



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Suelâne Santos de Lima Silva

Trabalhando a Multiplicação com o uso das Barras de Napier

Rio Tinto – PB
2017

Suelâne Santos de Lima Silva

Trabalhando a Multiplicação com o uso das Barras de Napier

Trabalho de conclusão de curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção do
título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Cristiane Borges Angelo

Rio Tinto – PB
2017

S586t *Silva, Suelâne Santos de Lima.*

Trabalhando a multiplicação com o uso das Barras de Napier. / Suelâne Santos de Lima Silva. – Rio Tinto: [s.n.], 2017.

80f. : il.-

Orientador (a): Profa. Dra. Cristiane Borges Angelo.

Monografia (Graduação) – UFPB/CCAÉ.

Suelâne Santos de Lima Silva

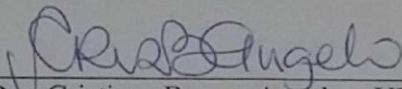
Trabalhando a Multiplicação com o Uso das Barras de Napier

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

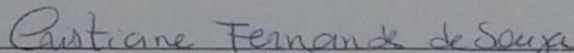
Orientadora: Prof.^a. Dra. Cristiane Borges Angelo.

Aprovado em: 31/05/2017

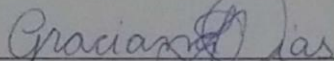
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof.^a Dra. Cristiane Borges Angelo – UFPB/DCX
Orientadora



Prof.^a Dra. Cristiane Fernandes de Souza – UFPB/DCX
Examinadora



Prof.^a Dra. Graciana Ferreira Alves Dias – UFPB/DCX
Examinadora

Dedico este trabalho ao meu esposo, Fabrício do Nascimento Silva, e a minha família por terem acreditado e investido em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a **Deus**, que me deu sabedoria e iluminou os meus passos durante toda esta caminhada.

Aos **meus pais**, Antônio Abdias de Lima e Solange Santos de Lima, por estarem ao meu lado em todos os momentos me aconselhando e acreditando nos meus sonhos e ideais, apoiando as minhas decisões e não deixando eu desistir quando nem eu mesma acreditei que poderia conseguir vencer essa etapa de conclusão de curso. Vocês são a razão de meu viver, sem vocês, eu nada seria.

Ao **meu grande amor**, Fabrício do Nascimento Silva, que sempre esteve ao meu lado ajudando e apoiando nas minhas maiores dificuldades. Obrigada por seu carinho e paciência e por me trazer motivação e paz na correria de cada período vívido. Quero agradecer de maneira especial ao nosso filho que está no meu ventre e que, embora não tenha conhecimento disto, ilumina os meus pensamentos e me inspira, levando-me a buscar novos conhecimentos.

A **minha orientadora**, Prof.^a Dra. Cristiane Borges Angelo, que teve a paciência e a disponibilidade para me ajudar a concluir este trabalho, por ter acreditado em mim e nas minhas capacidades.

A **todos os meus professores**, por terem contribuído para a minha formação e por terem me incentivado e orientado nos momentos de dúvidas, em especial, a Prof.^a Dra. Cristiane Fernandes de Souza, Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão e o Prof. Ms. José Elias dos Santos Filho.

As **minhas amigas**, Ana Paula, Francisca Livia, Daniele Apolinário e Washington, por me incentivarem, acreditarem em mim e me apoiarem quando mais precisei. Obrigada amigos por tudo. Vocês fazem parte dessa conquista.

A **todos meus amigos**, que contribuíram diretamente e indiretamente para minha formação, através de estímulos e conselhos. Meu muito obrigada!

“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível. ”

(Charles Chaplin)

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo geral desenvolver uma proposta de atividades envolvendo o uso das Barras de Napier na facilitação do ensino-aprendizagem do aluno na operação de multiplicação. Para tal, traçamos como objetivos específicos: Diagnosticar as principais dificuldades dos alunos na operação de multiplicação; Elaborar uma proposta de atividades envolvendo o uso das Barras de Napier e a operação de multiplicação; Aplicar a proposta de atividades em uma sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental; e Avaliar as potencialidades e limitações das Barras de Napier no processo de ensino aprendizagem da operação de multiplicação. Para fundamentar este trabalho nos baseamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e autores como Boyer (1974), Eves (2011), Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006), Passos (2006), Godoy (1995), Gil (2010), Pereira e Martins (2017) dentre outros. Foi uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa. Constatamos que as Barras de Napier é um recurso facilitador, pois proporciona ao aluno a manipulação individual, além de ser motivador permitindo que os alunos utilizem esse material não apenas para calcular operações envolvendo a multiplicação, mas também envolvendo a divisão e a extração de raiz quadrada. Recomendamos que essa pesquisa suscite pesquisa futuras que objetivem trabalhar com a nossa proposta de atividade na formação de professores e junto aos alunos do Ensino Médio.

Palavras-chave: História da Matemática. Material concreto. Barras de Napier. Operação de multiplicação.

ABSTRACT

This work had as general objective to develop a proposal of activities involving the use of the Bar of Napier in the facilitation of the teaching learning of the student in the operation of multiplication. To do this, we outline specific objectives: Diagnose the main difficulties of students in the multiplication operation; To elaborate a proposal of activities involving the use of the Napier Bars and the multiplication operation; To apply the proposal of activities in a classroom of the 6th year of elementary school; And Evaluate the potentials and limitations of the Napier Bars in the process of teaching learning the multiplication operation. In order to base this work, we are based on the National Curricular Parameters (BRASIL, 1998) and authors such as Boyer (1974), Eves (2011), Lorenzato (2006), Rêgo e Rêgo (2006), Passos (2006), Godoy Gil (2010), Pereira and Martins (2017) among others. It was an exploratory research with a qualitative approach. We found that the Napier Bar is a facilitating resource as it provides the student with individual manipulation as well as being motivating allowing students to use this material not only to calculate operations involving multiplication but also involving division and root-square extraction. We recommend that this research provoke future research that aims to work with our proposal of activity in the training of teachers and next to the students of High School.

Keywords: History of Mathematics. Concrete material. Napier bars. Multiplication operation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - John Napier.....	23
Figura 2 - A Capa da Obra a Plaine Discovery of the whole Revelation of Saint John .	24
Figura 3 - Capa do livro o Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio	26
Figura 4 - Capa de Edição do Livro Rabdologiae	27
Figura 5- Barras de Napier	28
Figura 6 - Conjunto de Ossos de Napier feito de Marfim	29
Figura 7- Processo de multiplicação	30
Figura 8 - Processo de somar as diagonais	30
Figura 9 - Processo de Divisão	31
Figura 10 - Processo de Somar as Diagonais	32
Figura 11 - Barra Auxiliar Para a Extração de Raiz Quadrada	35
Figura 12 - Processo Extração Raiz	37
Figura 13 - Resposta do aluno 2 à questão 1	40
Figura 14 - Resposta do aluno 35 à questão 1	41
Figura 15 - Resposta do aluno 4 à questão 1	41
Figura 16 - Resposta do aluno 17 à questão 2	43
Figura 17 - Resposta do aluno 11 à questão 3	44
Figura 18 - Resposta do aluno 11 à questão 3	44
Figura 19 - Resposta do aluno 33 à questão 4	45
Figura 20 - Resposta do aluno 25 à questão 5	46
Figura 21 - Resposta do aluno 30 à questão 5	47
Figura 22 - Resposta do aluno 29 à questão 6	48
Figura 23 - Resposta do aluno 22 à questão 7	49
Figura 24 - Resposta do aluno 4 à questão 7	49
Figura 25 - Material entregue aos alunos Barras de Napier	51
Figura 26 - Alunos do Grupo 5 resolvendo a atividade em Grupo	53
Figura 27 - Aluna do Grupo 5 Resolvendo à Questão do Seu Grupo	53
Figura 28 - Atividade entregue pelo o grupo 5	54
Figura 29 - Resposta do aluno 2 à questão 1	56

Figura 30 - Resposta do aluno 35 à questão 1	57
Figura 31- Resposta do aluno 28 à questão 2	59
Figura 32 - Resposta do aluno 17 à questão 2	60
Figura 33 - Resposta do aluno 19 à questão 2	61
Figura 34 - Resposta do aluno 11 à questão 3	63
Figura 35 - Resposta do aluno 1 à questão 3	64
Figura 36 - Resposta do aluno 33 à questão 4	65
Figura 37- Resposta do aluno 1 à questão 4	66
Figura 38 - Resposta do aluno 6 à questão 4	66
Figura 39 - Resposta do aluno 30 à questão 5	68
Figura 40 - Resposta do aluno 27 à questão 5	68
Figura 41- Resposta do aluno 29 à questão 6	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Síntese da avaliação diagnóstica	50
Quadro 2: Síntese da Questão 1	58
Quadro 3: Síntese da Questão 2	61
Quadro 4: Síntese da Questão 3	64
Quadro 5: Síntese da Questão 4	67
Quadro 6: Síntese da Questão 5	69

SUMÁRIO

1 Introdução	13
1.1 Apresentação do tema e estrutura do trabalho	13
1.2 Memorial e Justificativa	14
1.3 Questões da pesquisa.....	17
1.4 Objetivos.....	17
1.4.1 Objetivo Geral.....	17
1.4.2 Objetivos Específicos	17
1.5 Os pressupostos metodológicos da pesquisa: tipo de pesquisa e instrumento utilizado ..	18
2 As Barras de Napier	20
2.1 O Uso de Material Concreto como Possibilidade Metodológica.....	20
2.2 Quem foi Napier?.....	23
2.3 Considerações sobre as Barras de Napier.....	27
2.3.1 Multiplicação utilizando as Barras de Napier	29
2.3.2 Divisão Utilizando as Barras de Napier	31
2.3.3 Raiz Quadrada Utilizando as Barras de Napier	34
3 A Experiência em Sala de Aula	39
3.1 Caracterização da Escola e os sujeitos da pesquisa	39
3.2 O diagnóstico inicial	39
3.3 As Atividades Propostas na Sequência	50
3.4 Os Resultados da Experiência.....	55
4 Considerações Finais.....	72
REFERÊNCIAS.....	74
APÊNDICES	75

1 Introdução

1.1 Apresentação do tema e estrutura do trabalho

Esse trabalho tem como tema a multiplicação com o uso das Barras de Napier. Nosso intuito é apresentar uma proposta didática com atividades que abordem a operação da multiplicação por meio das Barras de Napier como um recurso que facilite e ajude a superar as dificuldades dos alunos. A pesquisa foi realizada com 47 alunos de uma turma do 6º ano de uma escola pública estadual, localizada no município de Mataraca/PB.

As Barras de Napier surgiram da necessidade de ferramentas que auxiliasse no cálculo dos comerciantes da época e, atualmente, são utilizadas em sala de aula para auxiliar a resolução da multiplicação, divisão e radiciação, facilitando assim o ensino e aprendizado dessas operações.

Para explorar o tema mencionado acima e apresentar os resultados de nossa pesquisa dividimos esse trabalho em três capítulos.

No primeiro capítulo, de natureza introdutória, apresentamos nosso memorial acadêmico e a justificativa para a realização do trabalho. Além disso, apresentamos as questões de pesquisa, os objetivos e os pressupostos metodológicos (tipo de pesquisa e o instrumento utilizado) do presente estudo.

No segundo capítulo apresentamos o referencial teórico por nós adotado. Nesse capítulo abordamos as questões relacionadas ao uso do material concreto como possibilidade metodológica, apresentamos uma breve história de John Napier, bem como fizemos algumas considerações sobre o uso das Barras de Napier quanto a utilização das operações de multiplicação, divisão e a extração de raiz quadrada.

No terceiro capítulo apresentamos a caracterização da escola onde foi realizado o estudo, os sujeitos da nossa pesquisa e a análise, baseada no diagnóstico inicial e nas atividades propostas com o uso das Barras de Napier. Ainda nesse capítulo, apresentamos os resultados de nossa experiência.

Por fim, apresentamos as considerações finais acerca do nosso trabalho, retomando os nossos objetivos, as questões da pesquisa e a reflexão sobre os futuros estudos que podem ser gerados a partir do presente estudo.

1.2 Memorial e Justificativa

Iniciei meus estudos no ano de 1996, aos 4 anos de idade, na creche Tia Bernarda, na cidade de Mataraca/PB¹. Após fui estudar na Escola Estadual Pedro Poti, da 1ª série à 4ª série (atuais 2º e 5º ano). Em seguida fui transferida para a Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio Cônego José Vital Ribeiro Bessa, na qual estudei da 5ª série (atual 6º ano) até o 2ª série do Ensino Médio. Conclui a 3ª série do Ensino Médio, na Escola Estadual Pedro Poti na mesma cidade.

Ingressei na Universidade Federal da Paraíba em dezembro de 2011 através do PSS (Programa Seletivo Seriado). Escolhi o Curso de Licenciatura em Matemática como primeira opção por duas razões: identificação com áreas que envolvessem cálculo e o gosto pela docência.

No primeiro dia de aula fomos recepcionados pela coordenação do curso e pelos alunos veteranos. Nessa recepção alguns professores do curso nos foram apresentados. Além disso, foi nos repassada a carga-horária do curso e a grade curricular a qual falava que seria importante que nós participássemos de eventos promovidos pelo curso, tais como oficinas ministradas pelos alunos dos projetos de Monitoria, Programa de Iniciação à Docência (PIBID), Programa de Licenciatura (PROLICEN), o Sábado Pedagógico (anual), a Semana da Matemática (bianual). Também foi enfatizada a importância de participarmos de eventos regionais, nacionais e/ou internacionais como enriquecimento para nossa formação acadêmica e para cumprimento da carga-horária dos tópicos extracurriculares, contidos na grade curricular do curso.

O primeiro período foi uma fase de novos conhecimentos, construções de amizades e reencontros de amigos que residiam no mesmo município e que tinham optado pelo mesmo curso de Matemática. Foi um momento de descoberta de uma matemática ainda não vista na Educação Básica.

No segundo período me deparei com as disciplinas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral II. Nesse momento senti muita dificuldade, pois percebi que precisava de conhecimentos que deveriam ter sido abordados no Ensino Médio,

¹Mataraca que é um município Brasileiro do estado da Paraíba localizado na microrregião do Litoral Norte. De acordo com o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), no ano de 2016 a sua população era estimada em 8.345 habitantes. Com uma área territorial de 174 km².

mas que, infelizmente, eu não havia estudado. Porém, mesmo tendo realizado a avaliação final, consegui ser aprovada, com a ajuda de meus amigos e professores.

