

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DEVERTON PEREIRA DA SILVA

**UM ESTUDO DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA NO CONCEITO DE  
CILINDRO MEDIADA PELO GEOGEBRA**

João Pessoa - PB  
Outubro de 2024

DEVERTON PEREIRA DA SILVA

**UM ESTUDO DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA NO CONCEITO DE  
CILINDRO MEDIADA PELO GEOGEBRA**

Trabalho monográfico apresentado à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática da Universidade Federal da  
Paraíba como requisito parcial para  
obtenção do título de Licenciado em  
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Gonçalves  
dos Santos

João Pessoa - PB

Outubro de 2024

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S586e Silva, Deverton Pereira da.

Um estudo da transposição didática no conceito de cilindro mediada pelo GeoGebra / Deverton Pereira da Silva. - João Pessoa, 2024.

41 p. : il.

Orientação: Eduardo Gonçalves dos Santos.

TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCEN.

1. Cilindros. 2. Transposição didática. 3. GeoGebra. I. Santos, Eduardo Gonçalves dos. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51(043.2)

DEVERTON PEREIRA DA SILVA

**UM ESTUDO DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA NO CONCEITO DE CILINDRO  
MEDIADA PELO GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos

Trabalho aprovado em 29 / 10 / 2024

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 **EDUARDO GONCALVES DOS SANTOS**  
Data: 25/11/2024 14:50:03-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos – DM/CCEN/UFPB  
(Orientador)

Documento assinado digitalmente  
 **ROGERIA GAUDENCIO DO REGO**  
Data: 25/11/2024 16:23:50-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profª Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo – DM/CCEN/UFPB  
(Avaliadora)

Documento assinado digitalmente  
 **VINICIUS MARTINS VARELLA**  
Data: 25/11/2024 17:50:49-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Vinícius Martins Varella – DME/CE/UFPB  
(Avaliador)

Dedico este trabalho aos meus Genitores

“matemática é mágica pura”

- *Froid*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a DEUS por me agraciar com sua Glória permitindo que eu trilhasse o caminho que me trouxe aqui.

À minha família, por serem meu alicerce durante toda essa trajetória: Genuina Rosalina Pereira, minha mãe, que sempre faz mais do que pode para me ver feliz e é o principal motivo no qual me inspiro para produzir este trabalho; Edilson Lucas da Silva, meu pai, que apesar de mantermos um contato esporádico, sempre está prontamente a me ajudar, em qualquer que seja a circunstância, sinto que temos uma relação única; e Everton Pereira da Silva, meu irmão caçula, que embora tenhamos a distância geográfica que nos separe, sempre se manteve preocupado comigo e o andamento do curso, pois nossos laços nos unem.

E, aos demais membros da minha família que estão, a cada momento, emanando energias positivas corroborando para o meu progresso, minha profunda gratidão a todos vocês, em especial, tia Rubi, que me presenteou com o notebook no qual faço este trabalho. EU AMO VOCÊS!

A todos meus amigos de infância, em especial: Baju, Carlin, Gláucio, Jeosafá, Neto Tawan, com os quais mantenho contato.

Aos(as) amigos(as), que apesar de não serem de infância, fazem parte dessa construção, sobretudo os(as) do IF, em especial: Gerson Francion, apenas minha eterna gratidão, pois não há como resumir sua importância; Vinícius Sousa, que por exemplo, me deu suporte para estudar para o classificatório do IFPI; e Mateus Evangelista. Nos tempos de IF, éramos figurinhas carimbadas tanto na biblioteca, resolvendo exercícios de limites, derivadas e integrais, quanto no laboratório de física, ora discutindo ideias interessantes, ora jogando conversa fora.

Um agradecimento mais do que especial às minhas melhores amigas, Elaine Reis e Safira Rodrigues, que, por dividirem um lar comigo, acompanharam de perto toda minha trajetória no curso, além de me apoiar e me incentivar de diversas formas. Então, minha eterna gratidão, meninas, eu amo vocês.

Aos(as) meus(as) muitos amigos(as) que fiz durante o curso, com os quais dividi vários momentos, em especial: Fernando Cristian, Joelder Lincoln e Vinícius Nascimento, com quem desenvolvi uma relação mais próxima. Também agradeço aos amigos que fiz fora do curso, especialmente Ielsin, Lileth e Wesley.

E, por último, não menos importante, agradeço a Julia Nascimento, que foi uma das pessoas que mais me incentivou a trilhar esse caminho e eu sou eternamente grato por tudo que você fez por mim.

A todos(as) professores(as) que tive, que foram de suma importância para o desenvolvimento do meu intelecto. Sobretudo, aos(as) do IFPI - Campus Paulistana, com os(as) quais mantenho contato, e, em especial o professor Justino - paraibano - que posso chamar de amigo e dizer: sem sua imprescindível ajuda, eu não estaria aqui, literalmente.

Um agradecimento especial a professora Geane Vieira, que no primeiro ano do ensino médio, contribuiu majoritariamente para o despertar do meu interesse em matemática, a ela expresse minha eterna gratidão.

A todos(as) professores que foram imprescindíveis no meu percurso na graduação: Antonio Sales da Silva, Aurea Augusta Rodrigues da Mata, Bruno Henrique Carvalho Ribeiro, Carlos Bocker Neto, Cleto Brasileiro Miranda Neto, Diego dos Santos Reis, Edison Thadeu Bichara Dantas, Evelina Shamarova, Everaldo Souto de Medeiros, Fágner Dias Araruna, Gabriela Albuquerque Wanderley, Manasses Xavier de Souza, Miriam Pereira da Silva, Napoleón Caro Tuesta, Pedro Antonio Hinojosa Vera e Swamy de Paula Lima Soares.

Ao ILUSTRE professor e orientador, Eduardo Gonçalves dos Santos, por me orientar neste trabalho. Que, através de sua metodologia e sua dedicação no ensino, me inspirou não apenas a fazer este trabalho, mas também, serve como principal espelho para mim como futuro professor. Ao senhor, minha eterna gratidão.

A Prof. Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo e ao Prof. Dr. Vinícius Martins Varela, não apenas por comporem a banca, mas também por cada aula e momentos extra aula que contribuíram para minha formação, e saibam que vocês são inspiração não apenas para mim, mas para todo corpo discente da Licenciatura em Matemática.

E, por fim, à UFPB que forneceu a estrutura, a CAPES por financiar o Programa de Residência Pedagógica, que possibilitou que eu tivesse uma experiência transformadora que ajudou a desenvolver minha própria visão, enquanto futuro professor. E, a todos os colaboradores que mantêm a instituição funcionando.

## RESUMO

Este trabalho visa discutir o processo de transposição didática a partir da definição geral de cilindros, mediada pelo software GeoGebra. Nesse sentido, a metodologia partiu de um estudo com natureza bibliográfica quanto às definições de cilindros encontradas nos livros considerados e descritiva em relação às representações do GeoGebra. Assim, três livros foram consultados em dois momentos distintos. No Capítulo um - o primeiro momento - foi utilizado unicamente “Fundamentos de Matemática Elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica”, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo. Cujas as definições de cilindro embasaram a discussão dessa temática na pesquisa. Além disso, o estudo é do tipo qualitativo, o que favoreceu a discussão do segundo momento. No Capítulo três - o segundo momento - utilizamos a definição de cilindro em “Prisma matemática: geometria: matemática e suas tecnologias 1”, de José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa. E também, a definição abordada em “Geometria Analítica: um tratamento vetorial”, de Ivan de Camargo e Paulo Boulos. Entre os livros citados no segundo momento, cabe ressaltar que, enquanto o primeiro é utilizado no ensino médio, o segundo é utilizado no ensino superior e, quando examinados simultaneamente com o aporte do GeoGebra, é possível notar algumas especificidades no conhecimento contido no primeiro livro, que o torna apto a ser implementado no ensino básico, enquanto que o conhecimento oriundo do segundo livro, precisa sofrer algumas modificações para se adaptar ao mesmo nível de ensino. O conjunto dessas alterações realizadas é chamado de *Criações Didáticas*, que surgem da necessidade de adaptar estes conhecimentos, a fim de atender as demandas do ensino básico. Portanto, este estudo contribui tanto para a discussão sobre as modificações ocorridas na definição de cilindros, as criações didáticas oriundas dos processos de transposição, quanto para abrir um debate acerca do uso de tecnologias que possibilitem estabelecer uma relação entre os conteúdos matemáticos estudados.

**Palavras-chave:** Cilindros. Transposição Didática. GeoGebra.

## ABSTRACT

This paper aims to discuss the process of didactic transposition based on the general definition of cylinders, mediated by the GeoGebra software. In this sense, the methodology was based on a bibliographic study regarding the definitions of cylinders found in the books considered and descriptive in relation to the representations of GeoGebra. Thus, three books were consulted at two different times. In Chapter One - the first moment - only “Fundamentals of Elementary Mathematics, 10: Geometry Space, Position and Metrics”, by Osvaldo Dolce and José Nicolau Pompeo. was used, whose definitions of cylinders supported the discussion of this theme in the research. In addition, the study is of the qualitative type, which favored the discussion of the second moment. In Chapter three - the second moment - we use the definition of cylinder in “Mathematical prism: Geometry: mathematics and its technologies 1”, by José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior and Paulo Roberto Câmara de Sousa. And also, the definition addressed in “Analytical Geometry: a vector treatment”, by Ivan de Camargo and Paulo Boulos. Among the books mentioned in the second moment, it is worth mentioning that, while the first is used in high school, the second is used in higher education and, when examined simultaneously with the contribution of GeoGebra, it is possible to notice some specificities in the knowledge contained in the first book, which makes it suitable for implementation in basic education, while the knowledge coming from the second book needs to undergo some modifications to adapt to the same level of education. The set of these changes made is called Didactic Creations, which arise from the need to adapt this knowledge in order to meet the demands of basic education. Therefore, this study contributes both to the discussion on the changes that occurred in the definition of cylinders, the didactic creations arising from the transposition processes, and to opening a debate about the use of technologies that make it possible to establish a relationship between the mathematical contents studied.

