



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IGOR PINTO CAVALCANTE

**BANCADA DIGITAL DIDÁTICA PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM:
DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO**

JOÃO PESSOA – PB

2024

IGOR PINTO CAVALCANTE

BANCADA DIGITAL DIDÁTICA PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM:
DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Andersson Guimarães Oliveira.

JOÃO PESSOA – PB

2024

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

C376b Cavalcante, Igor Pinto.

BANCADA DIGITAL DIDÁTICA PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM:
DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO / Igor Pinto Cavalcante. -
João Pessoa, 2024.

67 f. : il.

Orientação: Andersson Guimarães Oliveira.

TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Flambagem. 2. Bancada Didática. 3. Colunas de
Euler. I. Oliveira, Andersson Guimarães. II. Título.

UFPB/CT/BSCT

CDU 621(043.2)

FOLHA DE APROVAÇÃO

IGOR PINTO CAVALCANTE

BANCADA DIGITAL DIDÁTICA PARA ANÁLISE DE FLAMBAGEM: Desenvolvimento e Aplicação

Trabalho de Conclusão de Curso em 03/05/2024 perante a seguinte Comissão Julgadora:

Documento assinado digitalmente
 **ANDERSSON GUIMARAES OLIVEIRA**
Data: 06/05/2024 10:28:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº Dr. Andersson Guimarães Oliveira
Departamento de Engenharia Mecânica do CT/UFPB

APROVADO

Documento assinado digitalmente
 **MARCELO CAVALCANTI RODRIGUES**
Data: 06/05/2024 10:39:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº Dr. Marcelo Cavalcanti Rodrigues
Departamento de Engenharia Mecânica do CT/UFPB

APROVADO

Documento assinado digitalmente
 **FELIPE SILVA LIMA**
Data: 06/05/2024 11:17:06-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº Dr. Felipe Silva Lima
Virtus/UFCG

APROVADO

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, pois são minha maior fonte de inspiração e força. Nada disso seria possível sem que eles acreditassem no meu potencial e nunca tivessem desistido de me incentivar a estudar. Também ao meu irmão Pedro, por todos os conselhos e oportunidades que ele me propôs, sua inteligência sempre foi um exemplo para mim. Aos demais membros da minha família, agradeço por sempre serem um exemplo de pessoas trabalhadoras e determinadas a superar os desafios.

Agradeço aos meus amigos por todo o suporte emocional durante a minha trajetória de vida. A Daniel Pinto e a Victor Alexandre, que estiveram ao meu lado nos altos e baixos, compartilhando risadas e me tranquilizando em muitas situações difíceis. À Manuel Ferreira e à Yann Nicholas, cuja nossa amizade não se limitou ao colégio, nos tornando grandes amigos para vida. E à Terence Kutzner, João Marcelo e Matheus Barros, em que nossa parceria me ajudou a enfrentar muitos desafios na universidade.

À Joana Santos, por todo apoio durante a realização desse trabalho. Obrigado por todo o suporte emocional e pelas várias noites me dando conselhos e sugestões para melhoria do meu trabalho.

Agradeço a orientação do professor Andersson Guimaraes Oliveira por aceitar esse desafio e todas as ideias que me ajudaram a resolver os problemas ao longo do trabalho. E aos professores da banca examinadora, professor Marcelo Cavalcanti Rodrigues e Felipe Silva Lima, por aceitarem o convite.

RESUMO

O trabalho apresenta como proposta o desenvolvimento e construção de uma bancada didática de flambagem com recursos digitais para aquisição dos valores. Com o intuito de realizar o desenvolvimento de uma ferramenta de ensino, que propõe uma experiência prática dos conceitos de flambagem em colunas de Euler para os estudantes dos cursos de engenharia, motivado pela melhoria na metodologia de ensino nas universidades. Além disso, a bancada construída disponibiliza um recurso visual que simula as compressões em colunas sob diferentes condições de extremidades. Para a realização da construção da bancada, foram necessários a aplicação de conhecimentos de estruturas metálicas, elementos de máquinas, manufatura aditiva, sistema elétricos e programação. Para o presente trabalho, foram utilizadas régua de aço inoxidável submetidas a três tipos de condições de extremidade superior e inferior: articulado-articulado; articulado-engastado; e engastado-engastado. Cada uma dessas condições tem uma curvatura característica e uma carga crítica de flambagem, tornando possível a utilização em corpos esbeltos, que tenham um comprimento entre 15 cm e 35 cm, até 5 mm de espessura e com cargas de até 20 kg. O sistema foi adotado com um processo de digitalização da leitura dos resultados, utilizando células de carga e placa de aquisição eletrônica sobre a plataforma Arduino, com resultado de carregamento apresentado em *display* digital.

Palavras-chave: Flambagem; Bancada Didática; Colunas de Euler.

ABSTRACT

The work presents a proposal for the development and construction of a didactic buckling bench with digital resources for data acquisition. The aim is to create a teaching tool that offers a practical experience of Euler column buckling concepts for engineering students, driven by the desire to improve teaching methodology in universities. Additionally, the constructed bench provides a visual resource that simulates column compressions under different end conditions. To build the bench, knowledge of metal structures, machine elements, additive manufacturing, electrical systems, and programming was required. Stainless steel rulers were used, subjected to three types of upper and lower end conditions: articulated-articulated; articulated-fixed; and fixed-fixed. Each of these conditions has a characteristic curvature and a critical buckling load, allowing for use in slender bodies with lengths between 15 cm and 35 cm, thicknesses up to 5 mm, and loads up to 20 kg. The system adopted a process of digitizing result readings, using load cells and an electronic acquisition board on the Arduino platform, with loading results displayed digitally.

Keywords: Buckling; Educational Bench; Euler columns.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Fenômeno de flambagem..... | 13 |
| Figura 2 - Diagrama tensão x deformação..... | 14 |
| Figura 3 - Modelo simplificado de uma viga em balanço | 15 |
| Figura 4 - Colunas submetidas a uma carga crítica | 16 |
| Figura 5 - Modelo de barras rígidas com mola..... | 17 |
| Figura 6 – Modelo de barras rígidas com molas perturbadas..... | 17 |
| Figura 7 - Diagrama de corpo livre da barra BC | 18 |
| Figura 8 - Diagrama Corpo livre Flambagem de uma Coluna Ideal | 20 |
| Figura 9 - Diagrama de corpo livre da porção da coluna | 20 |
| Figura 10 - Coluna articulada-engastada | 22 |
| Figura 11 - Diagrama de corpo livre da coluna articulada-engastada | 23 |
| Figura 12 - Diagrama de corpo livre de parte da coluna articulada-engastada | 23 |
| Figura 13 - Comprimento de flambagem de coluna para algumas condições de apoio | 25 |
| Figura 14 - Esquema do parafuso de potência..... | 27 |
| Figura 15 - Representação das etapas do processo de impressão 3D..... | 28 |
| Figura 16 - Arduino | 29 |
| Figura 17 - Célula de carga de 20 kg..... | 30 |
| Figura 18 - Módulo Hx711 | 30 |
| Figura 19 - Bancada Didática Experimental de Flambagem..... | 31 |
| Figura 20 - Modelo WP 121 | 31 |
| Figura 21 - Estrutura metálica da bancada | 32 |
| Figura 22 – Parafusos de potência..... | 33 |
| Figura 23 - Extremidade superior articulada | 33 |
| Figura 24 - Extremidade superior engastada | 34 |
| Figura 25 - Extremidade inferior articulada | 34 |
| Figura 26 - Extremidade superior engastada | 35 |
| Figura 27 - Instalação da célula de carga | 35 |
| Figura 28 - Caixa elétrica com display e botão | 36 |
| Figura 29 - Modelagem da bancada de flambagem..... | 36 |
| Figura 30 - Diagrama elétrico feito no <i>software Fritzing</i> | 37 |
| Figura 31 - Corte com serra esquadria..... | 38 |
| Figura 32 - Tubos retangulares cortados | 39 |
| Figura 33 - Soldagem de arco com arame tubular..... | 40 |

| | |
|---|----|
| Figura 34 – Alinhamento das barras | 40 |
| Figura 35 - Estrutura metálica da bancada de flambagem..... | 41 |
| Figura 36 - Pintura da estrutura metálica..... | 41 |
| Figura 37 - Impressão 3D do suporte inferior para engastamento da coluna | 42 |
| Figura 38 - Montagem da célula de carga | 42 |
| Figura 39 - Montagem do parafuso de potência | 43 |
| Figura 40 – Montagem caixa elétrica | 43 |
| Figura 41 - Balança <i>KL 10001</i> da <i>BEL Engineering</i> | 45 |
| Figura 42 - Régua de aço inoxidável | 46 |
| Figura 43 - Ensaio da frequência natural utilizando o aplicativo <i>Accelerometer</i> | 47 |
| Figura 44 - Informações do sensor | 47 |
| Figura 45 - Gráfico da frequência de vibração e magnitude | 48 |
| Figura 46 - Bancada Didática de Flambagem | 50 |
| Figura 47 - <i>Display</i> e botão de tara | 51 |
| Figura 48 - Cabo USB A/B e Fonte 9V | 51 |
| Figura 49 – Componentes do apoio superior engastado..... | 52 |
| Figura 50 - Fixação da régua no apoio superior na condição engastada | 52 |
| Figura 51 - Fixação da régua no apoio inferior na condição engastada | 52 |
| Figura 52 - Aplicação da carga na coluna..... | 53 |
| Figura 53 - Réguas na incidência de flambagem..... | 55 |
| Figura 54 - As três réguas submetidas a uma carga crítica..... | 55 |
| Figura 55 - Display com o valor das cargas de cada condição de extremidade | 56 |
| Figura 56 - Flambagem das colunas | 58 |
| Figura 57 – Comparação das colunas flambadas: real x teórico | 58 |
| Figura 58 - <i>Display</i> com o valor das cargas das colunas flambadas | 59 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 - Lista de componentes elétricos | 37 |
| Tabela 2 - Tabela de cortes dos tubos retangulares..... | 39 |
| Tabela 3 - Dimensões da seção transversal da régua..... | 46 |
| Tabela 4 - Identificação das condições de extremidades | 49 |
| Tabela 5 - Parâmetros teóricos das análises de flambagem..... | 49 |
| Tabela 6 - Análise de custos da bancada..... | 54 |
| Tabela 7 - Comparação dos resultados obtidos teórico e práticos..... | 56 |
| Tabela 8 - Estimativa do módulo de elasticidade | 57 |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 1.1 | JUSTIFICATIVA..... | 11 |
| 2 | OBJETIVO | 12 |
| 2.1 | OBJETIVO GERAL | 12 |
| 2.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 12 |
| 3 | REFERÊNCIAL TEÓRICO | 13 |
| 3.1 | FLAMBAGEM | 13 |
| 3.1.1 | Propriedades dos materiais | 14 |
| 3.1.2 | Ensaio de vibração para obtenção do módulo de elasticidade | 15 |
| 3.2 | CARGA CRÍTICA | 16 |
| 3.2.1 | Tipos de condições de equilíbrio | 19 |
| 3.3 | FÓRMULA DE EULER PARA UMA COLUNA BIARTICULADA..... | 19 |
| 3.3.1 | Tensão Crítica | 21 |
| 3.4 | OUTRAS CONDIÇÕES DE EXTREMIDADE..... | 22 |
| 3.5 | ESTRUTURAS METÁLICAS | 26 |
| 3.6 | PARAFUSO DE POTÊNCIA | 26 |
| 3.7 | MANUFATURA ADITIVA..... | 27 |
| 3.8 | COMPONENTES ELÉTRICOS..... | 28 |
| 3.8.1 | Arduino | 28 |
| 3.8.2 | Célula de carga | 29 |
| 4 | MATERIAIS E METÓDOS | 31 |
| 4.1 | PROJETO CONCEITUAL | 32 |
| 4.2 | CONSTRUÇÃO DA BANCADA | 38 |
| 4.2.1 | Sistema elétrico | 44 |
| 4.2.2 | Configurações do sistema | 44 |
| 4.3 | ANÁLISE DO CORPO DE PROVA | 45 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 4.3.1 | Determinação do módulo de elasticidade | 46 |
| 4.4 | CÁLCULO TÉORICO DA FLAMBAGEM | 49 |
| 5 | RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 50 |
| 5.1 | CONFIGURAÇÕES DA BANCADA DIDÁTICA DIGITAL DE FLAMBAGEM | 50 |
| 5.2 | ANÁLISE DE CUSTO | 54 |
| 5.3 | ANÁLISE EXPERIMENTAL | 54 |
| 5.3.1 | Determinação do módulo de elasticidade através da bancada de flambagem | 57 |
| 5.3.2 | Análise das curvaturas de flambagem | 57 |
| 6 | CONCLUSÃO | 60 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 62 |

1 INTRODUÇÃO

Com o progresso dos conhecimentos, e considerando uma contínua evolução nas metodologias de ensino, novas ferramentas alternativas surgem com o intuito de promover uma melhoria na fixação dos conhecimentos. Com isso, manifesta-se a necessidade de desenvolver recursos educacionais que incorporem experimentos práticos para reforçar os conceitos teóricos aprendidos.