O terceiro e quarto período foram bastante conturbados, pois cursei disciplinas que exigiram muito estudo, quais sejam: Fundamentos da Geometria Euclidiana, Matemática para o Ensino Básico IV, Introdução a Teoria dos Números e Series e Equações Diferenciais e Ordinárias. Dos sessenta alunos que estudavam comigo a disciplina de Fundamentos da Geometria Euclidiana, fora os que desistiram da disciplina eu fui a única reprovada, o que me deixou muito desmotivada e com vontade de abandonar o curso ou o emprego (nessa época havia começado a trabalhar e não tinha muito tempo para estudar). Naquele momento entrei em desespero e me senti inferior aos meus colegas, pois escutei por diversas vezes que aquela disciplina era fácil. Com vergonha de pedir ajuda, comecei a consultar livros de Matemática de todas as séries e a estudar sozinha no intuito de aprender ou entender os conteúdos indicados pelas disciplinas. Assim, projetei uma meta em minha vida: daquele ponto em diante seria aprovada em todas as disciplinas e não iria desistir do curso e do trabalho.

No quinto período, assim como nos anteriores, também me deparei com uma disciplina com alto grau de dificuldade: Matemática Elementar. Os próprios alunos do curso diziam que era uma das piores disciplinas. Além disso, outra disciplina, Matemática Financeira, também exigia bastante interpretação de problemas, o que também foi bastante difícil para mim.

O sexto e sétimo períodos foram melhores, pois foram períodos em que cursei as disciplinas de Estágio Supervisionado I e II, respectivamente, essas disciplinas me proporcionaram o primeiro contato com o meu futuro local de trabalho e me permitiram que eu tivesse uma noção de como funciona o ambiente escolar. É nos estágios que começamos a enxergar a realidade da sala de aula e ver o quanto o professor é desrespeitado e a educação é desvalorizada. Nesses períodos também pude cursar as disciplinas de Laboratório do Ensino da Matemática I e II e percebi que o trabalho do professor de matemática pode ser desenvolvido em um ambiente criativo e prazeroso. Essas disciplinas nos oportunizam conhecer diferentes materiais didáticos e tendências para o ensino de Matemática, tais como: jogos, materiais concretos, softwares, etnomatemática, modelagem Matemática, dentre outros, no intuito de mostrar aos licenciados como as aulas de Matemática podem ser mais interativas e satisfatórias. Tive muita identificação nessas disciplinas, pois já havia tido experiência com alguns materiais como o material dourado e o ábaco, dentre outros, no primeiro período, na disciplina de Matemática para o Ensino Básico I, ministrada pela Prof.^a Cristiane Angelo. Foi nesse

momento que decidi que meu tema de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) seria na Área da Educação Matemática e que iria trabalhar com materiais manipulativos. Um fato curioso é que, desde o primeiro período, já havia convidado a professora Cristiane Angelo para ser a minha orientadora.

No oitavo e nono períodos cursei as disciplinas de Estágio Supervisionado III e IV, respectivamente, e tive a oportunidade de lecionar pela primeira vez e experimentar o que é ser professor. Não foi fácil entrar em uma sala de aula pela primeira vez e me deparar com turmas de mais de 40 alunos, com faixa etárias diversas. Foi uma experiência chocante e, ao mesmo tempo, muito gratificante. No Estágio Supervisionado III eu realizei a minha intervenção orientada pela Prof.^a Dra. Cristiane Borges Angelo e com as ajudas da Prof.^a Dra. Cristiane Fernandes de Souza e da professora da turma Fabiula de Lima que muito me apoiaram. No final, pude perceber que as disciplinas de estágio são de grande valia para a nossa formação, pois nessas disciplinas temos a oportunidade de ter contato com o local na qual iremos atuar, ou seja, onde seguiremos a nossa carreira profissional.

Com o passar do tempo, notamos o quanto aprendemos e o quanto mudamos como pessoa e, sobretudo, nas nossas ações. Em meios a tantas dificuldades enfrentadas no decorrer do curso, percebemos o quanto valeu apenas passar por tantas atribulações, pois quando olhamos para trás, vimos que todas as dificuldades foram superadas. Os contratemplos enfrentados só nos dão força para superar e chegar até o fim.

O décimo período está sendo bastante agitado, pois além de ter descoberto uma gravidez, tive alguns problemas de saúde o que se configurou em mais uma dificuldade, principalmente na escrita do TCC. Apesar das dificuldades eu só tenho a agradecer primeiramente a Deus, a meu pai, a meu esposo, a minha avó e a minha mãe que foi uma grande guerreira, por ter cuidado de toda a família nos momentos mais difíceis.

Em toda a minha trajetória escolar, desde as séries iniciais até o Ensino Médio, sempre percebi a grande dificuldade que os alunos apresentavam com relação à disciplina de Matemática. No Curso de Matemática também tive muitas dificuldades. No entanto, quando tive a experiência dos estágios, percebi que podia trabalhar em meu TCC algum tema oriundo das minhas percepções enquanto estudante da Educação Básica e do Ensino Superior. Nesse sentido, o interesse pela pesquisa se deu a partir da minha dificuldade na operação de multiplicação e divisão, que pude perceber que várias pessoas também apresentavam as mesmas

dificuldades, assim, procurei um método que facilitasse o ensino e o aprendizado das operações e descobri, nas aulas de Laboratório, as Barras de Napier.

Nessa direção e, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, que afirmam que “os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não-convencionais ou convencionais [...]”(BRASIL,1998, p.67), optei por utilizar as Barras de Napier, no ensino da multiplicação, por ser um material concreto e manipulativo que possibilita ao aluno “enxergar “essa operação de uma forma não convencional.

1.3 Questões da pesquisa

- O uso das Barras de Napier é um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem da multiplicação?
- Quais as dificuldades que os alunos apresentam em aprender a multiplicação pelo método usual?
- Quais as potencialidades e limitações das Barras de Napier para o ensino da multiplicação?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma proposta de atividades envolvendo o uso das Barras de Napier na facilitação do processo de ensino-aprendizagem da operação de multiplicação.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar as principais dificuldades dos alunos na operação de multiplicação.
- Elaborar uma proposta de atividades envolvendo o uso das Barras de Napier e a operação de multiplicação.

- Aplicar a proposta de atividades em uma sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental.
- Avaliar as potencialidades e limitações das Barras de Napier no processo de ensino-aprendizagem da operação de multiplicação.

1.5 Os pressupostos metodológicos da pesquisa: tipo de pesquisa e instrumento utilizado

Essa pesquisa caracteriza-se quanto aos objetivos como uma pesquisa exploratória que, segundo Gil (2010, p. 27), “tem como propósito proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas em torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses”. Nessa direção realizamos uma pesquisa que teve como intuito conhecer um pouco mais sobre as dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental, acerca da multiplicação. Assim, pretendíamos tornar o problema mais compreensível e construirmos hipóteses.

Apresenta uma abordagem qualitativa, pois foi realizada a partir de uma proposta de intervenção elaborada e ministrada pela pesquisadora desse estudo, haja vista que “tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador é o instrumento fundamental” (GODOY, 1995, p.62).

A metodologia adotada é um estudo de caso tendo em vista que esse tipo de estudo “permite observar e compreender com profundidade a realidade de uma organização, grupo ou indivíduo” (ALMEIDA, 2011, p.35).

Essa pesquisa foi realizada em turma do 6º ano A, do turno tarde, em uma instituição pública, pertencente à rede estadual de ensino da Paraíba. A referida turma contava com 47 alunos, na faixa etária entre 10 anos a 16 anos, sendo 1 aluno com 10 anos, 11 alunos com 11 anos, 23 alunos com 12 anos, 7 alunos com 13 anos, 2 alunos com 14 anos, 2 alunos com 15 anos e 1 aluno com 16 anos. Na referida turma 4 alunos são repetentes. Com relação ao gênero, a sala estava dividida entre 21 meninos e 26 meninas. O estudo foi realizado junto à disciplina de Estágio supervisionado III, como parte das atividades de estágio da referida disciplina. No período do estágio a professora supervisora e responsável pela turma do 6º ano estava reforçando o ensino das 4 operações com esta turma e, neste sentido, em acordo com a professora supervisora decidimos procurar um recurso que ajudasse a superar as dificuldades dos alunos do 6º ano A nessa operação de multiplicação.

No início do estudo optamos por fazer um diagnóstico inicial (Apêndice A) com o objetivo de identificar e verificar os conhecimentos dos sujeitos da pesquisa adquiridos ao longo dos seus estudos iniciais acerca do algoritmo da multiplicação. Após, propusemos uma sequência de atividades com o uso das Barras de Napier para verificar se este instrumento será ou não um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem do aluno.

2 As Barras de Napier

2.1 O Uso de Material Concreto como Possibilidade Metodológica

Antes de começarmos a falar sobre a importância do uso do material concreto como possibilidade metodológica iremos apresentar o que estamos entendendo por material concreto ou manipulável.

Material didático manipulável (MD) é um instrumento útil para o processo de ensino aprendizagem do aluno. Esses materiais podem ser: um giz, uma calculadora, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, dentre outros.

Existem vários tipos de MD, alguns não possibilitam modificações em suas formas, tais como: os sólidos geométricos construídos em cartolina e madeira que apenas permitem a observação desses materiais e outros que permitem uma maior participação do aluno como: o ábaco, material montessoriano (cuisenaire ou dourado) e os jogos de tabuleiro (LORENZATO, 2006).

Esses materiais constituem em um rico recurso didático a disposição do professor em sala de aula, tornando assim as suas aulas mais compreensíveis e dinâmicas, aproximando a teoria com a prática.

De acordo com Lorenzato (2006) a atuação do professor é decisiva para o sucesso ou fracasso do aluno, pois não basta que o professor disponha de materiais didáticos, é preciso que esse profissional saiba utilizá-los corretamente em sala de aula.

Ao longo da história observamos que alguns educadores destacaram a importância do apoio visual e tátil como um meio facilitador para a aprendizagem. Na antiguidade, Arquimedes revelou o modo pelo qual fazia descobertas matemáticas e confirmou a importância das imagens e dos objetos no processo de construção de saberes. No período de 1650 a 1900 vários educadores como Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Herbart, Dewey, Poincaré, Montessori, Piaget, Vygotsky e Bruner reconheceram, cada um ao seu modo, que a ação do indivíduo sobre o objeto de pesquisa é básico para aprendizagem. Em termos de ação pedagógica em sala de aula, esse reconhecimento é essencial no papel em que o material didático pode desenvolver na aprendizagem. (LORENZATO, 2006)

Nesse sentido, é importante que as escolas tenham objetos e imagens para serem utilizadas nas aulas, como um meio facilitador na aprendizagem, já que o uso do material

concreto auxilia professores e alunos a tornarem as suas aulas mais produtivas de forma dinâmica e acessível, rompendo com o ensino em que o aluno é um agente passivo.

Segundo Rêgo e Rêgo (2006, p.43):

[...] o material concreto tem fundamental importância, pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos. (RÊGO e RÊGO, 2006, p.43)

O material manipulativo tem fundamental importância, porém não basta que o aluno manipule esse material, pois não se aprende a matemática somente ao manipulá-lo. O aluno não chega às definições matemáticas apenas com o material, mas sim no ato das atividades mentais intermediadas pelo professor com o uso do material, permitindo que o aluno pense, analise e aja sobre as ações realizadas com o material.

Existem alguns obstáculos ao utilizarmos o MD, e o principal é o desconhecimento, por parte dos professores, de como utilizar o material manipulativo em sala de aula. Essa dificuldade é fruto de uma formação precária nesse sentido. Em decorrência disso os professores não se sentem entusiasmados a utilizarem o MD em suas práticas pedagógicas, apesar de grande parte das escolas disporem de materiais, muitas vezes, encaixotados em salas ou subutilizados. Outro obstáculo diz respeito ao fato de os professores alegarem que não têm tempo suficiente para utilizar um material concreto em sala de aula e, dessa forma, optam pelo método tradicional² de ensino.

Para que o objetivo de aprendizagem seja alcançado com o uso dos materiais manipulativos é preciso que o professor faça o planejamento antes de utilizá-los em suas aulas, evidenciando principalmente quais os objetivos que pretende alcançar. A esse respeito Lorenzato (2006) afirma que:

Os MD [Materiais Didáticos] podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD mais conveniente à aula. (LORENZATO, 2006, p. 18)

²O ensino tradicional é baseado no professor transmissor do saber ou dos conhecimentos e o aluno receptor passivo do que lhe foi transmitido, ou seja, o professor transmite a informação e o aluno apenas recebe e reproduz o que lhe foi transmitido.

Nesse sentido, os professores não podem “subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material, porque ele é atraente ou lúdico [...] nenhum material é válido por si só”. (FIORENTINI; MIORIM, 1990 apud PASSOS, 2006. p. 79). Os materiais concretos apenas servem como intermediador na facilitação da relação professor/aluno/conhecimento.

Diante do que foi discutido, percebemos que o material manipulável tem um grande poder de influência, necessidade e importância não só para os alunos como também para o professor, mas esse poder vai depender da maneira a qual está sendo empregado pelo professor e como está sendo interpretado esse material pelo aluno.

Por outro lado, o MD muitas vezes pode ser um objeto facilitador para o aluno e para o professor um objeto complicador, pois para muitos professores é mais fácil ministrar aulas sem MD do que ter de planejar objetivos, que possibilitem ao aluno a realização de observações, constatações, descobertas, levantamento de hipóteses e a elaboração e testagem de estratégias que não estão nos planos e que não são de conhecimento do professor (LORENZATO, 2006).

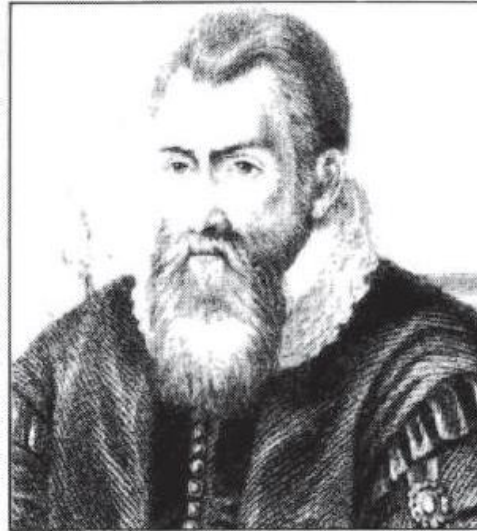
Acreditamos que o MD é um regulador do ritmo do ensino e aprendizado do aluno possibilitando que ele aprenda em seu determinado ritmo e não ao ritmo do seu professor. Um determinado MD pode ser utilizado para um assunto em diferentes níveis de conhecimento, mas para isso é preciso que o professor tenha um conhecimento necessário acerca das potencialidades e limitações do material concreto. Assim, o MD é um valioso recurso para a aprendizagem do aluno, mas antes de tudo é preciso que o professor tenha em mente a forma correta que irá utilizar esse material, tornando assim as suas aulas mais agradáveis e significativas (LORENZATO, 2006).