**Key-Words:** Cylinders. Didactic Transposition. GeoGebra.

## Lista de Imagens

<b>Imagem 1</b> - Representação parcial da Definição 2.3.1.....	20
<b>Imagem 2</b> - Representação total da Definição 2.3.1 .....	21
<b>Imagem 3</b> - Representação parcial da Definição 2.3.2.....	22
<b>Imagem 4</b> - Representação total da Definição 2.3.2.....	22
<b>Imagem 5</b> - Representação parcial da Definição 2.3.3.....	23
<b>Imagem 6</b> - Representação total Definição 2.3.3.....	24
<b>Imagem 7</b> - Representação dos elementos da Definição 2.3.3.....	25
<b>Imagem 8</b> - Representação total da Definição 2.3.3.....	25
<b>Imagem 9</b> - Representação da superfície lateral da Definição 2.3.3.....	26
<b>Imagem 10</b> - Representação da superfície total da Definição 2.3.3.....	27
<b>Imagem 11</b> - Representação do Cilindro Oblíquo da Definição 2.3.3.....	27
<b>Imagem 12</b> - Representação do Cilindro Reto da Definição 2.3.3.....	28
<b>Imagem 13</b> - Representação parcial da Definição 2.3.4.....	29
<b>Imagem 14</b> - Representação total da Definição 2.3.4.....	30
<b>Imagem 15</b> - Representação parcial da Definição 2.3.5.....	31
<b>Imagem 16</b> - Representação total da Definição 2.3.5.....	31
<b>Imagem 17</b> - Representação inicial da Definição do Livro I.....	34
<b>Imagem 18</b> - Representação parcial da Definição do Livro I.....	34
<b>Imagem 19</b> - Representação total da Definição do Livro I.....	35
<b>Imagem 20</b> - Representação parcial da Definição do Livro II.....	36
<b>Imagem 21</b> - Representação total da Definição do Livro II.....	36

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Contextualização da Temática</b>	<b>11</b>
1.2 Objetivos	12
1.3 Metodologia	12
1.4 Justificativa	14
1.5 Estrutura do Trabalho	14
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>15</b>
2.1 Transposição Didática	15
2.2 GeoGebra	18
2.3 Cilindros	19
2.3.1 Superfícies Regradas Desenvolvíveis Cilíndricas	20
2.3.2 Cilindro Circular (ou simplesmente Cilindro)	21
2.3.3 Cilindro Circular Ilimitado	23
2.3.4 Cilindro Circular Reto (ou Cilindro de Revolução)	29
2.3.5 Superfície Cilíndrica de Rotação (ou Revolução)	30
2.4 Exemplo de Criação Didática	32
<b>3 ESTUDO PROPOSTO</b>	<b>33</b>
3.1 Livro 1	33
3.2 Livro 2	35
3.3 Discussão	37
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>39</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>41</b>

## **1 INTRODUÇÃO**

Neste Capítulo será apresentada uma introdução ao tema da nossa pesquisa, bem como os objetivos almejados, a metodologia abordada, a justificativa e a estruturação do nosso trabalho.

### **1.1 Contextualização da Temática**

Os conteúdos da Geometria são uma parte essencial do currículo de Matemática no ensino básico, desempenhando uma função muito importante no que diz respeito ao desenvolvimento intelectual do aluno. Um dos conceitos estudados no campo da Geometria são os cilindros, que possuem propriedades específicas e inserção social, por estarem presentes em aplicações no dia a dia.

Contudo, a compreensão mais aprofundada acerca da temática, muitas vezes se depara com empecilhos nas etapas do processo de ensino-aprendizagem, principalmente quando lecionado de forma tradicional, sem o apoio de ferramentas interativas que possam colaborar para esse processo.

No âmbito da escola, a Transposição Didática surge como uma base teórica que visa compreender como o conhecimento acadêmico se adequa ao contexto escolar. Essa adequação visa transformar os saberes científicos em saberes escolares, adaptando não apenas a linguagem, mas também os métodos de abordagem por meio dos quais este conteúdo chegará aos alunos.

No entanto, na transposição pode ocorrer problemas, causando dificuldade no ensino e deixando algumas lacunas na aprendizagem dos alunos, sobretudo quando se trata de conteúdos abstratos, como é o caso dos da Matemática. Para ajudar a superar tais problemas, os recursos tecnológicos se tornam essenciais e podem viabilizar essa mediação.

Nesse cenário destaca-se o GeoGebra, um software de Matemática dinâmica por ser uma ferramenta que pode auxiliar no ensino da Geometria, principalmente. Através de sua interface interativa, é possível que os/as discentes visualizem e manipulem figuras geométricas espaciais, como o cilindro, viabilizando compreensão melhor de suas características. Assim, esta ferramenta quando utilizada como

aporte para a prática docente, permite explorar visualmente as propriedades dos cilindros e interagir com eles de forma dinâmica por meio de manipulações no software.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como principal objetivo investigar o processo de transposição didática aplicada à definição de cilindro, com o auxílio do GeoGebra. Para isso, elaboramos dos seguintes objetivos específicos:

- Apresentar uma discussão acerca da Teoria da Transposição Didática;
- Discutir algumas definições de superfícies cilíndricas (e cilindros);
- Utilizar o GeoGebra como ferramenta mediadora na visualização e manipulação de superfícies cilíndricas.

## 1.3 Metodologia

Este estudo é do tipo qualitativo de natureza bibliográfica e descritiva - em relação às representações do GeoGebra. Para Lakatos e Marconi (2001) essa natureza:

Abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema estudado, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, materiais cartográficos etc. [...] e sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto (p.183).

Além do mais, essa natureza abordada no estudo nos permitiu elaborar a fundamentação teórica, somando a isso, esse tipo de pesquisa ajudou a comparar como o conceito de cilindro é abordado nos livros e a descrição dessa abordagem foi mediada pelo GeoGebra. Dessa forma, três livros foram consultados e foram separados da seguinte forma:

O primeiro, abordado no Capítulo 1 deste estudo, foi “Fundamentos de Matemática Elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica”, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo, lançado pela Editora Atual, em 2013. Esse livro teve sua seleção baseada no fato de ser uma coleção recomendada como bibliografia básica pelos projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Matemática de diversas

instituições de ensino superior, sobretudo, no estado da Paraíba - região analisada. Sobre a análise desses PPC, Nascimento e Santos (2023) apontam que:

No que se refere à área de geometria, as bibliografias apontam para vários fins como, por exemplo, ampliar o arcabouço teórico do docente acerca da geometria euclidiana plana e espacial, uma exposição axiomática que fundamente o conhecimento do professor acerca da geometria da educação básica, uma transição da geometria euclidiana plana para a espacial, além de todos os livros contemplarem conteúdos vistos na educação básica tanto na geometria euclidiana plana quanto na espacial (p. 259).

A ponderação ressaltada pelos autores descreve a relevância dessa coleção nesse cenário. Além disso, o vigente livro ainda apresenta uma gama de definições acerca do tema que contribuem para o embasamento da pesquisa, o que favorece sua seleção.

O segundo livro faz parte da coleção “Prisma matemática: geometria”, de José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa, lançado pela Editora FTD, em 2020. Além de seguir as diretrizes da BNCC (2018), é um livro didático do ensino médio aprovado pelo PNLD (2021), versão em vigência. Disponível em: [https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2021\\_didatico/inicio](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/inicio). Somado a isso, cabe destacar a familiaridade com o material, visto que o mesmo foi utilizado em uma escola pública inserida no Programa Residência Pedagógica, do qual fiz parte.

O terceiro livro faz parte da coleção “Geometria analítica: um tratamento vetorial”, de Ivan de Camargo e Paulo Boulos, lançado pela Editora Prentice Hall, em 2005. Este livro, bem como o primeiro livro citado, teve sua seleção baseada na recomendação sugerida como bibliografia básica pelos projetos pedagógicos dos cursos de licenciatura em matemática de diversas instituições de ensino, sobretudo, no estado da Paraíba - região analisada.

As sondagens realizadas, visando compreender as criações didáticas - capítulo três - nos últimos dois livros citados, partiram de três elementos essenciais: a natureza da definição, nível de ensino (a escolaridade onde cada definição é adotada) e representação de cada definição no geogebra. Com isso, o estudo foi desenvolvido consoante o seguinte percurso: apresentar uma explanação acerca da

Teoria da Transposição Didática; destacar algumas definições de superfícies cilíndricas (e cilindros); utilizar o GeoGebra como ferramenta mediadora na visualização e manipulação de superfícies cilíndricas, etapas que conduziram a pesquisa.

#### **1.4 Justificativa**

A relevância deste trabalho está no fato de que ele reflete sobre as adequações que um conteúdo sofre desde o universo acadêmico até a sala de aula, além de propor uma reflexão acerca do papel das novas tecnologias na prática de ensino, sobretudo no que se refere ao estudo dos cilindros.

Nesse caso, o GeoGebra é a ferramenta auxiliar que pode viabilizar o processo de transposição didática e também favorecer o engajamento de discentes, contribuindo para o desenvolvimento de sua aprendizagem de forma mais ativa e participativa, no tocante ao conteúdo discutido em sala.

Somando a isso, espera-se que o trabalho contribua como incentivo para futuros educadores, no sentido de aderir às novas abordagens de ensino, com metodologias inovadoras, capazes de aproximar a prática no processo de ensino-aprendizagem, sobretudo da matemática.