A elaboração de uma bancada didática digital de flambagem, tem o intuito de promover uma relação dos conhecimentos teóricos adquiridos dos livros com uma simulação real do modelo de uma coluna submetido ao processo de flambagem. Tal relação foi feita apresentando uma representação visual da flambagem, identificando a carga crítica e os diversos tipos de curvaturas resultantes das variadas condições nas extremidades.

Segundo Gere e Goodno (2016), as estruturas que suportam cargas enfrentam uma variedade de modos de falha, influenciados pelo tipo de estrutura, condições de apoio, tipos de cargas e materiais empregados. Quando se trata da flambagem de colunas, em que um elemento está sob compressão e é esbelto, é possível que ele sofra deflexão lateral e falhe devido à compressão. Considerando que a flambagem é uma das principais causas de falha em estruturas, é fundamental sempre levar em conta a possibilidade desse fenômeno ao realizar o dimensionamento.

Colunas são elementos longos e esbeltos que estão sujeitos a uma força de compressão axial, e o fenômeno de flexão lateral associado a eles é conhecido como flambagem. Esse fenômeno causa uma falha abrupta nas colunas, sendo necessário considerar esse tipo de defeito nas estruturas (Hibbeler, 2009).

O estudo de flambagem de colunas é fundamental para a formação dos estudantes de graduação de engenharias mecânica e civil. No entanto, a falta de recursos práticos para estudar os comportamentos físicos, representa um desafio para os professores transmitirem os conceitos teóricos de maneira clara, conforme explica Viana (2019).

O projeto da bancada permite que os estudantes consigam visualizar de forma clara o processo de flambagem para diferentes condições de extremidades, como por meio da aplicação de carga nas colunas, tendo fácil observação através do *display* que projeta os valores das forças aplicadas nessas. Além disso, há também a possibilidade da comparação dos resultados do modelo teórico com os obtidos experimentalmente.

A concepção da bancada com a implementação de um sistema digital para otimização dos procedimentos da aplicação de carga e coleta de dados, tornou-se mais viável graças ao mercado digital, que simplificou a obtenção de componentes eletrônicos. Em que, vários *kits* didáticos para utilização de Arduino e sensores são vendidos na internet, possibilitando o desenvolvimento de uma bancada de flambagem digital.

Desse modo, a experiência de aprendizado se torna mais dinâmica, permitindo que o usuário experimente uma variedade de valores na aplicação de forças e leitura dos resultados. Realizando experimentos para obtenção da carga crítica de flambagem e análise das curvaturas características das colunas para cada uma das condições de. Além de realizar um experimento para obtenção das propriedades mecânicas utilizando através da manipulação das equações matemáticas de flambagem, trazendo uma solução aproximada e não exata dessas propriedades, para fins didáticos.

1.1 JUSTIFICATIVA

O projeto da bancada de flambagem explora diversos conhecimentos de engenharia, abordando conceitos de estruturas metálicas, sistemas elétricos e aquisição de dados, além do próprio estudo das falhas por flambagem.

Esse trabalho se justifica pela necessidade na melhoria das metodologias de ensino, onde a utilização de uma bancada didática de flambagem agrega aos estudantes uma aplicação prática dos conhecimentos teóricos adquiridos em sala de aula. Tal aplicação prática, pode ser visualizada através dos efeitos da flambagem em colunas submetidas a diferentes condições de apoio, analisando a carga necessária para a deformação e o comportamento da deformação dos corpos de prova.

2 OBJETIVO

2.1 OBJETIVO GERAL

Projetar, construir e testar uma bancada didática digital de flambagem.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Confecção de uma bancada portátil e de fácil utilização para aplicação em sala de aula;
- Realizar uma comparação da análise da carga crítica teórica e real;
- Comparar a obtenção do módulo de elasticidade das colunas através da carga crítica da bancada com o valor obtido pelo ensaio da frequência natural de vibração.
- Realizar a comparação das curvaturas obtidas teórica e real.

3 REFERÊNCIAL TEÓRICO

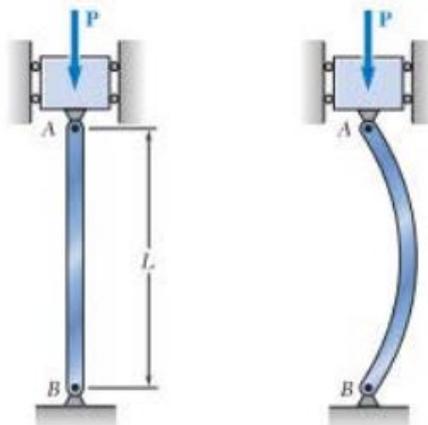
3.1 FLAMBAGEM

De acordo com Carpinter (2006), a flambagem é uma instabilidade do equilíbrio elástico e representa um tipo de falha estrutural que afeta elementos delgados submetidos à compressão. Este fenômeno de colapso pode ocorrer mesmo antes que o material seja capaz de ceder ou se romper, sendo uma preocupação significativa em projetos estruturais.

Conforme Hibbeler (2009), quando submetidas a uma carga de compressão, estruturas que possuem uma relação de comprimento e área da seção transversal pequena, tendem a uma deflexão lateral, a exemplo das colunas. Tal deflexão pode ocorrer lateralmente, em qualquer uma das direções.

Ainda sobre a flambagem, Beer (2013) define que essa é uma instabilidade elástica, a qual a estrutura pode perder a sua estabilidade, e acontece sem que o material tenha saído do regime elástico, quando submetidas a cargas de compressão. Supondo-se uma barra sujeita a uma carga axial centralizada, com ambas as extremidades articuladas, é possível concluir que, se a coluna for projetada de maneira que a tensão admissível seja superior à tensão da seção transversal e que as deformações se mantenham dentro dos parâmetros estabelecidos, não haverá falhas. Entretanto, quando ocorre de forma abrupta, a coluna deflete lateralmente, sofrendo o fenômeno de flambagem, conforme apresenta a Figura 1.

Figura 1 - Fenômeno de flambagem

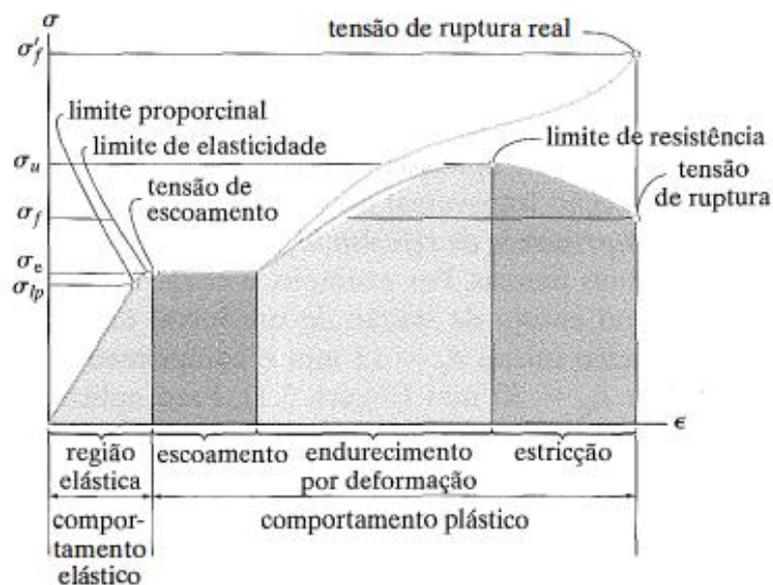


Fonte: Beer (2013).

3.1.1 Propriedades dos materiais

Antes de abordar outros conceitos relacionados à flambagem, é necessário o entendimento do comportamento elástico das estruturas. A partir de ensaios de tração, são obtidos um diagrama tensão-deformação ($\sigma - \epsilon$), onde é possível obter as propriedades dos materiais como o módulo de elasticidade e limite de escoamento (Hibbeler, 2009). O diagrama convencional para materiais dúcteis é mostrado na Figura 2.

Figura 2 - Diagrama tensão x deformação



Fonte: Hibbeler (2009).

Para o estudo, é analisado a elasticidade do material, observando que na região elástica do diagrama, a curva é caracterizada por um comportamento linear. Desse modo, há uma proporcionalidade da tensão em relação à deformação. De acordo com Hibbeler (2009), a Lei de Hooke expressa matematicamente a relação linear existente no comportamento elástico do material.

$$\sigma = E\epsilon \quad (\text{Eq. 1})$$

σ – Tensão [MPa]

E – Modulo de elasticidade [MPa]

ϵ - Deformação [mm/mm]

O limite superior da região elástica é denominado limite de proporcionalidade, onde o material ainda consegue se deformar elasticamente antes de atingir o limite de elasticidade. A partir desse instante, o material passa a apresentar um comportamento elástico, culminando na tensão de ruptura onde a falha ocorrerá.

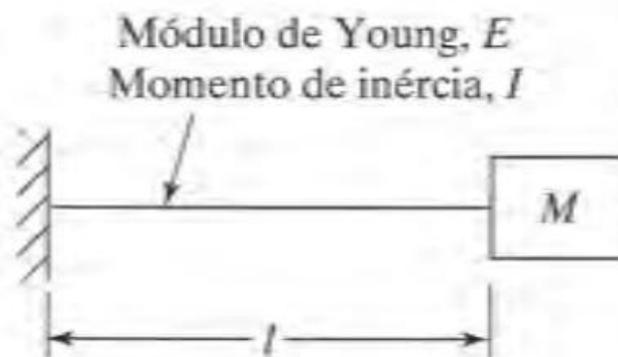
Segundo Hibbeler (2009), no caso do comportamento elástico, o material consegue sofrer deformações quando submetidos a cargas, voltando a sua forma original quando essas são retiradas. Já no que tange o regime plástico, quando submetido a uma carga, o material não retorna à sua forma de origem, tornando-se um material deformado permanentemente.

3.1.2 Ensaio de vibração para obtenção do módulo de elasticidade

A obtenção do módulo de elasticidade do material geralmente se dá através de ensaios e experimentos do material. Podem ser utilizados ensaios destrutivos, que inutilizam a peças após a realização do ensaio, e não destrutivos, que são procedimentos que ao serem aplicados em peças semiacabadas ou acabadas, não causam danos nem interferem em seu desempenho futuro (Garcia, 2012).

Um dos métodos não destrutivos para a obtenção do módulo de elasticidade é pelo método da frequência natural. Rao (2009) exemplifica a obtenção dessa propriedade mecânica através de um modelo simplificado: uma viga em balanço com aplicação de uma carga em sua extremidade livre, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Modelo simplificado de uma viga em balanço



Fonte: Rao (2009).

Quando um deslocamento é aplicado à extremidade livre de uma viga e, em seguida, solto, a viga entra em vibração. Logo, desprezando o peso da própria viga, o autor formula uma equação que relaciona a frequência natural de vibração transversal da viga ω_n com o módulo de elasticidade:

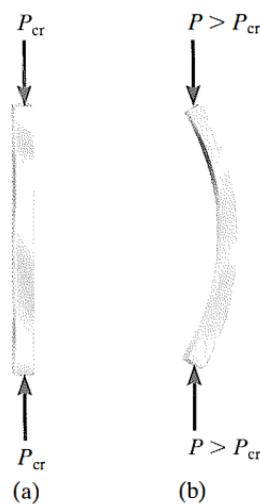
$$E = \frac{m\omega_n^2 l^3}{3I} \quad (\text{Eq. 2})$$

Sendo I o momento de inércia da seção transversal e l o comprimento da viga até o centro de massa da carga, é possível determinar o módulo de elasticidade do material.

