UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Cosmo Matias Gomes

Modelagem Matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de Função Afim no Ensino Médio

Rio Tinto – PB
2016

Cosmo Matias Gomes

Modelagem Matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de Função Afim no Ensino Médio

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2016

G633m Gomes, Cosmo Matias.

Modelagem matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de função afim no ensino médio. / Cosmo Matias Gomes. – Rio Tinto: [s.n.], 2016.

70f. : il.-

Orientador (a): Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

Modelagem Matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de Função Afim no Ensino Médio

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro Assis

Aprovado em: _____/______/______

BANCA EXAMINADORA

____

Prof.ª Dr.ª Cibelle de Fátima Castro Assis (Orientadora) – UFPB/CCAE

____

Prof.º Ms. Givaldo de Lima – UFPB/CCAE

____

Prof.º Dr. Jamilson Ramos Campos – UFPB/CCAE

Aos meus pais, por proporcionar-me uma base sólida para os estudos. A minha família, pelo apoio moral, incentivo e carinho. Aos amigos, que de forma direta e indireta, como por orações, contribuíram para esta conquista.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela proteção e cuidado, ao Seu filho Jesus Cristo, pelo amor e carinho, e ao Espírito Santo pelo apoio intelectual atribuído a mim e aos envolvidos neste trabalho.

À família, em especial aos meus irmãos e irmãs. E claro, aos guerreiros que por intermédio de Deus, com muito suor, determinação e amor nos trouxeram a este mundo, Manoel Matias Gomes (meu pai) e Maria dos Santos Gomes (minha mãe). Todo o meu carinho e amor àqueles que disseram SIM para a minha existência.

Aos amigos Marcos Fernandes, José de Andrade, William e Leandro pelo companheirismo de anos e pela amizade imensurável. Às amigas Danielle Oliveira e Germanna Santos, as quais têm uma grande parcela em meu crescimento em vários aspectos. São para mim presentes de Deus. A uma amiga que se encontra a 2.043,3 km e mesmo com toda essa distância não mediu esforços para me ouvir, aconselhar, motivar diante das dificuldades que enfrentei e que por isso não poderia deixar de compartilhar esta vitória com ela: Daniele Assunção. Às novas amizades adquiridas ao longo da jornada acadêmica: Anne Souza, Rosilanne, Glauciely, Kacieli Lima, Fernanda, Pedro, Ramon, Rafael, Luiz Antonio, Edson, Josivan, que diante de diversos momentos desta caminhada compartilhamos de inúmeros aprendizados e experiências. Aos amigos de TCC, Melquisedec e Edileide, que juntos pudemos compartilhar momentos únicos, medos, angústias, incertezas, tristezas e alegrias se fizeram presentes. Diante de momentos difíceis, buscamos fortalecer uns aos outros para juntos concluirmos este tão esperado sonho. Também aos amigos que aqui não foram citados.

Aos professores que contribuíram para o meu desenvolvimento nesta licenciatura, dos quais ressalto Emmanuel Falcão, pelas aulas de Matemática mais divertidas que já vivenciei, Givaldo, Marcos André e Cristiane Fernandes, por respeitarem minha fé, e assim darem-me a oportunidade de continuar cursando sem ter que ir contra os princípios de minha fé. A vocês todo o meu respeito e gratidão. À banca examinadora pelas contribuições a este trabalho.

Por fim, àquela que desde meu segundo período neste curso vem corrigindo de forma precisa e compreensiva os meus rabiscos, erros gramaticais, conjugais, coloquiais e assim por diante, por meio de relatórios, atividades, artigos de projetos dos quais tive a honra de participar com ela. Sim, claro, estou falando de minha professora, coordenadora, orientadora e amiga Cibelle Assis. Para você um obrigado é pouco, minha eterna gratidão.

E se o mar não abrir
E o faraó me alcançar
Eu não vou desistir
Não vou duvidar
E se o gigante não cair
Se a fornalha me queimar
Mesmo que eu morra aqui
Sei que amanhã vou acordar

Jeferson Pillar

RESUMO

O principal objetivo desse trabalho é investigar contribuições e limitações da utilização do software GeoGebra na resolução de problemas de Modelagem Matemática de Função Afim. Como referencial teórico, utilizamos o conceito de Modelagem Matemática apresentado por Biembengut e Hein (2000). Para a investigação, a metodologia de pesquisa utilizada quanto aos objetivos foi de caráter exploratório, com relação a coleta de dados enquadra-se como estudo experimental e quanto à análise dos dados coletados classificamos em qualitativa. O desenvolvimento da pesquisa foi subdivida em 4 fases, a saber: 1ª fase – Levantamento bibliográfico; 2ª fase – Elaboração da atividade; 3ª fase – Intervenção didática na escola; 4ª fase – Avaliação da proposta. Para a intervenção didática escolhemos duas turmas do 1º ano do Ensino Médio e o professor de Matemática das turmas de uma Escola Estadual do Ensino Médio do vale do Mamanguape. Adaptamos do livro didático adotado na escola de referência uma situação problema possível de ser modelada por uma função do tipo Afim. A proposta foi aplicada em duas turmas, uma utilizando-se do GeoGebra e a outra não. Em seguida às intervenções em sala, entrevistamos o professor. Ambas as turmas mostraram-se empolgadas durante o desenvolvimento da intervenção, uma vez que a situação problema proposta faz parte de seu cotidiano, como sugere a Modelagem Matemática. No entanto, constatamos também que o GeoGebra possibilita a modelagem da situação problema de forma mais rápida permitindo os alunos se envolverem com o problema dedicando mais tempo às análises do que aos cálculos, mas apresentou limitação na apresentação de valores acima de duas casas decimais. O resultado das intervenções foi reafirmado pela percepção do professor quanto à potencialidade da proposta com o GeoGebra e revela um recurso eficaz para a aprendizagem e para Modelagem Matemática.

Palavras-chave: modelagem matemática, função afim, ambiente de geometria dinâmica.

ABSTRACT

The main objective of this study is to investigate contributions and limitations of the use of GeoGebra software in solving mathematical modeling of problems of the type function Affine. As a theoretical framework, we use the concept of Mathematical Modeling presented by Biembengut and Hein (2000). For research, the methodology was exploratory, about to data collection it was part of an experimental study and on the analysis of data collected we classified as qualitative. The development of the research was subdivided into 4 phases, namely: Phase 1 - bibliographical survey; Phase 2 - Development of activity; 3rd phase - didactic intervention in school; Phase 4 - Evaluation of the proposal. For didactic intervention, we chose two classes of the 1st year of high school and the mathematics teacher of the classes of a state school of high school Mamanguape Valley. We adapted of the textbook adopted in the reference school a problem situation to be modeled by a function of type Affine. The proposal was applied in two groups, one using GeoGebra and the other not, then the room interventions, interviewed the teacher. Both groups were shown to be excited during the development of the intervention, since the situation problem proposal is part of their daily lives, as suggested by the Mathematical Modeling. However, we also found that GeoGebra enables the modeling problem faster situation allowing students to engage with the problem devoting more time to the analysis than the calculations, but the proposal presented limitation using two decimal values. The result of the interventions was reaffirmed by the perception of the teacher as potential with Geogebra and reveals an effective resource for learning and Mathematical Modeling.

Keywords: Mathematic modeling, affine function, dynamic geometry environment.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

A Modelagem Matemática é um tema que vem sendo abordado em diversos eventos educacionais, como no Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM e no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, onde tal assunto é temática nacional e internacional.

Segundo Vertuan (2010, p. 2), a Modelagem Matemática, "[...] é uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática que coloca os alunos diante de situações problema que, embora tenham interesse em resolver, não possuem, necessariamente, de antemão, ideias e ferramentas para isso."

Os documentos oficiais também nos trazem algumas orientações sobre a Modelagem Matemática a ser trabalhadas no Ensino Médio. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM, por exemplo, apontam no tópico Investigação e Compreensão os seguintes aspectos sobre a Modelagem:

> [...]identificar o problema; procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades" (BRASIL, 2000, p. 46).

Em outro documento de referência nacional, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2002) apresentam uma sequência de procedimentos que o aluno deverá desenvolver no processo de Modelagem, à saber:

> [...]selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado e matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda a situação real (BRASIL, 2002, p. 85).

Nesse sentido, entendemos que a Modelagem Matemática permite ao aluno uma visão do real sentido e compreensão dos problemas matemáticos expostos em sua volta para ele assim ter autonomia de buscar a melhor forma de solucionar tais problemas com os conhecimentos matemáticos adquiridos.

Nessa perspectiva de utilizar a Modelagem Matemática na resolução de situações problema, destacamos o conteúdo de Função Afim como ferramenta para esta metodologia, uma vez que alguns fenômenos podem ser modelados por ela. Por exemplo, no estudo da velocidade entre dois corpos no âmbito da Física, também nas áreas da Economia, Biologia, Astronomia e Engenharia.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) destacam a importância do estudo da funções:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121)

Por outro lado, o conteúdo Função Afim é considerado fonte de dificuldades de aprendizagem dos alunos. De fato, com a nossa participação em eventos educacionais, observamos relatos de experiências envolvendo este conteúdo enfrentado pelos alunos do Ensino Médio. Com isso, é preocupante para os professores, uma vez que, devem pensar em metodologias diversas para que se possa abordar, de forma mais compreensível, tal conteúdo.

Assim, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2002), abordam a aprendizagem de Função por intermédio de situações problema, e descrevem que:

> Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2002, p. 44)

O documento ainda destaca que “o ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas” (BRASIL, 2002, p. 121). Levando para a Função Afim como um caso especial, não podemos esquecer da sua essência nesse estudo que é de fato, a relação de dependência entre duas grandezas, a contextualização e as formas algébricas e gráficas de representação (COSTA, 2010).

Entre os recursos que podem auxiliar o professor de Matemática no tratamento do conteúdo Função Afim, temos os *softwares* educacionais de Geometria Dinâmica. De uma forma geral, as tecnologias vêm se impregnando em nossos dias. A mesma se faz presente em diversos contextos da vida do ser humano, seja no âmbito pessoal, profissional e até mesmo escolar.

Dessa forma, acreditamos que ao integrar a Geometria Dinâmica ao ensino do conteúdo Função Afim na resolução de problemas de Modelagem Matemática podemos despertar o interesse e minimizar a dificuldade de aprendizagem dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN afirmam que o uso das tecnologias e suas diversas formas é um dos principais agentes de transformação da sociedade por sua atuação no cotidiano das pessoas (BRASIL, 1998, p. 43). Outrossim, o documento retrata as contribuições da utilização dos recursos da tecnologia no processo de ensino aprendizagem de Matemática, a saber:

> - relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
> - evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
> - possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
> - permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo. (BRASIL, 1998, P. 43-44)

No entanto, “a simples instalação de equipamentos de informática, de TVs e de aparelhos de DVD na escola e acesso à internet, por modismo, não é sinônimo de um ensino de boa qualidade. Pelo contrário, esses recursos podem continuar camuflando práticas convencionais.” (CANEIRO & PASSOS, 2014).

Este aspecto remete a um outro fator determinante no processo de utilização das tecnologias no contexto escolar: a formação do professor. Para Valente citado por Altoé e Fugimoto (2009, p. 164), “a questão da formação do professor mostra-se de fundamental importância no processo de introdução da informática na educação, exigindo soluções inovadoras e novas abordagens que fundamentam os cursos de formação”.

Assim, queremos com essa pesquisa observar contribuições da utilização do GeoGebra na resolução de problemas de Modelagem Matemática para Função Afim e ainda mostrar para os envolvidos na pesquisa como esta ferramenta metodológica pode colaborar para o estudo do conteúdo matemático na perspectiva da modelagem.

1.2 Problemática e Justificativa

A escolha do tema deste Trabalho de Conclusão de Curso – TCC surgiu mediante as experiências vivenciadas ao longo do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB do

Campus IV, especificamente no Projeto PROLICEN - Programa de Licenciaturas, e na disciplina Laboratório para o Ensino de Matemática II.

No Projeto PROLICEN, intitulado *Informática Educativa na Escola: Utilização do GeoGebra no Desenvolvimento de Conteúdo Matemáticos do Ensino Médio*, participamos como aluno bolsista em três edições consecutivas, nos anos de 2012 à 2014. O referido projeto teve como objetivo geral desenvolver ações que contribuam para a formação inicial do professor de Matemática para atuar no Ensino Médio capacitando-o para utilizar o *software* educativo GeoGebra em conteúdos específicos deste nível escolar.

As ações do projeto permitiram conhecer a realidade do Ensino Médio de escolas públicas; levantar os conteúdos e dificuldades dos alunos e professores do 1º ano do Ensino Médio e quais obstáculos justificam as dificuldades apresentadas, incluindo dificuldades com o uso do GeoGebra; construir atividades no GeoGebra voltadas para a melhoria do ensino e da aprendizagem dos conteúdos apontados como sendo fonte de dificuldades; oferecer oficinas aos alunos nas escolas baseadas nas atividades desenvolvidas no GeoGebra; apresentar aos professores do 1º ano do Ensino Médio das escolas públicas do município do aluno bolsista e aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática os recursos e potencialidades do *software* educativo GeoGebra presentes nas atividades construídas; avaliar as propostas de atividades construídas no GeoGebra e desenvolvidas nas oficinas considerando a avaliação dos professores, dos alunos das escolas e dos alunos da UFPB.

Identificamos que entre os conteúdos em que os alunos apresentam maior grau de dificuldade em seu aprendizado, o conteúdo *Função Afim* foi indicado pelos próprios alunos do 1º ano do Ensino Médio, de duas escolas de cidades distintas. Do mesmo modo, os professores apontaram esse mesmo conteúdo como sendo o de maior dificuldade no aprendizado para os alunos (GOMES & ASSIS, 2014).

O projeto também comtemplou, na segunda fase de execução, a realização de oficinas com os estudantes nas escolas sobre o tema *Funções* com situações problemas utilizando o *software* GeoGebra. Pudemos constatar que muitos alunos apresentam dificuldades na resolução de problemas envolvendo Função Afim.

Ao participar da disciplina Laboratório para o ensino de Matemática II, no sétimo período do curso de Matemática, foi abordada a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Na oportunidade percebemos a sua importância na construção da aprendizagem matemática e na utilização de suas ferramentas na resolução de situações problemas.

Ainda no desenvolvimento do Projeto do Programa de Licenciaturas, descrito anteriormente, foi utilizado o *software* GeoGebra como apoio no aprendizado de *Funções* e outros conteúdos ditos como de difícil aprendizado pelos estudantes do 1º ano do Ensino

Médio e na oportunidade percebemos sua potencialidade no desenvolvimento da aprendizagem de tais conteúdos.

Foram nessas condições, ao nos depararmos com o quadro do Ensino Médio da região do Vale do Mamanguape, detectando o nível de dificuldades na aprendizagem do conteúdo *Função Afim* pelos estudantes do 1º ano do Ensino Médio, e ao perceber a potencialidade da utilização da Modelagem Matemática e do *software* GeoGebra, que se deu o interesse pelo tema proposto para esse Projeto de Pesquisa.

Mais precisamente, buscamos neste estudo trabalhar a seguinte problemática: *De que forma a integração de um ambiente de Geometria Dinâmica favorece processos de Modelagem Matemática desenvolvidos no Ensino Médio?* Para responder à esta pergunta, fizemos escolhas quanto ao programa de Geometria Dinâmica, no caso o GeoGebra, e quanto à Matemática, optamos por uma situação que pudesse ser modelada por uma função do tipo Afim.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar contribuições e limitações da utilização do software GeoGebra na resolução de problemas de Modelagem Matemática do tipo Função Afim.

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançarmos o objetivo geral desta pesquisa, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar no livro didático do 1º ano do Ensino Médio da escola de referência situações que podem ser modeladas por uma Função Afim;
- Elaborar e desenvolver uma proposta didática de Modelagem Matemática com e sem o uso do GeoGebra em turmas de 1º ano de uma escola de Ensino Médio;
- Avaliar juntamente com os alunos e professores as contribuições do GeoGebra na resolução de problemas envolvendo Modelagem Matemática com Função Afim;
- Comparar as potencialidades e limitações de uma proposta didática de Modelagem Matemática com e sem o uso do GeoGebra.

