



UFPB

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

POLLYANA PORTO VASCONCELOS

**CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM ESTATÍSTICA DAS
CURVAS DE RESFRIAMENTO DO AÇO AISI 4340 EM DIFERENTES
TRATAMENTOS TÉRMICOS**

JOÃO PESSOA

2025

POLLYANA PORTO VASCONCELOS

CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM ESTATÍSTICA DAS CURVAS
DE RESFRIAMENTO DO AÇO AISI 4340 EM DIFERENTES TRATAMENTOS
TÉRMICOS

Trabalho de conclusão de curso apresentado para obtenção dos créditos da disciplina de Trabalho de Conclusão da Universidade Federal da Paraíba, Campus João Pessoa, como parte das exigências para graduação no curso de Engenharia Mecânica.

Orientadora: Prof. Dra Cristiana dos Santos Nunes.

JOÃO PESSOA

2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

V331c Vasconcelos, Pollyana Porto.

CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM ESTATÍSTICA
DAS CURVAS DE RESFRIAMENTO DO AÇO AISI 4340 EM
DIFERENTES TRATAMENTOS TÉRMICOS / Pollyana Porto
Vasconcelos. - João Pessoa, 2025.
99 f. : il.

Orientação: Cristiana Nunes.
TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. aço AISI 4340. 2. tratamentos térmicos. 3. curvas
de resfriamento. I. Nunes, Cristiana. II. Título.

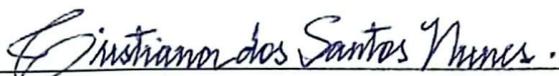
UFPB/CT/BSCT

CDU 621(043.2)

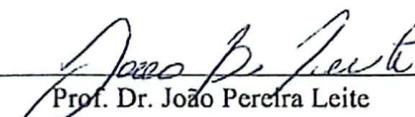
POLLYANA PORTO VASCONCELOS

CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM ESTATÍSTICA DAS CURVAS
DE RESFRIAMENTO DO AÇO AISI 4340 EM DIFERENTES TRATAMENTOS
TÉRMICOS

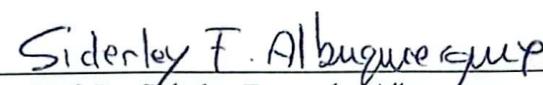
Trabalho de conclusão de curso submetido à Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica da UFPB, apresentado em sessão de defesa pública realizada em 22/04/2025, obtendo o conceito APROVADA, sob a avaliação da banca examinadora a seguir:



Prof. Dra. Cristiana dos Santos Nunes (Orientadora)
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)



Prof. Dr. João Pereira Leite
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)



Prof. Dr. Siderley Fernandes Albuquerque
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

JOÃO PESSO (PB)
ABRIL/2025

A Deus e à Nossa Senhora da Penha, por força e proteção.

Aos meus pais, Paulo e Mônica

À minha irmã, Morgana.

Ao meu namorado, Rafael.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, que me concedeu força e sabedoria para trilhar esse caminho, e à intercessão de Nossa Senhora, que me guiou e protegeu em cada desafio. Concluir esta etapa durante a Quaresma torna este momento ainda mais significativo, pois é um período de renovação e reflexão, em que reconheço com gratidão cada obstáculo superado e cada aprendizado conquistado.

À minha família, meu alicerce inabalável. Ao meu pai, Paulo Silva de Vasconcelos, por seu exemplo de trabalho e dedicação. À minha mãe, Mônica Soares Porto, pelo amor incondicional e por ser minha maior fonte de incentivo. À minha irmã, Morgana Porto de Vasconcelos, por seu apoio e cumplicidade ao longo dessa jornada.

Ao meu namorado, Rafael Leite Bezerra, por sua paciência, compreensão e por estar ao meu lado em todos os momentos, acreditando sempre no meu potencial.

À minha orientadora, Cristiana dos Santos Nunes, pela orientação dedicada, pelas valiosas contribuições e pelo incentivo constante. Sua paciência e comprometimento foram essenciais para que eu pudesse concluir este trabalho.

Aos professores da minha banca, João Pereira Leite e Siderley Fernandes Albuquerque, pela disponibilidade, pelos ensinamentos e pelas contribuições que enriqueceram este estudo.

À Universidade Federal da Paraíba (UFPB), instituição que me proporcionou a oportunidade de crescer academicamente e pessoalmente. Meu agradecimento especial a todos os professores, técnicos e funcionários que, com seu trabalho e dedicação, contribuem diariamente para a excelência do ensino e para a formação de tantos profissionais.

Aos meus colegas de turma, com quem compartilhei desafios, conquistas e momentos inesquecíveis. Nossa caminhada foi marcada por esforço e superação, mas também por amizades e aprendizados que levarei para a vida toda. A todos que, de alguma forma, fizeram parte dessa trajetória, minha eterna gratidão.

"Sede fortes e corajosos! Não temais, nem vos assusteis diante deles, porque o Senhor, vosso Deus, é quem vai convosco; não vos deixará, nem vos desampará." — DEUTERONÔMIO, 31:6.

RESUMO

A escassez de estudos quantitativos voltados à influência da taxa de resfriamento nas propriedades térmicas, mecânicas e magnéticas do aço AISI 4340 motivou a realização deste trabalho. O objetivo foi caracterizar experimentalmente e modelar estatisticamente as curvas de resfriamento do material sob condições de recozimento e normalização, relacionando os efeitos térmicos às transformações microestruturais e às propriedades finais do aço. A metodologia envolveu a realização de tratamentos térmicos com diferentes condições de resfriamento (interior do forno e ao ar), monitoramento térmico em tempo real, análise microestrutural, ensaio de dureza Rockwell e caracterização magnética com sensor Hall. As curvas de resfriamento foram modeladas por regressão não linear utilizando o software RStudio. Foram selecionados modelos distintos para cada condição: o modelo bi-exponencial de decaimento térmico (ExpDec2) para o recozimento e o modelo exponencial duplo com resposta assintótica (Von Bertalanffy) para a normalização. Ambos apresentaram excelente qualidade de ajuste, com coeficientes de determinação R^2 superiores a 0,999 e erro absoluto médio inferior a 1 °C, confirmando sua adequação para representar o comportamento térmico observado. A análise microestrutural revelou que a amostra recozida apresentou 71,2% de ferrita e 28,8% de perlita, enquanto a normalizada apresentou 21,9% de austenita retida, 36,8% de bainita e 41,3% de martensita. Esses resultados refletiram diretamente nos valores de dureza: 59,3 HRB (recozido), 76,0 HRB (normalizado) e 72,0 HRB (como recebido). Nos ensaios magnéticos, a amostra recozida apresentou a maior densidade de fluxo magnético (725,28 Gauss a 2 V), com variação inferior a 0,2% entre as condições avaliadas. Conclui-se que a taxa de resfriamento exerce influência significativa na formação de fases e nas propriedades mecânicas do aço AISI 4340, enquanto as propriedades magnéticas apresentaram sensibilidade às transformações microestruturais. A modelagem estatística demonstrou-se eficaz na previsão térmica, contribuindo para o controle e a otimização de tratamentos térmicos em contextos industriais.

Palavras-chave: aço AISI 4340; tratamentos térmicos; curvas de resfriamento.

ABSTRACT

The limited number of quantitative studies on the influence of cooling rate on the thermal, mechanical, and magnetic properties of AISI 4340 steel motivated the development of this research. This work aimed to experimentally characterize and statistically model the cooling curves of the material under annealing and normalizing conditions, correlating thermal parameters with microstructural transformations and resulting material properties. The methodology involved heat treatments under distinct cooling conditions (inside the furnace and in still air), real-time temperature monitoring, microstructural analysis, Rockwell hardness testing, and magnetic characterization using a Hall-effect sensor. Cooling curves were modeled using nonlinear regression in RStudio software. Two distinct models were selected for each condition: a bi-exponential thermal decay model (ExpDec2) for the annealing process and a double exponential model (Von Bertalanffy) with asymptotic behavior for the normalizing process. Both models showed excellent fit quality, with coefficients of determination (R^2) above 0.999 and mean absolute error values below 1 °C, validating their applicability for describing thermal behavior. Microstructural analysis showed that the annealed sample contained 71.2% ferrite and 28.8% pearlite, while the normalized sample exhibited 21.9% retained austenite, 36.8% bainite, and 41.3% martensite. These differences were reflected in the hardness values: 59.3 HRB (annealed), 76.0 HRB (normalized), and 72.0 HRB (as-received). Magnetic testing revealed the highest magnetic flux density in the annealed sample (725.28 Gauss at 2 V), with less than 0.2% variation among all conditions. It is concluded that the cooling rate significantly influences phase formation and the mechanical behavior of AISI 4340 steel, whereas magnetic properties are sensitive to microstructural changes. The statistical modeling applied proved to be an effective tool for predicting thermal behavior and optimizing heat treatment parameters in industrial applications.

Keywords: heat treatment; AISI 4340 steel; Cooling curves.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação dos aços pela ABNT ou AISI	18
Figura 2 – Diagrama Ferro-Carbono	18
Figura 3 – Diagrama TTT do aço AISI 4340	22
Figura 4 – Diagrama de resfriamento contínuo do aço AISI 4340	22
Figura 5 – Microestrutura do tratamento com resfriamento controlado do aço AISI 4340	25
Figura 6 – Microestrutura obtida com resfriamento a 100 °C/s do aço AISI 4340	25
Figura 7 – Microestrutura obtida com resfriamento a 0,5 °C/s do aço AISI 4340	25
Figura 8 – Microestrutura obtida com resfriamento a 0,01 °C/s do aço AISI 4340	26
Figura 9 – a) Diâmetro da amostra; b) Comprimento da de aço AISI 4340	34
Figura 10 – Fluxograma da metodologia	34
Figura 11 – Serra fita modelo MR-122 da Manrod Quality Machines	35
Figura 12 – Altura do corpo de prova pós-corte	35
Figura 13 – Altura dos CP's após o processo de faceamento	36
Figura 14 – Torno modelo Romi	36
Figura 15 – Forno Mufla da marca Jung	37
Figura 16 – Perfil de tratamento térmico simulado no forno	38
Figura 17 – Dispositivo de apoio para a realização do tratamento térmico de normalização: 1 – Suporte para o corpo de prova e 2 – Pirômetro Testo usado para o monitoramento térmico.....	40
Figura 18 – Curvas de resfriamento para os tratamentos térmicos aplicados	41
Figura 19 – Durômetro	42
Figura 20 – Localidade dos pontos de medição de dureza	42
Figura 21 – Sensor Magnético: a) Placa de aquisição; b) Bancada de testes e unidade geradora	43
Figura 22 – Lixadeira da marca Lunn Minor	44
Figura 23 – Politriz da marca Fortel modelo PLF	44
Figura 24 – Microscópio Óptico Zeiss/Axiotech utilizado para análise microestrutural	45
Figura 25 – Resultado das curvas das equações no RStudio: a) Exponencial 2; b) Meloun 1; c) VonBertalanffy; d) Michaelis Menten; e) ExpDec2.....	47
Figura 26 – Curva de resfriamento para o processo de recozimento executada no software Origin	48
Figura 27 – Curvas de resfriamento obtidas a partir da simulação no RStudio para a	

normalização plotadas no RStudio: a) Meloun 1; b) VonBertalanffy; c) Michaelis Menten	50
Figura 28 – Curva de resfriamento para o processo de normalização simulada no Origin	50
Figura 29 – Sobreposição das curvas de resfriamento no diagrama TRC do AISI 4340	51
Figura 30 – Intervalos de inflexão usados para os cálculos das taxas de resfriamento	53
Figura 31 – Microestrutura da amostra como recebida	54
Figura 32 – Microestrutura das amostras submetidas às taxas de resfriamento de 0,0263 °C/s e 0,4669 °C/s com ampliação de 500x.	
a) Amostra resfriada a 0,0263 °C/s – borda.	
b) Amostra resfriada a 0,4669 °C/s – borda.	
c) Amostra resfriada a 0,0263 °C/s – região intermediária.	
d) Amostra resfriada a 0,4669 °C/s – região intermediária.	
e) Amostra resfriada a 0,0263 °C/s – centro.	
f) Amostra resfriada a 0,4669 °C/s - centro.....	55
Figura 33 – Resultados dos valores médios de dureza	58
Figura 34 – Curvas dos resultados do ensaio magnético em função do tratamento térmico aplicado ao AISI 4340	60

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – Composição química AISI 4340	20
Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4340	21
Tabela 3 – Descrição da nomenclatura dos corpos de prova	36
Tabela 4 – Medições da altura dos corpos de prova em milímetros	37
Tabela 5 – Parâmetros dos tratamentos térmicos aplicados nas amostras do AISI 4340	40
Tabela 6 – Resultados das simulações executadas pelo software RStudio para a curva do recozimento	46
Tabela 7 – Resultados das simulações do tratamento de normalização no RStudio	49
Tabela 8 – Resultados das taxas de resfriamento para o processo de recozimento	53
Tabela 9 – Resultados das taxas de resfriamento para o processo de normalização	53
Tabela 10 – Resultado do tamanho do grão (ASTM E112) em diferentes regiões da amostra após o tratamento de recozimento	56
Tabela 11 – Resultado da fração volumétrica das fases presentes em diferentes regiões da amostra após o tratamento de recozimento	57
Tabela 12 – Resultado da fração volumétrica das fases presentes em diferentes regiões da amostra após o tratamento de normalização	57
Tabela 13 – Resultados das medições de dureza das amostras do aço AISI 4340	58
Tabela 14 – Resultados do sensor Hall ao aplicar uma tensão de 1,5 V e uma corrente de 0,353A	59
Tabela 15 – Resultados do sensor Hall ao aplicar uma tensão de 2 V e uma corrente de 0,451A	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISI	American Iron and Steel Institute
ARBL	Aço de Alta Resistência e Baixa Liga
ASTM	American Society for Testing and Materials
AIC	Critério de Informação de Akaike
BIC	Critério de Informação Bayesiano
CP	Corpo de Prova
ECT	Eddy Current Testing
HRB	Dureza Rockwell Escala B
HV	Dureza Vickers
LSR	Laboratório de Sistemas de Recobrimento
LTT	Laboratório de Tratamento Térmico
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
PV	Process Value (valor de processo)
SP	Set Point (valor de referência)
TRC	Transformação por Resfriamento Contínuo
TTT	Transformação em Tempo e Temperatura
UFPB	Universidade Federal da Paraíba

LISTA DE SIMBOLOS

$\Delta T/\Delta t$	Taxa de resfriamento ($^{\circ}\text{C}/\text{s}$)
T_{∞}	Temperatura ambiente ($^{\circ}\text{C}$)
k	Constante de resfriamento
n	Ordem da cinética de resfriamento
R^2	Coefficiente de determinação
R^2_{aj}	Coefficiente de determinação ajustado
SS_{res}	Soma dos quadrados dos resíduos
SS_{tot}	Soma total dos quadrados
μm	Micrômetro
$\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$	Calor específico
$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$	Condutividade térmica
MPa	Megapascal
GPa	Gigapascal
mT	Militesla
A/m	Ampère por metro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Objetivos gerais	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 Aços de Alta Resistência e Baixa Liga (ARBL)	17
2.2 Aço AISI 4340	19
2.3 Tratamento térmico do aço AISI 4340	21
2.4 Influência da taxa de resfriamento nas propriedades magnéticas do aço AISI 4340..	23
2.5 Propriedades magnéticas dos aços	26
2.5.1 <i>Propriedades magnéticas do aço AISI 4340</i>	27
2.5.2 <i>Influência da microestrutura sobre a propriedade magnética</i>	28
2.5.3 <i>Utilização do ensaio magnético para caracterização dos aços</i>	29
2.5.3.1 <i>Sensor Hall</i>	31
3 MATERIAIS E MÉTODOS	34
3.1 Material	34
3.2 Metodologia	34
3.2.1 <i>Preparação das amostras</i>	35
3.2.2 <i>Programação do forno para os tratamentos térmicos</i>	36
3.2.2.1 <i>Forno para os tratamentos térmicos</i>	37
3.2.2.2 <i>Determinação da curva de resfriamento do forno</i>	38
3.2.3 <i>Modelamento matemático da curva de resfriamento</i>	39
3.2.4 <i>Ensaio de dureza</i>	42
3.2.5 <i>Ensaio magnético</i>	43
3.2.6 <i>Preparação metalográfica</i>	44
3.2.7 <i>Análise microestrutural</i>	45
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	46
4.1 Curvas de resfriamento	46
4.1.1 <i>Taxa de resfriamento</i>	51
4.2 Caracterização microestrutural	54
4.3 Dureza Rockwell	58
4.4 Ensaio magnético por sensor Hall	59
5 CONCLUSÃO	62
6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	64

REFERÊNCIAS	65
APÊNDICE A – Programação do controlador N1100 do forno Jung para simulação do tratamento térmico	68
APÊNDICE B – Código do RStudio para a simulação do ajuste de regressão não linear para a curva de normalização	69
APÊNDICE C – Código do RStudio para a simulação do ajuste de regressão não linear para a curva de recozimento	86

1 INTRODUÇÃO

Os aços representam um dos grupos de materiais mais amplamente utilizados na engenharia e na indústria, devido à sua combinação única de resistência mecânica, ductilidade, usinabilidade e versatilidade de processamento. Sua relevância tecnológica é incontestável, sendo empregados em aplicações que variam desde estruturas simples até componentes de alta responsabilidade em sistemas mecânicos, aeroespaciais e energéticos. Essa ampla gama de aplicações é possibilitada pela capacidade de controlar suas propriedades através da composição química e de processos térmicos e mecânicos adequados (CHIAVERINI, 2005).

Entre as diversas classes de aços, os aços de baixa liga ocupam um papel de destaque por oferecerem um equilíbrio vantajoso entre custo, desempenho e processabilidade. A introdução de elementos como níquel, molibdênio e cromo, mesmo em pequenas quantidades, proporciona ganhos significativos em termos de resistência à tração, tenacidade e resistência ao desgaste e à corrosão (CHIAVERINI, 2005). Esses aços são especialmente valorizados em aplicações onde há elevada exigência de confiabilidade estrutural, sem que isso comprometa a soldabilidade e a conformabilidade do material.

Dentre os aços de baixa liga, o AISI 4340 se destaca como uma liga de alta resistência, amplamente empregada na fabricação de eixos, engrenagens, peças automotivas, componentes aeronáuticos e na indústria de energia. Suas propriedades superiores estão diretamente relacionadas à composição balanceada e à resposta eficiente a diferentes tratamentos térmicos, que permitem a obtenção de microestruturas otimizadas para diferentes condições de trabalho.

A modificação das propriedades do aço AISI 4340 por meio de tratamentos térmicos como recozimento, normalização, têmpera e revenido é amplamente estudada e aplicada. Cada um desses processos promove alterações distintas na microestrutura do material, influenciando diretamente propriedades como dureza, ductilidade, resistência à fadiga e comportamento magnético. Entre os parâmetros que governam esses tratamentos, a taxa de resfriamento exerce papel central na definição das fases formadas — como perlita, bainita ou martensita — e, por consequência, das características finais do aço.

Conforme destacado por Callister e Rethwisch (2016), a taxa de resfriamento é um parâmetro crítico no processamento de materiais, uma vez que determina a microestrutura resultante e, portanto, as propriedades mecânicas e funcionais do produto final. Isso torna indispensável o controle rigoroso desse fator em processos industriais que utilizam aços de alta performance como o AISI 4340. Além disso, como reforça Chiaverini (2005), o sucesso na

aplicação dos aços especiais depende diretamente da escolha e controle adequados dos parâmetros térmicos, uma vez que pequenas variações no processo podem gerar alterações significativas no desempenho em serviço, principalmente em ambientes severos ou sob solicitações cíclicas.

Neste cenário, o uso de técnicas de modelamento estatístico torna-se uma ferramenta fundamental para a análise e interpretação dos dados térmicos obtidos durante os experimentos. A modelagem, especialmente por meio de regressão não linear, permite descrever matematicamente o comportamento das curvas de resfriamento em função do tempo, facilitando a previsão e o controle de variáveis críticas no tratamento térmico. Essa abordagem contribui para reduzir incertezas no processo e otimizar a tomada de decisões, além de permitir a comparação direta com dados da literatura e a reprodução de resultados em ambientes industriais e acadêmicos.

Neste trabalho, propõe-se uma investigação detalhada do comportamento térmico do aço AISI 4340 durante os tratamentos de recozimento e normalização, com foco na análise das curvas de resfriamento e suas implicações na microestrutura, nas propriedades mecânicas e nas características magnéticas do material. A caracterização experimental será realizada por meio do monitoramento térmico em diferentes condições de resfriamento, enquanto a modelagem estatística fornecerá uma representação matemática do processo, com o objetivo de relacionar os parâmetros térmicos com as transformações microestruturais observadas.

Com base nesses dados, pretende-se avaliar como diferentes taxas de resfriamento influenciam as transformações de fase e o desempenho do aço AISI 4340, permitindo a comparação com dados da literatura e fornecendo subsídios técnicos para otimizar tratamentos térmicos aplicados em contextos industriais.