3.2 CARGA CRÍTICA

De acordo com Melconian (2000), a carga crítica é uma carga axial limite em que uma peça comprida e esbelta perde a sua estabilidade, provocando um encurvamento da estrutura. Hibbeler (2009) afirma que a carga crítica é a carga axial máxima que uma coluna pode suportar, quando está na iminência de sofrer flambagem. A Figura 4 (a) demonstra uma coluna submetida a uma carga P , sendo essa igual a carga crítica P_{cr} , suportada pela coluna. Já a Figura 4 (b) expõe que, quando a carga P é maior que a carga crítica P_{cr} , a coluna irá flambar.

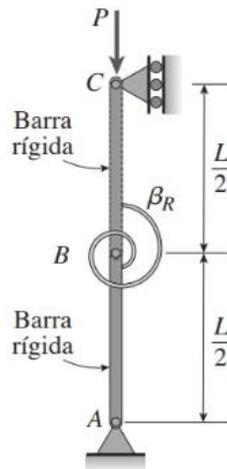
Figura 4 - Colunas submetidas a uma carga crítica



Fonte: Hibbeler (2009).

Gere e Goodno (2016) propõem um modelo simplificado para exemplificar os princípios básicos da flambagem e estabilidade. A Figura 5, mostra um modelo simplificado de duas barras rígidas, as quais estão conectadas por um pino e uma mola, com extremidades articuladas. Inicialmente as barras estão em compressão direta, sendo β_r a rigidez rotacional e $L/2$ comprimento das barras rígidas.

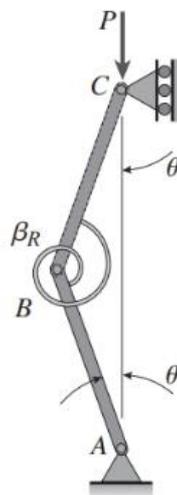
Figura 5 - Modelo de barras rígidas com mola



Fonte: Gere e Goodno (2016).

Gere e Goodno (2016) mostram que, se uma carga perturbadora gera um pequeno deslocamento no ponto B, ocorrerá um movimento lateral das barras rígidas a uma pequena distância, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Modelo de barras rígidas com molas perturbadas

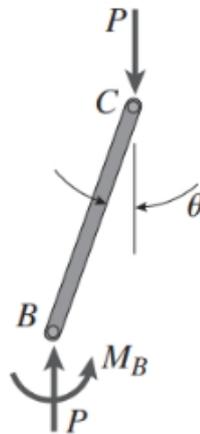


Fonte: Gere e Goodno (2016).

As barras rígidas se movem ligeiramente e um momento é produzido na mola. Este momento tem a direção que busca restaurar a estrutura para sua posição original, sendo chamado de momento restaurador. Simultaneamente, a força de compressão axial tende a aumentar o deslocamento lateral. Dessa maneira, essas duas ações têm efeitos contrários: o momento restaurador reduz o deslocamento, enquanto a força axial aumenta o deslocamento (Gere e Goodno, 2016).

Para o cálculo da carga crítica, o autor considera primeiramente todo o corpo em um diagrama de corpo rígido. Ao fazer o somatório dos momentos no apoio A, resulta que não existem reações horizontais em C. Em seguida, o autor analisa o diagrama de corpo livre na barra BC, como ilustrado na Figura 7.

Figura 7 - Diagrama de corpo livre da barra BC



Fonte: Gere e Goodno (2016).

O momento $M_B = 2\beta_r\theta$, sabendo que θ é o ângulo de rotação. Para valores pequenos de θ , o deslocamento do ponto B é $\theta L/2$. Realizando o somatório dos momentos no ponto B (Gere e Goodno, 2016).

$$2\beta_r\theta - P\left(\frac{\theta L}{2}\right) = 0 \rightarrow \theta(2\beta_r - PL/2) = 0 \quad (\text{Eq. 3})$$

Gere e Goodno (2016), resolvem essa equação por duas respostas. A primeira resposta para esta equação é $\theta = 0$, sendo está a solução trivial que indica que a estrutura está em equilíbrio, ou seja, está perfeitamente reta, sem importar a quantidade de força aplicada. Outra

solução pode ser obtida ao igualar o termo entre parênteses a zero e resolver para a carga P , que é conhecida como carga crítica.

$$P = P_{cr} = \frac{4\beta_r}{L} \quad (\text{Eq. 4})$$

3.2.1 Tipos de condições de equilíbrio

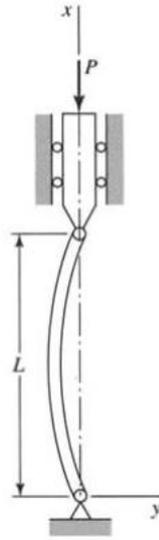
De acordo com Gere e Goodno (2016), aplicando uma carga axial P , sendo está inferior a P_{cr} , o efeito do momento na mola se destaca, resultando no retorno da estrutura à posição vertical após uma pequena perturbação. Com uma carga axial maior que P_{cr} , o efeito da força axial predomina e a estrutura flamba. Logo, as seguintes relações estão presentes:

- Se $P < P_{cr}$, a coluna está em equilíbrio estável na posição reta;
- Se $P = P_{cr}$, a coluna está em equilíbrio neutro na posição reta ou ligeiramente curvada;
- Se $P > P_{cr}$, a coluna está em equilíbrio instável na posição reta e irá encurvar sob a menor perturbação.

3.3 FÓRMULA DE EULER PARA UMA COLUNA BIARTICULADA

Seguindo o modelo de coluna ideal biarticulada proposto por Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003), levando em conta uma estrutura delgada, com extremidade fixa, reta e feita de um material homogêneo, o pilar manterá sua forma linear mesmo sob qualquer nível de carga aplicada, ou seja, não irá se curvar. Com um pequeno acréscimo de carga, a coluna sofre um aumento não proporcional da deflexão lateral, crescendo rapidamente. Contudo, o material ainda continua apresentando comportamento elástico, conforme ilustrado na Figura 8.

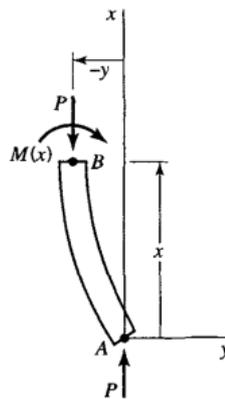
Figura 8 - Diagrama Corpo livre Flambagem de uma Coluna Ideal



Fonte: Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003).

Considerando parte da coluna, Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003) demonstra através da Figura 9, o diagrama de corpo livre da coluna da extremidade inferior *A* até um ponto qualquer *B*.

Figura 9 - Diagrama de corpo livre da porção da coluna



Fonte: Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003).

O autor utiliza o método do equilíbrio de momento para cálculo da carga crítica, onde $M(x) = -Py$, sendo positivo no sentido horário em relação ao ponto A, sendo obtido:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{Py}{EI} \quad (\text{Eq. 5})$$

Ao solucionar a Eq. 8, chega-se no seguinte resultado:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L} \quad (\text{Eq. 6})$$

De acordo com Hibbeler (2009), essa equação é conhecida como "Fórmula de Euler", uma denominação atribuída ao matemático suíço Leonhard Euler, o qual foi o primeiro a resolver esse problema em 1757.

3.3.1 Tensão crítica

Segundo Timoshenko (1982), a tensão média compressiva de colunas carregadas axialmente é obtida através da divisão da carga axial pela área da seção transversal. Aplicando a carga axial crítica, é obtido a tensão crítica:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (\text{Eq. 7})$$

Sendo I o momento de inercia, A é a área da seção transversal e o termo r o raio de giração da seção transversal.

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (\text{Eq. 8})$$

A razão encontrada L/r é chamada índice de Esbeltez do pilar (Carpinteri, 2006). Sendo que o índice de esbeltez é inversamente proporcional a tensão.

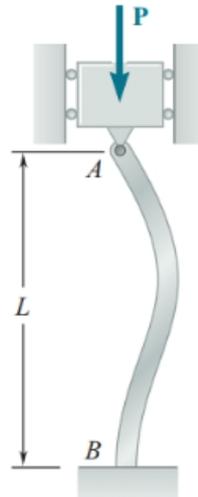
Hibbeler (2009) afirma que em colunas onde a seção transversal é a mesma, o momento de inércia que passa pelo centroide é constante ao longo da coluna. Portanto, a flambagem irá acontecer em qualquer região da coluna, dependendo das condições dos vínculos das

extremidades. Enquanto em colunas que possuem variações da seção transversal, a flambagem ocorrerá na região de menor momento de inércia.

3.4 OUTRAS CONDIÇÕES DE EXTREMIDADE

Colunas apoiadas com outras condições de extremidades, ou seja, possuindo apoios diferentes, podem ser calculados utilizando o método de Euler. Considerando o modelo proposto de Beer (2013), uma coluna com um apoio superior articulado e inferior engastado, conforme a Figura 10.

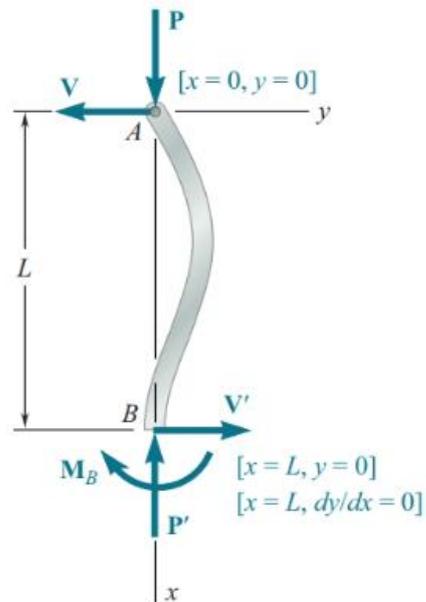
Figura 10 - Coluna articulada-engastada



Fonte: Beer (2013).

Analisando o diagrama de corpo livre da coluna inteira, Beer (2013) observa que uma força transversal atua sobre a extremidade além da força axial. Sendo essa força transversal uma carga estaticamente indeterminada.

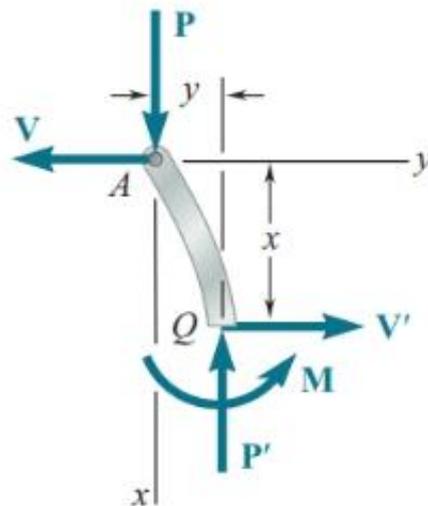
Figura 11 - Diagrama de corpo livre da coluna articulada-engastada



Fonte: Beer (2013).

Ainda sobre a análise de Beer (2013), o autor demonstra através da Figura 12, o diagrama de corpo livre da coluna do ponto A até um ponto qualquer Q.

Figura 12 - Diagrama de corpo livre de parte da coluna articulada-engastada



Fonte: Beer (2013).