1.4 Considerações Metodológicas

A metodologia de pesquisa escolhida quanto aos objetivos pode ser classificada como exploratória. Segundo Gil (2002) a pesquisa exploratória tem como objetivo,

> [...]proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado.(GIL, 2002, p. 43)

Com relação à coleta de dados, nossa pesquisa se enquadra no estudo experimental. Ainda para Gil (2002, p. 48), "a pesquisa experimental constitui o delineamento mais prestigiado nos meios científicos. Consiste essencialmente em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis capazes de influenciá-lo e definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto".

Quanto à análise dos dados levantados, classificamos essa pesquisa como sendo qualitativa. Moresi (2003) determina que a pesquisa qualitativa

> [...]considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem (MORESI, 2003, p. 8-9)

Para o atendimento aos objetivos apresentados, geral e específicos, esta pesquisa será desenvolvida em quatro fases as quais serão destacadas a seguir.

- **Primeira fase – Levantamento bibliográfico.** Para o desenvolvimento dessa pesquisa inicialmente buscamos nas referências nacionais orientações sobre a Modelagem Matemática, sobre o estudo de Funções e a utilização da Geometria dinâmica no contexto da Educação Matemática.

- **Segunda fase – Elaboração da atividade.** Nesta fase identificamos no livro didático do 1º ano do Ensino Médio da escola de referência, as possibilidades de realizar a Modelagem Matemática envolvendo o conteúdo Função Afim. Foi elaborada uma proposta de intervenção didática envolvendo a Modelagem Matemática de forma que fosse possível aplicar conhecimentos sobre Função Afim. Esta proposta foi elaborada em duas versões, sendo uma acompanhada de um roteiro com instruções para que o *software* GeoGebra fosse utilizado pelos alunos durante a Modelagem. A outra versão da atividade foi idêntica aquela proposta pelo livro didático. Dessa forma, foram elaborados dois Planos de Aula (Plano de Aula 1 e Plano de Aula 2) contendo os detalhes da proposta (Apêndice A)

- **Terceira fase – Intervenção didática na escola.** Nessa terceira fase, aplicamos a atividade elaborada na segunda fase da pesquisa em uma mesma turma, sendo a primeira versão sem o *software* seguida da proposta com o *software*. Na intervenção contamos com a participação do professor de Matemática que esteve presente durante a realização da atividade em sala. Nesta fase também elaboramos o roteiro da entrevista (Apêndice C) a ser realizada com um professor de Matemática da escola de referência antes da intervenção na aula. Na oportunidade tratamos sobre os recursos dele para desenvolver em sala problemas que abordam o estudo da função afim e a sua percepção sobre o Plano de Aula elaborado.

- **Quarta fase – Avaliação da proposta.** Após o desenvolvimento das atividades da fase anterior, fizemos uma análise quanto às possibilidades da Geometria Dinâmica e do *software* Geogebra na Modelagem Matemática e a viabilidade da proposta para o ensino e a aprendizagem. Para esta fase utilizamos todos os registros obtidos durante a intervenção, como exemplo, os roteiros de atividades entregue aos alunos (Apêndice B), os registros dos alunos no Geogebra, além dos fatos ocorridos no ambiente. Também elaboramos nesta fase da pesquisa mais um roteiro de entrevista na qual o professor pôde analisar a turma. Constatamos assim as contribuições e limitações que o *software* GeoGebra apresenta na resolução de problemas de Modelagem Matemática para Função Afim.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 A Modelagem Matemática na Educação Básica

Vivemos numa sociedade advinda de transformações e por consequência dessas mudanças a sociedade é posta diante de novos desafios que dão origem às novas formas de enfrentar a realidade social. Como afirmam Biembengut e Hein (2000, p.9) tais desafios "têm tornado crescente o movimento em prol da educação matemática". Os autores ainda pontuam que esses desafios "têm gerado reestruturações no currículo e nos métodos de ensino que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independentemente" (2000, p.9).

Para uma boa parte da sociedade, a Matemática que tem sido criada ao longo do tempo causa medo, com isso dizem que seu aprendizado é para poucos. Aquele que é bom em Matemática seria bom em tudo. No entanto há aquele que também exprime que a Matemática não apresenta utilidade. Nesse sentido a Matemática não faz parte do cotidiano e nem muito menos está interligada com outras ciências (MEYER, CALDEIRA E MALHEIROS, 2013).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p. 24), com a Modelagem esse sistema tem de ser mudado. De fato,

> Não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque rompemos com a concepção de que o professor ensina e passamos a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação. Passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o aluno aprende (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS 2013, p. 24).

A Modelagem é tida como um método científico de pesquisa e também uma estratégia de ensino aprendizagem (BASSANEZI, 2013). Observando a forma que uma parte da sociedade se comporta em relação à Matemática, a Modelagem vem para aliar-se com essa ciência e assim torná-la significativa. De acordo com Bassanezi (2013), "a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (2013, p. 16), o autor complementa "é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la" (BASSANEZI, 2013, p. 17).

Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) deixam claro que o primeiro passo para trabalhar a Modelagem é tomar conhecimento da existência de um problema real, o qual apresente significado para os alunos e a comunidade.

Em sala de aula, no que diz respeito ao ensino da Matemática, o professor se mostra como sendo o sujeito da aprendizagem, aquele que *dá*, *começa*, *termina*, ou *seja*, um reprodutor (MEYER, CALDEIRA E MALHEIROS, 2013). Nesse sentido os mesmos autores descrevem que a "sociedade coloca a Matemática como um objeto que se ensina, e o sujeito do processo é o professor". Não obstante, eles acreditam que a Modelagem Matemática não compactua desta ideia. Afirmam que "o sujeito do processo cognitivo é o *aprendedor*, portanto o aluno. Cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios" (2013, p. 25).

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) "é fundamental que os alunos saibam aprender, saibam que nunca vamos conseguir ensinar ou mostrar toda a Matemática que eles vão necessitar" (2013, p.26). Ainda os autores enfatizam que "o que precisamos fazer é habilitar os alunos a aprender e a ter confiança em si próprios de que conseguirão fazê-lo" (2013, p.26). Deste modo compreendemos que a Modelagem Matemática adota um caráter cooperador no que se refere ao processo cognitivo do alunado.

É importante salientar que:

> No setor educacional, a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica (BASSANEZI, 2013, p. 16).

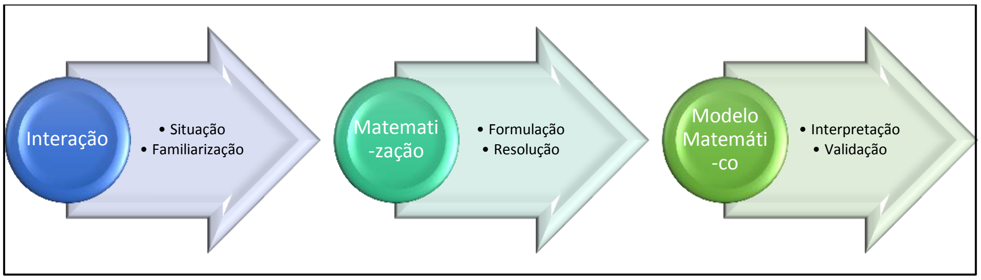
Segundo Biembengut e Hein (2000), a Modelagem Matemática é um processo que resulta na obtenção de um modelo, que pode ser visto como um processo artístico por requerer do professor modelador, além do conhecimento matemático, intuição e criatividade para a interpretação do contexto, ou seja, saber definir qual conteúdo matemático se adequará e também ter senso lúdico para manusear as variáveis envolvidas. Não obstante, para os mesmos autores, a matemática e a realidade são dois conjuntos distintos e a modelagem é o meio de fazer uma ligação entre eles. Essa ligação envolve uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas, a saber, *interação, matematização* e *modelo matemático* (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Cada etapa está subdividida em duas subetapas, a saber,

> Interação: reconhecimento da situação-problema; familiarização com o assunto a ser modelado – referencial teórico. Matematização: formulação do problema – hipótese; resolução do problema em termos do modelo. Modelo matemático: interpretação da solução; validação do modelo – avaliação (BIEMBENGUT E HEIN, 2000, p. 13).

Representamos na figura 1 estas três etapas da Modelagem Matemática.

Figura 1 - Dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Adaptado de Biembengut e Hein (2000, p.14)

A etapa da *interação* é desenvolvida uma vez que é delineada a situação que se pretende estudar. Com isso é preciso fazer um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direto, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área). Esta fase está subdividida em duas – *reconhecimento* da situação-problema e *familiarização* - no entanto, elas não obedecem a uma ordem rígida. (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p.13 e 14). Biembengut e Hein acrescentam que esse momento é muito importante, pois "a forma como o professor demonstra seu conhecimento e interesse sobre o tema em questão pode contribuir, significativamente, para a motivação dos alunos" (2000, p.20).

A etapa da *matematização*, conhecida com a etapa mais complexa e "desafiante", está subdividida em *formulação* do problema e *resolução*. É nessa etapa, onde relata os autores Biembengut e Hein (2000) que é feito a interpretação da situação-problema para a linguagem matemática. Tomando como elementos indispensáveis neste processo intuição, criatividade e experiência acumulada. É na formulação de problema que se faz necessário o levantamento de hipóteses, tal como a "classificar as informações (relevantes e não relevantes); decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses; selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas; selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e descrever essas relações em termos matemáticos" (2000, p.14). Por conseguinte será realizada a resolução do problema ou análise com as ferramentas matemáticas que se dispõe. Eles dizem que aqui "o computador pode ser um instrumento imprescindível: especialmente em situação-problema que não foi possível resolvê-la por processos contínuos, obtêm-se resultados aproximados por processos discretos" (2000, p.14).

Na etapa do *modelo matemático*, segundo Biembengut e Hein (2000) é preciso a verificação do nível pelo qual ele se aproxima da situação-problema representada por meio de uma avaliação e, por conseguinte, verificar o grau de confiabilidade na sua utilização. Para tal, faz-se: "a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado; e a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação" (BIEMBENGUT E HEIN, 2000, p. 14).

A Modelagem Matemática perpassa as barreiras do aprendizado da Matemática, atingindo outras ciências. Bassanezi (2013) explica que as vantagens do emprego da Modelagem têm propiciado grandes avanços nos termos de pesquisas em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astrofísica . O mesmo afirma também que a "Modelagem pressupõe multidisciplinaridade" (2013, p. 16).

Assim, sabendo da utilidade e importância da Modelagem Matemática no processo de ensino aprendizagem, acreditamos na aplicabilidade dessa metodologia com suporte na ferramenta no conteúdo de *Função Afim*.

Cabe salientar que o estudo da Função Afim tem início no 9º ano do Ensino Fundamental, conteúdo que se encontra no Bloco de Conteúdos Matemáticos *Números e Operações* e é aprofundado no 1º ano do Ensino Médio fazendo parte do Bloco de *Funções*. Ou seja, o conteúdo Função tem sua primeira apresentação nos terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental devido às generalizações de padrões da Álgebra e o estudo da variação de grandezas (BRASIL, 2002, p. 51). Aparece de forma introdutória no 9º ano do Ensino Fundamental, onde seu estudo será aprofundado no Ensino Médio.

O estudo de função é descrito em conceitos e procedimentos do bloco de conteúdos *números e operações* no quarto ciclo, a saber, "identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano" (BRASIL, 2002, p. 87).

Mesmo com a presença desse conteúdo no Ensino Fundamental, os PCN destacam um aspecto negativo, uma vez que o professor, na tentativa de tornar mais significativa a aprendizagem da Álgebra, traz uma abordagem excessivamente formal desse conteúdo, abordagem essa que deve ser efetuada no Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 116).

No Ensino Médio o conteúdo de *Função Afim* é estudado no bloco de conteúdos *Funções*, abordado na primeira série dessa modalidade de ensino. Segundo as OCEM - Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), esse conteúdo "pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras" (BRASIL, 2006, p. 72).

Souza (2013) apresenta a seguinte definição para *função*:

> sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação de f de A em B é uma **função** quando associa a cada elemento x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B" (2013, p. 54). Essa função pode ser associada por: $f: A \to B\ ou\ A \xrightarrow{f} B$ (lê-se "função f de A em B). O conjunto A é denominado **domínio** (D(f)) e o conjunto B, **contradomínio** (CD(f)) da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado **imagem** de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** (Im(f)) (SOUZA, 2013, p. 54).

As OCEM (2006) apresentam a Modelagem Matemática como "a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BRASIL, 2006, p. 84) e percebida também como estratégia de ensino.

Outrossim, o documento afirma que,

> [...]ante uma situação-problema ligada ao "mundo real", com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento (BRASIL, 2002, p. 85).

Deste modo, podemos então abordar o conteúdo de Função Afim como ferramenta na utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino aprendizagem deste conteúdo, uma vez que esse conteúdo nos permite a identificação na natureza entre a variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais, relacionadas assim com uma situação real e do cotidiano.

2.2 Integrando a Geometria Dinâmica do GeoGebra à Modelagem Matemática

2.2.1 Geometria Dinâmica

Nos tempos atuais existem programas computacionais que permitem a construção de objetos geométricos com ferramentas, tais como régua e compasso virtuais, que permitem a manipulação desses objetos matemáticos. Tais programas ou *softwares* são conhecidos como ambientes de Geometria Dinâmica (GD). Nesses ambientes, os alunos podem expor suas conjecturas por intermédio da manipulação das construções por eles realizadas.

Podemos considerar a Geometria Dinâmica, como a evolução da “Geometria Tradicional”, aquela munida de régua e compasso para as construções geométricas. “O termo ‘dinâmico’ do nome pode ser entendido das construções da geometria tradicional” (ISOTANI, 2005, p. 7). Como descrito antes, a GD permite ao aluno a construção de um objeto geométrico e a alteração do mesmo sem que se perca sua propriedade geométrica.

Esta alteração pode ser caracterizada pelo “arrastar” dos objetos geométricos construídos pela tela do computador. Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008), citados por Silva e Penteado (2009), enfatizam que o arrastar dispõe ao estudante mover livremente determinados elementos de um desenho e observar outros elementos que correspondem às condições alteradas, uma vez que o objeto tenha sido construído por meio de suas propriedades.

Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014) o dinamismo disposto na GD pode ser outorgado às possibilidades em que podemos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir de forma virtual objetos geométricos, possibilitando assim novos caminhos de investigação (2014, p. 23). Ademais, Silva e Penteado (2009), baseado em Clements et. al (2008), “declaram que ambientes baseados em geometria dinâmica podem beneficiar estudantes no entendimento de formas e figuras geométricas. Para esses autores, em muitas ocasiões estudantes passam de um nível visual de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração/relação” (2009, p. 1069). Nesse sentido, entendemos que essa passagem de níveis se dá quando o estudante deixa de se prender somente às formas geométricas visuais passando a compreendê-las por suas propriedades geométricas, e consegue identifica-las sem a necessidade do visual geométrico.

Segundo xxxxxx embasado em Hellebrands (2003), no ambiente de GD o aluno é a peça-chave de seu próprio aprendizado. Contudo, nesse processo de aprendizagem, a postura participativa do aluno é requisito mínimo para o aprendizado do assunto estudado. O incentivo ao aluno para a utilização de programas de GD o torna ativo no processo de aprendizagem, contribuindo na busco pelo conhecimento podendo produzir resultados positivos.

Atualmente foram desenvolvidos vários *softwares* apoiados na GD, sejam eles de caráter livre, como o GeoGebra, Gamboi e o Geometry Applet Geonext, ou pagos como o Cabri e o Cinderella. Para a realização deste trabalho utilizamos o GeoGebra, o qual apresentaremos no tópico a seguir.

