UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

BRUNO DE SOUZA RIBEIRO FARIAS

MÉTODOS UTILIZADOS AO LONGO DA HISTÓRIA PARA RESOLVER EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: PARA ALÉM DA FÓRMULA DE BHÁSKARA

Rio Tinto - PB
2016

BRUNO DE SOUZA RIBEIRO FARIAS

MÉTODOS UTILIZADOS AO LONGO DA HISTÓRIA PARA RESOLVER EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: PARA ALÉM DA FÓRMULA DE BHÁSKARA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias

Rio Tinto - PB

2016

F224m Farias, Bruno de Souza Ribeiro.

Métodos utilizados ao longo da história para resolver equações quadráticas: para além da fórmula de Bháskara. / Bruno de Souza Ribeiro Farias. – Rio Tinto: [s.n.], 2016.

53 f. : il. -

Orientador (a): Profa. Dra. Graciana Ferreira Dias.

Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Matemática. 2. História da matemática. 3. Equações.

UFPB/BS-CCAE CDU: 51(043.2)

MÉTODOS UTILIZADOS AO LONGO DA HISTÓRIA PARA RESOLVER EQUAÇÕES QUADRÁTICAS: PARA ALÉM DA FÓRMULA DE BHASKARA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias

Aprovado em: _____/_____/2016.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias - UFPB
(Orientadora)

____
Prof. Dra. Cristiane Borges Angelo - UFPB
(Avaliadora)

____
Prof.ª Dra. Claudilene Gomes de Costa - UFPB
(Avaliadora)

AGRADECIMENTOS

Inicialmente venho agradecer a Deus por ter me concedido chegar até aqui, por ter me dado forças para enfrentar todas as minhas dificuldades, por saber que ele sempre estava presente comigo tanto nos momentos ruins como bons, por te me protegido todos os dias no percurso de João Pessoa a Rio Tinto.

Agradeço a minha mãe, Idimar, por sempre estar presente em minha vida, e acreditar nas minhas potencialidades e ter me proporcionado todo amor que uma pessoa necessita.

Agradeço ao meu pai, Fernando (*in memoriam*), por te me dado educação, amor e carinho. A meu irmão, Carlos Euclides (*in memoriam*), minha fonte de inspiração, aquele na qual tenho força para lutar todos os dias, para mostrá-lo onde quer que ele esteja a minha vitória e que tudo que acredito hoje tem o seu dedo no meio.

Agradeço a minha irmã, Mayara por sempre ter me ajudado nas atividades da universidade, já que a mesma é professora de Matemática, e por sempre estar presente comigo em alguns eventos acadêmicos.

Agradeço a meu amigo Washington, por sempre estar presente na minha caminhada enquanto graduando e compartilhar todos os meus momentos na universidade e espero que Deus sempre o abençoe, pois sei o quanto ele é guerreiro.

Agradeço a meus amigos universitários, que sempre me ajudou quando tive dificuldades nas cadeiras, além de sempre me aconselhar quando necessitava.

Agradeço à Prof.ª Dra. Cristiane Fernandes de Souza, por ter me ajudado durante a minha graduação, sendo pra mim uma fonte de inspiração.

Agradeço à Prof.ª Dra. Claudilene Gomes de Costa, pela grande jornada que tive ao seu lado, tanto como professora, quanto coordenadora do projeto PIBID e PROLICEM.

Agradeço à Prof.ª Dra. Graciana Ferreira Dias por ter me ajudado durante toda a construção do TCC, e ter me passado seus conhecimentos quando fui seu aluno.

Agradeço ao Prof. Mes. José Elias dos Santos Filho por ter sido a minha maior fonte de inspiração durante minha graduação e ter me ajudado desde que entrei como aluno do curso de Matemática, criando assim uma grande amizade.

E por fim agradeço aos colegas e amigos que conquistei ao longo do curso.

RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso teve como objetivo realizar um estudo sobre o desenvolvimento histórico da Equação Quadrática. Para alcançar nosso objetivo trazemos como metodologia a pesquisa bibliográfica, com abordagem qualitativa. Refletindo sobre as dificuldades do ensino de álgebra, buscamos enfatizar o ensino de Equação Quadrática por meio do recurso metodológico da História da Matemática. Com isso, para chegarmos à conclusão de nossa pesquisa, dividimos a parte teórica do nosso trabalho em duas etapas, a saber, na primeira buscamos referenciais teóricos tais como Gutierre (2003), Miguel (2008), Dias (2009), Mizukami (1986), Mendes, (2009) que trabalham com o ensino de Matemática utilizando da História da Matemática como recurso metodológico como também alguns documentos oficiais, os Referenciais Curriculares da Paraíba (PARAÍBA, 2010), PCN (BRASIL, 1998), OCEM (BRASIL, 2006) e assim produzimos um de nossos capítulos. Numa segunda etapa produzimos um capítulo baseado no referencial teórico dos pesquisadores Baumgart (1992), Boyer (2010), Pintombeira (2004), Dias (2009, p.38), Contador (2008), Gil (2001) e Eves (2004) que traz o desenvolvimento histórico do conteúdo de Equação Quadrática. Concluímos que a pesquisa nos proporcionou uma melhor compreensão do conteúdo de Equação Quadrática, culminado com a produção de quatro atividades de ensino que trabalham com a História da Matemática envolvendo as civilizações Babilônica, Grega, Árabe e Hindu. Podendo ser uma um proposta para professores de matemática abordar esse conteúdo em sala de aula.

Palavras-chave: História da Matemática; Ensino – Aprendizagem; Álgebra; Equações Quadráticas;

ABSTRACT

The present work of course completion aims to conduct a study on the historical development of the Quadratic Equation. To reach our goal we bring as a methodology the bibliographical research, with a qualitative approach. Reflecting on the difficulties of algebra teaching, we seek to emphasize the teaching of Quadratic Equation through the methodological resource of the History of Mathematics. In order to arrive at the conclusion of our research, we divided the theoretical part of our work into two stages, namely, in the first one, we searched for theoretical references Such as Gutierre (2003), Miguel (2008), Dias (2009), Mizukami (1986), Mendes, (2009) working with Mathematics teaching using the History of Mathematics as a methodological resource as well as some official documents, Curriculum of Paraíba (PARAÍBA, 2010), PCN (BRAZIL, 1998), OCEM (BRAZIL, 2006) and produced one of our chapters. In a second step, we produced a chapter based on the theoretical reference on the historical Of the researchers Baumgart (1992), Boyer (2010), Pintombeira (2004), Dias (2009, p.38), Contador (2008), Gil (2001) and Eves (2004). In a second stage we produced a chapter based on the theoretical framework Equation, culminating in the production of four teaching activities that work with the History of Mathematics involving the Babylonian, Greek, Arab and Hindu civilizations. It may be a proposition for math teachers to approach this content in the classroom.

Keywords: History of Mathematics; Teaching-Leaming; Algebra; Quadratic Equations.

LISTA DE FIGURAS

Sumário

1. INTRODUÇÃO

De acordo com resultados de pesquisas, como o realizado pela UNESCO que teve como objetivo mostrar o desenvolvimento do índice da Educação Básica (IDEB). O Brasil é apontado como estando abaixo do nível esperado com relação ao ensino básico. Essa pesquisa teve como resultado que o Brasil ficou na posição 88º entre 128 países analisados com relação ao IDEB. Nesta perspectiva também se encontra o ensino de Matemática e o de Álgebra. Dando ênfase à Álgebra percebe-se que os alunos não conseguem realizar as manipulações algébricas, nem ao menos identificar o sentido das incógnitas. Diante disso, os alunos acham que as manipulações feitas na álgebra não possuem significado algum.

Assim para Dias (2009, p.15):

> [...] mesmo tendo contato com a álgebra desde cedo, pesquisas na área de Educação Matemática apontam as enormes dificuldades apresentadas em seu ensino e aprendizagem. E é principalmente no 7º ano que os problemas começam a surgir, em razão do início do trabalho com as incógnitas, variáveis e tantos outros conceitos que, para a maior parte dos alunos, parecem não ter sentido algum, transformando a álgebra em um simples “jogo de sinais”, regras e símbolos.

Refletindo sobre as dificuldades do ensino de álgebra, buscamos enfatizar o ensino de Equação Quadrática por meio de recurso metodológico da História da Matemática, para ampliar os conhecimentos do conteúdo proposto. Nesse sentido, traremos como objeto de estudo o desenvolvimento histórico das Equações Quadráticas, no intuito de mostrar diversos procedimentos de resoluções de questões ao longo de sua história.

Percebe-se que a História da Matemática pode se tornar um grande instrumento para o ensino de Matemática, com isso, o trabalho tem como proposta o uso deste instrumento para o ensino das Equações Quadráticas, no sentido de fazer com que os leitores deste trabalho percebam a importância de utilizar novas práticas de ensino em sala de aula, focando numa melhor aprendizagem dos alunos. A esse respeito Mendes (2009, p. 110) destaca que “Esse tipo de abordagem metodológica permite aos alunos levantarem hipóteses e interpretá-las, para depois discuti-las em classe com o professor e colegas”.

Ainda Mendes (2009, p. 111) ressalta que:

> Assim sendo, cremos que o conhecimento histórico contribui para que os estudantes reflitam sobre a formalização das leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram construídos em períodos anteriores ao que vivemos.

Para construção do trabalho realizamos pesquisas a partir de livros e artigos que tratam da História da Álgebra e Equações Quadráticas, teses que abordam a utilização da História da Matemática e alguns Documentos Oficiais, que trazem relevantes ideias abordando a importância de como o professor pode fazer uso da História da Matemática como ferramenta metodológica.

Através dessas leituras buscamos meios diferentes de como resolver equações quadráticas ao longo de sua história. A partir disso se originaram diversas perguntas sobre o que iremos trabalhar, tais como, onde se originou a Álgebra? Mais especificamente as Equações Quadráticas? Apenas a ‘fórmula de Bhaskara’[1]é o meio de se resolver as Equações Quadráticas? Essas diversas perguntas levaram a questão central de nossa pesquisa: ‘Além da conhecida ‘fórmula de Bhaskara’, existem outros métodos que podemos utilizar em sala de aula para encontrar solução de equações Quadráticas?’

Acreditamos que esse tema pode trazer como contribuição para o professor ou futuro professor de Matemática uma nova visão referente ao assunto de Equação Quadrática, pois o mesmo não se restringe apenas em resolvê-la usando a fórmula de Bháskara e que através de leituras e pesquisas sobre um determinado assunto matemático o professor pode trabalhar com diversas questões interessantes que venha a motivar seus alunos.