Aplicando o método do equilíbrio e momento para o cálculo da carga crítica, considerando que $M = -Py - Vx$, sendo obtido:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{Py}{EI} - \frac{Vx}{EI} \quad (\text{Eq. 9})$$

Solucionando a equação utilizando os métodos matemáticos para o cálculo da coluna biarticulada, o valor da carga crítica para a coluna articulada-engastada é expresso por:

$$P_{cr} = \frac{20,19EI}{L^2} \quad (\text{Eq. 10})$$

Beer (2013) afirma que o comprimento da coluna é calculado fazendo a igualdade das cargas críticas. Assim:

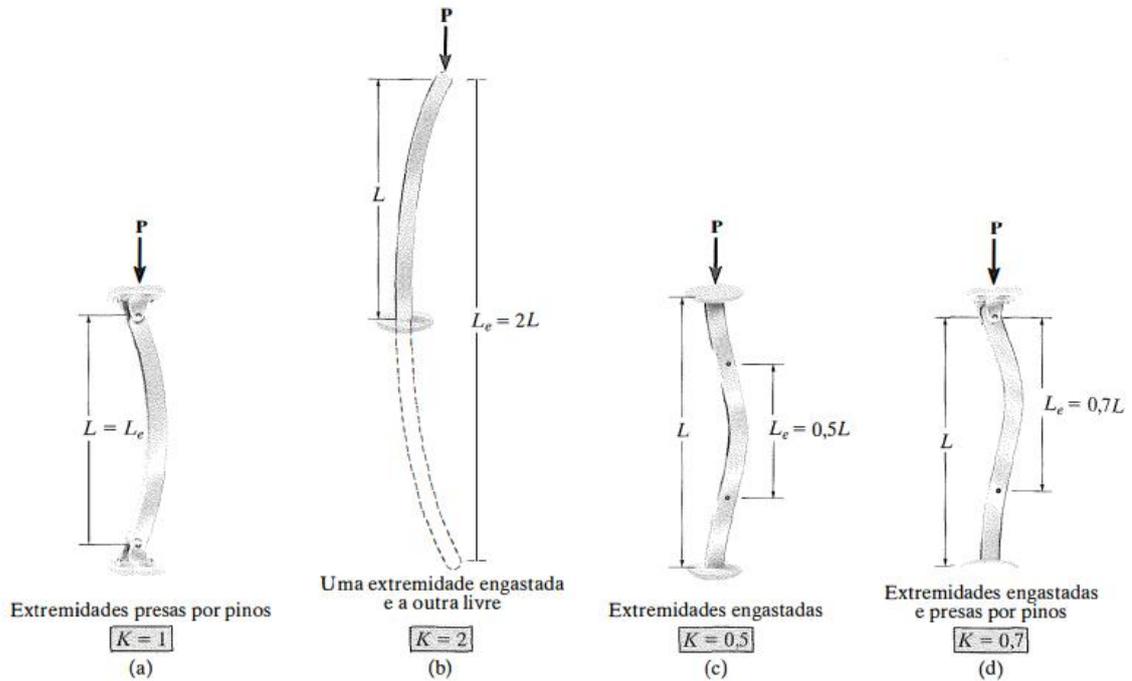
$$\frac{\pi^2 EI}{L_{fl}^2} = \frac{20,19EI}{L^2} \quad (\text{Eq. 11})$$

Resolvendo a equação, o comprimento de flambagem de uma coluna com uma extremidade engastada e uma extremidade articula é

$$L_{fl} = 0,699 \approx 0,7L \quad (\text{Eq. 12})$$

O mesmo princípio é aplicado para as demais condições de apoio. Hibbeler (2009) tabula os resultados para os tipos mais comuns de apoios nas colunas e descreve a fórmula de Euler em uma equação geral, conforme consta na Figura 13.

Figura 13 - Comprimento de flambagem de coluna para algumas condições de apoio



Fonte: Hibbeler (2009).

De acordo com Hibbeler (2009), a fórmula de Euler foi concebida para uma coluna com extremidades presas ou livres para girar. Na equação, o comprimento da coluna L representa a distância entre os pontos de momento nulo. Se a coluna for suportada de outras maneiras, a fórmula de Euler ainda pode ser usada, contanto que o comprimento utilizado denote essa distância. Essa distância é chamada de comprimento efetivo da coluna.

Em vez de especificar o comprimento efetivo da coluna, muitos códigos e manuais de projeto, conforme apresentado por Hibbeler (2009), utilizam fórmulas de colunas que incorporam um coeficiente adimensional K , conhecido como fator de comprimento efetivo.

$$L_{efetivo} = KL \quad (\text{Eq. 13})$$

A partir dessa generalidade, podemos expressar a fórmula de Euler:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (\text{Eq. 14})$$

E a tensão calculada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL/r)^2} \quad (\text{Eq. 15})$$

Em que o índice de esbeltez efetivo da coluna é dado por KL/r .

3.5 ESTRUTURAS METÁLICAS

Pinheiro (2019) apresenta algumas vantagens na aplicação das estruturas metálicas. O autor afirma que essas estruturas apresentam uma precisão milimétrica, permitindo um alto controle de qualidade, ou seja, garantem o dimensionamento das estruturas, das propriedades dos materiais, gerando uma grande resistência estrutural.

Dentro da diversidade dos tipos de perfis tubulares, a fabricação dos tubos de seção retangular é descrita por Araújo *et al.* (2016). O autor escreve que a produção de perfis tubulares de aço retangulares e quadrados, pode ser realizada de duas formas distintas. Podem ser fabricados por meio de laminação a quente, ou obtidos por conformação a frio de tubos circulares, um método comum no Brasil. Nesse caso, as seções quadradas e retangulares são formadas a frio por meio de equipamentos de perfilação específicos.

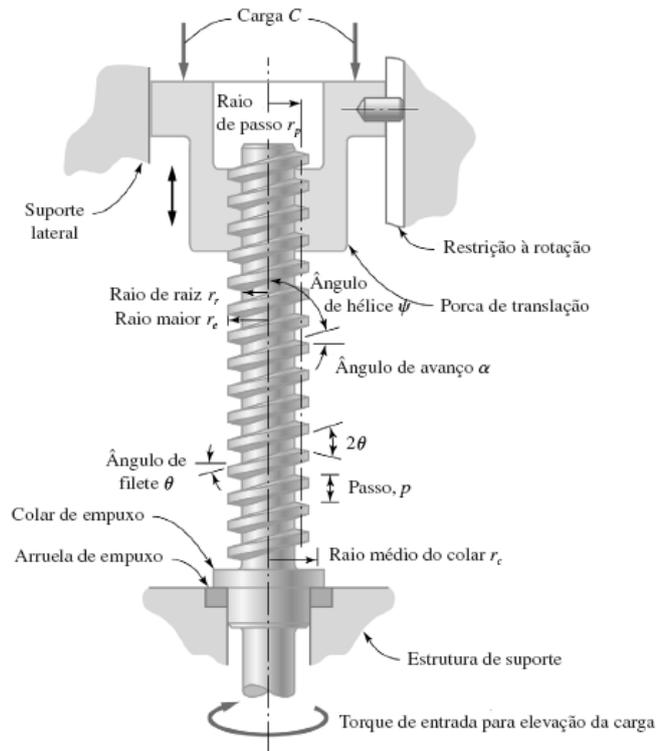
3.6 PARAFUSO DE POTÊNCIA

De acordo com Budynas (2016), o parafuso de potência é um componente empregado em máquinas para converter o movimento rotativo em movimento linear e, frequentemente, para transmitir potência. Exemplos comuns de aplicação incluem os parafusos de avanço em tornos mecânicos, além de serem utilizados em morsas, prensas e macacos.

Segundo Collins (2019), o princípio e funcionamento do parafuso de potência baseiam-se na transformação do movimento rotativo em movimento de translação. Geometricamente, um parafuso de potência consiste em um eixo roscado com um colar de apoio em uma das extremidades, que se encaixa em uma porca acoplada à rosca, conforme a Figura 14. Com as restrições apropriadas, tanto a porca pode ser girada para causar o movimento de translação do eixo roscado (parafuso), quanto o parafuso pode ser girado para causar a translação axial da

porca. Esse princípio permite uma conversão eficiente de movimento e força, sendo comumente utilizado em mecanismos onde é necessário transformar movimento rotativo em linear ou amplificar forças.

Figura 14 - Esquema do parafuso de potência



Fonte: Collins (2019).

3.7 MANUFATURA ADITIVA

Volpato (2017) define a manufatura aditiva como um processo de fabricação que consiste na adição sucessiva de material em forma de camadas, utilizando informações diretamente obtidas de uma representação geométrica computacional tridimensional do componente. Essa representação geométrica é obtida através de sistema CAD (*computer-aided design*).

O autor descreve que o processo para fabricação de um componente feito em impressão 3D é iniciado pela modelagem da peça utilizando-se um *software CAD*. Em seguida, o arquivo virtual da peça é exportado para um *software* próprio para a manufatura aditiva, onde há a conversão das informações das dimensões da peça, nas operações da impressão.

Tal programa realiza o “fatiamento” da peça em várias camadas, obtendo-se curvas de níveis em 2D que definem onde o material será adicionado ou não em cada camada. Com isso, essas informações são enviadas para uma impressora 3D, gerando a peça física por meio do empilhamento sequencial das camadas, iniciando na base até atingir o seu topo.

Figura 15 - Representação das etapas do processo de impressão 3D



Fonte: Volpato (2017).

3.8 COMPONENTES ELÉTRICOS

3.8.1 Arduino

O Arduino, uma plataforma eletrônica de código aberto com *hardware* e *software* acessíveis, tem sido fundamental em uma ampla gama de projetos ao longo dos anos, desde objetos do dia a dia até instrumentos científicos complexos (Arduino, 2024).

Originado no *Ivrea Interaction Design Institute*, o Arduino foi inicialmente desenvolvido como uma ferramenta simplificada para prototipagem rápida, visando alunos sem experiência em eletrônica e programação.

Figura 16 - Arduíno



Fonte: Autoria Própria (2024).

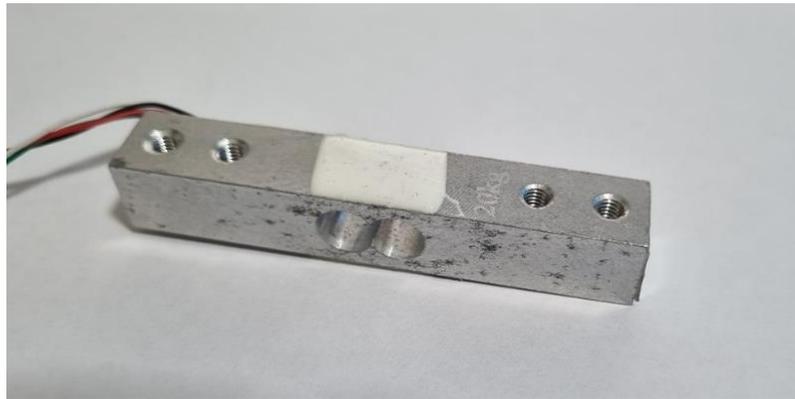
O Arduino Uno é uma placa de controle que utiliza o microcontrolador ATmega328P como base. Assim como nas outras variantes da plataforma, essa placa é equipada com uma variedade de componentes que são essenciais para o correto funcionamento do microcontrolador. O Arduino Uno conta com 14 pinos de entrada/saída digitais, 6 entradas analógicas, um cristal oscilador de 16 MHz, uma porta USB, um conector de energia, um botão de reset, e outros elementos (Arduino, 2024).

3.8.2 Célula de carga

Segundo Fernandes (2008), a célula de carga é um sensor composto por fitas extensiométricas, fixadas de forma adequada em um bloco de aço especial com dimensões específicas, para manifestar uma deformação elástica e linear ao ser submetido a uma força. Essa alteração é identificada pelas fitas extensiométricas, por meio da variação de sua resistência elétrica.

A resistência do *strain gauge* é medida utilizando-se a ponte de *Wheatstone*, conforme descrito por Lima (2009). Essa ponte é um arranjo elétrico comumente utilizado na eletrônica, para permitir a compensação de variações de temperatura e o cancelamento de sinais induzidos por forças externas.

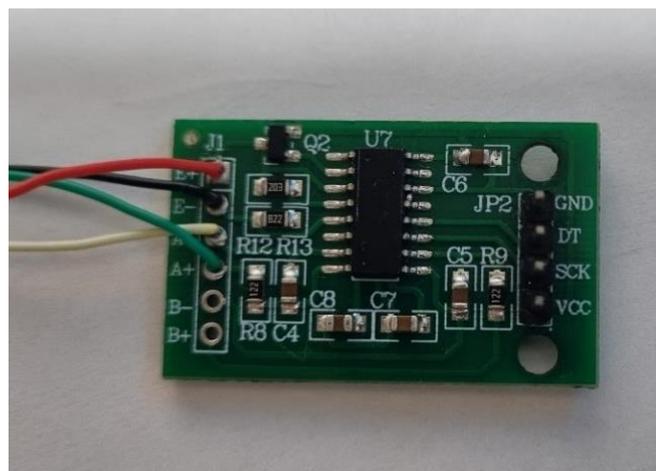
Figura 17 - Célula de carga de 20 kg



Fonte: Autoria Própria (2024).

Para a leitura desse sensor, é necessário a utilização do Módulo HX711 (Figura 18), para desempenhar uma parte do processamento do sinal, conforme o manual do fabricante da Avia Semiconductor, no ano de 2019. Em contraste com o habitual, o HX711 é, na verdade, um conversor analógico-digital. Ele foi desenvolvido especialmente para a medição de forças, sendo direcionado principalmente para o controle de processos industriais. O HX711 conta com todos os recursos necessários para aplicações que utilizam a ponte de *Wheatstone*, eliminando a necessidade de programação interna ou de cálculos complexos para processar as informações.

Figura 18 - Módulo Hx711



Fonte: Autoria Própria (2024).