2.2.2 GeoGebra no estudo das funções

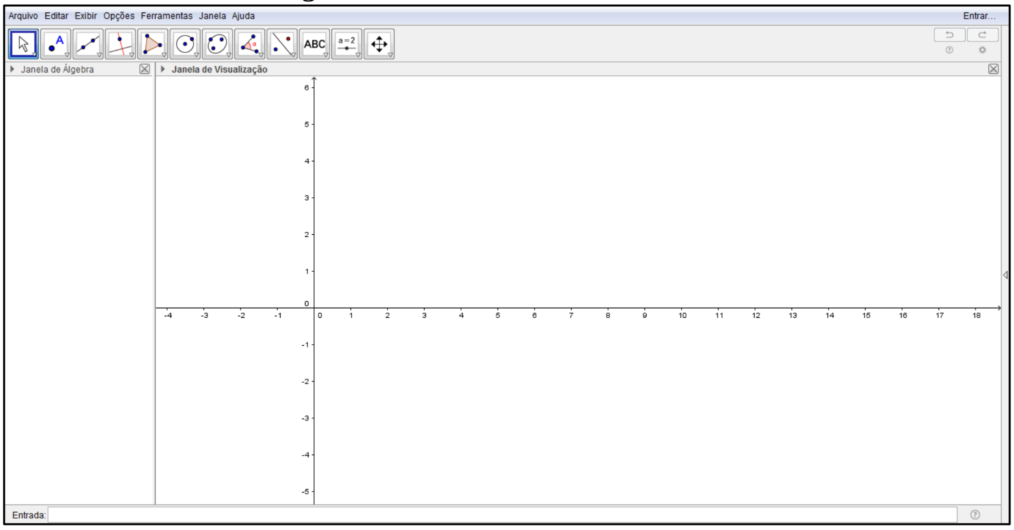
O *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra foi desenvolvido pelo professor Markus Hohenwater da Universidade de Salzburg na Áustria em sua tese de doutorado. A grande contribuição deste programa para a Matemática é reunir Geometria, Álgebra e Cálculo em um único ambiente. O mesmo foi traduzido para vários idiomas.

O GeoGegebra é um *software* livre com isso contém o código fonte aberto, permitindo assim a qualquer programador alterar, acrescentar e aprimorar as ferramentas disponíveis. Dessa forma, pesquisadores vêm contribuindo para tornar cada vez mais o *software* eficaz para o ensino aprendizagem em áreas específicas da Matemática, e incrementando novos recursos, como por exemplo, a versão 3D.

Como afirma Silva e Penteado (2009) o *software* permite, de forma simples, a criação de pontos, vetores, retas, segmentos, seções de cônicas e os vários tipos de funções. É um ambiente de GD que disponibiliza uma gama de recursos para o trabalho em diversos conteúdos do ramo da Álgebra, Geometria e Cálculo.

O GeoGebra em sua versão 5.0.247.0-3D[1] do dia 11 de junho de 2016, versão utilizada para o desenvolvimento deste projeto, é exibido na tela inicial a Janela de Álgebra, Janela de Visualização (Janela Geométrica), Barra de Menus, Barra de Ferramentas, Campo de Entrada como podemos ver na Figura 2.

Figura 2 - Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal do autor

A Janela de Visualização permite observamos os objetos construídos, na Janela de Álgebra são disponibilizadas as propriedades algébricas do objeto apresentado na Janela de Visualização. Para a construção do objeto, o programa disponibiliza dois métodos: 1 – utilizando as ferramentas disponíveis na Barra de Ferramentas e executando diretamente na Janela Geométrica; 2 – utilizando o Campo de Entrada por meio da expressão algébrica do objeto a ser construído.

[1] Disponível no site: https://www.geogebra.org/

O *software* é de simples manuseio, como afirma Scano (2009). As ferramentas disponíveis são interativas facilitando a sua localização e utilização. Deste modo, o aluno não precisa possuir um “rico” conhecimento sobre Informática, basta saber ao menos utilizar dois dos principais periféricos do computador, o teclado e o mouse.

Para este tópico iríamos trazer experiências por professores ou universitários que tivessem publicado em forma de artigo, tese ou dissertação suas experiências com a utilização da Modelagem Matemática na resolução de problemas de Função Afim com o uso do *software* GeoGebra. Todavia, pesquisamos em sites de banco de artigos, teses e/ou dissertações, como: CAPES[2], Google Acadêmico[3], Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP[4] e Anais de eventos, mas não obtivemos o êxito que esperávamos nesta busca. O que mostra que estudos sobre as possibilidades do uso da Geometria Dinâmica, especificamente do GeoGebra, associado à Modelagem Matemática não são amplamente discutidos. Dessa forma, buscamos então pesquisas que tratam das possibilidades de explorar a GD para o estudo das funções e assim, nesta seção discutiremos as pesquisas de Nunes et al (2012); Tenório et al (2014) e Gafanhoto e Canavarro (2011).

A primeira pesquisa, intitulada “O uso do GeoGebra para resolução de Funções do Primeiro Grau com Professores de Matemática da rede publica de Pombal-PB” aborda a experiência dos autores com professores de matemática da rede pública de ensino de Pombal – PB, na realização de atividades com o uso do GeoGebra. O referido relato foi publica em forma de artigo no VII Encontro Paraibano de Educação Matemática em João Pessoa, Paraíba no ano de 2012, pelos autores Francisco Miqueias Sousa Nunes, Paulo Xavier Pamplona e Thaysa Carolyne Pereira da Silva.

O objetivo do projeto, segundo os autores, consiste em proporcionar atividades sobre o conceito de Função Afim com o uso do *software* GeoGebra e tendo em consideração seus diversos aspectos. Os autores preocuparam-se em utilizar os instrumentos tecnológicos disponíveis, sendo assim o computador e o GeoGebra, para melhorar o conhecimento de um determinado conceito, em especial na exploração de Funções Afins.

O trabalho teve como metodologia a realização de oficinas semanais com professores de matemática da rede publica de ensino de Pombal, onde as atividades trabalhadas podem, posteriormente, serem realizadas em sala de aula. Sendo assim percebemos a preocupação dos autores em promover novas propostas de atividades com o uso de um recurso tecnológico como alternativas para que os professores participantes utilizem na exploração de Funções Afins em sala de aula.

---

[2] http://www.periodicos.capes.gov.br
[3] https://scholar.google.com.br
[4] http://www.teses.usp.br

Para o procedimento e técnicas de pesquisa, os autores adotaram os seguintes elementos: primeiro, elaboraram uma ficha de inscrição do professor, contendo características pessoais, formação e uso da informática, o conteúdo matemática que seria vantajoso para uso do computador e do GeoGebra, na opinião do professor, dentre outras; segundo, realização das oficinas semanais, onde realizaram as atividades com os professores com conteúdos diferentes, os quais poderiam ser utilizados nas aulas com os alunos dos mesmos.

Os resultados apresentados pelos autores sobre o desenvolvimento das oficinas com os professores foram obtidos por intermédio de um questionário aplicado aos mesmos após a realização das oficinas, com isso apresentaram os seguintes resultados: 64% dos professores responderam que a visualização gráfica ajuda a compreender determinados conteúdos; em relação à compreensão dos alunos sobre os conteúdos de Funções Afins, a metade afirma que o computador seria um grande facilitador, no entanto 13% afirmam que o quadro negro facilita mais para a compreensão, e 37% diz que ambos são facilitadores; em outro questionário todos os professores responderam que a utilização do *software* facilita o entendimento dos conceitos de Função Afim; todos os professores afirmam indicar o uso de *softwares* como auxílio à aulas de matemáticas à colegas de profissão, demonstrando a potencialidade dessa metodologia de ensino; por fim, ao perguntarem se estavam preparados para utilizar essa tecnologia em suas aulas, 62% dos professores responderam que sim, 25% responderam que não e 13% afirmaram mais ou menos, ou seja, não tinham certeza.

Assim os autores concluem diante da entrevista dos professores, que alguns deles não estão seguros para utilizar o computador e o *software* em sala de aula.

A segunda pesquisa, intitulada *Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra*, descrita pelos autores André Tenório, Zélia de Souza Santos Costa e Thaís Tenório em forma de artigo refere-se a investigação do uso do *software* GeoGebra na resolução de exercícios e problemas de função do 1º grau. Para a realização da pesquisa foram necessárias duas turmas do 1º ano do Ensino Médio. O artigo foi publicado pela Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo no ano de 2014.

O desenvolvimento metodológico da pesquisa ocorreu em 4 etapas, a saber: primeira, aulas expositivas ministradas em sala de aula em ambas as turmas; pré-teste idêntico aplicado em sala de aula para as duas turmas, com três exercícios e três problemas; reforço pedagógico baseado na resolução de exercícios e de problemas, onde a primeira turma (controle) fez tudo da forma tradicional em sala de aula, as questões foram resolvidas individualmente em sala de aula sem o GeoGebra, e a segunda turma (alvo), no laboratório de informática, empregou o GeoGebra para resolver os exercícios e os problemas da lista, sabido que a lista foi idêntica para as duas turmas; pós-teste idêntico aplicado em sala de aula para as duas turmas, com três exercícios e três problemas, similares em nível de dificuldade aos do pré-teste.

Tabela 1: Médias das notas por questão do pós-teste nas turmas controle e alvo.

Turma	**Questões** (Cada questão valeu 1,67 pontos)						Nota total
	Exercícios			Problemas			
	1	2	3	4	5	6	
Controle	0,90	0	1,67	1,24	0,81	0,80	5,43
Alvo	1,67	0	1,67	1,35	0,82	0,66	6,17

Fonte: Tenório; Costa & Tenório (2014)

Como mostra a tabela acima, os alunos tiveram melhor desempenho nos problemas que nos exercícios do pós-teste, contrariando o pré-teste. Foi aplicado o questionário de opiniões aos alunos da turma alvo sobre o uso do *software* GeoGebra. De forma geral, todos os alunos consideraram boas as atividades com o uso do GeoGebra, caracterizando assim o *software* um recurso valioso.

Assim, os autores concluem que o GeoGebra, segundo a pesquisa, mostrou ser "um recurso importante para o processo de ensino e aprendizagem de matemática e os alunos citaram como benéfico ao aprendizado" (TENÓRIO; COSTA & TENÓRIO, 2014, p. 118).

A terceira pesquisa trata de uma experiência sobre o uso do *software* GeoGebra na resolução de atividades de Função Afim que envolvem a Modelagem Matemática. Tal relato foi publicado como Artigo no Encontro de Investigação em Educação Matemática, no ano de 2011 em Portugal, pelas autoras Ana Patrícia Gafanhoto e Ana Paula Canavarro.

O artigo apresentado pelas autoras refere-se a um estudo em que se investigou de que modo os alunos utilizam as representações múltiplas das funções (numérica, tabular, algébrica e gráfica) na resolução de tarefas que implicam a utilização de Funções num contexto de trabalho com o GeoGebra. Tiveram como objetivo identificar quais as representações a que os alunos recorrem, os fatores que influenciam a sua escolha e a forma como relacionam as diferentes representações. O estudo desenvolveu-se numa turma de 9º ano que já tinha trabalhado com o GeoGebra.

A intervenção desse estudo foi concretizada em 2009/2010, período para a recolha de dados. Para a intervenção didática a turma foi organizar em pequenos grupos. Estes grupos, em número de cinco, foram organizados pelo professor titular com a participação dos alunos.

A intervenção didática foi composta por seis tarefas diversas, as quais foram realizadas em seis aulas, sendo quatro classificadas como atividade de modelagem: *Qual o tarifário melhor? Eis a questão...; Matemática por um canudo; As folhas de papel que usamos; O crescimento do meu cabelo é modelado por uma função*.

A tarefa *Qual o tarifário melhor? Eis a questão...* tem como características a consolidação e aprofundamento do conceito de função de proporcionalidade direta e afim. Tendo sua consistência na definição, representação e interpretação de diferentes tarifários telefónicos reais como funções.

A tarefa *Matemática por um canudo* teve como características a consolidação e aprofundamento do conceito de proporcionalidade inversa. Aqui foi estudada a relação entre o comprimento de um cilindro oco e o tamanho de fita visualizada.

Já a tarefa *As folhas de papel que usamos* teve como característica uma tarefa de exploração do conceito de função de proporcionalidade inversa. Aqui pretendia-se que os alunos caracterizassem e representassem a função que a cada valor da largura da folha A4 associa uma altura, de forma a manter constante a medida da área. Com base nos resultados dessa tarefa, o professor, na aula subsequente, poderá formalizar o conceito de função de proporcionalidade inversa.

A tarefa *O crescimento do meu cabelo é modelado por uma função* teve como objetivo propor aos alunos uma tarefa de modelação mais aberta. O contexto dessa tarefa era enfatizado sobre um problema da realidade, crescimento do cabelo, o qual é modelado por uma função de proporcionalidade direta.

As autoras relataram de forma geral os resultados das tarefas realizadas. Afirmaram que os grupos aderiram bem à realização dessas tarefas, tanto no nível do empenho e responsabilidade como também das respostas matemáticas obtidas. No desenvolvimento das tarefas, os alunos foram capazes de utilizar diversos tipos de representação disponibilizados pelo GeoGebra, fazendo uso das potencialidades deste *software*, em particular das tabelas da folha de cálculo que tem incorporada, a qual consideraram uma mais valia significativa que lhes proporciona representações rigorosas em pouco tempo. A Figura 3 mostra a folha de Cálculo do GeoGebra sendo usada pelo Grupo 2, como auxílio para a resolução da questão 6 do problema: *O Crescimento do meu cabelo é modelado por uma função*.

Figura 3 - Procedimento usado pelo grupo 2

	A	B	C	D
1				
2				
3	2184			
4				
5	38.46			
6	3.21			
7				
8				
9	1.5			
10	1.5			
11				
12	1.3			
13				
14	1	23	15	
15	2	[illegible]	[illegible]	
16	3	49	45	
17	4	62	60	
18	5	75	[illegible]	

Número **B14**: 10 + 13 A14

Número **C17**: 15 A17

Fonte: Gafanhoto & Canavarro(2011)

As autoras do trabalho concluíram que todos os grupos utilizaram os diferentes modos de representação no conjunto de tarefas propostas. A representação gráfica foi a representação a que os alunos mais recorreram por sua iniciativa, em média da resolução de todas as tarefas, tendo sido as representações tabular e numérica as segundas mais utilizadas, surgindo em último lugar a representação algébrica. Para as autoras, o motivo que influenciou aos grupos a escolherem as representações se deu pelo tipo de conhecimento matemático que as questões evocavam. Assim, nas questões em que era pedido para se identificar a imagem dado o objeto, todos os grupos à exceção do grupo 3 recorreram majoritariamente à representação algébrica.

Assim, a concretização desse levantamento de pesquisas na área pôde contribuir para a pesquisa que estamos fazendo neste TCC. Outrossim, analisar as contribuições e limitações do *software* GeoGebra na Modelagem Matemática de situações problema sobre o conteúdo de Função Afim, reafirma a nossa problemática de pesquisa.

3 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

3.1 Caracterizando a Escola

Para o desenvolvimento desta pesquisa escolhemos uma Escola Estadual de Ensino Médio, situada no Centro da cidade de Mamanguape, Paraíba. A mesma foi fundada em 19 de dezembro de 1962, tendo como justificativa a falta de espaço que acomodasse os alunos da cidade e os advindos das zonas rurais. A escola atualmente conta com 12 salas de aula e uma estrutura que contempla uma biblioteca; uma cantina/refeitório; um laboratório de informática; uma sala de professor; um laboratório de matemática; uma sala de direção; um laboratório de ciências; uma quadra poliesportiva; quadros brancos/pincel em todas as salas de aula; equipamentos multimídias.

A escola conta com 07 professores de Matemática dos quais 3 lecionam as turmas do 1º ano do Ensino Médio, sendo cada um em turnos distintos. O Laboratório de Informática (LI) é munido de 23 computadores. Todas as máquinas comportam o Sistema Operacional Linux e também já possuíam a instalação do *software* GeoGebra.

A escola apresenta uma boa estrutura física, promovendo assim um bem-estar para a aprendizagem. No entanto foi perceptível uma má instalação elétrica, visto que o interruptor das lâmpadas está instalado em uma coluna que se encontra no exterior do LI em frente a porta do mesmo. Uma fase elétrica que não foi ligada, pois um dos funcionários não sabia onde liga. Com isso alguns computadores ficaram indisponíveis para uso. O LI possui um ambiente refrigerado devido o ar-condicionado, que mesmo não possuindo um bom funcionamento conseguia deixar o ambiente um pouco agradável.