#### **1.5 Estrutura do Trabalho**

A estrutura do trabalho está organizada conforme a seguir: no Capítulo 1, com a introdução a temática da pesquisa, bem como os objetivos, metodologia e justificativa; no Capítulo 2 vamos abordar os conceitos base deste trabalho, através da explanação do referencial teórico; no Capítulo 3 focamos em fazer uma comparação entres os livros consultados e discutir o processo de transposição didática na definição de cilindro; por conseguinte, as Considerações finais, nas quais ponderamos sobre as análises do trabalho, apresentamos uma nova problemática, além de justificar a necessidade de novas pesquisas com base no mesmo tema.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste Capítulo será apresentada uma revisão de teorias, conceitos e estudos anteriores, considerando os textos de pesquisas consolidadas acerca da temática, com o objetivo de fundamentar e orientar a nossa pesquisa.

### 2.1 Transposição Didática

A educação é um processo em construção, no qual o conhecimento científico precisa ser moldado para ser lecionado, atendendo, assim, às necessidades das instituições de ensino, viabilizando, então, que discentes de diferentes camadas e contextos possam aprendê-lo.

Pais (1999) afirma que os conteúdos que compõem os programas escolares, que também podem ser chamados de “saberes escolares”, têm como fonte original o “saber científico”. É possível notar esta noção na forma como Chevallard (1991 apud Pais, 1999) define a Transposição Didática:

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre desde então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar o seu lugar entre os objetos de ensino. O “trabalho” que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado transposição didática. (p. 39).

Mas, antes de seguir com a discussão acerca da temática, é necessário fazer uma breve distinção entre um objeto de saber a ensinar e um objeto de ensino citados na definição do autor. Para Chevallard (1991 apud Pais, 1999), O primeiro objeto, também chamado de saber científico, trata-se do conhecimento produzido pelas universidades e instituições de pesquisa e não está ligado diretamente ao ensino básico. Possui fins acadêmicos e é apresentado, na sua maioria, em forma de artigos e divulgado em revistas científicas.

Em contrapartida, o segundo objeto mencionado, que por sua vez é chamado de saber escolar, faz menção ao conhecimento desenvolvido pelos programas escolares, com a finalidade de ser aplicado nas instituições de ensino, por meio de livros didáticos, na maioria das vezes.

Nessa perspectiva, a teoria destaca que, para que seja lecionado, o saber científico precisa passar por algumas modificações para se adequar ao ambiente

escolar. O conhecimento que é produzido nas esferas científicas é descontextualizado, ao ser submetido a estas alterações e, passando pelo processo de transposição didática, este na prática pedagógica.

Isso implica em um processo de seleção, simplificação e reorganização dos conteúdos, para atender não apenas às necessidades educacionais, mas também se adequar às capacidades cognitivas dos alunos. Sob essa ótica, Pais (2015) ressalta que é necessário estabelecer uma dualidade entre o trabalho do professor de matemática e o trabalho do matemático. Mas, o autor alerta que é importante estar ciente de que o trabalho desenvolvido pelo matemático exerce uma influência considerável na prática docente.

Portanto, o papel do professor, que de certo modo é o contrário do pesquisador, é crucial, pois ele atua como mediador, com o dever de contextualizar o conteúdo, tentando relacioná-lo com o contexto social em que os discentes estão inseridos, tornando-o mais compreensível para os mesmos. Assim, o mesmo autor ainda salienta que:

O contexto reconstituído não é o mesmo daquele em que o saber foi inicialmente elaborado. Enquanto para o pesquisador, o saber matemático é o seu principal objeto de estudo, na prática pedagógica, o saber escolar é um instrumento educacional para a promoção existencial do aluno (Pais, 2015, p. 33).

Nesse sentido, o autor ainda destaca que o mediador absorve característica intrínseca, que o mesmo concebe como a *epistemologia do professor* e define como sendo “as concepções referentes à disciplina com que trabalha esse professor, oriundas do plano estrito de sua compreensão e que conduzem uma parte essencial de sua postura pedagógica, em relação ao entendimento dos conceitos ensinados aos alunos” (Pais, 2015. p.34).

No entanto, essa reformulação não é um processo estritamente técnico. Para Pais (1999), a transposição didática dos conteúdos é influenciada por diversos fatores sociais, culturais, políticos e pedagógicos, que determinam como o saber científico será selecionado e adaptado para ser inserido na sala de aula.

Assim, devido aos efeitos causados por todo processo evolutivo do conhecimento, com a ação de agentes que condicionam o funcionamento da prática

escolar e com o passar do tempo, ocorrem diversas modificações que acabam promovendo o desenvolvimento de características específicas que se agregam ao saber escolar. Então, a transposição didática busca estudar exatamente esse processo seletivo que acontece por intermédio das influências exercidas pelos agentes envolvidos no sistema da educação.

Ao grupo de indivíduos que exercem influências atuando na seleção dos conteúdos que deverão estar presentes em sala de aula e, também estabelecem parâmetros para desenvolvimento dos processos didáticos, Chevallard (1991 apud Pais, 1999) deu o nome de *Noosfera*. E, na visão do autor, esta esfera é composta por professores, cientistas, políticos e demais indivíduos vinculados, de forma direta, ao sistema educacional.

Portanto, torna-se notório que a Noosfera exerce uma forte influência sobre o processo educativo, haja vista que esta atua na determinação dos conteúdos que irão compor os programas escolares, além de impactar nos objetivos do processo de ensino-aprendizagem, assim como nos métodos que os conduzem.

Para Chevallard (1991 apud Pais, 1999), os livros didáticos são as principais fontes para a escolha de conteúdo, mas, apesar de essas obras que servem de base já existirem, é possível notar que há uma gama de conteúdos que, na medida em que o tempo passa, vão adquirindo elementos peculiares que moldam suas características originais, elementos que foram denominados pelo autor de Criações Didáticas. Essas criações são feitas para se adequar conteúdos às necessidades de ensino. Conforme pondera Chevallard (1985 apud Cury e Leivas, 2009, p. 67):

Os conteúdos de saber designados como estando a ensinar [...] em geral pré-existem ao movimento que os indica como tais. Algumas vezes, entretanto [...] são verdadeiras criações didáticas, suscitadas pelas necessidades de ensino (p.39).

A priori, essas Criações Didáticas têm a sua finalidade justificada. Mas a utilização destas, sem vínculo com uma aplicação prática, corrobora para o surgimento de problemas que acabam conduzindo os discentes a um processo de ensino-aprendizagem automatizado. Segundo Becker (1993 apud Pais, 2015, p. 35 e 36):

O pensamento predominante na prática docente, quanto ao significado de sua disciplina, é de natureza essencialmente empírica e que normalmente é muito difícil o professor se afastar dessa posição [...]. Os resultados dessa prática são inexpressivos, pois favorecem a cristalização de velhas concepções. Essa é uma concepção empírica do saber escolar, dominada por uma prática não refletida. Pesquisas dessa natureza constataam uma diferença importante entre a epistemologia científica e a compreensão do professor, reforçando a necessidade de diferenciar o saber científico do saber escolar (p. 35-36).

Portanto, a Teoria da Transposição Didática de Chevallard (1991), é uma ferramenta importante para o entendimento da prática pedagógica e da construção curricular, oferecendo uma lente crítica para se pensar sobre a educação e o ensino nas escolas, além de questionar como o conhecimento científico é traduzido e reinterpretado no processo educacional.

## **2.2 GeoGebra**

O uso das tecnologias, utilizadas como ferramentas didáticas, que potencializam o processo de ensino-aprendizagem, deveria ser adotado, sobretudo no que diz respeito à exploração dos conteúdos matemáticos. Assim, as eventuais dificuldades na aprendizagem poderiam ser superadas com a implementação de recursos tecnológicos na abordagem pedagógica. Segundo Abar (2020):

A exploração de conteúdos da Matemática com a utilização de tecnologias digitais deveria ser considerada, há algum tempo, como uma possibilidade para o ensino e para a aprendizagem. Aspectos teóricos, metodológicos, tecnológicos e outros relacionados às dificuldades na aprendizagem de alguns conteúdos, também devem ser considerados nas estratégias pedagógicas com a utilização das tecnologias digitais (p. 60).

Uma das tecnologias digitais que podem ser inseridas nos programas escolares é o software de matemática dinâmica GeoGebra (que é o recurso utilizado neste trabalho), tendo em vista que ele relaciona conceitos de Geometria e Álgebra viabilizando, assim, a visualização, interpretação e compreensão das áreas citadas.

Assim, a utilização deste instrumento como ferramenta auxiliar nas práticas docentes pode colaborar para o exercício do processo de ensino-aprendizagem. Mas, Abar (2020) salienta que:

As estratégias a serem adotadas partem da necessidade dos alunos, que são cada vez mais diversos e heterogêneos, em relação aos seus interesses e necessidades de aprendizagem. Essa diversidade é um fator positivo, considerando a função democrática da escola, mas coloca muitos desafios ao professor e não é fácil de ser administrada (p. 60).

Contudo, o advento do tempo e, consoante a isto, o constante avanço das tecnologias, acarretam em algumas alterações que dão origem a características particulares que se incorporam ao saber escolar citado pela teoria de Chevallard (1991). Assim, Abar e Alencar (2013), ainda ressaltam que:

Transformar o software GeoGebra em um instrumento é importante, pois, nessa evolução, ocorrem a reorganização e a modificação dos esquemas de utilização, fatos que permitem a estruturação da ação do professor, colaborando para sua formação e aprimoramento de conceitos matemáticos (p. 352).

Portanto, o processo de ensino-aprendizagem, em especial o estudo das noções matemáticas, é potencializado quando associado à utilização de ferramentas digitais como estratégias aplicadas à prática pedagógica. Nesse sentido, o professor deve usar o GeoGebra como recurso que viabiliza a ampliação das concepções matemáticas e não somente como recurso tecnológico, haja vista que, o software não desenvolve matemática de forma independente (Abar; Alencar, 2013, p. 352).