4 MATERIAIS E METÓDOS

A abordagem para o desenvolvimento deste trabalho iniciou-se com a elaboração de um projeto conceitual inicial para uma bancada, inspirado em trabalhos existentes na literatura. Os modelos de Vitorino (2018), Viana (2019) e o modelo *WP 121 Demonstration of Euler buckling* fabricado pela *GUNT HAMBURG*, utilizam uma estrutura metálica de tubos retangulares e anilhas para aplicação das cargas nas colunas.

Baseando-se nesses modelos, foram aplicadas melhorias para a digitalização da leitura dos valores das cargas, utilizando um sistema elétrico com um Arduino e parafusos de potência para aplicação das cargas nas colunas. A Figura 19 e Figura 20, expõem, respectivamente, bancadas didáticas proposta por Vitorino (2018) e o modelo *WP 121* de Gunt (2018).

Figura 19 - Bancada Didática Experimental de Flambagem



Fonte: Vitorino (2018).

Figura 20 - Modelo WP 121



Fonte: Gunt (2018).

4.1 PROJETO CONCEITUAL

Baseando-se nos modelos previamente desenvolvidos por outros autores, a estrutura da bancada seguiu o mesmo princípio da utilização de tubos retangulares de aço para a fabricação da estrutura, sendo um material rígido e possuindo superfícies planas que facilitam na fixação de componentes eletrônicos e mecânicos.

Continuando a linha de raciocínio de outros projetos, Vitorino (2018) enfatiza a importância da portabilidade da bancada. Ao realizar o projeto, foi proposto que a bancada tivesse um peso relativamente baixo, permitindo sua exposição em sala de aula e evitando que ficasse restrita a um único local. Isso possibilitaria sua utilização de forma versátil e prática por parte dos usuários.

Para o desenho e modelagem foi utilizado o *software SolidWorks* da *Dassault Systèmes*. Nele, foi possível fazer todo desenvolvimento do projeto conceitual da bancada, sendo fundamental para o dimensionamento e montagem de todos os componentes do projeto.

Figura 21 - Estrutura metálica da bancada



Fonte: Autoria Própria (2024).

Com o pressuposto da remoção dos pesos para compressão das colunas, foi utilizado um sistema de compressão utilizando um parafuso de potência. O princípio de funcionamento, como já explicado anteriormente, é da aplicação de um parafuso na extremidade superior da estrutura e, ao aplicar um torque, esse é rosqueado. Conforme o parafuso é rosqueado, a coluna

irá sofrer uma compressão pela ação da carga axial desenvolvida pelo avanço do parafuso. Esse sistema resulta em um ajuste mais preciso na aplicação força, possibilitando uma variação de carga mais fina, em que, de acordo com o rosqueamento do parafuso, há um aumento da aplicação de uma carga.

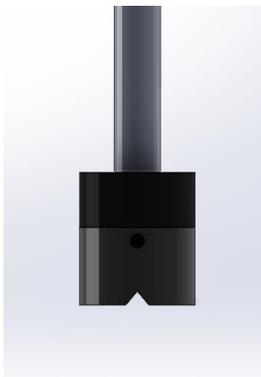
Figura 22 – Parafusos de potência



Fonte: Autoria Própria (2024).

Para transmitir a força proveniente dos eixos para as colunas sem provocar torção, foi concebido um mecanismo de duas peças para cada condição de extremidade, a fim de neutralizar o torque gerado pelo rosqueamento do parafuso. A primeira peça acompanha a rotação do parafuso, enquanto a segunda desliza sobre a primeira, impedindo a rotação e mantendo o avanço do parafuso. Adicionalmente, nesta segunda peça, foi incorporada uma simulação das condições de extremidade, seja engastada ou articulada, como ilustrado nas figuras a seguir:

Figura 23 - Extremidade superior articulada



Fonte: Autoria Própria (2024).

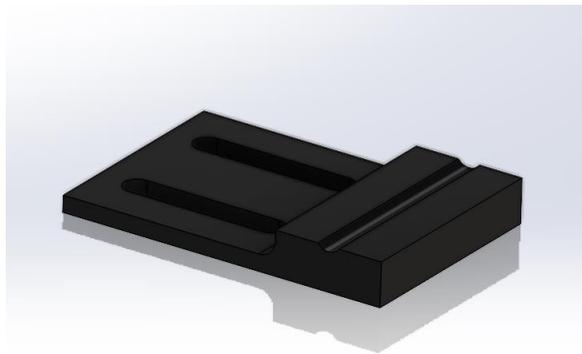
Figura 24 - Extremidade superior engastada



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Para as condições de extremidade inferior nas colunas, utilizou-se o mesmo princípio da fixação engastada ou articulada. Junto a esse sistema, para melhor alinhamento das colunas, foi colocado um regulador deslizante, com um travamento feito por dois parafusos para ajustar a centralização das peças e manter as colunas verticalmente retas.

Figura 25 - Extremidade inferior articulada



Fonte: Aatoria Própria (2024).

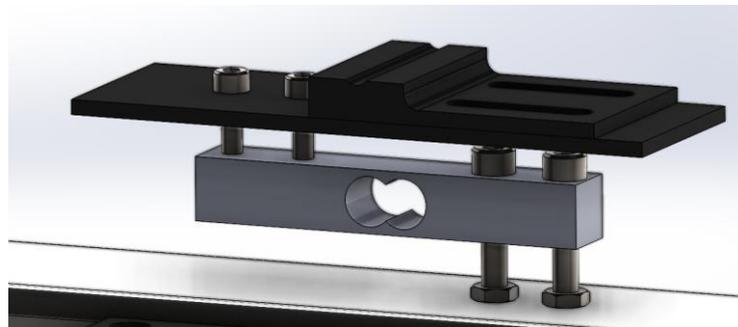
Figura 26 - Extremidade superior engastada



Fonte: Autoria Própria (2024).

Para a instalação da célula de carga, elaborou-se uma estrutura na qual a célula de carga fosse posicionada e acoplada à base da coluna, de modo a receber diretamente a força de reação da coluna, ao passo do rosqueamento do parafuso de potência.

Figura 27 - Instalação da célula de carga



Fonte: Autoria Própria (2024).

Para a fixação dos demais componentes elétricos da bancada, foram criadas peças para alojar e acomodar todos esses dispositivos, sendo essas desenvolvidas para serem fabricadas em impressão 3D. Foi utilizado esse artifício pela facilidade da confecção de geometrias complexas, com um nível de precisão suficiente para o encaixe adequado de todos os componentes.

Figura 28 - Caixa elétrica com display e botão



Fonte: Autoria Própria (2024).

Com o resultado da junção e montagem de todos os componentes elétricos e mecânicos, foi possível gerar um modelo para a construção da bancada de flambagem:

Figura 29 - Modelagem da bancada de flambagem



Fonte: Autoria Própria (2024).

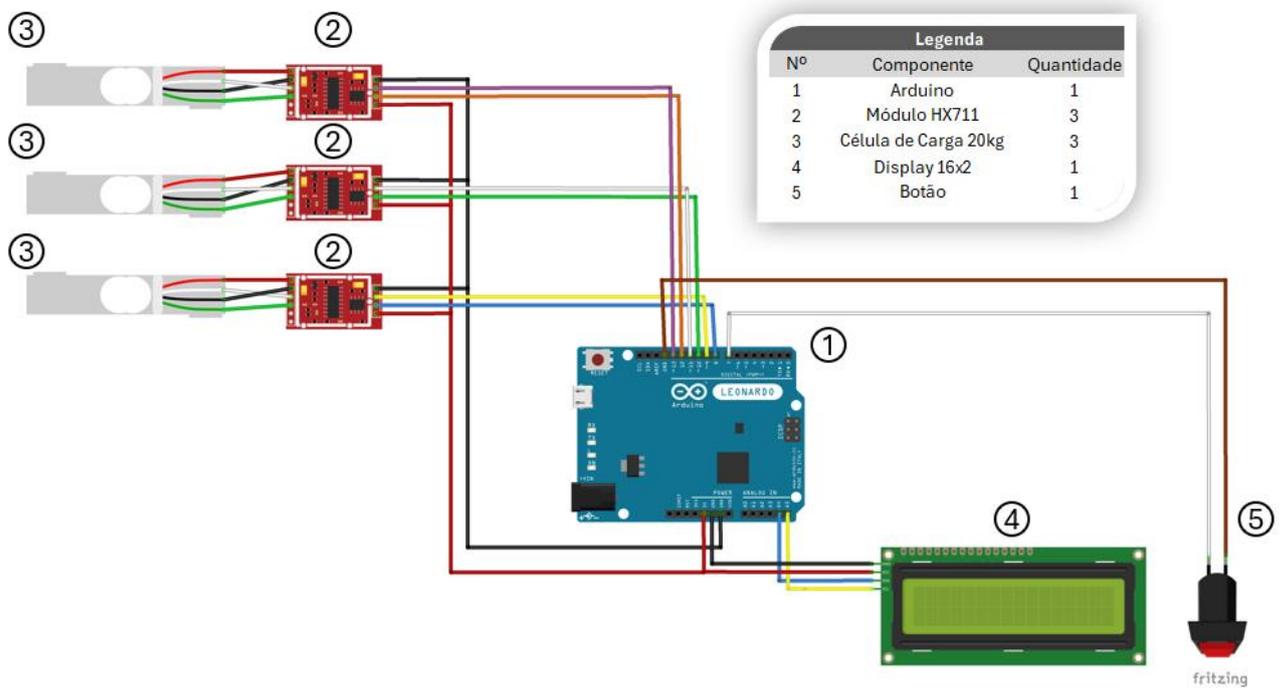
Por fim, através do *software Fritzing*, foi realizado o estudo do diagrama elétrico para utilização na bancada didática de flambagem. Para sua elaboração, foi feita a listagem dos componentes elétricos necessários. A seguir, a tabela mostra a lista de componentes utilizados:

Tabela 1 - Lista de componentes elétricos

| Componentes Elétricos | Quantidade |
|------------------------|------------|
| Arduino | 1 |
| Célula de carga | 3 |
| Módulo HX711 | 3 |
| Display com módulo IC2 | 1 |
| Botão | 1 |
| Fonte 9V | 1 |
| Total | 10 |

Fonte: Autoria Própria (2024).

A partir disso, foi realizado a elaboração do diagrama elétrico da bancada, mostrado na Figura 30:

Figura 30 - Diagrama elétrico feito no *software Fritzing*

Fonte: Autoria Própria (2024).

4.2 CONSTRUÇÃO DA BANCADA

A partir do projeto conceitual, em que toda a bancada de flambagem foi modelada no *SolidWorks*, foi possível estimar todo o material necessário e elaborar o projeto para a construção da bancada seguindo, posteriormente, para a etapa da realização da confecção da bancada com a utilização de ferramentas e equipamentos de proteção individual (EPI) adequados.

O ponto de partida para a construção da bancada é a confecção da estrutura metálica, formada por tubos de aço galvanizado com perfil retangular de 50 mm x 30 mm x 1,2. O corte foi realizado utilizando uma serra de esquadria com um disco adequado para corte em aço. As Figura 31 e Figura 32 mostram, respectivamente, o processo de corte dos tubos e o resultado obtido, junto com as barras roscadas que foram utilizadas para fazer os parafusos de potência.

Figura 31 - Corte com serra esquadria



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 32 - Tubos retangulares cortados



Fonte: Aatoria Própria (2024).

A Tabela 2 a seguir apresenta a quantidade de cortes dos tubos:

Tabela 2 - Tabela de cortes dos tubos de perfil estrutural retangular

| Corte | Quantidade |
|------------------|-------------------|
| Corte Tubo 800mm | 2 |
| Corte Tubo 440mm | 2 |
| Corte Tubo 300mm | 2 |

Fonte: Aatoria Própria (2024).

Após o corte das barras, a peça superior, com comprimento de 800mm, foi furada em quatro pontos para a instalação das barras roscadas. Foram soldadas duas porcas por furo, uma na face superior e outra na inferior, para garantir o alinhamento do eixo. Todo o processo de soldagem dos componentes metálicos foi realizado utilizando o processo de soldagem de arco com arame tubular, assegurando a fixação e a resistência da união de todos os tubos.

Figura 33 - Soldagem de arco com arame tubular



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Em seguida, procedeu-se à montagem, alinhando todos os tubos com esquadros, prosseguindo com soldagem dos componentes. As Figura 34 e Figura 35 mostram, respectivamente, o processo de alinhamento e o resultado obtido.