3.2 Caracterizando as turmas do 1º ano do Ensino Médio

Foram escolhidas 2 turmas do 1º ano do Ensino Médio para a realização da pesquisa. Ambas as turmas estão inseridas ao horário vespertino, sendo uma das turmas para a realização da Modelagem Matemática da situação problema proposta com o auxilio do GeoGebra, e outra sem este auxilio, apenas modelou no modo tradicional.

Iniciamos a pesquisa com a turma que utilizou o GeoGebra, com isso a pesquisa foi realizada no LI da escola. Para esta pesquisa, contamos com a participação de 10 alunos, divididos em duplas e cada dupla por computador. O número reduzido de alunos foi devido a um evento esportivo entre várias escolas do Vale do Mamanguape, no qual a escola que realizamos a pesquisam estava inserida.

A segunda turma realizou a atividade de modelagem na sala de aula, visto que esta turma não deveria utilizar o GeoGebra como recurso. Nesta parte da pesquisa contamos com a participação de 16 alunos, onde também foram divididos em dupla.

3.3 O livro didático adotado na escola

Uma análise breve dos livros didáticos para o Ensino Médio, levando em consideração o conteúdo norteador deste trabalho, Função Afim, e a abordagem da Modelagem Matemática, nos permite ter uma ideia de como este conteúdo é tratado. Adotamos como referência o documento Guia de livros didáticos PNLD do Programa Nacional do Livro Didático, do ano de 2015 para o Ensino Médio (BRASIL, 2014).

A coleção adotada pela Escola de referência deste estudo e onde a intervenção deste trabalho ocorreu, foi a coleção Novo Olhar: Matemática, do autor Joamir Souza, da editora FTD, 2ª edição do ano de 2013.

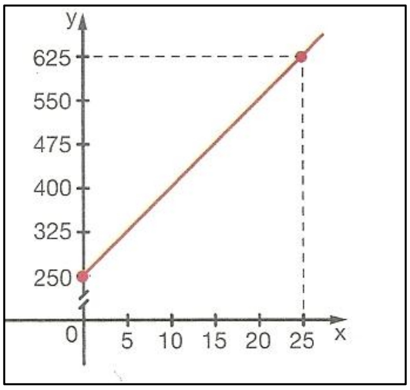
O livro do 1º ano desta obra possui 320 páginas, onde são divididas em unidades e capítulos, sendo assim, composta por 4 unidades e 9 capítulos. O conteúdo Função Afim está incluso no 3º capítulo da 2ª unidade. Cada unidade inicia com uma contextualização para cada tópico que será abordado pela unidade. Os capítulos são finalizados com as seções: *Explorado o tema,* onde é apresentada a integração da matemática com outras áreas do conhecimento; *Refletindo sobre o capítulo,* onde é apresentado um questionário para o aluno sobre o conteúdo estudo no capítulo; e *Atividades complementares,* de revisão e articulação entre diversas áreas do conhecimento.

O capítulo 3 inicia-se com uma situação problema real de um reservatório de água, à saber: "A água potável utilizada em propriedades rurais, de modo geral, é retirada de poços com o auxílio de uma bomba-d'água elétrica. Em certo sítio, para abastecer o reservatório de água, é utilizada uma bomba d'água com capacidade para bombear 15 L por minuto. Essa bomba é ligada automaticamente quando o reservatório está com 250 L de água e desligada ao enchê-lo".

A partir desta situação o autor apresenta "uma fórmula que permite calcular a quantidade de água contida no reservatório em função do tempo em que a bomba permanece ligada, considerando que não haja consumo de água durante esse período", dada por $y = 15x + 250$. Explica que o y representa a quantidade de litros de água no reservatório enquanto a bomba permanece ligada, e x o tempo, em minutos, que a bomba permanece ligada.

Após apresentar a fórmula, o autor toma como exemplo o tempo de 25 minutos, e propõe calcular a quantidade de água no reservatório após a bomba entrar em funcionamento. Ao findar o cálculo, é apresentado também um gráfico da situação proposta. Veja Figura 5.

Figura 4 - Gráfico da Função



Fonte: Livro Didático (SOUZA, 2013, p. 84)

Por conseguinte é dada a definição da função Afim, como: Uma função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $ax + b$, com a e b reais, é chamada função afim; onde $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, dizemos que a e b são os coeficientes da função. "Em uma função afim $f(x) = ax + b$, o coeficiente b é chamado **coeficiente linear**. O gráfico dessa função intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0,b)" (SOUZA, 2013 p. 90). O autor apresenta define também que "em uma função afim $f(x) = ax + b$, o coeficiente a é chamado **coeficiente angular** ou **declividade**. Esse coeficiente está associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função" (SOUZA, 2013 p. 91).

Na primeira seção *contexto*, o autor traz uma Modelagem Matemática sobre o Imposto de Renda. É abordada uma introdução sobre o tema, contendo seu contexto histórico. Na descrição do texto o autor apresenta uma tabela conforme a Tabela 2.

Tabela 2: Tabela apresentada no Livro Didático sobre o Cálculo de Imposto

Tabela progressiva anual para cálculo do imposto

Base de Cálculo – R$	Alíquota	Parcela a deduzir – R$
Até 18 799,32	-	-
De 18 799,33 até 28 174,20	7,5%	1 409,95
De 28 174,21 até 37 566,12	15%	3 523,01
De 37 566,13 até 46 939,56	22,5%	6 340,47
Acima de 46 939,56	27,5%	8 687,45

Fonte: <www.receita.fazenda.gov.br/aliquotas/TabProgressiva2012a2015.htm>. Acesso em: 22 ago. 2012.

Fonte: Livro Didático (SOUZA, 2013, p. 98)

A situação sugerida pelo autor para a modelagem é o valor do imposto a ser pago por uma pessoa física mediante o cálculo feito com relação a tabela apresentada acima. Esse cálculo é estabelecido da seguinte forma: "multiplicação do valor da base de cálculo pela alíquota correspondente (representada na forma decimal), subtraindo-se do resultado obtido a respectiva parcela a deduzir".

É exibido também um infográfico intitulado *Marcos do Imposto de Renda da Pessoa Física no Brasil*. O interessante é que o aluno pode acompanhar a evolução histórica do imposto de renda cobrado no Brasil. Ainda no texto é apresentado um cálculo simulado de um cidadão. Ao findar o texto, o autor apresenta uns questionamentos que propõe a compreensão da situação apresentada pelo texto com uma proposta de modelagem, ao solicitar que o aluno escreva a expressão de uma função f que associe a base de cálculo x ao imposto $y=f(x)$, a ser pago por uma pessoa física. Como resposta de modelo tem-se:

- $f(x) = 0{,}075x - 1.409{,}95 \ ; \ 18.799{,}33 \leq x \leq 28.174{,}20$
- $f(x) = 0{,}15x - 3.523{,}01 \ ; \ 28.174{,}21 \leq x \leq 37.566{,}12$
- $f(x) = 0{,}225x - 6.340{,}47 \ ; \ 37.566{,}13 \leq x \leq 46.939{,}56$
- $f(x) = 0{,}275x - 8.687{,}45 \ ; \ 46.939{,}56 < x$

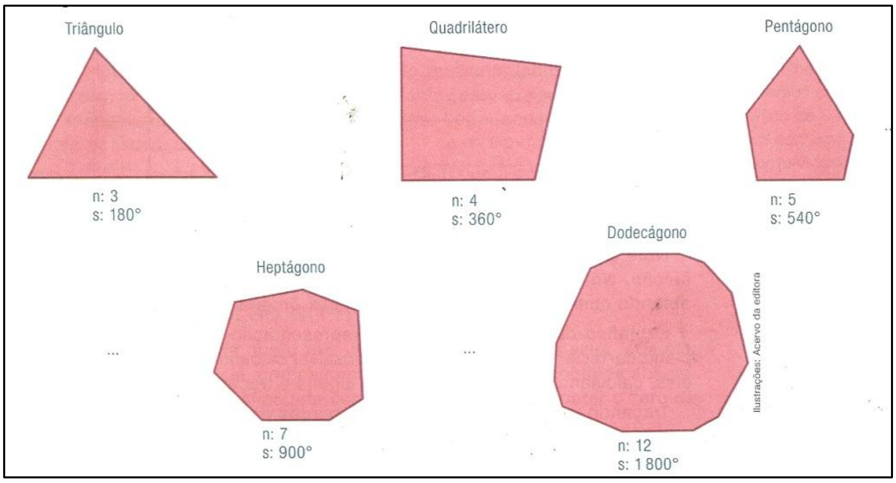
Com relação às atividades propostas no decorrer do conteúdo em questão, algumas delas trazem a possibilidade de se utilizar da Modelagem Matemática em sua abordagem. No entanto o professor também poderá trabalha-los como um mero exercício sequencial, ou seja, um exercício mecânico.

Mais uma das atividades que traz a possibilidade de utilizar a Modelagem Matemática em sua abordagem usando o instrumento matemático função afim presente no livro didático é introduzida pelo problema: "Antônio possui em seu sítio um sistema de bombeamento. Considerando o que a potência da bomba-d'água utilizada é 450 watts, então ela consome 0,45 kWh (lê-se 'quilowatt-hora') de energia elétrica" (SOUZA, 2013, p. 85). Aqui o professor pode aplicar as três fases propostas por Biembengut e Hein (2000, p.14) para obter o modelo matemático: Interação, onde o professor promoverá ao aluno o reconhecimento da situação-problema proposta pela atividade para uma posterior familiarização; Matematização, onde o aluno irá formular hipóteses para a resolução da situação-problema; e Modelo Matemático, onde o aluno irá interpretar o modelo e a verificação de sua aplicabilidade com a situação-problema. Para este caso, tem-se como resposta de modelo que $c(t) = 0{,}45t$, onde c

é o consumo da bomba, em quilowatt-hora, e t o tempo, em horas. Assim o modelo representa o consumo a partir do tempo de funcionamento.

Outra possível proposta de modelagem que observamos no livro de referência está no contexto da atividade a seguir: “A seguir (ver Figura 5), estão indicados o número n de lados e a soma s dos ângulos internos de alguns polígonos” (SOUZA, 2013, p. 98). O autor solicita ao leitor (aluno) a fórmula que relacione a soma s dos ângulos de um polígono em função do número n de lados. Como resposta de modelo tem-se $s(n) = 180n - 360$. Assim, o aluno poderá obter um modelo matemático por intermédio da Modelagem Matemática aplicada às formas geométricas relacionando a soma de seus ângulos internos com o número de lados. Veja na Figura 5.

Figura 5 - Alguns polígonos



Fonte: Livro Didático (SOUZA, 2013, p. 98)

Para uma modelagem que permita uma ampliação na exploração de conhecimentos e na utilização de ferramentas matemáticas pelo aluno, pode ser apresentado ao mesmo apenas os desenhos geométricos, como disposto na Figura 5. Então, omitir os números de lados e a soma dos ângulos internos de cada polígono, para que os próprios alunos obtenham esses dados, analisem suas relações e, através da Modelagem Matemática, cheguem a um modelo matemático para essa relação da soma dos ângulos internos com o número de lados dos polígonos.

De posse dos exemplos trazidos, podemos afirmar que o livro didático adotado pela escola traz para o aluno e para o professor uma abordagem contextualizada que pode ser envolvida com a Modelagem Matemática da Função Afim em uma situação real.

3.4 A Intervenção didática

3.4.1 O planejamento da intervenção

Para a intervenção na sala de aula, escolhemos uma das propostas contidas no livro, mas que não foi citada como exemplo nessa monografia. Tomando como base o que destaca Bassanezi (2013) que diz que a Modelagem Matemática é a arte que transforma problemas da realidade em problemas matemáticos, buscamos selecionar uma atividade que contemplasse esta perspectiva.

Assim, escolhemos o problema a seguir que se refere a um serviço de entrega de uma determinada pizzaria: *Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$ 1,50 mais R$ 0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega* (SOUZA, 2013, p. 97).

A função que modela este problema é $t = 0{,}6d + 1{,}5$ onde *t* é o valor da taxa de entrega e *d* a distância percorrida.

A partir dessa situação problema construímos os dois Planos de Aulas (Apêndices A) e os dois roteiros de atividades (Apêndices B). Elaboramos roteiros semelhantes para as duas turmas, uma vez que um de nossos objetivos de pesquisa é comparar as potencialidades e limitações de uma proposta didática de Modelagem Matemática com e sem o uso do GeoGebra.

Ambos os roteiros (Atividade 1 e Atividade 2) continham os seguintes itens:

a) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?
b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador
c) Complete a tabela a seguir com a distância do trajeto e o valor a ser pago por cada distância:

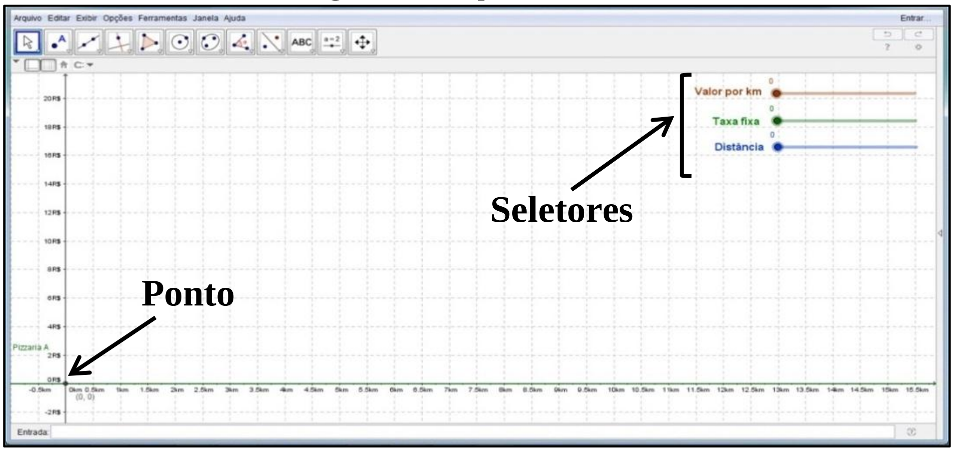
Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)

d) Escreva uma função que permita calcular o valor *t* da taxa de entrega em função da distância *d* percorrida.

Vale salientar que a situação problema e os itens *a* e *d,* foram copiadas como se apresentam no livro, e os itens *b* e *c,* foram elaborados por nós. Para a turma que utilizou o

GeoGebra como recurso e única ferramenta para a resolução das atividades, foi disponibilizado um arquivo do *software* que permite levantar possibilidades para a modelagem do problema proposto no roteiro. Na Figura 6, temos a imagem da tela tal qual foi apresentada aos alunos com destaque para os seletores e a ponto que se desloca sobre a reta criada.

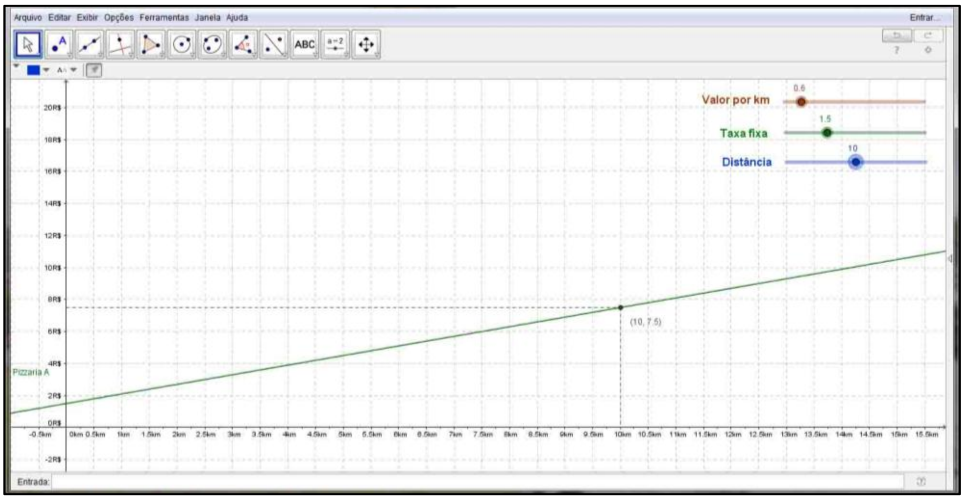
Figura 6 - Arquivo Pizzaria



Fonte: Arquivo pessoal do autor

Na construção os seletores estão identificados como taxa fixa, valor cobrado por km e distância. Movendo os seletores é possível obter os valores especificados nos dados do problema. Este é o primeiro passo que gera uma tela como da Figura 7. Também existe um ponto da reta cujas coordenadas representam a distância percorrida em km (eixo x) com o valor a ser pago pelo serviço em R$ (eixo y) quando são escolhidos os valores nos seletores.

