UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATÉMÁTICA

DIEGO MATIAS DE OLIVEIRA CUNHA

ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS DO 1º GRAU NO ENSINO MÉDIO: DISCUSSÃO INTERDISCIPLINAR COM A FÍSICA

RIO TINTO - PB
2016

DIEGO MATIAS DE OLIVEIRA CUNHA

ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS DO 1º GRAU NO ENSINO MÉDIO: DISCUSSÃO INTERDISCIPLINAR COM A FÍSICA

Monografia, apresentado ao Curso de Matemática do Campus - IV da Universidade Federal da Paraíba - UFPB. Como parte de requisito para a obtenção de título de graduação em Licenciatura Matemática.

Orientador Profº. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão.

RIO TINTO - PB

2016

DIEGO MATIAS DE OLIVEIRA CUNHA

ENSINO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS DO 1º GRAU NO ENSINO MÉDIO: DISCUSSÃO INTERDISCIPLINAR COM A FÍSICA

Monografia, apresentado ao Curso de Matemática do Campus - IV da Universidade Federal da Paraíba - UFPB. Como parte do requisito para a obtenção de título de graduação em Licenciatura em Matemática.

Aprovado em _____/ _____________________/ __________

Banca Examinadora

____

Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão (DCE/CCAE/UFPB)
Orientador

____

Prof. Ms. Agnes Liliane Lima Soares de Santana (DCE/CCAE/UFPB)
Avaliadora

____

Prof. Dr. Hélio Pires de Almeida (DCE/CCAE/UFPB)
Avaliador

Dedicatória

As minhas avós, Inês e Teresinha, aos meus pais, Graça e José Pereira, por terem feito parte da minha educação e ter me tornado um sujeito ético. E ao meu avô, João Matias, ao qual tenho sua vida como exemplo, por seu caráter e dedicação ao que faz.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, antes de qualquer coisa, a Deus, por ter guiado meus passos e ter me proporcionado momentos de extrema felicidade até aqui, além de momentos que serviram de aprendizagem.

Aos meus pais: Graça e José Pereira, pela significativa contribuição para a minha formação como sujeito ético e seguidor de princípios, tudo isso com amor e solidariedade aos que mais sofrem.

A minha irmã, Vanessa Amables, à qual tenho um grande respeito e admiração. Além de tudo, por ter dado a nossa família o nosso maior presente, João Lucas, meu sobrinho.

Também agradeço, com um imenso prazer, aos meus avós: Teresinha, Inês e João Matias, responsáveis diretos por me tornarem uma boa pessoa, atento aos perigos da vida, as pessoas más, mas também reconhecedor e admirador de pessoas que escolhem o lado do bem como parâmetro de vida e de carreira.

Ao meu Orientador Emmanuel Falcão – “grande Falcão” – que tive o prazer de escolhê-lo por diversos motivos, os principais: amizade, companheirismo, exemplo de pessoa do bem, exemplo de profissional e admirador de pequenas coisas, do que é simples.

Por fim, agradeço aos meus amigos de residência e de todo o período em que estive graduando, são eles: Samuel Fernandes, Isac Faustino, Ubiratam Barbosa, Alexandre Rodrigues, Francinaldo de Meireles, Adriano Alves, Anael Baptista, Vágner Santos, Leonardo, Marcus Vinícius, Jordânia, Marcone Pereira e em especial Leandro Santos – Cowboy – que perdemos a alguns anos, mas que, até hoje, segue vivo em nossa memória e em nossos corações.

RESUMO

Nosso trabalho tem por objetivo apresentar um debate teórico, sobre a interdisciplinaridade, envolvendo Física e Matemática, para o ensino de Função. A fim de desenvolvermos tal objetivo, tratamos alguns tipos de funções Matemáticas que são utilizadas no estudo da Física do Ensino Médio. Apresentamos debates teóricos que falaram sobre a utilização da interdisciplinaridade, seguido das análises de gráficos e tabelas que trabalharam relações entre grandezas do meio físico com a Matemática, diagnosticando-as com exemplos e culminando em deduções de fórmulas. Defendemos e evidenciamos a aproximação do meio Físico com as análises características da Matemática, baseado nos documentos oficiais de Educação do Brasil, propostos para o Ensino Médio. Para desenvolvimentos de nossos objetivos, nos lançamos a uma pesquisa do tipo Explicativo e Experimental, de caráter qualitativo. Para revisão bibliográfica, utilizamos Nogueira (2001), Soares (2009) e vários documentos oficiais de educação do Brasil. As contribuições de nossa pesquisa é que reforçamos as bases teóricas que fundamentam a importância de se trabalhar com interdisciplinaridade, e as contribuições que esta prática, quando bem planejadas, pautada em nossos discursos teóricos, podem promover, bem como ofertar um acervo de reflexões teóricas que o professor pode desenvolver, com base em nossas discussões teóricas. A título de sugestões de pesquisas futuras, indicamos que sejam sistematizadas coleta de dados formais, que possam comprovar nossas deduções de natureza de senso comum, e informal.

Palavras-chave: Função. Interdisciplinaridade. Matemática. Física.

ABSTRACT

Our work aims to present a theoretical debate on interdisciplinary, involving physics and mathematics, to function teaching. In order to develop this goal, we treat some types of Mathematical functions that are used in the study of high school physics. We present theoretical discussions who spoke on the use of interdisciplinarity, followed by chart analysis and tables that worked relations between magnitudes of the physical environment with mathematics, diagnosing them with examples and culminating in formulas deductions. We argue that evidence the approach of Physical medium with the analysis features of mathematics, based on official documents of Education of Brasil, proposed for the high school. For developments of our goals, we launched in a research Explanatory and Experimental type of qualitative character. For literature review, we use Nogueira (2001), Soares (2009) and several official documents of education in Brazil. The contributions of our research is to reinforce the theoretical basis underlying the importance of working with interdisciplinary, and the contributions that this practice, when well planned, based on our theoretical discourses, can promote and offer a wealth of theoretical reflections the teacher may develop, based on our theoretical discussions. By way of future research suggestions, indicated that they are systematized collection of formal data, which can prove our deductions from common sense of nature, and informal.

Keywords: Function. Interdisciplinarity. Mathematics. Physics.

Lista de Abreviações

ESA - Educandário Santo Antônio
IBGE- Instituto brasileiro de Geografia e Estatística
PB – Paraíba
PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA - Programa Internacional de Avaliação do Aluno
SAEB - Sistema de Avaliação de Educação Básica
SUCAM - Superintendência de Campanhas Médicas da Saúde Pública
UEPB - Universidade Estadual da Paraíba
UFPB - Universidade Federal da Paraíba
KM – Quilômetros
MRU – Movimento Retilíneo Uniforme
MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Lista de Figuras

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho o conteúdo de funções terá seu estudo voltado para: Funções polinomiais do 1º grau; análise de gráficos e tabelas. O estudo desse tema será auxiliado pelos conteúdos propostos para o ensino da Física, no Ensino Médio, dando início a uma proposta de planejamento interdisciplinar. A estrutura do presente trabalho está dividida em quatro capítulos.

De início, tratamos da Justificativa, Pressupostos teóricos – metodológicos, os objetivos desta pesquisa e sua estrutura. Logo depois, os temas estruturadores da pesquisa (Conhecimento, Funções Matemáticas, Interdisciplinaridade e Ensino Médio) são devidamente trabalhados. A presença dos cálculos, definições matemáticas e a proposta didática se torna evidente no terceiro capítulo relacionado com Funções do 1º grau relacionadas com a dependência entre grandezas no mundo da Física. Por fim, analisamos os resultados obtidos pela pesquisa através de uma conclusão de visão geral de nosso trabalho.

1.1 - Justificativa

Nossa proposta de trabalho é a de propor, teoricamente, a perspectiva da ação interdisciplinar, integrando os conhecimentos matemáticos e físicos - se deu devido a experiências em sala de aula, no ensino da Matemática do Ensino Médio, mais especificamente o conteúdo de funções e suas várias aplicações no cotidiano, inclusive no universo da Física no Ensino Médio. Esse diagnóstico de que a Física poderia servir de apoio ao ensino da Matemática e vice-versa, veio da experiência que tive em sala de aula, lecionando esta disciplina na Escola de Ensino Fundamental e Médio: Colégio – Certo, situada na cidade de Rio Tinto. Foi daí que senti a necessidade dessa articulação, de modo que uma auxiliasse na compreensão da outra.

Essa ideia de articular as disciplinas surgiu da experiência adquirida no projeto monitoria integrada, onde, na oportunidade, trabalhamos a interdisciplinaridade, a articulação entre diferentes disciplinas. Naquela ocasião as disciplinas de Matemática eram a nível superior, apresentadas a estudantes que no momento necessitavam de auxílios e de propostas de ensino voltadas para o acompanhamento dos conteúdos, naquele momento, propostos em sala de aula no curso de Matemática. O sucesso obtido, com a utilização dessa metodologia, trouxe a ideia de amplia lá para o ensino da Matemática no Ensino Médio, neste caso o conteúdo de funções, articulado em conteúdos programáticos para a disciplina de Física, nesse mesmo nível de ensino.

O conteúdo matemático de funções foi o que mais se familiarizou com alguns conteúdos da Física propostos para o Ensino Médio, através da experiência obtida na sala de aula, foi possível notar essa aproximação da Física com a Matemática, na maioria das vezes na relação Física entre algumas de suas grandezas.

A utilização da interdisciplinaridade nessa nova proposta de ensino, a pesquisa aprofundada nos documentos oficiais que regem a educação no Ensino Médio sobre sua função no âmbito educacional, as formas de como trabalhá-la em sala de aula e seus aspectos principais, ao final de seu estudo busca aproximar o corpo docente dessa nova perspectiva de ensino. Com a associação dos conteúdos de diferentes áreas os professores poderão ter um avanço no seu nível de conhecimento, tornando-o mais abrangente e diversificado.

Assim como é dito nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), sobre a interdisciplinaridade, é a de que, muitas vezes, a mesma é confundida com o trabalho coletivo ou como oposição às disciplinas escolares. Esperamos ao final dessa pesquisa passar mais confiança aos professores de Matemática para utilizar-se dessa metodologia em sala de aula, em trabalhá-la da forma correta, obter o sucesso necessário na aprendizagem de um determinado conteúdo, eliminando as ideias equivocadas sobre a sua oposição às outras disciplinas, como foi dito acontecerem em várias ocasiões.

As orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais trazem uma espécie de dever a ser cumprido pela Matemática quando se diz respeito ao seu propósito na educação:

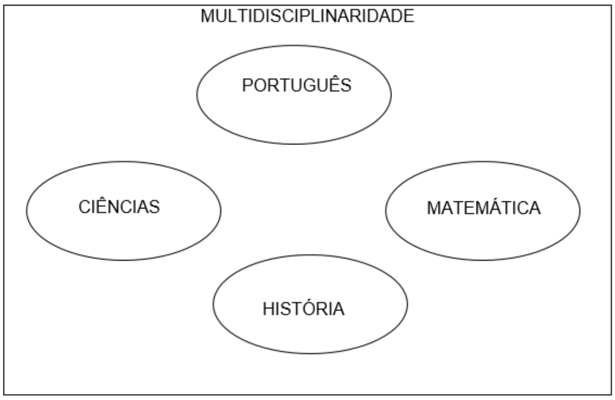
> Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento. (BRASIL, 2002 p. 111).

Com a proposta interdisciplinar – a associação entre diferentes conteúdos, trabalhada nessa pesquisa, ajudará na consolidação do papel principal que o conhecimento matemático deve ter na educação, destacando o apoio a outras áreas do conhecimento.

Vale destacar, teoricamente, mesmo que de modo sucinto, a diferença entre termos, que costumeiramente, costumam haver. Discorreremos os conceitos de multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade, interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade.

O conceito de multidisciplinaridade está relacionado ao envolvimento de várias disciplinas na discussão de um tema sem ocorrer a interação entre os saberes, logo, às disciplinas não dialogam. A figura 1 representa a multidisciplinaridade de acordo com Nogueira (2001).

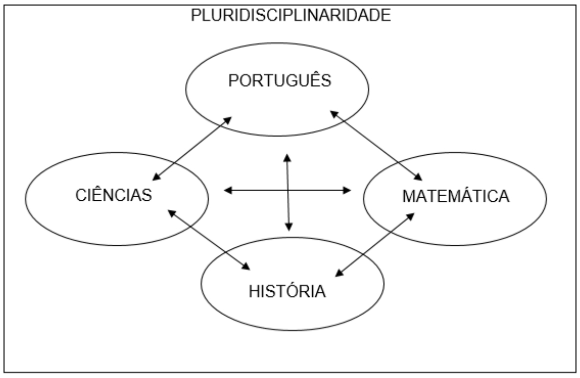
Figura 1 – Exemplo de Multidisciplinaridade



Fonte: Nogueira (2001)

A título de senso comum, defendemos que, pautado na nossa experiência escolar, as instituições costumam abordar esse tipo de recurso metodológico. A figura nos mostra que não há diálogo entre as áreas de conhecimento, as disciplinas tratam de um mesmo objetivo, formar o cidadão, só que permanecem isoladamente. Já no projeto pluridisciplinar, há interação entre as disciplinas, mas os objetivos são distintos, não há coordenação ou planejamento. Ou seja, as disciplinas dialogam, mas cada área com os seus objetivos. Portanto, os objetivos são diferentes para cada área de conhecimento. As disciplinas não trilham em um modo de interdependência, sem relação entre elas. Como expõe a figura 2, de Nogueira (2001)

Figura 2 – Exemplo de Pluridisciplinaridade



Fonte: Nogueira (2001)

Nossa interpretação teórica, da representação figural e do teórico citado é que, proposta como as “feiras de ciências”, trabalhadas em algumas instituições, trazem muito esse recurso metodológico. Por exemplo, em uma proposta de se abordar “montanhas russas” dos parques de diversões, um geógrafo falaria de onde as montanhas russas foram projetadas, um historiador a situaria no tempo e no contexto local dessa época, um físico falaria das acelerações, velocidades adquiridas, um matemático versaria da quantidade de pessoas que utilizam o brinquedo, a renda ganha por uso, etc.