Figura 34 – Alinhamento das barras



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Figura 35 - Estrutura metálica da bancada de flambagem



Fonte: Autorial Própria (2024).

Na barra inferior foram soldadas as porcas M5, para posterior instalação das células de carga. A finalização dos processos de corte e soldagem da estrutura, realizando o processo de acabamento dessa, se deu com uma pintura em spray de preto fosco, conforme a Figura 36.

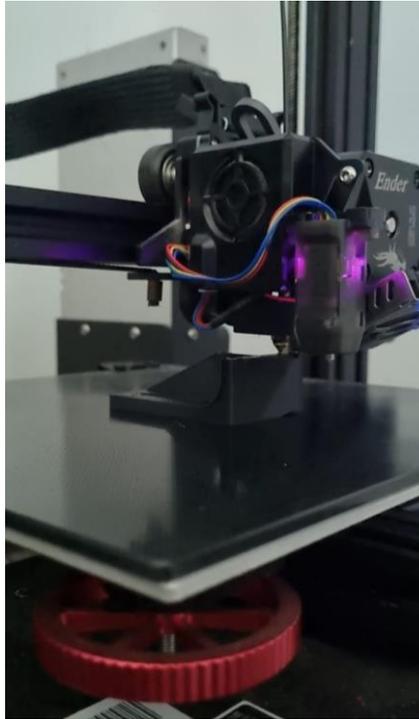
Figura 36 - Pintura da estrutura metálica



Fonte: Autorial Própria (2024).

A próxima etapa do projeto concentrou-se na confecção das peças impressas em 3D, sendo estas projetadas a partir do *software SolidWorks*. A impressão foi realizada através da impressora *Ender 3 Pro*, que fez o uso do material *PETG* para o filamento.

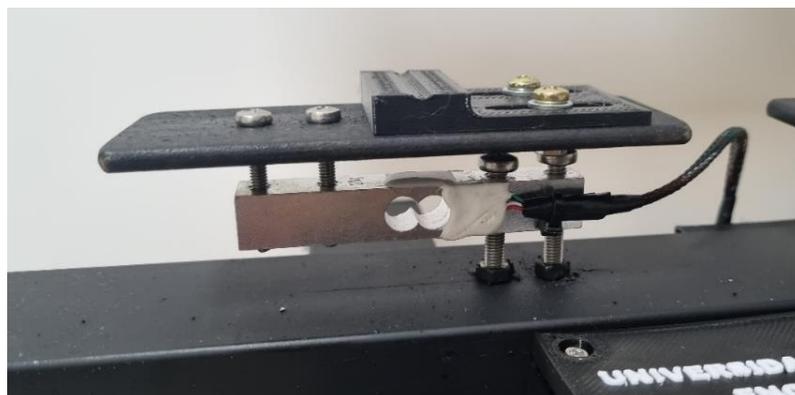
Figura 37 - Impressão 3D do suporte inferior para engastamento da coluna



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Finalizado o processo da manufatura aditiva, prossegue-se com a montagem de todos os itens. Isto é, a montagem dos parafusos de potência, das células de carga e da caixa elétrica. As figuras a seguir ilustram o processo de montagem das peças supracitadas.

Figura 38 - Montagem da célula de carga



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Figura 39 - Montagem do parafuso de potência



Fonte: Aatoria Própria (2024).

Figura 40 – Montagem caixa elétrica



Fonte: Aatoria Própria (2024).

4.2.1 Sistema elétrico

O Arduino é o componente que realiza todo o processamento das informações, códigos, leitura e interpretação dos dados obtido através das células de carga, além da distribuição da alimentação do sistema. A energia fornecida ao microprocessador foi fornecida através de uma fonte de 9V. Segundo o fabricante, Arduino (2024), a alimentação recomendada para esse componente é de 7-12V. Logo, uma fonte de 9V possui uma tensão necessária para alimentação de todo o sistema elétrico.

A caixa elétrica foi desenvolvida para conferir suporte na instalação dos componentes do sistema, sendo instalado nele o Arduino e o *display* com o módulo *IC2*, junto com o barramento das conexões dos cabos elétricos. Para assegurar todas a conexão dos dispositivos, a ligação dos componentes foi feita através dos conectores, *jumpers* e soldagem de fios e cabos nos componentes.

Além disso, o sistema é adotado com um botão, instalado ao lado do *display*, cuja função é zerar a medição dos valores lidos, de modo a desconsiderar o peso do suporte e o próprio peso das barras. Assim, os resultados obtidos com o experimento serão somente das cargas axiais aplicadas pelo parafuso de potência.

4.2.2 Configurações do sistema

O programa foi desenvolvido no *software* Arduino, escrito com a linguagem C++. A programação do código foi desenvolvida para o funcionamento, em paralelo, das três células de carga, com atualização de valores em tempo real e a visualização podendo ser observada através do *display* instalado na caixa elétrica ou conectado o Arduino em um computador.

Para a calibração das células de carga, é utilizado um código de calibração, onde é utilizado uma anilha, cuja massa é medida com precisão para validação da leitura dos valores apresentados pelo código. A massa foi medida através de uma balança de precisão, modelo *KL 10001* da marca *BEL Engineering* com uma resolução de 0,1 g. O valor da massa obtido pela balança foi de 2867,7 g, conforme mostrado na Figura 41.

Figura 41 - Balança *KL 10001* da *BEL Engineering*

Fonte: A autoria Própria (2024).

Para melhor apuração dos resultados e para obter uma leitura apenas das cargas axiais da flambagem, desprezando peso da estrutura e das barras, foi integrada uma função no código. Tal função é acionada por meio de um botão, localizado ao lado do *display*, permitindo a calibração dos valores de todas as células de carga. A explicação mais detalhada para a utilização e o código da programação foi hospedado no Github¹.

4.3 ANÁLISE DO CORPO DE PROVA

Para a análise da flambagem através da bancada, requer a utilização de um material como corpo de prova, sendo um corpo esbelto, material dúctil para não ocorrer uma falha abrupta e respeite os limites de tolerância do equipamento, não sendo maior que 35 cm e menor que 15 cm. Para isso, foi adotado a utilização de réguas de aço inoxidável, conforme seu fabricante, ilustrada na Figura 42.

¹ https://github.com/igoripc/bancada_flambagem

Figura 42 - Régua de aço inoxidável



Fonte: Autoria Própria (2024).

As dimensões da seção transversal da régua foram obtidas com auxílio de um paquímetro, obtendo os resultados da Tabela 3.

Tabela 3 - Dimensões da seção transversal da régua

| Medida da seção | Valor | Unidade |
|------------------------|--------------|----------------|
| Espessura (h) | 0,7 | mm |
| Largura (b) | 26 | mm |

Fonte: Autoria Própria (2024).

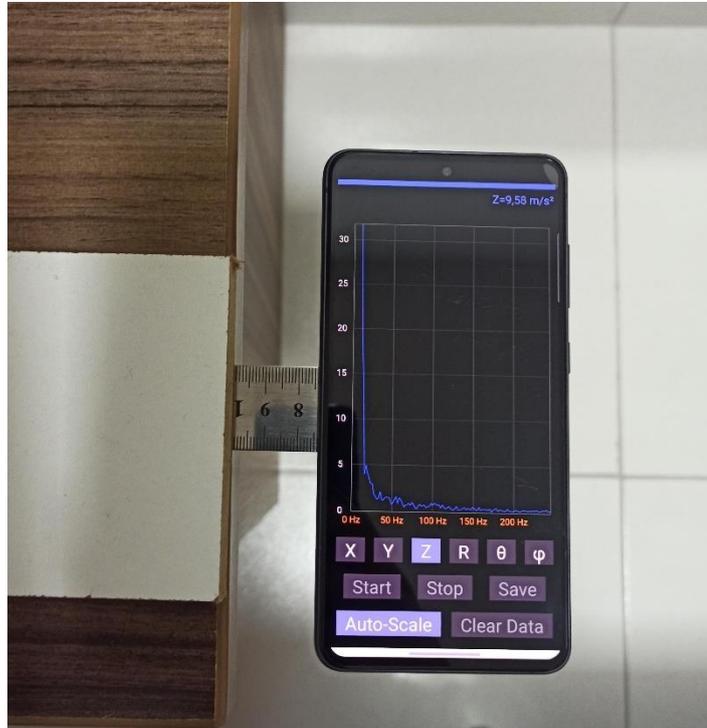
4.3.1 Determinação do módulo de elasticidade

Para a resolução da equação de flambagem, é de suma importância o conhecimento do módulo de elasticidade, sendo seu valor diretamente proporcional às propriedades mecânicas do material. Na literatura, é encontrado o módulo de elasticidade do aço inoxidável com um valor de 190 GPA (Beer, 2013). Porém, como não se sabe exatamente a composição do aço com o qual foram fabricados os corpos de prova (régua), pode-se obter resultados com elevado erro, não devido ao método de medição, mas devido à propriedade imprecisa do material.

Para melhor aproximação dos resultados, foi utilizado um ensaio não destrutivo para a obtenção do módulo de elasticidade do material, utilizando a Eq. 2 para o cálculo dessa propriedade, sendo necessário saber a frequência natural do corpo de prova. Para isso, foi realizado o ensaio fixando a régua como uma viga em balanço, e o celular preso na extremidade

livre da régua, ilustrado na Figura 43. Ao deslocar a extremidade livre da régua e soltá-la, o sistema entrava em vibração.

Figura 43 - Ensaio da frequência natural utilizando o aplicativo *Accelerometer*



Fonte: Autoria Própria (2024).

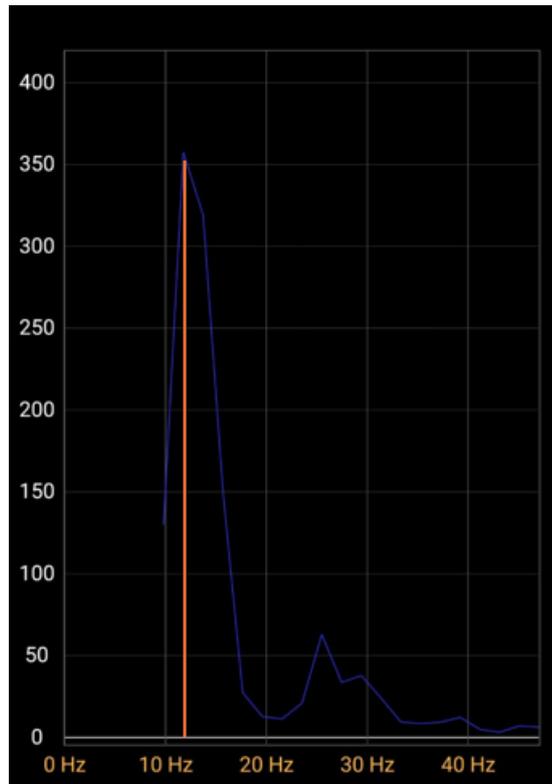
O celular possui um acelerômetro em seu sistema, na Figura 44 demonstra as características desse sensor. E através do *software Accelerometer meter* é possível obter os dados capturados desse sensor em um espectro de magnitude e frequência, mostrado na Figura 45.

Figura 44 - Informações do sensor



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 45 - Gráfico da frequência de vibração e magnitude



Fonte: Autoria Própria (2024).

No espectro de frequência, a frequência natural se destaca como um pico proeminente no gráfico. É nessa região que ocorre a ressonância ao entrar na frequência natural da régua, dando origem a esse pico distintivo. Portanto, pode-se observar a presença de um pico em 12Hz no gráfico.

Para a utilização da Eq. 2, é necessário ter o conhecimento do comprimento da régua l , que é a porção da extremidade engastada até o centro de massa do celular, obtendo-se um valor de 62,5 mm. Desprezando a massa da régua, o valor da massa do celular m é de 183 g. O cálculo do momento I de inercia da seção retangular da peça é dado por Beer (2013):

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,026 \times 0,0007^3}{12} = 7,432m^4 \quad (\text{Eq. 16})$$

Assim, com todos os parâmetros necessários, é possível utilizar a Eq. 2 para a obtenção do módulo de elasticidade do material. Obtendo-se um valor para $E = 113,92 \text{ GPa}$, revelando uma discrepância significativa em relação aos resultados experimentais e aos encontrados na

literatura. Mesmo considerando os erros experimentais com a utilização do sensor pelo celular, é sugerido que o material encontrado possivelmente difere do fornecido pelo fabricante.