Sendo assim, a inserção da tecnologia na prática docente promove a criação de novas metodologias de ensino que, dado seu aprimoramento, acabam confrontando as dificuldades geradas por outras que se tornaram obsoletas e, assim, contempla discentes de diferentes camadas, esferas e contextos sociais quanto ao entendimento dos tópicos matemáticos discutidos em sala de aula.

### **2.3 Cilindros**

Uma importante definição da matemática no ensino da geometria é a de cilindro, que, assim como todo conteúdo matemático, ainda enquanto *saber científico*, precisa sofrer algumas modificações para se adaptar ao ambiente escolar. Essa ideia é sustentada pela Teoria da Transposição Didática de Chevallard (1991). Assim, para ilustrar o que está sendo dito, trouxemos cinco definições de um mesmo livro acerca da temática, representadas utilizando o GeoGebra como aporte, com a finalidade de possibilitar a visualização e facilitar a compreensão de cada noção exposta.

Nesse sentido, o livro em questão é o “Fundamentos de Matemática Elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica”, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo, lançado pela Editora Atual, em 2013.

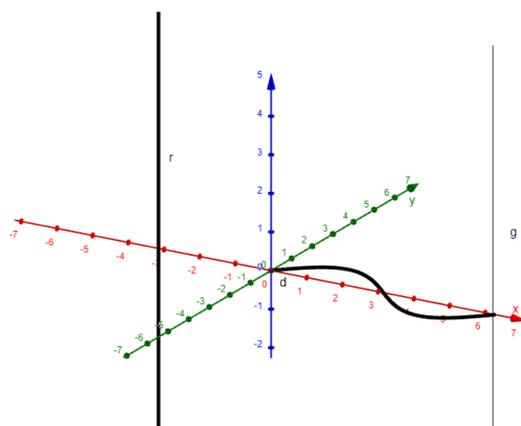
### 2.3.1 Superfícies Regradas Desenvolvíveis Cilíndricas

A primeira definição que trouxemos, é a seguinte: “**Superfícies regradas desenvolvíveis cilíndricas** são superfícies geradas por uma reta  $g$  (geratriz) que se mantém paralela a uma reta dada  $r$  (direção) e percorre os pontos de uma linha dada  $d$  (diretriz)” (Dolce e Pompeo, 2013, p.207).

Em seguida os autores apresentam explicações complementares, informando que “as superfícies são **regradas** por serem geradas por **retas** e **desenvolvidas** por poderem ser aplicadas, estendidas ou desenvolvidas num plano (planificadas) sem dobras ou rupturas” (Dolce e Pompeo, 2013, p.207).

Dada a definição, segue uma possível ilustração desta, viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 1):

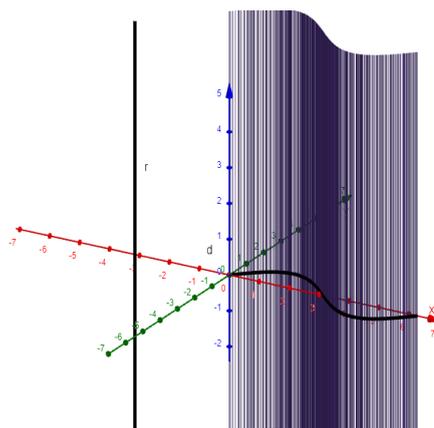
Imagem 1 - Representação parcial da Definição 2.3.1



Fonte: produzida pelo autor

A representação total da primeira Definição está presente na imagem 2.

Imagem 2 - Representação total da Definição 2.3.1



Fonte: produzida pelo autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jnd48ajj> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

Mediante essa definição, é possível notar a ausência (ou presença) de alguns termos que auxiliam (ou não) na compreensão do que está sendo definido. Neste caso, por meio de elementos como: superfície, diretriz, geratriz, entre outros, também é possível perceber certa abstração na definição, o que desfavorece que essa abordagem seja implementada no ensino básico, e é daí que surgem as Criações Didáticas, com o propósito de adequá-la a essa fase da educação escolar.

O GeoGebra é uma ferramenta que pode auxiliar na compreensão desse processo. Mas, é possível elucidar a ideia apresentada por meio de comparações ilustradas com o auxílio do GeoGebra, como sugerido nos itens que seguem.

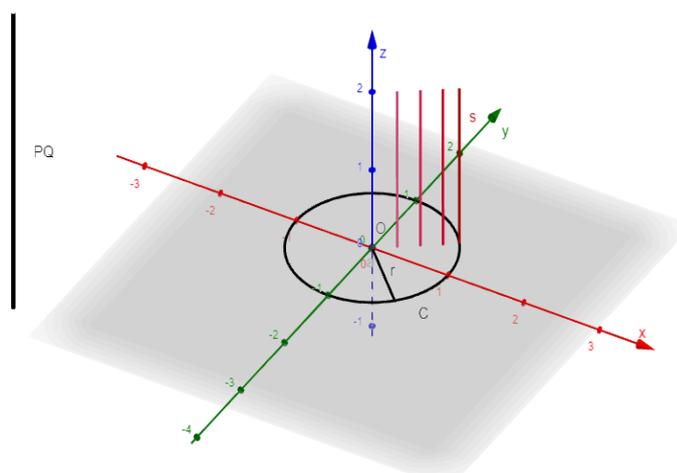
### 2.3.2 Cilindro Circular (ou simplesmente Cilindro)

A segunda definição que trouxemos é:

Consideramos um círculo (região circular) de centro  $O$  e raio  $r$ , situado num plano  $\alpha$ , e um segmento de reta  $PQ$ , não nulo, não paralelo e não contido em  $\alpha$ . Chama-se **cilindro circular** ou **cilindro** à reunião dos segmentos congruentes e paralelos a  $PQ$ , com uma extremidade nos pontos do círculo e situados num mesmo semiespaço dos determinados por  $\alpha$  (Dolce e Pompeo, 2013, p.209).

Dada a definição, segue uma possível ilustração desta, viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 3), com a representação parcial da Definição 2.3.2.

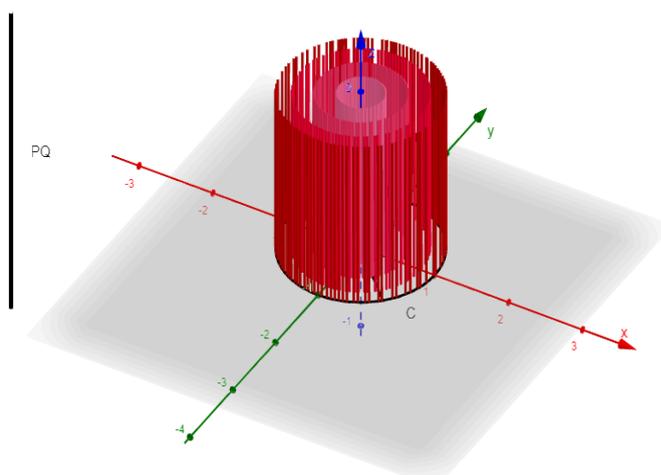
Imagem 3 - Representação parcial da Definição 2.3.2



Fonte: produzida pelo autor

A representação total da segunda Definição está presente na imagem 4.

Imagem 4 - Representação total da Definição 2.3.2



Fonte: produzida pelo autor

Na Imagem 3, os três segmentos de retas interiores, que por sua vez são congruentes e paralelos à **PQ**, representam os segmentos de retas que intersectam o círculo (região circular). Na Imagem 4, representam a reunião destes segmentos congruentes e paralelos a **PQ**.

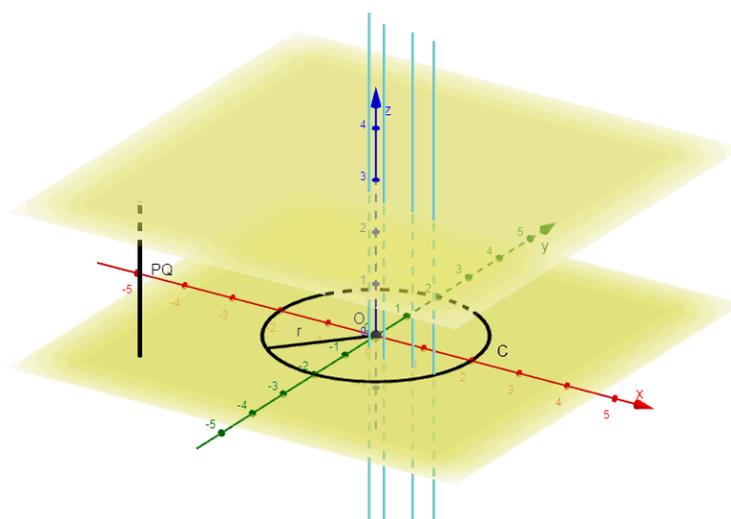
As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jaktyx9a> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

### 2.3.3 Cilindro Circular Ilimitado

A terceira definição que trouxemos é a seguinte: Cilindro é a reunião da parte do cilindro circular ilimitado, compreendida entre as seções circulares formadas por dois planos paralelos e distintos (Dolce e Pompeo, 2013, p.209).

Dada a definição, segue uma possível ilustração viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 5), com a representação parcial da Definição 2.3.3.