Nesse sentido, essa pesquisa ao apresentar uma proposta de uso de material concreto para o trabalho com a operação de multiplicação, pode ser um instrumento de pesquisa para os professores de Matemática que optarem em utilizar em sala de aula esse recurso didático.

2.2 Quem foi Napier?

John Napier (figura 1) nasceu em 1550, na cidade de Edimburgo, Escócia. Possuía grande influência política e financeira na Escócia e passou a maior parte de sua vida administrando as propriedades de sua família.

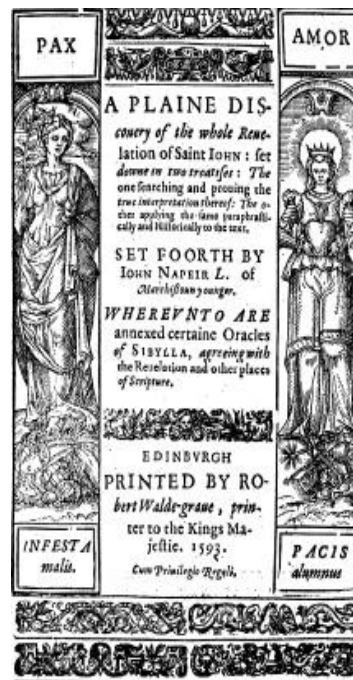
Figura 1- John Napier



Fonte: Eves (2011, p. 341)

Em 1593 publicou uma obra denominada *A plaine Discovery of the Whole Revelation of Saint John* (A descoberta Plaine de toda a Revelação de São João), conforme mostra a figura 2, na qual afirmava que o papa era anticristo e que o Criador pretendia pôr um fim no mundo nos anos de 1688 a 1700 (EVES, 2011).

Figura 2 - A Capa da Obra a Plaine Discovery of the whole Revelation of Saint John



Fonte: https://archive.org/details/NapierJ.APlaineDiscoveryOfTheWholeRevelationOfSaintJohnSetDown_439. Acesso em :16/05/2017

De acordo com EVES (2011) Napier também escreveu, na obra mencionada acima, sobre várias máquinas de guerras e previu que no futuro se desenvolveria peças de artilharia que poderiam eliminar um campo de quatro milhas de circunferência, além de prever a construção de dispositivos para navegar debaixo d'água. Algumas dessas previsões se concretizaram tais como: a metralhadora, o submarino e o tanque de guerra. Após a publicação desta obra, Napier aproveitou para estudar Matemática e Ciência, como uma forma de descontração de suas polêmicas religiosas e políticas, porém ele só se interessava por alguns aspectos matemáticos que se referiam a trigonometria e a computação.

Assim, Napier foi o responsável por quatro engenhosas invenções, listadas e comentadas a seguir.

1. *A invenção dos logaritmos*: Napier trabalhou cerca de 20 anos antes de publicar os seus resultados. A palavra logaritmo significa *Logos* (razão) e *arithmos* (número) “número de razão”. Essa maravilhosa invenção foi adotada por toda Europa e diminuiu o trabalho dos astrônomos, facilitando assim a sua vida (BOYER, 1974).

2. *Um engenhoso dispositivo mnemônico conhecido também como regra de Napier das partes circulares*: utilizado na reprodução de fórmulas para a resolução de triângulos esféricos (EVES, 2011).

3. Duas fórmulas trigonométricas do grupo de quatro conhecidas *analogias de Napier*: utilizadas na resolução de triângulos esféricos obliquângulos (EVES, 2011).

4. *A invenção das Barras de Napier ou Ossos de Napier* usado para efetuar mecanicamente multiplicações, divisões e extração de raízes quadradas de números (EVES, 2011).

No ano de 1614, Napier publicou sua abordagem dos logaritmos no livro intitulado *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (Descrição da Maravilhosa Lei dos Logaritmos) conforme capa reproduzida na figura 3. Essa obra consiste em dois livros: o primeiro discute as definições e regras de trabalho de seus logaritmos e o segundo aplica os vários problemas de trigonometria plana e esférica (PEREIRA e MARTINS, 2017). Essa obra teve sucesso imediato e, entre seus admiradores, estava o professor de geometria Henry Briggs (EVES, 2011). No ano de 1615, Briggs faz uma visita a Napier para discutirem sobre possíveis modificações no método dos logaritmos (BOYER, 1974). Nessa ocasião, Briggs propôs a Napier que as tábuas fossem alteradas de modo que o logaritmo de 1 fosse 0 e o logaritmo de 10 fosse uma potência conveniente de 10, nascendo assim os logaritmos que conhecemos hoje em dia (EVES, 2011).

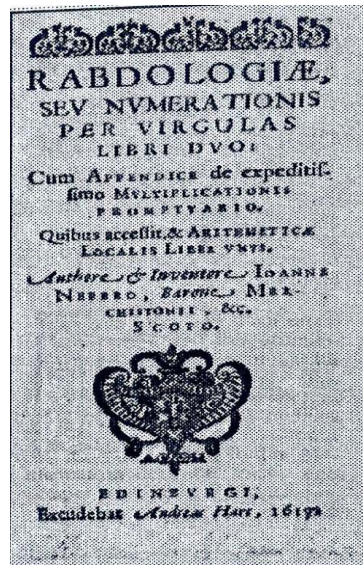
Figura 3 - Capa do livro o Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio



Fonte: Knott (1915 apud SOARES, 2011, p.61)

No ano de sua morte, em 1617, foi publicada a sua obra *Rabdologia, seu Numerations per virgulas libriduo* (Rabdologiae contar dinheiro por intermédio de Barras), conforme capa apresentada na figura 4. Essa obra, direcionada para comerciantes, descrevia um mecanismo para a realização de cálculos com a multiplicação, divisões, extração de raízes quadradas e cúbicas, utilizando barras (PEREIRA e MARTINS, 2017).

Figura 4 - Capa de Edição do Livro Rabdologiae



Fonte: Napier (1617, apud PEREIRA e MARTINS, 2017, p.47)

2.3 Considerações sobre as Barras de Napier

No século XVI, a Europa estava passando por vários conflitos religiosos, políticos, econômicos e culturais, com muitas guerras ainda perpassando em diversos países, o que implicou no desenvolvimento de uma ciência voltada para a necessidade prática de instrumentos que facilitassem o uso diário dos comerciantes, agrimensores, astrônomos, etc. (PEREIRA e MARTINS, 2017).

Portanto, as Barras de Napier surgiram da necessidade de ferramentas que auxiliassem no cálculo rápido dos comerciantes da época. Como as Barras de Napier constitui-se em uma estrutura de fácil construção, possibilitou, na época, a facilitação na resolução de cálculos de operações básicas como a multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, com grande exatidão e curto prazo (PEREIRA e MARTINS, 2017).

As Barras de Napier são colunas ou barras compostas retangulares contendo inscrições dos números de 0 a 9, que colocadas lado a lado e seguindo uma determinada regra podem ser utilizadas para cálculo de multiplicações, divisões e extração de raízes quadradas. Cada barra é dividida em dez quadrados e que cada quadrado é dividido por sua diagonal (do canto superior direito ao canto inferior esquerdo), com exceção da primeira linha dos quadrados. Na parte superior do 1º quadrado são colocados os números de 0,1,2,3,4...9. Do segundo quadrado em

diante são inscritos na sequência os múltiplos do número colocado no primeiro quadrado, ou seja, os múltiplos de 0,1,2,3,4...9; no canto inferior de cada quadrado é colocado o algarismo que representa as unidades e no canto superior é colocado os algarismos que representa as dezenas. O conjunto das dez barras consiste na tabuada completa do 0,1, 2... 9 conforme podemos observar na figura 5.

Figura 5- Barras de Napier

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
2		2	4	6	8	10	12	14	16	18	2
3		3	6	9	12	15	18	21	24	27	3
4		4	8	12	16	20	24	28	32	36	4
5		5	10	15	20	25	30	35	40	45	5
6		6	12	18	24	30	36	42	48	54	6
7		7	14	21	28	35	42	49	56	63	7
8		8	16	24	32	40	48	56	64	72	8
9		9	18	27	36	45	54	63	72	81	9

Fonte: Arquivo Próprio da Pesquisadora

Na sua forma original, essas barras foram construídas em marfim e por se parecerem com ossos ficaram também conhecidas como Ossos de Napier ou Barras de Napier. A construção original, em marfim, é retratada na figura 6, a seguir.

Figura 6 - Conjunto de Ossos de Napier feito de Marfim



Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/John_Napier. Acesso em: 29/04/2017

A seguir apresentaremos exemplos que mostram a utilização das Barras de Napier para efetuar as operações de multiplicação, divisão e extração de raízes.

2.3.1 Multiplicação utilizando as Barras de Napier

Exemplo 1: 3551×2

Para efetuarmos essa multiplicação, primeiramente formamos o número relativo ao multiplicando utilizando as barras dispostas lado a lado. À esquerda dispomos a primeira barra, alinhada às demais. Para realizarmos a multiplicação basta que encontremos a linha relativa ao multiplicador 2, conforme podemos observar na figura 7.

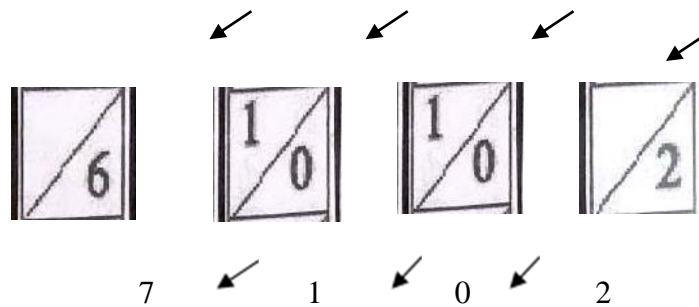
Figura 7- Processo de multiplicação

	3	5	5	1
1	3	5	5	1
2	6	1 0	1 0	2
3	9	1 5	1 5	3
4	1 2	2 0	2 0	4
5	1 5	2 5	2 5	5
6	1 8	3 0	3 0	6
7	2 1	3 5	3 5	7
8	2 4	4 0	4 0	8
9	2 7	4 5	4 5	9

Fonte: Elaboração Própria

Para concluir a multiplicação basta somarmos os valores dispostos nas diagonais, começando da direita para a esquerda, conforme podemos observar na figura 8.

Figura 8 - Processo de somar as diagonais



Fonte: Elaboração Própria.

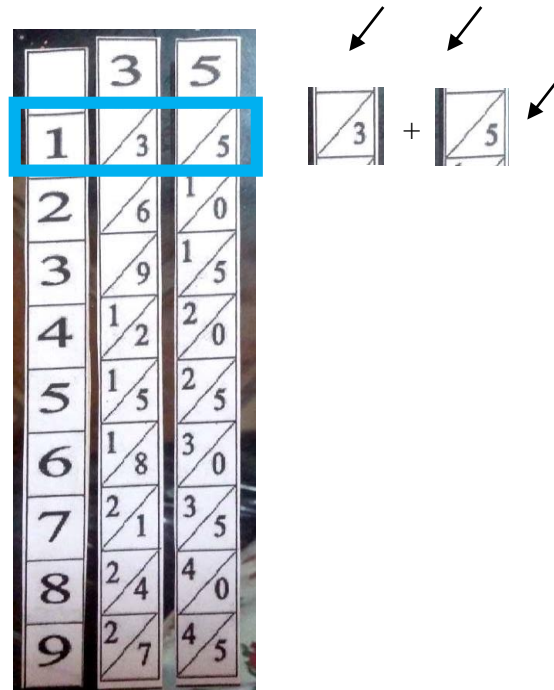
Concluimos que a resolução por meio das Barras de Napier dispensa da tabuada para efetuar as multiplicações, pois a multiplicação é substituída pela soma em diagonal.

2.3.2 Divisão Utilizando as Barras de Napier

Exemplo 2: $9225 \div 35$

Para efetuarmos essa divisão basta colocarmos as barras 3 e 5 do divisor lado a lado na posição em que estão os algarismos no número 35. Seguindo o mesmo princípio da multiplicação, à esquerda dispomos da primeira barra alinhada as demais. Para realizarmos a divisão basta que somemos em diagonais cada linha conforme a figura 9 mostra a seguir.

Figura 9 - Processo de Divisão



Fonte: Elaboração Própria

Conforme mostra a figura 9 acima iremos somar o restante das diagonais correspondente a cada linha que são os múltiplos de 35 e iremos anotarmos os respectivos valores correspondentes, colocando o resultado ao lado direito conforme mostra a figura 10.

Figura 10 - Processo de Somar as Diagonais

	3	5	
1	3	5	35
2	6	10	70
3	9	15	105
4	12	20	140
5	15	25	175
6	18	30	210
7	21	35	245
8	24	40	280
9	27	45	315

Fonte: Elaboração Própria

Em seguida utilizaremos o processo de divisão normal. Seleccionamos no dividendo o menor número formado entre os primeiros algarismos que seja maior ou igual ao divisor do número 35, que neste caso é o dividendo parcial 92.

$$9225 \overline{) 35}$$

Dividimos 9225 por 35. Localizamos nas Barras a onde estão os múltiplos do 35, ou seja, procuramos nos resultados parciais, o maior número que não ultrapasse o dividendo parcial que é o número 92. Portanto o número localizado é o 70 na linha 2 referente ao 2º múltiplo.

$$9225 \overline{) 35} \\ 2$$

Fazendo a multiplicação do quociente pelo o divisor temos $2 \times 35 = 70$, subtraindo $92 - 70 = 22$ obteremos como resto 22. Logo baixamos o próximo algarismo do dividendo que é 2 colocando ao lado direito do resto 22. Portanto o novo dividendo é o número 222.

$$\begin{array}{r|l} 9225 & 35 \\ -70 & 2 \\ \hline 222 & \end{array}$$

Nos resultados parciais selecionamos ao lado direito das barras o maior número que não ultrapassa o dividendo parcial é o número 222. Na linha 6 temos 210 (6×35) logo o 6 é o 2º algarismo do quociente e colocamos ele ao lado direito do 2. Fazemos a subtração $222 - 210 = 12$ obteremos como resto 12. Logo baixamos o próximo algarismo que é 5 colocando ao lado direito do resto 12. Portanto o novo dividendo é o número 125.

$$\begin{array}{r|l} 9225 & 35 \\ -70 & 26 \\ \hline 222 & \\ -210 & \\ \hline 125 & \end{array}$$

Vamos procurar nos resultados parciais ao lado das barras o maior número que não ultrapasse o dividendo parcial 125, localizamos o número 105 (3×35) na linha 3 referente ao 3º múltiplo logo o 3 é o 3º algarismo do quociente e colocaremos ele ao lado direito do número 6, portanto o número 3 será o próximo algarismo do quociente. Fazemos a subtração $125 - 105 = 20$ obteremos como resto 20.

$$\begin{array}{r}
 9225 \overline{) 35} \\
 \underline{- 70} \\
 222 \\
 \underline{- 210} \\
 125 \\
 \underline{- 105} \\
 20
 \end{array}$$

Como não há mais algarismos no dividendo a serem baixados, portanto encerramos a divisão. Logo teremos como resultado da divisão 263 e resto 20.