1.1 OBJETIVOS GERAIS

Este estudo tem como objetivo caracterizar experimentalmente e modelar estatisticamente as curvas de resfriamento do aço AISI 4340 submetido a diferentes condições de tratamento térmico, relacionando a microestrutura e propriedades mecânica e magnética do material com os dados disponíveis na literatura.

Portanto, os objetivos específicos foram definidos como:

- a) analisar o comportamento térmico do forno mufla durante o resfriamento, a fim de determinar a taxa de resfriamento para a aplicação no tratamento térmico de recozimento;
- b) modelar estatisticamente as curvas de resfriamento do aço AISI 4340 nas condições de resfriamento no interior do forno e ao ar, utilizando regressão não linear para descrever matematicamente o comportamento do resfriamento em função do tempo;
- c) avaliar os efeitos dos tratamentos térmicos de recozimento e normalização com a condição como recebido, com base nas taxas de resfriamento obtidas, por meio de análise microestrutural, propriedades mecânica e magnética, verificando a concordância com a literatura;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Aços de Alta Resistência e Baixa Liga (ARBL)

Os aços são ligas metálicas compostas principalmente por ferro e carbono, podendo conter outros elementos que alteram suas propriedades. Uma de suas classificações é justamente em relação à sua composição química, o que indica diferentes tipos de aços. Os aços carbono, por exemplo, são compostos basicamente por ferro e carbono, sem adições significativas de outros elementos. Já os aços de liga, como especificado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2000), são aqueles que contêm outros elementos de liga, não se considerando como tais os elementos adicionados apenas para melhorar sua usinabilidade. Esses aços de liga possuem características aprimoradas, como maior resistência e durabilidade, sendo usados em diversas aplicações industriais (ASM INTERNATIONAL, 2005).

A classificação dos aços permite a escolha ideal para cada aplicação industrial, garantindo materiais com propriedades ajustadas às exigências mecânicas e estruturais. Os aços são geralmente classificados em três grandes grupos: os aços carbono, os aços de baixa liga e os aços de alta liga. Os aços carbono contêm essencialmente ferro e carbono, com pequenas quantidades de outros elementos, sendo subdivididos conforme o teor de carbono em baixo carbono, médio carbono e alto carbono, cada um com diferentes características de soldabilidade, ductilidade e resistência ao desgaste (ABNT, 2000).

Já os aços de baixa liga possuem pequenas adições de elementos como manganês, cromo, molibdênio, vanádio, nióbio e titânio, geralmente abaixo de 2%, enquanto os aços de alta liga apresentam teores mais elevados de elementos de liga, acima de 5%, conferindo-lhes propriedades específicas como alta resistência à corrosão, ao desgaste e a altas temperaturas (CALLISTER, 2016).

A classificação dos aços segundo normas internacionais, como a ABNT e a AISI apresentada na Figura 1, segue um padrão numérico que indica a composição química dos materiais. Por exemplo, os aços ao carbono são identificados pelo prefixo "10XX", onde "XX" indica o teor de carbono em centésimos de porcentagem. Já os aços ligados apresentam prefixos específicos, como "31XX" para aços ao níquel-cromo e "41XX" para aços ao cromo-molibdênio (CALLISTER, 2016). Essa nomenclatura permite uma identificação rápida e precisa dos materiais, facilitando sua seleção para diferentes aplicações industriais (ASM INTERNATIONAL, 2005).

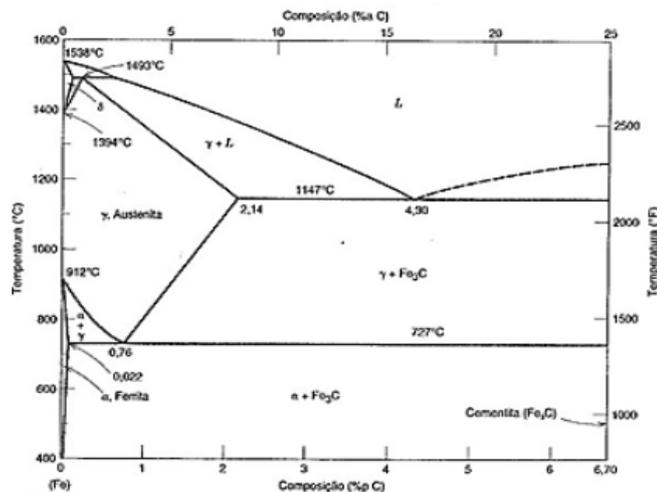
Figura 1 - Classificação dos aços pela ABNT ou AISI

ABNT ou AISI	TIPO DE AÇO
C10XX	Aços-ao-carbono
C11XX	Aços de usinagem fácil (com alto teor de S)
C12XX	Aços de usinagem fácil (com altos teores de P e S)
13XX	Aços ao Mn (de 1,5 a 2,0% Mn)
23XX	Aços ao Ni (de 3,25 a 3,75% Ni)
25XX	Aços ao Ni (de 4,75 a 5,25% Ni)
31XX	Aços ao Ni-Cr (1,10-1,40% Ni e 0,55-0,90% Cr)
E33XX	Aços ao Ni-Mo (3,25-3,75% Ni e 1,40-1,75%Cr)
40XX	Aços ao Mo (0,20-0,30% Mo)
41XX	Aços ao Cr-Mo (0,40-1,20% Cr e 0,08-0,25%Mo)
43XX	Aços ao Ni-Cr-Mo (1,6-2,0% Ni; 0,4-0,9% Cr; 0,2-0,3% Mo)
46XX	Aços ao Ni-Mo (1,40-2,00%Ni e 0,15-0,30% Mo)
48XX	Aços ao Ni-Mo (3,25-3,75% Ni e 0,20-0,30% Mo)
50XX	Aços ao Cr (0,27-0,50% Cr)
51XX	Aços ao Cr (0,70-1,20% Cr)
61XX	Aços ao Cr-V (0,70-1,10% Cr e 0,10%V)
86XX	Aços Ni-Cr-Mo (0,2-0,4% Ni; 0,3-0,5% Cr; 0,08-0,15% Mo)
87XX	Aços Ni-Cr-Mo (0,4-0,7% Ni; 0,4-0,6% Cr; 0,2-0,3 %Mo)
92XX	Aços ao Mn-Si (1,4-2,0 %Si e 0,60-0,90% Mn e 0-0,7% Cr)
XXBXX	Aços ao B contendo 0,0005-0,003% B (Ex.: aço 10BXX = aço-ao-carbono com B; aço 50BXX = aço ao Cr com B)

Fonte: ABNT (2000)

Compreender a classificação dos aços é essencial para entender seu comportamento sob diferentes condições térmicas e mecânicas. Nesse contexto, o diagrama ferro-carbono exposto na Figura 2, é uma ferramenta fundamental, pois permite visualizar as transformações de fase que ocorrem nas ligas ferrosas. Ele representa a relação entre a temperatura e o teor de carbono nos aços, possibilitando a previsão da microestrutura resultante após processos de resfriamento e aquecimento. Segundo Callister (2016, p. 45), o diagrama ferro-carbono é uma ferramenta essencial para engenheiros metalúrgicos, pois auxilia na seleção de ligas e no desenvolvimento de processos de tratamento térmico que melhoram suas propriedades mecânicas. Esse diagrama é amplamente utilizado na indústria metalúrgica para otimizar o desempenho dos aços em diversas aplicações (ABNT, 2000).

Figura 2 - Diagrama Ferro-Carbono



Fonte: ASM (2005)

Com a necessidade de ligas mais leves e resistentes, surgiram os Aços de Alta Resistência e Baixa Liga (ARBL), que, de acordo com Gorni (2008, p. 1), contendo microadições de Nb, Ti e V, cuja microestrutura ferrítica-perlítica mais refinada e capacidade de endurecimento por precipitação lhe proporcionavam maior resistência mecânica. Esses aços combinam resistência superior e leveza, sendo amplamente utilizados em aplicações estruturais e automotivas (ASM INTERNATIONAL, 2005). Ademais, sua alta relação resistência/peso permite reduzir a espessura das chapas sem comprometer a segurança, contribuindo para maior eficiência energética e redução de custos na produção industrial (IJISSI, 2010, p. 1).

Os aços ARBL podem ser caracterizados como aços com baixo percentual de carbono e um limite de escoamento acima de 270 MPa (GORNI, 2008, p. 4). Segundo Branco e Berto (2020, p. 1), a compreensão das características da microestrutura e sua dependência do comportamento mecânico é de importância essencial para o desenvolvimento de componentes seguros e duráveis. Elementos como cromo, níquel, molibdênio e vanádio são frequentemente adicionados para melhorar a temperabilidade e a resistência mecânica (CALLISTER, 2016, p. 171), promovendo o aumento da resistência sem comprometer significativamente a soldabilidade ou a ductilidade (CALLISTER, 2016, p. 248).

A melhoria na eficiência de combustível através da redução do peso do veículo tem sido um dos principais impulsionadores do desenvolvimento de aços ARBL (PRADHAN et al., 2019, p. 1). Em setores como o aeroespacial, os aços estruturais para trens de pouso atingem resistências superiores a 190 daN/mm², com demandas crescentes por valores ainda maiores (MIHUȚ et al., 2024, p. 3). Dessa forma, os aços ARBL representam uma evolução significativa na indústria metalúrgica, garantindo materiais de alto desempenho para diversas aplicações estruturais e industriais.

2.2 Aço AISI 4340

O aço AISI 4340 é um aço de baixa liga e alta resistência, amplamente utilizado em diversas aplicações estruturais e mecânicas que demandam elevada resistência mecânica, tenacidade e resistência ao impacto. Ele faz parte da classe dos aços ligados ao níquel-cromo-molibdênio, sendo empregado em componentes que são submetidos a altos esforços, como eixos, engrenagens, virabrequins e peças aeronáuticas (CALLISTER, 2016).

A composição química típica do aço AISI 4340 é uma combinação dos elementos de liga como mostra a Tabela 1, que contribuem diretamente para suas propriedades mecânicas. Segundo Clarke et al. (2020, p. 3), a composição do aço AISI 4340 inclui elementos como C

(0,42%), Cr (1,78%), Mo (0,83%) e Ni (0,26%), que contribuem para sua temperabilidade e propriedades mecânicas superiores.

Tabela 1 - Composição química AISI 4340

C	Si	Mn	Mo	Ni	P	S	Cr	Cu	Al
0,363	0,25	0,689	0,20	1,827	0,013	0,008	0,781	0,11	0,003

Fonte: Dias *et al.* (2014).

A presença de níquel e molibdênio confere ao aço AISI 4340 uma excelente resistência mecânica, enquanto o cromo melhora sua resistência à corrosão e ao desgaste. Essa combinação de elementos proporciona alta resistência à fadiga e à fratura, características essenciais para aplicações que envolvem solicitações dinâmicas intensas. Segundo Dieter (2016), a adição de níquel e molibdênio melhora a temperabilidade do aço, permitindo a formação de uma microestrutura uniforme após o tratamento térmico, o que é essencial para componentes que operam sob alta tensão mecânica. Além disso, como apontam Totten et al. (2003), os elementos de liga desempenham um papel crucial no aumento da resistência ao impacto e na redução da suscetibilidade ao crescimento de trincas, tornando o aço AISI 4340 uma escolha confiável para aplicações críticas, como na indústria aeroespacial e militar.

O aço AISI 4340 é produzido por processos siderúrgicos convencionais, como fusão e lingotamento, seguidos de conformação mecânica por laminação ou forjamento. Após essas etapas, ele pode ser submetido a tratamentos térmicos como normalização, têmpera e revenimento. A normalização, realizada a temperaturas entre 850°C e 900°C, refina a estrutura do grão e melhora a usinabilidade. A têmpera, feita entre 830°C e 860°C com resfriamento em óleo ou água, aumenta significativamente a dureza e resistência mecânica. O revenimento, realizado entre 450°C e 650°C, alivia tensões internas e melhora a tenacidade, garantindo um equilíbrio entre dureza e ductilidade (GERE; TIMOSHENKO, 1997).

Segundo Callister e Rethwisch (2018), a combinação de têmpera e revenimento confere ao aço AISI 4340 uma resistência e tenacidade únicas, essenciais para componentes estruturais críticos. O efeito desses tratamentos térmicos pode ser explicado pela formação de diferentes microestruturas, como martensita e bainita, que alteram significativamente as propriedades mecânicas. Krauss (2005) destaca que o controle preciso da temperatura e da taxa de resfriamento é fundamental para alcançar as características desejadas, pois a presença dos elementos de liga influencia diretamente nas transformações de fase.

Após esses tratamentos térmicos, o aço AISI 4340 apresenta uma série de propriedades mecânicas que o tornam adequado para as mais diversas aplicações. Segundo Clarke et al. (2020, p. 1), o aço AISI 4340, de médio carbono e baixa liga, é amplamente utilizado devido à sua combinação de alta resistência e tenacidade, alcançada através de tratamentos térmicos como têmpera e revenimento (Q&T).

Os valores das propriedades mecânicas podem variar dependendo do processo de fabricação e dos tratamentos térmicos a que o aço foi submetido, no entanto na literatura encontra-se uma base de valores para as propriedades mecânicas do aço AISI 4340 como é apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço AISI 4340

Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Condutividade Térmica ($\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$)	Dureza (HV5)	Calor Específico ($\text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)
1500	210	20	596	460

Fonte: Adaptado de OPELIA, Grajcar e SIEMIŃSKI (2020).

Como mencionado anteriormente, o controle da temperatura e da taxa de resfriamento durante a têmpera e o revenimento é crucial para alcançar essas propriedades mecânicas específicas, como a resistência à tração, dureza e tenacidade (MACHADO et al., 2024, p. 439).

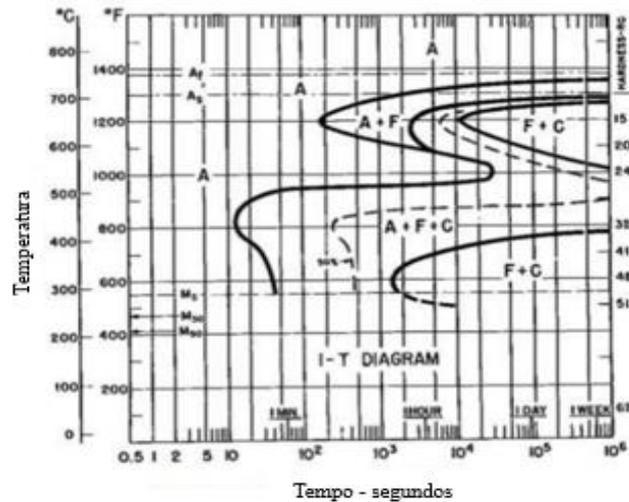
2.3 Tratamento térmico do aço AISI 4340

O aço AISI 4340 é um aço de baixa liga e alta resistência mecânica, amplamente utilizado em aplicações que exigem elevada tenacidade e resistência ao desgaste. Segundo Machado et al. (2024, p. 45), o tratamento térmico é um processo crucial, utilizado para melhorar as propriedades físicas e mecânicas dos aços. Para otimizar suas propriedades, esse material passa por diferentes tratamentos térmicos, como têmpera, revenimento, normalização e recozimento, além de tratamentos isotérmicos como austêmpera e martêmpera (CALLISTER, 2016).

Os diagramas de Transformação em Tempo e Temperatura (TTT) e de Transformação por Resfriamento Contínuo (TRC) são fundamentais para entender a evolução microestrutural do aço. Pradhan et al. (2019, p. 2) destacam que o controle rigoroso dos parâmetros de processamento termomecânico é essencial para adaptar o tamanho do grão e a

precipitação. O diagrama TTT indicado na Figura 3 mostra as transformações microestruturais em temperaturas constantes. No aço AISI 4340, observa-se a formação de perlita e bainita em resfriamentos moderados e martensita em resfriamentos rápidos (ASM INTERNATIONAL, 2005, p. 78). Bilal et al. (2019, p. 3) complementam que a austenitização a 900°C por 30 minutos garante homogeneidade química sem crescimento excessivo de grãos.

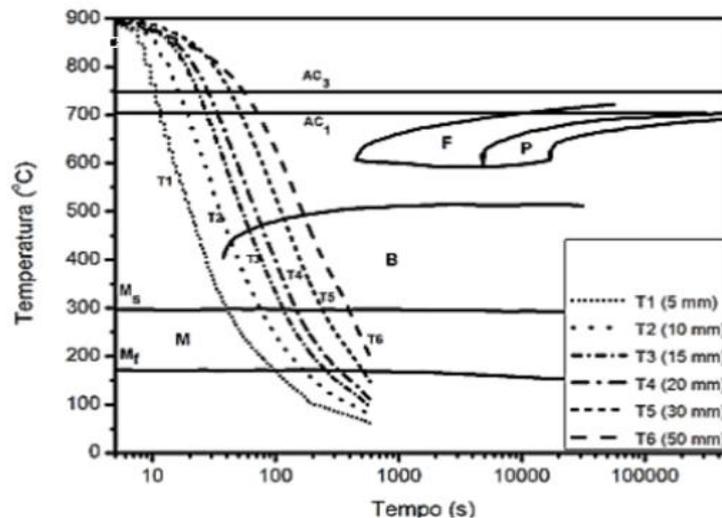
Figura 3 - Diagrama TTT do aço AISI 4340



Fonte: Adaptado de ASM (2005).

O diagrama TRC apresentado na Figura 4, por sua vez, descreve as transformações em resfriamento contínuo. Gere e Timoshenko (1997, p. 145) explicam que esse diagrama ajuda a definir taxas de resfriamento para evitar fases indesejadas. Branco e Berto (2020, p. 2) destacam a importância do controle térmico na cinética de transformação de fase.

Figura 4 - Diagrama de resfriamento contínuo do aço AISI 4340



Fonte: ASM (2005)

Para compreender os tratamentos térmicos aplicados ao aço AISI 4340, é essencial analisar esses diagramas, que fornecem informações fundamentais sobre as mudanças microestruturais durante o resfriamento, permitindo a seleção do processo térmico mais adequado (Machado et al., 2024, p. 46). Como ressalta Machado et al. (2024, p. 47), a aplicação de tratamentos térmicos nos aços permite otimizar suas características mecânicas sem modificar sua composição química.

Os tratamentos térmicos aplicados ao aço AISI 4340 desempenham um papel fundamental na otimização de suas propriedades mecânicas. Como destacado por Boeing (2019, p. 3), na indústria aeroespacial, o AISI 4340 é tipicamente normalizado a 900°C antes da têmpera, assegurando estabilidade dimensional e resistência à fadiga. Esses processos são essenciais em aplicações críticas, como componentes de trem de pouso, onde homogeneidade e tenacidade são prioritárias. Os tratamentos térmicos de recozimento e normalização nos aços AISI 4340 possuem suas características, tais como:

a) **Recozimento Pleno**

O recozimento é realizado aquecendo o aço a temperaturas entre 830°C e 860°C, seguido de resfriamento lento dentro do forno. Esse processo tem o objetivo de reduzir tensões internas, aumentar a ductilidade e facilitar a usinagem (DIETER, 2001). Conforme Kumar et al. (2019), o recozimento (790-815°C) é empregado para aliviar tensões e facilitar a usinagem.

b) **Normalização**

A normalização ocorre em temperaturas entre 880°C e 920°C, seguidas de resfriamento ao ar. Como demonstrado por Zhang et al. (2020, p. 8), a normalização (870-925°C + resfriamento em ar) refina os grãos de austenita, resultando em ferrita e perlita fina, com aumento de 15% na tenacidade em comparação ao estado bruto de laminação. Davis (2001, p. 45) complementa que a taxa de resfriamento em ar durante a normalização evita a formação de martensita, garantindo homogeneidade microestrutural ideal. Oliveira et al. (2018, p. 12) observam que enquanto o recozimento prioriza o amolecimento (dureza ~200 HV), a normalização equilibra refinamento de grãos e resistência (dureza ~300 HV).

2.4 Influência da taxa de resfriamento nas propriedades magnéticas do aço AISI 4340

O aço AISI 4340 é amplamente empregado na indústria devido à sua elevada resistência mecânica, tenacidade e boa resposta a tratamentos térmicos. A taxa de resfriamento

após a austenitização é um fator determinante para a microestrutura final do material, influenciando diretamente suas propriedades mecânicas. O resfriamento pode ocorrer de forma lenta, favorecendo a formação de perlita e bainita, ou de forma acelerada, promovendo a formação de martensita, estrutura com maior dureza e resistência, mas menor tenacidade.

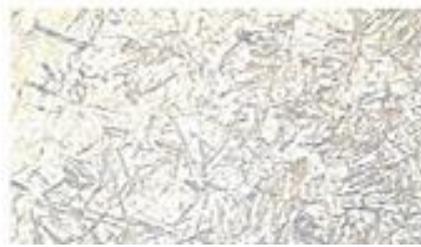
Segundo Ajus et al. (2009, p. 1025), a taxa de resfriamento exerce influência crítica na fração de austenita retida e na dureza final do aço AISI 4340. O aumento dessa taxa promove a formação de microestruturas martensíticas, resultando em maior dureza do material. Esse comportamento ocorre devido à rápida transformação da austenita em martensita, característica de resfriamentos acelerados (Ajus et al., 2009, p. 1026). Esse fenômeno ocorre, pois, em taxas elevadas de resfriamento, a difusão dos átomos de carbono é limitada, impossibilitando a formação de estruturas como a perlita e a bainita, resultando na martensita tetragonal de corpo centrado, que apresenta elevada dureza e resistência, mas também alta fragilidade.