Figura 7 - Arquivo Pizzaria com os valores do enunciado



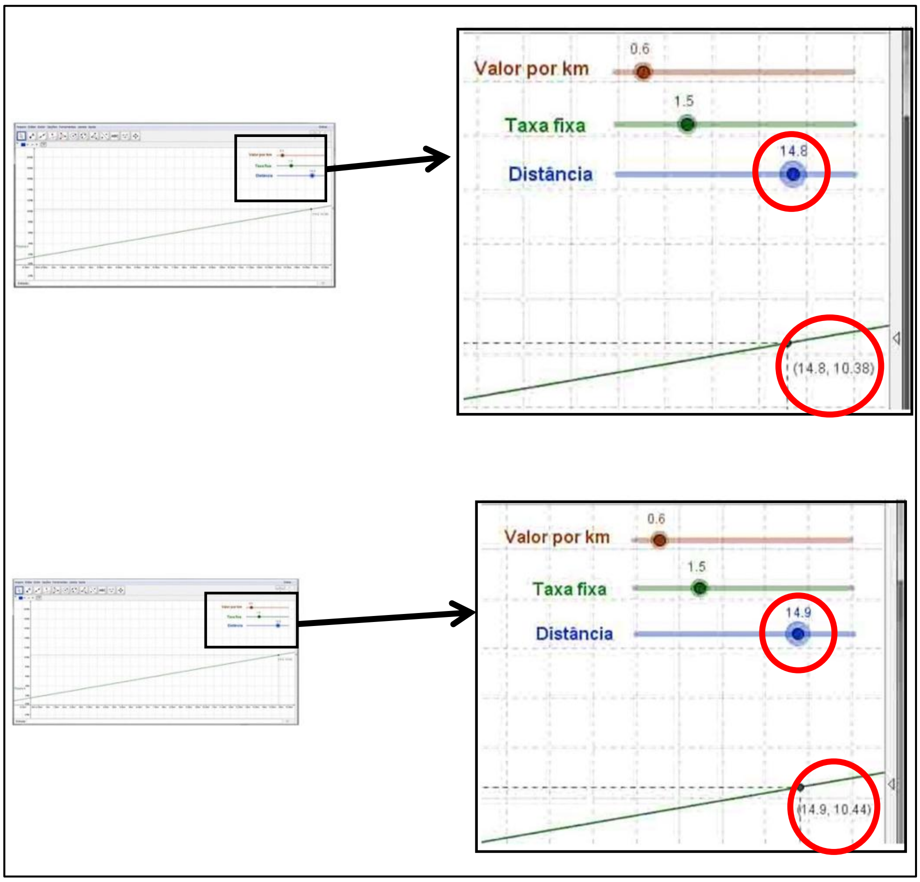
Fonte: Arquivo pessoal do autor

Criamos este arquivo pelas experiências adquiridas ao longo dos projetos realizados na Universidade. Cada atividade buscou, em ambos os roteiros, contribuir para a obtenção do modelo solicitado.

Para o item *a,* a saber, "*Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?*", espera-se que o aluno, utilizando o GeoGebra, movimente a ferramenta seletor, relacionada como *distância* para a direita. Assim o ponto se moverá sobre a reta que foi gerada pela modelação da situação problema proposta no roteiro. Com isso espera-se que o aluno perceba a relação existente entre a distância percorrida com o eixo das abcissas e o valor a ser pago com o eixo das ordenadas, nas duas situações propostas, obtendo os pares (13, 9.3) e (8.5, 6.6).

Para o item *b*, "*Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador?*", espera-se que o aluno, ao movimentar o seletor *distância* foque na variação das ordenadas na tentativa de localizar o valor a ser pago *R$10,40* e obtenha como solução para a atividade a distância percorrida representada pelas abcissas do ponto de forma aproximada. A Figura 8 ilustra esta situação.

Figura 8 - Item (b) da atividade 1



Fonte: Arquivo pessoal do autor

Para melhor compreender a limitação da atividade, a imagem acima retrata dois momentos em que o aluno poderá se aproximar do valor sugerido no problema, R$ 10,40 movimento o seletor *distância.* Na primeira ampliação notamos que ao posicionar o seletor no valor 14.8 é apresentado o par ordenado (14.8,10.38). Notemos que esta distância se aproxima do valor solicitado. Ao observamos a segunda ampliação o seletor *distância* está posicionado em 14.9 apresentando o par ordenado (14.9,10,44), ultrapassando os R$ 10,40. Isso ocorre devido a limitação do seletor apresentado na construção, que foi definido entre os valores 0 a 20 com incremento de 0.1, ou seja, com o acréscimo de um decimal apenas. Dessa forma a distância 14,8 km é a que mais se aproxima do valor pago de R$ 10,40.

No item *c* "*Complete a tabela a seguir com a distância do trajeto e o valor a ser pago por cada distância"*, espera-se que o aluno atribua distâncias aleatoriamente na primeira coluna da tabela e complete a segunda coluna com o valor a ser pago pelas respectivas distâncias. Para a solução desta atividade é esperado que o aluno utilize também o seletor *distância*, para facilitar na visualização dos pares ordenados que advém da relação entre a distância percorrida e o valor a ser pago, como mencionamos anteriormente. Após o preenchimento da tabela, espera-se que o aluno perceba a variação de cada distância com os seus respectivos valores, notando assim que para cada valor *d* (distância percorrida) multiplicado por 0,6 (valor cobrado por cada quilometro percorrido) e somada com 1,5 (taxa fixa cobrada pelo serviço) resulta no valor a ser pago pelo serviço. Cabe destacar que neste item espera-se diferentes respostas para os pares ordenados obtidos pelos alunos.

No item *d* "*Escreva uma função que permita calcular o valor t da taxa de entrega em função da distância d percorrida*", espera-se que o aluno obtenha o modelo da situação problema norteador do roteiro. Com isso, para esse caso, tem-se como modelo $t = 0{,}6d + 1{,}5$.

No GeoGebra é necessário que o aluno relacione os seletores *valor por km* e *valor fixo* com os coeficientes da função (angular e linear, respectivamente) e identifique que o valor a ser pago (*t*), representado no eixo y, está em função da distância percorrida (*d*), representada no eixo x. Com relação à tabela construída no item anterior (c), como foi completada pelo próprio aluno, durante o processo é possível identificar os coeficientes e as variáveis dependente e independente da função, através dos cálculos por ele efetuados.

A seguir descrevemos o desenvolvimento das aulas, as dificuldades e contratempos ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

3.4.2 O desenvolvimento das intervenções em sala

Ao findar o planejamento das aulas, partimos para o desenvolvimento das mesmas. A princípio contactamos o professor de Matemática das turmas do 1º ano do Ensino Médio para acordar o dia, horário e as turmas que participariam das intervenções. Iniciamos com a intervenção que utilizou o GeoGebra em seguida sem o GeoGebra.

As intervenções foram realizadas em maio do corrente ano, nos dias 25 e 30 respectivamente. Em ambas as intervenções o professor esteve conosco em sala de aula com o intuito de observar o desempenho dos alunos na realização das atividades e aplicabilidade das atividades propostas nas intervenções.

Nos dois próximos itens descrevemos os resultados e as análises das intervenções realizadas. Estas intervenções foram feitas seguindo o modelo e as etapas propostas para Modelagem Matemática segundo Bienbengut e Hein (2000).

3.4.2.1 A intervenção com o uso do GeoGebra

No dia 25 de maio, fomos à escola para verificar com antecedência se os computadores possuíam o *software* GeoGebra instalados, caso contrário instalaríamos, e adicionarmos o arquivo *Pizzaria* para a realização das atividades. No entanto não tivemos êxito à concretização desses objetivos, mesmo chegando de forma antecipada na escola. Este insucesso ocorreu devido ao atraso da direção escolar e do professor de Matemática. Um dos funcionários da direção, que poderia abrir a sala, chegou uns 20 minutos, aproximadamente, depois do horário oficial da escola para o início das aulas, e o professor chegou 10 minutos após este funcionário.

Chegando o professor, de imediato fomos para o LI para então executarmos o que tínhamos planejado anteriormente. Enquanto fazíamos a verificação nos computadores, os alunos aguardavam no LI atentos e curiosos. Para a conclusão dessa etapa, foi consumido, aproximadamente, 15 minutos do nosso tempo. Vale salientar que iniciamos o desenvolvimento das aulas com 30 minutos de atraso mais 15 minutos da realização de verificação dos computadores, totalizando assim 45 minutos, ou seja, uma aula.

Finalizada a instalação dos arquivos nos computadores, nos apresentamos, apresentamos os objetivos da pesquisa e em seguida cada dupla recebeu um roteiro. Com o roteiro em mãos, os alunos executaram o arquivo *Pizzaria* e deram continuidade ao desenvolvimento das atividades.

Ao findar a realização das atividades, convidamos os alunos para sentarmos em volta de uma mesa grande que se encontrava ao centro do LI e discutirmos a respeito da experiência que tiveram ao utilizar o *software* GeoGebra para a solução das atividades propostas no roteiro.

Nesta intervenção contamos com a participação de cinco duplas que denominamos de duplas *A*, *B*, *C*, *D*, e *E* totalizando, portanto, 10 alunos.

Dado o início da aula, após a entrega do roteiro de atividades (Apêndice B), os alunos se depararam com a situação problema proposta. No desenvolvimento da primeira fase do processo da modelagem seguimos as orientações sugeridas por Biembengut e Hein (2000), onde "é feito, inicialmente, uma breve exposição sobre o tema, permitindo certa delimitação do aluno com uma área em questão" (2000, p.20). Ainda, os autores acrescentam que esse momento é muito importante, pois "a forma como o professor demonstra seu conhecimento e interesse sobre o tema em questão pode contribuir, significativamente, para a motivação dos alunos" (2000, p.20).

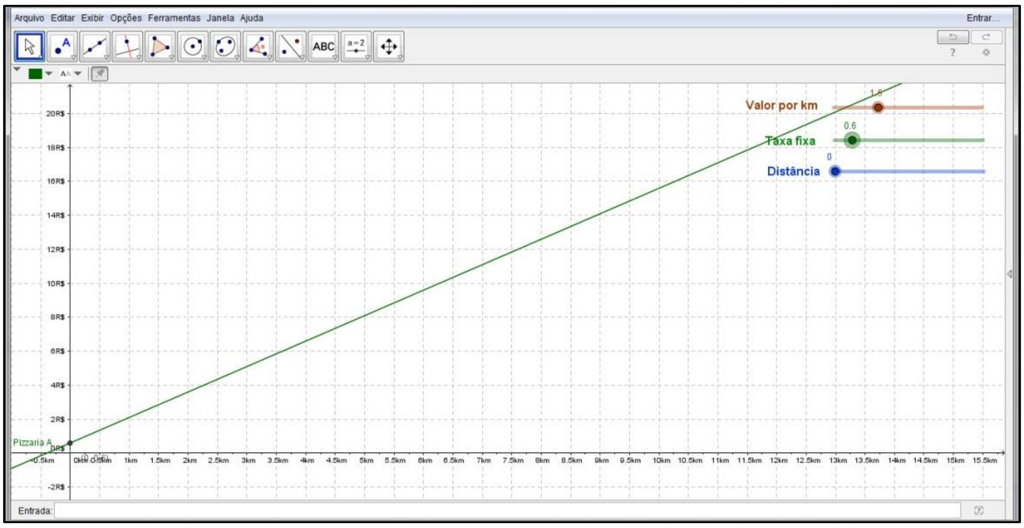
Em seguida introduzimos o tema da aula indagamos se eles gostavam de ir à pizzaria, o sabor que escolheriam se contratássemos um serviço de entrega de uma determinada pizzaria. Desse modo realizando a primeira fase da Modelagem Matemática, conforme Biembengut e Hein (2000).

Percebemos que alguns conseguiram compreender e outros não conseguiram relacionar os seletores presentes no arquivo do GeoGebra com a situação problema proposta, uma vez que nos pediram orientação a respeito. Então, pedimos para que os alunos observassem os nomes descritos em cada seletor e comparassem com a situação problema. Após esta orientação, alguns alunos conseguiram associar a situação problema no GeoGebra.

Neste momento, foi necessária a nossa orientação para que os alunos conseguissem relacionar os seletores presentes no arquivo do programa, e assim ser feita a modelação. Talvez aqui houve uma falta de atenção na leitura do problema pelos alunos, proporcionando assim a dificuldade de representar o problema no GeoGebra. Acentuamos também que todos os alunos sabiam manusear o mouse de computador, sabendo suas principais funções, movimentar a *seta*, clicar e arrastar objetos na tela do computador.

A dupla A não conseguiu representar o problema no GeoGebra, se equivocou ao representar nos seletores do programa os valores corretos como mostra a Figura 9. Notamos que este erro foi devido a sequência dos valores apresentados no problema.

Figura 9 - Erro ao modelar a situação problema no GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor

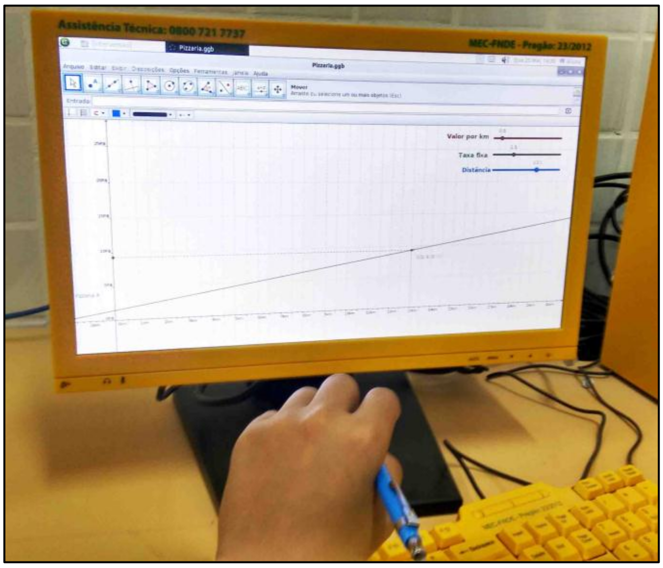
Com a identificação do erro, pedimos para a dupla verificar mais uma vez a descrição do problema e comparar com os valores atribuídos aos seletores. Mediante esta orientação, os alunos detectaram o erro e, por conseguinte, obtiveram o acerto.

Para a solução do item (a), a princípio a maioria dos alunos tentou resolver por observação dos eixos x e y, tentando relacionar a distância contida no eixo das abscissas com o valor a ser pago no eixo das ordenadas, sem utilizar o seletor denominado *distância*. Ou seja, como a ferramenta *malha* estava ativada no GeoGebra, eles tentavam associar a distância representada no eixo das abscissas com o valor a ser pago no eixo das ordenadas através das linhas da malha. Por não encontrar, de imediato, traços da malha com um ponto em comum sobre a reta que o auxiliasse para a relação da distância percorrida de 13 km ao valor a ser pago, onde a reta que falamos refere-se à situação problema gerada automaticamente no GeoGebra, fez com que eles respondessem que seria o valor de R$ 10,00, uma vez que é o que mais se aproxima, e está visível no eixo das ordenadas, de um dos traços que intercepta o traço que passa pela distância mencionada anteriormente, e a intercessão desses traços é a que mais se aproxima da reta.

Pedimos que os alunos observassem atentamente toda a construção no GeoGebra. Com isso, ao movimentar o seletor *distância* percebemos que eles conseguiram observar a relação do valor do seletor com a distância percorrida, representada pelo eixo das abscissas.

Na solução desta primeira atividade, quatro duplas responderam corretamente observando as coordenadas do ponto. De fato, ao movimentar o seletor *distância* os alunos relacionaram os pares ordenados que eram exibidos por um ponto que se movia sobre a reta, de acordo com o movimento do seletor, com a distância percorrida, representada pelo valor de x, e o valor a ser pago do serviço, representado pelo valor de y, como mostra a Figura 10, com a dupla D.