2.3.3 Raiz Quadrada Utilizando as Barras de Napier

Para extrairmos uma raiz quadrada de um número utilizando as Barras de Napier precisamos ter uma barra auxiliar contendo os quadrados dos algarismos de 1 a 9 inscritos em ordem crescente, de cima para baixo, começando na segunda linha.

As Barras que são usadas nas multiplicações que aparecem no algoritmo da extração de raiz quadrada é essa abaixo conforme ilustra a figura 11.

Figura 11 - Barra Auxiliar Para a Extração de Raiz Quadrada



Fonte: Elaboração Própria

Exemplo 3: $\sqrt{6561}$

Vamos extrair a seguinte raiz quadrada utilizando como ferramenta as Barras seguindo os seguintes passos:

Separamos os algarismos dois a dois da direita para a esquerda e colocamos um ponto separando os blocos para melhor visualização.

$$\sqrt{65.51}$$

Selecionamos o 1º bloco que no caso é o algarismo 65 e procuramos na barra auxiliar o maior quadrado de um número que esteja contido no 1º bloco, que neste caso é o 64 ($8^2 = 64 \leq 65$). A raiz deste quadrado é o primeiro algarismo da raiz quadrada.

Subtraímos este quadrado do 1º bloco pela a raiz encontrada logo temos ($65 - 64 = 1$) e baixamos ao lado direito do resto o número 1, logo o 2º bloco do número que vamos extrair a raiz será 161.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{65.61} & 8 \\ -64 & \hline \hline 161 & 8^2 = 64 \end{array}$$

Dobramos o algarismo da raiz já definida por (8 + 8 =16)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{65.61} & 8 \\ -64 & \hline \hline 161 & 8^2 = 64 \\ & 8 + 8 = 16 \end{array}$$

Colocamos as Barras 1 e 6 (dobro da raiz que já foi localizada) à direita da Barra das linhas e à esquerda da Barra auxiliar dos quadrados. Localizamos na figura 12 as somas em diagonais o maior valor que esteja incluso no número 161. Portanto encontramos o resultado parcial 161 na linha 1.

Figura 12 - Processo Extração Raiz

	1	6	√
1	1	6	0 1
2	2	1 2	0 4
3	3	1 8	0 9
4	4	2 4	4 6
5	5	3 0	2 5
6	6	3 6	3 6
7	7	4 2	4 9
8	8	4 8	6 4
9	9	5 4	8 1

$$161 = 161 \times 1$$

$$324 = 162 \times 2$$

$$489 = 163 \times 3$$

$$656 = 164 \times 4$$

$$825 = 165 \times 5$$

$$996 = 166 \times 6$$

$$1.169 = 167 \times 7$$

$$1.344 = 168 \times 8$$

$$1.521 = 169 \times 9$$

Fonte: Elaboração Própria

Subtraímos o número 161 pelo o resultado parcial 161(161-161 = 0). Logo o segundo algarismo a compor a raiz é o número 1.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{65.61} & 81 \\
 -64 & \\
 \hline
 161 & 8^2 = 64 \\
 -161 & 8+8 = 16 \\
 \hline
 0 & 161 \times 1 = 161
 \end{array}$$

No número que estamos extraindo a raiz não há mais blocos a serem baixados logo a raiz quadrada de 6561 é 81 e resto 0.

A cada bloco de dois algarismos do número cuja a raiz estamos procurando refere-se a uma algarismo da raiz, se tivermos n blocos a raiz terá n algarismos (exceto o primeiro que pode conter apenas um algarismo).

Conforme pode ser observado nos exemplos anteriores as Barras de Napier é um instrumento que auxilia em cálculos envolvendo a multiplicação, divisão e extração de raiz quadrada, podendo proporcionar ao aluno uma nova visão com relação às operações.

3 A Experiência em Sala de Aula

3.1 Caracterização da Escola e os sujeitos da pesquisa

Essa pesquisa foi realizada em uma escola de rede Estadual de Ensino, localizada na cidade de Mataraca-PB. A escolha da escola e da turma ocorreu pelo fato da pesquisadora estar realizando o Estágio Supervisionado III nesta escola. A escolha do tema se deu em função de que no período de estágio a professora supervisora estar reforçando as 4 operações junto aos alunos da turma. Nesse sentido, e em acordo com a professora supervisora e diante da dificuldade dos alunos com a multiplicação e divisão, decidimos realizar a experiência e trabalharmos atividades envolvendo a multiplicação e as Barras de Napier.

A intervenção teve início no dia 05 de maio de 2016 e término no dia 13 do mesmo mês, totalizando 10 horas aulas. Foi realizada em uma turma do 6º ano A, do turno tarde. A referida turma contava com 47 alunos³.

3.2 O diagnóstico inicial

Optamos por fazer um diagnóstico inicial, com o objetivo de identificar e verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos da turma ao longo dos seus estudos iniciais relacionados ao algoritmo da multiplicação, para que após o diagnóstico propuséssemos uma sequência de atividades que explorassem a multiplicação com o auxílio das Barras de Napier.

Conforme mencionamos no item 2.1 desse trabalho, é necessário que o professor faça um planejamento de suas atividades antes de aplicá-las e, para ter mais embasamento sobre o perfil da turma no que diz respeito aos conhecimentos prévios, o diagnóstico é fundamental. Muitas das vezes o aluno não tem o conhecimento necessário acerca de determinados conteúdos e, por esse motivo, é preciso que se faça um diagnóstico evidenciando quais são as dificuldades dos alunos, para propor atividades que possam minimizar essas dificuldades.

A atividade diagnóstica (Apêndice A) constituiu-se de sete questões. Cinco questões consistiam em problemas envolvendo as ideias de multiplicação, das 7 questões uma questão deveria ser resolvida por meio de soma de parcelas iguais e uma resolvia-se aplicando a propriedade distributiva da multiplicação.

³ Os alunos foram denominados Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3 e assim sucessivamente.

A seguir, iremos apresentar as questões e refletir sobre os resultados apresentados pelos alunos.

A primeira questão solicitava que os alunos resolvessem três operações utilizando a adição.

Sabemos que a multiplicação nada mais é que a soma de parcelas iguais. Resolva as questões por meio de uma soma.

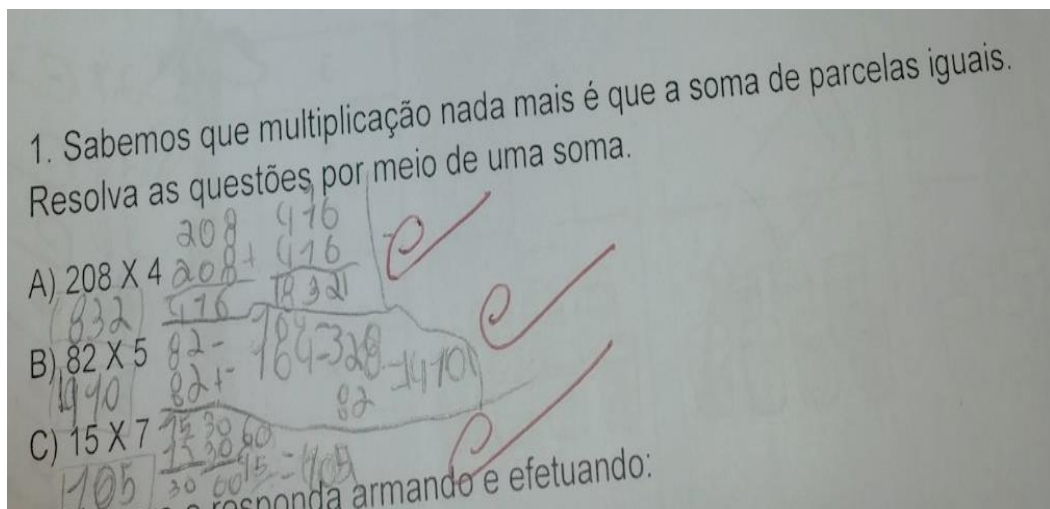
a) 208×4

b) 82×5

c) 15×7

Ao analisarmos as respostas dos alunos a essa questão, constatamos que 30 alunos resolveram de forma correta utilizando a soma por parcelas iguais. Um caso nos chamou a atenção ao analisarmos os resultados obtidos no diagnóstico: o aluno resolveu a questão de uma maneira diferente dos demais alunos, pois ao invés dele agrupar conforme a quantidade de parcelas iguais, ele utilizou agrupamentos de dois em dois até chegar ao resultado obtido, conforme podemos observar na figura 13.

Figura 13 - Resposta do aluno 2 à questão 1

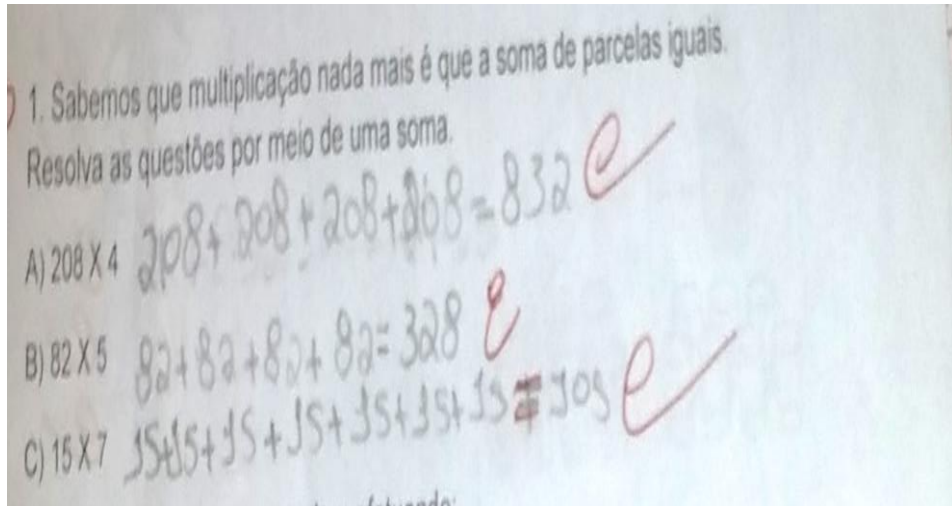


Fonte: Arquivo Pessoal

A esse respeito podemos ressaltar que é importante e fundamental que os alunos conheçam diversas estratégias de raciocínio e de cálculo e que cada um desenvolva as suas próprias estratégias. Dessa forma, segundo Zunino (1995, p.69), “[...] eles aprenderiam muito mais a respeito das operações e suas propriedades, sobre as estratégias que elas mesmas e outras utilizam frente a diversas situações.”

Nesta mesma questão, 15 alunos responderam de forma parcialmente correta, pois erraram a letra (b) na qual pedia para eles multiplicarem 82×5 . O erro aconteceu porque os alunos não somaram a quantidade correta de parcelas iguais conforme podemos observar na figura 14 abaixo.

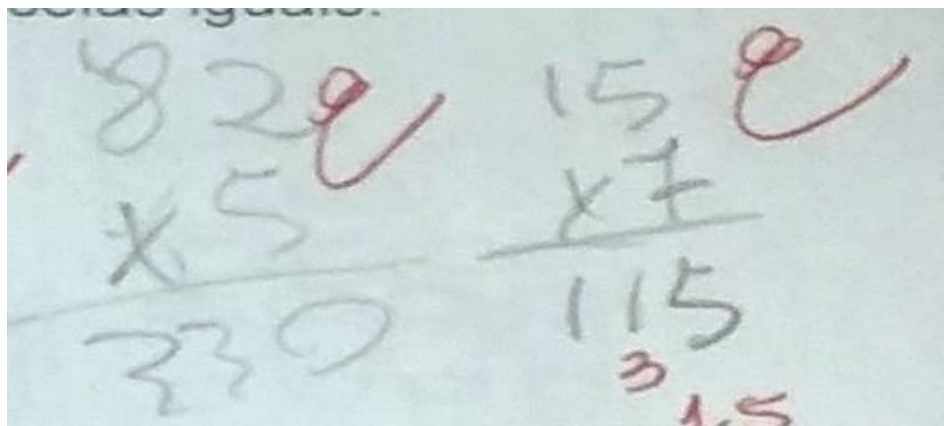
Figura 14 - Resposta do aluno 35 à questão 1



Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão, dois alunos erraram, pois, utilizaram de forma equivocada o algoritmo da multiplicação, conforme pode ser observado na figura 15.

Figura 15 - Resposta do aluno 4 à questão 1



Fonte: Arquivo Pessoal

A questão 2, apresentava uma figura com oito cadeiras empilhadas em dois grupos: um com três cadeiras e outro com cinco cadeiras. Nesse caso, o aluno deveria contar a quantidade de cadeiras e multiplicar pela quantidade de pés que cada cadeira possuía, para saber o total de pés de cadeiras.

Observe e responda armando e efetuando:



Fonte: Imenes (1999, p.21)

Nesta situação proposta, 38 alunos não apresentaram dificuldades na resolução, pois realizaram a multiplicação de 8 por 4. Vale destacar o procedimento de um aluno que resolveu esta situação por meio da árvore das possibilidades favorecendo a compreensão do princípio multiplicativo e revisando a ideia de multiplicação de soma de parcelas iguais, conforme pode ser observado na figura 16. A partir dessa resposta somos levados a refletir que não existe apenas uma maneira de resolução, mas diferentes maneiras de resolver. Cabe ao professor deixar o aluno responder conforme os diferentes tipos de resolução que lhe foi ensinado ou aprendido em seu dia-dia.

