO, Pedro; SOARES, Serafim. **Ansiedade face aos testes e realização escolar no Ensino Básico Português**. Revista Galego-Portuguesa, v. 10, n. 8, 2003.

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José A. Fernandez. **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Artmed, 2006.

SEVERINO, A. J. Competência técnica e sensibilidade ético-política: o desafio da formação dos professores. **Cadernos FEDEP-SP**, n. 1, p. 7-20. São Paulo, 2002.

SILVA, J. A. As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, v. 3, p. 81-104, Rio Claro, Brasil: UNESP, 2009.

TAVALERA, Leda Maria Bastoni. **Geometria Dinâmica e Reconstrução do Pensamento Geométrico Grego na Sala de Aula**. In: Exata, edição novembro, volume2, 2010.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo, Martins Fontes, 1993.

YERKES, Robert; DODSON, John. **A forte relação de estímulo e rápida formação ambiental**. Clássicos da História da Psicologia. 2011.

Acessos Virtuais

Telecurso: https://www.youtube.com/watch?v=aPZkRW7F_RQ (Acesso: 11/11/2016).

Pitágoras: https://www.youtube.com/watch?v=_Ff_si_E6Aw (acesso: 03/05/17)

Legado de Pitágoras: https://www.youtube.com/watch?v=dsjiWChrjE4 (acesso: 03/05/2017)

Pitágoras de Samos: youtube.com/watch?v=dTMNnikuyrc (acesso: 03/05/2017)

Portal do Professor: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html (disponível 20/05/2017)

Desenho geométrico: https://www.youtube.com/watch?v=46npyoi46mY (disponível: 20/05/2017)