Ademais, esperamos que as informações que o trabalho apresenta, venham contribuir para a Educação por trazer algumas propostas de atividades que podem ser trabalhadas nas aulas de Matemática, já que, quanto mais pesquisas sobre tal ferramenta e sobre o conteúdo o professor possui mais ele pode ampliar suas visões com relação a seu método de ensino em sala de aula.

O presente trabalho está estruturado em quatro capítulos, sendo o primeiro a Introdução, que faz uma breve apresentação do trabalho trazendo alguns pontos relativos de como foi organizada a nossa pesquisa, como também apresentamos as justificativas defendendo assim o tema que escolhemos estudar que neste caso foi o ensino de Equação Quadrática por meio da História da Matemática. Logo após

---

[1]A Expressão‘fórmula de Bháskara’ é comumente usada nas aulas de Matemática, teceremos alguns comentários sobre ela no capítulo 3.

trazemos o objetivo geral e os específicos como também as considerações metodológicas.

O segundo capitulo intitulado por “A importância da História da Matemática como recurso metodológico” faremos uma abordagem da importância da História da Matemática como ferramenta metodológica, trazendo assim alguns pontos com relação a essa abordagem, seguindo os estudos de alguns teóricos, sendo eles Gutierre (2003), Miguel (2008), Dias (2009), Mizukami (1986), Mendes, (2009) como também alguns documentos oficiais, os Referenciais Curriculares da Paraíba (PARAÍBA, 2010), PCN (BRASIL, 1998), OCEM (BRASIL, 2006).

O terceiro capítulo tem como título “Um resgate histórico da Álgebra e das Equações Quadráticas” o mesmo relata um pouco da história da álgebra, passando por algumas civilizações, como a Babilônia, Grega, Egípcia, Árabe e Hindu. Nesse capítulo traremos ainda resoluções de Equações Quadráticas que mostra um pouco da evolução algébrica com o passar do tempo. Para construção deste capítulo nos baseamos em alguns pesquisadores Baumgart (1992), Boyer (2010), Pintombeira (2004), Dias (2009, p.38), Contador (2008), Gil (2001) e Eves (2004).

No capítulo quatro traremos uma proposta de quatro atividades envolvendo o conteúdo de Equação Quadrática, numa abordagem metodológica com a História da Matemática. Essa atividade perpassa meios de resoluções, envolvendo alguns trechos históricos.

1.1 JUSTIFICATIVA

Durante a graduação de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba - Campus IV obtivemos algumas experiências na Educação Básica, pelo fato de ter sido bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) por três anos, como também bolsista do projeto PROLICEN e todos os estágios obrigatórios pela universidade, além lecionar como professor de matemática da rede particular de ensino. Com isso percebemos o quão é importante utilizar de novas práticas metodológicas em sala de aula, seja ela recursos tecnológicos, jogos, resoluções de problemas, história da matemática entre outros.

Partindo desta perspectiva e refletindo sobre a metodologia que poderia ser utilizada em sala de aula, trazemos a História da Matemática, tendo como foco a Álgebra e mais especificamente o assunto de Equação Quadrática. Através de várias leituras percebemos o quanto esse recurso poderá ajudar os alunos a uma melhor compreensão em relação ao conteúdo que está sendo trabalhado pelo professor.

Nesse sentido, percebemos com as nossas pesquisas que os saberes algébricos vêm sendo desenvolvidos desde a antiguidade. Com o passar do tempo, percebe-se uma evolução a respeito de suas notações, linguagens e meios de como realizar suas manipulações. Como relata Boyer (2010) alguns tratamentos algébricos trabalhados na Mesopotâmia lidam com Equações Quadráticas de um modo diferente na qual estamos habituados a trabalhar nos dias de hoje.

Nesta perspectiva percebe-se que a fórmula de Bháskara é a mais conhecida para encontrar soluções de Equações Quadráticas nos dia de hoje, com isso, almejamos trazer uma parte da trajetória da Álgebra tendo como foco as Equações Quadráticas, e assim mostrar meios alternativos de como solucionar problemas envolvendo esse conteúdo com o auxílio da História da Matemática.

Partindo desta visão acreditamos na importância da trajetória histórica de cada conteúdo Matemático para usá-lo como instrumento de ensino, com isso tomamos essa ferramenta como foco para trabalhar o conteúdo escolhido para a elaboração de nossa pesquisa.

> Os professores pesquisados [por Mendes] consideraram que o conhecimento da história da Matemática é essencial para que eles adquiram mais segurança no ensino dos conteúdos matemáticos. Para que isso ocorra, é necessário conhecer e entender a Matemática como criação humana, construída de perguntas que surgiram de diferentes situações e contextos que geraram problemas práticos do cotidiano (MENDES, 2009, p. 5-6 apud GARCIA, 2013, p.35).

Através da utilização da História da Matemática em sala de aula, o professor pode mostrar aos alunos o sentido do conteúdo que está sendo abordado, bem como mostrar que a Matemática foi criada pela necessidade do homem.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998):

> A história da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos [...]. (BRASIL, 1998, p.42).

A partir da utilização da História da Matemática em sala de aula, o professor pode mostrar aos alunos que nas civilizações antigas eles muitas vezes não utilizavam fórmulas pré-estabelecidas e, que boa parte das fórmulas que utilizamos nos dias de hoje são frutos de generalizações de passos seguidos por diversos matemáticos do passado.

Pretendemos ainda nesse trabalho apresentar algumas contribuições para os professores e futuros professores de Matemática, na qual, o conteúdo aqui presente vai propor ao leitor outra visão sobre o ensino de Equação Quadrática, bem como uma importante ferramenta de ensino para auxiliar o professor em sala de aula.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Elaborar uma sequência didática no intuito de mostrar como o desenvolvimento da Equação Quadrática pode auxiliar no ensino desse conteúdo.

.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar ao longo da história, como eram trabalhadas as Equações Quadráticas em diferentes civilizações.
- Apresentar diversos procedimentos de resoluções de equações quadráticas encontradas ao longo de sua história.
- Realizar um estudo bibliográfico sobre o desenvolvimento histórico da Equação Quadrática.

1.3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Essa pesquisa tem abordagem qualitativa, pois pretende estudar como eram apresentadas as soluções de Equações Quadráticas envolvendo a história da álgebra em diferentes épocas.

Para SIMÕES et al (2006, p.98) a pesquisa qualitativa é:

> Assim, a abordagem utilizada segue a linha dos estudos qualitativos, já que a pesquisa bibliográfica surge como um caminho para a compreensão do tema, mas não limita os questionamentos, o entendimento e os argumentos utilizados pelos autores.

Tomando este rumo à pesquisa é bibliográfica, já que, toda a nossa investigação se deu através de leituras de livros, teses, artigos e outros materiais impressos ou digitais. Assim para Almeida “esse tipo de estudo toma como objeto apenas livros e artigos científicos, tendo normalmente a finalidade de buscar relações entre conceitos, característica e ideias, às vezes unindo dois ou mais tema.” (ALMEIDA, 2011, p.32).

Tomando esta proposta, desenvolvemos um estudo sobre a história da Álgebra, tomando como foco o assunto de Equação Quadrática, para mostrar práticas alternativas de resoluções envolvendo tal assunto.

Através desses levantamentos destacamos todas as soluções analisadas nas épocas pesquisadas, no entanto, como tratamos de civilizações diferentes da nossa, suas soluções estavam em escritas diferentes da que utilizamos atualmente, portanto, convertemos as suas soluções para nossa linguagem, para que assim o leitor possa ter um melhor entendimento das resoluções.

Por fim, apresentamos atividades que traz algumas questões que envolvem a História da Matemática e equação quadrática, com o intuito de ampliar a visão do professor de Matemática (leitor) com relação ao ensino do conteúdo abordado.

2. A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO

Sabemos que a disciplina de Matemática é algo que geralmente assusta os alunos, por acharem cansativas e enfadonhas, muitas vezes com aplicações que nem sempre serão utilizadas no dia-a-dia.

Porém, mesmo sabendo que isso não é uma verdade para todas as pessoas, acreditamos que um dos fatores que contribuem para essa visão que os alunos possuem referente à matemática é o método utilizado pelo professor, ou seja, o ensino tradicional.

Mizukami (1986, p.2) afirma que:

> Como se sabe, o adulto, na concepção tradicional, é considerado como homem acabado, 'pronto' e o aluno um 'adulto em miniatura', que precisa ser atualizado. O ensino será centrado no professor, o aluno apenas executa prescrições que lhe são fixadas por autoridades exteriores.

Deste modo, o ensino tradicional contradiz diversos pesquisadores, como também os próprios documentos oficiais, que viabilizam a motivação dos alunos em sala de aula. O ensino tradicional para esses pesquisadores, como Mizukami (1986), não motiva os alunos, pois faz com que o professor repasse seus conhecimentos sem ao menos incentivá-los a fazerem investigações.

O importante para esse tipo de abordagem é passar para os alunos a maior quantidade de conteúdos estabelecendo ligações com o cotidiano ou com a realidade vivenciada pela escola. O método de avaliação é o quantitativo, cuja nota obtida é feita através de provas, trabalhos, seminários entre outros, sendo utilizado como o único critério de aprendizagem.

De acordo com Dias (2009, p.26), tomando como base os pensamentos de Mizukami (1986):

> Não encontramos, na abordagem tradicional, a valorização da busca, da pesquisa por parte dos alunos. O trabalho em grupo também não é valorizado, o aluno é visto como ser sozinho, sendo praticamente suprimidas as relações aluno-aluno, juntamente com os sentimentos e afetividade, e a única interação existente é aluno-professor, numa relação de receptor-transmissor.

Atualmente algumas propostas metodológicas vêm sendo abordadas em diversas pesquisas da área da Educação Matemática, como alternativas ao ensino tradicional, dentre elas a Resolução de Problemas, uso de Tecnologias e até mesmo a História da Matemática, sendo este último o nosso foco de estudo.

Segundo Gutierre (2003, p.23):

> De nossa parte, acreditamos que a História da Matemática deva ter um lugar no ensino da Matemática, pois o professor que lança mão desse recurso pode prestar grande auxílio nas aulas, resgatando, além de aspectos inerentes a algumas demonstrações, o estímulo à imaginação e à criatividade do aluno.

Nesse sentido os Referenciais Curriculares da Paraíba reforçam que:

> Os Parâmetros são distribuídos em ciclos, com os critérios de avaliação após cada um deles, sendo que anteriormente são apresentadas quatro possibilidades metodológicas: resolução de problemas, História da Matemática, uso de tecnologias e jogos. (PARAÍBA, 2010, p.68).