Ainda pela Figura 2 podemos considerar que houve um progresso, no que diz respeito a interação entre as áreas de conhecimento, mas como já foi explicitado, isso ocorre de forma isolada, mantendo os objetivos distintos. Esses objetivos não caminham rumo a um benefício comum. Por sua vez, a interdisciplinaridade proporciona o diálogo com as diferentes áreas de conhecimento, apresentando uma interdependência dos seus conteúdos. Portanto, nesse processo, deve haver um planejamento para que se possa sempre haver a interação entre elas. Para Nogueira (2001, p. 189):

> Esse momento é importante, pois é necessário coordenar de maneira integrada os objetivos, atividades, procedimentos, atitudes, planejamentos, a troca, o diálogo, para que ocorra um intercâmbio de conhecimento, saberes entre as disciplinas.

Portanto, justificam-se pesquisas que mostrem a importância da interdisciplinaridade para uma construção de uma aprendizagem significativa. Salvo os PCN, a interdisciplinaridade:

> [...] supõe um eixo integrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido, ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafie uma disciplina isolada e atraia a atenção de mais de um olhar, talvez vários. (BRASIL, 1997, p. 88-89)

Logo a interdisciplinaridade proporciona vários olhares para uma mesma aplicação, que embora abordado, de modo expositivo, base do ensino tradicional, pode ser significativo. Já o conceito de transdisciplinaridade, para Nogueira (2001), não há o isolamento das disciplinas. Pretende-se, neste modelo, superar o conceito de disciplina, objetivando a coordenação do conhecimento, como um todo, em um sistema lógico, permitindo múltiplas conexões. Por se tratar de uma realidade difícil de ser exequível, na lógica do currículo escolar vigente, optamos por justificar uma pesquisa que fundamente a interdisciplinaridade.

Dessa forma, temos substância teórica para reforçar a importância do uso da interdisciplinaridade no contexto escolar justificando assim, as necessidade da pesquisa.

1.2 Objetivos

Geral: Apresentar uma discussão teórica para contextualizar o ensino do conteúdo de funções associada ao estudo da Física de modo interdisciplinar, para o Ensino Médio.

Específicos:

- Levantar tipos de funções Matemáticas que são utilizadas no estudo da Física do Ensino Médio;

- Utilizar a interdisciplinaridade entre a Matemática - no conteúdo de funções - e conteúdos da Física propostos para o Ensino Médio;

- Analisar gráficos e tabelas que trabalhem com a relação entre grandezas do meio físico, diagnosticando-as como exemplos de funções;

- Tornar evidente a aproximação do meio físico com a Matemática, com o auxílio dos documentos oficiais propostos para o Ensino Médio.

- Sugerir Possibilidades de pesquisas futuras

1.3 Pressupostos Teóricos-Metodológicos

Nossa pesquisa é de cunho qualitativo, do tipo Explicativa, quanto a seus objetivos, uma vez que, para Gil (2008), pesquisas deste tipo desejam identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos. É o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas.

Essencial a nossa revisão bibliográfica, que tem por fim, expor diálogos que fundamentam a Física, graças às contribuições Matemática.

No que se refere aos seus métodos, essa pesquisa é do tipo Experimental. Para Gil (2008), essa abordagem investigativa procura explicitar as variáveis que seriam capazes de influenciar um evento, no nosso caso, as constatações Físicas.

1.4 Estrutura do Trabalho

Apresentamos essa pesquisa estruturada em quatro capítulos:

O Primeiro: *Introdução*, expomos os objetivos da pesquisa e os pressupostos teóricos-metodológicos.

O segundo: Temas Estruturadores: Conhecimento, Funções Matemáticas, Interdisciplinaridade e Ensino Médio, tratamos de citações teóricas, sustentadas pelos documentos oficiais de educação no Brasil, sobre Funções Matemáticas, Interdisciplinaridade e Ensino Médio.

O terceiro: Funções do 1º grau relacionadas com a dependência entre grandezas no mundo da Física: uma discussão didática, apresentamos um debate teórico que pode auxiliar o docente a fundamentar a física de modo interdisciplinar, nas aulas de Matemática, ou vice versa.

O quarto: Considerações finais, apresentamos as contribuições de nosso trabalho, a síntese de nossas reflexões, e as possibilidades de pesquisas futuras que nossa investigação incita.

2. TEMAS ESTRUTURADORES: CONHECIMENTO, FUNÇÕES MATEMÁTICAS, INTERDISCIPLINARIDADE E ENSINO MÉDIO.

Neste capítulo apresentaremos conceitos da área da Matemática que dizem respeito ao conteúdo de funções que são trabalhadas no Ensino Médio bem como conceitos relacionados à proposta interdisciplinar com estudo da Física.

2.1 - Conhecimento

O que não deve fugir de nosso entendimento, pelo fato de ser algo por natureza abrangente, é o conhecimento. A sua formação, início, meio e fim, pode ou não seguir regras, definições, planejamentos, muitas vezes, ele simplesmente nos é apresentado, direta ou indiretamente. O ato de conhecer não está ligado apenas a absorção de teorias e procedimentos que são tidos como verdade ou válidos. Mas também está relacionado a tudo que se sabe de algo ou de alguém.

A cultura grega, tratava o conhecimento como o princípio de tudo, sendo peça única e central para a formação do homem. Para que fosse possível a transmissão desse conhecimento, a cultura clássica grega lançou o "enkuklios paideia", um novo sistema base da educação, de características flexíveis e transponíveis (SERENATO, 2008)

> A enkuklios Paideia não se reduzia a um mero saber enciclopédico, nem tão pouco a um acumulo ou justaposição de conhecimentos. Seu objetivo era permitir a formação e o desabrochamento da personalidade integral. As disciplinas não eram herméticas e indiferentes umas às outras. Pelo contrário, articulavam-se entre si, complementavam-se, formando um todo harmônico e unitário (JAPIASSU, 1976, p.47).

A Paideia, apesar da diversificação das áreas, tomava formas iguais para a base do conhecimento, já que a ideia seria de desenvolver o indivíduo integralmente, numa unificação da educação. Um fato que exemplifica claramente essa revolução na forma de se trabalhar o conhecimento, está na criação, por volta de 387 a.c., da academia platônica, onde eram discutidos assuntos generalizados, desde que os mesmos fossem de interesse da sociedade.

Nessa perspectiva, o "saber só podia exercer-se no âmbito da totalidade. O conhecimento particular só tinha sentido na medida em que remetia ao todo" (JAPIASSU, 1976, p. 21). Apesar de se apresentar claramente como uma proposta inovadora e adequada aos princípios da época, sua concepção unitária de conhecimento chegaria depois de um certo tempo ao fim.

A mudança viria após a explosão do Renascimento, na Idade moderna – período que revolucionou a sociedade e a cultura. Esse novo período histórico viria a modificar a forma e a liberdade do pensamento, já que, os pensamentos e hipóteses na Idade Média eram marcados por sua submissão aos dogmas da igreja (Instituição detentora dos direitos do saber e do pensamento), seria, portanto, a volta do homem como centro do universo, tomando como referência para a vida, a natureza. Surge desde já, uma busca incessante de novas verdades, de entendimento de vida, da resolução de problemas que desafiavam a sociedade, a impulsão significativa do homem a procura do saber, tudo isso desprendido da restrição feita pelas verdades da fé que até aquele momento barraram o desenvolvimento do conhecimento e a vontade das descobertas.

É nesse período que surgem alguns cientistas e pensadores revolucionários, dentre eles, Galileu Galilei (1564 – 1642) – criador da ciência moderna, que permitia chegar a conclusões pelo método experimental, o que viria a acarretar posteriormente no fim da ideia do universo como criação de Deus. A natureza surge como peça principal para respostas aos questionamentos da ciência. Uma verdadeira revolução científica se inicia, a atribuição de leis naturais expressas, inclusive, em termos matemáticos, advindos da Ciência (ATALAY, 2007).

De acordo com Serenato (2008), além de Galileu, outro cientista ficara marcado na história do conhecimento: René Descartes (1596 – 1650) – autor de o Discurso do Método, de 1637. A obra se baseia na procura de uma verdade que não houvesse espaço para dúvidas, mas que necessitava delas para se chegar a certeza. Naquela época o desenvolvimento científico e a filosofia caminhavam juntos, para se ter uma ideia, a Física até Newton era chamada de filosofia natural. O distanciamento dos pensamentos destes cientistas das chamadas verdades da fé, levou a ciência a ter mais objetividade e da forma mais impessoal possível, sem a interferência da emoção, que resultou em vários comprometimentos da estrutura da verdade científica.

Mais tarde, as necessidades da época, ou seja, com o início da revolução industrial foi preciso a prioridade de alguns saberes, por serem considerados mais importantes para o momento: A exigência cada vez mais forte da mão de obra especializada. “A complexidade do mundo e da cultura atual leva a desentranhar os problemas com múltiplas lentes, tantas como as áreas do conhecimento existentes” (SANTOME, 1998, p. 44). Não há mais sentido para a divisão do conhecimento.

2.2 Funções Matemáticas

À apresentação dos temas estruturais, que servem de foco para esta pesquisa, estão engajados nos estudos sobre o conteúdo de funções Matemáticas, sua estrutura, seus conceitos e suas propostas para a educação Matemática. O estudo desse tema será auxiliado pelos conteúdos propostos para o ensino da Física no Ensino Médio, dando início a uma proposta interdisciplinar. O conteúdo de funções por estabelecer relações entre grandezas, lhes dá a liberdade de ser auxiliado pela Física, já que, muitos de seus conteúdos como, por exemplo: O estudo do cálculo da distância em movimentos retilíneos uniformes de corpos, é dado pela variação da velocidade em relação ao tempo gasto num determinado percurso: d = v.t. Seus dados podem ser facilmente interpretados com a utilização de gráficos e tabelas.

O conteúdo matemático de funções tem sua relação com outras áreas do conhecimento de maneira abrangente. Assim como dizem os PCN + (BRASIL, 2002), esse conteúdo está presente em várias situações do cotidiano e nas formas gráficas que a mídia e várias outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. É baseado nessa dependência, que o estudo de funções se norteia. Segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), sobre o ensino de funções:

> Pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares (BRASIL, 2002, p. 121).

Sendo assim, ficou mais claro a necessidade da articulação da Física e o conteúdo de funções Matemáticas, tendo em vista que:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática (BRASIL, 2006, p. 121).

A proposta interdisciplinar com a Física, escolhida para se trabalhar o conteúdo de funções, dará uma abrangência maior ao seu estudo, o que o tornará mais diversificado, os estudantes ao verem exemplos de funções atribuídos a relações entre grandezas Físicas, por exemplo, dará vida a esse pensamento de diversificação do conhecimento matemático, trazendo confirmação para a afirmação dada nas Orientações Educacionais Complementares aos PCN BRASIL (2002):

> Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento (BRASIL, 2002).

O conhecimento, quando é tratado levando em consideração tudo aquilo que se adquire de informações de áreas diversas, priorizando a objetividade dos resultados, traz à tona o sentido de se aprender os fatos, fenômenos, que se apresentam na vida real. E está direcionado a nós o dever e a responsabilidade de interpretá-los e entendê-los de forma a dar continuidade significativa aos estudos. Quando tomamos para si a responsabilidade de unir os conhecimentos, que muitas das vezes se apresentam distintos, conseguimos interligar os caminhos que nos levarão a um só destino.

2.2.1 Exemplos de funções de dependência entre grandezas

O estudo de funções pode ser atribuído à diversas situações do cotidiano, uma delas se apresenta nas dependências entre grandezas. É com base nestas atribuições que se sente a necessidade de iniciar-se esse conteúdo, partindo dessa proposta, defendida pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio:

> O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras (BRASIL, 2006 p. 72).

Com base nas orientações curriculares, iremos falar um pouco mais sobre essa aproximação que existe entre a Matemática e a Física quando relacionamos o conteúdo de Funções ao estudo do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), onde perceberemos a clara e significativa dependência entre grandezas, peça estruturante ao entendimento de Funções matemáticas do 1º grau, já que seu estudo se baseia como forma de relação entre conjuntos, o resultado de uma grandeza dependendo de outra – algo em função de outro.

2.2.2 Exemplos de funções de dependência entre grandezas no mundo da Física

A aproximação da Física com a Matemática se torna evidente, através dessas dependências entre grandezas, que servem de exemplos para o auxílio no estudo do conteúdo de funções na Matemática. Essa aproximação é identificada, por exemplo, pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), quando é recomendado que sejam apresentados aos alunos, os diferentes modelos de relações entre grandezas, com destaque para o meio físico: (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado).

Desta forma é que fica explícito a aproximação do conteúdo de funções com algumas relações entre grandezas físicas, como por exemplo: O movimento retilíneo uniforme (MRU), o qual possui a dependência entre velocidade, tempo e distância. Além do estudo do MRU poder auxiliar no trabalho com funções do 1º grau, ele possui a riqueza de informações que podem ser interpretadas com a utilização de gráficos e tabelas – atributos utilizados no estudo de funções do 1º grau – que possam facilitar no entendimento de seu contexto interdisciplinar.