Além disso, como destacam Ajus et al. (2009, p. 1027), o aumento da taxa de resfriamento gera um efeito de super-resfriamento, reduzindo a temperatura de início da transformação martensítica em aproximadamente 50°C para cada aumento de 10°C/s na taxa de resfriamento. O resfriamento acelerado também promove o aumento das tensões residuais internas, podendo resultar em trincas e fragilização do material, caso não seja seguido por um revenido adequado. Entretanto, para determinadas aplicações, um compromisso entre resistência e tenacidade é necessário. Conforme estudo de Abdalla et al. (2019, p. 5), tratamentos térmicos que favorecem a formação de bainita, ao invés de martensita, podem melhorar a tenacidade do aço sem comprometer significativamente sua resistência mecânica. A bainita possui dureza intermediária entre a martensita e a perlita e proporciona maior ductilidade e resistência ao impacto, sendo ideal para aplicações onde é necessário um melhor equilíbrio entre resistência e tenacidade.

Segundo Abdalla et al. (2019, p. 7), um tratamento térmico específico, denominado Tratamento C onde houve o aquecimento a 900°C, mantido por 20 minutos e transferido para outro forno a 760°C, combina um resfriamento controlado que resulta na formação de uma microestrutura mista. Essa abordagem mostrou ser eficiente ao garantir boa resistência mecânica sem comprometer excessivamente a ductilidade (Abdalla et al., 2019, p. 8).

A Figura 5 apresenta a microestrutura obtida no tratamento térmico feito por Abdalla et al. (2019), evidenciando a presença de martensita, bainita e ferrita, que conferem ao material um equilíbrio adequado entre resistência mecânica e ductilidade.

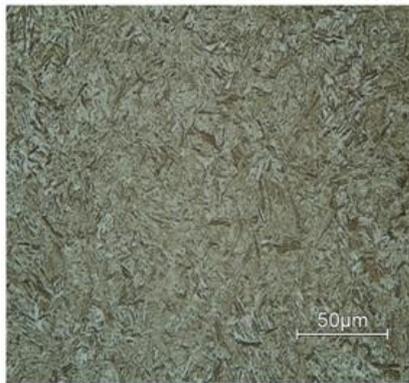
Figura 5- Microestrutura do tratamento com resfriamento controlado do aço AISI 4340



Fonte: Adaptado de Ajus et al. (2009)

Estudos adicionais, como o de Eckert et al. (2020), que realizou o tratamento térmico de recozimento no aço AISI 4340 em diferentes taxas de resfriamento, reforçam que diferentes taxas de resfriamento levam à formação de distintas fases. Em altas taxas, como $100\text{ }^{\circ}\text{C/s}$, obteve-se uma estrutura majoritariamente martensítica, com mínima presença de austenita retida, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Microestrutura obtida com resfriamento a $100\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ do aço AISI 4340



Fonte: Eckert et al. (2020)

Com uma taxa intermediária de $0,5\text{ }^{\circ}\text{C/s}$, identificou-se o início de transformação bainítica, embora a martensita ainda predominasse, como mostra a Figura 7 a seguir.

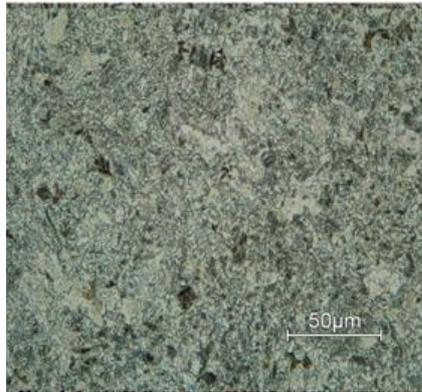
Figura 7 – Microestrutura obtida com resfriamento a $0,5\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ do aço AISI 4340



Fonte: Eckert et al. (2020)

Já em baixas taxas de resfriamento, como $0,01\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ como apresenta a Figura 8, observou-se a ocorrência de três transformações distintas: ferrita, bainita e martensita. A microestrutura final apresentou ferrita poligonal e bainita como matriz, com pequena fração de martensita.

Figura 8 – Microestrutura obtida com resfriamento a $0,01\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ do aço AISI 4340



Fonte: Eckert et al. (2020)

Dessa forma, constata-se que a taxa de resfriamento é um parâmetro essencial no controle da microestrutura e, conseqüentemente, das propriedades mecânicas do aço AISI 4340. A escolha do processo deve ser baseada nos requisitos da aplicação final, podendo priorizar dureza e resistência — via martensita — ou tenacidade e ductilidade — via bainita e ferrita. O controle preciso dessa variável, aliado à aplicação adequada de revenimentos ou tratamentos intercríticos, possibilita otimizar o desempenho do aço em aplicações críticas, reduzindo o risco de falhas prematuras.

2.5 Propriedades magnéticas dos aços

As propriedades magnéticas dos aços são determinadas por múltiplos fatores inter-relacionados, sendo os principais: composição química, microestrutura e tratamentos térmicos aplicados (CALLISTER, 2016, p. 312). Conforme classificação estabelecida na literatura especializada, os aços podem apresentar distintos comportamentos magnéticos:

- a) Ferromagnético
- b) Paramagnético
- c) Diamagnético

Essa variação comportamental depende essencialmente da resposta do material a campos magnéticos externos (ASM INTERNATIONAL, 2005, p. 78). Dentre esses, os aços ferromagnéticos, como o AISI 4340, destacam-se por sua ampla utilização em aplicações

estruturais e industriais, justificada principalmente por sua pronunciada resposta magnética (GORNI, 2008, p. 42).

A microestrutura desempenha papel fundamental na determinação das propriedades magnéticas dos aços. Conforme demonstrado por Samadi Shahreza, Grajcar e Siemiński (2022, p. 5587), propriedades magnéticas como coercividade (H_c) e permeabilidade são diretamente influenciadas pela microestrutura e tamanho de grão. Essa relação estrutura-propriedade é particularmente relevante no caso do aço AISI 4340, cujas características mecânicas são diretamente afetadas pela microestrutura resultante dos tratamentos térmicos aplicados (VALE, 2011, p. 15).

2.5.1 Propriedades magnéticas do aço AISI 4340

O aço AISI 4340, caracterizado como um aço de baixa liga contendo níquel (1,65-2,00%), cromo (0,70-0,90%) e molibdênio (0,20-0,30%), apresenta propriedades magnéticas que variam significativamente em função dos tratamentos térmicos aplicados (ASM INTERNATIONAL, 2005, p. 45). Segundo Samadi Shahreza, Grajcar e Siemiński (2022, p. 5587), amostras submetidas a diferentes tratamentos térmicos demonstraram valores de coercividade entre 1240-1348 A/m e densidade de corrente de 1347-1554 mT, evidenciando a sensibilidade das propriedades magnéticas aos parâmetros do tratamento térmico.

O tratamento de normalização, realizado tipicamente entre 870-925°C com resfriamento ao ar, promove a homogeneização da microestrutura e o refinamento dos grãos, resultando na formação de ferrita e perlita fina (VALE, 2011, p. 28). Do ponto de vista magnético, Davis (2018, p. 112) destaca que o resfriamento em ar controlado durante a normalização evita a formação de martensita, garantindo maior uniformidade nas propriedades magnéticas.

Por outro lado, o recozimento completo, realizado entre 830-860°C com resfriamento lento no forno, tem como principal objetivo o alívio de tensões residuais e o amolecimento do material (DIETER, 2001, p. 215). No contexto das propriedades magnéticas, Nogueira (2013) verificaram que a estrutura resultante do recozimento apresenta maior permeabilidade magnética quando comparada ao estado temperado, devido à formação de ferrita e cementita grosseiras.

O processo de têmpera seguido de revenimento merece atenção especial, pois promove transformações microestruturais significativas. Conforme Gere e Timoshenko (1997, p. 330), a têmpera resulta na formação de martensita, fase que apresenta redução da

permeabilidade magnética devido às tensões internas características. O revenimento subsequente, conforme descrito por Chiaverini (2010, p. 92), promove o alívio dessas tensões e a transformação da austenita retida, melhorando consideravelmente a resposta magnética do material.

Callister (2016, p. 425) sintetiza que o aço AISI 4340 adequadamente tratado termicamente apresenta comportamento ferromagnético com alta permeabilidade e baixa coercividade. Esta combinação de propriedades, associada à alta resistência mecânica, torna este material particularmente adequado para aplicações em componentes de sistemas de transmissão e elementos estruturais em equipamentos sensíveis (BOEING, 2019, p. 8).

Conforme destacado por Mehrabi et al. (2020, p. 14), o controle preciso dos parâmetros de tratamento térmico permite ajustar as características magnéticas do material para atender a requisitos específicos de aplicação, tornando-o versátil para uso em diversos componentes estruturais críticos.

2.5.2 Influência da microestrutura sobre a propriedade magnética

A relação entre microestrutura e propriedades magnéticas nos aços constitui um dos aspectos mais complexos e fascinantes da ciência dos materiais. Como destacam Cullity e Graham (2009, p. 112), a microestrutura dos aços exerce influência determinante em suas propriedades magnéticas, uma vez que as transformações de fase durante os tratamentos térmicos modificam substancialmente a resposta do material a campos magnéticos externos. Esta relação íntima entre estrutura e propriedades magnéticas pode ser compreendida através da análise das diferentes fases presentes no aço e de suas características cristalográficas.

Nogueira (2013, p. 40-41) oferece uma descrição precisa das principais fases envolvidas, destacando que a austenita é uma fase sólida paramagnética [...] com estrutura FCC", enquanto a martensita é uma fase metaestável supersaturada com carbono [...] com estrutura BCC. Esta distinção estrutural explica as marcantes diferenças no comportamento magnético observado entre essas fases. A fase martensítica, em particular, apresenta menor permeabilidade magnética e maior histerese, características que podem ser atribuídas às tensões residuais internas decorrentes do mecanismo de transformação por cisalhamento durante o resfriamento rápido (ASM INTERNATIONAL, 2015, p. 426).

Em contraste marcante, a fase ferrítica demonstra alta permeabilidade magnética, tornando-se particularmente favorável para aplicações que exigem elevada resposta magnética (CALLISTER, 2016, p. 461). Esta diferença comportamental entre as fases tem implicações práticas significativas, como bem destacado por Mehrabi et al. (2020, p. 6): a

presença de martensita e austenita retida na microestrutura do AISI 4340 influencia suas propriedades magnéticas, sendo este um aspecto crítico para aplicações em ambientes com campos magnéticos.

A complexidade das relações microestrutura-propriedades magnéticas fica ainda mais evidente quando se consideram os processos de precipitação que ocorrem durante os tratamentos térmicos. A formação de carbonetos durante o revenimento, por exemplo, não apenas afeta as propriedades mecânicas, mas também modifica a resposta magnética do material. Como observado por ASM International (2015, p. 426), a presença de carbonetos e inclusões não-metálicas pode atuar como barreiras à movimentação de domínios magnéticos, reduzindo a permeabilidade. Este efeito é particularmente relevante no aço AISI 4340, onde a formação de carbonetos complexos durante o revenimento pode alterar significativamente o comportamento magnético.

2.5.3 Utilização do ensaio magnético para caracterização dos aços

Os ensaios magnéticos desempenham um papel crucial na caracterização dos aços, sendo utilizados para avaliar suas propriedades mecânicas e detectar possíveis discontinuidades. Esses testes são fundamentais para garantir a qualidade e a integridade dos materiais em diversos processos industriais. De acordo com Cullity e Graham (2009, p. 215), a medição da permeabilidade magnética é um dos principais métodos, sendo responsável por determinar a facilidade com que o material pode ser magnetizado. Esse parâmetro é essencial para aplicações em que as propriedades magnéticas do aço desempenham um papel crítico.

Além disso, conforme destacado por Callister (2016, p. 473), ensaios magnéticos, como a medição de curvas de histerese, são ferramentas eficazes para caracterizar aços, permitindo correlacionar propriedades magnéticas com tratamentos térmicos e microestrutura. Outro ensaio amplamente utilizado é a histerese magnética, que mede a resposta do material à magnetização cíclica, fornecendo informações sobre a retenção de magnetismo remanescente (ASM INTERNATIONAL, 2015, p. 326).

Esse teste é fundamental para materiais que necessitam de características magnéticas específicas, pois indica a capacidade do material de manter a magnetização após a remoção do campo magnético externo. Estudos recentes demonstram que laços de histerese magnética revelaram dependência direta entre microestrutura (martensita/bainita) e propriedades magnéticas (SAMADI SHAHREZA et al., 2022, p. 5589, Fig. 6-8). Além disso, a histerese pode revelar informações sobre a estabilidade das propriedades magnéticas ao longo do tempo, sendo que o dispositivo de teste magnético Histogram foi usado para medir

coercividade e força diminuída, correlacionando-as com ciclos térmicos (SAMADI SHAHREZA et al., 2022, p. 5587).

O ensaio de correntes parasitas (Eddy Current Testing - ECT) é uma técnica não destrutiva amplamente utilizada para detectar descontinuidades superficiais e variações na microestrutura dos aços. Como mencionado por Callister (2016, p. 475), esse método permite identificar falhas como rachaduras e corrosão, além de fornecer informações valiosas sobre as condições internas do material sem a necessidade de cortes ou perfurações. Isso o torna ideal para inspeções rápidas e eficazes em componentes durante os processos de fabricação e manutenção.

Outro teste importante é a magnetização por corrente induzida, que permite verificar alterações na microestrutura e tensões residuais do aço. Por meio da variação na resposta magnética do material, é possível identificar áreas sujeitas a tensões internas ou mudanças estruturais, como indicado por Gere e Timoshenko (1997, p. 412). Nesse contexto, técnicas como o ensaio Barkhausen podem detectar tensões residuais e variações microestruturais em aços tratados termicamente, sendo úteis para controle de qualidade não destrutivo (CALLISTER, 2016, p. 475). Além disso, conforme Chiaverini (2010, p. 428), o ruído magnético Barkhausen pode ser usado para avaliar tensões residuais e microestrutura, pois a emissão de pulsos magnéticos varia com a presença de fases como martensita, bainita e austenita.

Adicionalmente, a composição química dos aços influencia diretamente suas propriedades magnéticas. Por exemplo, o nitrogênio pode ser ocasionalmente adicionado aos aços inoxidáveis austeníticos para reduzir a quantidade de níquel necessária e os custos de produção (VALE, 2011, p. 32). Outro fator relevante é a correlação entre dureza e resposta magnética, uma vez que "aços com maior dureza (martensita revenida) tendem a apresentar menor permeabilidade magnética devido à maior densidade de deslocamentos e carbonetos finos (CHIAVERINI, 2010, p. 430).

Esses ensaios são todos não destrutivos e podem ser aplicados em diversas fases de fabricação e manutenção, garantindo a integridade estrutural e funcional dos materiais utilizados na indústria (ASM INTERNATIONAL, 2005, p. 78). A combinação dessas técnicas permite uma avaliação abrangente das propriedades magnéticas, microestruturais e mecânicas dos aços, contribuindo para o desenvolvimento de materiais mais eficientes e duráveis.

2.5.3.1 *Sensor Hall*

O sensor Hall é um dispositivo semiconductor fundamental para medição precisa de campos magnéticos em materiais ferromagnéticos. Seu funcionamento baseia-se no efeito Hall, fenômeno físico descoberto por HALL (1879) que ocorre quando um campo magnético aplicado perpendicularmente a um condutor com corrente elétrica gera uma diferença de potencial transversal mensurável. Esse princípio foi detalhado por POPOVIC (2004), que afirma: O efeito Hall permite a conversão direta de informações magnéticas em sinais elétricos, tornando-o ideal para aplicações de medição.

Na indústria de materiais, os sensores Hall destacam-se por sua versatilidade e precisão. Segundo RIPKA (2001, p. 135), sensores Hall modernos alcançam resoluções espaciais na faixa de micrômetros, permitindo mapeamentos detalhados de distribuições de campo magnético em materiais ferromagnéticos. No contexto específico da caracterização de aços, essas aplicações incluem:

- a) Medição da intensidade de campos magnéticos: Como observado por LENZ (2006), sensores Hall lineares podem detectar variações mínimas no campo magnético de aços, correlacionando essas medidas com propriedades microestruturais.
- b) Análise de variações microestruturais: JOGER et al. (2020) demonstraram que arranjos de sensores Hall permitem identificar descontinuidades e variações de fase em aços através de padrões característicos de distribuição de campo magnético.
- c) Monitoramento de processos térmicos: Segundo o ASM Handbook (ASM INTERNATIONAL, 2000, p. 487), a combinação de sensores Hall com sistemas de aquisição de dados possibilita o monitoramento em tempo real de mudanças nas propriedades magnéticas durante tratamentos térmicos.

A integração desses sensores em sistemas de teste magnético foi descrita por TUMANSKI (2007, p. 92): Sensores Hall de alta sensibilidade, quando combinados com técnicas de processamento de sinais modernas, permitem avaliar parâmetros como permeabilidade e coercitividade com precisão sem precedentes. Essa capacidade torna o sensor Hall uma ferramenta essencial para a engenharia de materiais e controle de qualidade industrial.

Recentemente, os avanços em materiais bidimensionais têm ampliado as possibilidades de aplicação. NOVOSELOV et al. (2005) demonstraram que dispositivos baseados em grafeno apresentam sensibilidade extraordinária a campos magnéticos, superando em muito os sensores tradicionais de silício. Esses desenvolvimentos abrem novas perspectivas

para a metrologia de materiais ferromagnéticos, reforçando o papel central dos sensores Hall na caracterização magnética de aços.

2.6 Modelagem Matemática e Análise Estatística das Curvas de Resfriamento

A caracterização analítica das curvas de resfriamento em processos termomecânicos constitui um desafio científico relevante no âmbito da ciência dos materiais, demandando abordagens metodológicas rigorosas que conjuguem precisão matemática e robustez estatística. Conforme estabelecido na literatura especializada (DRAPER; SMITH, 2019), a análise quantitativa desses fenômenos térmicos requer a aplicação sistemática de métricas de avaliação que transcendam a mera inspeção visual dos dados experimentais, incorporando critérios objetivos de validação modelar.

A fundamentação teórica desta análise assenta-se em três pilares metodológicos principais. O primeiro refere-se ao coeficiente de determinação (R^2), que quantifica a proporção da variância da variável dependente explicada pelo modelo proposto, conforme expresso pela equação 1:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (1)$$

onde:

- SS_{res} representa a soma dos quadrados dos resíduos
- SS_{tot} denota a soma total dos quadrados

O segundo pilar consiste no coeficiente de determinação ajustado, que introduz uma penalização pela complexidade paramétrica através da equação 2:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R^2) \quad (2)$$

onde:

- n é o número de observações
- p corresponde ao número de parâmetros do modelo (THEIL, 1971)

O terceiro pilar compreende os critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), que estabelecem balizas estatísticas para a seleção modelar ótima. O AIC é definido como demonstra a equação 3:

$$AIC = 2k - 2\ln(\hat{L}) \quad (3)$$

onde:

- k representa o número de parâmetros
- \hat{L} é a máxima verossimilhança (AKAIKE, 1974)

Enquanto o BIC é calculado como indicado pela equação 4:

$$BIC = \ln(n)k - 2\ln(\hat{L}) \quad (4)$$

Sendo particularmente sensível ao tamanho da amostra n (SCHWARZ, 1978). Esses instrumentos analíticos, quando aplicados de forma complementar, permitem superar as limitações inerentes às abordagens unidimensionais de avaliação de modelos.

No contexto específico da termodinâmica de transformações de fase no aço AISI 4340, a equação diferencial não linear emerge como formalismo matemático particularmente adequado para descrever a cinética de resfriamento apresentada na equação 5:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\infty})^n \quad (5)$$

onde:

- k é a constante de resfriamento
- T_{∞} representa a temperatura ambiente
- n denota a ordem da cinética (GHOSH et al., 2018)

A calibração precisa dos parâmetros k e n mediante técnicas de regressão não linear, validada pelos critérios estatísticos supracitados, possibilita não apenas a reprodução fidedigna do comportamento térmico observado experimentalmente, mas também a extrapolação controlada para condições de processamento não testadas empiricamente. Esta capacidade preditiva reveste-se de especial relevância para a otimização de parâmetros em contextos industriais, onde a minimização de ensaios experimentais representa vantagem econômica significativa.