4.4 CÁLCULO TEÓRICO DA FLAMBAGEM

Para o desenvolvimento do cálculo teórico, considerou-se três condições de extremidades superior e inferior: articulado-articulado; articulado-engastado; engastado-engastado. Nessas condições, foi colocado o mesmo tipo de corpo de prova, utilizando três régua de aço inoxidável, para analisar a carga necessária para a flambagem em cada uma das condições, e o comprimento de flambagem.

Para a organização dos resultados, foi identificado cada uma das condições de extremidade de acordo com a Tabela 4:

Tabela 4 - Identificação das condições de extremidades

| Condição | Superior | Inferior |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| A | Articulado | Articulado |
| B | Engastado | Articulado |
| C | Engastado | Engastado |

Fonte: Autoria Própria (2024).

Utilizando as Equações 13 e 14 para o cálculo geral do comprimento efetivo de flambagem e a carga crítica, foi obtido os seguintes resultados:

Tabela 5 - Parâmetros teóricos das análises de flambagem

| Parâmetros | A | B | C |
|-------------------|--------------|----------------|----------------|
| | k = 1 | k = 0,7 | k = 0,5 |
| $L_{ef} [m]$ | 0,321 | 0,212 | 0,137 |
| $P_{cr} [N]$ | 8,044 | 18,424 | 44,159 |
| $P_{cr} [kgf]$ | 0,820 | 1,878 | 4,501 |

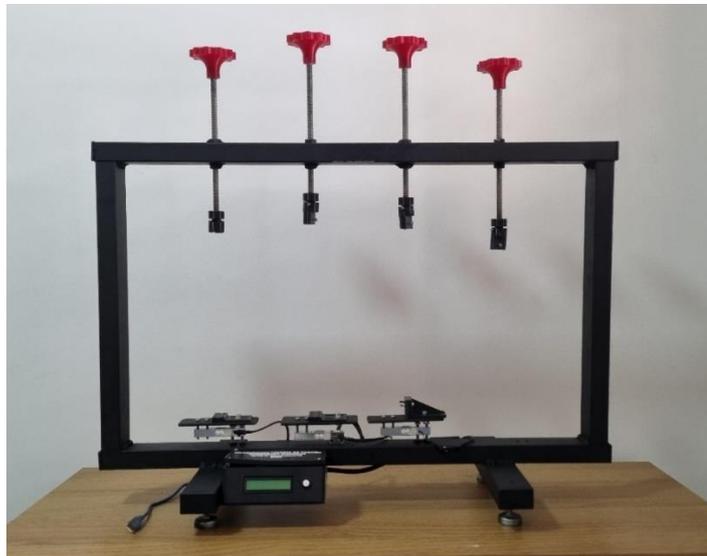
Fonte: Autoria Própria (2024).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 CONFIGURAÇÕES DA BANCADA DIDÁTICA DIGITAL DE FLAMBAGEM

A concepção final da bancada didática de flambagem resultou em um equipamento com possibilidade de até quatro situações utilizados simultaneamente, sendo a capacidade de utilização de colunas esbeltas, em formato de barras de 20 cm até 35 cm de comprimento e de até 5 mm de espessura, com carga máxima de utilização de 20 kgf, como mostra a Figura 46.

Figura 46 - Bancada Didática de Flambagem



Fonte: Autoria Própria (2024).

Apesar de possuir quatro células de carga, apenas três foram utilizadas no estudo, com o objetivo de simular somente três condições de extremidade comentadas anteriormente. Como já citado, os valores obtidos através das células de carga são visualizados através do *display*, com mostrado na Figura 47, ou conectados via cabo a um computador para salvar as informações obtidas nos experimentos. Além disso, a Figura 47 também apresenta o botão com a função de tarar as informações.

Figura 47 - *Display* e botão de tara



Fonte: Autoria Própria (2024).

Para utilização correta da bancada o usuário deverá seguir os seguintes passos:

1º Passo: Ligar a bancada a uma fonte de energia, recomendando-se utilizar uma fonte de 9 V ou utilizando o Cabo USB A/B para Arduino.

Figura 48 - Cabo USB A/B e Fonte 9V



Fonte: Autoria Própria (2024).

2º Passo: Consiste na instalação das colunas, onde os apoios foram dimensionados para a utilização das régua de aço inoxidável, sendo possível aplicar outros tipos de corpos de prova, desde que respeite os limites de tolerância do equipamento. Uma atenção deve ser tomada nos apoios superiores do tipo engastado, devendo ser considerado que exista um furo no corpo de prova que permita a passagem do parafuso para prender o material, ilustrado na Figura 49. Para a fixação da régua nos apoios do tipo engastado é necessário a utilização de uma chave Allen 2.5. A fixação da régua na extremidade superior é demonstrada na Figura 50, já na extremidade inferior, a fixação da régua é exibida na Figura 51.

Figura 49 – Componentes do apoio superior engastado



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 50 - Fixação da régua no apoio superior na condição engastada



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 51 - Fixação da régua no apoio inferior na condição engastada



Fonte: Autoria Própria (2024).

3º Passo: Em seguida, após instalação dos componentes é utilizado a função tarar, apertando o botão da caixa elétrica, para desconsiderar o peso das colunas e estruturas, ilustrados na Figura 47;

4º Passo: Assim que o *display* mostrar os valores zerados, chega-se na etapa da aplicação da carga nas colunas. O usuário aplicará um torque na manopla e enquanto segurar o apoio superior, evitará que gire em conjunto com a manopla, ilustrado na Figura 52.

Figura 52 - Aplicação da carga na coluna



Fonte: Autoria Própria (2024).

5º Passo: É aplicado o torque na manopla até um ponto máximo em que coluna comece a entrar em deformação, a carga máxima aplicada sem que a coluna entre em flambagem é o ponto da carga crítica, mostrando seus valores no *display*.

6º Passo: Aumentando gradativamente a carga, as colunas deixam a estabilidade e começam a flambar, tornando-se aparente a curva característica das condições de extremidade submetidas.

7º Passo: Encerrando o ensaio, deve-se remover as cargas aplicadas pelos parafusos de potência, aplicando um torque no sentido contrário na manopla.

5.2 ANÁLISE DE CUSTO

A análise de custo dos materiais utilizados para replicar a construção da bancada foi realizada em toda a fase de construção e montagem. O cálculo dos gastos foi baseado nas compras efetuadas, excluindo os custos com máquinas e equipamentos. No caso das impressões 3D, o preço foi calculado a partir da quantidade de material utilizado em gramas, levando em conta o preço médio do filamento vendido por peso. A Tabela 6 apresenta a análise de custo para da bancada.

Tabela 6 - Análise de custos da bancada

| Item | Quantidade | Unidade | Preço Unit. | Valor Total |
|---|------------|---------|-------------|-------------------|
| Tubo Aço Galvanizado Retangular 50 mm x 30 mm CH 1,2 | 3 | m | R\$ 14,17 | R\$ 42,50 |
| Parafuso M5 x 30mm | 6 | Und. | R\$ 1,15 | R\$ 6,90 |
| Parafuso M5 x 12 mm | 4 | Und. | R\$ 0,95 | R\$ 3,80 |
| Parafuso M4 x 30mm | 6 | Und. | R\$ 1,10 | R\$ 6,60 |
| Parafuso M4 x 12mm | 6 | Und. | R\$ 0,85 | R\$ 5,10 |
| Porca M5 | 6 | Und. | R\$ 0,20 | R\$ 1,20 |
| Porca M4 | 12 | Und. | R\$ 0,15 | R\$ 1,80 |
| Parafuso M3 x 8mm | 4 | Und. | R\$ 0,60 | R\$ 2,40 |
| Tinta Spray Preto Fosco | 1 | Und. | R\$ 24,93 | R\$ 24,93 |
| Célula de Carga | 3 | Und. | R\$ 25,00 | R\$ 75,00 |
| Módulo Hx711 | 3 | Und. | R\$ 8,46 | R\$ 25,38 |
| Display com módulo I2C | 1 | Und. | R\$ 35,00 | R\$ 35,00 |
| Arduino UNO R3 | 1 | Und. | R\$ 51,75 | R\$ 51,75 |
| Barra roscada M10 x 300mm | 4 | Und. | R\$ 15,00 | R\$ 60,00 |
| Porca M10 | 8 | Und. | R\$ 0,95 | R\$ 7,60 |
| Barra chata 1 1/2" - 12mm | 3 | Und. | R\$ 2,50 | R\$ 7,50 |
| Impressões 3D | 362 | g | R\$ 0,11 | R\$ 39,46 |
| Total | | | | R\$ 396,92 |

Fonte: Autoria Própria (2024).

5.3 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Após a conclusão da construção da bancada, os experimentos foram realizados para analisar a carga de flambagem e a curvatura resultante. Com o intuito de fazer uma comparação dos resultados obtidos e verificar o nível de erro entre os experimentos, foram empregadas as régulas de aço inoxidável, utilizadas nos cálculos teóricos.

O procedimento para a realização do experimento foi iniciado com o posicionamento das réguas, fazendo a tara para desconsiderar o peso dos componentes.

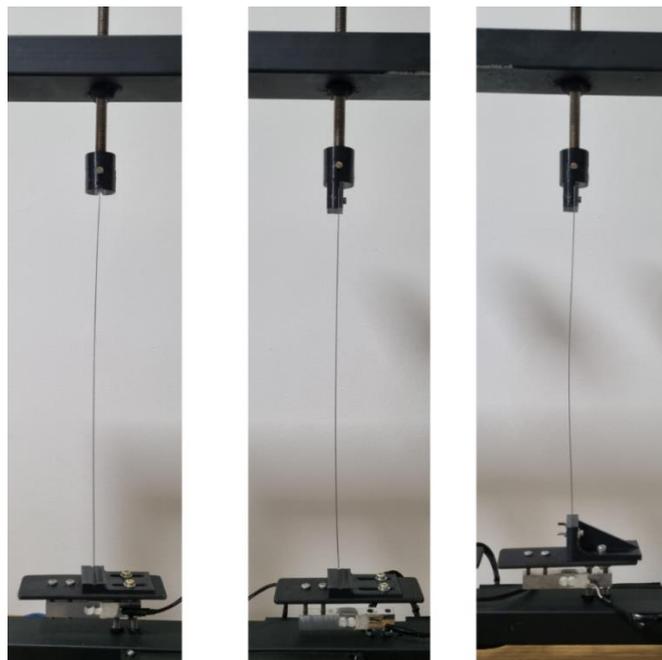
Em seguida, uma carga é aplicada nas colunas até o ponto em que as réguas começam a entrar em flambagem. Ou seja, a carga aplicada é a carga crítica, conforme ilustrado nas Figura 53, Figura 54 e Figura 55.

Figura 53 - Réguas na incidência de flambagem



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 54 - As três réguas submetidas a uma carga crítica



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 55 - Display com o valor das cargas de cada condição de extremidade



Fonte: Autoria Própria (2024).

Assim, é observado que o resultado obtido com a aplicação da carga crítica de flambagem nas colunas não é o esperado, uma vez que os valores obtidos teoricamente apresentaram uma determinada diferença. Na Tabela 7, é identificado a diferença entre o experimento teórico e o real.

Tabela 7 - Comparação dos resultados obtidos teórico e práticos

| Experimento | A | B | C |
|---------------------|----------|----------|----------|
| Pcr [kgf] - Teórico | 0,820 | 1,878 | 4,501 |
| Pcr [kgf] - Real | 0,736 | 1,698 | 4,120 |
| Diferença [kgf] | -0,084 | -0,180 | -0,381 |
| Diferença [%] | -10,24% | -9,59% | -8,47% |

Fonte: Autoria Própria (2024).

Ao analisar os resultados da carga crítica nas três condições, observou-se um erro médio de 9,43%. Este resultado é decorrente principalmente das variações nos procedimentos experimentais e na uniformidade dos dados empregados na teoria. Além disso, é importante considerar possíveis erros de paralaxe e deslizamento da régua ao aplicar a carga.