Figura 16 - Resposta do aluno 17 à questão 2

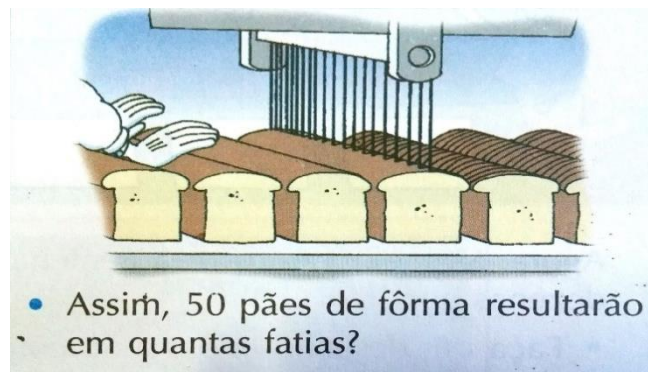


Fonte: Arquivo Pessoal

Nessa mesma questão, 9 alunos contaram a quantidade de cadeiras de forma equivocada e por esse motivo erraram a resolução da questão.

Na terceira questão da atividade tínhamos a seguinte situação-problema:

Cada pão de forma será cortado em 20 fatias:



Fonte: Imenes (1999,p.21)

Ao analisarmos essa questão, detectamos que 27 alunos responderam utilizando o método usual do algoritmo da multiplicação, conforme podemos observar na figura 17.

Figura 17 - Resposta do aluno 11 à questão 3

$$\begin{array}{r}
 3-50 \\
 \times 20 \\
 \hline
 00 \\
 +100 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão constatamos que 9 alunos utilizaram o algoritmo da soma ao invés de usar algoritmo da multiplicação. Observamos também que 11 alunos multiplicaram dezena por dezena e unidade por unidade ($0 \times 0 = 0$ e $5 \times 2 = 10$) obtendo assim o resultado de 100 fatias, conforme mostra a figura 18.

Figura 18 - Resposta do aluno 11 à questão 3

3. Cada pão de fôrma será cortado em 20 fatias:

Assim, 50 pães de fôrma resultarão em quantas fatias?

$$\begin{array}{r}
 50 \\
 \times 20 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

O total de 300 Pão do Leite

Fonte: Arquivo Próprio

Na quarta questão tínhamos a seguinte situação-problema:

Cada garrafa de 1,5 litros enche 7 copos. Na tabela ao lado, que números aparecerão quando a girafa se abaixar?

Garrafas	Copos
1	7
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Fonte: Imenes (1999, p.21)

Ao analisarmos as respostas dos alunos a essa questão, constatamos que 41 alunos não sentiram dificuldade, pois a questão restringia-se ao conhecimento da tabuada do número 7, conforme podemos observar na resposta do aluno 33, apresentada na figura 19.

Figura 19 - Resposta do aluno 33 à questão 4

24) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70

Fonte: Arquivo Próprio

Porém, 6 alunos acertaram parcialmente essa questão, pois erraram a multiplicação de 7×6 , 7×7 , 7×8 e 7×9 .

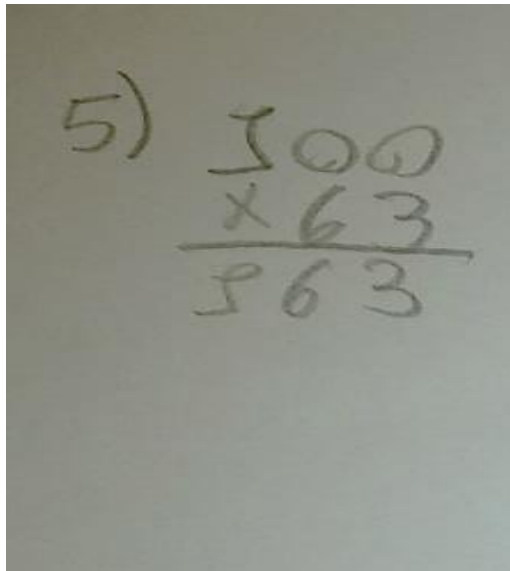
A questão número 5 propunha o seguinte problema:

Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total?

- a) 163 b) 730 c) 1.063 d) 6.300

Ao analisarmos as respostas dos alunos a essa questão, verificamos que 19 alunos ao invés de usarem o algoritmo da multiplicação usaram o algoritmo da soma, conforme podemos observar na figura 20.

Figura 20 - Resposta do aluno 25 à questão 5



$$\begin{array}{r}
 5) \quad 100 \\
 \times 63 \\
 \hline
 563
 \end{array}$$

Fonte: Arquivo Pessoal

Este erro pode indicar que o aluno pode ter confundido o sinal de multiplicar com o da adição ou que o aluno não tem uma compressão necessária sobre a leitura, escrita dos símbolos ou até mesmo o enunciado da questão pode ter levado o aluno pensar na adição por conta da palavra “total”.

Nesta mesma questão, observamos que 28 alunos responderam utilizando o método usual do algoritmo da multiplicação, conforme pode ser observado na figura 21 a seguir.

Figura 21 - Resposta do aluno 30 à questão 5

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 \times 63 \\
 \hline
 300 \\
 + 600 \\
 \hline
 6.300
 \end{array}$$

6.300 beéira comprou.

Fonte: Arquivo Pessoal

Nessa questão o aluno nem precisaria armar a conta para saber que o resultado seria 6.300, pois bastava apenas fazer o cálculo mentalmente. Nesse caso podemos conjecturar que ainda há uma dificuldade dos alunos em realizar cálculos mentalmente. A esse respeito, os PCN (BRASIL, 1998, p. 97) afirmam que “a ausência de um trabalho com estimativas e com cálculo mental e o abandono da exploração dos algoritmos das operações fundamentais” pode comprometer a aprendizagem dos alunos.

Na questão 6 da atividade, tínhamos a seguinte situação:

Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por mês?

- a) 31 b) 30 c) 28 d) 21

Nesta questão foi possível perceber que os 47 alunos não apresentaram dificuldades, por se tratar de uma multiplicação simples que foi facilmente resolvida, conforme podemos observar na figura 22.

Figura 22 - Resposta do aluno 29 à questão 6

Handwritten student work for question 6. The work shows a multiplication problem: $4 \times 7 = 28$. Below the calculation, the text "dias ele trabalha" is written. A checkmark is drawn in the upper right corner of the work.

Fonte: Arquivo Próprio

Na questão 7 tínhamos a seguinte situação:

Aplique em cada caso a propriedade distributiva que nada mais é que a distribuição das parcelas de um dos fatores e depois a soma dos resultados.

- a) $6 \times (10+5)$
- b) $(15+20) \times 3$
- c) $(3 \times 4) \times 5$

Essa questão solicitava que os alunos aplicassem a propriedade distributiva em cada caso. Como resultados, observamos que 26 alunos acertaram essa questão utilizando a propriedade distributiva de forma correta, conforme podemos perceber na resposta do aluno 22, representada na figura 23.

Figura 23 - Resposta do aluno 22 à questão 7

Resposta da 7

A) $6 \times (10 + 5)$
 \downarrow
 6×15
 \downarrow
 90 ✓

B) $(35 + 20) \times 3$ ✓
 \downarrow
 35×3
 \downarrow
 105 ✓

C) $(3 \times 4) \times 5$ ✓
 \downarrow
 12×5
 \downarrow
 60 ✓

Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão, 4 alunos erraram por não utilizarem o método da propriedade distributiva e, embora tenham utilizado outro método de resolução ainda assim não chegaram ao resultado correto, conforme podemos observar na figura 24. Os demais souberam aplicar a propriedade solicitada e acertaram a questão.

Figura 24 - Resposta do aluno 4 à questão 7

distribuição das parcelas de um dos fatores e depois

A) $6 \times (10 + 5) = 65$ ✓

B) $(15 + 20) \times 3 = 55$ ✓

C) $(3 \times 4) \times 5 = 50$ ✓

6
 $\times 10$
 $+ 5$
 \hline
 65

15
 $+ 20$
 $\times 3$
 \hline
 55

3
 $\times 4$
 $\times 5$
 \hline
 50

Fonte: Arquivo Próprio

Para finalizar essa seção, gostaríamos de ratificar que o diagnóstico serviu para que pudessemos verificar o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos por meio da utilização de algoritmos matemáticos. No quadro 1 apresentamos uma síntese dos resultados obtidos por meio da avaliação diagnóstica. Nesse quadro apresentamos por questão, o número de alunos que erraram, acertaram e parcialmente acertaram⁴ as sete questões propostas no

⁴ Consideramos parcialmente correto na avaliação diagnóstica aqueles alunos que acertaram mais da metade da questão.

diagnóstico. As observações referem-se a comentários relacionados aos erros apresentados pelos alunos.

Quadro 1: Síntese da avaliação diagnóstica

QUESTÃO	CORRETA	PARCIALMENTE CORRETA	ERRADA	OBSERVAÇÕES
1	30	15	2	2 alunos utilizaram o algoritmo da multiplicação ao invés de usar o da adição.
2	38	-	9	9 alunos contaram a quantidade de cadeiras de forma errada e multiplicaram pela a quantidade de pés.
3	27	-	20	9 alunos somaram ao invés de multiplicar e 11 alunos multiplicaram dezena por dezena e unidade por unidade.
4	41	6	-	-
5	28	-	19	6 alunos armaram a conta de maneira incorreta e além disso somaram ao invés de multiplicar e 13 alunos utilizaram o algoritmo da soma ao invés de multiplicação.
6	47	-	-	-
7	26	17	4	4 alunos além de não usarem a propriedade solicitada, não chegaram ao resultado correto.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora

3.3 As Atividades Propostas na Sequência

A proposta de atividades foi realizada na turma do 6º ano e o seu desenvolvimento se deu por meio de vários momentos, visando identificar e trabalhar as possíveis dificuldades dos alunos em interpretação e resolução de problemas envolvendo a multiplicação.

No primeiro momento fizemos uma exposição oral acerca das Barras de Napier, mencionando que são barras ou bastões retangulares contendo inscrições de números que colocadas lado a lado e seguindo uma determinada regra podem ser utilizadas para cálculo de

multiplicações, divisões e extração de raízes quadradas. Mencionamos também que cada barra é dividida em dez quadrados e que cada quadrado é dividido por sua diagonal (do canto superior direito ao canto inferior esquerdo), com exceção da primeira linha dos quadrados. Na parte superior do 1º quadrado são colocados os números de 0,1,2,3,4...9. Do segundo quadrado em diante são inscritos na sequência os múltiplos do número colocado no primeiro quadrado, ou seja, os múltiplos de 0,1,2,3,4...9; no canto inferior de cada quadrado é colocado o algarismo que representa as unidades e no canto superior é colocado os algarismos que representa as dezenas. Ressaltamos para os alunos que o conjunto das dez Barras consiste na tabuada completa do 0,1, 2... 9. Após essa primeira explicação, foi entregue para cada aluno um conjunto das Barra de Napier, confeccionadas pela pesquisadora com a utilização de cola, cartolina guache e a cópia impressa, conforme pode ser visualizado na figura 25.

Figura 25 - Material entregue aos alunos Barras de Napier

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	/	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
2	/	2	4	6	8	10	12	14	16	18	2
3	/	3	6	9	12	15	18	21	24	27	3
4	/	4	8	12	16	20	24	28	32	36	4
5	/	5	10	15	20	25	30	35	40	45	5
6	/	6	12	18	24	30	36	42	48	54	6
7	/	7	14	21	28	35	42	49	56	63	7
8	/	8	16	24	32	40	48	56	64	72	8
9	/	9	18	27	36	45	54	63	72	81	9

Fonte: Arquivo próprio da pesquisadora

Após a entrega das Barras de Napier para cada aluno, foram expostos no quadro-negro a resolução das seguintes multiplicações com a utilização das Barras e por meio do método usual do algoritmo: 8×4 , 24×9 , 32×45 e 380×5 .

No segundo momento foi solicitado que os alunos fizessem as seguintes multiplicações: 8×8 , 12×5 , 7×3 , 38×14 , 24×9 e 368×9 , utilizando o método usual e, em seguida, o recurso das Barras de Napier. Em seguida, solicitamos que os alunos efetuassem as seguintes multiplicações: 368×9 , 7246×8 e 846×5 , por meio do método usual anotando todos os resultados, inclusive os algarismos nas colunas corretas obedecendo a sua posição, para comparar as colunas da multiplicação com as diagonais das Barras de Napier. Todas as atividades que foram feitas em sala e para casa tiveram como objetivo a exploração da resolução de questões envolvendo a multiplicação com a utilização do método usual e das Barras de Napier. Todas as atividades mencionadas acima encontram-se no Apêndice B desse trabalho.

No terceiro momento foi realizada em sala de aula uma atividade em grupo (Apêndice C) que teve por objetivo verificar o conhecimento dos alunos acerca do que aprenderam com as Barras de Napier. Pedimos para que os alunos se organizassem em 5 grupos de 9 pessoas e, após, foi sorteado uma multiplicação para que cada grupo resolvesse utilizando as Barras de Napier e o método usual. As multiplicações que fizeram parte do sorteio foram: 18×2 , 32×45 , 724×8 , 368×9 e 846×5 . Na figura 26 podemos observar os alunos do grupo 5 respondendo a multiplicação de 846 por 5.

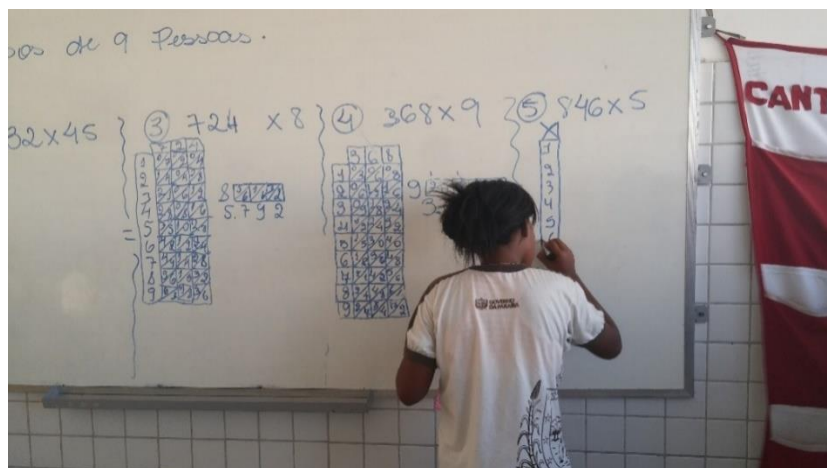
Figura 26 - Alunos do Grupo 5 resolvendo a atividade em Grupo



Fonte: Arquivo Pessoal

Depois um membro de cada grupo foi para o quadro responder à questão utilizando o método das Barras de Napier conforme demonstra a figura 27 que apresenta uma aluna resolvendo a questão do seu grupo.

Figura 27 - Aluna do Grupo 5 Resolvendo à Questão do Seu Grupo



Fonte: Arquivo Pessoal

A figura 28 mostra a atividade que foi entregue por um grupo em que é apresentada a resolução da multiplicação utilizando os dois métodos.