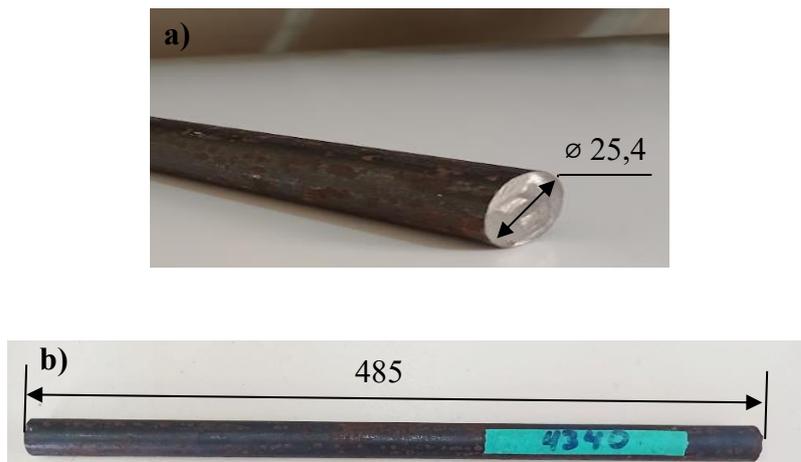
A convergência entre os fundamentos da mecânica estatística, representados pelos critérios de informação, e os princípios da cinética de transformações de fase, materializados nas equações diferenciais de resfriamento, configura paradigma analítico poderoso para a investigação científica em ciência dos materiais. Como demonstrado por Burnham e Anderson (2002), a aplicação criteriosa deste arcabouço metodológico permite estabelecer relações causais robustas entre condições de processamento, microestruturas resultantes e propriedades mecânicas, contribuindo significativamente para o avanço do conhecimento nesta área do saber. Como demonstrado por Kobasko (2008, p. 52) e Totten & Howes (1997, p. 234), a taxa de resfriamento é o parâmetro fundamental para caracterizar transformações de fase.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Material

Neste estudo, o material analisado foi o aço AISI 4340, fornecido na forma de uma barra cilíndrica com 25,4 mm de diâmetro e 485 mm de comprimento como mostram as Figuras 9a) e 9b), disponibilizada pelo Laboratório de Tratamento Térmico (LTT) da UFPB.

Figura 9 – a) Diâmetro da amostra; b) Comprimento da de aço AISI 4340

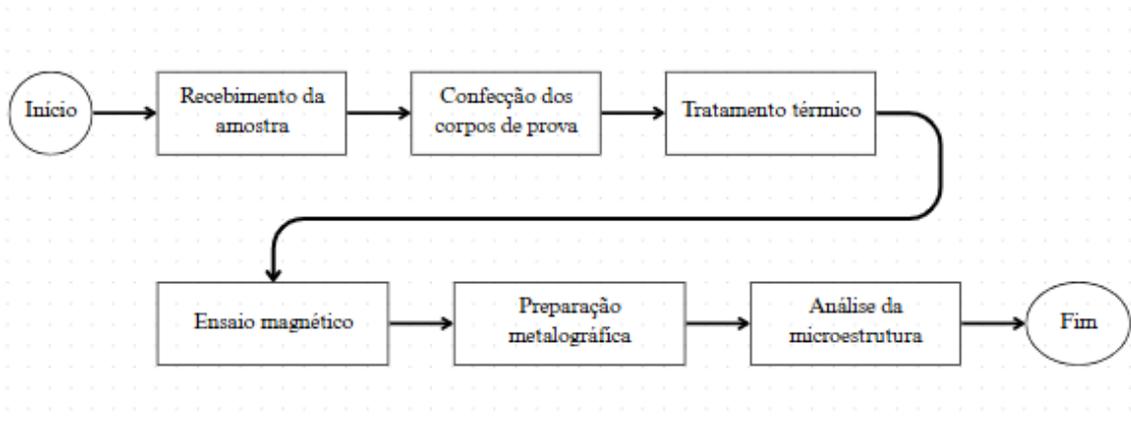


Fonte: Próprio autor (2025).

3.2 Metodologia

Após a seção de materiais, foi elaborado um fluxograma ilustrando as etapas do método empregado neste estudo, com o objetivo de esclarecer e organizar as etapas subsequentes. Esse fluxograma está apresentado na Figura 10 abaixo:

Figura 10 – Fluxograma da metodologia



Fonte: Próprio autor (2025).

3.2.1 Preparação das Amostras

Na fase metodológica em questão, o corte da amostra de aço AISI 4340 foi realizado utilizando uma serra de fita modelo MR-122 da Manrod Quality Machines - Figura 11, com o objetivo de obter 03 (três) corpos de prova (CP's), cada um com cerca de 33 mm de altura como mostra a Figura 12. Esse procedimento foi conduzido por um técnico do Laboratório de Materiais Metálicos - LAMAM da UFPB.

Figura 11 – Serra fita modelo MR-122 da Manrod Quality Machines



Fonte: Próprio autor (2025).

Figura 12 – Altura do corpo de prova pós-corte

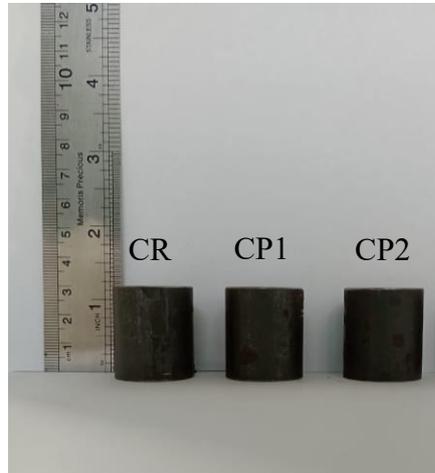


Fonte: Próprio autor (2025).

Com objetivo de preparar as amostras para a realização posterior do ensaio magnético com sensor Hall, as seções obtidas após o corte foram submetidas a um desbaste nas faces, com a finalidade de alcançar uma altura de aproximadamente 30 mm pois esta altura é exigida para evitar interferências no sensor Hall, conforme mostrado na Figura 13 e nomeado

segundo a Tabela 3. Esse ajuste das dimensões foi realizado utilizando um torno modelo Romi, na Oficina Mecânica da UFPB, como ilustrado na Figura 14.

Figura 13 –Altura dos CP's após o processo de faceamento



Fonte: Próprio autor (2025).

Tabela 3 – Descrição da nomenclatura dos corpos de prova

Sigla	Descrição
CR	Como recebido
CP1	Corpo de prova para o tratamento de recozimento
CP2	Corpo de prova para o tratamento de normalização

Fonte: Próprio autor (2025).

Figura 14 – Torno modelo Romi



Fonte: Próprio autor (2025).

Ao final do processo de faceamento, foram feitas medições na altura dos corpos de prova para verificação do controle dimensional com o uso de um paquímetro de 150mm com resolução de 0,01mm, previamente calibrado. As medições foram realizadas sistematicamente

em três regiões distintas de cada amostra (borda, região intermediária e região central), totalizando nove aferições por corpo de prova, com o objetivo de garantir a conformidade dimensional dentro da tolerância de $\pm 0,05\text{mm}$ estabelecida no protocolo experimental para evitar interferências durante o ensaio magnético. A Tabela 4 consolida os resultados obtidos, apresentando os valores médios das dimensões finais acompanhados dos respectivos desvios padrão.

Tabela 4 – Medições da altura dos corpos de prova em milímetros

Corpos de Prova	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Média	Desvio Padrão
CR	30,72	30,76	30,76	30,76	0,02
CP1	30,92	30,96	30,92	30,92	0,02
CP2	31,00	31,00	31,00	31,00	0,00
Média	30,92	30,88	30,88	30,88	0,02

Fonte: Próprio autor (2025).

3.2.2 Programação do forno para os tratamentos térmicos

3.2.2.1 Forno para os tratamentos térmicos

Para a realização dos tratamentos térmicos com a variação da taxa de resfriamento foi utilizado um forno mufla, Figura 15, da marca Jung, modelo LF0091202, com capacidade 1300 °C.

Figura 15 - Forno Mufla da marca Jung



Fonte: Próprio autor (2025)

O forno conta com componentes que trabalham em conjunto para garantir a estabilidade e o controle da temperatura interna, sendo eles: sensores de temperatura, atuadores de aquecimento e 02 controladores eletrônicos: N1100 e J200 da marca Novus.

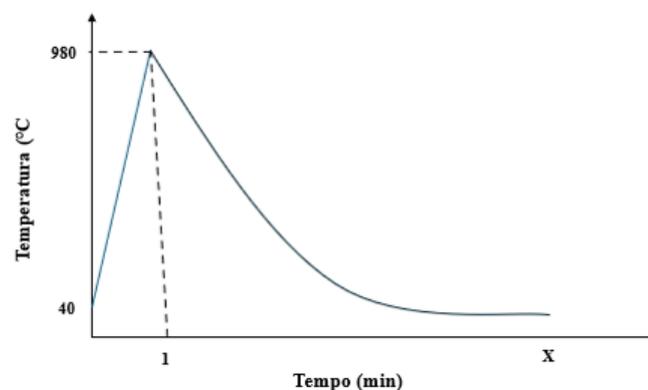
Os controladores possuem um display que mostra o valor atual da variável do processo (PV) e o valor de *setpoint* (SP) de controle. Neste caso PV é a variável que é controlada no processo, como a temperatura; enquanto o SP é o valor desejável para a variável do processo. O N1100 atua como controlador principal enquanto o J200 funciona como controlador de segurança. O sensor de temperatura utilizado é um termômetro de alta precisão que envia dados continuamente para o controlador eletrônico, que ajusta a potência dos elementos de aquecimento, assegurando a manutenção da temperatura desejada. Além disso, o controlador J200 monitora o funcionamento do forno, interrompendo automaticamente o aquecimento caso a temperatura ultrapasse o limite de segurança definido pelo operador do forno, prevenindo danos ao equipamento e garantindo a segurança do processo.

3.2.2.2 Determinação da curva de resfriamento do forno

Para a realização dos tratamentos térmicos com taxas de resfriamento diferentes foi construída a curva de resfriamento através da operação do forno em vazio com uma condição máxima de operação em que os controladores podem ser programados simulando um tratamento térmico de recozimento. O tratamento térmico de recozimento foi selecionado, pois observou-se que a configuração estrutural do forno não dispõe de dispositivos que permitam a programação controlada da temperatura de resfriamento e a realização de tratamento isotérmico no interior do forno.

A programação dos controladores foi executada conforme o manual do fabricante. No N1100, o perfil de tratamento térmico realizado está de acordo com a Figura 16.

Figura 16 – Perfil de tratamento térmico simulado no forno



Fonte: Próprio autor (2025).

A temperatura inicial foi definida em 40°C, com uma temperatura final de 980°C e um tempo de subida de temperatura (TSP) de 1 minuto, com o objetivo do controlador induzir o forno a operar em sua capacidade máxima.

A fim de assegurar condições seguras durante a execução do processo de aquecimento, estabeleceu-se uma configuração de segurança projetada para interromper automaticamente o aquecimento caso a temperatura máxima permitida fosse excedida de forma não prevista.

O equipamento J200 foi configurado com os seguintes parâmetros operacionais:

- Limite superior de temperatura: 1020°C
- Taxa de aquecimento: 100°C/min
- TSP: 0 minutos

A programação realizada no forno, simulando o tratamento térmico de recozimento, está no APÊNDICE A. De acordo com as especificações do manual técnico, essa configuração permite que o controlador opere em seu desempenho máximo. O experimento foi iniciado e o aquecimento foi acionado imediatamente.

Os dados de temperatura e tempo foram registrados em intervalos de 10 minutos, permitindo a elaboração das curvas de aquecimento e resfriamento do forno, utilizando-se o *software* Origin para análise e representação gráfica dos dados.

3.2.3 Modelamento matemático da curva de resfriamento

O comportamento térmico do forno constitui um aspecto crítico na execução dos tratamentos térmicos de recozimento e normalização, processos que exigem controle rigoroso das taxas de resfriamento para garantir o desenvolvimento das propriedades mecânicas almejadas. De acordo com o ASM Handbook (2005), o aço AISI 4340 apresenta temperatura ideal de austenitização na faixa de 843 °C. Neste estudo, estabeleceu-se como referência a temperatura de 850 °C, adotando-se duas condições experimentais distintas:

- a) Na primeira, a amostra foi submetida a uma variação tolerável de ± 20 °C entre o valor medido (PV) e o *setpoint* (SP), com um tempo de encharcamento de 30 minutos.
- b) Na segunda condição, mantendo-se os mesmos parâmetros térmicos, o resfriamento foi realizado ao ar livre, colocando a amostra sobre um suporte e executando o monitoramento térmico contínuo por meio de um pirômetro industrial da marca Testo, modelo 830-T2 (Figura 17).

Destaca-se que se adotou, para ambos os tratamentos, a condição de equilíbrio térmico entre a amostra e o forno, assegurada por 30 minutos de encharque a 850 °C. A configuração dos parâmetros adotados em ambas as condições se encontra detalhada na Tabela 5, permitindo rastreabilidade e precisão no acompanhamento das curvas térmicas do processo.

Figura 17 – Dispositivo de apoio para a realização do tratamento térmico de normalização:

1 – Suporte para o corpo de prova e 2 - Pirômetro Testo usando para o monitoramento térmico



Fonte: Próprio autor (2025).

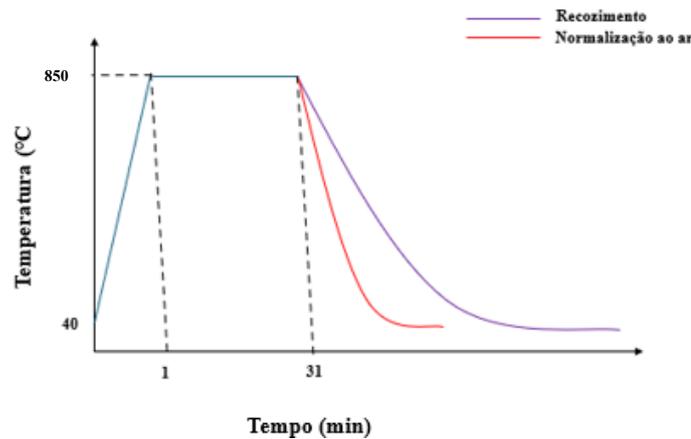
Tabela 5 -Parâmetros dos tratamentos térmicos aplicados nas amostras do AISI 4340

Amostras	Tratamento Térmico	Temperatura de Austenitização (°C)	Tempo de encharque (min)	Meio de resfriamento
CR	-	-	-	Como recebida
CP1	Recozimento	850	30	Interior do forno
CP2	Normalização	850	30	Resfriada ao ar ambiente

Fonte: Próprio autor (2025).

Os ciclos térmicos aplicados nas amostras, conforme descrito na Tabela 4, estão representados graficamente na Figura 18. Essa representação visual permite compreender de forma clara o perfil de aquecimento e resfriamento adotado em cada tratamento térmico. A figura destaca as diferenças entre os processos de recozimento e normalização, evidenciando suas respectivas taxas de resfriamento. Essa visualização é fundamental para correlacionar os parâmetros térmicos com as transformações microestruturais observadas.

Figura 18 - Curvas de resfriamento para os tratamentos térmicos aplicados



Fonte: Próprio autor (2025).

Para caracterização quantitativa dos perfis térmicos, empregou-se modelagem matemática baseada em regressão não linear multivariada. Esta abordagem permitiu a descrição matemática das curvas de resfriamento do tratamento térmico de recozimento de normalização. A validação dos modelos fundamentou-se em critérios estatísticos robustos, incluindo análise de resíduos *studentizados* e testes de normalidade, garantindo a confiabilidade dos parâmetros estimados. A implementação numérica foi realizada mediante integração de plataformas computacionais especializadas: R 4.4.3 e RStudio com pacotes para estimativa de parâmetros não lineares, OriginPro 2023 para análise de sensibilidade, e Python 3.11 com bibliotecas científicas para validação cruzada dos resultados cujo códigos de modelagem estão nos APÊNDICES B e C. A seleção dos modelos mais eficazes foi orientada por critérios quantitativos reconhecidos para avaliação da qualidade do ajuste: o coeficiente de determinação (R^2), o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC).

Os fundamentos teóricos que embasam esta análise incluem: (i) técnicas avançadas de monitoramento térmico durante processos de recozimento, com particular atenção aos procedimentos de calibração de sensores; (ii) metodologias para determinação experimental de curvas TRC em aços de baixa liga; (iii) desenvolvimento de modelos matemáticos para predição de gradientes térmicos em resfriamentos não controlados; e (iv) análise da influência das variações térmicas (PV/SP) na homogeneidade microestrutural final. Estes conceitos foram essenciais para a interpretação dos dados experimentais e para a formulação dos modelos matemáticos apresentados.

3.2.4 Ensaio de Dureza

Os ensaios de dureza Rockwell foram realizados utilizando o durômetro da marca Digimess, disponível no Laboratório de Tratamento Térmico (LTT) da UFPB, conforme mostrado na Figura 19. O procedimento seguiu as diretrizes da norma ABNT NBR ISO 6508-1:2019, garantindo a precisão e confiabilidade dos dados obtidos.

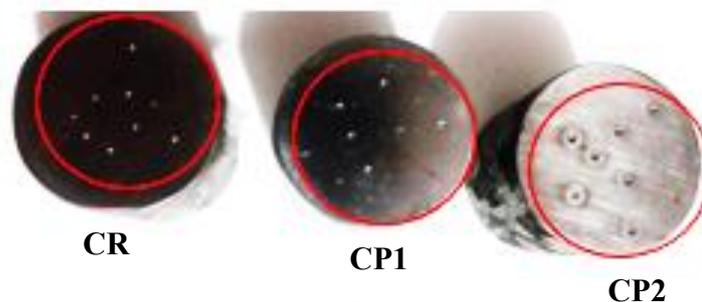
Figura 19 - Durômetro



Fonte: Próprio autor (2025).

Para cada amostra, foram realizadas medições em 6 (seis) pontos distintos, assegurando uma análise representativa da dureza do material, conforme apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Localidade dos pontos de medição de dureza



Fonte: Próprio autor (2025)

A primeira medição foi descartada para garantir a correta acomodação do penetrador, considerando-se as cinco subseqüentes para análise. Esta abordagem visa:

- a) Eliminar interferências do assentamento inicial
- b) Assegurar condições estáveis de medição

c) Obter dados representativos

Os resultados válidos foram tratados estatisticamente mediante cálculo de média e desvio padrão, conforme detalhado na seção de resultados. A força de pré-carga aplicada foi de 10 kgf, enquanto a carga principal variou conforme a escala utilizada: 100 kgf para medições na escala Rockwell B.

3.2.5 *Ensaio Magnético*

O sistema utilizado para realização dos ensaios magnéticos foi desenvolvido pelo Laboratório de Tecnologia Termomagnética (LTT) da UFPB, consistindo em um conjunto integrado de módulos de emissão e aquisição de sinais. O aparato experimental consiste em três subsistemas principais: unidade geradora (responsável pela criação do campo magnético necessário para a realização dos ensaios), bancada de testes (composta pelos módulos de emissão de sinais e o de aquisição de dados) e o sistema de aquisição (incluindo placa dedicada para captura e processamento dos sinais). A configuração completa do sistema experimental encontra-se detalhada na Figura 21, que apresenta esquematicamente a disposição dos componentes e suas interconexões.

Figura 21- Sensor Magnético: a) Placa de aquisição; b) Bancada de testes e unidade geradora



Fonte: Próprio autor (2025).

Para a realização do ensaio magnético as superfícies dos corpos de prova foram lixadas com lixas de carvão de silício (SiC) de 320,400, 600 e 1200 Mesh com o auxílio da lixadeira da marca Lunn Minor, conforme Figura 22, que se encontra no Laboratório de Solidificação Rápida (LSR) na UFPB, com o objetivo de eliminar irregularidades superficiais que poderiam comprometer a qualidade das medições magnéticas.

Figura 22 – Lixadeira da marca Lunn Minor



Fonte: Próprio autor (2025).

O núcleo do sistema de medição empregou sensores baseados no efeito Hall, operando com tensões crescentes de 1,5V e 2,0V. Essas tensões foram utilizadas para alimentar a bobina e verificar sua resposta em diferentes condições de excitação. Essa variação permite observar como a sensibilidade do sensor se comporta com diferentes níveis de tensão, pois ao aumentar a tensão na bobina, aumenta-se a corrente e isso gera um campo magnético mais forte. Além disso, ajuda a identificar a tensão ideal para obter medições mais precisas do campo magnético gerado pelas amostras.

3.2.6 *Preparação metalográfica*

O processo de preparação metalográfica foi conduzido em etapas sequenciais para assegurar a obtenção de superfícies adequadas à análise microestrutural. Inicialmente, realizou-se o lixamento mecânico progressivo com lixas de carvão de silício (SiC), partindo de granulometria 320, 400, 600 e 1200 mesh.

O polimento mecânico foi realizado em três etapas distintas utilizando uma poliriz semiautomática da marca Fortel, modelo PLF conforme Figura 23. Primeiramente, empregou-se um pano de polimento com pasta diamantada de 6 μm , associada a um lubrificante específico e álcool como meio de dispersão. Em seguida, procedeu-se ao polimento intermediário com pano de 3 μm e, finalmente, ao polimento de acabamento com pano de 1 μm , sempre utilizando pasta diamantada adequada a cada granulometria.

Figura 23 - Poliriz da marca Fortel modelo PLF



Fonte: Próprio autor (2025).