No estudo do movimento retilíneo uniforme, podemos verificar que suas equações podem ser representadas por uma função do 1º grau. A reta que traçamos no esboço de um gráfico que representa o movimento uniforme de um corpo, lembra-nos facilmente de uma função afim. É daí, que podemos verificar a intimidade da relação entre um conteúdo e outro, ficando, desta forma, livres para serem analisados de forma conjunta em um trabalho interdisciplinar.

2.3 Interdisciplinaridade

Como foi visto, o surgimento das disciplinas foi um resultado da fragmentação do conhecimento, com características inicialmente pedagógicas, que utilizavam o sustentáculo de que, estando o conhecimento dividido em frações, seria mais fácil de ser estudado. Mas essa concepção, nos dias atuais, perdeu força, por não corresponderem às exigências do homem de hoje

> No que diz respeito a pesquisa acadêmica, começaram a reaparecer na metade do século XX propostas que buscavam compensar a hiperespecialização disciplinar e propunham diferentes níveis de cooperação entre as disciplinas, com a finalidade de ajudar a resolver os problemas causados pelo desenvolvimento tecnológico e pela falta de diálogo entre os saberes decorrentes dessa hiperespecialização (SOMMERMAN, 2006, p. 31).

Surgem então os estudos interdisciplinares, o primeiro trabalho data de 1961 e foi apresentado pela UNESCO, seu autor, Georges Gusdorf, é resultado do movimento, em 1960, acontecido na França, em prol da interdisciplinaridade e a luta por uma nova concepção de ensino e pesquisa sem privilegiar especializações nem tão pouco dividir o conhecimento em fragmentos. O trabalho de Gusdorf era voltado para as Ciências Humanas.

Essa reflexão chega ao Brasil através da influência de Gusdorf sobre Hilton Japiassu – autor do livro *Interdisciplinaridade e Patologia do Saber* (1976) – que seguiu seu mestre criticando com a mesma intensidade a especialização além de destacar a disciplinarização como ponto principal a ser combatido, já que o próprio a define como "verdadeiras cancerizações epistemológicas" (JAPIASSU, 1976).

> Se, porém, analisarmos bem esse fenômeno, descobriremos que essa exigência, longe de constituir progresso real, talvez seja mais um sintoma da situação patológica em que se encontra hoje o saber. A especialização exagerada e sem limites das disciplinas científicas, a partir, sobretudo do século XIX, culmina cada vez mais numa fragmentação do campo epistemológico (JAPIASSU, 1976, p. 40).

Voltando ao movimento em prol da interdisciplinaridade, assim como Santomé (1998), podemos destacar o estruturalismo como concepção teórica decisiva para que fosse consolidada a nova forma de estudo. Em uma análise feita por Piaget ele afirmara que "não temos mais que dividir a realidade em compartimentos impermeáveis ou plataformas superpostas correspondentes as fronteiras aparentes de nossas disciplinas cientificas; pelo contrário, vemo-nos compelidos a buscar interações e mecanismos comuns" (PIAGET, apud SANTOME, 1998)

Seguindo essa mesma perspectiva, Japiassu centrou a interdisciplinaridade aos moldes de relações, integração de conhecimentos, atribuidor de métodos e demais especificidades que levam a interação dos saberes:

> Assim, os encontros entre especialistas não serão considerados como simples trocas de dados (...) pelo contrário, esses encontros serão considerados o lugar e a ocasião em que se verificam verdadeiras trocas de informações e de críticas, em que explodem as "ilhas" epistemológicas mantidas pela compartimentalização das instituições, em que as comunicações entre os especialistas reduzem os obstáculos ao enriquecimento reciproco, em que os conflitos, o espirito de concorrência e de propriedade epistemológica entre os pesquisadores devem ceder o lugar ao trabalho em comum em busca da interação, entre duas ou mais disciplinas, de seus conceitos diretrizes, de sua metodologia, de sua epistemologia, de seus procedimentos, de seus dados, bem como da organização da pesquisa e do ensino que dela possa decorrer (JAPIASSU, 1976, p. 31-32).

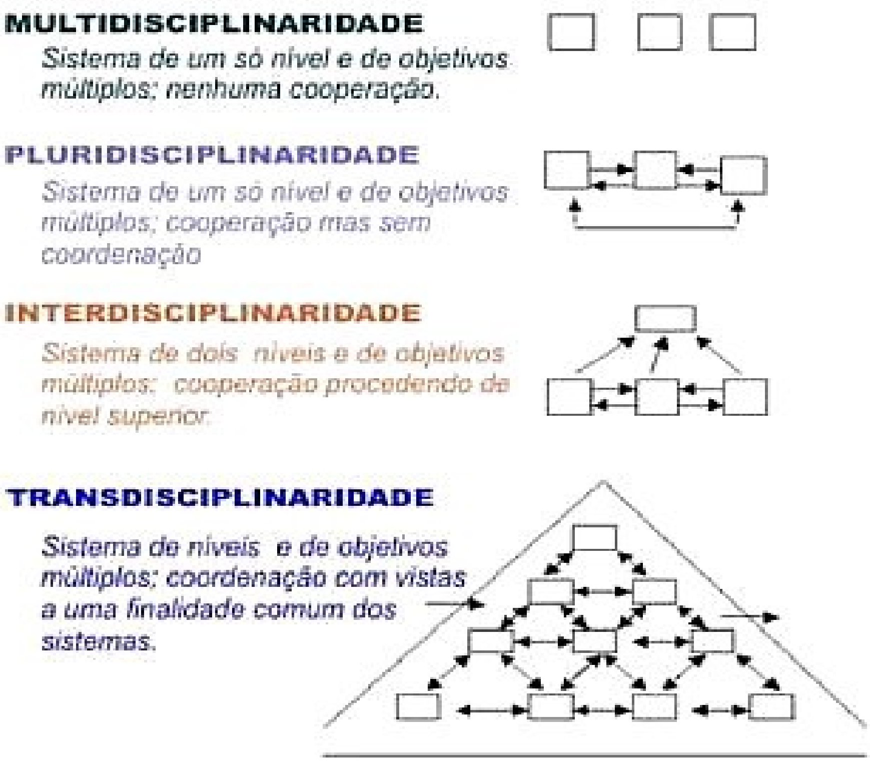
Portanto, a interdisciplinaridade não deve ser tratada apenas como reprodução de um conjunto de conteúdos de diferentes disciplinas para resolver um determinado problema ou questionamento. A contribuição de diferentes áreas deve se estabelecer numa relação integral, para inclusive conseguir criar situações que são resultados de processos naturais até então estudados e analisados separadamente, sem sequer informar a relação existente entre eles. A derrubada dessa fronteira, mesquinha e burocrática, deve partir ainda com mais força dos especialistas, de forma comunicativa, interativa e sem espaço para a medição de qual área do conhecimento é mais importante que outra, já que, o mais importante na verdade são as pessoas, seus questionamentos e a busca intrigante pelo saber.

Com mais significação, Japiassu vem nos dizer:

> que a interdisciplinaridade precisa ser entendida muito mais como uma atitude devendo resultar, não de uma pura operação de síntese (sempre precária e parcial), mas de um trabalho perseverante de sínteses imaginativas bastante corajosas, sem ter a ilusão de que basta a simples colocação em contato de cientistas de disciplinas diferentes para se criar a interdisciplinaridade (JAPIASSU, 2006, p. 27).

Segundo Serenato (2008, p. 42), o pensamento de Japiassu, refere-se a interdisciplinaridade quando confundida com os diferentes termos que a relacionam, mas que diferem umas das outras quando se diz respeito aos níveis de cooperação no envolvimento de disciplinas. Para ter uma base do que e com que estamos tratando, o autor propõe a disciplinaridade como "a exploração científica especializada de determinado domínio homogêneo de estudo, com características próprias no plano de ensino, da formação, dos métodos e das matérias" (JAPIASSU, 1976). Desta forma, podemos utilizar o modelo de Jantsch para distinguir esses termos e seus propósitos:

Figura 3: O modelo de Jantsch



Fonte: JAPIASSU, 1976, p. 73-74.

Em cima disso, Serenato (2008, p. 42) nos afirma ser a multidisciplinaridade o fato de recorrer-se a diversas disciplinas e, a partir delas, estudar um objeto comum, mas sem que haja uma interligação entre elas, sem sequer abordar uma possível relação existente entre as diferentes áreas do conhecimento. Ficando esse tipo de abordagem, restrito a um único nível, não há avanços aparentes na forma de se conceber as visões da realidade, ficando presas a restrita quantidade de disciplinas não havendo, portanto, enriquecimento epistemológico por parte delas. Santomé, embasado nas definições de Piaget, nos remete ao fato de que "essa costuma ser a primeira fase da constituição de equipes de trabalho interdisciplinar, porém não implica que necessariamente seja preciso passar a níveis de maior cooperação" (SANTOMÉ, 1998, p. 70)

Analisando agora a Pluridisciplinaridade, Serenato (2008, p. 42) percebe uma continuidade única do sistema, mas já surgindo algumas diferenças, como por exemplo um início, embora que pouco intenso, da relação entre as disciplinas. Isso tudo seguindo um respeito hierárquico, ainda existente até o momento. O que não poderia resultar em algo diferente que não fosse a visão, ainda particular, de objetos de estudo, com raríssimos acréscimos nas outras disciplinas que fizeram parte do processo.

Chegamos a Interdisciplinaridade, onde, de forma mais intensa, Serenato afirma que:

> "teremos a relação entre dois níveis, com atenção para a reciprocidade de influências, numa intensa colaboração entre as diversas disciplinas envolvidas, um trabalho que se utiliza do diálogo na procura pela estruturação dos conceitos reunindo numa síntese todo o conhecimento". (Serenato, 2008, p. 43)

A partir dessa abordagem, se inicia a análise e discussão de um determinado objeto sob diferentes visões, o que resultará posteriormente no aprofundamento das diferenças entre os modos de ver esse objeto. Essa característica virá a contribuir para o enriquecimento epistemológico de todos os envolvidos.

Avançando até o maior nível de relação entre disciplinas, chegamos na transdisciplinaridade, que tem sua ocorrência registrada em vários níveis. Esse tipo de abordagem possui um elevado grau de cooperação entre as disciplinas de tal forma que seus limites podem ser rompidos e fundidos num aprofundamento jamais visto em trocas de informações. Um olhar mais rico da realidade.

Mesmo tendo embasamentos teóricos quanto as definições desses termos, não existe, ainda e infelizmente, um consenso na educação que possa levá-los a uma definição comum. Uma das várias tentativas de formalizar esses conceitos sobre as diferentes abordagens aconteceu no Congresso Internacional de Transdisciplinaridade, realizado em Locarno, na Suíça, em 1997, onde, na oportunidade, procurou sintetizar as mais diferentes visões dadas pelos autores e, após uma série de análise de acepções a respeito dos termos, chegaram a algumas conclusões:

> A pluridisciplinaridade diz respeito ao estudo de um objeto de uma única disciplina por diversas disciplinas ao mesmo tempo (...), mas sua finalidade permanece inscrita no quadro da pesquisa disciplinar. A interdisciplinaridade tem uma ambição diferente daquela da pluridisciplinaridade. Ela diz respeito a transferência dos métodos de uma disciplina a outra. É possível distinguir três graus de interdisciplinaridade:

> a) um grau de aplicação. Por exemplo, os métodos da física nuclear transferidos a medicina conduzem a aparição de novos tratamentos de câncer;
> b) um grau epistemológico. Por exemplo, a transferência dos métodos da lógica formal ao campo do direito gera analises interessantes na epistemologia do direito;
> c) um grau de geração de novas disciplinas. Por exemplo, a transferência dos métodos da matemática ao campo da física gerou a física-matemática (...). Como a pluridisciplinaridade, a interdisciplinaridade ultrapassa as disciplinas, mas sua finalidade também permanece inscrita na pesquisa disciplinar. Seu terceiro grau inclusive contribui para o big-bang disciplinar. A transdisciplinar idade, como o prefixo 'trans' indica, diz respeito ao que está ao mesmo tempo entre as disciplinas, através das diferentes disciplinas e além de toda disciplina. Sua finalidade e a compreensão do mundo atual, e um dos imperativos para isso é a unidade do conhecimento (LOCARNO apud SOMMERMAN, 2006, p. 42, 43).

Os diferentes temas, assim como suas distintas especificidades, mostradas ou exemplificadas, em suas características de formas de abordagem, traduzem a importância do processo, mesmo que as vezes de baixa intensidade, da aproximação entre as diferentes áreas. A interação entre elas pode e deve possibilitar, sempre buscando níveis maiores de aplicabilidade, o enriquecimento do conhecimento de forma geral, em busca de uma forma integral do saber propriamente dito. É bem verdade que os obstáculos são evidentes e em muitas das vezes obscuros, mas o trabalho interdisciplinar pode proporcionar e chegar a resultados surpreendentes e, além de obter sucesso significativo no trabalho com determinado objeto de pesquisa, pode ir além, criar, recriar e apresentar novos fatos que contribuam para o enriquecimento do saber em ambas as partes envolvidas.

Essa aproximação, que é diagnosticada pelas OCEM (BRASIL, 2006) através de exemplos no meio da Física, de dependências entre grandezas – criando-se exemplos de funções Matemáticas, traz o florescimento da proposta interdisciplinar na educação. A aplicação dessa metodologia segundo os PCNEM (BRASIL, 1998), não deve ter a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas sim de utilizar-se do conhecimento das várias existentes para resolver um único problema. O documento oficial, Parâmetros Curriculares Nacionais, traz aos educadores o papel da interdisciplinaridade na educação, como deve ser compreendida e abordada:

> Na proposta de reforma curricular do Ensino Médio, a interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e

> passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência. (BRASIL, 2000 p. 21)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 23) dizem que a interdisciplinaridade "Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos."