Alguns pesquisadores em Educação Matemática trazem como recurso metodológico a História da Matemática no sentido de proporcionar aos alunos um ensino significativo, fazendo com que reflitam sobre sua aprendizagem, além disso, promove um espírito investigador, no qual, através dessa investigação os alunos irão perceber o valor histórico de cada conteúdo. Assim, de acordo com Mendes (2009, p.91) “(...) experiências no ensino de Matemática têm mostrado que a investigação histórica pode contribuir para que o processo de cognição matemática, em sala de aula, se desenvolva de maneira significativa”.

Sabemos que a História da Matemática é um grande instrumento metodológico para ser usado em sala de aula, ocasionando uma grande contribuição para os alunos do ensino básico. Esse instrumento contribui para mostrar que a Matemática foi desenvolvida desde a antiguidade e que com decorrer do tempo suas notações tanto teórica como escrita vem sendo aprimorada por diversos matemáticos. Assim, incluindo a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem através de atividades aplicadas em sala de aula, o aluno da Educação Básica poderá ter como base alguns conceitos de culturas antigas e poder compará-las com as de hoje, observando sua real importância.

A história da Matemática torna as aulas de Matemática mais dinâmicas, pois mostra aos alunos que certo problema matemático pode ter diferentes maneiras de ser resolvido. Neste sentido, iremos expor no capitulo 3, do presente trabalho, que ao longo do tempo cada civilização tinha seu método de resolução, porém muitas vezes possuíam semelhança entre eles.

Além disso, o professor pode inserir em suas aulas problemas históricos, resgatados de documentos antigos, ou seja, questões que envolvam o assunto que o professor esteja trabalhando em sala de aula, podendo assim contextualizá-las e demonstrar aos alunos o método de resolução de certa civilização, fazendo uma comparação com as resoluções dos dias atuais.

Segundo Miguel (2008, p.44-45),

> Nessa proposta, podemos identificar a participação da história ao menos sob três formas diferentes: como elemento orientador da seqüência de trabalho como um tema específico, os números; na apresentação de diferentes métodos históricos; na discussão de problemas de natureza histórica.

O fato é que trazendo este recurso para a sala de aula, o professor pode iniciar a abordagem de um conteúdo sem começar, necessariamente, a apresentar as propriedades de um determinado assunto, podendo seguir etapas históricas, nas quais, essas etapas seriam a evolução histórica do conteúdo em estudo. Fazendo assim a ligação de uma etapa com a outra, deixando que os alunos criem seus próprios argumentos, façam suas próprias generalizações. Ao final os alunos poderão perceber a estrutura de certa propriedade, compreendendo o valor do conteúdo perante a história.

Para Miguel (2008, p.46):

> Além do aspecto motivador, Zúñiga reserva à história da Matemática o papel de um elemento esclarecedor do sentido das teorias e dos conceitos matemáticos que deverão ser estudados. E, segundo ele, esse papel só poderia ser cumprido não através da inserção de breves informações históricas introdutórias dessas teorias e conceitos mas efetivamente da utilização da ordem histórica da construção matemática devidamente adaptada ao estado atual do conhecimento.

Esse recurso ainda pode responder diversos porquês, fato é que os alunos ao se depararem com os assuntos durante o ano, muitas vezes não sabem de onde eles surgiram, sua origem, porque foi desenvolvido e se possui aplicação no seu dia-a-dia. Nesse sentido, a História da Matemática pode responder algumas dessas indagações, permitindo significado aos conteúdos em estudo. Para os PCN (BRASIL, 1998, p.43) “Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns porquês (...)”.

Por sua vez, Miguel (2008) apresenta um levantamento feito pelo pesquisador Jones, que divide os porquês em três categorias. Acreditamos que as dúvidas dos alunos poderiam se encaixar em umas dessas categorias, à medida que fazem perguntas sobre o conteúdo. Sendo assim, o autor divide essas categorias em porquês cronológicos, porquês lógicos e porquês pedagógicos.

Seguindo a sequência dos porquês, vamos mostrar o que a História da Matemática contribui para responder essas interrogações. De acordo com Miguel (2008), o porquê cronológico baseia-se em perguntas de identidades culturais. Tomando como exemplo, um determinado aluno poderia fazer a seguinte pergunta: Por que uma hora é 60 minutos? E assim a História da Matemática pode responder tomando como base a natureza histórica do surgimento dos minutos.

Os porquês lógicos poderiam ser aquelas dúvidas que os alunos teriam sobre determinadas propriedades, como exemplo: Podemos transformar numa fração positiva um número positivo elevado a um expoente negativo? Já os porquês pedagógicos seriam aquelas perguntas feitas diretamente na prática do professor, exemplo: Por que esse professor só ensina por esse método, e não por outro?

Porém (MIGUEL, 2008, p.47) aponta que:

> À primeira vista, essa categorização parece nos sugerir que a história só poderia intervir como instrumento auxiliar na explicação da primeira categoria de porquês, isto é, dos porquês cronológicos. Não é isso, porém, o que pensa Jones. Para ele, a história não só pode como deve ser o fio condutor que amarraria as explicações que poderiam se dadas aos porquês pertencentes a qualquer uma das três categorias.

Sabemos que atualmente podemos encontrar diversos atrativos que fazem com que os alunos desviem a atenção dos estudos e os professores precisam sempre pensar em alternativas que estejam atualizadas com relação ao desempenho dos mesmos, buscando meios que os motivem a permanecer em sala de aula. Com base nesse contexto podemos citar como um recurso motivador, a História da Matemática, como mostra os Referenciais Curriculares da Paraíba (PARAÍBA, 2010, p.78) “A História da Matemática pode ser usada para motivar os alunos no aprendizado desta ciência ao propiciar questões relevantes e fornecer problemas que estimulem a formação de conceitos matemáticos”.

O documento das Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) também aborda um fator bastante significativo, que diz respeito à abordagem da História da Matemática em sala de aula, de modo que esse recurso não seja utilizado apenas para contos históricos ligados ao passado, e sim para melhorar a percepção do aluno perante os assuntos abordados. Outro elemento importante que as OCEM tratam e que não poderíamos deixar de mencionar é o fato de o professor poder perceber a dificuldade do aluno em sala de aula, por meio da utilização adequada da História da Matemática, podendo assim, melhorar a percepção do aluno que possui dificuldades perante a matéria.

De acordo com as OCEM (BRASIL, 2006):

> A História da Matemática pode contribuir também para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático (BRASIL, 2006, p.86).

Os Referencias Curriculares da Paraíba (PARAÍBA, 2010) também traz esse mesmo argumento ao defender que a História da Matemática não seja apenas abordada como introdução para iniciar um conteúdo, ou seja, fazendo leituras de histórias de Matemáticos reconhecidos, e logo após, utilizando meios tradicionais para abordagem do conteúdo, porém que seja utilizada para contextualização dos assuntos.

Ainda com relação às OCEM (BRASIL, 2006, p.95).

> A história da Matemática oferece oportunidades de contextualização importantes do conhecimento matemático, em que a articulação com a história pode ser feita nessa perspectiva, tais como a crise dos irracionais no desenvolvimento da ciência grega, que tem conexão com obstáculos até hoje presentes na aprendizagem desse conceito.

Sendo assim, percebe-se o quanto o recurso da História da Matemática pode contribuir para melhorar o ensino em sala de aula. Por conseguinte, até agora argumentamos sobre a importância da História da Matemática nas aulas de Matemática, mostramos que de acordo com os documentos oficiais esse recurso não deve ser abordado de qualquer forma. Uma das maneiras pela qual esse recurso pode ser inserido na sala de aula são as atividades históricas ou resoluções de problemas históricos, como relata Miguel (2008, p.48) “Podemos considerar a utilização de problemas históricos como mais um elemento motivador para o ensino de Matemática”. Essas atividades proporcionam aos alunos um melhor apanhado de conhecimentos referente ao momento histórico ao qual o matemático em estudo vivenciou.

Entretanto, para que essas atividades tenham um propósito satisfatório para os alunos, elas devem ser abordadas de maneira dinâmica, na qual o professor deve ser o mediador que irá guiar os alunos para que eles não fujam do contexto nem do objetivo da mesma. Para isso o professor antes de aplicar a atividade histórica deve extrair todas as informações que ela possui.

Sendo assim, para que a História da Matemática, faça com que os alunos interajam, vivenciem e participem ativamente da construção matemática e expressem tudo aquilo que eles sabem sobre o conteúdo aprendido ou dos assuntos que são pré-requisitos, o professor deve cumprir com o papel de mediador fazendo com que os alunos vivenciem a atividade como se eles estivessem presentes naquele momento histórico.

Para Mendes (2009, p.94):

> A nossa concepção das atividades históricas parte do principio de que as experiências manipulativas ou visuais do aluno contribuem para que se manifestem neles, as primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto, vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer).

Com isso, percebe-se que uma atividade histórica não deve ser levada para sala de aula sem que o professor tenha um domínio sobre a mesma. Deste modo Mendes (2009) apresenta um modelo de atividade histórica que pode ser seguido. Para o autor a atividade deve seguir uma sequência de etapas para que o professor alcance seus objetivos.

> As atividades reúnem uma sequência de ensino que preserva a continuidade na aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, você deve organizar cuidadosamente cada uma das etapas de ensino para alcançar os resultados previstos em seu planejamento didáticos. (MENDES, 2009, p.96)

Segundo Mendes (2009), o professor poderá seguir uma sequência de ensino exposto a seguir. Primeiramente o professor deve usar a sua imaginação para criar um tema que faça com que desperte nos alunos um interesse na aprendizagem, esse tema irá aproximar o aluno do conteúdo que será abordado, em seguida o professor deverá expor de maneira clara qual o objetivo que deseja alcançar com a atividade, logo após o professor deve analisar junto aos alunos o máximo de informações que o contexto histórico possui, contudo vem o material a ser utilizado para o desenvolvimento da atividade, portanto o professor deve criar meios que façam com que os alunos explorem ao máximo a atividade histórica.

A quinta sequência é a operacionalização da atividade, ou seja, refere-se à metodologia escolhida pelo professor para que os alunos compreendam de maneira precisa o objetivo da atividade. E por fim são os desafios propostos nas atividades, entretanto é nesta sequência que está o maior desafio, o professor deve elaborar uma atividade que desperte nos alunos a curiosidade e o interesse na investigação.

Logo Mendes, (2009, p.98) relata que:

> As atividades devem ser bem atrativas, desafiadoras e provocadoras da curiosidade dos estudantes. Essas características resultarão em aprendizagem se forem ricamente exploradas durante a elaboração de cada desafio. (...) O mais importante de um desafio proposto nesse tipo de atividade é desenvolver nos estudantes um espírito explorador, indagador e ao mesmo tempo de análise de síntese, pois é dessa maneira que eles alcançarão um crescimento intelectual mais significativo.