Para a revelação dos contornos de grão e características metalográficas, utilizou-se o reagente Nital a 2%, uma solução corrosiva composta por 2% de ácido nítrico (HNO_3) em álcool etílico ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$). As amostras foram imersas no Nital por 10 segundos.

3.2.7 *Análise Microestrutural*

A análise microestrutural foi conduzida utilizando um microscópio óptico Zeiss/Axiotech, equipamento de alta precisão disponível no Laboratório de Solidificação Rápida (LSR) da UFPB. O sistema está acoplado ao software *analySIS Professional*, que permite tanto a captura digital de imagens quanto o processamento das micrografias obtidas, incluindo, conforme ilustrado na Figura 24.

Figura 24 - Microscópio Óptico Zeiss/Axiotech utilizado para análise microestrutural



Fonte: Próprio autor (2025).

O procedimento analítico foi conduzido conforme protocolo sistemático de caracterização microestrutural, iniciando-se com uma avaliação preliminar em baixa ampliação (50x) para inspeção macroscópica da amostra. Esta etapa inicial permitiu a identificação e seleção criteriosa de regiões representativas, as quais foram subsequentemente analisadas em diferentes níveis de ampliação (100x, 200x e 500x) de forma progressiva. A metodologia empregada seguiu rigorosamente os padrões estabelecidos na literatura técnica para caracterização metalográfica, garantindo assim a obtenção de dados microestruturais confiáveis e reproduzíveis.

O software ImageJ foi utilizado para determinação da fração volumétrica das fases presentes e o tamanho do aplicando o método dos interceptos conforme ASTM E112.

4 RESULTADO E DISCUSSÕES

4.1 Curvas de resfriamento

A Tabela 6 apresenta os modelos testados para o tratamento térmico de recozimento, suas respectivas equações matemáticas e os valores obtidos para os parâmetros estatísticos de avaliação de qualidade do ajuste de modelos.

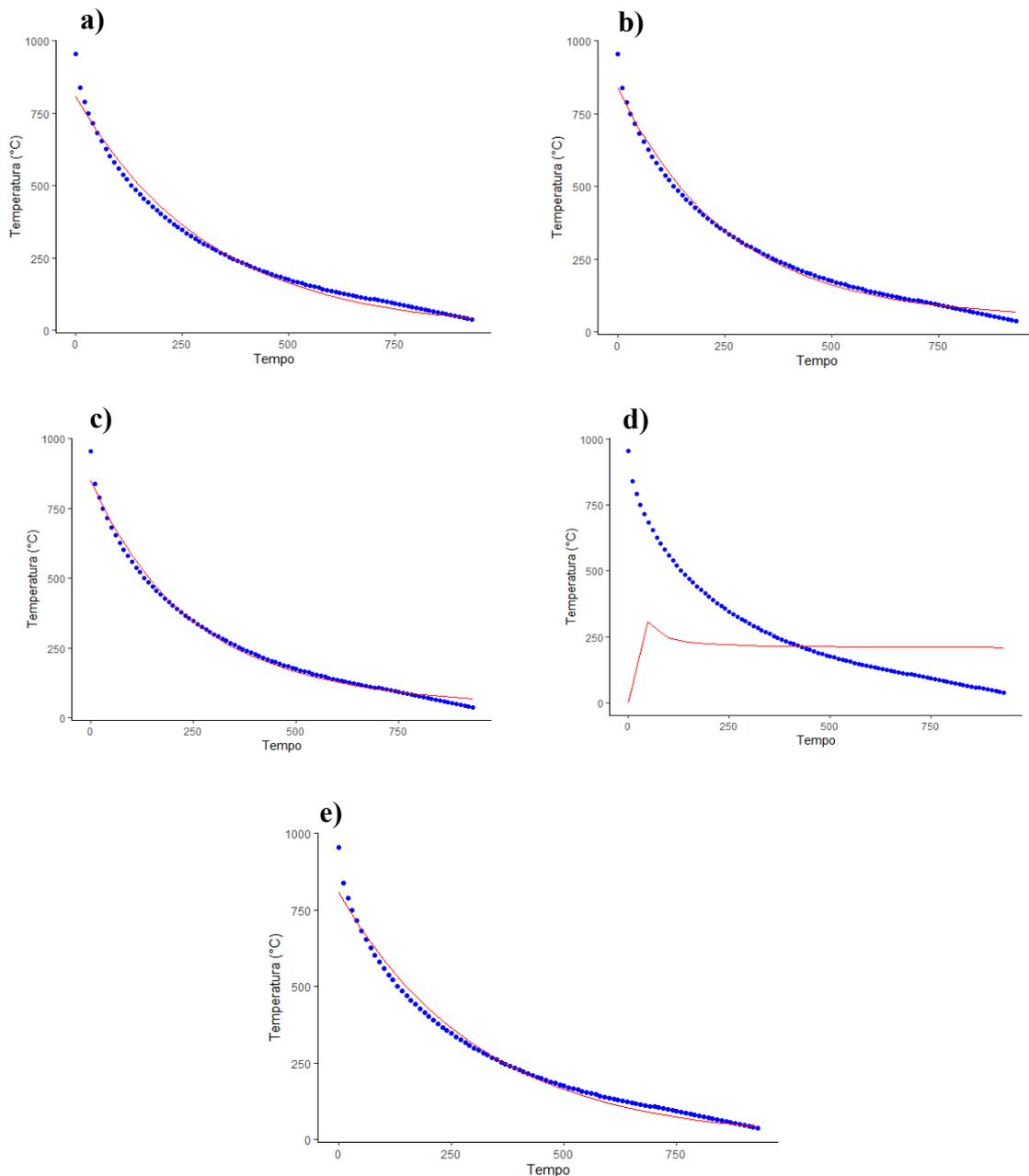
Tabela 6 – Resultados das simulações executadas pelo *software* RStudio para a curva do recozimento

Paradigmas de modelagem		Parâmetros			
Modelos estatísticos	Equação	R ²	R ² ajustado	AIC	BIC
Exponencial 2	$y = a * e^{(b*x)}$	0,9881	0,9878	864,4493	872,0792
Meloun 1	$y = a - b * e^{(-c*x)}$	0,9919	0,9917	824,2034	834,3766
VonBertalanffy	$y = a * (1 - b * e^{(-c*x)})^3$	0,9936	0,9934	802,0122	812,1854
Michaelis Menten	$y = \frac{a * x}{x + b}$	0,0281	0,0067	1288,8699	1296,4998
ExpDec2	$y = a * e^{\frac{-x}{b}} + c * e^{\frac{-x}{d}} + e$	0,9991	0,9990	624,6767	639,9365

Fonte: Próprio autor (2025).

Para facilitar a comparação gráfica dos ajustes realizados, a Figura 25 apresenta a curva de resfriamento simulada para o processo de recozimento por cada modelo no RStudio. Os dados experimentais estão destacados em pontos azuis, enquanto o modelo estatístico pela linha contínua vermelha. As curvas destacam a resposta dos modelos frente aos dados experimentais, possibilitando observar visualmente o grau de aderência ao comportamento físico real.

Figura 25 – Resultado das curvas das equações no Rstudio: a) Exponencial 2; b) Meloun 1; c) VonBertalanffy; d) Michaelis Menten; e) ExpDec2

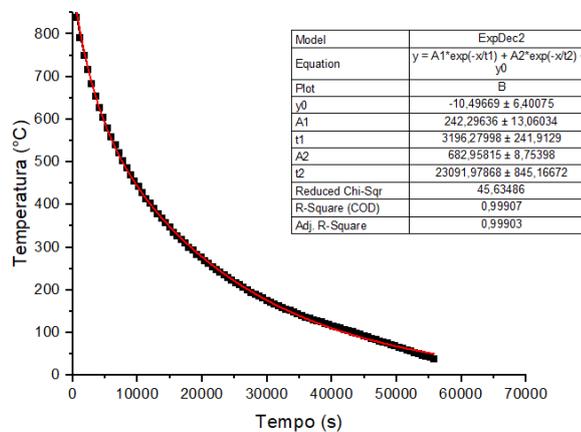


Fonte: Próprio autor (2025).

Diante do exposto na tabela 5 e na Figura 25e), o modelo ExpDec2 apresentou o melhor desempenho, com $R^2 = 0,9991$ e $R^2_{aj} = 0,9990$, além dos menores valores de AIC (624,6767) e BIC (639,9365), indicando tanto excelente capacidade explicativa quanto parcimônia estatística. Em contra partida o modelo Michaelis Menten - Figura 25d) - foi o de

pior ajuste a curva, com os valores de R^2 (0,0281) e R^2_{aj} (0,0067) próximos a 0 (zero) e com os maiores valores de $AIC = 1288,8699$ e $BIC = 1296,4998$. A consistência desse desempenho foi reforçada pela simulação no software OriginPro, que selecionou o mesmo modelo para representar a curva do recozimento, obtendo $R^2 = 0,99907$, como ilustrado na Figura 26. Segundo Chein (2020, p. 16), “o R^2 irá variar entre 0 e 1; quanto mais próximo de 1, maior será o poder de explicação ou o ajuste do modelo de regressão”, o que confirma a robustez do modelo selecionado.

Figura 26 – Curva de resfriamento para o processo de recozimento executada no software Origin



Fonte: Próprio autor (2025).

Na Figura 26 são apresentadas duas curvas: a linha vermelha contínua representa o modelo de regressão ExpDec2, enquanto os pontos pretos correspondem aos valores experimentais registrados a cada 10 minutos. A equação do modelo utilizado permite estimar a temperatura Y em função do tempo X , sendo expressa com base nos parâmetros $A1$, $t1$, $A2$, $t2$ e $y0$, definidos da seguinte forma:

- $A1$ e $A2$: Amplitudes das duas componentes exponenciais do resfriamento, representando a quantidade de calor dissipada nas fases rápida e lenta, respectivamente.
- $t1$ e $t2$: Constantes de tempo associadas a cada fase. Valores menores indicam resfriamento rápido; maiores, resfriamento mais lento.
- $y0$: Valor assintótico da temperatura, representando a temperatura mínima atingida ao final do processo, quando o tempo tende ao infinito.

Esse modelo permitiu uma descrição precisa do comportamento térmico do recozimento, bem como a validação do desempenho do forno, servindo como base técnica para futuras otimizações no processo.

Logo, a curva de resfriamento para o tratamento térmico de recozimento é descrita pela equação (6).

$$y = 242,29 * e^{\frac{-x}{3196,28}} + 682,96 * e^{\frac{-x}{23091,98}} - 10,49 \quad (6)$$

Posteriormente, foram aplicadas as mesmas técnicas estatísticas à curva do tratamento térmico de normalização. Os resultados estão apresentados na Tabela 7:

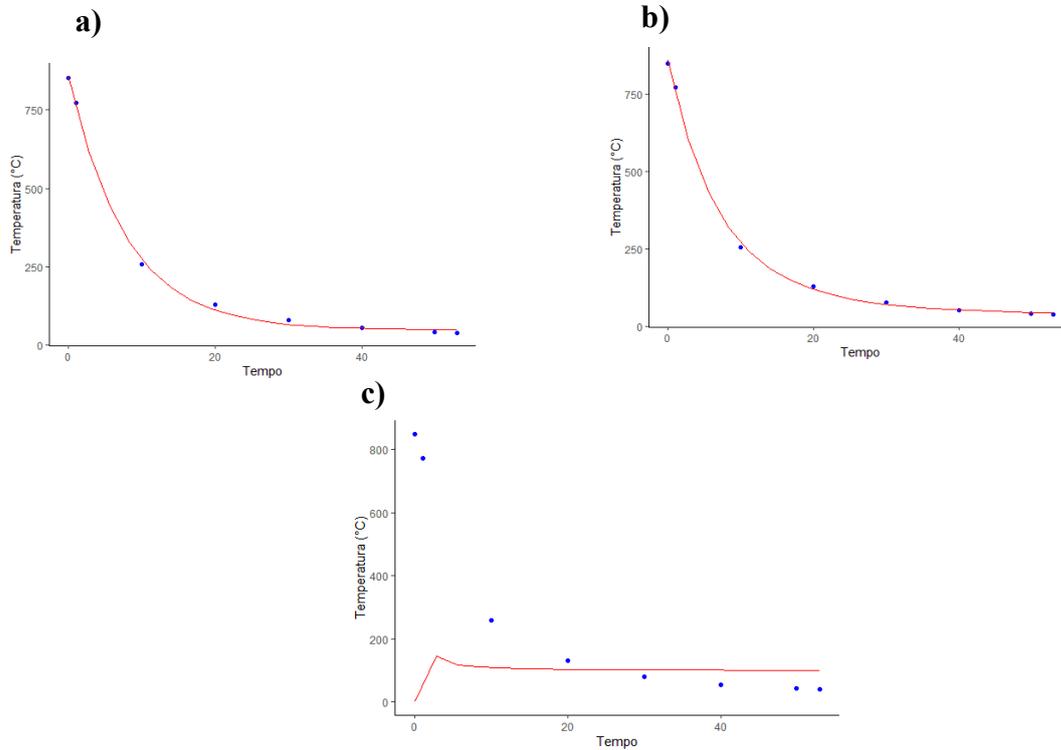
Tabela 7 – Resultados das simulações do tratamento de normalização no RStudio

Paradigmas de modelagem		Parâmetros			
Modelos estatísticos	Equação	R ²	R ² ajustado	AIC	BIC
Meloun 1	$y = a - b * e^{(-c*x)}$	0,9985	0,9974	70,5174	70,8352
VonBertalanffy	$y = a * (1 - b * e^{(-c*x)})^3$	0,9990	0,9983	67,2287	67,5465
Michaelis Menten	$y = \frac{a * x}{x + b}$	0,2245	-0,0857	120,3465	120,5848

Fonte: Próprio autor (2025).

A Figura 27 ilustra as curvas de resfriamento obtidas a partir da simulação dos diferentes modelos no software RStudio para o tratamento térmico de normalização. A representação gráfica permite uma avaliação visual da capacidade de cada modelo em representar os dados experimentais, evidenciando o grau de ajuste entre as equações matemáticas propostas e o comportamento térmico real observado no processo.

Figura 27 – Curvas de resfriamento obtidas a partir da simulação no RStudio para a normalização plotadas no Rstudio: a) Meloun 1; b) VonBertalanffy; c) Michaelis Menten

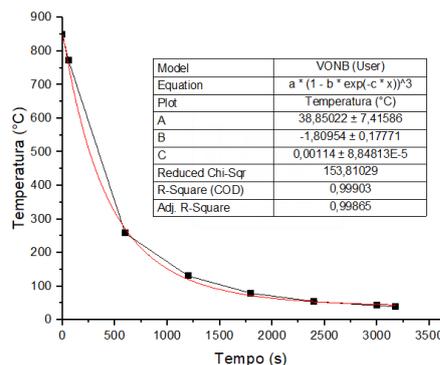


Fonte: Próprio autor (2025).

Dentre os modelos aplicados, o que se destacou foi o modelo Von Bertalanffy - Figura 27b) - com $R^2 = 0,9990$ e $R^2_{aj} = 0,9983$, além dos menores valores de AIC (67,2287) e BIC (67,5465). A validação deste resultado também foi realizada no OriginPro, o qual indicou a mesma equação como o melhor ajuste, com $R^2 = 0,99903$, conforme mostrado na Figura 28. A equação para a curva de normalização a ser utilizada de acordo com os dados experimentais é dada pela equação (7).

$$y = 38,85 * (1 + 1,81 * e^{-0,00114*x})^3 \quad (7)$$

Figura 28 – Curva de resfriamento para o processo de normalização simulada no Origin.



Fonte: Próprio autor (2025).

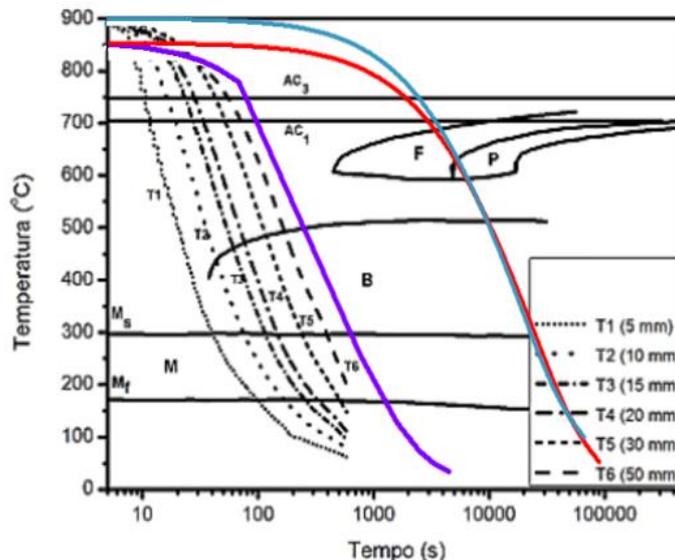
A equação selecionada permite encontrar a temperatura em Y em função de X dados os parâmetros a,b,c que representam:

- a: Valor máximo assintótico da função, representando a temperatura limite que o sistema tende a atingir;
- b: Fator de escalonamento que regula o quão acentuado é o crescimento inicial da curva (quanto calor é dissipado rapidamente no início);
- c: Constante de decaimento que regula a taxa com que a curva se aproxima do valor assintótico. Quanto maior o c, mais rápida é essa aproximação.

4.1.1 Taxa de resfriamento

A Figura 29 apresenta a sobreposição das curvas de resfriamento obtidas para três condições, sendo a primeira para o teste em vazio que vai de 955°C até 40°C, conforme a linha azul, a segunda para o tratamento de recozimento com a curva iniciando em 850°C, como mostra a linha vermelha e a terceira curva sendo a linha de cor roxa para o tratamento de normalização iniciando em 850°C, sobrepostas ao diagrama TRC do aço AISI 4340 da ASM (2005). Essa sobreposição permite visualizar claramente os regimes térmicos aos quais a liga foi submetida e identificar os intervalos de tempo e temperatura mais críticos no que diz respeito às transformações de fase. A escolha dos intervalos destacados nas Tabelas 7 e 8 se baseia nesses pontos de inflexão, uma vez que eles exercem influência direta sobre as microestruturas formadas ao final dos tratamentos.

Figura 29 – Sobreposição das curvas de resfriamento no diagrama TRC do AISI 4340.



Fonte: Adaptado de ASM (2005).

Para o tratamento de recozimento, a curva de resfriamento foi ajustada segundo uma regressão exponencial dupla mostrada na equação 8:

$$T(t) = A1 * e^{\frac{-t}{t1}} + A2 * e^{\frac{-t}{t2}} + y0 \quad (8)$$

A derivada dessa função, que representa a taxa de resfriamento instantânea em função do tempo, é dada pela equação 9:

$$\frac{dT}{dt} = -\left(\frac{A1}{t1} * e^{\frac{-t}{t1}} + \frac{A2}{t2} * e^{\frac{-t}{t2}}\right) \quad (9)$$

No caso do tratamento de normalização, a equação ajustada para a curva de resfriamento foi definida como a equação 10:

$$T = [A * (1 - B * e^{-C*t})]^3 \quad (10)$$

A derivada dessa função, necessária para o cálculo da taxa de resfriamento instantânea, é expressa pela equação 11:

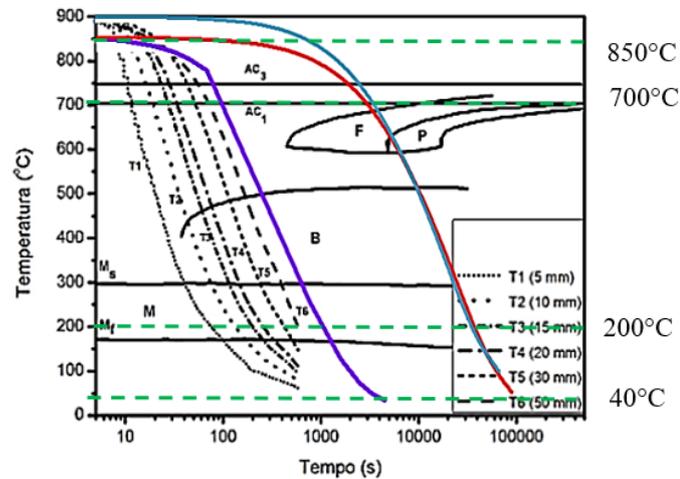
$$\frac{dT}{dt} = 3 * A^3 * (1 - B * e^{-C*t})^2 * B * C * e^{-C*t} \quad (11)$$

Além da derivada das equações ajustadas, a taxa de resfriamento também foi obtida por meio da razão entre a variação de temperatura e a variação de tempo (Equação 12) em cada intervalo analisado. Embora esse método forneça uma estimativa média mais simples, os valores obtidos apresentam pequena discrepância em relação às taxas instantâneas calculadas pela derivada, sendo suficientemente próximos para que não influenciem de forma significativa a análise das microestruturas resultantes.

$$\text{taxa de resfriamento} = \frac{\text{Temp final} - \text{Temp inicial}}{\text{tempo final} - \text{tempo inicial}} \quad (12)$$

A seguir, são apresentadas as tabelas com os resultados das taxas de resfriamento médias e instantâneas para os principais intervalos de temperatura nos pontos de inflexão conforme Figura 30. A Tabela 8 corresponde ao tratamento de recozimento, enquanto a Tabela 9 refere-se ao tratamento de normalização. Os intervalos escolhidos refletem faixas críticas de transformação no diagrama TRC e ajudam a explicar a evolução microestrutural das amostras.