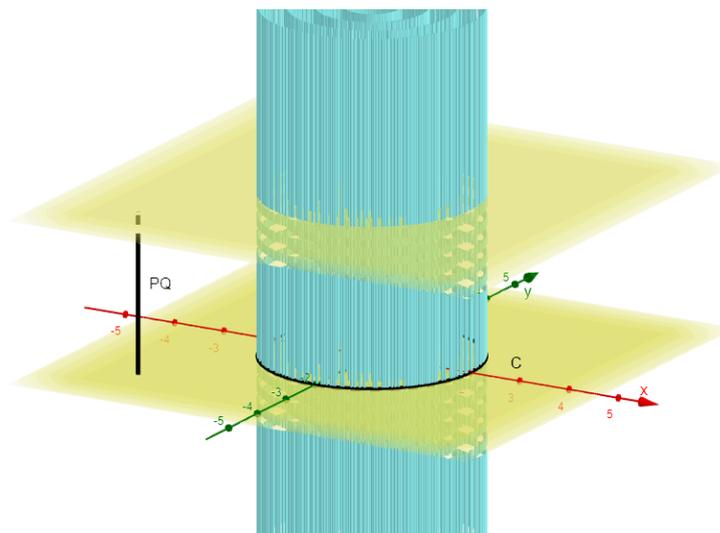
Imagem 5 - Representação parcial da Definição 2.3.3



Fonte: produzida pelo autor

A representação total da segunda Definição está presente na imagem 6.

Imagem 6 - Representação total da Definição 2.3.3



Fonte: produzida pelo autor

Na Imagem 5, os três segmentos de retas interiores, que por sua vez são congruentes e paralelos à **PQ**, representam os segmentos de retas que intersectam o círculo (região circular). Na Imagem 6, representam a reunião destes segmentos congruentes e paralelos a **PQ**.

O livro ainda trata de algumas partes que constituem este cilindro, informando que:

O cilindro possui:

**2 bases:** círculos congruentes situados em planos paralelos (as seções citadas acima).

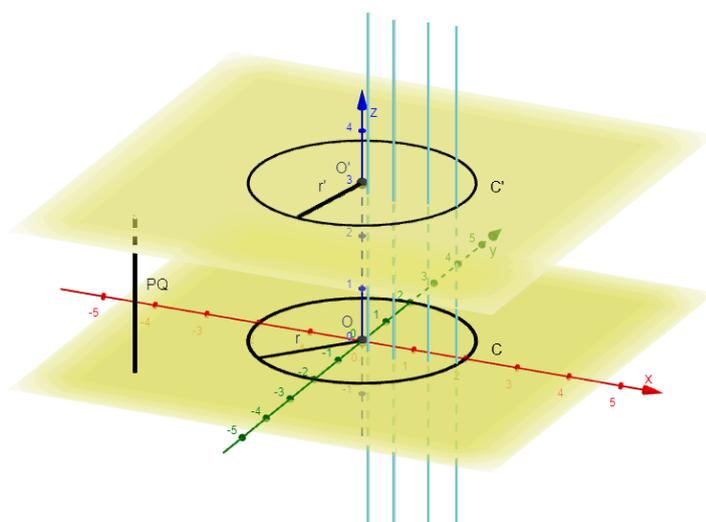
**Geratrizes:** são os segmentos com uma extremidade em um ponto da circunferência de centro  $O$  e raio  $r$  e a outra no ponto correspondente da circunferência de centro  $O'$  e raio  $r$ .

$R$  é o raio da base (Dolce e Pompeo, 2013, p.210).

A altura do cilindro, indicada na Definição 2.3.3, é “a distância  $h$  entre os planos das bases” (Dolce e Pompeo, 2013, p.210).

Na imagem 7 temos a representação parcial dos elementos indicados na definição 2.3.3.

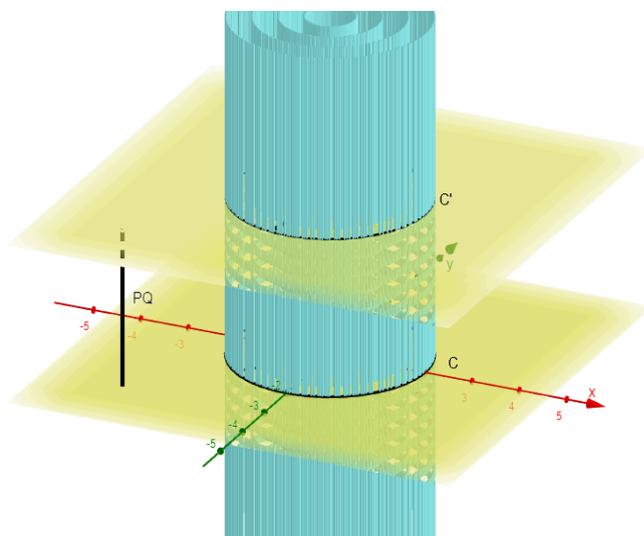
Imagem 7 - Representação parcial dos elementos da Definição 2.3.3



Fonte: produzida pelo autor

Na imagem 8 temos a representação total dos elementos indicados na definição 2.3.3.

Imagem 8 - Representação total dos elementos da Definição 2.3.3



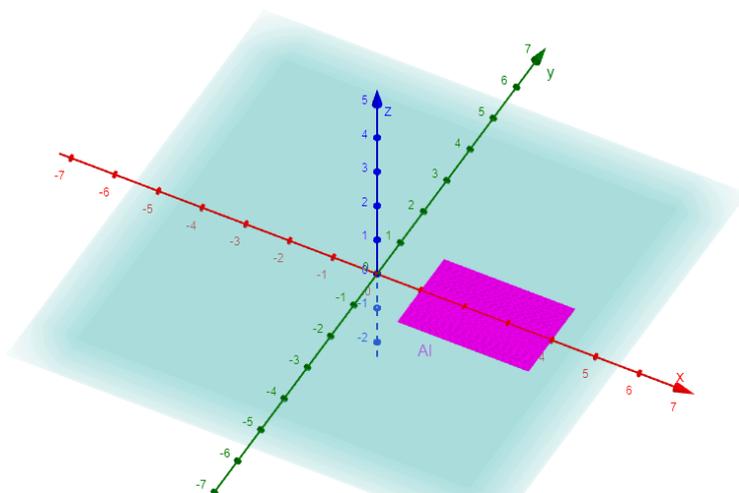
Fonte: produzida pelo autor

Todas as representações do tópico 2.3.3 até aqui, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/ndhx8yk7> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software e evidenciar alguns controles para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

Os autores apresentam as definições de superfície lateral e total de um cilindro. A primeira “é a reunião das geratrizes. A **área** dessa superfície é chamada área lateral e indicada por  $A_l$ ”; a segunda é “a reunião da superfície lateral com os círculos das bases. A área dessa superfície é a **área total** e indicada por  $A_t$ ” (Dolce e Pompeo, 2012, p.210).

Na imagem 9 temos a representação da superfície lateral do cilindro de acordo com a Definição 2.3.3.

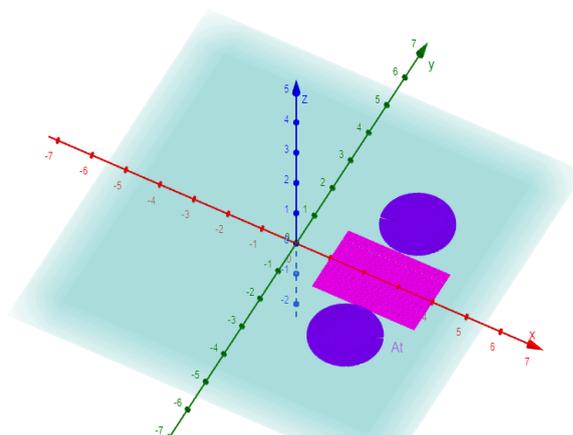
Imagem 9 - Representação da superfície lateral da Definição 2.3.3



Fonte: produzida pelo autor

Na imagem 10 temos a representação da superfície total de um cilindro, produzida no GeoGebra.

Imagem 10 - Representação superfície total da Definição 2.3.3



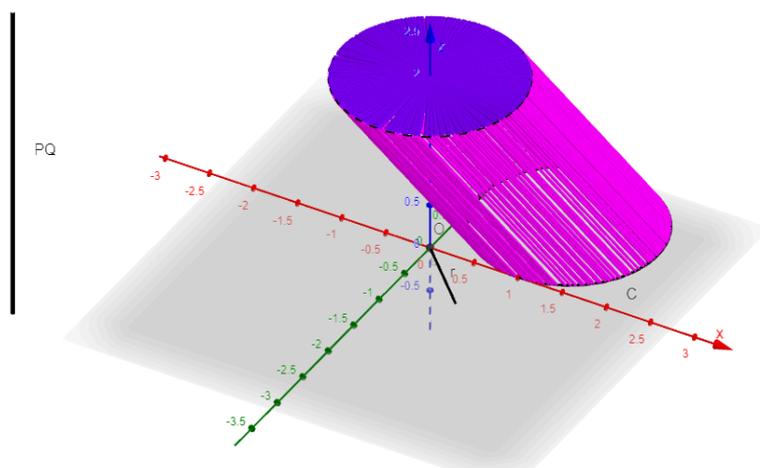
Fonte: produzida pelo autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/xpceraec> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

Os autores informam que “Se as geratrizes são oblíquas aos planos das bases, temos um cilindro circular oblíquo. Se as geratrizes são perpendiculares aos planos das bases, temos um cilindro circular reto”.

Na imagem 11 temos a representação de um cilindro oblíquo (Definição 2.3.3), produzida no GeoGebra.