Por fim, pretendemos utilizar a História da Matemática, para demostrar um pouco da história da Álgebra, do seu possível surgimento e os seus métodos de escritas, pois, acreditamos que, se o professor entender a verdadeira importância pela qual se estuda Matemática, ele provavelmente irá ministrar o conteúdo aos alunos de forma lúdica, de modo que, esses alunos entendam que a Matemática foi criada pelo homem, com intuito do seu uso imediato, ou posteriormente, com intuito de utilizá-la em seu dia-a-dia.

Para Dias (2009, p.36):

> Acreditando que é possível buscar na História da Matemática apoio para atingir melhoras nos resultados dos alunos em álgebra, pois ela nos ajuda: a perceber a matemática como uma construção humana, acessível a todos; entender as razões pelas quais as pessoas fazem e estudam matemática; identificar as necessidades do dia-a-dia, que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias desse campo de conhecimento; a perceber que a álgebra surgiu também de necessidades sociais, de generalizações e abstrações; a compreender as percepções que os matemáticos têm da própria matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo.

Portanto, tendo o professor um pouco dessa História da Álgebra, trazemos no capítulo seguinte o desenvolvimento de resoluções da Equação Quadrática ao longo da história, acreditando que, apenas a resolução pela forma conhecida como fórmula de Bháskara[2], não é o suficiente para uma aprendizagem com significado para os alunos, já que, ao longo do tempo possuiu diversos métodos de resoluções.

---

[2]A denominação “fórmula de Báskara” para a fórmula de resolução da equação do 2º grau parece ser exclusiva do Brasil, como mostrado convincentemente em Machado (2003, citado por CARVALHO, 2004).

3. UM RESGATE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA E DAS EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

3.1 UMA BREVE HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Pretendemos neste capítulo abordar um pouco da história da álgebra, com foco em equações quadráticas no decorrer dos séculos. Damos início enfatizando um documento muito importante para a História da Matemática, o papiro de Ahmes (também chamado de Papiro Rhind), tal documento histórico traz diversos problemas e soluções matemáticas. Por volta de 1800 a.C., foi copiado pelo escriba egípcio (Ahmes), na qual o mesmo expõem algumas soluções envolvendo a álgebra. Contudo, segundo os historiadores, os métodos de soluções dos egípcios para resolverem problemas algébricos não eram tão sofisticados quanto o método da civilização Babilônica. Segundo Baumgart (1992), a álgebra surgiu próximo ao período de ambas às civilizações, mesmo assim, os métodos babilônicos estavam avançados com relação aos egípcios.

> A álgebra surgiu no Egito quase ao mesmo tempo que na babilônia; mas faltavam à álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra babilônia, bem como a variedade de equações resolvidas, a julgar pelo Papiro Moscou e o Papiro de Rhind – documentos egípcios que datam de 1850 a.C., e 1650 d.C., respectivamente, mas refletem métodos matemáticos de um período anterior. (BAUMGART, 1992, p.6)

Vamos agora passar por algumas civilizações evidenciando a evolução e a trajetória da álgebra. Começamos pelos egípcios que, segundo Boyer (2010) afirma que, os mesmos trabalhavam com álgebra de modo linear, ou seja, eles não a aproveitavam para empregar em seu cotidiano. Eles usavam essa Matemática apenas para fazer manipulações algébricas, como se fosse um divertimento. Boyer (2010), as equações apresentada pelo papiro de Ahmes tinham como formato $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, sendo as variáveis a, b e c números conhecidos e x incógnita, da mesma forma como teoricamente trabalhamos hoje, porém para eles a incógnita era chamada de *aha* e os números e símbolos eram escritos em hierático.

> Para equações lineares, os egípcios usavam um método de resolução consistindo em uma estimativa inicial seguida de uma correção final – um método ao qual os europeus posteriormente deram um tanto abstruso de “regra da falsa posição”. A álgebra do Egito, como o da babilônia, era retórica. (BAUMGART, 1992, p.6)

Na Mesopotâmia vamos dar ênfase aos babilônios, pois se percebe que eles dominavam a resoluções de equações quadráticas através de manipulações algébricas. Fontes históricas revelam que o possível surgimento da Álgebra tenha sido pelos babilônios. Percebemos que os babilônios não tinham muitas dificuldades em resolver problemas algébricos, já que desenvolveram estratégias próprias para resolvê-los. Diante disso compreendemos que os babilônios teoricamente já trabalhavam com produtos notáveis intuitivamente com a complementação de quadrados, já que de acordo com Boyer (2010) eles manipulavam os termos algébricos como somando $4ab$ a $(a-b)^2$ e chegavam ao termo $(a+b)^2$, no entanto como nessa época não existia o alfabeto, eles usavam palavras conhecidas por nós, tais como comprimento, largura, área e volume no lugar de letras.

> Perto do ano 2000 a.C., a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida. Não só se resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao de substituição numa forma geral, seja pelo método de complementar quadrados [...] (EVES, 2004, p.61).

O que se evidencia na Mesopotâmia é que a Matemática babilônica já era bem mais estruturada do que a Egípcia e o modo como os mesmos calculavam, era diferente do nosso sistema de numeração. Carvalho (2004, p.2) afirma que "É bem conhecido que os babilônios escreviam em tabletes de argila, com um estilete, usando a chamada escrita cuneiforme, e tinham um sistema de numeração posicional bem desenvolvido, com base 60".

Entrando agora na Idade Heroica, que tem esse nome, pois na segunda metade do quinto século a.C., alguns matemáticos gregos se empenharam em trabalhar com problemas que trouxessem como resultado a base para a o conteúdo de geometria. Segundo Boyer (2010), parte dos conhecimentos adquiridos da álgebra geométrica é concedida aos pitagóricos.

Nessa época, a maneira como os gregos trabalhavam com a álgebra era diferente da civilização babilônica, pois os mesmos manipulavam seus conceitos algébricos fazendo relações inexistentes nos dia de hoje, como exemplo, para saber a dimensão de um retângulo os babilônios associavam áreas com medidas de segmento e áreas com volumes, sendo assim fazendo relação com grandezas diferentes. Tem-se ainda que a Matemática Egípcia também não se associe com a

Matemática Grega, ou seja, eram trabalhadas de forma diferentes, mas tanto a base da Matemática babilônica como a egípcia foi aproveitada pelos Gregos, e assim realizando suas próprias soluções.

Como mostra Carvalho (2004, p.9):

> Embora os próprios gregos reconhecessem que muito deviam à Matemática egípcia e babilônia, eles transformaram os conhecimentos destas duas civilizações em um corpo de resultados bem estruturado e no qual a argumentação é feita com um tipo bem específico de discurso, a demonstração matemática.

Assim na idade heroica surge uma nova álgebra, a álgebra geométrica que toma o lugar da álgebra aritmética. Fato é que os pitagóricos conheciam bem os métodos de resoluções dos babilônicos e, que utilizavam tais conhecimentos para resolver equações. Para Baumgart (1992, p.6) “não há dúvida de que os pitagóricos conheciam bem a álgebra babilônia, de fato, seguiam os métodos-padrão babilônios de resoluções de equações”.

Durante a hegemonia Árabe percebe-se um grande domínio das manipulações algébricas por parte dos Árabes, tanto pelo entendimento algébrico como das soluções. Neste sentido surgiu Al-Khowarizmi, que de acordo com Boyer (2010) é considerado o pai da álgebra, já que, as soluções de suas questões eram tão bem explicadas que um apreciador da matemática não teria dificuldade em entendê-las.

De acordo com fontes históricas, tais como Baumgart (1992), Al-Khowarizmi seria mulçumano, uma de suas contribuições para a Matemática foi o livro intitulado por Hisabal-jabrw’al-muqabalah, na qual um dos meios como Al-Khowarizmi que trabalhava com a álgebra era o método de eliminar membros de igualdades de uma equação, tais como, *jabr* (soma certo valor a ambos os lados da equação ou multiplicar ambos os lados da equação por outro valor, no intuito de eliminar valores negativos e frações) e *muqabala* (subtrair certo número de ambos os lados da equação para eliminar números positivos).

> Pouco se conhece da vida de Muhammad ben Musa Al-Khowarizmi (780-850). Segundo um de seus biógrafos árabes, Al-Khowarizmi foi o primeiro matemático muçulmano a escrever sobre a “solução de problemas usando al-jabr e al muqabala”. (PITOMBEIRA, 2004, p.25).

Os hindus tiveram um papel muito importante no desenvolvimento da Álgebra, alguns matemáticos ficaram reconhecidos pelos seus trabalhos sobre Álgebra e

Aritmética, sendo eles Aryabhata, Brahmagupta, Mahavira e Bháskara. Para Baumgart (1992, p.71), “O trabalho hindu sobre astronomia, o SuryaSidhanta (Sistema do Sol), escrito por volta do ano 500 d.C., forneceu a motivação para um notável desenvolvimento da aritmética e da álgebra na Índia [...]”.

Para que a escrita Algébrica chegasse até como escrevemos hoje, passou por várias evoluções, sendo as escritas retórica, sincopada e simbólica. Vamos relatar uma breve passagem por essas três escritas, mostrando alguns de seus desenvolvimentos.

Como já foi mencionado, o possível surgimento da Álgebra ocorreu na Babilônia, logo a primeira escrita surgiu por essa civilização. Os babilônios escreviam equações apenas com o uso de palavras. De acordo com Dias (2009, p.38) “A álgebra provavelmente teve origem na Babilônia, por volta do ano de 2000 a. C. Era retórica, ou seja, escrita totalmente em palavras, não eram usadas abreviações nem símbolos”.

A escrita babilônica “cuneiforme” se enquadra na escrita retórica, podemos encontrar tais escritas em tabletes de argila, que estão espalhados por alguns museus, como afirma Boyer (2010).

Falando na evolução escrita da álgebra, não podemos deixar de mencionar Diofanto de Alexandria. Contador (2008) relata que sua possível passagem pela vida tenha acontecido em 250 d.C., e que o mesmo foi o responsável pelo desenvolvimento de alguns símbolos modernos para a Álgebra, desta forma chegando a Álgebra sincopada.

> Antes de Diofanto a Álgebra conhecida não fazia uso de símbolos, sendo que tudo era escrito por extenso. O estilo de Diofanto substituiu por abreviações as palavras comuns e os termos que designavam operações. Embora seu trabalho esteja muito distante da Álgebra como conhecemos hoje, pois faltavam-lhe símbolos especiais para operações e relações [...] (CONTADOR, 2008, p.426).