5.3.1 Determinação do módulo de elasticidade através da bancada de flambagem

Um dos parâmetros de entrada fundamentais para o cálculo da carga crítica é o módulo de elasticidade do material. Anteriormente, esse parâmetro foi obtido através do ensaio da frequência natural de vibração, como alternativa a esse ensaio, a bancada propõem a obtenção desse módulo reescrevendo a equação da carga crítica (Eq. 18) e aplicando os valores da carga crítica encontrados no experimento.

$$E = \frac{\pi^2 I}{P_{cr} (KL)^2} \quad (\text{Eq. 20})$$

Tabela 8 - Estimativa do módulo de elasticidade

| Estimado | A | B | C |
|-----------------|----------|----------|----------|
| E [GPa] | 101,43 | 102,16 | 103,42 |

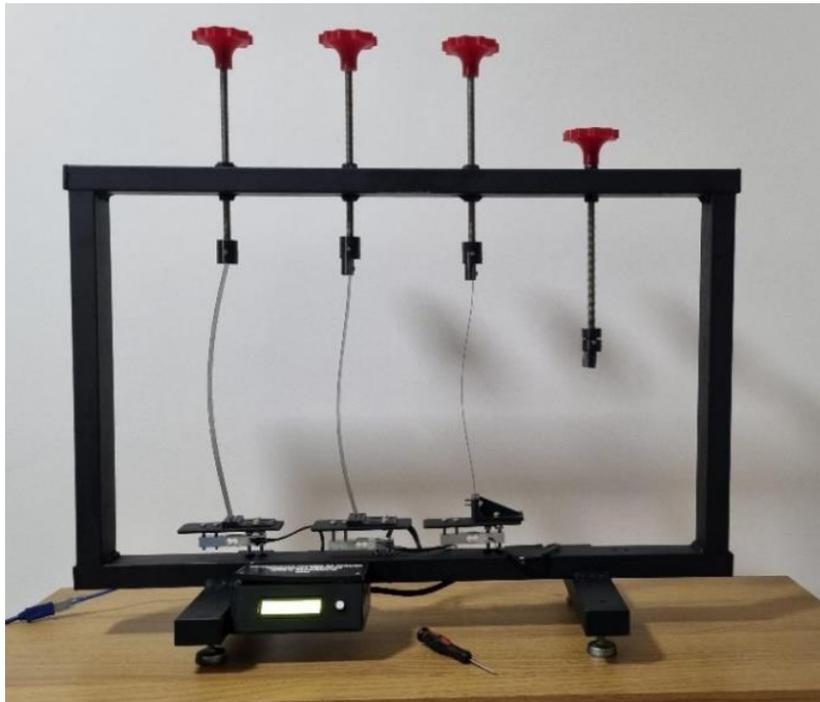
Fonte: Aatoria Própria (2024).

Ao analisar o resultado, é obtido que o modulo de elasticidade médio do material através do ensaio de flambagem foi de 102,34 GPa com desvio de 10,66 GPa.

5.3.2 Análise das curvaturas de flambagem

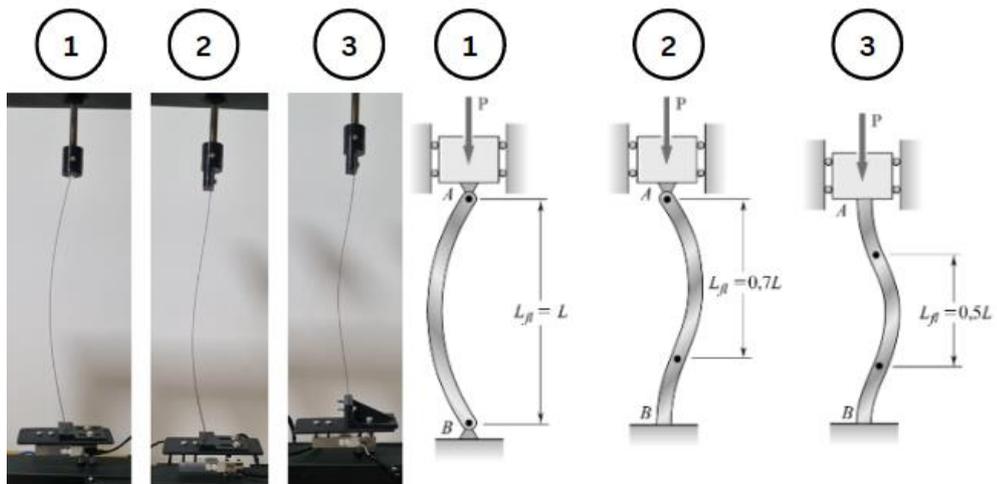
Após a análise da carga crítica, é feita a observação da curvatura de cada coluna ao aplicar um valor de carga maior que o da carga crítica. Quando as colunas entram em flambagem, cada uma assume uma curvatura específica por conta das condições de extremidades as quais foram submetidas. As Figura 56 , Figura 57 e Figura 58 a seguir mostram as curvaturas desenvolvidas e em que carga estavam submetidas para atingir tal curvatura.

Figura 56 - Flambagem das colunas



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 57 – Comparação das colunas flambadas: real x teórico



Fonte: Autoria Própria (2024).

Figura 58 - *Display* com o valor das cargas das colunas flambadas



Fonte: Autoria Própria (2024).

6 CONCLUSÃO

A construção da bancada didática digital de flambagem propõe uma melhoria na forma de ensino, tornando o aprendizado mais dinâmico e intuitivo. A concepção do projeto tornou esse equipamento de fácil utilização e aplicação, ainda mais por ser um equipamento leve e portátil. Além disso, com poucos componentes, é possível realizar diversos tipos de testes em vários materiais e tamanhos, demonstrando na prática os efeitos das condições das extremidades nos resultados dos deslocamentos da régua e nas cargas necessárias para acontecer a flambagem.

O modelo construído permite a utilização de um corpo de prova esbelto com um comprimento entre 15 cm e 35 cm, com espessuras até 5 mm, sendo capaz de medir até uma carga de 20 kg, permitindo a utilização simultaneamente de três colunas sob condições de extremidade diferentes, sendo transmitido em tempo real o valor da carga aplicada a um *display*. Além disso, há uma função que gera a possibilidade de zerar a referência de carga lida para desprezar o peso das estruturas e das próprias colunas.

Para futuros trabalhos, é interessante realizar a aplicação de um corpo de prova que tenha um módulo de elasticidade obtido a partir de métodos mais precisos para validação das informações. Com isso, é possível validar a obtenção do módulo de elasticidade do material através da bancada de flambagem.

Além do erro do material, existem os erros provocados pelo escorregamento da régua na aplicação das cargas, principalmente na condição que as duas extremidades são articuladas, considerando também que uma das extremidades da régua apresenta uma curvatura, sendo propício para acontecer o escorregamento. Adicionalmente, existe o erro do operador ao visualizar em que momento acontece a flambagem, por conta do erro de paralaxe, não obtendo um valor da carga crítica no ponto correto.

Ademais, é notável a presença de uma instabilidade nos valores mostrados no *display*, ocorrida devido a presença da alta taxa de transmissão de valores e dos ruídos do sistema. Em balanças convencionais, a variação apresentada é uma média de vários valores lidos, suavizando os resultados.

Considerando que o sistema necessita de uma rápida resposta para que o usuário da bancada consiga visualizar em tempo real a variação da carga, essa média de valores atrasa a resposta do sistema. Logo, para uma leitura mais dinâmica, essa média foi removida, e em

contrapartida apresenta uma instabilidade na apresentação dos resultados. No entanto, esse erro é pequeno e torna-se desprezível, não tendo influência significativa para os resultados esperados.

Por fim, com o desenvolvimento e construção da bancada didática de flambagem, novas oportunidades surgem para aprimoramentos e futuros trabalhos. Algumas sugestões incluem:

- Projeto de melhoria das condições de apoio para evitar escorregamentos e a necessidade de que operador segure o apoio superior, evitando que a coluna sofra uma torção ao aplicar a carga;
- Aplicação de um painel de fundo para avaliar do comprimento de flambagem;
- Experimentos utilizando outros corpos de prova ou configurações das condições de flambagem, modificando as condições de extremidade e adicionando restrições intermediárias para obter outros padrões de curvatura;
- Validação do ensaio de flambagem para obtenção das propriedades mecânicas do material utilizando a bancada;
- Introdução de motores de passo nos parafusos de potência, para controlar o avanço do parafuso, permitindo a determinação do comprimento de flambagem do corpo de prova e sua relação com a carga aplicada. Isso possibilita a criação de um diagrama do comprimento de flambagem em relação à carga aplicada;
- Implementação de sensores para medir a deflexão da coluna e determinar com maior precisão a carga crítica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GERE, James M.; GOODNO, Barry J. **Mecânica dos Materiais**. 2016.

GARCIA, Amauri; SPIM, Jaime A.; SANTOS, Carlos Alexandre dos. **Ensaaios dos Materiais**, 2ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2012. E-book. ISBN 978-85-216-2114-0. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2114-0/>. Acesso em: 17 abr. 2024.

BORESE, A. P., & Schmidt, R. J. **Advanced Mechanics of Materials** (6ª ed.). John Wiley & Sons, Inc. 2003.

BEER, F. P., DeWolf, J. T., Johnston Jr., E. R., & outros. **Estática e Mecânica dos Materiais** (7ª ed.). AMGH Editora Ltda. 2013.

HIBBELER, Russell Charles. **Resistência dos materiais**. 7 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

VITORINO, Ilkenne Cassio Rodrigues. **Projeto: Bancada Experimental Didática De Flambagem**. 2018. 59 f. TCC (Graduação) - Curso de Bacharel em Ciência e Tecnologia, Ufersa, Caraúbas, 2018.

VIANA, Pedro Henrique Pinto Tôrres. **Projeto: Melhoramento De Bancada Experimental Didática De Flambagem**. 2019. 42 f. TCC (Graduação) - Curso de Bacharel em Ciência e Tecnologia, Ufersa, Caraúbas, 2019.

MELCONIAN, Sarkis. **Mecânica Técnica e Resistência dos Materiais**. 10ª edição. São Paulo: Editora Érica, 2000.

ARAÚJO, A. H. M. de, Sarmanho, A. M., Batista, E. de M., Requena, J. A. V., Fakury, R. H., & Pimenta, R. J. **Projeto de Estruturas de Edificações com Perfis Tubulares de Aço**. Rona Editora LTDA. 2016.

SEIDEL, Álysson Ranieri. **Instrumentação Aplicada. Trabalho de Conclusão de Curso** (TCC), Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, Santa Maria, RS. 2011.

TIMOSHENKO, S. P. **Mecânica dos Sólidos**. Wadson Internacional Group. 1989.

CARPINTERI, A. **Structural Mechanics - A Unified Approach** (1st ed.). Department of Structural Engineering, Politecnico di Torino, Italy. Published by Taylor & Francis. Transferred to Digital Printing 2006.

PINHEIRO, A. C. F. B. **Estruturas Metálicas**. Ed. Edgard Blücher Ltda. 2019.

ARAÚJO, A. H. M. de, Sarmanho, A. M., Batista, E. M., Requena, J. A. V., Fakury, R. H., & Pimenta, R. J. **Projeto de Estruturas de Edificações com Perfis Tubulares de Aço**. Rona Editora LTDA. 2016.

ARDUINO. **Introdução ao Arduino**. Disponível em: <https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction>. Acesso em: 01 de abril de 2024.

Semiconductor, Avia. **24-Bit Analog-to-Digital Converter (ADC) for Weigh Scales**. Disponível em: < https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/ForceFlex/hx711_english.pdf >. Acesso em: 01 de abril de 2024.

LIMA, Francisco Danrley de. **Desenvolvimento de um sistema de controle semiautomático em uma máquina ensacadeira de argamassa utilizando a plataforma Arduino**. Projeto de conclusão de curso (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA), Mossoró-RN, 2019. 62 páginas.

GUNT. **Demonstration of Euler buckling** (2018). Disponível em: <https://tangkasanagerah.com/uploads/source/GUNT/WP-121-Demonstration-of-Euler-buckling-gunt.pdf>. Acesso em: 22 de março de 2024.

MARQUES, P. V., Modenesi, P. J., & Bracarense, A. Q. **Soldagem: Fundamentos e Tecnologia**. 4ª Edição. Editora UFMG. 2016).

SANTOS, C. E. F. dos. **Processos de Soldagem: Conceitos, Equipamentos e Normas de Segurança**. 1ª edição. Editora Érica Ltda. 2015.

COLLINS, J. A., Busby, H., & Staab, G. **Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas - Uma Perspectiva de Prevenção de Falhas**. 2ª Edição. 2019.

BUDYNAS, R., & Nisbett, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10ª Edição. 2016.

VOLPATO, N. **Manufatura Aditiva: Tecnologias e Aplicações da Impressão 3D**. Editora Edgard Blücher Ltda. 2017.

Galafasse, Vinícius Destri. **Sistema De Force Feedback Aplicado Em Uma Garra Robótica.** Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Tecnologia da Universidade Estadual de Campinas, Limeira. 2021