Figura 28 - Atividade entregue pelo o grupo 5

5-846x5:

	2	4	6	
1	0	8	0	6
2	1	4	0	2
3	2	1	2	1
4	3	2	1	6
5	4	0	2	0
6	4	8	2	4
7	5	6	2	8
8	6	4	3	2
9	7	2	3	6

5 846
x 5
4230

Fonte: Arquivo Pessoal

Vale salientar que nesta atividade a pesquisadora juntamente com a professora da turma orientaram os alunos e colocaram-se a disposição para responder as dúvidas que surgissem.

Observamos que todas as aulas realizadas no período da intervenção foram bastante produtivas e a interação entre os alunos foi um elemento fundamental nessas aulas. Além disso os alunos demonstraram bastante motivação para trabalhar com as Barras de Napier, ao manifestarem o interesse em querer responder as atividades não apenas deles, mas também a dos outros colegas também.

3.4 Os Resultados da Experiência

No último dia da intervenção foi realizada uma avaliação final (Apêndice D) que teve como objetivo avaliar se as Barras de Napier poderiam ser um recurso facilitador para o ensino, bem como verificar quais as potencialidades e limitações das Barras de Napier na multiplicação.

Para tal, solicitamos que os alunos resolvessem individualmente as questões utilizando o método usual e as Barras de Napier. Essa avaliação final, composta de 6 questões, foi baseada no diagnóstico inicial, com a diferença de que 2 questões contidas no diagnóstico foram retiradas, pois não apresentavam questões envolvendo problemas.

A seguir apresentaremos os resultados e a análise de cada questão proposta na avaliação final, seguida de um quadro comparativo entre as questões realizadas no diagnóstico inicial e as questões realizadas na avaliação final (com e sem o uso das Barras de Napier). Esse quadro apresentará dados relativos ao número de alunos que erraram, acertaram e parcialmente acertaram.

Na 1ª questão, tínhamos a seguinte pergunta:

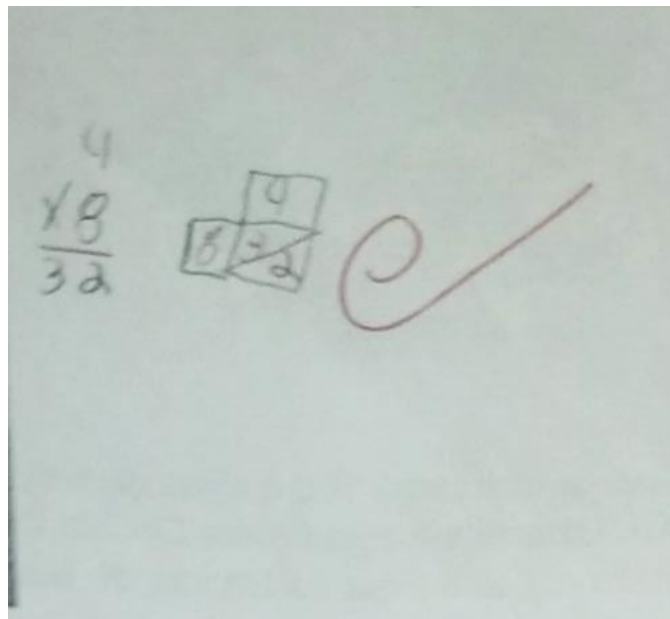
Observe e responda armando e efetuando pelo o método usual e pela as Barras de Napier no total quantos pés têm estas cadeiras?



Fonte: Imenes (1999, p.21)

Ao analisarmos as respostas a essa questão proposta constatamos que 41 alunos responderam de maneira correta utilizando tanto o método usual, quanto as Barras de Napier, conforme podemos observar na figura 29, que apresenta a resposta do aluno 2.

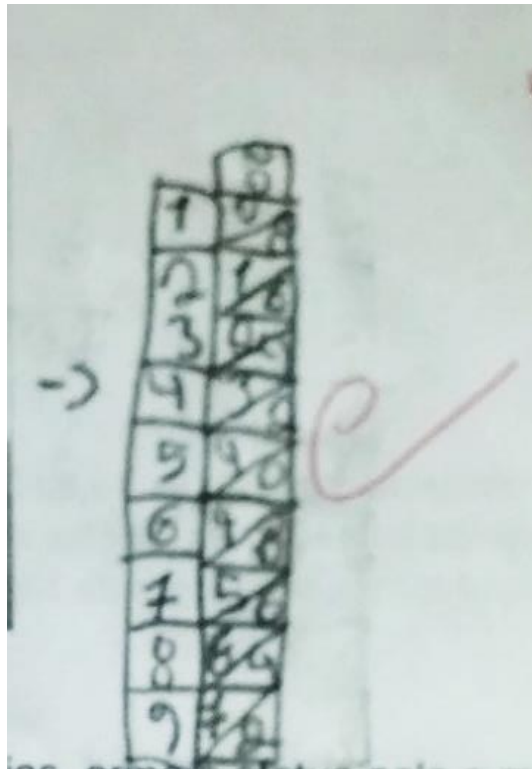
Figura 29 - Resposta do aluno 2 à questão 1



Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão, constatamos que 6 alunos responderam parcialmente correto⁵, sendo que 3 alunos responderam apenas utilizando as Barras de Napier e 3 responderam utilizando apenas o método usual conforme podemos observar na resposta do aluno 35, retratada na figura 30 a seguir.

Figura 30 - Resposta do aluno 35 à questão 1



Fonte: Arquivo Pessoal

⁵ Consideramos parcialmente correto aqueles alunos que só utilizaram um método de resolução (usual ou barras).

Quadro 2: Síntese da Questão 1

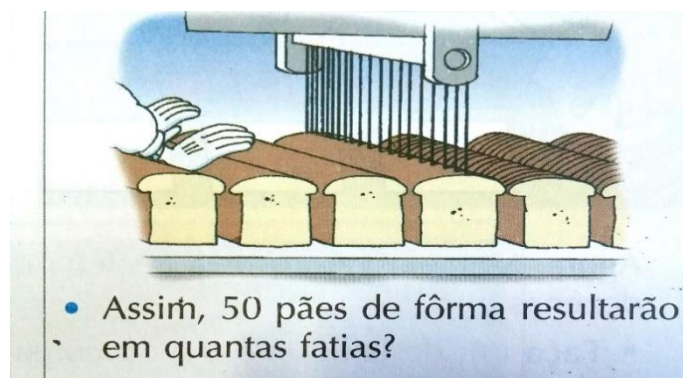
INSTRUMENTO	SITUAÇÃO DA QUESTÃO	DESEMPENHO
DIAGNÓSTICO	CORRETA	38
	PARCIALMENTE CORRETA	-
	ERRADA	9
AVALIAÇÃO FINAL (SEM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	42
	PARCIALMENTE CORRETA	5
	ERRADA	-
AVALIAÇÃO FINAL (COM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	45
	PARCIALMENTE CORRETA	2
	ERRADA	-

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

No quadro 2 foi possível verificarmos que a quantidade de acertos foi maior na avaliação final do que na avaliação diagnóstica e que os alunos tiveram um aumento no número de acertos com a utilização das Barras de Napier.

Na segunda questão tínhamos a seguinte pergunta:

Cada pão de fôrma será cortado em 20 fatias, arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier:



Fonte: Imenes (1999, p.21)

Ao analisarmos essa questão, percebemos que 35 alunos responderam corretamente utilizando o método usual e 36 acertaram utilizando o método das Barras de Napier. A figura 31 apresenta a resolução do aluno 28 para essa questão que acertou a resolução pelos dois métodos.

Figura 31- Resposta do aluno 28 à questão 2

Cada pão de fôrma será cortado em 20 fatias, arme e efetue pelo o metouo usual e pela as Barras de Napier:

Assim, 50 pães de fôrma resultarão em quantas fatias?

1. 7.000. Na tabela ao lado, que números

	5	0		
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	0	0	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0

100
x 10

1.000

50
x 20

1.000

100 x 10 = 1.000

Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão verificamos que 4 alunos responderam parcialmente correto utilizando as Barras de Napier, pois sentiram dificuldade ao montar as Barras e multiplicar o resultado encontrado por 10 para obter o resultado final, ou seja, ao encontrar o resultado obtido o 100 que estava na linha 2, eles teriam que multiplicar por 10 para chegar ao resultado de 1.000 fatias de pães. Podemos observar esse fato na resolução feita pelo aluno 17, representada na figura 32 a seguir.

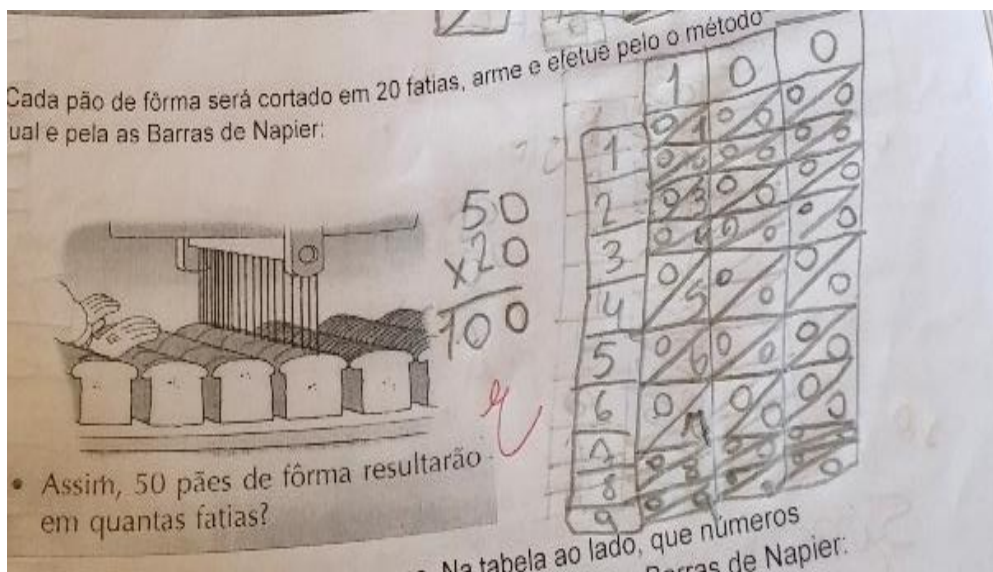
Figura 32 - Resposta do aluno 17 à questão 2



Fonte: Arquivo Pessoal

Ainda na questão 2 verificamos que 7 alunos erraram a questão tanto pelo o método usual como pela as Barras de Napier, conforme podemos observar na resposta do aluno 19 (figura 33).

Figura 33 - Resposta do aluno 19 à questão 2



Fonte: Arquivo Pessoal

Quadro 3: Síntese da Questão 2

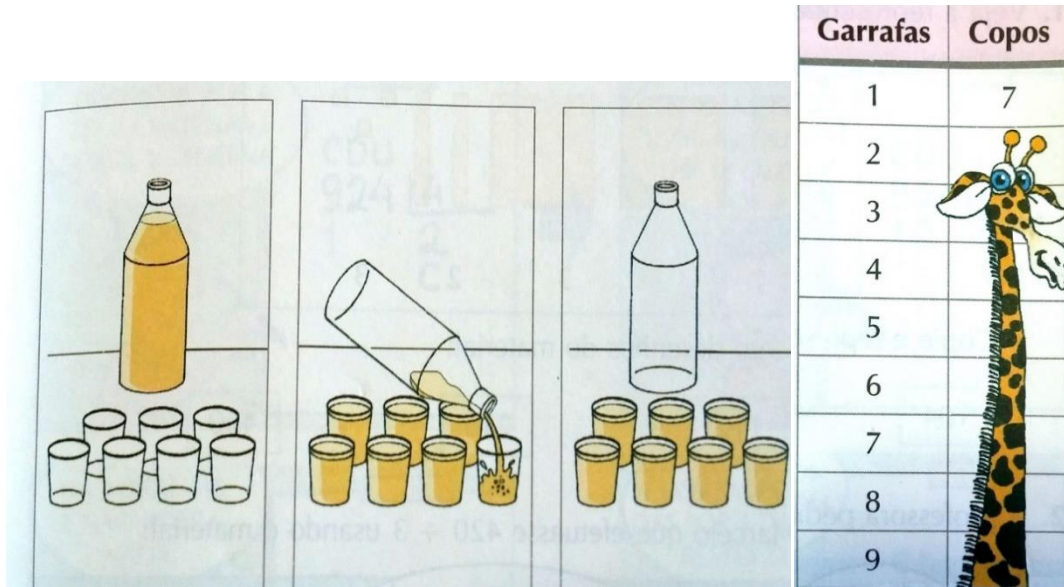
INSTRUMENTO	SITUAÇÃO DA QUESTÃO	DESEMPENHO
DIAGNÓSTICO	CORRETA	27
	PARCIALMENTE CORRETA	-
	ERRADA	20
AVALIAÇÃO FINAL (SEM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	36
	PARCIALMENTE CORRETA	4
	ERRADA	7
AVALIAÇÃO FINAL (COM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	35
	PARCIALMENTE CORRETA	5
	ERRADA	7

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Neste quadro 3 foi possível verificar que os alunos tiveram maior índice de acerto sem a utilização das Barras de Napier, do que com as Barras de Napier. Esse resultado pode estar relacionado à falta de habilidade para o uso das Barras de Napier, em virtude desse material ter sido apresentado para os alunos somente no momento dessa intervenção.

Na terceira questão tínhamos a seguinte pergunta:

Cada garrafa de 1,5 litros enche 7 copos. Na tabela ao lado, que números aparecerão quando a girafa se abaixar? Efetue utilizando o método usual e as Barras de Napier.



The illustration shows a giraffe drinking from a bottle. The bottle is tilted, and liquid is being poured into a glass. The giraffe is looking down at the glass. The table to the right has a giraffe character on the right side, looking at the table.

Garrafas	Copos
1	7
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Fonte: Imenes (1999, p.21)

Ao analisarmos essa questão, constatamos que 37 alunos acertaram a questão utilizando o método usual e 42 acertaram utilizando as Barras de Napier, conforme podemos observar na figura 34 que apresenta a resposta do aluno 11.

Figura 34 - Resposta do aluno 11 à questão 3

The image shows a student's handwritten work for a multiplication problem. It consists of a table with two columns: 'Garrafas' and 'Copos'. The rows are numbered 1 to 9. In the 'Copos' column, the number 7 is written in row 1. To the right of the table, there is a vertical column of numbers representing the product of each row: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63. To the right of these numbers is a Napier's rod diagram, which is a grid of numbers used for multiplication. The diagram shows the numbers 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63 arranged in a vertical column, with a diagonal line separating the tens and units digits. The numbers are written in a way that suggests they are being used to calculate the product of 7 and 9.