Ainda sobre os simbolismos algébricos, percebe-se que sua escrita evoluiu bastante com o passar do tempo e que até chegar à escrita de hoje a álgebra passou por diversas modificações, desde a representação de equações por palavras até a utilização de incógnitas que utilizamos nos dias atuais.

Assim para Carvalho (2004, p.1):

> Convém lembrar inicialmente que a notação algébrica simbólica manejada automaticamente por nós, hoje, é criação recente dos matemáticos, começando com François Viète (1540-1603) e colocada praticamente na forma atual por René Descartes (1596-1650).

E por fim chegamos a Álgebra simbólica, que é a linguagem algébrica que utilizamos hoje, com a utilização de números e símbolos para representar equações. Para Gil (2001, p.8) “Um dos primeiros matemáticos que tentou fazer uma introdução a esta nova álgebra foi François Viète.”. Porém Baumgart (1992) afirma que mesmo com toda a evolução algébrica, ainda nos dias de hoje, há uma diferença de nomes para símbolos, como por exemplo: “Em alguns países europeus “÷” significa “menos”“ Baumgart (2010, p.3) e como sabemos esse mesmo símbolo no Brasil tem o significado de divisão.

3.2 ALGUMAS RESOLUÇÕES DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS AO LONGO DA HISTÓRIA

Neste item iremos enfatizar as resoluções de equações quadráticas em diversas épocas, no intuito de mostrar que, ao longo da história, encontram-se diversas maneiras de como resolver equações quadráticas. Destacamos uma atenção ainda maior para soluções envolvendo áreas de figuras, ou ainda complementações de quadrado, já que, o que se percebe ao longo de nossa pesquisa, que base para o desenvolvimento histórico de resoluções de Equações Quadráticas, parte de comparações de áreas de figuras planas.

A esse respeito Roque e Carvalho (2012, p.11) afirma que:

> (...) à interpretação algébrica dos procedimentos de resolução de problemas mesopotâmicos, pesquisadores mais atuais propuseram que os algoritmos numéricos podem ter sido enunciados a partir de técnicas geométricas, baseados em procedimentos de cortar e colar figuras para obter outras com a mesma área.

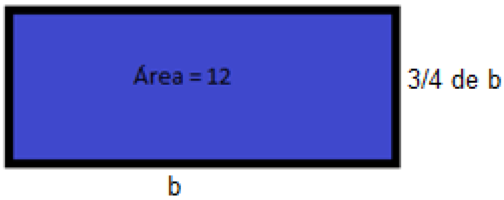
Mostramos no subtítulo 3.1 um pouco da história egípcia com foco na álgebra, apontamos os documentos que foram muito importantes para a Matemática tais como o papiro de Rhind e Moscou, um desses papiros traz questões de Equações Quadráticas, porém de forma bem simples.

Como mostra Carvalho (2004, p.2):

> No Médio Império, os textos conhecidos só lidam com equações do segundo grau bem simples. Por exemplo, no papiro de Moscou, que data de aproximadamente 1850 a.C., 3. é pedido para calcular a base de um retângulo cuja altura L é igual a 3/4 de sua base e cuja área é igual a 12.

O autor Carvalho (2004) aborda uma questão que está no papiro de Moscou, que trabalha com um problema de Equação Quadrática, sendo assim o autor traz o seguintes dados, para calcular a medida da base de um retângulo que tem como altura L = $\frac{3}{4}$ de sua base, na qual a área desse retângulo é igual a 12. O autor não cita a solução dessa questão, porém mostra como podemos escrevê-lo em nossa linguagem para assim solucionar o problema, ou seja, $\frac{3}{4}l^2$. Na figura 1 mostraremos a situação geométrica de acordo com os dados da questão.

Figura 1. Figura que representa geometricamente os dados da questão.



Fonte: elaborado pelo autor

Com relação à Mesopotâmia, os babilônios tinham trabalhado com as equações de forma eficiente, de acordo com antigos escritos que evidenciam problemas algébricos. Deste modo, Boyer (2010), apresenta um exemplo de um problema que os babilônios resolveram, trata-se da área de um quadrado, pedindo como solução a medida de seu lado, como mostra abaixo:

Se a área do quadrado menos o lado é igual a $14{,}30$ obtenha o valor desse lado? Nesta questão o autor Boyer (2010) não apresenta o sistema de numeração dos babilônios, mas traz como eles resolviam de acordo com suas notações, por exemplo, para resolver questões algébricas os babilônicos utilizavam uma base sexagesimal, ou seja, o número $14{,}30$ na verdade levando para nosso sistema de numeração é equivalente a 870, pois:

$$14 = 60\, x\, 14 = 84\ (1)\ \text{(base sexagesimal)}$$

$$840 + 30 = 870\ (2)$$

De (1) percebemos que o número 14 equivale a 14 vezes sessenta em nossa notação decimal. Em (2) percebe-se que o número depois da vírgula na verdade é o número inteiro 30 e quando transformamos o número 14 podemos somar ao número 30 e chegando a resposta 870.

Desta forma Boyer (2010, p.22), traz a solução dessa questão, porém no sistema sexagesimal babilônico, logo abaixo está a solução pelo nosso sistema de numeração atual.

Passo 1. Equivalência do nosso sistema numérico.

$$x^2 - x = 870$$

Passo 2. Pegue a metade do valor que multiplica a variável x ou seja 1, e logo após multiplique o resultado por ele mesmo.

$$1/2 = 0{,}5$$
$$0{,}5\, x\, 0{,}5 = 0{,}25$$

Passo 3. Some o número $0{,}25$ ao total da área dada na questão e extraia a sua raiz quadrada.

$$870 + 0{,}25 = 870{,}25$$
$$\sqrt{}870{,}25 = 29{,}5$$

Passo 4. Some o valor obtido no passo 3 à metade do número um obtido no passo 2.

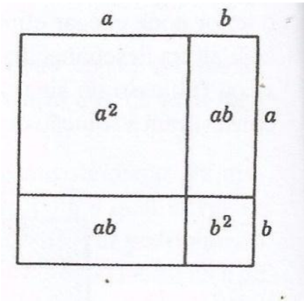
$$29{,}5 + 0{,}5 = 30$$

Chegando assim ao valor do lado do quadrado. Todos esses passos que foram utilizados para calcular a questão equivalem a formula $x = \sqrt{\frac{p}{2} + q} + \frac{p}{2}$, na qual esse método calcula uma raiz para equação $x^2 - px = q$. No entanto, para equações do tipo $x^2 + px = q$ modifica-se a fórmula, ou seja, $x = \sqrt{\frac{p}{2} + q}$ - $\frac{p}{2}$.

Isso constata que os babilônios possuíam um grande conhecimento sobre equações quadráticas e que eles conseguiam fazer manipulações algébricas para resolver diversos tipos de problemas, além disso, os mesmos possuíam um tratamento semelhante na qual usamos hoje, porém numa linguagem diferente.

Tomando como base a Idade Heroica (BOYER, 2010), Eves (2004) menciona o livro II dos Elementos de Euclides, que nele contém várias proposições algébricas envolvendo a geometria, dando ênfase ao pitagóricos. O autor ainda traz a proposição 4 do livro II, que trabalha com álgebra geométrica envolvendo áreas de figuras planas, como mostra a figura 2.

Figura 2. Representação geométrica da proposição de Euclides



Fonte: (EVES, 2004, p.108)

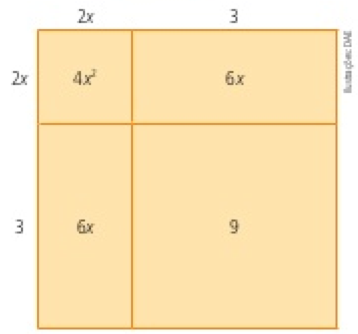
De acordo com a figura 2, o quadrado maior pode ser dividido em dois quadrados menores, um de área a^2 e outro de b^2 e dois retângulos de áreas iguais cada um tendo ab de área, percebe-se que somando todas as áreas teremos a seguinte igualdade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Assim o autor traz o seguinte enunciado:

> O enunciado de Euclides para essa proposição é: Dividindo-se uma reta em duas partes, o quadrado sobre a reta toda é igual à soma dos quadrados sobre as partes juntamente com o dobro do retângulo contido pelas partes. (EVES, 2004, p.108).

Percebe-se na figura 2 que os gregos tinham um domínio sobre Equações Quadráticas, pois possuíam como método de soluções para calcular equações o meio de completamento de quadrados. Vamos citar um exemplo de uma questão do livro de Andrine (2012) para mostrar como os gregos calculavam questões envolvendo álgebra geométrica.

Figura 3. Representação geométrica as solução da Equação quadrática



Fonte: (ANDRINE, 2012, p.50)

De acordo com a proposição de Euclides, o quadrado de lado maior $2x + 3$, se divide em dois quadrados menores, que nesse caso um de lado $2x$ com área de $4x^2$, e outro com o lado 3 a área 9, e também se divide em dois retângulos de áreas iguais, ambos com lado 3 e $2x$, e tendo como área $6x$. Sendo assim, podendo somar todas as áreas e chegando à seguinte equação.

$$4x^2 + 9 + 6x + 6x$$
$$4x^2 + 12x + 9$$

Logo de acordo com a proposição de Euclides podemos chegar à seguinte igualdade, $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$, ou seja, a área do quadrado maior é a soma de todos as áreas das figuras geométricas contidas nesse quadrado.

Na hegemonia Árabe, o autor Boyer (2010) faz uma ilustração de como esta civilização trabalhava com Equações Quadráticas. O autor toma como referência o livro de Álgebra de Al-Khowarizmi que aborda diversos exemplos de notações de Equações quadráticas.

Para Boyer os capítulos IV, V e VI do livro de Al-Khowarizmi, são bastante interessantes, já que relatam “(...) três casos clássicos de equações quadráticas com três termos: (1) quadrado e raízes iguais a números, (2) quadrados e números iguais a raízes e, (3) raízes e números iguais a quadrados”. (BOYER, 2010, p.157).

O autor menciona esses modelos indicados no parágrafo anterior, porém não mostra resoluções de questões pelo método Árabe contendo essas características, sendo assim, traz apenas exemplos do livro de Al-Khowarizmi expondo o conteúdo da questão e sua resposta. Porém de acordo com o autor Boyer (2010), um dos tratamentos algébricos dos Árabes seria a forma de representações de áreas de figuras planas, ou seja, “As soluções são dadas por regras de “culinárias” para “complementar o quadrado” aplicada a exemplos específicos.” (BOYER, 2010, p.157).