Figura 10 - Modelação da situação problema no GeoGebra/ Dupla D



Fonte: Arquivo pessoal do autor

No entanto apenas uma dupla, a E, não conseguiu responder corretamente a primeira atividade, mesmo movimentando o seletor *distância*. Os alunos registraram em seu roteiro como solução os valores representados pelos pares ordenados, ou seja, a distância e o valor a ser pago, quando a atividade solicita apenas o valor a ser pago pelo serviço para as distâncias de 13 km e 8,5 km que seriam, respectivamente, R$ 9,30 e R$ 10,60. Constatamos que, mesmo com o auxilio dos pares ordenados exibidos automaticamente pelo programa, estes alunos não conseguiram relacionar os elementos com seus eixos correspondentes, como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Resposta da primeira atividade da dupla E

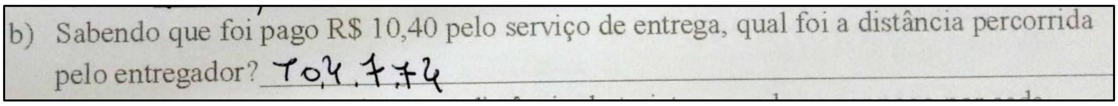
a) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km? 13,9.3,8 5 6,6

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Sobre o segundo item do roteiro, item b), a atividade solicita a distância percorrida sabendo que o valor pago pelo serviço foi de R$ 10,40. Ao movimentar o seletor *distância*, não é possível a visualização desse valor nos pares ordenados obtidos pela movimentação do seletor, como exposto no planejamento da intervenção.

Entretanto, mesmo com a impossibilidade da solução exata para a atividade com o GeoGebra, os alunos buscaram uma solução que mais se aproximasse da real. De fato, duas duplas, B e D, apresentaram a solução 14,83 km (sendo então uma solução correta aproximada, dado que a solução é 14,8333... km, pois o GeoGebra faz o arredondamento das dízimas). Duas duplas, A e C, apresentaram 14,75 km. A dupla E apresentou como respostas as coordenadas (10,4; 7,74) encontradas ao movimentar o seletor, atribuindo equivocadamente o valor pago pelo serviço no seletor *distância*, conforme mostra o registro na Figura 12.

Figura 12 - Erro da segunda atividade da dupla E


b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador? 10,4. 7.74

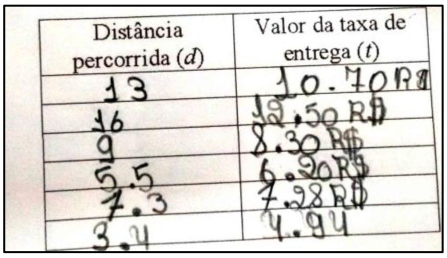
Fonte: Arquivo pessoal do autor

Cabe destacar que a dupla E cometeu o mesmo erro na questão anterior. Desta forma continua sem compreender a relação dos pares ordenados com os valores dos eixos, ou até mesmo a associação da situação problema proposta com os seletores.

Aos observamos o roteiro de cada dupla, notamos casos particulares. Lembremos que a terceira atividade consiste em completar a tabela descrita no roteiro, associando a distância percorrida (d), determinadas pelos próprios alunos, com o valor da taxa de entrega (t), respectivamente.

A dupla A, ao completar a tabela em seu roteiro, atribuiu valores aleatórios para a coluna da distância percorrida sem obedecer a uma ordem numérica, a qual poderia auxiliar na análise da padronização dos valores dos coeficientes para a obtenção dos valores da taxa de entrega. Na associação dos valores da taxa de entrega com as distâncias percorridas, a dupla ao encontrar o valor correspondente à taxa em relação à distância, adiciona R$ 1,40 à esse resultado, como exibe a Figura 13. Aqui, entendemos que a dupla se equivocou em adicionar o valor da taxa fixa ao valor da taxa de entrega, não percebendo que a taxa fixa já estava inclusa.

Figura 13 - Resposta da Dupla A ao item (c)

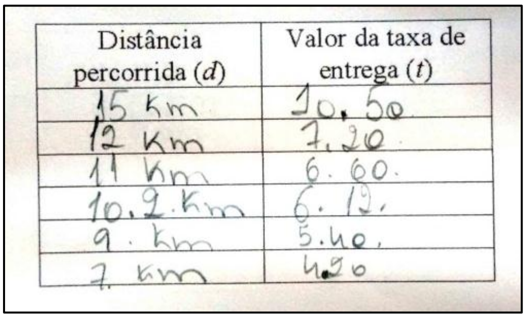


Distância percorrida (*d*)	Valor da taxa de entrega (*t*)
13	10.70 R$
16	12.50 R$
9	8.30 R$
5.5	6.20 R$
7.3	7.28 R$
3.4	4.94

Fonte: Arquivo pessoal do autor

No preenchimento da tabela, a dupla B atribuiu os valores para a coluna da distância percorrida de forma decrescente, como mostra a Figura 14. Ao associar os valores da segunda coluna que se refere ao valor da taxa de entrega, a dupla responde corretamente a primeira linha. As linhas posteriores ela subtrai a taxa fixa R$ 1,50 dos valores da taxa de entrega.

Figura 14 - Resposta da Dupla B ao item (c)

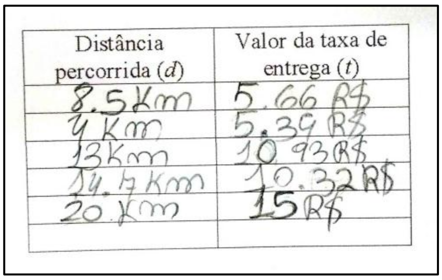


Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)
15 km	10.50
12 Km	7.20
11 Km	6.60.
10.2 Km	6.12.
9. km	5.40.
7 km	4.20

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Análogo à dupla A, a dupla C optou por atribuir os valores da primeira coluna correspondente à distância percorrida de forma aleatória. Quanto à associação da segunda coluna, valor da taxa de entrega, não conseguiu obter as soluções corretas, representando valores desconhecidos, como mostra a Figura 15. Vale salientar que a dupla respondeu corretamente a primeira atividade, sendo ela similar. O motivo pelo qual apresentaram este resultado foi uma limitação de tempo, sendo a aula finalizada sem a conclusão da atividade, buscaram responder rapidamente sem fazer a devida associação dos resultados obtidos.

Figura 15 - Resposta da Dupla C ao item (c)



Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)
8.5Km	5.66 R$
4 Km	5.39 R$
13Km	10.93R$
14.7Km	10.32R$
20 Km	15R$

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Análoga às duplas A e C, as duplas D e E registraram os valores na primeira coluna, distância percorrida, aleatoriamente. No entanto, as duplas conseguem responder corretamente a segunda coluna, valor da taxa de entrega. Desse modo associaram os valores do valor da taxa de entrega em relação aos valores da distância percorrida. Este resultado foi obtido com a observação dos valores apresentados nos pares ordenados exibidos no ponto que se movimentava sobre a reta. As Figuras 16 e 17 a seguir apresentam a solução das duplas D e E para esta atividade, respectivamente.

Figura 16 - Resposta da Dupla D para o item (c)

Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)
10	7.50 R$
12.8	9.18 R$
8	6.3 R$
6.8	5.58 R$
3.2	3.42 R$
1	2.1 R$

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Figura 17 - Resposta da Dupla E para o item c)

Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)
12,7	9,12
6,5	5,4
3,9	3,84
9,7	7,32
14	9,9
11,4	8,34

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Por fim, ao analisarmos a última atividade constatamos que todas as duplas apresentaram um modelo para a situação problema proposta. Contudo, nenhuma dupla conseguiu utilizar as variáveis *t* (valor da taxa de entrega) e *d* (distância percorrida), usando x e y, como podemos perceber na Figura 18. Pensamos que os alunos podem não conseguiram relacionar essas variáveis por estarem “presos” às variáveis dadas na definição da função afim apresentada na maioria dos livros didáticos e expostos por muitos professores.

Figura 18 - Modelo Matemático, dupla A

d) Escreva uma função que permita calcular o valor t da taxa de entrega em função da distância d percorrida.

$y = 0{,}6x + 1{,}5$

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Nesta etapa da atividade, os alunos realizam a segunda fase do processo de Modelagem Matemática segundo Biembengut e Hein (2000), que consiste na formulação do problema e na resolução do problema em termos de modelo.

Para a terceira e última fase da Modelagem matemática descrita por Biembengut e Hein (2000), que consiste o Modelo Matemático, testes e validação do modelo obtido na segunda fase, dialogamos a respeito do modelo obtido. No entanto não houve tempo para um desenvolvimento mais aprofundado nesta fase.

Assim, os alunos manusearam corretamente o arquivo do *software* GeoGebra, não demonstrando dificuldades. Entretanto, na resolução de determinadas atividades, algumas apresentaram dificuldades, seja na representação do problema no programa, seja na associação dos pares ordenados com os valores de cada eixo ou ainda na relação dos seletores com o enunciado da situação problema. Todavia, no mesmo instante em que algumas sentiam essas dificuldades, outras resolviam sem apresentar dificuldades.

3.4.2.2 A intervenção sem o uso do GeoGebra

O desenvolvimento da aula da segunda turma, sem o GeoGebra, ocorreu na sala de aula. No dia sugerido pelo professor, 30 de maio de 2016, o mesmo dispunha de apenas uma aula por turma. Assim tivemos que realizar a pesquisa em apenas uma aula, não sendo possível cumprir o tempo que tínhamos determinado no planejamento das aulas.

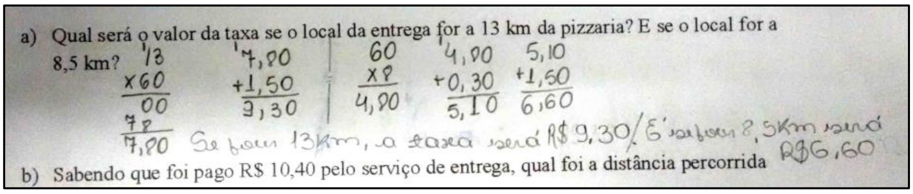
Quanto a formação dos grupos de trabalho, foram formados 7 grupos sendo 5 duplas e 2 trios, identificados por G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7, totalizando 16 alunos.

A princípio nos apresentamos e apresentamos também os objetivos da pesquisa. Em seguida introduzimos o tema da aula fazendo as mesmas considerações iniciais sobre a pizza de suas preferências. Desse modo realizando a primeira fase da Modelagem Matemática, conforme Biembengut e Hein (2000).

Depois de entregarmos o roteiro aos grupos, alguns sentiram dificuldades na interpretação da situação problema. Foi necessária nossa intervenção, onde pedimos para os alunos lerem atentamente e pausadamente, indagamos a respeito do que se trata a situação problema, os dados contidos, o que representam cada um.

Na solução do item a), quatro grupos responderam corretamente, G3, G5, G6 e G7, dois grupos, G1 e G2 acertaram parcialmente e o grupo G4 errou toda a atividade. A Figura 19 apresenta a resolução do grupo G5, um dos quatro grupos que solucionou corretamente.

Figura 19 - Resposta do G5 para o item (a)


a) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?

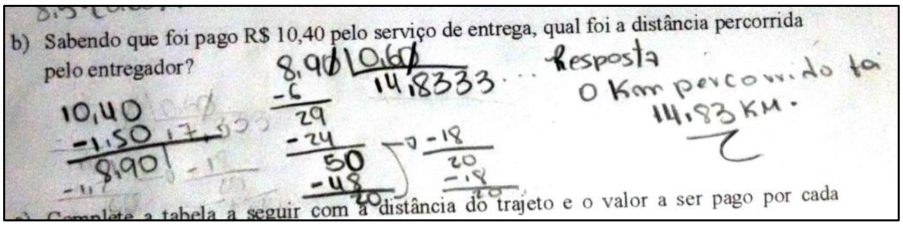
Se fosse 13Km, a taxa será R$ 9,30 / E se fosse 8,5Km será R$6,60

b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Recordando que o item (b) da atividade respondido pela primeira turma não foi possível realizar diretamente no GeoGebra, mesmo assim as quatro duplas obtiveram o resultado correto por meio da estimativa e/ou proximidade. Na segunda turma apenas dois grupos, G1 e G2, obtiveram a resposta corretamente. Observemos a resolução do grupo G2 na Figura 20. No entanto, os demais 5 grupos não se aproximaram da solução, diferentemente das outras duplas da primeira turma que conseguiram utilizando o seletor *distância* obtiver valores aproximados.

Figura 20 - Resposta do G2 para o item (b)


b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador?

Resposta

O Km percorrido foi 14,83 KM.

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Sobre o item (c), os grupos G1, G2, G3, G4 e G5, optaram por preencher a primeira coluna sobre a distância percorrida, de forma crescente e 2 grupos optarem pelo preenchimento aleatório. Contudo, apenas os grupos, G1, G2, e G3, responderam corretamente a segunda coluna, valor da taxa de entrega, conforme Figura 21. O grupo G6 não respondeu corretamente por não acrescentar a taxa fixa após o produto da distância com o valor de R$ 0,60 (veja Figura 22).

Figura 21 - Resposta correta do G3 para o item (c)

Distância percorrida (*d*)	Valor da taxa de entrega (*t*)
20	R$ 12,00
11	R$ 6,60
34	R$ 20,40
18	R$ 10,80
15	R$ 9,00
6	R$ 3,60

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Figura 22 - Resposta errada da atividade (c) do grupo G6.

Distância percorrida (*d*)	Valor da taxa de entrega (*t*)
1 Km	2,10
2 Km	2,70
3 Km	3,30
4 Km	3,90
5 Km	4,30
10 Km	5,10

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Finalmente, na última atividade, os grupos G1, G2 e G3 obtiveram o modelo matemático para situação problema proposta. Os demais grupos não responderam ou não chegaram na resposta correta. O grupo G3 tentou relacionar as variáveis t (valor da taxa de entrega) e d (distância percorrida), porém não obteve êxito, como mostra a Figura 23. Os outros grupos que obtiveram o modelo, de forma análoga à primeira turma, representaram as variáveis x e y, conforme Figura 24.

Figura 23 - Resposta da atividade (d), grupo G3.

d) Escreva uma função que permita calcular o valor *t* da taxa de entrega em função da distância *d* percorrida.

$dx + t = : 0{,}60x + 1{,}50.$

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Figura 24 - Resposta da atividade (d), grupo G1.

d) Escreva uma função que permita calcular o valor *t* da taxa de entrega em função da distância *d* percorrida.

$y = 0{,}60x + 1{,}50$

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Como o roteiro foi aplicado em apenas uma aula, a terceira fase da Modelagem Matemática também foi prejudicada. Uma vez que apenas dialogamos, de forma célere, a respeito da situação problema. Os alunos responderam que a situação problema não estava muito difícil para compreender. Com respeito a respeito da obtenção do modelo os alunos responderam que sentiram um pouco de dificuldade, mas que com mais atenção conseguiriam responder.

De uma forma geral organizamos as respostas concluídas corretamente pelas equipes na Tabela 1 a seguir, indicando a turma e a porcentagem.

Tabela 3– Respostas concluídas corretamente dadas por turma/equipe/item

Turma 1 – Com o GeoGebra (5 duplas)		Turma 2 – Sem o GeoGebra (7 grupos)	
a) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?			
4 duplas	80%	4 grupos	57%
b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador?			
4 duplas	80%	2 grupos	28%
c) Complete a tabela a seguir com a distância do trajeto e o valor a ser pago por cada distância			
2 duplas	40%	3 grupos	43%
d)Escreva uma função que permita calcular o valor *t* da taxa de entrega em função da distância *d* percorrida			
5 duplas	100%	3 grupos	43%

A tabela 3 nos proporciona uma análise concisa conforme os acertos das turmas na resolução das atividades e como o software pode interferir na obtenção do Modelo Matemático em sala.