É seguindo nessa perspectiva que surge a necessidade da aprendizagem significativa, também apresentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2000), que parte do pressuposto da existência de um referencial, que permita aos alunos identificar e se identificar com as questões propostas.

> Essa postura não implica permanecer apenas no nível de conhecimento que é dado pelo contexto mais imediato, nem muito menos pelo senso comum, mas visa a gerar a capacidade de compreender e intervir na realidade, numa perspectiva autônoma e desalienante. (BRASIL, 2000 p.22)

O fato de ignorar essas perspectivas é que pode estar favorecendo para o crescimento de um problema na nossa educação. Segundo os PCN, o distanciamento entre: conteúdos programáticos e experiências dos alunos causam o desinteresse e a deserção em nossas escolas. (BRASIL, 1998)

2.4 Ensino Médio

Ao estabelecermos o estudo e análise desse nível da educação, no primeiro momento buscamos entender os seus objetivos, suas aplicações e a forma como ele vem sendo entendido perante os profissionais de sua área. O Ensino Médio há tempos que deixou de ser, apenas, um mero sujeito de aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no nível fundamental. Existe, nos dias atuais, a preocupação com a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, além da formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e compreensão dos processos produtivos. É indo ao encontro a esses propósitos que destacamos a importância da diversificação do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades que possam contribuir sistematicamente na formação de um indivíduo que esteja preparado para resolver problemas do quotidiano e, a partir daí, modelar situações de outras áreas do conhecimento e ser ciente da importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

A integração do conteúdo de funções com o mundo da Física, como proposta interdisciplinar, consegue ir ao encontro do que os Parâmetros Curriculares Nacional propõem para o Ensino Médio, a diversificação do conhecimento:

> Propõe-se, no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização (BRASIL, 2000 p. 5).

Faz-se necessário identificar o alvo principal para a formação do aluno, que segundo os PCN (BRASIL, 1998), deve ser a aquisição de conhecimentos básicos, sua preparação científica e a capacidade de utilização das diferentes tecnologias em determinada área. É importante destacar que as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1998) tomam como desafio o preparo do jovem para participar dessa sociedade complexa, onde se requer uma aprendizagem autônoma e contínua.

Através das Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) é possível destacar a importância da proposta interdisciplinar no Ensino Médio, pois a mesma se encontra presente num dos componentes para a organização curricular, na integração e articulação do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam a atribuição dada pelas novas Leis de Diretrizes e Bases da Educação ao Ensino Médio – etapa final da educação básica:

> A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional explicita que o Ensino Médio "é a etapa final da educação básica" (Art.36), o que concorre para a construção de sua identidade. O Ensino Médio passa a ter a característica da terminalidade, o que significa assegurar a todos os cidadãos a oportunidade de consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental; aprimorar o educando como pessoa humana; possibilitar o prosseguimento de estudos; garantir a preparação básica para o trabalho e a cidadania; dotar o educando dos instrumentos que o permitam "continuar aprendendo", tendo em vista o desenvolvimento da compreensão dos "fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos (Art.35, incisos I a IV). (BRASIL, 1998 p. 192)

A formação do cidadão como sujeito ético, o desabrochamento de sua capacidade de criticar, de estar a par das situações e dos problemas que lhes serão apresentados no convívio social, com atenção ao respeito a liberdade de expressão, são fatores primordiais para levar ao estudante o preparo que ele necessita para dar continuidade aos seus estudos, enfrentar as dificuldades da vida, além de direcioná-lo ao cada vez mais competitivo mercado de trabalho.

2.5 Matemática e Ensino: Considerações Iniciais

Antes de falarmos sobre a ligação que pode ser identificada no ensino da matemática e da física, interligadas num único processo de ensino e aprendizagem, é importante destacarmos a importância da educação e do ensino, regente de toda essa estrutura e amparada, defendida e protegida durante todo um processo histórico, filosófico e científico, o direcionamento ao livro didático e seus autores, peças chave desse processo.

A educação nos define como sujeitos responsáveis pelas mudanças significativas de formas de se transmitir conhecimentos e de propor caminhos pois, assim como diz Saviani (1991), ela nos traz a capacidade de criar ideias, conceitos e valores, além de desabrocharmos nossas habilidades e atitudes, respeitando nossos hábitos e valores, em resumo, uma "produção do saber", um trabalho não material. O autor também destaca que esse trabalho tem uma divisão em duas modalidades: Uma onde a criação se separa do criador, por exemplo, numa simples citação de livro. A segunda, por percepção, refere-se a não separação entre criação e criador do ato de produção. É nessa modalidade que Saviani (1991) afirma estar a educação, exemplificada pelo simples ato de dar uma aula, onde produzimos e consumimos ao mesmo tempo, o que prova a inseparabilidade da produção (feita pelo professor) e do consumo (atribuição dos alunos).

A educação é responsável pela moldagem de nossa capacidade de se tornar um cidadão, mas é claro que ela não acontece de forma imediata. Esse processo é identificado em cada momento de nossa vida, destacando a importância do que representa aquilo que se aprende na infância, pois é nessa fase onde os aprendizados são mais intensos. É claro que o homem precisa ser ensinado para que possa aprender, esses caminhos, como defende Saviani (1991), estão ligados diretamente ao trabalho educativo, o saber como resultado de um processo de aprendizagem. Como afirma Piletti (2003) para que a educação aconteça, basta que exista sempre alguém mais velho que, a partir do seu comportamento e atitudes, sejam assimilados pela criança.

Piletti (2003, p.114) vem nos dizer:

> que a educação, no âmbito escolar ou não, pode ainda ser dividida em intencional – onde seu processo de ensino é previamente planejado e estabelecido pelo grupo social dominante – e a não intencional – não existe uma preparação, o ato de educar ocorre de forma espontânea, é a forma informal de aprendizagem, está ligada a convivência social e as diferentes formas de agir, pensar e sentir.

É claro que não podemos afirmar que não exista educação intencional fora da escola, os pais podem ser os responsáveis por essa parte.

No momento em que a criança inicia a sua vida social, ela precisa se adaptar ao convívio com outras pessoas, o incansável trabalho com o respeito ao próximo, pois essa convivência deverá acontecer para que o conhecimento flua, pois estará a todo momento vivenciando, ouvindo e se deparando com novas situações, o diagnóstico do certo e errado, do justo e do necessário.

Grande parte do nosso conhecimento é adquirido fora da escola, os acontecimentos e as mais divergentes situações que acontecem no nosso dia a dia são sempre assimilados e mastigados por nossa imaginação durante toda a nossa existência. É claro que, apesar de não podermos desconsiderar esses aprendizados que acontecem de maneira espontânea, é preciso organizar uma forma mais formal de assimilação desses conhecimentos, é daí que surge a educação escolar:

> [...] processos educativos inicialmente coincidentes com o próprio ato de viver os quais foram se diferenciando progressivamente até atingir um caráter institucionalizado cuja forma mais conspícua se revela no surgimento da escola. (SAVIANI, 1991, p.12)

A necessidade do conhecimento apenas, não prova a necessidade da existência da escola, pois o saber advindo das experiências vivenciadas no cotidiano dispensam o trabalho da escola. Mas, se olharmos a necessidade que devemos ter a aprender sistematicamente e de forma organizada os direcionamentos do bem estar social é que vemos a necessidade indispensável da escola neste processo. Segundo Saviani (1991).

> A escola existe, pois, para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso aos rudimentos desse saber. As atividades da escola básica devem se organizar a partir dessa questão. Se chamarmos isso de currículo, poderemos então afirmar que é a partir do saber sistematizado que se estrutura o currículo da escola elementar. Ora o saber sistematizado, a cultura erudita, e uma cultura letrada. Daí que a primeira exigência para o acesso a esse tipo de saber é aprender a ler e escrever. Além disso, é preciso também aprender a linguagem dos números, a linguagem da natureza e a linguagem da sociedade. Está aí o conteúdo fundamental da escola elementar: ler, escrever, contar, os rudimentos das ciências naturais e das ciências sociais (história e geografia humanas) (SAVIANI, 1991, p.19)

Um dos responsáveis maiores por essa forma de organização é o Currículo, nele estão contidas as atividades centrais que virão a serem desenvolvidas pela escola (SAVIANI, 1991, p.20). O mesmo ainda aponta na mesma direção, mas não tão indispensáveis, as atividades extracurriculares, que servem de complemento às atividades curriculares, como exemplo, feira de ciências, visitas a museus, semana da matemática, as quais não devem prejudicar ou substituir as atividades primárias (curriculares).

Assim como qualquer forma de organização de um trabalho, o currículo também vem sendo constantemente atualizado, de forma a se adequar às mais diferentes necessidades da educação brasileira. Em destaque, está a reformulação do Ensino Médio a qual foi estabelecida pela nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996, regulamentada em 1998 pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, essas mudanças vem ao encontro de uma evidente tentativa de atender as necessidades da educação, isso ajuda a democratizar o processo acarretando o aumento dos jovens brasileiros que integram a educação básica. (PCNEM, 2006)

A expansão do Ensino Médio brasileiro foi uma das principais razões para que houvesse essa transformação de qualidade. Dados históricos do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) comprovam essa expansão em números, as matrículas de jovens no Ensino Médio no ano de 1997 é absurdo com relação ao ano de 1971, quase seis vezes maior:

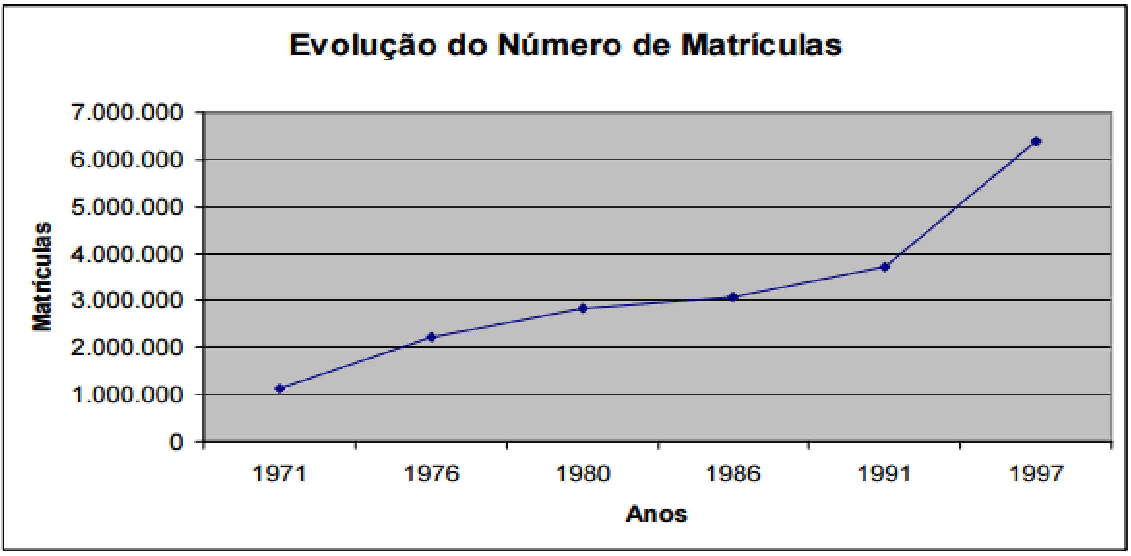
Tabela 1 - Evolução do número de matrículas no Ensino Médio de 1971 até 1997.

Ano	Matrículas no E.M. no Brasil	Ensino Público		Ensino Particular	
		Número	Percentual	Número	Percentual
1971	1.119.421	632.373	56,49 %	487.048	43,51 %
1976	2.212.749	1.202.954	54,36 %	1.009.795	45,64 %
1980	2.820.998	1.601.282	56,76 %	1.219.716	43,24 %
1986	3.061.785	2.035.765	66,49 %	1.026.020	33,51 %
1991	3.725.133	2.702.521	72,55 %	1.022.612	27,45 %
1997	6.405.057	5.137.992	80,22 %	1.267.065	19,78 %

Fonte: Anuário Estatístico (IBGE); Sinopse Estatística da educação Básica – 1997 (MEC)

A tabela acima pode nos trazer diversas informações relevantes sobre a expansão ou a evolução do Ensino Médio no Brasil, podemos destacar duas: Uma análise a respeito da evolução do número de matrículas no Brasil de 1971 a 1997 (gráfico 1); a outra está ligada a essa evolução nas redes públicas e privadas, a distribuição entre elas (gráfico 2).

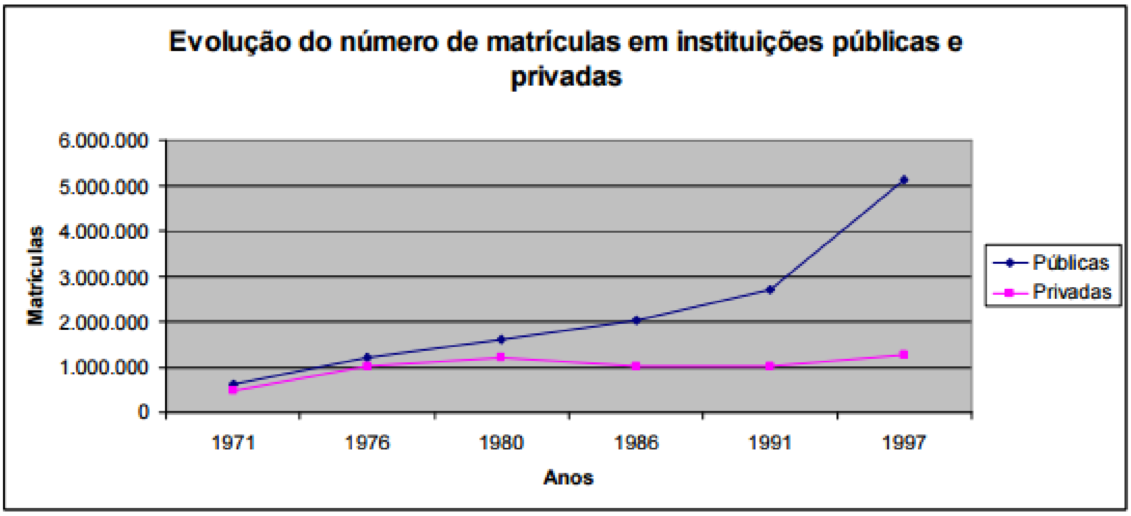
Gráfico 1 – Evolução do número de matrículas no Ensino Médio de 1971 até 1997.