Figura 30 – Intervalos de inflexão usados para os cálculos das taxas de resfriamento



Fonte: Adaptado de ASM (2005).

Tabela 8 – Resultados das taxas de resfriamento para o processo de recozimento

Intervalo de Temperatura (°C)	Intervalo de Tempo (s)	Taxa Instantânea (°C/s)
850	0	-0,1054
700	2600	-0,0601
200	27000	-0,0092
40	55200	-0,0027
Média		-0,0263

Fonte: Próprio autor (2025).

A taxa de resfriamento no tratamento de recozimento teve maior valor de 0,1054 °C/s no início do resfriamento em de 850°C, mostrando um resfriamento mais lento abaixo de 700°C, conforme os valores calculados na Tabela 8.

Tabela 9 – Resultados das taxas de resfriamento para o processo de normalização

Intervalo de Temperatura (°C)	Intervalo de Tempo (s)	Taxa Instantânea (°C/s)
850	0	-1,8676
700	90	-1,4808
200	794	-0,2879
40	4574	-0,0013
Média		-0,4669

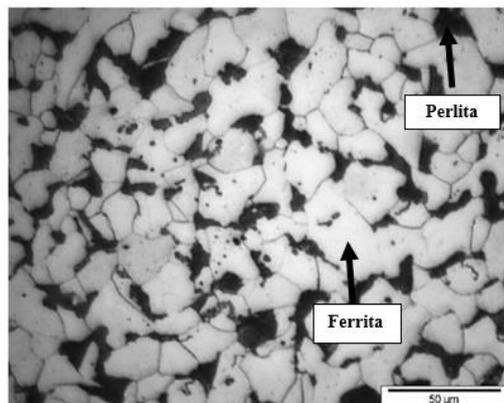
Fonte: Próprio autor (2025).

Na tabela 9 observa-se que o comportamento do recozimento se repete na normalização, com uma taxa mais alta no início do resfriamento com $1,8676^{\circ}\text{C/s}$ em 850°C e diminui à medida que se aproxima da temperatura ambiente, chegando a uma taxa de $0,0013^{\circ}\text{C/s}$ aos 40°C . Segundo ASM (2005) e Callister (2016), taxas de resfriamento mais lentas favorecem transformações com difusão de carbono como ferrita e perlita grosseira, enquanto taxas mais elevadas estão associadas à formação de perlita fina, bainita ou martensita, dependendo da intensidade do resfriamento e da região do diagrama TRC atravessada.

4.2 Caracterização microestrutural

A Figura 31 apresenta a micrografia representativa da amostra como recebida, evidenciando a distribuição das fases perlita (grãos escuros) e ferrita. A microestrutura apresentada está de acordo com o esperado na literatura para este material.

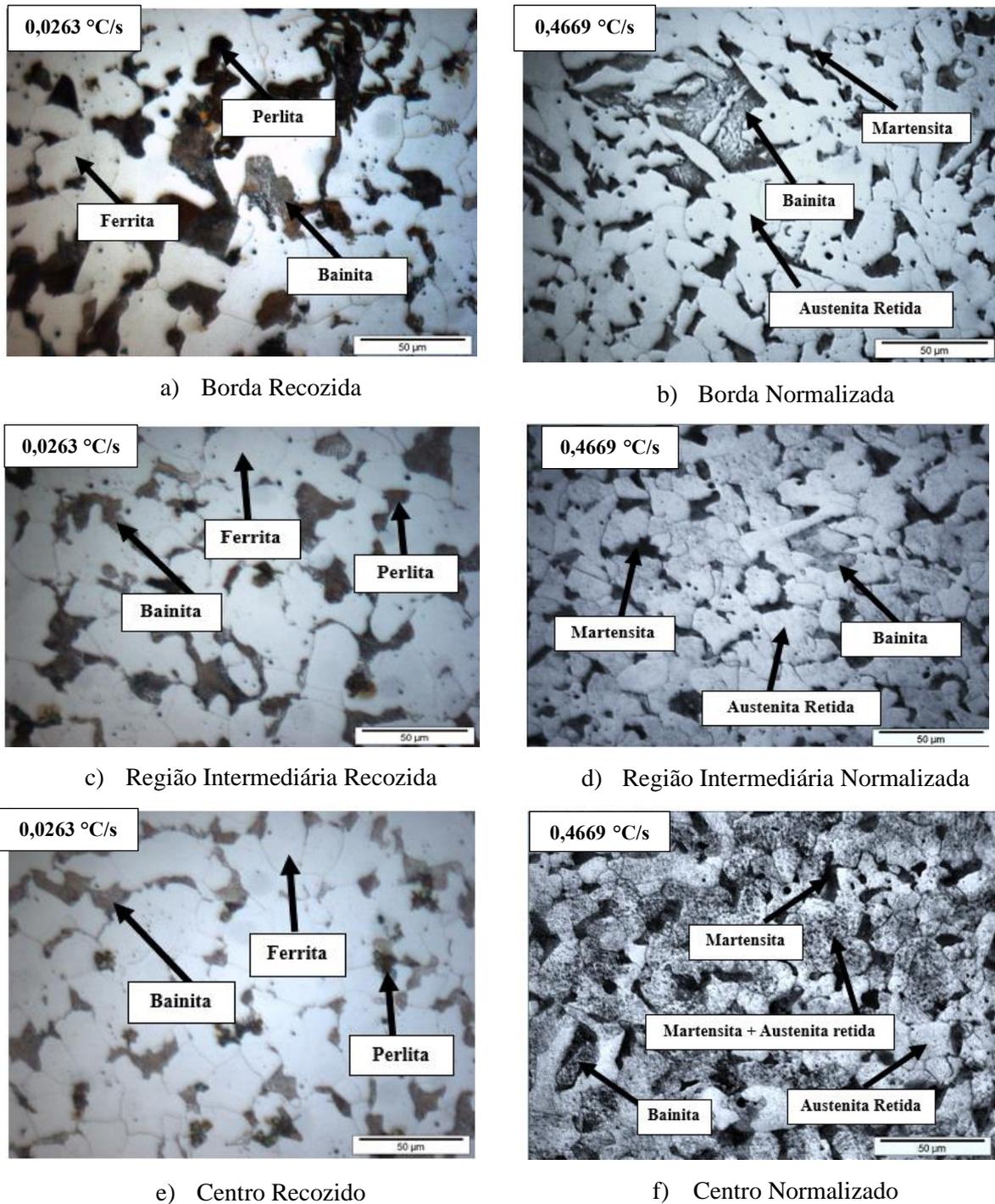
Figura 31 – Microestrutura da amostra como recebida



Fonte: Próprio autor (2025).

As microestruturas obtidas nas duas condições de tratamento térmico são apresentadas nas Figuras 32a) a 32f), totalizando seis imagens correspondentes às diferentes regiões da amostra: borda, região intermediária e centro. Nas Figuras 31a), 31c) e 31e) estão representadas a microestrutura do CP1 nas regiões de borda, região intermediária e centro, respectivamente. Percebe-se a presença de perlita (grãos escuros), ferrita e bainita, com numerosas inclusões não-metálicas pequenas.

Figura 32 – Microestrutura das amostras submetidas às taxas de resfriamento de $0,0263\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ e $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ com ampliação de 500x. a) Amostra resfriada a $0,0263\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ borda. b) Amostra resfriada a $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ borda. c) Amostra resfriada a $0,0263\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ região intermediária. d) Amostra resfriada a $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ região intermediária. e) Amostra resfriada a $0,0263\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ centro. f) Amostra resfriada a $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ centro.



Fonte: Próprio autor (2025).

Nota-se que na Figura 32b) a quantidade de área branca é maior que nas Figuras 32d) e 32f).

Isto é devido ao fato destas áreas representarem austenita + ferrita. Como a ferrita não se forma neste tratamento, de acordo com a sua curva de resfriamento, as áreas brancas são somente austenita retida. A elevada temperabilidade do aço AISI 4340 dificulta a formação de ferrita e perlita mesmo sendo resfriamento ao ar, favorecendo a formação de martensita.

A Tabela 10 apresenta os valores do tamanho de grão medido em diferentes regiões da amostra após o recozimento e normalização. Para o CP1 nota-se um crescimento gradual do tamanho do grão em direção ao centro, com valores de 9,45 μm na borda, 9,55 μm na região intermediária e 12,35 μm no centro, correspondendo a variação de tamanho de grão ASTM 9,5 – 10,5. O tamanho de grão médio do CP1 equivale ao ASTM 10. O aumento do crescimento do grão em direção ao centro é coerente com o menor gradiente de temperatura e maior tempo de permanência em altas temperaturas nesta região.

Tabela 10 – Resultado do Tamanho do grão (ASTM E112) em diferentes regiões da amostra após o tratamento de recozimento.

Tamanho do grão por região (μm)					
Processo	Borda	Intermediária	Centro	Média	ASTM
Recozimento	9,45	9,55	12,35	10,45	10
Normalização	7,60	6,73	7,75	7,36	11

Fonte: Próprio autor (2025).

Para o CP2, é possível observar que os maiores tamanhos de grão são vistos no centro e na borda com valores de 7,75 μm e 7,60 μm , respectivamente. Esses valores equivalem ao tamanho de grão ASTM 11, enquanto que na região intermediária há uma diminuição no tamanho do grão para 6,73 μm (tamanho de grão ASTM 11,5); de modo que houve uma redução do tamanho de grão quando comparado com o corpo de prova submetido ao recozimento (CP1). Este resultado mostra que houve uma maior uniformidade no tamanho de grão, obtendo o resultado esperado para o tratamento de normalização.

A Tabela 11 apresenta a fração volumétrica das fases presentes após o recozimento. A distribuição de fases indica uma predominância de ferrita em todas as regiões, com ligeira redução da bainita do centro para a borda, o que está de acordo com o resfriamento mais lento observado nessas regiões.

Tabela 11 – Resultado da fração volumétrica das fases presentes em diferentes regiões da amostra após o tratamento de recozimento.

% de microconstituente				
Região	Ferrita	Perlita + Bainita	Perlita	Bainita
Borda	61,10	38,90	35,34	3,50
Intermediária	64,16	35,84	33,24	2,60
Centro	65,67	34,33	32,63	1,70
Média	63,64	35,84	33,24	2,6

Fonte: Próprio autor (2025).

No CP1 é possível observar através da Tabela 11 que há maior fração volumétrica de ferrita, correspondendo a um valor médio de 63,64% da microestrutura presente. À medida que se aproxima do centro há um aumento progressivo da ferrita, de 61,10% a 64,67%. Devido a perda no centro do corpo de prova ser mais lento propiciando o aumento do tamanho do grão de ferrita. Por outro lado, há a diminuição, de 38,90% a 34,33% na fração de fase perlita + bainita a medida que aproxima-se do centro, pois no centro a taxa de resfriamento mais lenta favorece uma transformação parcial para a perlita (ferrita + cementita).

Para o tratamento de normalização, conduzido a uma taxa média de resfriamento de 0,4669 °C/s, as microestruturas resultantes exibiram maior complexidade, com presença significativa de bainita e martensita, além de austenita retida, como mostra a Tabela 12. A presença dessas fases está diretamente associada ao resfriamento mais acelerado, que restringe a difusão do carbono, favorecendo a formação de fases metaestáveis.

Tabela 12 – Resultado da fração volumétrica das fases presentes em diferentes regiões da amostra após o tratamento de normalização.

% de microconstituente				
Região	Austenita Retida	Martensita + Bainita	Martensita	Bainita
Borda	55,84	44,16	15,84	28,32
Intermediária	53,21	46,79	14,68	32,11
Centro	51,43	48,57	10,73	37,84
Média	53,21	46,79	14,68	32,11

Fonte: Próprio autor (2025).

Na amostra normalizada, onde o resfriamento é feito ao ar, há gradientes térmicos mais acentuados garantido a formação progressiva de bainita e martensita, constituindo uma

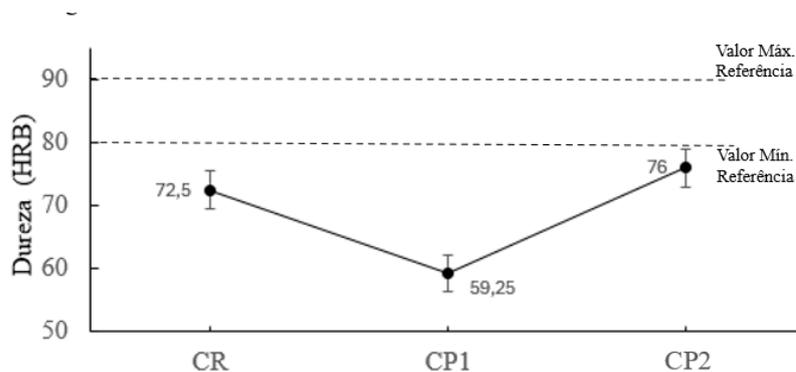
fração volumétrica de 46,79% destes e de 53,21% de austenita retida na microestrutura do CP2. Devido a taxa de resfriamento ser maior quando comparado ao tratamento de recozimento a quantidade de bainita esperada deve ser maior, de modo que é constatado no valor obtido para o tratamento de normalização realizado. Na borda, o resfriamento rápido leva à formação de martensita com 15,84% de fração volumétrica, uma fase dura e frágil formada por transformação sem difusão. No centro, onde o resfriamento é menos intenso, a austenita se transforma em bainita com 37,84% de fração volumétrica, uma microestrutura mais tenaz devido ao seu mecanismo de transformação intermediário (parcialmente difusivo e cisalhante).

Esse conjunto de análises revela a forte dependência da microestrutura em relação à taxa de resfriamento e à posição na peça. A variação dos constituintes e do tamanho de grão explicam as diferenças nas propriedades mecânicas e reforçam a importância do controle térmico nos tratamentos aplicados ao aço AISI 4340.

4.3 Dureza Rockwell

A Figura 33 apresenta a distribuição de dureza Rockwell B (HRB) para as diferentes condições do aço AISI 4340, enquanto a Tabela 13 sumariza os valores médios obtidos de cada tratamento térmico e demonstra quais valores são referências segundo ASM Handbook:

Figura 33 – Resultados dos valores médios de dureza



Fonte: Próprio autor (2025).

Tabela 13 – Resultados das medições de dureza das amostras do aço AISI 4340

Amostras	Dureza (HRB)						Média	Desvio Padrão
CR	72,0	71,0	74,0	74,0	73,0	72,0	79,5	1,1
CP1	62,0	56,0	59,0	59,5	59,0	70,0	59,3	4,4
CP2	73,0	76,0	74,0	77,0	77,0	76,0	76,0	1,5

Fonte: Próprio autor (2025).

Para o aço AISI 4340 estudado os resultados obtidos evidenciam uma correlação direta das fases presentes decorrente das curvas de resfriamento aplicados e os valores de dureza alcançados, como demonstrado nos tratamentos térmicos de recozimento e normalização.

O tratamento de recozimento, conduzido sob condições de resfriamento extremamente lentas — com uma taxa média de $0,0263\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ — resultou em um valor de dureza média de 59,3 HRB. Em contraste, o tratamento de normalização foi realizado com uma taxa média de resfriamento significativamente superior, de $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$. Essa condição promoveu a formação de uma microestrutura mais refinada, resultando no aumento da dureza média, atingindo 76,0 HRB.

A análise comparativa entre os tratamentos revelou que o aumento da taxa média de resfriamento de $0,0263$ para $0,4669\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ — aproximadamente 563% — resultou em um incremento de 28% nos valores de dureza do CP1 para o CP2. A amostra no estado como recebido, cuja dureza foi intermediária (72,0 HRB), apresentou características típicas de um resfriamento não controlado. Essa condição resulta em uma microestrutura bifásica de ferrita e perlita.

4.4 Ensaio Magnético por sensor Hall

A Tabela 14 e a Tabela 15 resumem os valores médios de campo magnético (em Gauss) obtidos para as amostras de aço AISI 4340 nas condições como recebido (CR), recozida (CP1) e normalizada (CP2), submetidas a tensões de 1,5V e 2,0V. Os dados revelam variações sutis, por mensuráveis, na resposta magnética em função do tratamento térmico aplicado. Complementarmente, a Figura 34 apresenta as curvas de resposta magnética em função da tensão aplicada, destacando o comportamento linear característico do efeito Hall e as diferenças entre as condições analisadas. Esses resultados fornecem a base para a discussão sobre a influência da microestrutura nas propriedades magnéticas do material, conforme detalhado a seguir.

Tabela 14 – Resultados do sensor hall ao aplicar uma tensão de 1,5V e uma corrente de 0,353A

Amostras	B (Gauss)	Desvio Padrão
CR	674,27	0,44
CP1	674,03	0,26
CP2	673,95	0,22

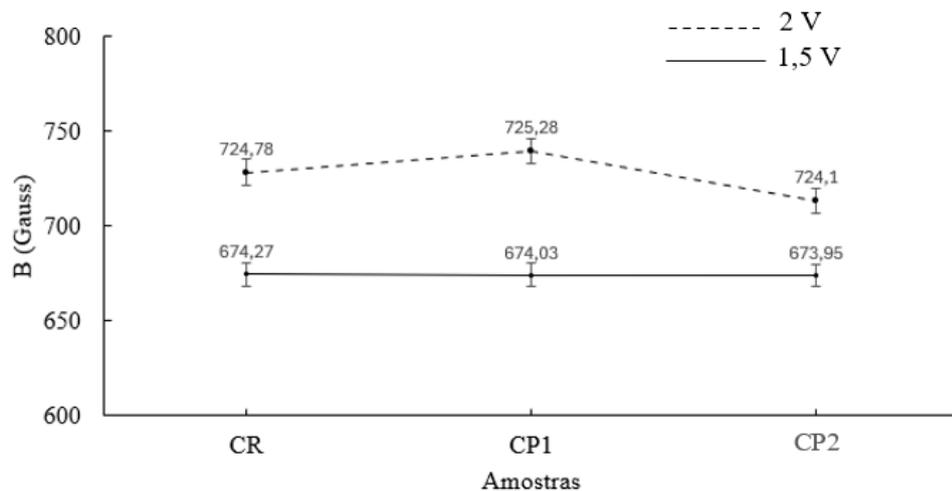
Fonte: Próprio autor (2025).

Tabela 15 – Resultados do sensor hall ao aplicar uma tensão de 2V e uma corrente de 0,451A

Amostras	B (Gauss)	Desvio Padrão
CR	724,78	0,41
CP1	725,28	0,45
CP2	724,10	0,30

Fonte: Próprio autor (2025).

Figura 34 – Curvas dos resultados do ensaio magnético em função do tratamento térmico aplicado ao AISI 4340.



Fonte: Próprio autor (2025).

Os resultados obtidos nos ensaios magnéticos revelam padrões consistentes no comportamento do aço AISI 4340 em função dos tratamentos térmicos aplicados. A análise dos dados demonstra que as propriedades magnéticas apresentam sensibilidade às características microestruturais, embora em menor intensidade do que as propriedades mecânicas.

A amostra recozida, caracterizada por microestrutura com ferrita e perlita, exibiu a maior resposta magnética, com valores de 674,03 Gauss a 1,5V e 725,28 Gauss a 2V. A ferrita é uma fase magneticamente mais mole que a perlita e a menor densidade de contornos de grão contribui com a redução de tensões residuais, fatores que facilitam a movimentação de domínios magnéticos no material e um maior valor de densidade de fluxo magnético.

Em contraste, a amostra normalizada, com microestrutura refinada de austenita retida, bainita e martensita, apresentou valores ligeiramente inferiores (673,95 Gauss a 1,5V e 724,10 Gauss a 2V). A martensita é considerada uma fase magneticamente mais dura quando

comparada a austenita e bainita, também caracterizada por um maior valor de dureza mecânica que reflete numa menor densidade de fluxo magnético nos ensaios. O aumento na densidade de contornos de grão e defeitos cristalinos, característicos desta condição, atua como barreira à movimentação das paredes de domínio magnético, resultando em resposta magnética menos pronunciada.

A amostra CR, mostrou comportamento intermediário (674,27 Gauss a 1,5V e 724,78 Gauss a 2V), visto que quantidade da fração volumétrica de ferrita é de aproximadamente 58,56% conforme trabalho de Oliveira (2024).

A comparação entre as diferentes condições revela que, enquanto as propriedades mecânicas apresentaram variações significativas (diferença de 16,7 HRB entre recozido e normalizado), as propriedades magnéticas mostraram alterações mais sutis (variação máxima de 0,2%). Esta observação sugere que os tratamentos térmicos aplicados afetaram principalmente a configuração microestrutural, impactando nos valores de dureza e na resposta magnética do material.