Na primeira atividade 80% da turma conseguiu responder corretamente, enquanto 57% da segunda turma respondeu corretamente. Notemos que o GeoGebra foi eficiente para a resolução da primeira atividade, onde mostra que a primeira turma obteve mais acertos com relação a segunda turma que não se utilizou do *software*. Neste item cabe destacar que para a turma 2 era necessário fazer cálculos matemáticos usando papel e lápis e no GeoGebra apenas a interpretação e a observação das coordenadas do par ordenado.

Com relação à segunda atividade, também 80% da primeira turma obtive a resposta correta, e a segunda turma apenas 28%. Mais uma vez o programa facilitou a resolução da segunda atividade, demonstrando assim que a visualização pelo movimento do seletor *distância* e o par ordenado presente na reta da função proporciona a resposta de forma ágil. Para a resolução dessa atividade pela segunda turma, o trabalho com as casas decimais foi um dos fatores que ocasionou o erro, visto que, muitos alunos não conseguiram fazer a operação de divisão entre valores decimais. Com o Geogebra foi possível usar valores aproximados e obter uma resposta coerente.

Todavia na terceira atividade, a segunda turma obteve um percentual maior em relação à primeira turma, 43% a 40%, respectivamente. Não obstante não há uma diferença considerável entre os percentuais. Enquanto que os grupos da turma 1 obtiveram vários valores para (distância, taxa) movendo os seletores, os alunos da turma 2 deveriam fazer por meio de cálculos.

Com relação à última atividade, na primeira turma todos as duplas acertaram, ou seja, 100% da turma, enquanto que a segunda turma obteve o percentual de 43% de acertos. Logo, o GeoGebra evidencia sua potencialidade para obter o modelo matemático referente à situação problema proposta no roteiro em comparação ao modelo de aula aplicado na turma 1.

Para uma análise mais aprofundada a respeito da contribuição do *software* GeoGebra, tanto suas potencialidades e suas limitações na Modelagem Matemática com situação problema do conteúdo Função Afim, aplicamos uma entrevista ao Professor de Matemática. Os resultados e análises desta entrevista estão descritos no item a seguir.

3.5 A entrevista com o professor

Para a execução de um de nossos objetivos, realizamos uma entrevista com o professor de Matemática das duas turmas participantes da pesquisa. A entrevista foi realizada por meio de um roteiro, contendo informações sobre seus dados pessoais, formação, conhecimento sobre informática e sua percepção da atividade aplicada às turmas. A seguir apresentamos a análise dos dados resultantes da entrevista. A entrevista foi feita pessoalmente durante o desenvolvimento da última intervenção, em seus últimos momentos.

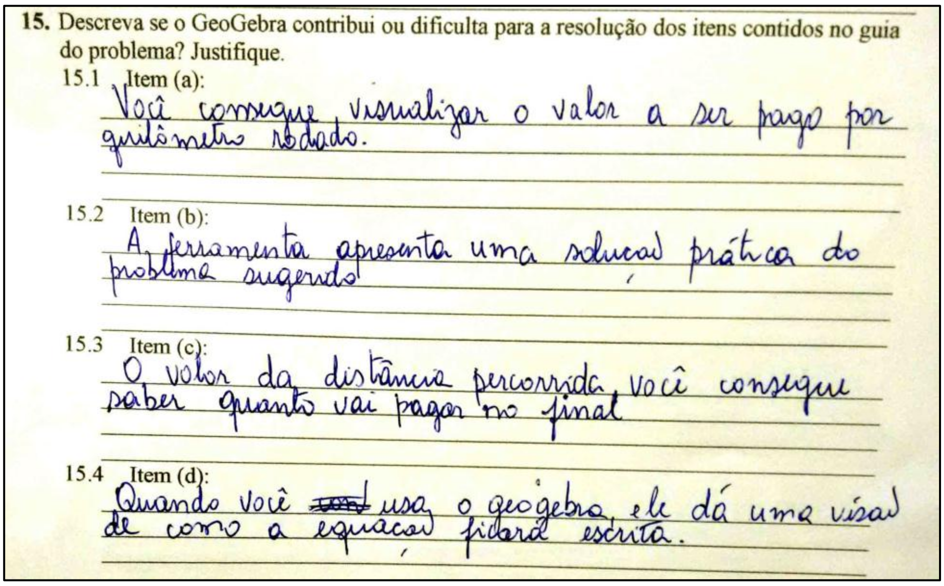
O professor entrevistado, com 35 anos e do sexo masculino, possui formação superior em Matemática desde 2005, com graduação na instituição de ensino superior Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) e com especialização na área de Matemática.

O professor possui conhecimento em informática, conhece o *software* GeoGebra e o tem instalado em seu computador, mas não o utiliza em suas aulas. Contudo confirma que a utilização *softwares* nas aulas de Matemática ajuda para que os alunos tenham um rendimento positivo nesta disciplina.

No que diz respeito às atividades do roteiro aplicado às turmas para a presente pesquisa, o professor reitera que o enunciado da proposta é apresentado com clareza. Devido a coerência na apresentação do enunciado, é ocasionada a interação do aluno com o problema proposto. Acreditamos que se não houver clareza no enunciado da situação problema, poderá acarretar no insucesso da compreensão e interpretação da proposta pelos alunos.

Em seguida, indagamos o professor sobre a contribuição e dificuldades que o GeoGebra apresenta para a resolução das atividades contidas no roteiro disposto à turma. Na Figura 25 são apresentadas as repostas do professor.

Figura 25 - Respostas do Professor à questão 15.



15. Descreva se o GeoGebra contribui ou dificulta para a resolução dos itens contidos no guia do problema? Justifique.

15.1 Item (a):
Você consegue visualizar o valor a ser pago por quilômetro rodado.

15.2 Item (b):
A ferramenta apresenta uma solução prática do problema sugerido

15.3 Item (c):
O valor da distância percorrida, você consegue saber quanto vai pagar no final

15.4 Item (d):
Quando você usa o geogebra, ele dá uma visão de como a equação ficará escrita.

Fonte: Arquivo pessoal do autor

A priori, com relação ao item (a), o professor apenas enxergou a possibilidade da utilização do GeoGebra em visualizar o valor a ser pago por quilômetro rodado. Esperávamos mais detalhes na análise desse item, como, por exemplo, expressar a relação dos seletores disponíveis no arquivo *Pizzaria* no GeoGebra na obtenção do valor a ser pago por quilômetro rodado. Ainda, após modelar a situação problema utilizando os seletores *valor por km* e *taxa fixa*, movendo o seletor *distância*, é possível notar a existência de um ponto se movendo sobre a reta, e assim relacionar seu par ordenado com os valores das abscissas e ordenadas e também a relação do valor atribuído ao seletor *distância* com o valor das abscissas, uma vez que representam a mesma quilometragem.

Em referência ao item (b) o professor também ressalta a contribuição do GeoGebra para a resolução dessa atividade, afirmando que a ferramenta apresenta uma solução prática do problema sugerido. De mesmo modo não nos dando uma descrição detalhada da contribuição do *software* para a resolução da atividade. Quando se refere à solução prática, pressupomos que esteja relacionada à consecução da solução sem a necessidade do cálculo matemático. Uma vez que esse cálculo é feito pelo próprio programa, expondo apenas o resultado para o usuário.

No que diz respeito ao item (c), é expresso pelo professor a possibilidade de o aluno, com o uso do *software*, conseguir saber a quantidade que vai pagar no final em relação ao valor da distância percorrida. Todavia, o professor não detalha sua resposta, a ponto de nos possibilitar uma análise detalhada sobre sua afirmação. Esperávamos que ele, além de ressaltar as contribuições, demonstrasse como era possível tais contribuições do GeoGebra.

Quanto ao item (d), mais uma vez resumidamente, o professor descreve a contribuição do GeoGebra quanto a solução desse item, a saber, “quando você usa o GeoGebra, ele dá uma visão de como a equação ficará escrita” (figura 25), deixando-nos a questionar: que visão? Compreendemos que uma possível resposta pera essa indagação está na percepção da relação dos seletores *valor por km* e *taxa fixa*, com os coeficientes angular e linear, respectivamente, da equação que modela a situação problema. Acreditamos que esta percepção é verdade com a movimentação (arrastar) dos seletores e modificações que eles causam no gráfico apresentado no GeoGebra e no par ordenado apresentados pelo ponto sobre a reta ao movimentar o seletor *distância*, como já mencionado.

Dando sequência, questionamos ao professor a cerca de vantagens, caso existissem, que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa. O mesmo afirma que o GeoGebra dá uma visão na solução da questão proposta (ver Figura 26), porém o professor não esclarece que tipo de visão. Pressupomos que essa visão esteja relacionada com a percepção visual que os alunos obtiveram ao “arrastar” os seletores relacionados com o gráfico exibido pelo programa de forma dinâmica.

Figura 26 - Resposta do Professor à questão 16.

16. Qual(is) a(s) vantagem(ns), se existir(em), que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa:

O geogebra dar uma visão na solução da questão proposta

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Solicitamos ao professor a descrição de alguma desvantagem que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa. O professor descreve que “a desvantagem aos que não utilizaram o GeoGebra foi a dificuldade em resolver o problema” (ver Figura 27). Aqui também não é expressa detalhadamente a razão da dificuldade enfrentada pelos alunos que não utilizaram o programa. Deste modo, entendemos que esta dificuldade esteja relacionada com a impossibilidade de visualizar de forma dinâmica, como, por exemplo, a relação dos coeficientes, angular e linear, para a representação da função que modela a situação problema proposta. Uma vez que, com o GeoGebra isso é possível, conforme afirma o professor à resposta do item (d), descrito anteriormente.

Figura 27 - Resposta do Professor à questão 17.

17. Qual(is) a(s) desvantagem(ns), se existir(em), que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa:
A desvantagem aos que naõ utilizaram o geogebra foi a dificuldade em resolver o probleme

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Em uma de nossas perguntas no roteiro da entrevista, foi questionado se o GeoGebra permitiu aos alunos a utilização de conjecturas para a modelação da situação proposta. O professor, por meio de sua percepção, respondeu positivamente. Ele justifica essa possibilidade pelo fato de, através da utilização do GeoGebra, descobrir a equação dada no problema. Constatamos que não houve compreensão no objetivo da questão proposta, uma vez que a resposta do professor foi registrada sem coerência com o questionamento (ver Figura 28), talvez por não compreender o que sejam conjecturas tão pouco modelação.

Figura 28 - Resposta do Professor à questão 18.

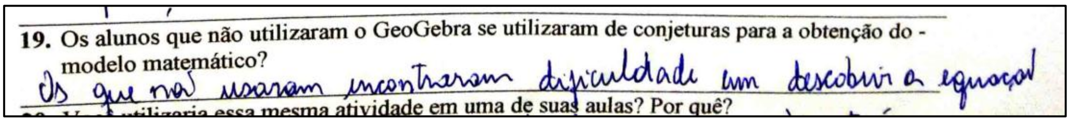
18. O GeoGebra permitiu aos alunos a utilização de conjeturas para a modelação da situação proposta? Como você percebeu isso?
Utilizado a ferramenta geogebre você consegue descobrir a equaçaõ dadta no problema

Fonte: Arquivo pessoal do autor

O professor não conseguiu responder a próxima questão com clareza, dificultando nossa análise no que diz respeito à possibilidade de conjecturas pelos alunos que não utilizaram o GeoGebra, para a obtenção do modelo matemático para o problema proposto, conforme Figura 29.

A observação do professor em relação aos alunos no processo da Modelagem Matemática é extremamente importante, dado que, possibilita ao docente a averiguação do desenvolvimento e as possíveis conjecturas realizadas pelos envolvidos nesse processo.

Figura 29 - Resposta do Professor à questão 19.


19. Os alunos que não utilizaram o GeoGebra se utilizaram de conjeturas para a obtenção do - modelo matemático?
Os que não usaram encontraram dificuldade em descobrir a equação
utilizaria essa mesma atividade em uma de suas aulas? Por quê?

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Para finalizar a entrevista, indagamos ao professor, se o mesmo utilizaria esta mesma atividade em uma de suas aulas. Ele responde afirmativamente e ressalta que ajuda aos alunos descobrir a equação, isto é, dá uma visão maior na resolução.

Assim, percebemos a partir das respostas dadas pelo professor a respeito das atividades propostas para as turmas para o desenvolvimento da Modelagem Matemática, que é possível descobrir a equação por meio de uma exploração que o *software* possibilita, embora não apresente detalhes que justifiquem as suas opiniões. Por outro lado, não foram ressaltadas nenhuma limitação do programa com respeito a resolução das atividades.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento deste trabalho assumimos o desafio de responder à problemática norteadora que rege a pesquisa, à saber, “de que forma a integração de um ambiente de Geometria Dinâmica favorece processos de Modelagem Matemática desenvolvidos no Ensino Médio?”. Para tal resposta, adotamos como objetivo investigar contribuições e limitações da atualização do *software* GeoGebra na resolução de problemas de Modelagem Matemática do tipo Função Afim e assim seguimos nosso percurso teórico – metodológico.

Consideramos como embasamento teórico as orientações presentes nas referências nacionais sobre a Modelagem Matemática, sobre o estudo de Funções e a utilização da Geometria dinâmica no contexto da Educação Matemática, bem como os autores Biembengut e Hein (2000), Bassanezi (2013) que apresentaram a perspectiva e definição da Modelagem Matemática. Os dois primeiros autores retratam a Modelagem Matemática em uma perspectiva desafiadora, afirmando ser um processo metodológico que requer não só conhecimentos matemáticos, mas criatividade, habilidades artísticas para a manipulação das ferramentas matemáticas em posse do modelador, e o desenvolvimento de conjeturas. Outrossim, o terceiro autor a apresenta como um método científico de pesquisa e uma estratégia de ensino aprendizagem.

Estas concepções foram efetivamente comprovadas com o desenvolvimento deste trabalho, uma vez que, para a realização das atividades os alunos utilizaram de criatividade, de conjeturas para a representação da situação problema no GeoGebra, organização para a obtenção do modelo matemático que modela a situação problema. De posse da tabela que apresenta o percentual de acertos por cada turma, percebemos que a primeira turma foi beneficiada pela construção no GeoGebra, uma vez que se pôde livrar-se dos cálculos para explorar a situação e fazer observações e generalizações, diferentemente da segunda turma.

Sobre a análise do livro didático adotado pela escola para os alunos do 1º ano do Ensino Médio, no que trata do estudo da Função Afim, a obra se dispõe de atividades que permite ao professor a utilização do processo metodológico da Modelagem Matemática. Diante das possibilidades encontradas, é necessário o interesse do professor em trabalhar estas e outras atividades do livro didático numa perspectiva metodológica diferente, como a Modelagem Matemática, saindo um pouco de sua zona de conforto, da prática tradicional, e adentrando numa zona de desafios e que possibilita a interação e motivação do alunado.

Para o desenvolvimento da proposta da intervenção, utilizamos o próprio livro didático analisado e elaboramos um plano de aula contendo um roteiro com o mesmo problema acrescido por dois itens. Buscamos com os itens a possibilidade do processo de Modelagem Matemática pelos alunos. A partir deste roteiro, fizemos a intervenção com duas turmas do 1º ano do Ensino Médio, sendo uma com a utilização do GeoGebra e outra sem o GeoGebra. O mesmo roteiro foi elaborado para as duas turmas.

Com a turma que utilizou o GeoGebra, não identificamos muitas dificuldades na solução para as atividades propostas no *software*, a ponto de todos os envolvidos conseguirem obter o modelo matemático que modela a situação problema. Uma das dificuldades apresentadas a princípio pela turma 1 foi na representação da situação problema no *software*, não conseguindo relacionar os seletores contidos no arquivo do programa com o enunciado do problema. Não identificamos dificuldades com uso do computador, do software GeoGebra ou da construção disponibilizada.

Depois da realização das atividades, convidamos os alunos para uma conversa sobre o desenvolvimento da aula proposta. Esta avaliação foi realizada oralmente. A turma que utilizou o GeoGebra afirmou que não sentiu dificuldades ao manuseá-lo e gostou de utilizar o programa. Testemunharam também que o software ajudou a solucionar os problemas propostos no roteiro, tornando assim as soluções mais práticas. A turma que não utilizou o GeoGebra durante a conversa, afirmaram que a situação problema norteadora foi apresentada de forma clara, mesmo assim sentiram dificuldades na interpretação.