Fonte: Willis Sudário de Lima Neto (2011)

Pelo gráfico acima, podemos destacar que em nenhum dos anos, de 1971 até 1997, tivemos uma queda no número de matrículas, ele sempre foi progressivo. Outro fato importante que o gráfico nos relata é que de 1991 até 1997, o número de matrículas praticamente dobrou, com isso, foi o maior resultado encontrado para o período analisado acima. Por isso a importância da reformulação do currículo elaborada em 1996.

Gráfico 2 – Evolução do número de matrículas em instituições públicas e privadas



Fonte: Willis Sudário de Lima Neto (2011)

Sobre o gráfico 2, podemos fazer algumas observações: O curioso número de matrículas na rede privada, nos primeiros cinco anos obteve um aumento no número de matrículas, mesmo assim, a rede privada não obtém um crescimento significativo em suas matrículas, tendo seus valores praticamente constantes ao longo dos anos, enquanto isso o número de matriculados na rede pública foram sofrendo aumentos em sequência, com destaque para a explosão no número de matrículas nos últimos seis anos.

O Ensino Médio, após as suas transformações, deixou de ser visto apenas como preparador de alunos para a universidade ou para o mercado de trabalho, mas sim, uma etapa conclusiva da educação básica. A divisão do Ensino Médio entre pré-universitário e profissionalizante foi deixada para trás.

A partir das transformações, o Ensino Médio teve seu estudo organizado e distribuído em três áreas, são elas: Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Linguagens e Códigos. É nesse momento que a escola passou a integrar os conhecimentos, a importância da formação do aluno para a vida, a importância do aprendizado permanente, a burocracia dos estudos das áreas abrindo espaço para uma nova dimensão, o estudo integrado, a interligação entre as disciplinas.

Esse panorama no Ensino, mostra que a sala de aula, é atingida por decisões políticas e culturais também. Sendo necessário o professor avaliar as interferências que o governo tece sobre a Educação, mesmo que ela venha por meio dos documentos oficiais de Educação que regem o país.

3. FUNÇÕES DO 1º GRAU RELACIONADAS COM A DEPENDÊNCIA ENTRE GRANDEZAS NO MUNDO DA FÍSICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA.

Neste capítulo, apresentaremos um diálogo didático como proposta de ensino do conteúdo de Funções Matemáticas do 1º grau, atribuindo diferentes relações entre grandezas no mundo da Física, de forma a auxiliar na compreensão e na aprendizagem desse conteúdo matemático. Inicia-se aqui o uso da interdisciplinaridade no ensino de um conteúdo específico da Matemática utilizando-se de ferramentas da Física para elaborar um contexto, exemplificar uma ação, dar sentido ao estudo da função do 1º grau, tornar clara a estrutura algébrica de uma função afim, além de enriquecer na diversificação do conhecimento, no aumento de sua amplitude. A integração do conhecimento nos faz observar o estudo das diferentes áreas de forma conjunta, uma auxiliando no entendimento da outra.

3.1 Funções do 1º grau: formação, estrutura e definição.

A relação que o estudo de funções Afim ou do 1º grau possui com aspectos e com situações do cotidiano é abrangente e diversificado. Seu estudo pode ser exemplificado, facilmente, com a utilização de situações que envolvam a dependência que um determinado valor possui com uma variável e sua soma com algum valor fixo, dependendo da situação do problema ou de sua contextualização. O estudo das funções, de maneira geral, é importante, pelo fato de que elas podem ser aplicadas em diferentes circunstâncias: Uma corrida de táxi, um cálculo de custo de ligações telefônicas utilizado por uma determinada operadora, análise de lucro ou de prejuízo de uma empresa, custo final de um produto e demais outros exemplos que podem ser tratados como funções.

O estudo de funções do 1º grau é utilizado para relacionar valores numéricos de uma determinada expressão algébrica de acordo com cada valor que a variável “x” assume. De forma mais direta, uma função afim está relacionada com a dependência entre grandezas, já que, sua estrutura facilita essa relação. A forma de uma função do 1º grau relaciona valores numéricos obtidos de expressões algébricas do tipo $ax + b$, constituindo assim a expressão $f(x) = ax + b$. Essa forma estrutural específica remota a relação entre dois conjuntos: Os valores atribuídos a “x” são representados pelo domínio(D). E, os valores que representam o conjunto Imagem(I) da função são atribuídos aos valores de $f(x)$ criando, desta forma, uma relação entre pares ordenados $(x, f(x))$ ou (x,y), sendo o objetivo da função do 1º grau relacionar para cada valor de x um valor para y. Criando, desta forma, uma dependência do valor de f(x) para com os valores atribuídos a x.

As conclusões e os termos apresentados acima, com relação ao trabalho com funções nos remete ao fato de que "Considerando dois conjuntos, A e B, não vazios e uma relação binária de A em B, dizemos que essa relação é função de A em B se, e somente se, a cada elemento x do conjunto A corresponder um único elemento y do conjunto B." (FILHO E SILVA, 2008, p. 60).

Esta definição e o entendimento entre a relação entre dois conjuntos numéricos na função do 1º grau traz a visualização gráfica como componente favorecedor ao estudo de funções.

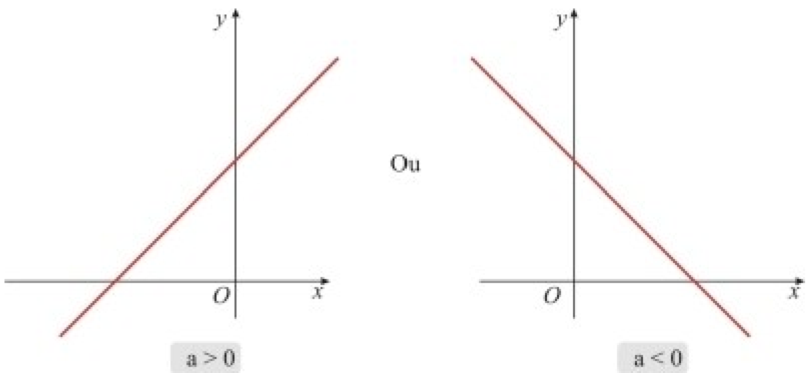
Podemos perceber que para manter a lei de formação de uma função do 1º grau sem danificar a sua estrutura, o valor atribuído à constante "a" precisa ser diferente de zero. São dois os modelos de gráfico de funções afim que possuem o valor de a e de b.

Sendo:

$$f(x) = ax + b \; (a \in \mathbb{R})$$

O gráfico de uma função afim será uma reta não perpendicular ao eixo Ox:

Figura 4 – Gráficos tratando Função crescente e decrescente



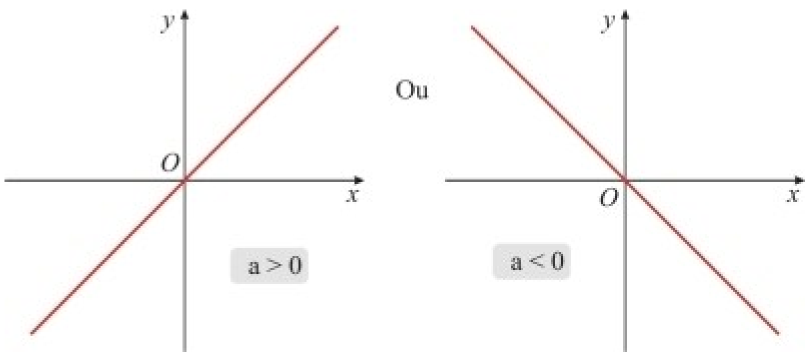
Fonte: somatematica.com (2015)

Os dois gráficos apresentados, nos trazem algumas informações importantes sobre seu formato. O valor constante atribuído a "a", resultará no estudo de crescimento ou decrescimento do gráfico. Para valores de "a" positivos, o gráfico de f tomará uma forma crescente, por outro lado, quando o valor atribuído a "a" for negativo, será notado o decrescimento do gráfico. Outro aspecto importante, é que, ambos os gráficos, mostram o estudo de funções do 1º grau, que possuem o valor de "b". O valor de "b" representa, numericamente, o ponto onde o gráfico da função toca a coordenada y. Sendo esse valor também constante, ele não sofrerá alteração alguma, o que o faz ser independente do valor atribuído a constante “a” ou a variável “x”.

Um tipo específico de função do 1º grau é a função Linear que, neste caso, terá o valor de “b” igual a 0 (zero), ou seja, o gráfico da função sofre algumas alterações em sua forma. Com o valor de b = 0, a lei de formação, para esse caso específico, muda. Uma definição semelhante a da função afim é apresentada pelo site infoescola.com que diz: Uma função definida por f: R→R chama-se linear quando existe uma constante a ∈ R tal que f(x) = ax, para todo x ∈ R. Sobre a dependência que os valores de f(x) apresentam com relação aos valores de “x”, nada muda, continuamos com a relação entre pares ordenados (x,f(x)) ou (x,y). A alteração está ligada a não existência do valor de “b”. A respeito do estudo de crescimento ou decrescimento de um gráfico desse tipo de função, não muda, ela é feita analisando o valor de “a” em positivo ou negativo, assim como é feito com a função afim que possui o valor de “b”.

O gráfico da função linear é uma reta, não perpendicular ao eixo Ox e que cruza a origem do plano cartesiano. Assim como mostram as duas figuras seguintes:

Figura 5 – Gráficos tratando Função Afim, sem termo independente



Fonte: somatemática.com (2015)

3.2 Funções do 1º grau e sua relação com o Movimento Retilíneo Uniforme de corpos.

Como vimos, a função do 1º grau possui informações e características específicas, sua lei de formação é apresentada da seguinte maneira: f(x) = a.x + b, onde “a” é diferente de 0 (zero) e, assim como “b”, são constantes numéricas. Assim como as outras funções deste modelo, existe a relação da mesma com a dependência entre grandezas. No mundo da Física existem algumas dependências que possamos identificar como modelos de funções lineares. Um deles é o estudo da distância total percorrida por um corpo em movimento retilíneo uniforme onde, neste caso, não há alteração na velocidade.

No estudo do MRU, como é conhecido, tratamos da distância total percorrida por um corpo em um determinado tempo. Esse deslocamento é feito com velocidade constante, ao longo de uma trajetória retilínea, daí o termo “uniforme” (indica que o valor da velocidade permanece constante). Como exemplo, podemos supor um automóvel movendo-se em uma estrada plana e reta, com seu velocímetro indicando sempre uma velocidade de 60 km/h. Desta forma teremos um deslocamento que seguirá da forma apresentada a seguir:

Em 1,0 hora o carro percorrerá 60 km;
Em 2,0 horas o carro percorrerá 120 km;
Em 3,0 horas o carro percorrerá 180 km, etc.

Analisando esse curto exemplo, podemos verificar que, para obter os resultados mencionados, foi acrescentado 60 km a cada acréscimo de 1,0 hora no tempo de percurso. Mas, poderíamos chegar aos mesmos valores da distância percorrida, multiplicando a velocidade pelo tempo gasto no percurso. Chegando a uma lei de formação, estruturada da seguinte maneira:

$$\mathbf{S = S_o + v.t}$$

Onde:

S é o deslocamento ou distância total percorrida pelo automóvel;
S_o é a distância inicial do percurso que, neste caso, não foi utilizada por não analisarmos a distância de onde o carro partiu;
v é a velocidade (constante);
t é o tempo gasto para percorrer a distância S.

Ao analisarmos a estrutura que é utilizada para se obter o deslocamento de um corpo que se movimenta uniformemente, podemos perceber sua semelhança com a lei de formação de uma função afim que é $f(x) = ax + b$. No MRU o cálculo da distância percorrida é dado pela seguinte fórmula: $S = S_o + v.t$, com isso, podemos perceber as semelhanças a seguir:

“S” é equivalente ao conjunto imagem da função f(x);
“S_o” é um valor constante que, assim como na formação da função, pode ser igual a 0 (zero);

v = a (sendo a velocidade constante, equivale ao valor de a da função afim);
t funciona como uma variável e representa a dependência entre grandezas).