5 CONCLUSÃO

Com base nos resultados alcançados neste trabalho, é possível afirmar que os objetivos propostos foram atendidos, podendo caracterizar experimentalmente e modelar estatisticamente as curvas de resfriamento do aço AISI 4340 submetido a diferentes condições de tratamento térmico e relacionar a microestrutura, propriedades mecânica e magnética do material com os dados disponíveis na literatura:

- O modelo estatístico ExpoDec2, descrito pela equação $y = 242,29 * e^{\frac{-x}{3196,28}} + 682,96 * e^{\frac{-x}{23091,98}} - 10,49$ apresentou melhor qualidade de ajuste estatístico para a representação da curva de resfriamento do forno Mufla no tratamento térmico de recozimento. Este modelo apresentou os melhores índices de ajuste: $R^2 = 0,9991$ e $R^2_{aj} = 0,9990$, $AIC = 624,6767$ e $BIC = 639,9365$ quando comparados aos outros modelos.
- Enquanto que o modelo de regressão não linear VonBertalanffy, descrito pela equação $y = 38,85 * (1 + 1,81 * e^{-0,00114*x})^3$ teve melhor qualidade de ajuste estatístico para a representação da curva de resfriamento do tratamento térmico de normalização, com os melhores índices de ajuste sendo $R^2 = 0,9990$ e $R^2_{aj} = 0,9983$, além dos menores valores $AIC (67,2287)$ e $BIC (67,5465)$.
- Para o AISI 4340, a faixa de resfriamento entre 0,04–0,07 °C/s durante a normalização mostrou-se ideal para maximizar a resistência mantendo tenacidade adequada. Por outro lado, taxas inferiores a 0,03 °C/s são mais indicadas para tratamentos de recozimento, nos quais a ductilidade e a homogeneidade microestrutural são prioritárias.
- A análise microestrutural apontou que a taxa de resfriamento afeta não só as fases formadas, mas também o formato e o tamanho dos grãos. Nas amostras recozida, foi possível observar uma estrutura mais heterogênea com grãos maiores, sendo a média do tamanho do grão de 10,45 μm (ASTM 10) devido sua constituição com maior fração volumétrica de ferrita com 63,64%, além de 33,24% de perlita e 2,6% bainita.
- Em contraste, nas amostras normalizadas, constatou-se uma estrutura mais homogênea com grãos refinados constituída pelas fases de austenita retida com 53,21% de fração volumétrica, bainita com 14,68% e martensita 32,11%. O

tamanho do grão médio da amostra normalizada foi de 7,36 μm (ASTM 11), o que indica um refinamento microestrutural relevante.

- O tratamento térmico de recozimento, com uma taxa de resfriamento média de 0,0263 $^{\circ}\text{C/s}$, favoreceu a formação de fases mais estáveis e moles, resultando em menor dureza média (59,3 HRB). Por outro lado, a normalização, conduzida com taxa de resfriamento média de 0,4669 $^{\circ}\text{C/s}$, proporcionou o refinamento microestrutural e o aumento da dureza média para 76,0 HRB. A condição como recebida apresentou uma microestrutura mista de ferrita e perlita, com dureza intermediária (72,0 HRB), reflexo de um resfriamento não controlado.
- A amostra recozida, composta predominantemente por ferrita e perlita, apresentou os maiores valores de densidade de fluxo magnético, atingindo 674,03 Gauss a 1,5 V e 725,28 Gauss a 2 V. Essa resposta está associada à menor densidade de contornos de grão e à presença de fases magneticamente mais moles, favorecendo a movimentação de domínios magnéticos.
- Por outro lado, a amostra normalizada, com microestrutura mais refinada contendo ferrita, bainita e martensita, apresentou valores ligeiramente inferiores: 673,95 Gauss a 1,5 V e 724,10 Gauss a 2 V. Essa diferença está relacionada à presença de martensita, uma fase magneticamente mais dura, e ao aumento na densidade de defeitos e contornos de grão, que dificultam o movimento das paredes de domínio magnético.
- A amostra na condição como recebida exibiu comportamento intermediário (674,27 Gauss a 1,5 V e 724,78 Gauss a 2 V), com uma fração volumétrica de ferrita estimada em 58,56% segundo Oliveira (2024). Embora as diferenças nos valores de dureza tenham sido significativas — com aumento de 28% entre o recozido (59,3 HRB) e o normalizado (76,0 HRB) —, a variação máxima observada na densidade de fluxo magnético foi de apenas 0,2%, indicando que os tratamentos térmicos impactaram de forma mais expressiva as propriedades mecânicas do que as magnéticas.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- a) Recomenda-se, para futuros ensaios, a utilização de um termopar acoplado diretamente à amostra durante o tratamento térmico de recozimento, a fim de obter dados precisos da taxa de resfriamento. No caso da normalização, sugere-se manter o mesmo termopar em contato com a amostra desde o encharque até a retirada do forno, registrando a temperatura por meio de um sistema de aquisição e complementando as medições com um pirômetro externo. Isso permitirá validar e comparar os métodos de monitoramento térmico.
- b) Sugere-se também realizar o tratamento térmico de recozimento em um forno com controle da taxa de resfriamento. Essa condição possibilita a condução de experimentos isotérmicos e em diferentes velocidades de resfriamento, permitindo avaliar com maior precisão os efeitos térmicos sobre a microestrutura, dureza e propriedades magnéticas do aço AISI 4340.

REFERÊNCIAS

- ABNT. NBR 6023: **Informação e documentação - Referências - Elaboração**. Rio de Janeiro, 2023.
- AJUS, C. et al. **Magnetic properties and retained austenite quantification in AISI 4340 steel**. Revista Matéria, Rio de Janeiro, v. 14, n. 3, p. 1024-1033, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1517-70762009000300011>.
- ASADI ASADABAD, M. et al. **Melhoria das propriedades do aço AISI 4340 por têmpera intermediária - microestrutura, propriedades mecânicas e fractografia**. International Journal of Materials Research, Berlim, v. 111, n. 8, p. 939-950, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3139/146.111939>.
- ASM INTERNATIONAL. **ASM Handbook: Heat Treating**. 10. ed. v. 4. Materials Park: ASM International, 2005.
- BILAL, M. M. et al. **Effect of austempering conditions on microstructure and mechanical properties of AISI 4340 and AISI 4140 steels**. Journal of Materials Research and Technology, v. 8, n. 6, p. 6016-6027, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2019.08.042>.
- BODYAKOVA, A.; BELYAKOV, A. **Microstructure and mechanical properties of structural steels and alloys**. Materials Science Forum, v. 1007, p. 41-50, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma16145188>.
- BRANCO, R.; BERTO, F. **High-strength low-alloy steels: microstructure and mechanical properties**. Revista de Engenharia Mecânica, v. 15, n. 3, p. 45-60, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ucs.br/handle/11338/315>. Acesso em: 13 abr. 2025.
- CALLISTER, W. D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. 688 p. ISBN 978-85-216-2537-5.
- CHIAVERINI, V. **Aços e ferros fundidos**. 7. ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metais, 2005. 320 p.

CLARKE, A. J. et al. **Perspectives on quenching and tempering 4340 steel**. Metallurgical and Materials Transactions A, v. 51, n. 10, p. 4984-4999, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11661-020-05972-1>.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3rd ed. Hoboken: Wiley, 2019. 736 p. ISBN 978-1-119-38604-5.

ECKERT, M. et al. **Effect of selected cooling and deformation parameters on the structure and properties of AISI 4340 steel**. Materials, Basel, v. 13, n. 23, p. 5585, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma13235585>.

KINGKAM, W. et al. **Effect of alloying elements on mechanical properties of high-strength low-alloy steel**. Materials Science Forum, v. 1007, p. 41-50, 2020. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.1007.41>.

MACHADO, D. S. et al. **Análise bibliométrica na base de dados Scopus sobre "tratamento térmico nos aços AISI 4140 e AISI 4340"**. Cadernos de Pesquisa, v. 21, n. 13, 2024. DOI: <https://doi.org/10.54033/cadpedv21n13-439>.

MIHUȚ, G. et al. **Hardness variation of high-strength steels depending on specific quenching microstructures**. Journal of Physics: Conference Series, v. 2714, n. 1, p. 012025, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2714/1/012025>.

NOGUEIRA, R. C. **Caracterização mecânica e análise microestrutural com a utilização da técnica de tríplex ataque do aço multifásico AISI 4350**. 2013. 134 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/103722>. Acesso em: 13 abr. 2025.

OLIVEIRA, J. V. A. **Influência da variação de resfriamento na normalização do aço AISI 4340**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2024.

PRADHAN, R. et al. **Effect of thermomechanical processing on microstructural evolution in precipitation-strengthened ferritic steel**. Journal of Materials Research and Technology, v. 8, n. 5, p. 4574-4584, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-019-0674-2>.

RITCHIE, R. O. et al. **Evaluation of toughness in AISI 4340 alloy steel austenitized at low and high temperatures.** Journal of Materials Science, v. 16, n. 2, p. 396-410, 1981. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02644080>.

SAMADI SHAHREZA, Z. et al. **Improving microstructure, mechanical and magnetic properties of AISI 4340 steel using heat treatment process.** Journal of Advanced Materials and Processing, v. 10, n. 1, p. 45-58, 2022. Disponível em: https://journal.issiran.com/article_10652.pdf. Acesso em: 13 abr. 2025.

VALE, A. R. M. et al. **Correlation between welding structure and corrosion behavior of high-strength low-alloy (HSLA) naval steel in Cl⁻ solutions.** International Journal of Engineering Sciences, v. 5, p. 100295, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijoes.2023.100295>.

APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO DO CONTROLADOR N1100 DO FORNO JUNG PARA SIMULAÇÃO DO TRATAMENTO TÉRMICO

CICLO DE OPERAÇÃO		CICLO DE PROGRAMAS				CICLO DE SINTONIA		CICLO DE ALARMES		CICLO DE ESCALA		CICLO DE I/OS	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Control (Auto)	yes	Program number (Prn)	6	Program Time (Pt5)	0	Auto-tune (Atun)	No	Function Alarm (FuA1)	Lo	Type	1	Io1	5
Pmn	6	Program time base (Tbas)	1	Program event (Pe5)	0	Proportional Band (Pb)	0,3	Function Alarm (FuA2)	off	Decimal Point (Dppo)	25	Io2	5
run	yes	Program Tolerance (Ptol)	20	Program SP (Psp5)	0	Integral Rate (Ir)	0,48	Function Alarm (FuA3)	off	unit	°C	Io5	0
		Program SP (Psp0)	40	Program Time (Pt6)	0	Derivative Time (dt)	24	Function Alarm (FuA4)	off	Offset (offs)	0		
		Program Time (Pt1)	1	Program event (Pe6)	0	Cycle Time (ct)	30	Blocking Alarm (Bla1)	No	Setpoint Low Limit (SPLL)	0		
		Program event (Pe1)	0	Program SP (Psp6)	0	Action (Act)	Re	Blocking Alarm (bLA2)	No	Setpoint High Limit (SPHL)	1250		
		Program SP (Psp1)	980	Program Time (Pt7)	0	bias	0.0	Blocking Alarm (bLA3)	No	Remote SP Low Limit (RSLL)	-1		
		Program Time (Pt2)	0	Program event (Pe7)	0	Output Low Limit (ouLL)	0.0	Blocking Alarm (bLA4)	No	Remote SP High Limit (RSHL)	0		
		Program event (Pe2)	0	Program SP (Psp7)	0	Output High Limit (ouHL)	100.0	Hysteresis of Alarm (HYA1)	0	Baud Rate (baud)	0		
		Program SP (Psp2)	0	Link Program (Lp)	0	Softstart (Sfst)	0	Hysteresis of Alarm (HYA2)	0	Addr	1		
		Program Time (Pt3)	0			Sp.a1	1250	Hysteresis of Alarm (HYA3)	0				
		Program event (Pe3)	0			Sp.a2	-10	Hysteresis of Alarm (HYA4)	0				
		Program SP (Psp3)	0			Sp.a3	0	Alarm Time t1 (A1t1)	0				
		Program Time (Pt4)	0			Sp.a4	0	Alarm Time t1 (A1t2)	0				
		Program event (Pe4)	0					Alarm Time t2 (A2t1)	0				
		Program SP (Psp4)	0					Alarm Time t2 (A2t2)	0				

APÊNDICE B – CÓDIGO DO RSTUDIO PARA A SIMULAÇÃO DO AJUSTE DE REGRESSÃO NÃO LINEAR PARA A CURVA DE NORMALIZAÇÃO

```

R version 4.4.3 (2025-02-28 ucrt) -- "Trophy Case"
Copyright (C) 2025 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-w64-mingw32/x64
R is free software and comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
You are welcome to redistribute it under certain conditions.
Type 'license()' or 'licence()' for distribution details.
  Natural language support but running in an English locale
R is a collaborative project with many contributors.
Type 'contributors()' for more information and
'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
Type 'q()' to quit R.
[Workspace loaded from ~/.RData]
> remove(list=ls())
> install.packages("NonlinearRegression")
WARNING: Rtools is required to build R packages but is not currently installed. Please
download and install the appropriate version of Rtools before proceeding:
https://cran.rstudio.com/bin/windows/Rtools/
Installing package into ‘C:/Users/Acer/AppData/Local/R/win-library/4.4’
(as ‘lib’ is unspecified)
Warning in install.packages :
  package ‘NonlinearRegression’ is not available for this version of R
A version of this package for your version of R might be available elsewhere,
see the ideas at
https://cran.r-project.org/doc/manuals/r-patched/R-admin.html#Installing-packages
> # Instalacao do pacote pelo github se nao for possivel instalar pelo comando anterior.
> if(!requireNamespace("devtools", quietly = TRUE))install.packages("devtools")
> devtools::install_github("AlcineiAzevedo/NonlinearRegression")
WARNING: Rtools is required to build R packages, but is not currently installed.

```

Please download and install Rtools 4.4 from <https://cran.r-project.org/bin/windows/Rtools/>.
 Skipping install of 'NonlinearRegression' from a github remote, the SHA1 (52f7de15) has not changed since last install.

Use `force = TRUE` to force installation

```
> library(NonlinearRegression) #Ativa o pacote
> setwd_script()
[1] "D:/UFPB/Regressão Não Linear/Perfil de resfriamento do forno mufla LTT"
> DadosRESF=read.table("DadosRESF.txt",h=T)
> plot(DadosRESF$TEMPO,DadosRESF$TEMPERATURA)
> ?fit_regression #Abrindo o manual da funcao
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=980,b=-0.85,c=160) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Exponencial1
> Ajuste1=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 1,start = c(a=606,b=-
1,c=0.02),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Exponencial2
> Ajuste2=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 2,start = c(a=959,b=-0.0034),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 1 3978973.55 3978973.54872 7190.1411 0
Residuos 92 50912.15 553.39297
Total 93 4029885.70
[1] "-----"
Formula: y ~ a * exp(b * x)
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 8.058e+02 8.274e+00 97.40 <2e-16 ***
b -3.184e-03 4.849e-05 -65.67 <2e-16 ***
---
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 23.52 on 92 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 5

Achieved convergence tolerance: 2.988e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.9881027	0.9878412	864.4492881	872.0791724

x predito

[1,] 0.00000 805.84428

[2,] 48.94737 689.54608

[3,] 97.89474 590.03186

[4,] 146.84211 504.87938

[5,] 195.78947 432.01597

[6,] 244.73684 369.66809

[7,] 293.68421 316.31817

[8,] 342.63158 270.66762

[9,] 391.57895 231.60529

[10,] 440.52632 198.18037

[11,] 489.47368 169.57929

[12,] 538.42105 145.10587

[13,] 587.36842 124.16441

[14,] 636.31579 106.24520

[15,] 685.26316 90.91206

[16,] 734.21053 77.79177

[17,] 783.15789 66.56498

[18,] 832.10526 56.95843

[19,] 881.05263 48.73827

[20,] 930.00000 41.70444

> plot_regression(Ajuste2,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")

> #Ajustando o Modelo Schnute

> Ajuste3=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 3,start = c(a=-6500,b=-7.5,c=-0.9,d=-12.1),design=1)

Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :

```

Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Michierlich
> Ajuste4=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 4,start = c(a=2520,b=980,c=-
0.0005),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo Richards
> Ajuste5=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 5,start = c(a=1925,b=-0.002,c=-
0.15,d=36.5),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Gompertz
> Ajuste6=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 6,start = c(a=1945,b=-0.35,c=-
0.0018),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  number of iterations exceeded maximum of 50
> #Ajustando o Modelo logistico
> Ajuste7=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 7,start = c(a=1918,b=-0.01,c=-
0.0041),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  number of iterations exceeded maximum of 50
> #Ajustando o Modelo Meloun_I
> Ajuste8=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 8,start = c(a=2.5,b=-
960,c=0.0035),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 3997403.98 1998701.99232 5599.51552    0
Residuos  91  32481.72   356.94195
Total    93 4029885.70
[1] "-----"
Formula: y ~ a - b * exp(-c * x)
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 4.789e+01 5.529e+00  8.662 1.6e-13 ***
b -7.892e+02 7.497e+00 -105.265 < 2e-16 ***
c 3.867e-03 1.010e-04  38.275 < 2e-16 ***

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 18.89 on 91 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 6

Achieved convergence tolerance: 2.767e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.9919398	0.9916711	824.2034083	834.3765874

x predito

[1,] 0.00000 837.08271

[2,] 48.94737 700.97415

[3,] 97.89474 588.33970

[4,] 146.84211 495.13088

[5,] 195.78947 417.99743

[6,] 244.73684 354.16688

[7,] 293.68421 301.34495

[8,] 342.63158 257.63301

[9,] 391.57895 221.45990

[10,] 440.52632 191.52542

[11,] 489.47368 166.75363

[12,] 538.42105 146.25413

[13,] 587.36842 129.29011

[14,] 636.31579 115.25180

[15,] 685.26316 103.63462

[16,] 734.21053 94.02102

[17,] 783.15789 86.06544

[18,] 832.10526 79.48192

[19,] 881.05263 74.03384

[20,] 930.00000 69.52537

> plot_regression(Ajuste8,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")

> #Ajustando o Modelo Meloun_II

> Ajuste9=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 9,start = c(a=1120,b=-5,c=-0.0021),design=1)

```

Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Brody
> Ajuste10=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 10,start = c(a=1210,b=0.226,c=-
0.005),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo VonBertalanffy
> Ajuste11=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 11,start = c(a=203,b=-
0.67,c=0.005),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 4004234.21 2002117.10489 7102.61431    0
Residuos 91 25651.49 281.88453
Total 93 4029885.70
[1] "-----"
Formula: y ~ a * (1 - b * exp(-c * x))^3
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 2.659e+01 4.620e+00 5.755 1.15e-07 ***
b -2.174e+00 1.792e-01 -12.128 < 2e-16 ***
c 1.911e-03 8.872e-05 21.542 < 2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 16.79 on 91 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 11
Achieved convergence tolerance: 1.607e-06
[1] "-----"
[1] "-----"
      R2  R2ajust  AIC  BIC
0.9936413 0.9934293 802.0122497 812.1854288
      x predito
[1,] 0.00000 849.84667
[2,] 48.94737 703.23691
[3,] 97.89474 585.33547
[4,] 146.84211 490.14468

```

```

[5,] 195.78947 412.97670
[6,] 244.73684 350.15837
[7,] 293.68421 298.80410
[8,] 342.63158 256.64081
[9,] 391.57895 221.87287
[10,] 440.52632 193.07762
[11,] 489.47368 169.12445
[12,] 538.42105 149.11204
[13,] 587.36842 132.31951
[14,] 636.31579 118.16835
[15,] 685.26316 106.19277
[16,] 734.21053 96.01637
[17,] 783.15789 87.33394
[18,] 832.10526 79.89709
[19,] 881.05263 73.50291
[20,] 930.00000 67.98509
> plot_regression(Ajuste11,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Michaelis_Menten
> Ajuste12=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 12,start = c(a=812,b=-0.13),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 1 -622870.1 -622870.13367 -12.31615    1
Residuos  92 4652755.8   50573.433
Total    93 4029885.7
[1] "-----"
Formula: y ~ (a * x)/(x + b)
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 205.2046   21.5674   9.515 2.4e-15 ***
b -16.2692    0.8452  -19.249 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 224.9 on 92 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 36
Achieved convergence tolerance: 9.631e-06

```

```

[1] "-----"
[1] "-----"
      R2   R2ajust   AIC   BIC
2.805664e-02 6.695245e-03 1.288870e+03 1.296500e+03
      x predito
[1,] 0.00000 0.0000
[2,] 48.94737 307.3682
[3,] 97.89474 246.1050
[4,] 146.84211 230.7728
[5,] 195.78947 223.8015
[6,] 244.73684 219.8172
[7,] 293.68421 217.2390
[8,] 342.63158 215.4341
[9,] 391.57895 214.1000
[10,] 440.52632 213.0737
[11,] 489.47368 212.2597
[12,] 538.42105 211.5984
[13,] 587.36842 211.0504
[14,] 636.31579 210.5889
[15,] 685.26316 210.1949
[16,] 734.21053 209.8547
[17,] 783.15789 209.5579
[18,] 832.10526 209.2967
[19,] 881.05263 209.0651
[20,] 930.00000 208.8583
> plot_regression(Ajuste12,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo ExpDec2
> modelo1=y~a*exp(-x/b)+c*exp(-x/d)+e #Carregando um modelo
> chute=list(a=338.103,b=87.48732,c=644.23485,d=496.89328,e=-54.43583) #Definindo os
chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo1,start = chute,design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 4 4026159.087 1006539.77187 24038.44987 0

```

Residuos 89 3726.615 41.87207

Total 93 4029885.702

[1] "-----"

Formula: $y \sim a * \exp(-x/b) + c * \exp(-x/d) + e$

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

a 236.177 10.568 22.349 <2e-16 ***

b 45.704 3.370 13.561 <2e-16 ***

c 694.883 7.162 97.019 <2e-16 ***

d 369.091 10.900 33.860 <2e-16 ***

e -4.319 5.244 -0.824 0.412

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.471 on 89 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 18

Achieved convergence tolerance: 8.425e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

R2 R2ajust AIC BIC

0.9990753 0.9990227 624.6767395 639.9365082

x predito

[1,] 0.00000 926.74210

[2,] 48.94737 685.19377

[3,] 97.89474 556.40999

[4,] 146.84211 471.98258

[5,] 195.78947 407.75984

[6,] 244.73684 354.84393

[7,] 293.68421 309.64138

[8,] 342.63158 270.44403

[9,] 391.57895 236.24895

[10,] 440.52632 206.34679

[11,] 489.47368 180.17417

[12,] 538.42105 157.25756

[13,] 587.36842 137.18901

[14,] 636.31579 119.61359

[15,] 685.26316 104.22122

[16,] 734.21053 90.74065

[17,] 783.15789 78.93437

[18,] 832.10526 68.59442

[19,] 881.05263 59.53869

[20,] 930.00000 51.60767

> plot_regression(Ajuste14,plot=2)

> remove(list=ls())

> install.packages("NonlinearRegression")

Error in install.packages : Updating loaded packages

Restarting R session...