Imagem 11 - Representação do Cilindro Oblíquo da Definição 2.3.3

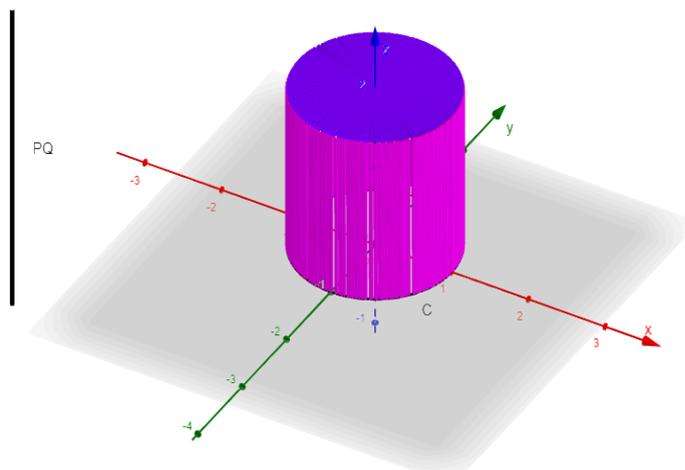


Fonte: produzida pelo autor

A representação da imagem 12, bem como sua construção, está disponível em <https://www.geogebra.org/m/aaxx4caf> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações na ilustração, conforme a imagem disposta.

Na imagem 12 temos a representação de um cilindro reto (Definição 2.3.3), produzida no GeoGebra.

Imagem 12 - Representação do Cilindro Reto Definição 2.3.3



Fonte: produzida pelo autor

A representação acima, bem como sua construção, está disponível em <https://www.geogebra.org/m/upqtf9tm> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações na ilustração, conforme a imagem disposta.

Assim, com o incremento dessas especificidades (elementos, superfícies e classificação) que visam caracterizar o cilindro, tal como é estudado no ensino básico, foram desenvolvidas representações de área lateral, área total e volume do cilindro. Deste modo, torna-se importante a adaptação do conceito matemático para atender às necessidades de ensino-aprendizagem. Essas características peculiares agregadas ao saber escolar, Chevallard (1991 apud Pais, 1999) concebe como “Criações Didáticas”.

Ainda sob a visão do autor, o trabalho de seleção dos conteúdos realizados pela *Noosfera* corrobora para essas criações, haja vista que esta é a responsável pelo funcionamento do processo didático. Assim, acaba gerando um ciclo onde as criações didáticas, de certa forma, se associam às necessidades de ensino, e vice-versa.

Por fim, a quarta e a quinta definição de forma simplificada, que, apesar de não ser o foco central da pesquisa, ainda assim é um exemplo de criação didática concebida para suprir as exigências do processo educativo. Sendo assim, a noção de cilindro de revolução pode ser explorada com o intuito de observar as criações

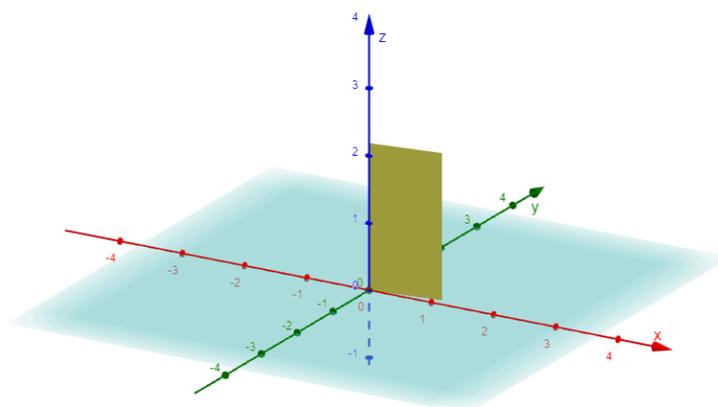
didáticas geradas pelo processo evolutivo do saber a fim de possibilitar, por exemplo, o cálculo de área e volume do cilindro. Neste cenário, seguem algumas definições.

### 2.3.4 Cilindro Circular Reto (ou Cilindro de Revolução)

A quarta definição que trouxemos é a seguinte: “O cilindro circular reto é também chamado cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados” (Dolce e Pompeo, 2013, p. 210).

Dada a definição, segue uma possível ilustração viabilizada pelo GeoGebra, com sua representação parcial (Imagem 13).

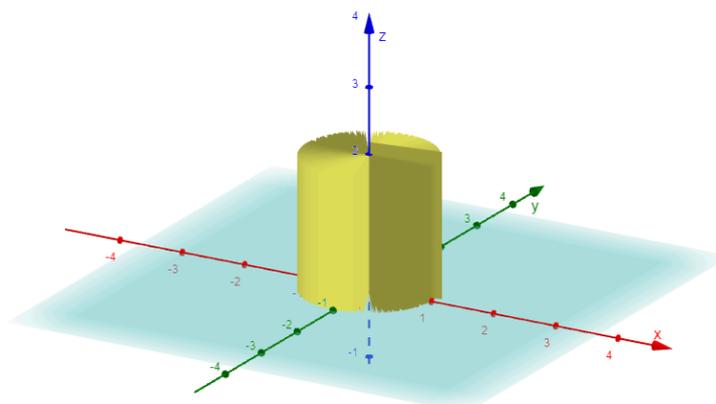
Imagem 13 - Representação parcial da Definição 2.3.4



Fonte: produzida pelo próprio autor

Na imagem 14 temos a representação total dos elementos indicados na definição 2.3.4.

Imagem 14 - Representação total da Definição 2.3.4



Fonte: produzida pelo próprio autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/z3mmm4gu> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

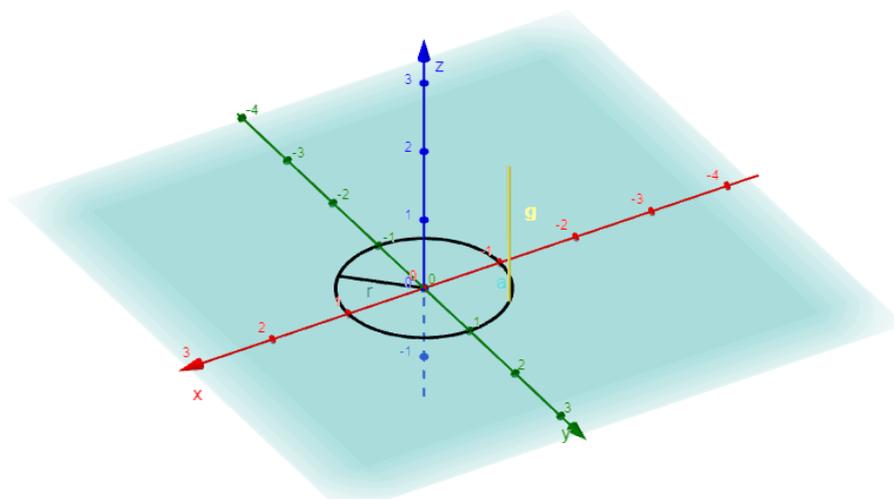
### 2.3.5 Superfície Cilíndrica de Rotação (ou Revolução)

A quinta definição que trouxemos é a seguinte:

Superfície cilíndrica de rotação ou revolução é uma superfície gerada pela rotação (ou revolução) de uma reta  $g$  (geratriz) em torno de uma reta  $e$  (eixo), fixa, sendo a reta  $g$  paralela e distinta da reta  $e$ . Considera-se que cada ponto da geratriz descreve uma circunferência com centro no eixo e cujo plano é perpendicular ao eixo. A superfície cilíndrica de revolução de eixo  $e$ , geratriz  $g$  e raio  $r$  é o lugar geométrico dos pontos que estão a uma distância dada ( $r$ ) de uma reta dada ( $e$ ) (Dolce e Pompeo, 2013, p. 208).

Dada a definição, segue uma possível ilustração viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 15).

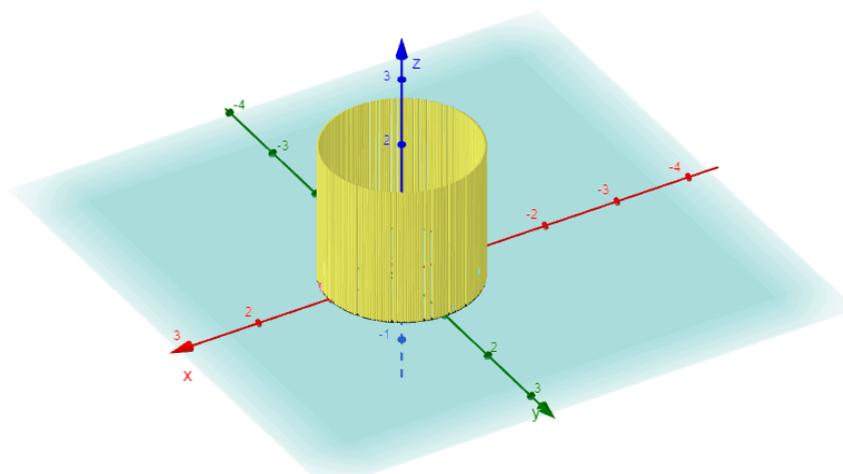
Imagem 15 - Representação parcial da Definição 2.3.5



Fonte: produzida pelo próprio autor

A representação total do cilindro (Definição 2.3.5) pode ser observada na Imagem 16, produzida no GeoGebra.

Imagem 16 - Representação total da Definição 2.3.5



Fonte: produzida pelo próprio autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/ab47kbr6> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

Sendo assim, como havíamos mencionado, não era o objetivo do trabalho discutir sobre essas definições em específico, mas é possível para o/a leitor/a evidenciar duas definições trazidas pelo livro acerca do cilindro de revolução, pois é gerada uma outra diferença: por um lado, o cilindro enquanto superfície de revolução, por outro, o cilindro visto como sólido de revolução.

Dado o exposto, entende-se que as divergências encontradas nas definições apresentadas, sobretudo entre as duas primeiras, foram ocasionadas pelas criações didáticas, que por sua vez, tiveram como agente mediador a noosfera, com fins de fomentar não apenas as dificuldades encontradas pelo desenvolvimento da prática pedagógica, mas, também, realizar a passagem do saber científico para o saber escolar.