Garrafas	Copos
1	7
2	14
3	21
4	28
5	35
6	42
7	49
8	56
9	63

Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão verificamos que 10 alunos responderam parcialmente correto pois utilizaram apenas o método usual e 5 responderam apenas utilizando as Barras de Napier, conforme podemos perceber na figura 35, que apresenta a resposta do aluno 1.

Figura 35 - Resposta do aluno 1 à questão 3

Garrafas	Copos
1	7
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Handwritten numbers to the right of the table: 14, 21, 38, 35, 42, 49, 56, 63. A red checkmark is next to 35.

Fonte: Arquivo Pessoal

Quadro 4: Síntese da Questão 3

INSTRUMENTO	SITUAÇÃO DA QUESTÃO	DESEMPENHO
DIAGNÓSTICO	CORRETA	41
	PARCIALMENTE CORRETA	6
	ERRADA	-
AVALIAÇÃO FINAL (SEM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	37
	PARCIALMENTE CORRETA	10
	ERRADA	-
AVALIAÇÃO FINAL (COM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	42
	PARCIALMENTE CORRETA	5
	ERRADA	-

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Neste quadro 4 foi possível verificar que os alunos acertaram mais ao utilizar as Barras de Napier do que ao utilizar sem as Barras de Napier, melhorando assim o seu desempenho ao trabalharem com o material manipulativo.

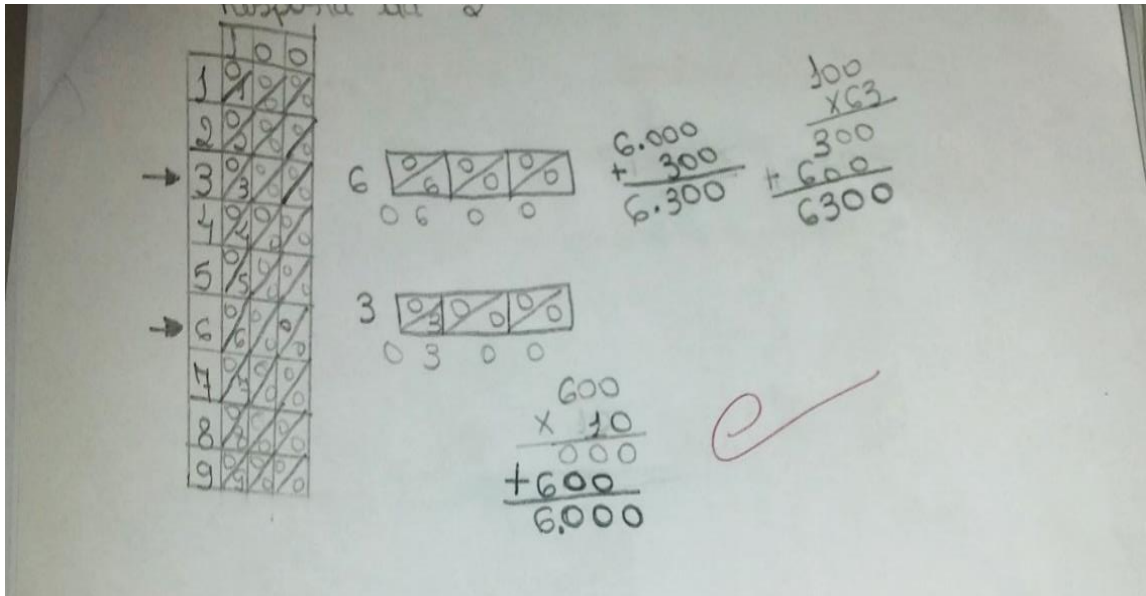
Na quarta questão tínhamos a seguinte pergunta:

Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total? Arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.

- a)163 b)730 c)1.063 d)6.300

Ao analisarmos essa questão, verificamos que 40 alunos acertaram a questão utilizando o método usual e 39 acertaram utilizando o recurso das Barras de Napier, conforme podemos observar na figura 36.

Figura 36 - Resposta do aluno 33 à questão 4



Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão analisamos que 4 alunos acertaram parcialmente a questão, pois tiveram a mesma dificuldade que a questão dois, depois que eles encontravam o resultado obtido na linha 3 eles teriam de multiplicar pelo o número 10 para obter o resultado final que é $6.000 + 300 = 6.300$ conforme mostra a figura 37.

Figura 37- Resposta do aluno 1 à questão 4

5. Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total? Arme e efetue pelo o método usual e pela as Barras de Napier:

a) 163
 b) 730
 c) 1.063
 d) 6.300

Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por

Fonte: Arquivo Pessoal

Ainda na questão 4, detectamos que 4 alunos erraram a questão, pois eles utilizaram o algoritmo da soma ao invés de usar o algoritmo da multiplicação por esse motivo erraram os dois métodos de resolução conforme podemos observar na figura 38.

Figura 38 - Resposta do aluno 6 à questão 4

5. Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total? Arme e efetue pelo o método usual e pela as Barras de Napier:

A) 163
 B) 730
 C) 1.063
 D) 6.300

6. Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por mês? Arme e efetue pelo o método usual e pela as Barras de Napier:

Fonte: Arquivo Pessoal

Quadro 5: Síntese da Questão 4

INSTRUMENTO	SITUAÇÃO DA QUESTÃO	DESEMPENHO
DIAGNÓSTICO	CORRETA	28
	PARCIALMENTE CORRETA	-
	ERRADA	19
AVALIAÇÃO FINAL (SEM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	40
	PARCIALMENTE CORRETA	4
	ERRADA	3
AVALIAÇÃO FINAL (COM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	39
	PARCIALMENTE CORRETA	4
	ERRADA	4

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Neste quadro 5 foi possível verificarmos que os alunos tiveram maior índice de acerto com a utilização das Barras de Napier.

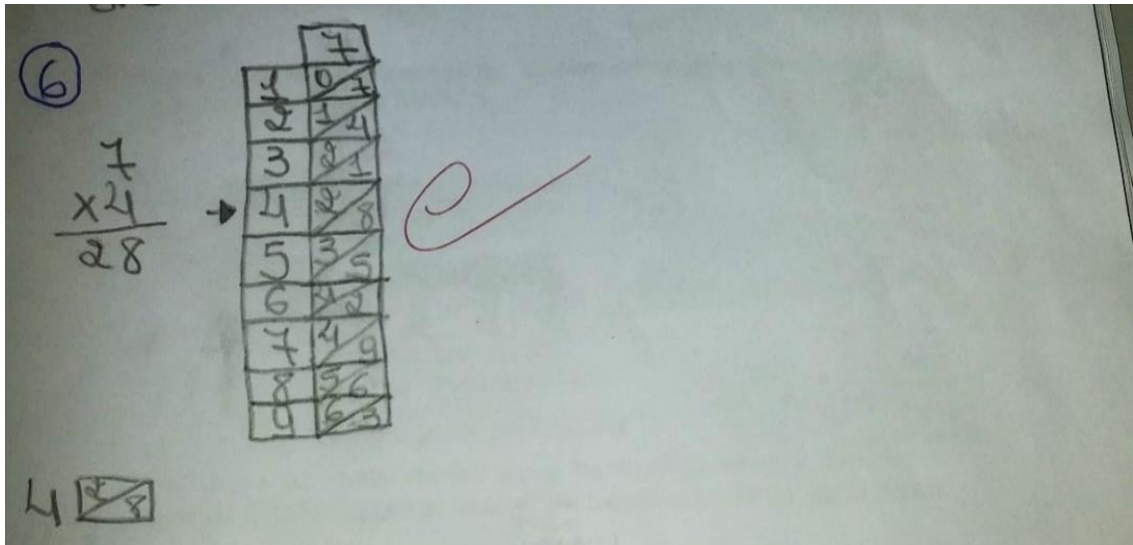
Na 5ª questão da atividade, tínhamos a seguinte pergunta:

Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por mês? Arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.

a)31 b)30 c)28 d)21

Nesta questão foi possível percebermos que 45 alunos responderam corretamente utilizando o método usual e 39 alunos responderam corretamente pelas Barras de Napier. Nessa questão foi notável que eles não apresentaram dificuldades, por se tratar de um número pequeno e que fizeram mentalmente, mas mesmo assim colocaram os respectivos cálculos obtidos utilizando os dois métodos conforme mostra a figura 39.

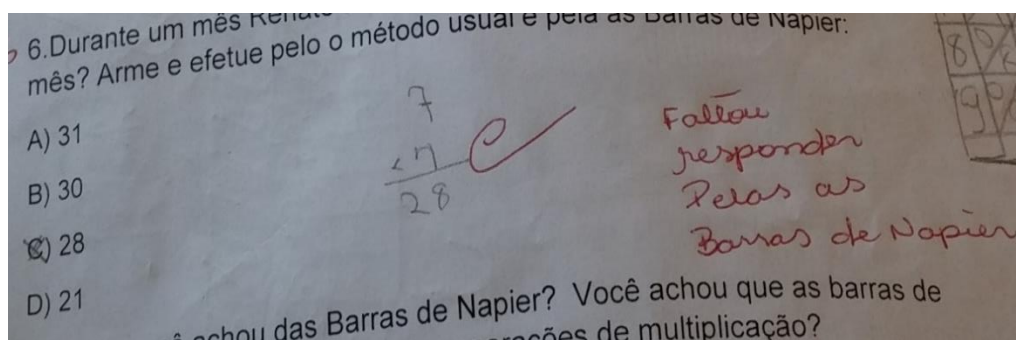
Figura 39 - Resposta do aluno 30 à questão 5



Fonte: Arquivo Pessoal

Nesta mesma questão, 2 alunos responderam parcialmente correto, porém eles utilizaram um único cálculo que foi o método usual e 8 alunos responderam apenas usando as Barras de Napier, conforme podemos observar na figura 40 abaixo.

Figura 40 - Resposta do aluno 27 à questão 5



Fonte: Arquivo Pessoal

Quadro 6: Síntese da Questão 5

INSTRUMENTO	SITUAÇÃO DA QUESTÃO	DESEMPENHO
DIAGNÓSTICO	CORRETA	47
	PARCIALMENTE CORRETA	-
	ERRADA	-
AVALIAÇÃO FINAL (SEM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	45
	PARCIALMENTE CORRETA	2
	ERRADA	-
AVALIAÇÃO FINAL (COM A UTILIZAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER)	CORRETA	39
	PARCIALMENTE CORRETA	8
	ERRADA	-

Fonte: Elaborada pela Pesquisadora

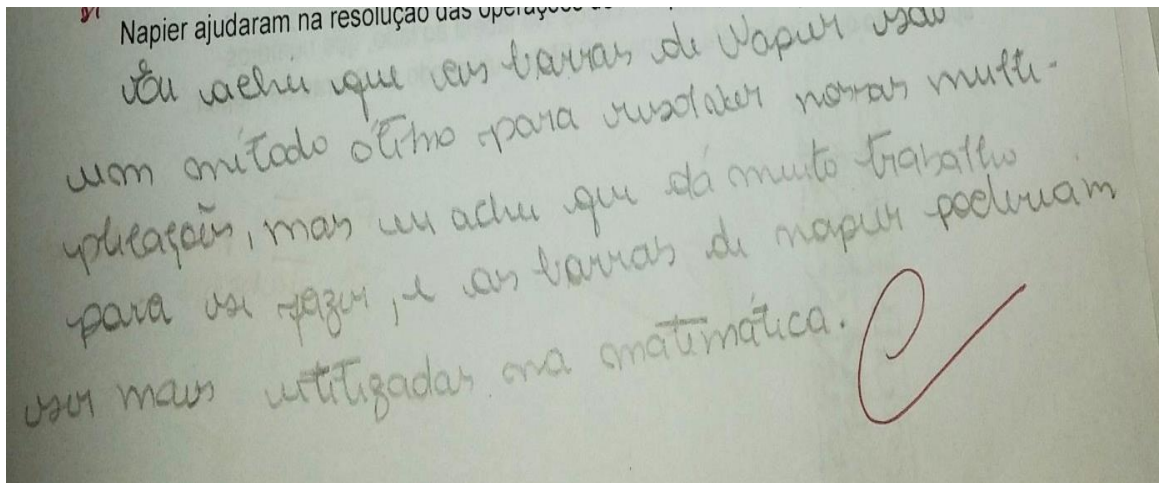
Neste quadro 6 verificamos que os alunos tiveram um bom desempenho nas duas avaliações considerando os que parcialmente acertaram, foi porque 2 alunos não resolveram utilizando o método usual e 8 não responderam utilizando as Barras de Napier.

Na 6ª questão dizia o seguinte:

O que você achou das Barras de Napier? Você achou que as Barras de Napier ajudaram na resolução das operações de multiplicação?

Nessa questão os 47 alunos deram a sua opinião sobre o que eles acharam sobre as Barras de Napier e se elas ajudaram na resolução das operações de multiplicação. Ao analisarmos as questões achamos interessante a resposta dessa aluna que afirmou que o trabalho com as barras lhe deu muito trabalho, mas que mesmo assim é um método ótimo que deveria ser mais utilizado em sala de aula, conforme podemos observar na figura 41.

Figura 41- Resposta do aluno 29 à questão 6



Fonte: Arquivo Pessoal

O quadro 7, a seguir apresenta a categorização feita, a partir das respostas dos alunos à questão 6.

Quadro 7: Síntese da questão 6

PERGUNTAS	CATEGORIZAÇÃO	NÚMERO DE ALUNOS
Você achou que as barras de Napier ajudaram na resolução das operações de multiplicação?	SIM	47
	NÃO	-
O que você achou das barras de Napier?	ÓTIMO	4
	BOM	21
	LEGAL	14
	FÁCIL	6
	DÁ TRABALHO	2

Fonte: Elaborado pela Pesquisadora

No quadro 7 verificamos que todos os 47 alunos afirmaram que as Barras ajudaram no cálculo da multiplicação o que pode ser constatado também no desenvolvimento das questões, pois observamos que, com exceção da questão 5, todos os alunos tiveram um desempenho melhor em seus cálculos com o uso das Barras. Além disso, os alunos afirmam terem gostado de trabalhar em sala de aula com as Barras de Napier. O fato de alguns alunos afirmarem que dá trabalho realizar os cálculos com as Barras, leva-nos a pensar que as respostas dessa natureza devem-se ao fato de que é raro, que os alunos trabalhem com as barras em sala de aula e que o tempo foi curto para eles aprenderem a manipular e se adaptar com material manipulável em sala de aula.