As semelhanças não param por aí, o gráfico d x t (distância x tempo) no MRU nos remete ao esboço de gráficos de funções do 1º grau que tem como principal característica a linha reta. O fato primordial para que essa semelhança se torne clara é a de que em qualquer movimento uniforme, a distância "d" percorrida por um objeto é diretamente proporcional ao tempo t decorrido nesse percurso. Analisaremos a seguinte situação:

Um automóvel que se desloca em uma estrada reta com uma velocidade constante v = 20m/s, tem a relação entre tempo e distância mostrada na tabela a seguir:

Tabela 2: Crescimento da distância em função do tempo

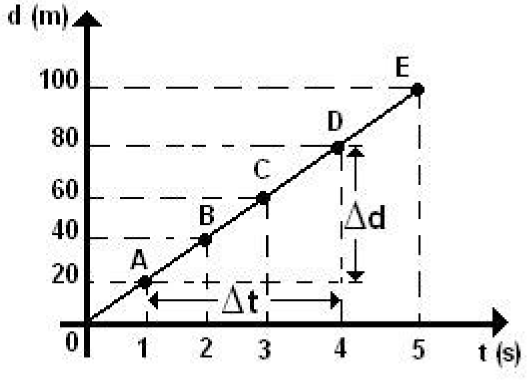
Tempo (t)	0	1	2	3	4	5
Distância (m)	0	20	40	60	80	100

Fonte: Arquivo pessoal (2016)

Podemos analisar pela tabela que, quando o valor de t é duplicado (tempo t_1 = 1seg é duplicado para t_2 = 2seg), o valor da distância d também duplica passando de d_1 = 20m para d_2 = 40m. Do mesmo modo quando t é triplicado, d também é multiplicado por 3 e assim sucessivamente. Quando isso ocorre com duas grandezas quaisquer, dizemos que essas grandezas variam de modo diretamente proporcional. Com os valores da tabela podemos traçar o gráfico d x t para esse movimento.

O gráfico a seguir trará a semelhança com gráficos de funções afins ou do 1º grau, neste caso específico com a função linear, já que o gráfico parte da origem, por ter o valor destinado a b, nesse estudo é o S_0 (distância inicial), nulo.

Figura 6 – Deslocamento de distância x tempo



Fonte: portalser.com (2016)

A proporcionalidade ainda pode ser exemplificada pelo resultado da velocidade ser constante, nesse caso específico temos que: d = v.t, então podemos tratar da velocidade como sendo v = d/t, encontrando valores iguais em representações de distância e tempo distintos: 20m/1s = 40m/2s = 60m/3s = 20m/s. Sempre que uma grandeza Y for diretamente proporcional a uma grandeza X, o gráfico Y x X será uma reta passando pela origem.

No exemplo que foi apresentado, não tivemos a presença do valor da distância ou deslocamento inicial S_0 o qual equivale ao valor constante de “b” na lei de formação de uma função afim. Mas, podemos encontrar situações onde o estudo do deslocamento de um corpo é analisado durante um movimento que já percorreu uma determinada distância. Esse percurso, já completado, é chamado de distância inicial S_0. O que vem depois é um produto da velocidade (constante) com o passar do tempo (v.t), completando o estudo do deslocamento de um corpo $S = S_0 + v.t$.

Como exemplo, podemos tratar da seguinte situação: O motorista de um ônibus está realizando uma determinada viagem particular, viajando a uma velocidade média de 12 km/h. Para que ele pudesse, ao final da viagem, calcular a distância total percorrida, ele marcou o instante em que ele completou 24 km de percurso. Daí o motorista só precisou contar o tempo, em horas, que ele gastou deste ponto até parar. Mas, como poderíamos formar uma função horária que possa ajudar o motorista a chegar no cálculo preciso do deslocamento final? Se temos, S_0 = 24 km; v = 12 km/h e o motorista só depende do tempo que ele viajou a partir dos 24 km, temos: S = 24 + 12.t.

Este exemplo de função horária do movimento citado no exemplo, relembra o início deste capítulo, onde, chegamos a definição sobre a lei de formação de uma função do 1º grau. A função horária do movimento do ônibus nos trouxe duas informações que a tornam semelhante ao estudo de uma função do tipo f(x) = a.x + b. O valor real das duas constantes a = 12 e b = 24, assim como, a relação da dependência entre grandezas no mundo da Física, neste caso, a relação entre tempo e distância ou deslocamento.

Em substituição ao modelo tradicional de pares ordenados do tipo (x, f(x)), nós teríamos para esse movimento a seguinte relação: (t, S), o que nos traz a percepção Matemática de que, para cada valor atribuído a t ou, no exemplo, para cada hora completada de trajeto, teremos um valor para o deslocamento S.

Essa situação nos fez trazer a essa pesquisa outra definição para funções do 1º grau, a de que "Sejam A e B dois conjuntos não vazios e f uma relação de A em B. Essa relação f é uma função de A em B, com y = ax + b, quando a cada elemento de x do conjunto A está associado a apenas um elemento y do conjunto B." (GIOVANNI E BONJORNO, 2005, p. 112).

A semelhança entre o estudo de funções do 1º grau com o cálculo do deslocamento de um corpo qualquer em MRU, pode ser encontrado em diversas situações em que o corpo se movimente a velocidade constante. A notória aparência de construções de funções horárias de movimentos uniformes com a lei de formação de uma função afim, consegue trazer a este tópico a integração de conhecimentos, anteriormente, tratados como distintos sem haver nenhuma relação possível entre eles.

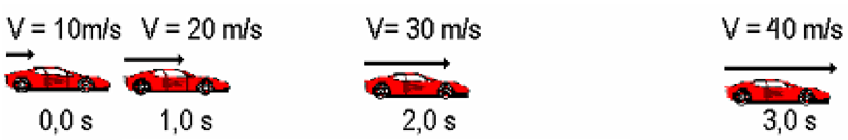
3.3 Cálculo da velocidade no MRUV e seu entendimento como função do 1º grau: dependência entre grandezas e estudo do gráfico.

A relação entre funções do 1º grau e a dependência entre grandezas no mundo da Física continua. No tópico anterior tratamos dessa relação utilizando-se da semelhança entre o cálculo do deslocamento de corpos que se movimentam com velocidade constante e a lei de formação de uma função afim ou do 1º grau. A partir de agora, trataremos do estudo da velocidade em movimentos uniformemente variados e de que forma seu estudo consegue ser aplicado no entendimento do conteúdo de funções do 1º grau na Matemática.

O MRUV (movimento retilíneo uniformemente variado) trata-se do estudo de movimentos de corpos onde existe a variação da velocidade em seus deslocamentos. A variação da velocidade, nesses movimentos, é um resultado de uma atribuição que se apresenta a essa grandeza com a finalidade de alterá-la, estamos falando da aceleração. Essa aceleração é dada analisando o quanto a velocidade de um corpo varia em um certo tempo. No MRUV essa aceleração é constante, ou seja, a velocidade varia de maneira uniforme. Essa é uma característica fundamental de um movimento uniformemente variado.

O exemplo a seguir mostra como a aceleração de um automóvel pode ser calculada: O movimento começa a ser analisado a partir do instante em que o carro já possui uma certa velocidade, daí em diante o valor de sua velocidade começa a alterar com o passar do tempo.

Figura 7 – Deslocamento do carro com variação de velocidade



Fonte: portaldamatematica.com (2015)

O exemplo mostrado nos traz algumas informações, no instante em que começamos a analisar o movimento a velocidade do automóvel marcara v = 10m/s, podemos perceber também a passagem do tempo em segundos. Após 1,0 segundo a velocidade do carro aumentou para v = 20m/s e continuou seguindo essa variação. A cada segundo a velocidade do automóvel aumenta em 10m/s. Resumindo, podemos perceber a variação da velocidade acontecendo com o passar do tempo. A variação uniforme neste movimento nos remete ao resultado do cálculo da aceleração.

Figura 8: cálculo da aceleração

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = [m / s^2]$$

Fonte: portaldamatematica.com (2016)

Onde: A variação da velocidade pode ser analisada em qualquer ponto do trajeto que tenha, neste caso, aumentado de velocidade, desta forma temos que analisar quanto tempo foi gasto para se obter essa variação nesse determinado instante.

A aceleração de um corpo também pode ser encontrada analisando a variação da velocidade sendo analisada a partir da velocidade inicial “V_0” até o ponto onde o observador pode definir como velocidade final “V”. Para que essa variação ocorra é necessário que se haja tempo que também terá sua variação, sendo, neste caso, o início da contagem do tempo indicado por t = 0, já que, trata-se do instante em que aponta a velocidade inicial V_0 do corpo. Estabelecendo essas informações no cálculo da aceleração, podemos encontrar facilmente a maneira de como encontrar a velocidade final de um corpo que faz um movimento uniformemente variado, ou seja, onde existe em seu deslocamento a variação da velocidade.

Figura 9 – Dedução da fórmula de variação da velocidade

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_o} \rightarrow a = \frac{v - v_o}{t - 0}$$

$$v - v_o = a\,t$$

$$v = v_o + a\,t$$

Fonte: sófísica.com (2015)

Podemos também tratar da velocidade final analisando a seguinte situação:

Consideremos um corpo em movimento uniformemente variado, com uma velocidade inicial V_0 no instante em que vamos iniciar a contagem do tempo, isto é no instante t = 0. Sendo um MUV, o corpo possui uma aceleração “a” constante, ou seja, a variação de sua velocidade em cada 1 seg é numericamente igual ao valor de a. Assim a velocidade v do corpo variará do seguinte modo:

- em t = 0 a velocidade é V_0
- em t = 1 a velocidade é $V_0 + a.1$
- em t = 2 a velocidade é $V_0 + a.2$
- em t = 3 a velocidade é $V_0 + a.3$

Portanto a velocidade v, depois de decorrido um tempo t qualquer, é dada por:

$$\mathbf{v = v_0 + a.t}$$

Encontrando o cálculo da velocidade no MRUV, podemos ver sua semelhança com a lei de formação de uma função do 1º grau. Os dados que compõem o cálculo da velocidade podem ser trabalhados como elementos de formação de uma função afim.

- **v representa o conjunto imagem f(x) da função;**
- **A velocidade inicial v_0 representa a constante b;**
- **O valor de "a" constante, no cálculo da velocidade, tem a mesma função do "a" que acompanha a variável "x" na lei de formação da função afim;**

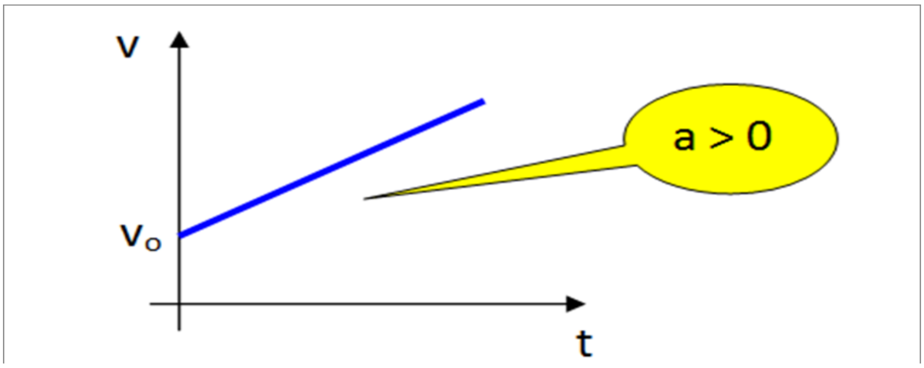
- **Sabemos que o valor de "t" representa o tempo decorrido para se obter a velocidade final, sendo assim, representa a variável "x" de uma função afim.**

$f(x) = a.x + b$ representada por $v = v_0 + a.t$

3.3.1 – Gráfico da velocidade em função do tempo (v x t)

Com essa relação entre, cálculo da velocidade e função do 1º grau, podemos associar o gráfico que representa a velocidade do corpo em função do tempo, já que, os valores da v_0 e de a, velocidade inicial e aceleração respectivamente, são termos constantes, teremos a dependência entre duas grandezas v x t. Desta forma, o gráfico seria uma linha reta e tendo como ponto de partida o valor que representa a velocidade inicial. Sem apresentar, ainda, valores para as constantes, podemos representar um gráfico deste tipo da seguinte forma:

Figura 10 – Aceleração maior que zero



Fonte: portalser.com (2016)

Essa semelhança entre função afim e cálculo da velocidade no MRUV, pode ser ainda mais aproximada quando resolvemos atribuir os valores numéricos das constantes na equação da velocidade. Isso acontece quando trabalhamos com situações de problemas Físicos que envolvam movimentos com aceleração constante e que possuam ou não uma determinada velocidade inicial, o que vai depender do instante em que o observador começa a analisar essa variação.

Algumas situações podem nos ajudar a entender melhor esse processo de integração entre o conhecimento de estudo da velocidade em MRUV e funções do 1º grau, por exemplo:

> Considere um corpo que se move partindo do repouso com aceleração constante igual a $5m/s^2$. Como $v = v_0 + a.t$, temos: $v = 0 + 5.t$ ou $v = 5.t$.
>
> A partir da equação horária da velocidade podemos elaborar uma tabela com os valores da velocidade em diferentes instantes e, assim, construir o gráfico da velocidade em função do tempo.

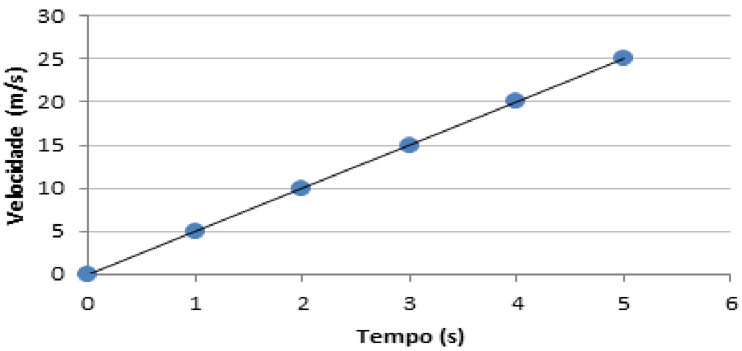
Tabela 3: Velocidade em função do tempo

Velocidade (m/s)	0	5	10	15
Instante (s)	0	1	2	3

Fonte: Arquivo pessoal (2015)

A relação entre a velocidade e o tempo no MUV é uma função cujo gráfico é uma reta. Nesse caso, a aceleração positiva do corpo determina uma reta crescente. O estudo do gráfico desse exemplo torna clara essa afirmação.