#### **2.4 Exemplo de Criação Didática**

Chevallard (1985 apud Cury e Leivas, 2009, p. 68) menciona as criações didáticas, geradas pelas necessidades do ensino, exemplificando com as expressões “grande cosseno” e “grande seno”, que não têm paralelo no ensino brasileiro. Mas o que são essas expressões, efetivamente?

Chevallard (1985 apud Cury e Leivas, 2009 p. 68) explica que:

Eram usadas as notações Cos e Sen (com letra maiúscula, de onde, então, as expressões “grande cosseno” e “grande seno”), para as funções trigonométricas de um ângulo, e as notações em letra minúscula, cos e sen, para as funções trigonométricas de valores reais. Segundo o autor, a passagem de uma para outra notação era estabelecida formalmente da seguinte maneira: se  $t$  é um número real que “mede” o ângulo  $\theta$ , então  $\cos t = \text{Cos } \theta$  e  $\sin t = \text{Sen } \theta$ . (CHEVALLARD, 2004).

Há de se observar que esse é um exemplo sucinto, mas podemos notar algumas modificações do conhecimento para torná-lo mais compreensível a um determinado nicho de estudantes, atendendo assim, às necessidades de ensino, essas alterações são as Criações Didáticas, conforme já foi discutido no nosso estudo.

### 3 ESTUDO PROPOSTO

Neste Capítulo, serão apresentadas as definições de cilindros abordadas pelos livros consultados no nosso segundo momento, bem como as suas respectivas representações gráficas mediadas pelo GeoGebra considerando o grau de ensino, o qual cada livro é designado. Inicialmente, utilizamos a definição de cilindro trazida pelo “Prisma matemática: geometria: matemática e suas tecnologias 1” de José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa, lançado pela Editora FTD, em 2020. E, em seguida, a definição abordada pelo “Geometria Analítica: um tratamento vetorial”, de Ivan de Camargo e Paulo Boulos, lançado pela editora Prentice Hall, em 2005. Daí, apresentamos as definições conforme cada livro e os denominamos de “livro I” e “livro II”, respectivamente.

#### 3.1 Livro 1

A definição de cilindros segundo Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 111), que trouxemos é a seguinte:

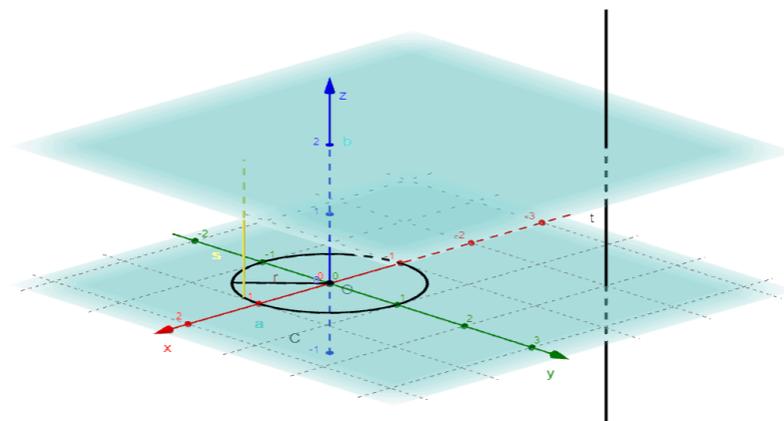
Dados dois planos paralelos  $a$  e  $b$ , um círculo  $C$  de centro  $O$  e raio  $r$  contido em  $a$  e uma reta  $t$  secante aos planos  $a$  e  $b$  que não intersecta  $C$ , a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta  $t$ , com uma extremidade em um ponto do círculo  $C$  e a outra no plano  $b$ , é denominada cilindro circular ou simplesmente cilindro (p.111).

Os autores complementam a definição, detalhando os elementos que constituem um cilindro:

- bases: são os círculos de raio  $r$  e centros  $O$  e  $O'$  situados nos planos paralelos  $a$  e  $b$ , respectivamente;
- raio da base: é o raio do círculo  $C$ ;
- altura: é a distância entre os planos paralelos  $a$  e  $b$ , cuja medida indicaremos por  $h$ ;
- eixo: é a reta  $OO'$  que contém os centros das bases;
- geratrizes: são os segmentos de reta paralelos ao eixo e cujas extremidades são pontos das circunferências das bases, cuja medida indicaremos por  $g$  (p. 111).

Dada a definição, segue uma possível ilustração viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 17).

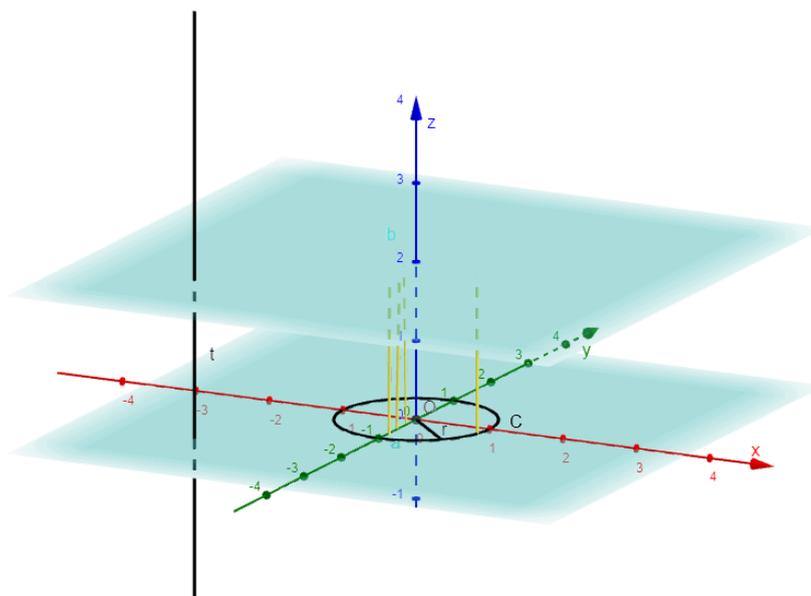
Imagem 17 - Representação inicial da Definição do Livro I



Fonte: produzida pelo autor

A representação parcial da Definição apresentada no livro I, pode ser observada na Imagem 18, produzida no GeoGebra.

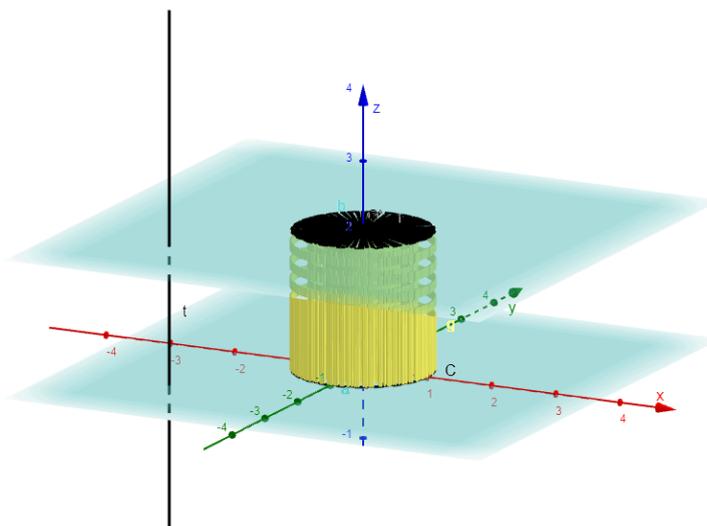
Imagem 18 - Representação parcial da Definição do Livro I



Fonte: produzida pelo autor

A representação total da Definição apresentada no livro I, pode ser observada na Imagem 19, produzida no GeoGebra.

Imagem 19 - Representação total da Definição do Livro I



Fonte: produzida pelo autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/ykd47nfn> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

O segmento  $t$  (nas imagens 17, 18 e 19) é limitado pelos planos azuis ( $\alpha$  e  $\beta$ ), então,  $t = h$ . Na Imagem 18, os três segmentos de retas interiores, que por sua vez são congruentes e paralelos à  $t$ , e de altura  $h$ , representam os segmentos de retas que intersectam o círculo (região circular). Na Imagem 19, representam a reunião destes segmentos congruentes e paralelos a  $t$ , e de altura  $h$ .

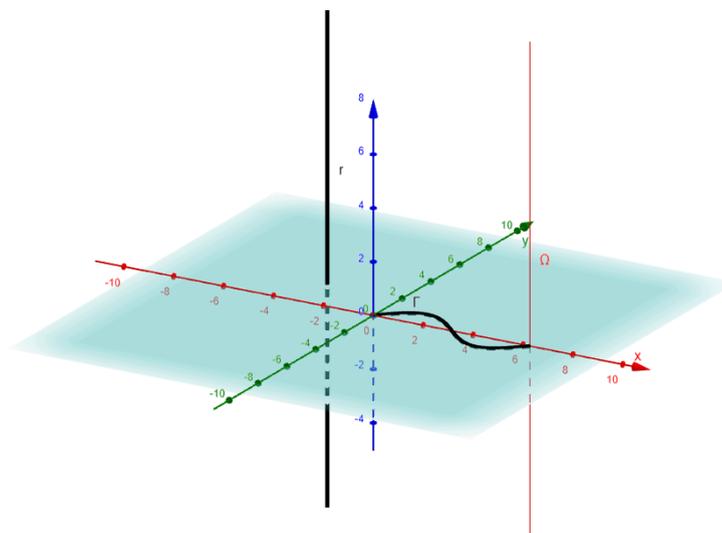
### 3.2 Livro 2

A definição de superfícies cilíndricas segundo Camargo e Boulos (2005, p. 435) é a seguinte:

Um subconjunto  $\Omega$  de  $\mathbb{IE}^3$  é uma **superfície cilíndrica** se existem uma curva  $\Gamma$  e uma reta  $r$  tais que  $\Omega$  seja a reunião das retas paralelas a  $r$  que contêm algum ponto de  $\Gamma$ . Cada uma dessas retas é chamada **geratriz** de  $\Omega$ , e  $\Gamma$  é chamada **diretriz** de  $\Omega$  (p. 435).