Assim na equação $x^2 = 5x$, o autor traz como resposta $x = 5$, esta equação foi retirada pelo autor do livro de Álgebra de Al-khowarizmi. Sendo assim, a representação dessa equação é entendida pelos Árabes como quadrados iguais a raízes, ou seja, uma comparação de áreas de um quadrado com outra figura geométrica, nesse caso semelhante a um retângulo. Nessa resolução é fácil ver que a solução é $x = 5$, pois como estamos comparando duas áreas, para que essa igualdade seja válida teriam apenas duas soluções, sendo elas $x = 5$ ou $x = 0$, porém para os Árabes as raízes $x = 0$ não eram admitidas.

Ainda Al-Khowarizmi traz resoluções de questões de Equações Quadráticas do tipo $ax^2 + bx = c^2$, $ax^2 + c = bx$e $bx + c = ax^2$, visto que todos os coeficientes são números positivos e que as raízes também são números positivos. Vamos trazer a resolução de uma questão do tipo $ax^2 + bx = c^2$, pelo método árabe. Seja a questão $x^2 + 4x = 21$.

Passo 1. Pegue o coeficiente b, neste caso o número 4 e divida por 2.

$$4/2 = 2$$

Passo 2. Agora pegue esse valor e multiplique por ele mesmo.

$$2.2 = 4$$

Passo 3. Some esse valor ao coeficiente c, neste caso 21.

$$4 + 21 = 25$$

Passo 4. Extraia a sua raiz quadrada.

$$\sqrt{25} = 5$$

Passo 5. Subtraia o valor do resultado do passo 4 com o passo 1.

$$5 - 2 = 3$$

O que obtemos como resultado, a raiz 3. Salientamos que na Arábia apenas era considerada o valor da raiz positiva já que essa solução é justificada geometricamente e que esse método de calcular equações equivale a seguinte fórmula $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - b/2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2}$.

Para Carvalho (2004, p.26):

> Essa solução é justificada geometricamente da seguinte maneira: Seja *AB*=*x* o lado do quadrado *ABCD.* Prolonguemos *BA* e *AD* para obtermos *AE*=*DF*=5 e construa o quadrado. O polígono *EHDFGB* tem área igual a x^2 +10*x*, ou seja, 39. Somando a esta área do quadrado *HDFL*, que é igual a 25, obtém-se o quadrado *EBGL*, cuja área é igual a 64. O lado deste quadrado é 8. Subtraindo disso 5, obtemos a raiz 3.

O método que os hindus utilizavam para resolver Equações Quadráticas é bem parecido com o de hoje, porém, como no método árabe, traz apenas uma raiz como resposta. Tomando como base o livro de Baumgart (1992), na qual traz a solução de Equação Quadrática pelo método árabe, iremos resolver uma questão de acordo com as ideias que estão em seu livro. A questão que iremos resolver pelo método hindu que envolve quadrados perfeitos foi elaborada por nós.

A questão propõe resolver a seguinte Equação $x^2 + 4x = 5$, como demostrados nos passos a seguir.

Passo 1. Pegue o coeficiente que multiplica x^2 que nesse caso é 1 e multiplique pela variável 5.

$$1.(5) = 5$$

Passo 2. Pegue o coeficiente que multiplica x, no caso o número 4, divida por dois, em seguida eleve ao quadrado, e logo após some com o passo 1.

$$5 + (4/2)^2 = 9$$

Passo 3. Extraia a raiz do resultado do passo 2 e subtraia da metade do número que multiplica o coeficiente x.

$$\sqrt{9} - (4/2) = 1$$

Passo 4. Pegue o resultado do passo 3 e divida pelo coeficiente que multiplica x^2.

$$1/1 = 1$$

Ou seja, o número 1 é uma das duas soluções, já que outra solução seria a raiz negativa $x = -5$, porém os hindus só admitiam raízes positivas dessa equação. O método que foi utilizado é a mesma coisa que calcular da seguinte forma:

$$x = \frac{-\frac{b}{2} + \sqrt{ca + (b/2)^2}}{a} \text{ ou } x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}, \text{ com } ax^2 + bx + c = 0$$

Sendo assim, esse tipo de resolução de Equações Quadráticas resolve questões que envolvem completamento de quadrados e como vimos acima, para os hindus era apenas necessário encontrar uma raiz e que também a raiz negativa era desconsiderada, já que o número negativo não se associa a um quadrado, seja tanto pela área como os lados.

4. SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES SOBRE O CONTEÚDO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS COM O AUXILIO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Nesse capítulo iremos trazer uma proposta de quatro atividades com o conteúdo de Equação Quadrática, tendo como auxílio à História da Matemática. Nestas atividades traremos recortes históricos de algumas civilizações sendo elas a Grega, Arábica, Babilônica e Hindu, com o intuito de que os professores de Matemática possam levar a mesma para sala de aula, como forma de mostrar aos seus alunos alguns métodos de resoluções sobre o conteúdo de Equação Quadrática.

Atividade 1

Noção de complementação de quadrado

Traremos esta atividade como proposta de apresentar os conceitos, manipulações e significados sobre a completamento de quadrado, envolvendo os aspectos geométricos e algébricos. Com isso pretendemos trazer questões que trabalhem com o assunto de Equação Quadrática, a partir do contexto histórico Grego sobre a álgebra.

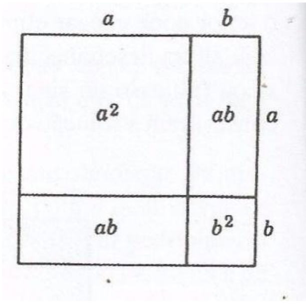
Objetivos:

Desenvolver as aplicações da completamento de quadrado com o auxílio da História da Matemática.

→Apresentando a Álgebra Grega:

Nesta atividade propomos trabalhar com a álgebra pela completamento de quadrados de acordo com os métodos Gregos, utilizando a proposição 4 do livro II dos Elementos de Euclides, que trabalha com Álgebra Geométrica. Observe na figura 4 a representação geométrica de um quadrado.

Figura 4. Representação geométrica da proposição de Euclides



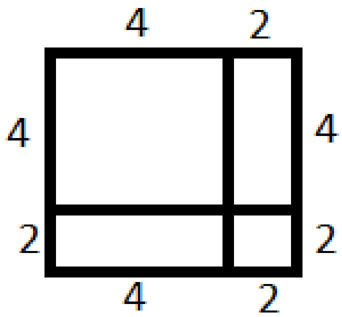
Fonte: Eves (2004, p.108)

O enunciado de Euclides para essa proposição é: Dividindo-se uma reta em duas partes, o quadrado sobre a reta toda é igual à soma dos quadrados sobre as partes juntamente com o dobro do retângulo contido pelas partes. (EVES, 2004, p.108).

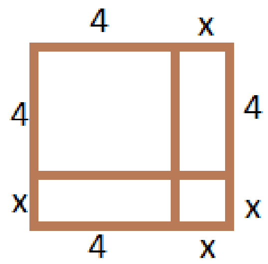
Perceba que, o quadrado maior está dividido em quatros figuras geométricas, sendo dois quadrados e dois retângulos e que a área do quadrado maior é igual à soma de todas as áreas das quatros figuras geométricas obtidas por ele. Chegando à seguinte conclusão: a área do quadrado maior é $(a + b)^2$ e a área de cada figura geométrica é a^2, b^2, ab e ab, obtendo a seguinte igualdade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

1. Observe cada figura abaixo e apresente a área de cada uma delas, em termos algébricos ou em termos numéricos, indicando suas áreas e igualdade, tomando como base a proposição 4 do livro II dos elementos de Euclides.

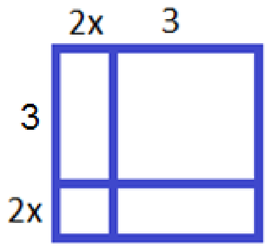
a)



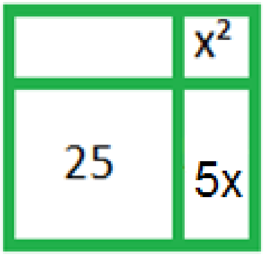
b)



c)



d) (Leve em consideração que essa figura possui a forma de um quadrado)



Em cada figura você poderá perceber uma expressão diferente, como por exemplo, no item (a), que se desenvolvermos toda a expressão até o final, chegaremos a uma igualdade numérica, nos demais itens não conseguimos determinar essa igualdade numérica usando os elementos de Euclides. Com isso nos itens b, c e d, chegamos a expressões envolvendo variáveis.

→Um Desafio

De acordo a proposição 4 do livro II dos elementos de Euclides, podemos chegar a uma expressão algébrica comparando a área do quadrado maior, com a área das figuras internas desse quadrado.

2. Sabendo disso dada uma expressão algébrica ou numérica como podemos representar geometricamente essa figura, tomando como base a proposição de Euclides?

a) $2^2 + 2 \times 6 + 3^2$

b) $16 + 40 + 25$

c) $x^2 + 8x + 16$

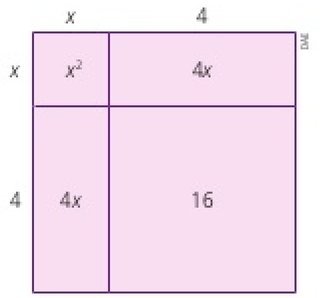
Perceba que as expressões dos itens a, b e c podem ser representadas de forma geométrica envolvendo o método Grego. Isso significa que todas essas expressões podem representar a área de um quadrado. Sabendo disso, tente representar geometricamente a seguinte expressão algébrica $x^2 + 12x + 30$ pela posição de Euclides.

→ **Uma curiosidade.**

Podemos nos deparar com diversos tipos de situações que envolvem Equações Quadráticas diferentes, na qual não podemos representar da forma da proposição 4 do livro II dos elementos de Euclides, como você pode perceber na expressão $x^2 + 12x + 30$. Mas conseguimos através de algumas manipulações que evoluíram através do tempo, que podemos chegar a expressões que envolvem a proposição de Euclides.

Então, vamos nos aprofundar ainda mais sobre esses cálculos, utilizando o método da proposição de Euclides. Tomando como base o livro de ANDRINE, (2012), vamos ver um caso envolvendo a Álgebra Geométrica. No primeiro caso temos a seguinte equação $x^2 + 8x + 7$, na qual se você tentar chegar a um quadrado perfeito não vai conseguir. Vamos tomar como base a figura 4.