Figura 11 – Aceleração como função afim

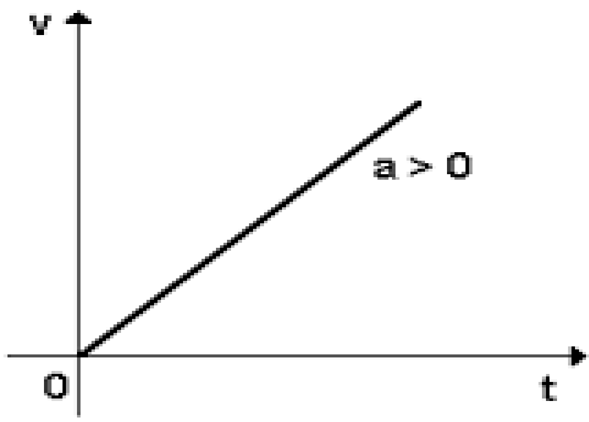


Fonte: portaldamatemática.com

O gráfico ilustra que, partindo do repouso, o corpo começa a variar sua velocidade de maneira uniforme. No primeiro segundo de trajeto a velocidade do corpo marca 5m/s, a partir desse momento sua velocidade segue aumento na mesma proporção, a cada segundo sua velocidade aumenta em 5m/s. Com isso, podemos perceber que estamos tratando de um movimento que se utiliza de uma aceleração constante para variar a sua velocidade e seu valor é de $5m/s^2$.

Já que tratamos de um deslocamento de um corpo que parte do repouso (Velocidade inicial igual a zero) e que possui uma aceleração constante e positiva, criamos então uma função do 1º grau do tipo $f(x) = ax$ com $a > 0$, também chamada de função linear pelo fato de seu gráfico ser uma reta que passa pela origem e, neste caso, crescente.

Figura 12 – Aceleração como função afim, sem variável independente



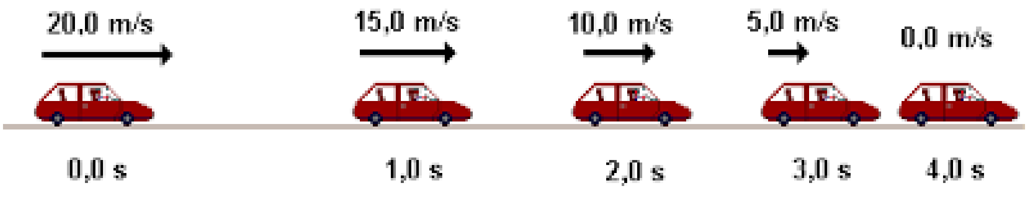
Fonte: portalser.com (2016)

Na ilustração do plano cartesiano acima, o eixo representado por “t” é equivalente ao da coordenada “x” de uma função afim, da mesma forma que o eixo representado pela velocidade “v” equivale ao eixo da coordenada “y” ou f(x) de uma função do tipo f(x) = ax. Por não possuir o valor de “b” ou sendo b = 0 e sendo o valor de a > 0, o gráfico é uma reta crescente que passa pela origem.

Até o presente momento trabalhamos com a situação onde, analisando o cálculo da velocidade como função do 1º grau, o valor de “a” é positivo, ou seja, a função é crescente e, olhando pelo conhecimento físico, tratamos do que pode ser chamado de movimento acelerado e progressivo, pois, ao analisarmos o comportamento do cálculo da velocidade em movimentos com aceleração constante e positiva, podemos perceber que o aumento de t, a partir de t = 0, resultará numa velocidade positiva, sempre aumentando seu valor com o passar do tempo e o sentido do movimento é a favor da orientação da trajetória.

No MRUV existem situações onde o valor da aceleração é negativa, na maioria desses casos o corpo possui uma velocidade inicial que vai diminuindo com o passar do tempo, chamamos esse movimento de retardado e progressivo, isso acontece quando a variação da velocidade é negativa e o sentido do movimento é a favor da orientação da trajetória. A ilustração a seguir, mostra um movimento de um automóvel que segue essas características:

Figura 13 – Movimento de frenagem



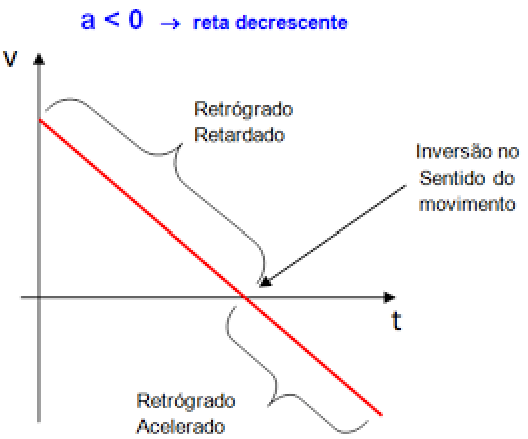
Fonte: somatematica.com (2015)

Podemos perceber, pela imagem, que o automóvel realiza o movimento que acabamos de citar, retardado e progressivo, ele tem o valor de sua velocidade sendo diminuída com o passar do tempo, em segundos. Vejamos que a cada segundo a velocidade do automóvel diminui em 5m/s, daí podemos concluir que ele possui uma aceleração constante e negativa, podemos dizer também que o mesmo está desacelerando com o passar do tempo até parar. Se fossemos atribuir uma função horária para esse movimento, teríamos a seguinte lei de formação:

$$\mathbf{v = 20 - 5.t}$$

Nesse caso podemos entender que o motorista acionou os freios criando essa diminuição uniforme na velocidade. A diminuição da velocidade pode seguir, chegando aos valores negativos v < 0, a continuidade da aceleração negativa pode chegar a esses valores, chegando a outro tipo de movimento que é o retrógrado acelerado, onde o sentido do movimento passa a ser contrário à orientação da trajetória. Utilizando o exemplo anterior, diríamos que o motorista acionou a marcha ré, mudando o sentido do movimento. O gráfico a seguir mostra como esse tipo de movimento se comporta no plano cartesiano:

Figura 14 – Estudo do gráfico da função associado a Física



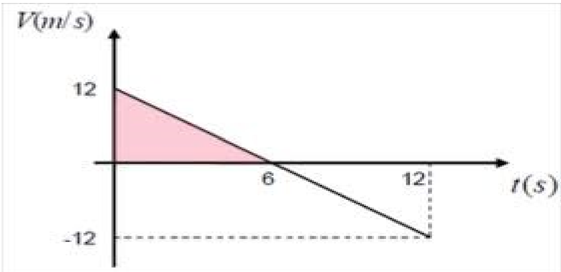
Fonte: portalser.com (2016)

É o típico gráfico de uma função do 1º grau do tipo f(x) = ax + b, com a < 0 e o valor de b > 0, sendo este, o ponto onde o gráfico toca o eixo da coordenada y ou f(x). A relação de dependência entre grandezas, neste caso, velocidade x tempo, resultaria numa função decrescente.

Situações semelhantes a essa, podem ajudar na compreensão do comportamento de uma função afim, a importância de seus coeficientes a e b, a relação entre os conjuntos (x,y) e a dependência entre eles exemplificada na dependência entre grandezas no mundo da Física em cálculos de velocidade como trabalhado no exemplo a seguir:

> Ex: Um observador começa a analisar a variação da velocidade de um corpo que está a uma velocidade inicial de 12m/s e se movimenta com aceleração constante em um determinado sentido, a partir do instante t = 0. Ele deixa o tempo decorrer 12 segundos, quando nesse mesmo instante ele percebe que o corpo está à mesma velocidade, só que, se movimentando em sentido oposto ao da trajetória inicial. O gráfico a seguir ilustra bem esse movimento:

Figura 15 – Estudo do gráfico da função associado a um exemplo Físico



Fonte: Portalser.com (2016)

Em uma aula sobre funções do 1º grau poderíamos, a partir do exemplo, pedir aos alunos para obter a função horária para o cálculo da velocidade desse corpo em função do tempo escrevendo-a como um modelo de função afim do tipo f(x) = ax + b. Pelos estudos obtidos até agora, os alunos teriam facilidade para diagnosticar o valor de b da função que, nesse caso, seria a velocidade inicial V_0 = 12m/s, sendo “t” equivalente ao valor de uma variável “x” numa função do 1º grau, deixaríamos sua representação algébrica sem alteração, mas, o que faltaria aos alunos, seria o valor constante de “a” da função, que é o valor da aceleração para esse movimento. Os alunos precisariam de conhecimento físico de cálculo de aceleração no MUV. Como vimos, a aceleração, nesse caso constante, é dada pela variação da velocidade dividida pela variação do tempo. O cálculo seria realizado da seguinte forma: $a = (v_f - v_i)/(t_f - t_i)$.

A variação da velocidade foi então de: – 12 -12 = -24 m/s em um tempo de 12 segundos, o que resulta em uma aceleração negativa de – 2m/s^2. Com isso, chegamos aos valores constantes que compõem a função horária:

v = 12 – 2.t

Podemos perceber a validade da função horária quando substituímos o valor de t por 12, representando os 12 segundos em que o observador analisou a variação da velocidade, chegando então ao resultado esperado: uma velocidade negativa de – 12m/s assim como mostra o gráfico anterior. A velocidade negativa indica que o corpo está se movimentando em sentido contrário ao do início do trajeto.

3.4 Aprendizagem Significativa: Possibilidades Matemáticas

Dada nossa discussão teórica, que mostra a Física aos olhos da Matemática, bem como Matemática, aos olhos da Física, em propostas que perpassam o crivo multidisciplinar, abordado sucintamente em nosso capitulo introito, justificamos o embasamento teórico de nossa pesquisa, que projeta uma ação interdisciplinar.

Nosso debate é interdisciplinar porque não trata de modo estanque, o que são fundamentos físicos e matemáticos, isoladamente. Esses fundamentos comungam de denominadores comuns bem sólidos, que muitas vezes, dada nossa coleta de dados informais, pautada em nossa experiência e testemunho, são ignoradas dentro dos muros da sala de aula.

A aprendizagem é significativa no cerne mencionado por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) no que se refere a aprendizagem relacionada as idéias novas, ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo.

Para Soares (2009, p.41), essa aprendizagem é significativa quando uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto da base de formação conceitual do educando. Para o autor:

> Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “conceito subsunçor” existente na estrutura cognitiva de quem aprende. A proposição de uma hierarquia na organização cognitiva do indivíduo é de suma importância, quando se trata da aprendizagem de conceitos científicos, uma vez que o conhecimento científico é constituído por uma rede de conceitos e proposições, formando uma verdadeira teia de relações.

Portanto, na concepção supracitada, nossa discussão teórica contribui de maneira substantiva, não arbitrária e não literal, ao aspecto da formação conceitual das variáveis estudadas na física, em comum análise ao tratamento de dados característico da Matemática. Dessa forma, a rede de informações e conhecimentos, que podem ser tratadas, em dois planos distintos, em abordagens multidisciplinares, encontram *"n"* possibilidades de conexão com um debate teórico com o que ofertamos. Para Soares (2009, p. 42)

> Compreendendo o ensino/aprendizagem como uma rede de conhecimentos, de acordo com as idéias de Azevedo (2001), podemos dizer, de forma metafórica, que os saberes existentes na estrutura cognitiva do educando, estão postos como uma "rede", sempre inacabada, com nós atados e nós desatados. Os fios soltos oferecem a possibilidade contínua para a ligação com outros fios novos, enquanto que os amarrados poderão ser desatados a partir das novas informações para que haja a expansão da rede.

Interpretamos do autor, que ele deseja explicitar que os tais "fios" já existentes, têm potencial de se ligar a novos fios, funcionando como "bases" ou "suportes" para que novos fios se mesclem, promovendo novas aprendizagens. Portanto, existe embasamento teórico que sustente a necessidade de se ofertar debates interdisciplinares, ampliando a possibilidades de "fios" em um educando, de Ensino Médio. Todavia, o autor deixa claro que:

> Quando uma informação não é aprendida de forma significativa, quando não há "fios" na rede cognitiva de conhecimentos do aprendiz, então ela é aprendida de forma mecânica. Ao contrário da aprendizagem significativa, nesse tipo de aprendizagem, as informações são aprendidas praticamente sem interagir com informações relevantes presentes na teia de saberes. Desse modo a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal. (SOARES, 2009. P. 44)

Sabemos que, a título de senso comum, é banal se testemunhar aulas de Matemática ou Física, tratadas de modo mecânico, na mera aplicação dos algoritmos que requerem suas fórmulas, muitas vezes entregues de modo já acabado. Para o autor, essa aprendizagem não é significativa. Logo, se sustentam, teoricamente, discussões como as abordadas por nós, mostrando deduções de fórmulas, encadeamento de ideias e vise um fim significativo, distanciando-se do mecânico.

Entretanto, vale destacar que o mecanicismo não é o grande vilão da Educação, a propósito, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), não há oposição entre a aprendizagem mecânica e a significativa, elas representam um *continuum*. Segundo os teóricos, a aprendizagem mecânica é inevitável, em caso de conceitos inteiramente novos para o aluno, mas posteriormente ela poderá se transformar em significativa.

Por exemplo, ao se apresentar ao aluno o conceito de movimento retrógado, ele só encontrará sentido, à medida que ele for relacionado com alguma idéia relevante, que esteja clara e organizada na sua estrutura cognitiva. Caso contrário, o princípio será armazenado de forma mecânica.

O conhecimento anterior necessário para desenvolvimento desta ideia perpassa por ponto de referência, aceleração e desaceleração, como variações da velocidade. Tratar esses termos facilitarão a construção do conceito de “retrógado”, uma vez que podem funcionar como bases para esta leitura conceitual. Somente no decorrer do desenvolvimento desses primeiros conceitos, habituados as novas informações, que o novo conceito passará a ter significado para o aluno.