Elaboramos também um roteiro de entrevista para o professor de matemática, com o propósito de avaliar as propostas de intervenção que foram desenvolvidas com as turmas e a percepção do professor a respeito das contribuições e limites do GeoGebra na resolução das atividades do roteiro, através do desempenho dos alunos no desenvolvimento das aulas propostas. Para o professor, de maneira geral, ele reconheceu que o *software* permite uma visão geral para a resolução do problema, uma vez que através da construção da situação problema no programa, com a manipulação dos seletores e representação do gráfico da situação problema, observando o comportamento da função conforme, os alunos conseguem ter uma ideia de como será a função que modela o problema. Desta forma o professor apresenta algumas potencialidades do GeoGebra, no entanto não expressou limitações em que o programa apresente para a resolução das atividades em seu roteiro.

Sobre a comparação das propostas desenvolvidas com foco na Modelagem Matemática com e sem o uso do GeoGebra, com o desenvolvimento e a avaliação sucedida pelas turmas e a entrevista do professor, mesmo diante dos contratempos que se fizeram presentes no desenvolvimento das propostas de intervenção, quanto ao tempo majoritariamente, pudemos constatar que entre os possíveis ajustes e limitações para o desenvolvimento da proposta encontramos:

- O seletor *distância* não apresentou mais casas decimais, além de uma, para se aproximar ainda mais do valor sugerido na atividade do item (b). Isto poderia ter sido revisto;
- Na construção não foi exibido o rótulo dos eixos d e t, onde d é a distância percorrida representada pelo eixo das abscissas, e t é o valor a ser pago representada pelo eixo das ordenadas, dificultando a relação das variáveis no modelo matemático encontrado no item (d);
- Os alunos não foram levados a construir a representação gráfica tampouco exercitaram suas habilidades com as operações numéricas relacionadas à situação problema apresentada.

Entre as potencialidades da proposta para a Modelagem Matemática, destacamos:

- O software GeoGebra é de fácil utilização;
- O uso do software facilita a representação gráfica da situação problema no programa através dos seletores e a função é automaticamente modificada;
- A exibição de um ponto sobre a reta com suas devidas coordenadas segundo a função permite compreender o significado de ponto sobre reta.
- Com a exibição dos valores dos pares ordenados apresentados pelo ponto sobre a reta foi possível a construção da tabela sugerida no item c. Neste caso os alunos livraram-se de cálculos mecânicos utilizando o tempo para interpretar o problema.
- Observação da relação dos seletores *distância por km* e *valor fixo* com os coeficientes da função, angular e linear, que levaram a modelagem da situação problema.

Revisitando o Capítulo 2, no subitem 2.3.1, que se refere aos trabalhos referenciados neste capítulo, percebemos que as observações e conclusões feitas aqui são parecidas com as dos colegas que trabalharam com a Modelagem Matemática e/ou com ambiente de Geometria Dinâmica.

De fato, Nunes, Pamplona e Silva, (2012) trabalharam com atividades realizadas no GeoGebra com professores da rede pública. Em nossa pesquisa, o professor participante de afirma que *softwares* em aulas de matemática auxiliam na compreensão de determinados conteúdos.

Sobre o trabalho dos autores Tenório, Costa e Tenório (2014), temos em comum a metodologia que envolve problemas de função do 1º grau e o uso do GeoGebra, ambiente de Geometria Dinâmica. Os autores ressaltam que com a turma que utilizou o *software* para solucionar os problemas gostou de usar tal ferramenta e que uma das maiores dificuldades foi a interpretação dos problemas. De forma parecida, em nossa turma que também utilizou o GeoGebra, afirmaram ter gostado de usar tal recurso tecnológico e também alguns alunos apresentaram dificuldades na interpretação do problema proposto para sua representação no GeoGebra.

Gafanhoto e Canavarro (2011), apresentam em seu trabalho a modelagem matemática num ambiente de Geometria Dinâmica, GeoGebra, sendo seu foco de pesquisa as representações múltiplas da função afim (numérica, tabular, algébrica e gráfica). Ao analisar o trabalho destes autores, percebemos que os alunos utilizaram o GeoGebra sem apresentar dificuldades no manuseio, fato semelhante ao nosso.

Por fim, pretendemos utilizar esse trabalho em práticas futuras. Com isso, tentarmos desenvolver as propostas de intervenção didática com os alunos com o tempo determinado pela proposta. Com a redução do tempo, ocorrido forçadamente devido aos contratempos no desenvolvimento deste trabalho, como ressaltando anteriormente, a coleta de dados foi prejudicada. Assim, com o tempo sugerido pela proposta de intervenção, as análises dos dados poderão ser feitas de forma mais precisa.

Disponibilizamos o presente trabalho como referência para pesquisadores de mesma área e também para aqueles que desejam contribuir para o enriquecimento metodológico do ensino de funções através da Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

ALTOÉ, A.; FUGIMOTO, S. M. A. Computador na Educação e os Desafios Educacionais. PUCPR. Anais, IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, III Encontro Sul Brasileiro de Psicologia. 2009.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.* 3 ed. São Paulo: Contexto, 2013. 389 p.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática.* 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. 149 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRASIL. *Guia de Livros Didáticos PNLD 2015*. Matemática. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2014.

________. Secretaria de Educação Básica, 2006. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEF, 2006.

________. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília. MEC/SEMTEC, 2000.

________. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Matemática. Brasília. MEC/SEMTEC, 2002.

________. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF,1998.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, v. 8, n. 2, p. 101-119, ago. 2014.

COSTA, S. S. *Função Afim:* Resolução de problemas – Mídias. 2010. 93 f. Monografia (Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2010.

DOMINGOS, R. M. C.; HUANCA, R. R. H. A Modelagem e a Resolução de Problemas no Ensino da Matemática. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2014, Campina Grande. *Anais*... Campina Grande, 2014.

GAFANHOTO, A. P.; CANAVARRO, A. P. Representações múltiplas de Funções em Ambiente com GeoGebra: Um estudo sobre o seu uso por alunos do 9º ano. In: ENCONTREO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Ensino e aprendizagem da álgebra. 2011, Portugal. *Anais*... Portugal, 2011.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, C. M.; ASSIS, C. F. C. Informática Educativa: Utilizando o Software GeoGebra nas Aulas de Matemática em Escolas Públicas do Ensino Médio. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2014, Campina Grande. *Anais*... Campina Grande, 2014.

ISOTANI, S. *Desenvolvimento de ferramentas no iGeom: utilizando a geometria dinâmica no ensino presencial e a distância*. 2005. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2005.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. *Modelagem em Educação Matemática*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013. 142 p.

MORESI, E (Org.). *Metodologia da Pesquisa*. 2003. 108 f. Monografia (Especialização) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2003. Disponível em: http://goo.gl/zj3Tps. Acesso em: 20 fev. 2016.

NUNES, F. M. S.; PAMPLONA, P. X.; SILVA, T. C. P. O uso do GeoGebra para resolução de Funções do Primeiro Grau com Professores de Matemática da rede publica de Pombal-PB. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2012, João Pessoa. *Anais*... João Pessoa, 2012.

SCANO, F. C. *Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra*. 2009. 138 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA. 1., 2009. Paraná. *Anais*... Paraná, 2009. p. 1066 – 1079.

SOUZA, J. R. *Novo Olhar:* Matemática. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. 320 p.

TENÓRIO, A.; COSTA, Z. S. S.; TENÓRIO, T. Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 104-119, 2014.

VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 4., 2010, Maringá. *Anais*... Maringá, 2010.

APÊNDICES

Apêndice A – Planos de Aula

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC **– 2015.1**

Professora Orientadora: Prof.ª Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Cosmo Matias Gomes

PLANO DE AULA 1

Conteúdo: Resolução de uma situação problema envolvendo a modelagem com Função Afim.

Bloco de conteúdo: Funções

Indicação: 1º ano do Ensino Médio

Competências e Habilidades: Deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de modelar situações problema que são encontrados no cotidiano, como, por exemplo, modelar o valor a ser pago na compra de um serviço de pizzaria, e ainda utilizar o software de Geometria Dinâmica como um instrumento facilitador para a modelagem matemática.

Conhecimentos prévios: Operações básicas e o conceito sobre Função Afim.

Duração da aula: 2 hora/aula

Recursos materiais: Computadores, quadro branco, pincel, apagador, lista de atividades, construção Pizzaria.

Objetivos da aula: Modelar uma situação problema; definir a Lei de formação da função afim para o valor a ser pago ao contratar um serviço de entrega de pizzaria.

Desenvolvimento da aula:

O desenvolvimento dessa aula se dará no Laboratório de Informática (LI) da escola. Inicialmente os alunos serão divididos em grupos, onde a quantidade de alunos por grupo dependerá da quantidade de computadores em funcionamento no LI. Após essa divisão, os alunos receberão um guia contendo os problemas para realizarem a modelação. Em seguida executarão a atividade "Pizzaria" que estará disponível na área de trabalho, para a realização das atividades. As atividades contidas no guia deverão ser respondias apenas utilizando o GeoGebra.
Finalizada essa modelação, abriremos uma roda de conversação para discutirmos os resultados obtidos, expondo seus desafios, dificuldades e facilidades no desenvolvimento da modelagem matemática proposta nessa aula.

Avaliação da aprendizagem

A avaliação será realizada nas observações dos alunos na utilização do *software* e no desenvolvimento da Modelagem Matemática mediante a realização das atividades propostas na lista, tendo como preocupação a formação de conceitos dados e assimilados conforme diálogo em aula durante o desenvolvimento da modelagem e na discursão realizada na finalização da modelagem.

Referências

SOUZA, J. R. *Novo Olhar*: matemática. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. 86 p.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC **– 2015.1**

Professora Orientadora: Prof.ª Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Cosmo Matias Gomes

PLANO DE AULA 2

Conteúdo: Resolução de uma situação problema envolvendo a modelagem com Função Afim.

Bloco de conteúdo: Funções

Indicação: 1º ano do Ensino Médio

Competências e Habilidades: Deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de modelar situações problema que são encontrados no cotidiano, como, por exemplo, modelar o valor a ser pago na compra de um serviço de entrega de uma pizzaria.

Conhecimentos prévios: Operações básicas e o conceito sobre Função Afim.

Duração da aula: 2 hora/aula

Recursos materiais: quadro branco, pincel, apagador, lista de atividades.

Objetivos da aula: Modelar uma situação problema; definir a Lei de formação da função afim para o valor a ser pago ao contratar um serviço de entrega de pizzaria.

Desenvolvimento da aula:

O desenvolvimento dessa aula se dará na sala de aula. Inicialmente os alunos serão divididos em grupos, onde a quantidade de alunos por grupo dependerá da quantidade que foi realizado na outra turma que utilizaram o GeoGebra. Após essa divisão, os alunos receberão um guia contendo os problemas para realizarem a modelação. Em seguida executarão a atividade “Pizzaria” que estará disponível na área de trabalho, para a realização das atividades. Finalizada essa modelação, abriremos uma roda de conversação para discutirmos os resultados obtidos, expondo seus desafios, dificuldades e facilidades no desenvolvimento da modelagem matemática proposta nessa aula.

Avaliação da aprendizagem
A avaliação será realizada nas observações dos alunos no desenvolvimento da Modelagem Matemática mediante a realização das atividades propostas na lista, tendo como preocupação a formação de conceitos dados e assimilados conforme diálogo em aula durante o desenvolvimento da modelagem e na discursão realizada na finalização da modelagem.

Referências
SOUZA, J. R. *Novo Olhar*: matemática. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. 86 p.

Apêndice B – Roteiros das Atividades

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC **– 2015.1**

Professora Orientadora: Prof.ª Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Cosmo Matias Gomes

Escola Estadual de Ensino Médio

Aluno(a): ____
Aluno(a): ____
Aluno(a): ____

Com o uso do GeoGebra

Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$ 1,50 mais R$ 0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega.

e) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?____
f) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador?____
g) Complete a tabela a seguir com a distância do trajeto e o valor a ser pago por cada distância:

Distância percorrida (*d*)	Valor da taxa de entrega (*t*)

h) Escreva uma função que permita calcular o valor *t* da taxa de entrega em função da distância *d* percorrida.

____

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC **– 2015.1**

Professora Orientadora: Prof.ª Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Cosmo Matias Gomes

Escola Estadual de Ensino Médio

Aluno(a): ____
Aluno(a): ____
Aluno(a): ____

Sem o uso do GeoGebra

Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R$ 1,50 mais R$ 0,60 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega.

a) Qual será o valor da taxa se o local da entrega for a 13 km da pizzaria? E se o local for a 8,5 km?

b) Sabendo que foi pago R$ 10,40 pelo serviço de entrega, qual foi a distância percorrida pelo entregador?

c) Complete a tabela a seguir com a distância do trajeto e o valor a ser pago por cada distância:

Distância percorrida (d)	Valor da taxa de entrega (t)

d) Escreva uma função que permita calcular o valor t da taxa de entrega em função da distância d percorrida.

Apêndice C – Entrevista com o Professor de Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC **– 2015.1**

Professora Orientadora: Prof.ª Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Cosmo Matias Gomes

Entrevista com o Professor de Matemática

Dados pessoais do professor

1. Nome: ____
2. Idade:_______________
3. Sexo: ( ) feminino ( ) masculino
4. Anos de experiência como docente: _______________
5. Possui outra profissão além de professor? ( )Sim ( ) Não
5.1 Se sim, qual(is)? _____________________________

Dados sobre formação do professor

6. Você possui formação superior em matemática? ( )Sim ( )Não
6.1 Se negativo, por qual motivo leciona nesta área?______________________
6.2 Se positivo, em qual ano você concluiu sua graduação?___________________
6.3 Se positivo, em qual instituição de ensino superior você concluiu sua graduação?____
6.4 Se positivo, além da graduação você possui ou está cursando na área:
( )Especialização ( )mestrado ( )doutorado ( )nenhum
6.4.1 Se nenhum, pretende ingressar em algum? ( )Sim ( )Não
7. Possui outra(s) formação superior? ( )Sim ( )Não
7.1 Se sim, qual (is)? ____

Dados sobre conhecimento de informática do professor

8. Tem computador em casa? ( ) Sim ( ) Não
9. Tem algum conhecimento sobre Informática? ( ) Sim ( ) Não
9.1 Se negativo, tem interesse em aprender? Por quê?_____________________
10. Utiliza algum software matemático? ( ) Sim ( ) Não
11. Se positivo, qual (is)?_______________________________________
11.1 Se positivo, já ministrou aulas com o apoio de softwares matemáticos? ( )Sim ( )Não
12. Conhece o software educativo matemático Geogebra? ( ) Sim ( ) Não
12.1 Se positivo, tem alguma noção de sua utilização? ( ) Sim ( ) Não
12.2 Se positivo, já utilizou em suas aulas? ( )Sim ( )Não
12.3 Se negativo, você gostaria de aprender a utilizar o Software Geogebra e aplicar em uma turma sua? ( ) Sim ( ) Não

13. Você considera que a utilização de softwares em aulas de matemática ajuda para que os alunos tenham um rendimento positivo nesta disciplina?
____

Sobre a atividade de modelagem

14. A atividade proposta apresenta clareza no enunciado? (   ) Sim (   ) Não
14.1 Se negativo, como você proporia o enunciado? ______________________
____

15. Descreva se o GeoGebra contribui ou dificulta para a resolução dos itens contidos no guia do problema? Justifique.
15.1 Item (a):
____
____
____

15.2 Item (b):
____
____

15.3 Item (c):
____
____
____

15.4 Item (d):
____
____
____

16. Qual(is) a(s) vantagem(ns), se existir(em), que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa:
____
____
____

17. Qual(is) a(s) desvantagem(ns), se existir(em), que os alunos que utilizaram o GeoGebra obtiveram em relação aos que não utilizaram o programa:
____
____
____
____

18. O GeoGebra permitiu aos alunos a utilização de conjeturas para a modelação da situação proposta? Como você percebeu isso?
____
____
____

19. Os alunos que não utilizaram o GeoGebra se utilizaram de conjeturas para a obtenção do - modelo matemático?
____

20. Você utilizaria essa mesma atividade em uma de suas aulas? Por quê?
____
____
____