Partindo da realidade e da nossa experiência com a turma do 6º ano do ensino fundamental sentimos a necessidade de buscar novos elementos que contribuíssem para diminuir as dificuldades encontradas em sala de aula pelos alunos a respeito das 4 operações aritméticas, principalmente quando se trata do algoritmo da multiplicação, na qual os alunos sentem dificuldade em compreender o significado de utilizar esse algoritmo, fazendo as contas de forma muito mecânica. Por esse motivo surgiu o desejo de fazer a pesquisa trabalhando a multiplicação com o uso das Barras de Napier, no intuito de verificar se iria ou não contribuir na construção de um conhecimento significativo para o aluno acerca do ensino da multiplicação.

Com base nessa pesquisa foi possível verificar que houve um envolvimento dos alunos para aprender a utilizar esse material, porém foi pouco tempo de aplicação desses materiais em sala de aula. Também observamos que pelo fato de os alunos não conhecerem o material e nem tão pouco utilizarem materiais manipuláveis em suas aulas, houve algumas dificuldades em seu uso o que poderia ser minimizado se esse material fosse mais trabalhado em sala de aula e por um longo tempo até eles se adaptarem.

Foi possível perceber como é agradável e divertido trabalhar com o recurso do material manipulativo.

4 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo principal elaborar, desenvolver, e avaliar uma proposta de atividades envolvendo o uso das Barras de Napier na facilitação do processo de ensino-aprendizado do aluno com relação a operação de multiplicação.

Para tal, propusemos uma atividade diagnóstica antes de iniciarmos as aulas utilizando o material concreto as Barras de Napier. Essa atividade nos possibilitou responder uma das questões de nossa pesquisa que versava sobre as dificuldades que os alunos apresentam em aprender a multiplicação pelo o método usual. Concluímos em nossa análise que os alunos não têm uma boa base com relação à operação de multiplicação e muito deles não conseguem associar a relação que há entre a multiplicação e a adição para efetuar as operações utilizando o processo de somar as parcelas iguais. Esse estudo ainda nos trouxe uma visão das diferentes formas utilizadas pelos alunos no processo de resolução de problemas envolvendo a multiplicação.

Com relação às atividades envolvendo as Barras de Napier, percebemos que é possível trabalhar com o material concreto, desde que primeiro se faça um planejamento e que seja trabalhado de forma dirigida, possibilitando assim o conhecimento de várias formas e ao mesmo tempo transformando a sala de aula em um ambiente prazeroso.

Com relação à segunda questão de pesquisa que versava sobre as Barras de Napier como um recurso facilitador para o ensino da aprendizagem, observamos que, apesar de não detectarmos muitas diferenças no desempenho dos alunos com relação ao cálculo da multiplicação com ou sem as Barras de Napier, esse material, ao proporcionar ao aluno a manipulação pode ser um elemento motivador para a resolução de situações-problemas. Essa percepção deve-se ao fato de que observamos o envolvimento dos alunos nas atividades e a demonstração de interesse e a concentração de todos nas atividades propostas. Observamos na intervenção que os alunos faziam questão em participar das atividades, em querer aprender algo novo, não seguindo métodos repetitivos e mecânicos sem ao menos compreender o sentido real de estarem respondendo por aquele método ensinado.

A experiência dessa pesquisa nos proporcionou uma reflexão acerca de como se trabalhar com o material manipulativo e como esse material pode contribuir no processo e aprendizado do aluno, permitindo com que o sujeito interaja e troque ideias com o professor e os seus colegas, fazendo assim com que as aulas sejam mais produtivas e dinâmicas.

Por fim, conseguimos responder a nossa terceira questão da pesquisa: Quais as potencialidades e limitações das Barras de Napier para o ensino da multiplicação? Concluímos

esse material é um instrumento que possui bastante potencial, pois permite que o docente trabalhe com diversos conteúdos como a divisão, extração de raízes quadradas e a multiplicação. Por outro lado, não podemos perder de vista que todo material didático tem as suas limitações, e uma delas está ligada ao fato de os alunos não terem familiaridade com o MD, o que ocasionou certa dificuldade com a manipulação das barras.

Finalizamos esse trabalho com o desejo que futuros professores possam trabalhar com as Barras de Napier ajudando os alunos a desenvolver e a responder atividades de multiplicação, divisão e extração de raiz quadrada.

Acreditamos ser importante sinalizarmos que pesquisas futuras poderão ser feitas com a utilização das atividades propostas nesse trabalho a fim de trabalhar em cursos de formação de professores. Também vale salientar que este trabalho pode ser aplicado em sala de aulas do Ensino Médio para que os alunos tenham em mente esse modelo de trabalhar com as Barras de Napier nas operações de multiplicação, divisão e extração de raízes quadradas, no intuito do professor averiguar o potencial das atividades elaboradas por nós.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Mário de Souza. **Elaboração de projeto, TCC, dissertação e tese: uma abordagem simples, prática e objetiva.** São Paulo: Atlas, 2011.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Blucher, 1974.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília: MEC, 1998.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. 2 ed. São Paulo: Unicamp, 2011.
- GODOY, Arilda S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, n.2, mar/abr 1995, p.57-63.
- GIL, Antonio C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- IMENES, Luiz Marcio Pereira, **Novo Tempo: Matemática - 4ª serie.** São Paulo: Scipione, 1999.
- LORENZATO, Sergio. Laboratório de Ensino de Matemática e Materiais Didáticos Manipuláveis. In: _____ (orgs). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, Sp: Autores Associados, 2006.
- MORI, Iracema, **Matemática: ideias e desafio - 5ª serie.** 10. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.
- NAPIER, John. A Plaine Discovery of the whole Revelation of Saint John ...Disponível em: <https://archive.org/details/NapierJ.APlaineDiscoveryOfTheWholeRevelationOfSaintJohnSetDown_439>. Acesso em: 16/05/2017
- PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglioni. Materiais Manipuláveis como Recursos Didáticos na Formação de Professores de Matemática. In: LORENZATO, S. (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, Sp: Autores Associados, 2006.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa; MARTINS, Eugenio Brito. **O Ensino de Aritmética por Meio de Instrumentos: Uma abordagem Utilizando do Rabdologiae seu Numerationis Per Virgula.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- RÊGO, Rogéria Gaudencio, RÊGO, Rômulo Marinho. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- SOARES, Evanildo Costa, **Uma Investigação Histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula,** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra, Natal, 2011.
- WIKIPEDIA - John Napier. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/John_Napier>. Acesso em: 29/04/2017
- ZUNINO, Delia Lerner de. **A matemática na escola: aqui e agora.** 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995

APÊNDICES

APÊNDICE A –Atividade Diagnóstica

ALUNO (A) _____

Atividade Diagnóstica Sobre a Multiplicação

1. Sabemos que multiplicação nada mais é que a soma de parcelas iguais. Resolva as questões por meio de uma soma.

A) 208×4

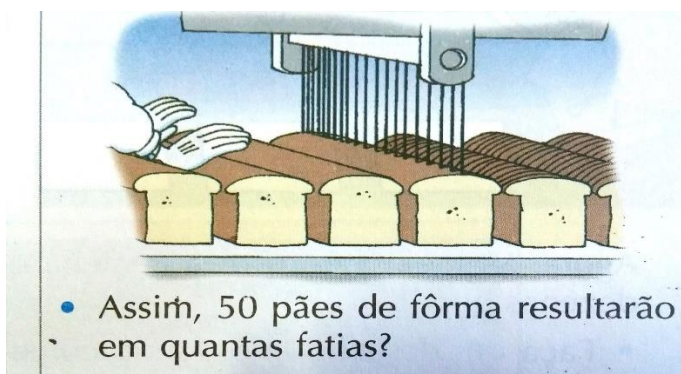
B) 82×5

C) 15×7

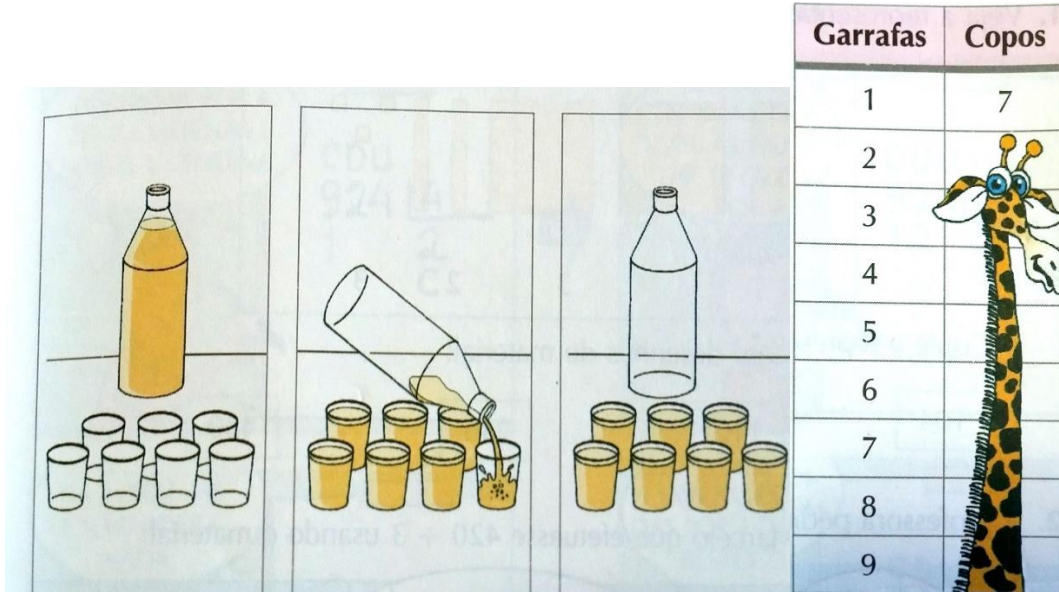
2. Observe e responda armando e efetuando:



3. Cada pão de fôrma será cortado em 20 fatias:



4. Cada garrafa de 1.5 litro enche 7 copos. Na tabela ao lado, que números aparecerão quando a girafa se abaixar?



5. Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total?

- A) 163
- B) 730
- C) 1.063
- D) 6.300

6. Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por mês?

- A) 31
- B) 30
- C) 28
- D) 21

7. Aplique em cada caso a propriedade distributiva que nada mais é que a distribuição das parcelas de um dos fatores e depois a soma dos resultados.

- A) $6 \times (10 + 5)$
- B) $(15 + 20) \times 3$
- C) $(3 \times 4) \times 5$

APÊNDICE B– Atividade Feitas em Sala de Aula e para Casa**Atividade em sala**

1) Resolva a multiplicação utilizando o método usual e logo em seguida utilize o recurso das Barras de Napier.

- a) 8×8
- b) 7×3
- c) 12×5
- d) 38×14
- e) 24×9
- f) 368×9

2) Efetuar a multiplicação pelo o método usual anotando todos os resultados, inclusive anotando os algarismos nas colunas correta obedecendo a sua posição para comparar as colunas da multiplicação com as diagonais das Barras de Napier.

- a) 368×9
- b) 7246×8
- c) 846×5

Atividade para casa

1) Resolva a multiplicação utilizando as Barras de Napier.

- a) 32×45
- b) 298×7
- c) 523×62
- d) 679×38
- e) 7246×8

2. Resolva a multiplicação pelo o método tradicional.

- a) 32×45
- b) 10×5
- c) 298×7
- d) 679×38
- e) 7246×8

APÊNDICE C – Atividade em grupo

Grupo: _____

Atividade Diagnóstica utilizando as Barras de Napier

Resolva as continhas de multiplicação utilizando o método usual e logo em seguida utilize o recurso das Barras de Napier.

- 1) 18×2
- 2) 32×45
- 3) 724×8
- 4) 368×9
- 5) 846×5

APÊNDICE D – Avaliação final

ALUNO(A) _____

Atividade Diagnóstica Sobre a Multiplicação

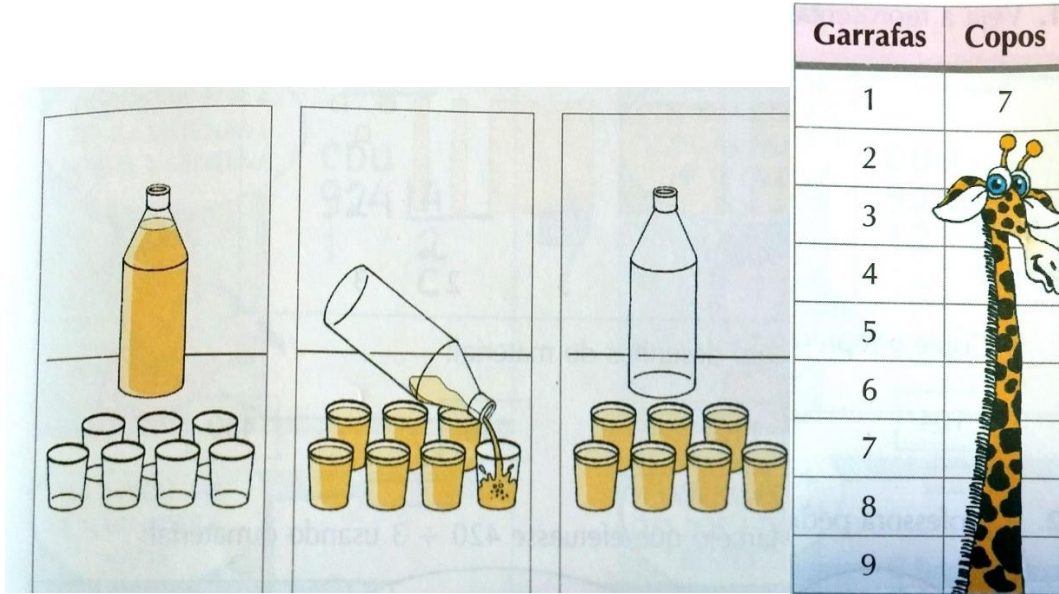
1. Observe e responda armando e efetuando pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.



2. Cada pão de fôrma será cortado em 20 fatias, arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.



3. Cada garrafa de 1.5 litro enche 7 copos. Na tabela ao lado, que números aparecerão quando a girafa se abaixar? Efetue utilizando as Barras de Napier.



4. Cecília comprou 100 caixas de salgadinho com 63 salgadinhos em cada caixa. Quantos salgadinhos Cecília comprou, no total? Arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.

- A) 163
- B) 730
- C) 1.063
- D) 6.300

5. Durante um mês Renato trabalha 4 semanas. Quantos dias ele trabalha por mês? Arme e efetue pelo o método usual e pelas as Barras de Napier.

- A) 31
- B) 30
- C) 28
- D) 21

6. O que você achou das Barras de Napier? Você achou que as Barras de Napier ajudaram na resolução das operações de multiplicação?