Figura 5. Possível solução geométrica da complementação de quadrado



Fonte: (ANDRINE, 2012, p.51)

Perceba que, de acordo com a equação, x^2 é a área do quadrado menor que tem como lado x, e que $8x = 2.4x$, ou seja, $4x$ é a área de um dos retângulos, mas 7 não pode ser a área do quadrado maior, com isso, para que essa equação seja um quadrado perfeito a área do quadrado maior tem que ser 16, como pode perceber na figura X, já que seu lado tem como medida 4, com isso para que a expressão $x^2 + 8x + 7$ seja um quadrado perfeito teríamos que adicionar algo ao número 7 para chegar em 16.

$$x^2 + 8x + 7$$
$$x^2 + 8x + 7 + 9$$
$$x^2 + 8x + 16$$

Chegamos à seguinte expressão $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, que representa um quadrado perfeito e, portanto têm as propriedades da proposição de Euclides, assim podemos representar geometricamente.

→ **Mais um desafio.**

De acordo com o que você viu no item “Uma curiosidade”, podemos perceber que mesmo ao nos depararmos com questões que não possuem características de quadrado perfeito, podemos transformá-los, e assim trabalhar com o método da proposição 4 do livro II dos elementos de Euclides.

Sabendo disso dadas as seguintes expressões tente chegar a um quadrado perfeito e logo após represente-os geometricamente.

a) $x^2 + 12x + 30$

b) $x^2 + 3x + 2$

Atividade 2

Sugestão: Essa atividade pode ser uma continuação da atividade 1.

Pré-requisito: Para a realização da atividade os alunos devem ter estudado complementação de quadrado (Sugestão da Atividade 1).

A complementação de quadrado pelo método Árabe

Traremos esta atividade com a proposta de apresentar os conceitos, manipulações e significados sobre a complementação de quadrado, envolvendo aspectos geométricos e algébricos. Com isso pretendemos trazer questões que trabalhem com o assunto de Equação Quadrática, a partir do contexto histórico Árabe.

Objetivos:

Mostrar meios de resoluções de Equações Quadráticas através da complementação de quadrado de acordo com a civilização Árabe.

→ Um pouco de História

De acordo com fontes históricas os Árabes possuíam um grande domínio sobre a álgebra, nesse sentido surge nessa civilização um grande estudioso da Matemática, Al-Khowarizmi. Uma de suas contribuições para a Matemática foi o livro intitulado por *Hisabal-jabrw'al-muqabalah*, mais conhecido como *Al-jabr*. Um dos meios como Al-Khowarizmi trabalhava com a álgebra era o método de eliminar membros de igualdades de uma equação, tais como, *jabr* (soma certo valor a ambos os lados da equação ou multiplicar ambos os lados da equação por outro valor, no intuito de eliminar valores negativos e frações) e *muqabala* (subtrair certo número de ambos os lados da equação para eliminar números positivos).

Gutierre (2003, p.150) relata que:

> A álgebra de Al-kwarizmi é expressa em palavras, ou seja, ele não utilizava nenhum tipo de símbolo. Ao invés de x^2, por exemplo, ele escrevia quadrado, ao invés de x, escrevia raízes. Os coeficientes das variáveis e os termos independentes eram chamados de números.

Boyer (2010) traz que os capítulos IV, V e VI do livro de Al-Khowarizmi, são bastante interessantes já que apresenta, "(...) três casos clássicos de equações quadráticas com três termos: (1) quadrado e raízes iguais a números, (2) quadrados e números iguais a raízes, e (3) raízes e números iguais a quadrados" (BOYER, 2010, p.157).

→ Eis o nosso primeiro desafio! (Fonte: GUTIERRE (2003)).

Complete os espaços em branco:

1. Al-kwarizmi não utilizava nenhum tipo de símbolo. Ao invés de x^2, ele escrevia ________________________;

2. A variável x era chamada de ____________________;

3. Os coeficientes das variáveis e os termos independentes eram chamados de __________________________;

4. Leia: “Se o quadrado junto com 3 é igual a 12 raízes, diga-me quanto vale uma raiz” Você seria capaz de escrever a equação acima na forma simbólica? Vamos, tente!

5. Relacione a 2ª coluna de acordo com a 1ª. Na primeira coluna temos, em linguagem retórica, de equações quadráticas classificadas por Al-Kwarizmi e, na segunda coluna, temos as equações escritas na forma simbólica.

(1) quadrados iguais a raízes () $x^2 + 21 = 10x$
(2) quadrados iguais a números ( ) $x^2 = 4x$
(3) quadrados e raízes iguais a números () $3x + 2 = x^2$
(4) quadrados e números iguais a raízes ( ) $x^2 = 16$
(5) raízes e números iguais a quadrados () $x^2 +2x = 5$

→ **Uma ideia**

Vocês perceberam que Al-Kwarizmi trabalhava com as Equações Quadráticas como uma representação geométrica. Vamos recordar o que trabalhamos na atividade 1, sobre o método grego que traz como destaque a proposição 4 dos elementos de Euclides.

Numa expressão do tipo $x^2 + 8x + 7$. Tiramos a ideia que x^2 é a área do quadrado, $8x = 2 \times 4x$, que é a área de dois retângulos, porém 7 não pode ser a área desse quadrado, e então completamos o quadrado.

$$x^2 + 8x + 7$$
$$x^2 + 8x + 7 + 9$$
$$x^2 + 8x + 16$$

Chegando assim na seguinte igualdade $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$.

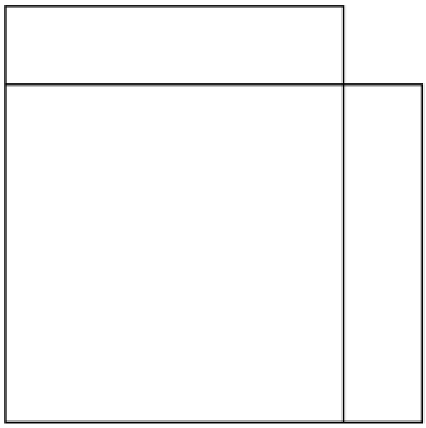
→ **Um desafio (atividade retirada da dissertação de GUTIERRE (2003)).**

De acordo com o que já vimos sobre complementação de quadrado podemos ir mais além, nas nossas soluções. Vejamos um exemplo, seja a Equação Quadrática $x^2 + 4x = 8$, ou seja, x^2 representa à área de um quadrado e 4x a área de dois retângulos, porém perceba que para ser um quadrado perfeito ainda está faltando à área do outro quadrado. Conseguimos fazer algumas manipulações que podemos chegar a um trinômio perfeito. Fazendo uma interpretação geométrica dessa equação podemos perceber que, a soma da área do quadrado com os dois retângulos é igual a 8.

6. Vamos então conhecer o método que Al-kwarizmi utilizava para resolver as equações completas do 2º grau, em seu livro Al-jabr?

Ele resolvia a equação $x^2 + 10x = 39$, por exemplo, utilizando o método de completar quadrados.

a) Na figura abaixo, localize o que representa os termos x^2 e $10x$.



b) A área dessa figura é igual a_______. Ou seja, $x^2 + 10x = 39$.

c) Complete o quadrado para tornar a expressão $x^2 + 10x$ um trinômio quadrado perfeito.

d) Assim, obtemos que a área do quadradão é $39 +$ ______. Ou seja, a área do quadradão de lado $x + 5$ é igual a ______.

e) Se a área do quadradão é igual a 64 unidades de área, então, o lado do quadradão mede ________. Daí pode concluir a seguinte equação: $x + 5 = 8$. Logo, a solução da equação $x^2 + 10x = 39$ é $x =$ ______.

Atividade 3

Explorando as soluções de Equações Quadráticas babilônicas

Essa atividade tem como proposta rever como os babilônicos resolviam questões envolvendo o assunto de Equação Quadrática, com o intuito de mostrar outros possíveis métodos de soluções. Através do contexto histórico, implícito na atividade, almejamos fazer com que os alunos se apropriem de um novo significado para esse conteúdo.

Objetivo:

Realizar transformações de unidade da civilização babilônica, da base sexagesimal para o nosso sistema de numeração. Como também se apropriar de manipulações algébricas desta mesma civilização, seguindo alguns passos para chegar à solução desejada.

→ **Um pouco de História**

Fontes históricas trazem que o possível surgimento da Álgebra tenha sido pelos babilônios, e que essa civilização tinha seu próprio método de soluções para esses tipos de problemas. No entanto, nessa época a escrita das equações era bem diferente comparando com as de hoje, por exemplo, eles usavam palavras conhecidas por nós, tais como comprimento, largura, área e volume no lugar das variáveis, entre outras diferenças.

O que podemos também evidenciar é que seu método de numeração era diferente daquele utilizamos nos dias de hoje, tendo assim a escrita cuneiforme e a equação era toda escrita através de palavras, tendo como base 60.

→ **Sugestões:**

Para a realização desta primeira etapa da atividade, sugerimos que primeiro você entenda o sistema de numeração babilônico sexagesimal, ou seja, base 60. Mostraremos como escrever um número nessa base. No entanto, para melhor entender usaremos a escrita na qual utilizamos hoje.

Seja o número $20{,}50$ na numeração babilônica. Vamos ver o que este número representaria em nosso sistema. Preste bem atenção: Para o sistema de numeração dos babilônicos eles consideravam as unidades até o número 59, e daí por diante transformavam os números em uma base que equivale a 60 unidades. Ou seja:

$$20{,}50 = 20x60 + 50 \text{ (base sexagesimal)}$$
$$= 1.250 \text{ (nosso sistema de numeração)}$$

E assim o número babilônico $20{,}50$ pode ser escrito em nosso sistema de numeração como sendo 1.250. O que você pode perceber que, os números antes da vírgula são transformações de unidades para base 60, e os números depois da vírgula são as unidades.

→ **Eis o nosso primeiro desafio!**

1. Tomando como base a numeração babilônica, tente transformar as seguintes expressões que estão no sistema babilônico em nosso sistema de numeração.

a) $21{,}58$ (base sexagesimal)

b) $14{,}30$ (base sexagesimal)

c) $102{,}40$ (base sexagesimal)

d) $5{,}8 + 14{,}2$ (base sexagesimal)

→ A Equação Quadrática Babilônica

Você aprendeu na atividade anterior como transformamos um número da base 60, para o nosso sistema de numeração, agora vamos mais além. Os babilônicos trabalhavam com Equações Quadráticas do tipo: $x^2 - px = q$ ou $x^2 + px = q$, possuindo métodos característicos para cada uma dessas equações. Porém iremos trabalhar apenas com as equações da forma $x^2 - px = q$.

Os babilônicos interpretavam esses tipos de equações como x^2 sendo a área de um quadrado, p o lado do quadrado e q a subtração ou soma desses dois valores.