Com o objetivo de otimizar o processo em cheque, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) sugerem a modificação da estrutura cognitiva do aluno através do uso de organizadores prévios. Para Soares (2009) são os casos onde os conhecimentos preexistentes não possuem idéias que possam atuar como subsunçores para a nova aprendizagem. Para Ausubel, Novak e Hanesian, (1980) deve-se fazer o uso de organizadores prévios de maior nível de generalidade de um conteúdo do que aquele que será aprendido, relacionando idéias contidas na estrutura cognitiva e idéias contidas na tarefa de aprendizagem.

Vale destacar o que chega a ser os tais “subsunçores”. Para Soares (2009) são os conceitos já existentes na estrutura cognitiva, capazes de servir de “base” a um novo conhecimento. A título de exemplo, para introdução do tema “Função Afim”, por exemplo, seria importante que o aluno já tivesse na sua estrutura cognitiva os conceitos de plano cartesiano, par ordenado, reta numérica, ou mesmo proposições sobre funções, como lei de formação. Com isso, a idéia de função afim seria “bem recebida” e teria significado. No caso do aluno não possuir esses subsunçores, cabe ao docente, antes de tratar do tema novo, focar nesses conceitos, deixando “Função Afim” para uma etapa seguinte.

Depois de tratado esses conceitos, e de tratado Função Afim, o professor pode dar continuidade a nosso debate teórico, mostrando onde o conteúdo se adequa a outra áreas de conhecimento, no nosso contexto, em Física.

Todavia, Soares (2009) explana que existe a possibilidade do aluno possuir os subsunçores, mas estes não se apresentarem ativos em sua estrutura cognitiva. Nesse caso, o autor recomenda que se tratem organizadores antecedentes para preparar ou ativar os conhecimentos prévios já existentes. Mas, se o significado é um resultado da ocorrência da aprendizagem significativa e esta, por sua vez, implica na preexistência de significados, cabe nos perguntar então: como se inicia o processo? De que formas são adquiridos os significados iniciais que permitirão a ocorrência da aprendizagem significativa e a aquisição de novos significados? Cada sala de aula seria um caso particular, cada aluno seria um objeto de estudo.

Portanto, cabe ao professor conhecer sua turma e tentar achar esses denominadores comuns, em termos de subsunçores que ele possa desenvolver.

Pautado os teóricos em tela, nossa discussão teórica está em harmonia com as ideias debatidas por esses autores, uma vez que generaliza, a partir da construção de operadores matemáticos, fórmulas universais, para os contextos específicos. Além disso, fazemos constante resgate conceitual de elementos comuns ao estudo da Matemática e da Física. Para Soares (2009, p.44):

> A estrutura cognitiva pode ser modificada de forma substantiva (por meio do uso de conceitos mais inclusivos ou de maior poder explanatório, adequadamente organizados) e de forma programática (pelo emprego de princípios de sequenciação de conteúdo, estratégias de fornecimento de feedback, entre outros.)

Conforme apontado pelo teórico, nossa proposta coaduna com sua pesquisa. Além disso, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) salientam que a aprendizagem significativa apresenta quatro grandes vantagens sobre a aprendizagem por memorização, são elas:

1. Os conhecimentos adquiridos significativamente ficam retidos por um período maior de tempo; A nosso ver, por ter forte influência de elementos tactíveis ao manuseio reflexivo. Uma vez que a Física se preocupa em análises naturais, por conseguinte, possíveis de serem concretas, elas podem perdurar por mais tempo, por ser fácil de dar um *reboot* conceitual.

2. As informações assimiladas resultam em um aumento da diferenciação das idéias que serviram de “bases”, aumentando, assim, a capacidade de uma maior facilitação da subsequente aprendizagem de materiais relacionados; Interpretamos que nossa proposta promove essa amplitude de situações, uma vez que elas não costumam ser tratadas, a caráter de senso comum, e com fins de coleta informal, nas salas de aula ou nos livros didáticos de Matemática.

3. As informações que não são recordadas (são esquecidas) após ter ocorrido a assimilação ainda deixam um efeito residual no conceito assimilado e, na verdade em todo o quadro de conceitos relacionados; Julgamos que nossa proposta, aproxima bastante eventos corriqueiros, com tratamento de informação, que costuma ser mais abstrata, no conjunto em cheque, vista nos livros didáticos de Matemática. Logo, elas podem trazer uma rima memorial que oportuniza efetivo desenvolvimento de futuras ideias.

4. As informações apreendidas significativamente podem ser aplicadas em enorme variedade de novos problemas e contextos; Como sugestão de pesquisa futura, uma outra

investigação de caráter qualitativo, do tipo experimental e explicativo, poderia reconverter nossos exemplos, gráficos e debates, aos corpos lançados ao ar, ou corpos em queda livre, que usarão de mesmas fórmulas, mas de conceitos diferentes, como a gravidade sendo a variável da aceleração. Uma "variável constante", haja vista que ela costuma apresentar pequenas diferenças aos polos do planeta. Nos movimentos de queda ou arremesso, novos conceitos são trabalhados, como a velocidade final, em alguns casos, ser nula, a velocidade inicial, em alguns casos, ser igual a velocidade final, e outras situações que podem ocorrer.

Para Soares (2009, p.54):

> Essas quatro características "vantajosas" da aprendizagem significativa em relação à automática são de fato, a nosso ver, o diferenciador em termos de aprendizagem pois, se analisarmos cuidadosamente, perceberemos que grande parte do que temos posto atualmente nos sistemas de escolares não apresentam relações com essas idéias. Muitas vezes, nas atividades de ensino, em particular no campo da Matemática, exige-se dos estudantes que aprendam uma gama de conceitos que não lhe são familiares, sem que antes tenham adquirido um corpo adequado de subordinadores relevantes em nível adequado de inclusividade.

Balizado no teórico em destaque, dispomos ao professor, no capítulo vigente, características vantajosas ao ensino, por abrigar quatro pontos relevantes para uma aprendizagem significativa. Todavia, não é o simples fato dela ser apresentada, que poderá surtir um efeito significativo ao aluno. Outras variáveis devem ser analisadas, como participação do aluno, planejamento, entre outros. Soares (2009) deixa essa variável em evidência quando menciona que, em muitos casos, os alunos podem ate possuir conceitos de base, mas eles não estão ativados.

O autor explica que, para reformular esse evento, cabe ao professor, através de uma estrutura de organizadores prévios, descobrir quais os conhecimentos âncoras; ativá-los e; a partir deles, ensinar o novo conceito. Ainda com Soares (2009, p.56 - 57) "Uma vez que significados iniciais são estabelecidos para signos ou símbolos de conceitos, através do processo de formação de conceitos, novas aprendizagens significativas darão significados adicionais a esses signos ou símbolos, e novas relações, entre os conceitos anteriormente adquiridos, serão estabelecidas". O autor expressa

> "[...] a partir da relação que será caracterizada entre os conhecimentos novos e os conhecimentos prévios ou subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno, os saberes "antigos" serão re-modelados ou re-significados e se tornarão mais importantes ainda para atuarem como subsunçores ou conhecimentos prévios, dando significado para o estudo de novos temas".

Para exemplificarmos essa configuração, analisaremos um exemplo: suponhamos um discente que irá ser apresentado ao estudo do gráfico da função afim. Um dos elementos que contribuíra para que ocorra uma aprendizagem significativa é que ele possua em sua estrutura cognitiva conhecimentos que atuem como subsunçores para a compreensão do novo tema. Entre outros subsunçores, destacaríamos: subtração no eixo x, subtração no eixo y, par ordenado, lei de formação. A partir da aprendizagem do novo tema, "coeficiente de angulação", os conhecimentos prévios passarão por uma re-significação com ampliações de conceitos, novas relações e tanto o novo assunto como os anteriores constituirão nova base de subsunçores para novos temas, que no caso em tela, são as taxas de variação.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) existem dois tipos básicos de aprendizagem: Aprendizagem por recepção e por descoberta. Para esses autores, ambas podem ser mecânicas ou significativas. De acordo com a teoria apresentada por Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem por recepção, seja ela mecânica ou significativa, realiza-se quando todo conteúdo daquilo que vai ser aprendido é apresentado ao aluno sob a forma final. A tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do estudante. Para Soares (2009, p.60)

> Do aluno exige-se somente internalizar ou incorporar o material (uma lista de sílabas sem sentido ou adjetivos emparelhados; um poema ou um teorema geométrico) que é apresentado de forma a tornar-se acessível ou reproduzível em alguma ocasião futura.

Para entendermos melhor a aprendizagem por recepção analisemos, no estudo da Matemática, a seguinte situação: "Se o valor de *a* for positivo, a função é crescente; se o valor de *a* for negativo, a função é decrescente, seja essa função $f(x) = ax + b$ ou $f(x) = ax^2 + bx + c$". Se um professor, ao tratar desse esquema, apresentar de imediato essa característica, sob seu aspecto final, acabado, estará exigindo do aluno apenas a internalização, para que este possa utilizar em exercícios. Para Soares (2009, p.61) esse é o modelo de aprendizagem por recepção:

> "Esse tipo de aprendizagem é o que mais se observa atualmente em nosso sistema de ensino. Na sala de aula, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, os professores tendem a promover esse modelo de aprendizagem. Assim, os conceitos matemáticos estabelecidos na literatura específica são apresentados para os alunos em sua forma final e acabada, fato que não contribui para que eles construam seus conhecimentos. Há

> indícios de que, da forma como está posto, esse modelo tem se cristalizado como uma aprendizagem por recepção mecânica".

Todavia, Soares (2009) ressalta que pode haver uma aprendizagem receptiva significativa em uma sala de aula convencional, onde se usam recursos tradicionais tais como giz e quadro-negro, quando existirem condições de o aprendiz transformar significados lógicos de determinado conteúdo potencialmente significativo, em significados psicológicos, em conhecimento construído e estruturado idiossincraticamente. Logo, destacamos que, mesmo um professor que não seja inclinado a participação do aluno, nossa discussão teórica pode ofertar aprendizagem significativa, caso ele opte pelos métodos tradicionais de ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Registramos que atingimos nossos objetivos, quando estes eram apresentar um debate teórico, sobre a interdisciplinaridade, envolvendo Física e Matemática, para o ensino de Função. Para isso, desenvolvemos falas que visaram tratar alguns tipos de funções Matemáticas que são utilizadas no estudo da Física do Ensino Médio. Feito isto, utilizamos da interdisciplinaridade (Matemática e Física), seguido das análises de gráficos e tabelas que trabalharam relações entre grandezas do meio físico, diagnosticando-as como exemplos. Pautado em nossos objetivos secundários, defendemos que evidenciamos a aproximação do meio Físico com as análises características da Matemática, baseado nos documentos oficiais de Educação do Brasil, propostos para o Ensino Médio.

As contribuições de nossa pesquisa seguem em duas vertentes. Uma delas é que reforçamos as bases teóricas que fundamentam a importância de se trabalhar com interdisciplinaridade, e as contribuições que esta prática, quando bem planejadas, pautada em nossos discursos teóricos podem promover. A outra é um acervo de reflexões teóricas que o professor pode desenvolver, com base em nossas discussões teóricas. Nossas falas foram pertinentes aos documentos oficiais de educação do Brasil.

A fim de sugestões de pesquisas futuras indicamos que sejam sistematizadas coleta de dados formais, que possam comprovar nossas deduções de natureza de senso comum, e informal. Cientificado essa amostra e esses dados, apontamos a inserção de aulas, fundadas em nosso debate teórico, para a elaboração de sequências e planejamentos didáticos que possam evidenciar o sucesso ou pontos fracos da nossa proposta.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia:** Educacional. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 626 p. Tradução de: Eva Nick.

ATALAY, Bulent. **A Matemática e a Mona Lisa**: A Confluência da Arte Com a Ciência. São Paulo: Mercuryo, 2007.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. (Org.). O**rientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais**: PCN+. 2002. Disponível em: <http://www.fisica.ufmg.br/>. Acesso em: 12 mar. 2016.
___, Ministério de Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Parte I - Bases Legais. Brasília, 1998.
___. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** OCEM. 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 17 abr. 2016.
, Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. 1997. **Introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 03 mar. 2016.
___. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** PCN. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/>. Acesso em: 09 abr. 2016.
___. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília. 2006.
___, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

FILHO, B.B.; SILVA, J. **Matemática participação e contexto**. São Paulo: FTD, 2008.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI, J. R. e BONJORNO, J. R. Matemática Completa. Editora FTD, São Paulo, 2005.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976.
___. **O sonho transdisciplinar e as razoes da filosofia.** Rio de Janeiro: Imago, 2006.

NOGUEIRA, Nildo Ribeiro. **Pedagogia dos projetos:** uma jornada Interdisciplinar rumo ao desenvolvimento das múltiplas inteligências. São Paulo. Érica, 2001.

PILETTI, Nelson. **Estrutura e funcionamento do ensino fundamental**. 26ª Ed. São Paulo: Ática, 2003.

SANTOME, Jurjo Torres. **Globalização e interdisciplinaridade**. Porto Alegre: Artmed: 1998.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico crítica: Primeiras aproximações.** 2. ed. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1991.

SERENATO, Liliana Junkes. **Aproximações Interdisciplinares Entre Matemática E Arte:** Resgatando O Lado Humano Da Matemática. 2008. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem significativa na educação matemática**: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica. João Pessoa, Dissertação (Mestrado em Educação) UFPB, João Pessoa, 2009, 137p.

SOMMERMAN, Américo. **A inter e a transdisciplinaridade**. In: FAZENDA, Ivani C. (org.). Interdisciplinaridade na formação de professores: da teoria a pratica. Canoas: Ed. ULBRA, 2006, pp. 27-58.