Dada a definição, segue uma possível ilustração viabilizada pelo GeoGebra (Imagem 20).

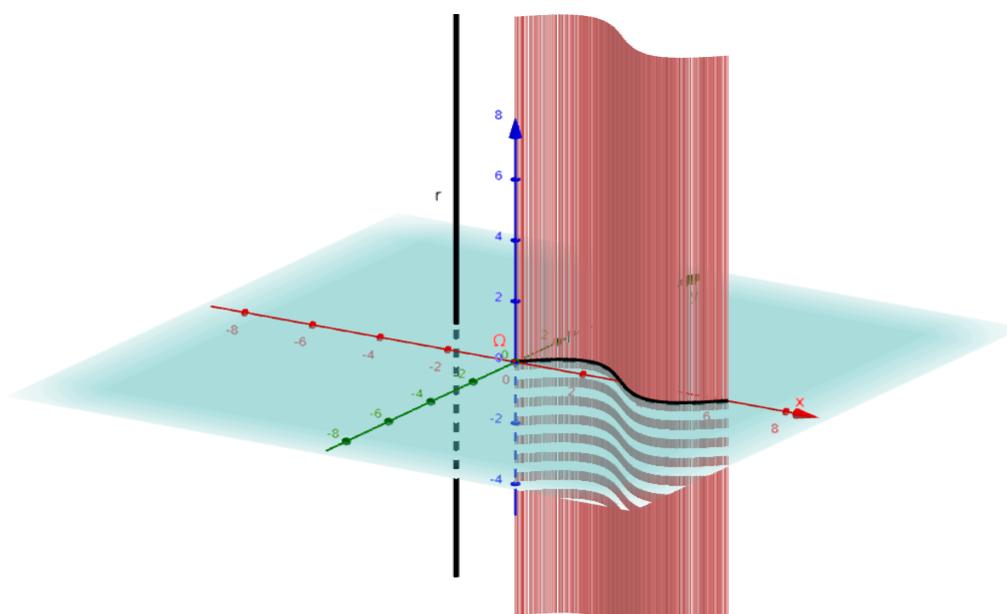
Imagem 20 - Representação parcial da Definição do Livro II



Fonte: produzida pelo autor

A representação total da Definição apresentada no livro II, pode ser observada na imagem 21, reproduzida no GeoGebra.

Imagem 21 - Representação total da Definição do Livro II



Fonte: produzida pelo autor

As representações acima, bem como suas construções, estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/snvbsueh> - basta entrar com o GeoGebra e manipular o controle “animação” na interface do software para realizar alterações nas ilustrações, conforme a sequência de imagens disposta.

### 3.3 Discussão

A partir das definições apresentadas neste capítulo, bem como suas respectivas representações mediadas pelo GeoGebra, é possível notar algumas características peculiares que distanciam (e aproximam) uma da outra, não apenas os termos utilizados em cada conceito, mas também a figura gerada no GeoGebra, o que caracteriza o processo de transposição didática da definição de cilindros, considerando os graus de ensino analisados. Portanto, listamos algumas diferenças e semelhanças conforme se segue:

- As diferenças:
  - Na primeira é um círculo **C** (região fechada), enquanto a segunda trata-se de uma curva **C** (não necessariamente fechada) qualquer;
  - Enquanto a primeira definição aborda a existência de *segmentos de reta* paralelos à reta **t**, a segunda definição aborda a existência de *retas* paralelas a **r**.
  
- As semelhanças:
  - As retas **t** e **r**;
  - O círculo **C** e a curva **C** e, por fim,
  - Reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta **t**, com uma extremidade em um ponto do círculo **C** e a outra no plano **b**, é equivalente à superfície **S**, da segunda definição.

Destacadas as semelhanças e diferenças entre as definições, podemos observar que o cilindro, enquanto superfície infinita, é gerada por uma curva qualquer (fechada ou aberta) e uma reta genérica (cujo sentido e a direção *não* importam) e é paralela a uma reta dada, conforme descrito pelo livro II, possui um nível de abstração bastante elevado que precisou ser moldado e passar por algumas modificações, ou seja, se adaptar, neste caso, ao ensino básico.

Nesse contexto, para que essa adaptação fosse realizada, fez-se necessário algumas Criações Didáticas, por exemplo: a necessidade de limitar, ter uma base, a ideia de altura, conforme descreve o livro I. Portanto, as Criações Didática não

surgem apenas como artifício que viabiliza a compreensão de discentes, mas também possibilita explorar conceitos como áreas de superfícies e volumes e suas medidas.

A análise feita foi com uma visão geral para refletir como o conceito de cilindro é apresentado nestes livros - dado o grau de ensino. Usamos, então, o GeoGebra para mediar a transposição didática, facilitando a visualização quanto às diferenças e as semelhanças dos conceitos apresentados por cada livro. Mas, embora não seja o foco da nossa pesquisa, não podemos deixar de salientar algumas questões que surgem, mediante a definição do livro I, como por exemplo:

Dada a definição, entende-se que o *cilindro* é apenas a casca (no sentido de ser uma superfície) ou é o todo (no sentido de ser um sólido)?

Neste caso, podemos notar que trata-se do sólido, pois a definição descreve que todos os segmentos de reta paralelos à reta  $t$ , com uma extremidade em um ponto do círculo  $C$  e a outra no plano  $b$ .

A partir daí, podem ser geradas outras questões, a exemplo de: “Todo cilindro é sólido?”

A nossa explanação, no Capítulo 2, abordando a definição superfície de revolução, reitera que cilindro pode ser gerado a partir da rotação de um reta  $g$  em torno de uma reta  $e$  (eixo), fixa, sendo a reta  $g$  paralela e distinta da reta  $e$ .

Observamos, então, que as definições apresentam uma sutileza. Trata-se da noção de círculo (a região interna) e a sua diferença da circunferência (a borda do círculo). Assim, com esta discussão, chegamos à conclusão de que a definição exposta pelo livro I, trata-se de um cilindro enquanto sólido, pois a reunião do conjunto de segmentos de retas preenchem o círculo (região circular) e ficam tão próximas a ponto de gerar o sólido geométrico estudado neste tópico.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho explorou algumas definições de cilindro, examinando alguns livros, sob o ponto de vista da transposição didática, com o auxílio do software GeoGebra. Tendo como objetivo, investigar o processo de transposição didática aplicado nas definições consultadas.

A definição de superfície cilíndrica gera uma abstração que acaba inviabilizando sua implementação na educação básica, entretanto, o processo de transposição didática possibilita que o conteúdo sofra algumas alterações (criações didáticas) para torná-lo apto a ser lecionado nas escolas. Nesse cenário, utilizamos o GeoGebra como ferramenta auxiliar que possibilitou a visualização das respectivas representações de cada definição e notar que estas ilustrações são diferentes.

Além disso, a natureza de cada definição e suas características específicas, como os termos técnicos e a complexidade (ou não) de cada definição, sobretudo quando se trata dos graus de ensino considerados, é possível evidenciar as criações didáticas presentes na noção de cilindros.

As consultas realizadas nos Livros I e Livro II, caminharam junto não apenas do objetivo deste trabalho, mas também do estudo abordado. Assim sendo, o processo de transposição didática aplicado na definição de cilindro, visualizado por intermédio do GeoGebra, sobretudo na comparação entre estes livros podemos notar as diferentes especificidades apresentadas em cada um, e, perceber também, as criações didáticas que foram feitas a fim de contemplar as necessidades do ensino.

Assim, a partir de cada definição abordada no capítulo 3, notou-se que cada figura possui características peculiares que vão ao encontro do processo de transposição didática. E, isso reforçou a aparição de especificidades, como volumes ou áreas de superfícies, que estão intimamente ligadas às criações didáticas, mencionadas neste trabalho, que o GeoGebra ajuda a ilustrar. Portanto, o estudo apontou que a conexão estabelecida entre a transposição didática e o GeoGebra favorece a explanação acerca de cilindros.

Por tal motivo, esperamos que este trabalho possa contribuir para pesquisas posteriores que discutem a transposição didática de conteúdos, sobretudo no âmbito do ensino da matemática. Consequentemente, que motive o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras, visto que, a abordagem utilizada para o ensino de cilindros nesta pesquisa pode ser ampliada e aplicada nas demais áreas da matemática, colaborando para um processo de ensino-aprendizagem diversificado, para atender às exigências da contemporaneidade.

## REFERÊNCIAS

- ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. **A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática.** *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27, 2013, pp. 349-365.
- ABAR, C. A. A. P. A. **Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra.** *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional De São Paulo*, 9(1), 2020, pp. 59–75.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: geometria.** 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.
- CAMARGO, I; BOULOS, P. **Geometria analítica: um tratamento vetorial.** - 3ª ed. rev e ampl - São Paulo: Prentice Hall, 2005.
- DOLCE, O; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Espacial.** Volume 10 - 7ª Ed. São Paulo: Atual, 2013.
- LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica.** 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2001.
- LEIVAS, J. C. P; CURY, H. N. **Transposição Didática: exemplos em Educação Matemática.** *Educação Matemática em Revista-RS*, v. 1, n. 10, 2009.
- MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999.
- NASCIMENTO, Daniel Tavares; SANTOS, Eduardo Gonçalves. **A formação do professor de matemática nas instituições de ensino superior públicas da paraíba: um olhar para as disciplinas que envolvem a matemática da educação básica.** *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 12, n. 28, p. 243-267, 2023.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** - 3ª ed. reimp. - Belo Horizonte; Autêntica, 2015.