Vejamos os passos de como eles chegavam ao resultado para equações do tipo $x^2 - px = q$:

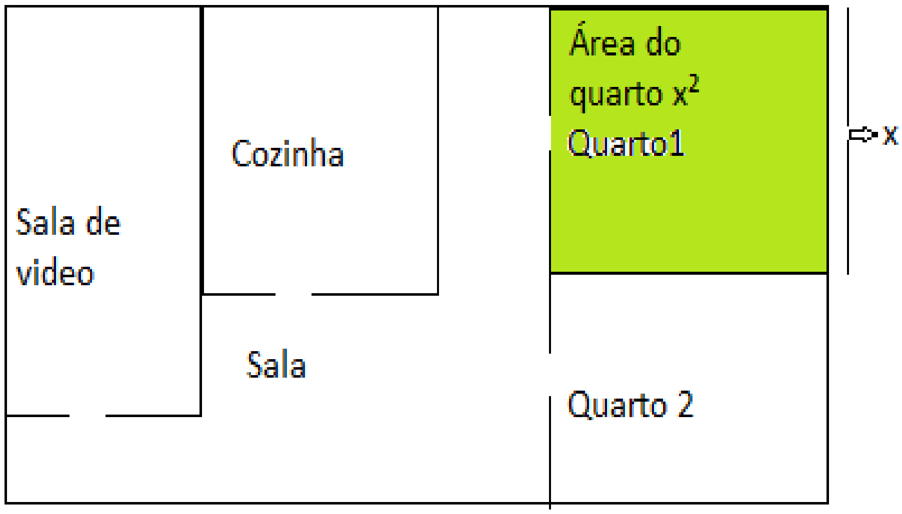
- Passo 1. Pegue a metade do valor que multiplica a variável x, ou seja, p, e logo após multiplique o resultado por ele mesmo.

- Passo 2. Some o resultado do passo 1 com o resultado da subtração da área pelo lado do quadrado, ou seja, q. E logo após extraia sua raiz quadrada.

- Passo 3. Some o valor obtido no passo 2 com a metade do número que multiplica a variável x. Chegando assim ao resultado final.

→ Vamos a mais um desafio

2. De acordo com a Equação Quadrática Babilônica, calcule o valor do lado do quarto 1, que tem formato de um quadrado, de modo que, sua área menos o seu lado tem medida 24,75.



3. Seja a Equação Quadrática $x^2 - 2x = 399$, ou seja, a diferença entre a área de um quarado menos seu lado é igual a 399, sabendo disso qual é o valor do seu lado e de sua área?

4. Como poderíamos representar o valor de 380 na base sexagesimal.

→ **Concluindo mais uma etapa**

De acordo com o item "A Equação Quadrática Babilônica" no que diz respeito às equações do tipo $x^2 - px = q$, você conseguiu resolver a questão de número dois. Agora vamos um pouco mais além, de acordo com as etapas de solução pelo método babilônico e com a equação $x^2 - px = q$, faça uma generalização, chegando assim a uma fórmula geral.

Atividade 4

Explorando as soluções de Equações Quadráticas além da história.

Nesta atividade propomos explorar o método de soluções dos Hindus, para que os alunos percebam que em civilizações passadas o assunto de Equação Quadrática já estava presente, inclusive com métodos característicos de resolvê-los.

→ Objetivo

Desenvolver solução de Equações Quadráticas pelo método dos hindus e com isso formular o método de solução dessa civilização a partir as informações históricas a respeito de sua construção.

→ Um pouco de História

Os hindus tiveram um papel importante no desenvolvimento das Equações Quadráticas, alguns ficaram bem conhecidos, como podemos citar Bháskara, cujo método de resolução é bem conhecido nos tempos de hoje.

O método que os hindus utilizavam para resolver Equações Quadráticas é bem parecida com o utilizado nos dias atuais, porém no nosso método de resolução podemos encontrar duas raízes como solução, no entanto, os hindus traz apenas uma raiz positiva como resposta.

→Sugestão da atividade:

Nesta atividade propomos trabalhar com método de resolução hindu em Equações Quadráticas do tipo $ax^2 + bx + c = 0$. Porém, essa civilização seguia alguns passos para chegar as suas soluções. Segue abaixo os passos na qual os hindus seguiam:

- Passo 1. Pegue o coeficiente que multiplica x^2 que nesse caso é a e multiplique pela variável c.

- Passo 2. Pegue o coeficiente que multiplica x, no caso b e divida por dois, em seguida eleve ao quadrado, e logo após some com o passo 1.

- Passo 3. Extraia a raiz do resultado do passo 2 e subtraia da metade do número que multiplica o coeficiente x.

- Passo 4. Pegue o resultado do passo 3 e divida pelo coeficiente que multiplica x^2.

→Segue nosso primeiro desafio

1. Com o auxílio do item "Sugestão da atividade" tente calcular o valor de x na Equação $x^2 + 4x = 21$ pelo método hindu.

→ Concluindo a atividade

De acordo com o item "Sugestão da atividade" você conseguiu resolver a questão de número 1. Agora vamos um pouco mais além, de acordo com as etapas de solução pelo método hindu com Equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, faça uma generalização, chegando assim a uma fórmula geral.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo geral realizar um estudo sobre o desenvolvimento histórico da Equação Quadrática. Para alcançarmos nosso objetivo realizamos alguns passos, dentre eles, estudos baseados em pesquisa, teses, artigos, livros e documentos, que trazem ideias de como abordar o ensino de Matemática utilizando-se da História da Matemática, bem como, sobre a história do desenvolvimento Algébrico com o foco nas Equações Quadráticas.

Um dos temas discutido no presente trabalho foi “A importância da História da Matemática como recurso metodológico”, fizemos uma abordagem da importância da História da Matemática como ferramenta metodológica, trazendo assim alguns pontos com relação ao tema. Esse capítulo trouxe como contribuição a possível abordagem da História da Matemática como recurso em sala de aula, já que abordam, alguns trechos de pesquisas e documentos que mostram a história como ferramenta metodológica e, alguns meios de como utilizá-la.

Outro tema discutido foi “Um resgate histórico da Álgebra e das Equações Quadráticas” trouxemos um pouco da história da álgebra, passando por algumas civilizações, como a Babilônia, Grega, Egípcia, Árabe e Hindu. Neste capítulo apresentamos resoluções de Equações Quadráticas no passar do tempo, mostrando um pouco da evolução algébrica. Esse capítulo trouxe como contribuição a visão de que a fórmula de Bháskara não é apenas o meio de calcular soluções de Equações Quadráticas.

Por fim, com o intuito de contribuir para uma melhor aprendizagem do aluno, apresentamos algumas atividades no capítulo quatro que trazem métodos de solução de Equação Quadrática a partir da História da Matemática, na qual, estas atividades perpassam meios de resoluções, envolvendo alguns trechos históricos.

Pretendíamos, ainda, nesse trabalho responder a pergunta ‘Além da conhecida ‘fórmula de Bháskara’, existem outros métodos que podemos utilizar na sala de aula para encontrar solução de equações Quadráticas? Acreditamos que conseguimos responder a essa pergunta, pois mostramos a partir da história que a álgebra evoluiu com o tempo, e que essa evolução trouxe alguns métodos de resoluções para Equações Quadráticas. Como já foi abordado, buscamos apresentar alguns desses métodos de resoluções nas propostas de atividades para serem trabalhadas em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Mário de Souza. **Elaboração de projeto, TCC, dissertação e tese:** uma abordagem simples, prática e objetiva/ Mário de Souza Almeida. - São Paulo: Atlas, 2011.

ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática, 9**/ Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. - 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção praticando matemática).

BAUNGART, John K. **História da álgebra** / John K. Baumgart; trad. Hygino H. Domingues. – São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**/ prefacia de Isaac Asimov; revista pr. Uta C. Merzbach; tradução de Elza F. Gomide – 3. Ed – São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL. Câmara dos Deputados. Sessão: 087.1.54. O. **Transcurso do Dia da Educação**: Classificação do Brasil em 84º lugar no Índice de Desenvolvimento Educacional – IDE, 28/04/2011. Brasília, 2011. Disponível em: < http://www.camara.leg.br/internet/sitaqweb/TextoHTML.asp?etapa=5&nuSessao=087.1.54.O&nuQuarto=42&nuOrador=1&nuInsercao=31&dtHorarioQuarto=16:03&sgFaseSessao=PE&Data=28/04/2011&txApelido=STEFANO%20AGUIAR,%20PSC-MG&txFaseSessao=Pequeno%20Expediente&txTipoSessao=Ordin%C3%A1ria%20-%20CD&dtHoraQuarto=16:03&txEtapa=#> . Acesso em Out/2016.

BRASIL, Ministério da Educação, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Volume 2. Brasília: MEC, 2006.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. **Revisitando uma velha conhecida:** a história da equação do segundo grau. Anais da segunda bienal da sociedade brasileira de matemática, SALVADOR, BAHIA, p. 1-49, 2004. ·.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática, uma breve história. São Paulo; Editora Livraria da Física, 2008. Vol. I.

DIAS, Graciana Ferreira. **Utilizando processos geométricos da história da matemática para o ensino de equações do 2º grau**. 2009. 166 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

EVES, Howard, **Introdução à história da matemática**/ Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

Garcia, Fabiano Teixeira. **A prática de ensino com a história da matemática na formação inicial de professores de matemática na modalidade à distância** [manuscrito] / Fabiano Teixeira Garcia – 2013.

GIL, Paulo Duarte Bastos. François Viète: **o despontar da álgebra simbólica**. Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto - Departamento de Matemática Pura, 2001. Dissertação de Mestrado em Matemática – Fundamentos e

Aplicações. Disponível em: http://hdl.handle.net/10216/9979. Acesso 02 de setembro de 2016.

GUTIERRE, Liliane dos Santos. **Inter-relações entre História da Matemática, a Matemática e sua aprendizagem** / Liliane dos Santos Gutierre. – Natal, 2003. 261 p. il.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula; tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

______. **Atividade históricas para o ensino da trigonometria**. IN: MIGUEL, A. et al. História da Matemática em Atividades Didáticas. 2ª edição. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antônio. **História na Educação Matemática:** Propostas e Desafios/ Antônio Miguel, Maria Ângela Miorim. -1 ed., 2 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos de educação e ensino).

PITOMBEIRA, João Bosco, ROQUE, Tatiane. **Tópicos de história da Matemática coleção PROFMAT**. 1 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

PARAÍBA, **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural**. Governo do Estado da Paraíba. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. – João Pessoa: SEC/ Grafset, 2010.

SIMÕES, Janaina M.; GANGEMI Pedro Paulo T.; FRARE Irineu R.; LEAL Ana B. **Uma Experiência de Aprendizado Teórico Crítico**. Revista produção on-line. [on-line]. Edição 4 Recife: Gestão. Org, Nov/Dez 2006. Disponível em: < http://www.revista.ufpe.br/gestaoorg/index.php/gestao/article/viewFile/162/144 >