> install.packages("NonlinearRegression")

WARNING: Rtools is required to build R packages but is not currently installed. Please download and install the appropriate version of Rtools before proceeding:

<https://cran.rstudio.com/bin/windows/Rtools/>

Installing package into ‘C:/Users/Acer/AppData/Local/R/win-library/4.4’

(as ‘lib’ is unspecified)

Warning in install.packages :

package ‘NonlinearRegression’ is not available for this version of R

A version of this package for your version of R might be available elsewhere,

see the ideas at

<https://cran.r-project.org/doc/manuals/r-patched/R-admin.html#Installing-packages>

> remove(list=ls())

> install.packages("NonlinearRegression")

WARNING: Rtools is required to build R packages but is not currently installed. Please download and install the appropriate version of Rtools before proceeding:

<https://cran.rstudio.com/bin/windows/Rtools/>

Installing package into ‘C:/Users/Acer/AppData/Local/R/win-library/4.4’

(as ‘lib’ is unspecified)

Warning in install.packages :

package ‘NonlinearRegression’ is not available for this version of R

A version of this package for your version of R might be available elsewhere,

see the ideas at

```

https://cran.r-project.org/doc/manuals/r-patched/R-admin.html#Installing-packages
> # Instalacao do pacote pelo github se nao for possivel instalar pelo comando anterior.
> if(!requireNamespace("devtools", quietly = TRUE))install.packages("devtools")
> devtools::install_github("AlcineiAzevedo/NonlinearRegression")
WARNING: Rtools is required to build R packages, but is not currently installed.
Please download and install Rtools 4.4 from https://cran.r-project.org/bin/windows/Rtools/.
Skipping install of 'NonlinearRegression' from a github remote, the SHA1 (52f7de15) has not
changed since last install.

  Use `force = TRUE` to force installation
> library(NonlinearRegression) #Ativa o pacote
> setwd_script()
[1] "D:/UFPB/Regressão Não Linear/Perfil de resfriamento do forno mufla LTT"
> DadosRESFNorm=read.table("DadosRESFNorm.txt",h=T)
> plot(DadosRESFNorm$TEMPO,DadosRESFNorm$TEMPERATURA)
Error in plot.window(...) : need finite 'xlim' values
In addition: Warning messages:
 1: In min(x) : no non-missing arguments to min; returning Inf
 2: In max(x) : no non-missing arguments to max; returning -Inf
 3: In min(x) : no non-missing arguments to min; returning Inf
 4: In max(x) : no non-missing arguments to max; returning -Inf
> DadosRESFNorm=read.table("DadosRESFNorm.txt",h=T)
> plot(DadosRESFNorm$TEMPO,DadosRESFNorm$TEMPERATURA)
> ?fit_regression #Abrindo o manual da funcao
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=2207,b=-0.59,c=0.35) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Exponencial1
> Ajuste1=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 1,start = c(a=2550,b=0.8,c=-
0.09),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :

```

```

step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo Exponencial2
> Ajuste2=fit_regression(Data =DadosRESFNorm = 2,start = c(a=817.29,b=-
0.057),design=1)
Error: unexpected '=' in "Ajuste2=fit_regression(Data =DadosRESFNorm ="
> #Ajustando o Modelo Schnute
> Ajuste3=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 3,start = c(a=772,b=-2,c=-2,d=-
0.2),design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Michierlich
> Ajuste4=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 4,start = c(a=8000,b=1000,c=-
0.0001),design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Richards
> Ajuste5=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 5,start = c(a=2037,b=2,c=-
0.32,d=4.7),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Gompertz
> Ajuste6=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 6,start = c(a=1650,b=-0.3,c=-
0.03),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  number of iterations exceeded maximum of 50
> #Ajustando o Modelo logistico
> Ajuste7=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 7,start = c(a=12200,b=2.6,c=-
0.06),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Meloun_I
> Ajuste8=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 8,start = c(a=-10,b=-
825,c=0.053),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 793906.400 396953.20007 1710.89477 0
Residuos 5 1160.075 232.01497

```

Total 7 795066.475

[1] "-----"

Formula: $y \sim a - b * \exp(-c * x)$

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

a 4.948e+01 8.186e+00 6.045 0.00179 **

b -8.079e+02 1.382e+01 -58.471 2.77e-08 ***

c 1.280e-01 7.385e-03 17.331 1.17e-05 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 15.23 on 5 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 7

Achieved convergence tolerance: 6.189e-07

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.9985409	0.9974466	70.5174025	70.8351686

x predito

[1,] 0.000000 857.36898

[2,] 2.789474 614.82025

[3,] 5.578947 445.09118

[4,] 8.368421 326.31934

[5,] 11.157895 243.20601

[6,] 13.947368 185.04554

[7,] 16.736842 144.34640

[8,] 19.526316 115.86625

[9,] 22.315789 95.93660

[10,] 25.105263 81.99037

[11,] 27.894737 72.23117

[12,] 30.684211 65.40195

[13,] 33.473684 60.62304

[14,] 36.263158 57.27889

[15,] 39.052632 54.93874

[16,] 41.842105 53.30117

```

[17,] 44.631579 52.15524
[18,] 47.421053 51.35335
[19,] 50.210526 50.79221
[20,] 53.000000 50.39954
> plot_regression(Ajuste8,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Meloun_II
> Ajuste9=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 9,start = c(a=9260,b=-5,c=-
0.0035),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Brody
> Ajuste10=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 10,start = c(a=2400,b=0.8,c=-
0.065),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo VonBertalanffy
> Ajuste11=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 11,start = c(a=203,b=-
0.692,c=0.21),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 794297.4235 397148.71177 2582.06853    0
Residuos  5  769.0515  153.81029
Total    7 795066.4750
[1] "-----"
Formula: y ~ a * (1 - b * exp(-c * x))^3
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 38.850279  7.434526  5.226 0.003394 **
b -1.809536  0.177590 -10.189 0.000156 ***
c  0.068654  0.005306 12.938 4.92e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 12.4 on 5 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 8
Achieved convergence tolerance: 2.051e-07

```

```

[1] "-----"
[1] "-----"
      R2  R2ajust  AIC  BIC
0.9990327 0.9983073 67.2287471 67.5465133
      x predito
[1,] 0.000000 861.58476
[2,] 2.789474 602.78984
[3,] 5.578947 433.00745
[4,] 8.368421 319.61155
[5,] 11.157895 242.48017
[6,] 13.947368 189.04680
[7,] 16.736842 151.35763
[8,] 19.526316 124.30667
[9,] 22.315789 104.56730
[10,] 25.105263 89.93887
[11,] 27.894737 78.94272
[12,] 30.684211 70.56957
[13,] 33.473684 64.11962
[14,] 36.263158 59.10003
[15,] 39.052632 55.15842
[16,] 41.842105 52.03909
[17,] 44.631579 49.55388
[18,] 47.421053 47.56247
[19,] 50.210526 45.95894
[20,] 53.000000 44.66237
> plot_regression(Ajuste11,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Michaelis_Menten
> Ajuste12=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = 12,start = c(a=650,b=-
0.15),design=1)
      GL  SQ  QM  Fc pValor
Regressao 1 39770.84 39770.84107 0.31594 0.59442
Residuos 6 755295.63 125882.60565
Total 7 795066.47
[1] "-----"

```

Formula: $y \sim (a * x)/(x + b)$

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

a 98.6040 140.3070 0.703 0.50853

b -0.8723 0.1910 -4.566 0.00382 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 354.8 on 6 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 4

Achieved convergence tolerance: 6.353e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.22449226	-0.08571084	120.34648696	120.58481159

x predito

[1,] 0.000000 0.0000
 [2,] 2.789474 143.4693
 [3,] 5.578947 116.8790
 [4,] 8.368421 110.0784
 [5,] 11.157895 106.9665
 [6,] 13.947368 105.1824
 [7,] 16.736842 104.0257
 [8,] 19.526316 103.2150
 [9,] 22.315789 102.6152
 [10,] 25.105263 102.1534
 [11,] 27.894737 101.7870
 [12,] 30.684211 101.4892
 [13,] 33.473684 101.2423
 [14,] 36.263158 101.0344
 [15,] 39.052632 100.8568
 [16,] 41.842105 100.7034
 [17,] 44.631579 100.5696
 [18,] 47.421053 100.4518

```

[19,] 50.210526 100.3473
[20,] 53.000000 100.2540
> plot_regression(Ajuste12,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo ExpDec2
> modelo1=y~a*exp(-x/b)+c*exp(-x/d)+e #Carregando um modelo
> chute=list(a=747.74286,b=400.88937,c=1224195.52661,d=0.00000051109,e=-
1224081.52738) #Definindo os chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = modelo1,start = chute,design=1)
Error in nlsModel(formula, mf, start, wts, scaleOffset = scOff, nDcentral = nDcntr) :
  singular gradient matrix at initial parameter estimates
> chute=list(a=747.7428,b=400.88937,c=1224195.52661,d=0.00000051109,e=-
1224081.52738) #Definindo os chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = modelo1,start = chute,design=1)
Error in nlsModel(formula, mf, start, wts, scaleOffset = scOff, nDcentral = nDcntr) :
  singular gradient matrix at initial parameter estimates
> chute=list(a=747.74286,b=400.88937,c=1224195.52661,d=0.00000051,e=-1224081.52738)
#Definindo os chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESFNorm,model = modelo1,start = chute,design=1)
Error in nlsModel(formula, mf, start, wts, scaleOffset = scOff, nDcentral = nDcntr) :
  singular gradient matrix at initial parameter estimates
> m=list(Ajuste8,Ajuste11,Ajuste12)
> CompareModels(m)
$Table
      Models  R2 R2ajust  AIC  BIC
1  y~a - b * exp(-c * x) 0.9985 0.9974 70.5174 70.8352
2 y~a * (1 - b * exp(-c * x))^3 0.9990 0.9983 67.2287 67.5465
3  y~(a * x)/(x + b) 0.2245 -0.0857 120.3465 120.5848
$SelectedModel
      R2 R2ajust  AIC  BIC
2     2     2     2     2

```

APÊNDICE C – CÓDIGO DO RSTUDIO PARA A SIMULAÇÃO DO AJUSTE DE REGRESSÃO NÃO LINEAR PARA A CURVA DE RECOZIMENTO

```
R version 4.4.3 (2025-02-28 ucrt) -- "Trophy Case"
Copyright (C) 2025 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-w64-mingw32/x64
R is free software and comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
You are welcome to redistribute it under certain conditions.
Type 'license()' or 'licence()' for distribution details.
  Natural language support but running in an English locale
R is a collaborative project with many contributors.
Type 'contributors()' for more information and
'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
Type 'q()' to quit R.
[Workspace loaded from ~/.RData]
> ?fit_regression #Abrindo o manual da funcao
No documentation for ‘fit_regression’ in specified packages and libraries:
you could try ‘??fit_regression’
> remove(list=ls())
> install.packages("NonlinearRegression")
WARNING: Rtools is required to build R packages but is not currently installed. Please
download and install the appropriate version of Rtools before proceeding:
https://cran.rstudio.com/bin/windows/Rtools/
Installing package into ‘C:/Users/Acer/AppData/Local/R/win-library/4.4’
(as ‘lib’ is unspecified)
Warning in install.packages :
  package ‘NonlinearRegression’ is not available for this version of R
A version of this package for your version of R might be available elsewhere,
see the ideas at
https://cran.r-project.org/doc/manuals/r-patched/R-admin.html#Installing-packages
> # Instalacao do pacote pelo github se nao for possivel instalar pelo comando anterior.
> if(!requireNamespace("devtools", quietly = TRUE))install.packages("devtools")
```

```

> devtools::install_github("AlcineiAzevedo/NonlinearRegression")
WARNING: Rtools is required to build R packages, but is not currently installed.
Please download and install Rtools 4.4 from https://cran.r-project.org/bin/windows/Rtools/.
Skipping install of 'NonlinearRegression' from a github remote, the SHA1 (52f7de15) has not
changed since last install.
  Use `force = TRUE` to force installation
> library(NonlinearRegression) #Ativa o pacote
> setwd_script()
[1] "D:/UFPB/Regressão Não Linear/Perfil de resfriamento do forno mufla LTT"
> DadosRESF=read.table("DadosRESF.txt",h=T)
> ?fit_regression #Abrindo o manual da funcao
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=960,b=-1,c=135) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=960,b=-0.85,c=175) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=980,b=-0.85,c=160) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Exponencial1

```

```

> Ajuste1=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 1,start = c(a=606,b=-
1,c=0.02),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo ExpDec2
> modelo1=y~a*exp(-x/b)+c*exp(-x/d)+e #Carregando um modelo
> chute=list(a=338,103,b=87.48732,c=644.23485,d=496.89328,e=-54.43583) #Definindo os
chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo1,start = chute,design=1)
Error in env[[i]] <- temp : attempt to use zero-length variable name
> chute=list(a=338.103,b=87.48732,c=644.23485,d=496.89328,e=-54.43583) #Definindo os
chute inicial
> Ajuste14=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo1,start = chute,design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 4 4026159.087 1006539.77187 24038.44987 0
Residuos 89 3726.615 41.87207
Total 93 4029885.702
[1] "-----"
Formula: y ~ a * exp(-x/b) + c * exp(-x/d) + e
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 236.177 10.568 22.349 <2e-16 ***
b 45.704 3.370 13.561 <2e-16 ***
c 694.883 7.162 97.019 <2e-16 ***
d 369.091 10.900 33.860 <2e-16 ***
e -4.319 5.244 -0.824 0.412
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 6.471 on 89 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 18
Achieved convergence tolerance: 8.425e-06
[1] "-----"
[1] "-----"
      R2 R2ajust AIC BIC
0.9990753 0.9990227 624.6767395 639.9365082

```

```

      x predito
[1,] 0.00000 926.74210
[2,] 48.94737 685.19377
[3,] 97.89474 556.40999
[4,] 146.84211 471.98258
[5,] 195.78947 407.75984
[6,] 244.73684 354.84393
[7,] 293.68421 309.64138
[8,] 342.63158 270.44403
[9,] 391.57895 236.24895
[10,] 440.52632 206.34679
[11,] 489.47368 180.17417
[12,] 538.42105 157.25756
[13,] 587.36842 137.18901
[14,] 636.31579 119.61359
[15,] 685.26316 104.22122
[16,] 734.21053 90.74065
[17,] 783.15789 78.93437
[18,] 832.10526 68.59442
[19,] 881.05263 59.53869
[20,] 930.00000 51.60767
> plot_regression(Ajuste14,plot=2)
> plot_regression(Ajuste14,plot=3,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Michaelis_Menten
> Ajuste12=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 12,start = c(a=812,b=-0.13),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 1 -622870.1 -622870.13367 -12.31615    1
Residuos 92 4652755.8  50573.433
Total 93 4029885.7
[1] "-----"
Formula: y ~ (a * x)/(x + b)

Parameters:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

```

```
a 205.2046  21.5674  9.515  2.4e-15 ***
b -16.2692   0.8452 -19.249 < 2e-16 ***
```

```
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 224.9 on 92 degrees of freedom
```

```
Number of iterations to convergence: 36
```

```
Achieved convergence tolerance: 9.631e-06
```

```
[1] "-----"
```

```
[1] "-----"
```

```
      R2   R2ajust   AIC   BIC
2.805664e-02 6.695245e-03 1.288870e+03 1.296500e+03
```

```
      x predito
```

```
[1,] 0.00000 0.0000
[2,] 48.94737 307.3682
[3,] 97.89474 246.1050
[4,] 146.84211 230.7728
[5,] 195.78947 223.8015
[6,] 244.73684 219.8172
[7,] 293.68421 217.2390
[8,] 342.63158 215.4341
[9,] 391.57895 214.1000
[10,] 440.52632 213.0737
[11,] 489.47368 212.2597
[12,] 538.42105 211.5984
[13,] 587.36842 211.0504
[14,] 636.31579 210.5889
[15,] 685.26316 210.1949
[16,] 734.21053 209.8547
[17,] 783.15789 209.5579
[18,] 832.10526 209.2967
[19,] 881.05263 209.0651
[20,] 930.00000 208.8583
```

```
> #Ajustando o Modelo Michaelis_Menten
```

```
> Ajuste12=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 12,start = c(a=812,b=-0.13),design=1)
```

```

      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 1 -622870.1 -622870.13367 -12.31615    1
Residuos 92 4652755.8  50573.433
Total    93 4029885.7
[1] "-----"
Formula: y ~ (a * x)/(x + b)
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 205.2046  21.5674  9.515 2.4e-15 ***
b -16.2692   0.8452 -19.249 < 2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 224.9 on 92 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 36
Achieved convergence tolerance: 9.631e-06
[1] "-----"
[1] "-----"
      R2      R2ajust      AIC      BIC
2.805664e-02 6.695245e-03 1.288870e+03 1.296500e+03
      x predito
[1,] 0.00000 0.0000
[2,] 48.94737 307.3682
[3,] 97.89474 246.1050
[4,] 146.84211 230.7728
[5,] 195.78947 223.8015
[6,] 244.73684 219.8172
[7,] 293.68421 217.2390
[8,] 342.63158 215.4341
[9,] 391.57895 214.1000
[10,] 440.52632 213.0737
[11,] 489.47368 212.2597
[12,] 538.42105 211.5984
[13,] 587.36842 211.0504
[14,] 636.31579 210.5889

```

```

[15,] 685.26316 210.1949
[16,] 734.21053 209.8547
[17,] 783.15789 209.5579
[18,] 832.10526 209.2967
[19,] 881.05263 209.0651
[20,] 930.00000 208.8583
> plot_regression(Ajuste12,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo VonBertalanffy
> Ajuste11=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 11,start = c(a=203,b=-
0.67,c=0.005),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 4004234.21 2002117.10489 7102.61431 0
Residuos 91 25651.49 281.88453
Total 93 4029885.70
[1] "-----"
Formula: y ~ a * (1 - b * exp(-c * x))^3
Parameters:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a 2.659e+01 4.620e+00 5.755 1.15e-07 ***
b -2.174e+00 1.792e-01 -12.128 < 2e-16 ***
c 1.911e-03 8.872e-05 21.542 < 2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 16.79 on 91 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 11
Achieved convergence tolerance: 1.607e-06
[1] "-----"
[1] "-----"
      R2 R2ajust AIC BIC
0.9936413 0.9934293 802.0122497 812.1854288
      x predito
[1,] 0.00000 849.84667
[2,] 48.94737 703.23691
[3,] 97.89474 585.33547

```

```

[4,] 146.84211 490.14468
[5,] 195.78947 412.97670
[6,] 244.73684 350.15837
[7,] 293.68421 298.80410
[8,] 342.63158 256.64081
[9,] 391.57895 221.87287
[10,] 440.52632 193.07762
[11,] 489.47368 169.12445
[12,] 538.42105 149.11204
[13,] 587.36842 132.31951
[14,] 636.31579 118.16835
[15,] 685.26316 106.19277
[16,] 734.21053 96.01637
[17,] 783.15789 87.33394
[18,] 832.10526 79.89709
[19,] 881.05263 73.50291
[20,] 930.00000 67.98509
> plot_regression(Ajuste11,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Brody
> Ajuste10=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 10,start = c(a=1210,b=0.226,c=-
0.005),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo Meloun_II
> Ajuste9=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 9,start = c(a=1120,b=-5,c=-
0.0021),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Meloun_I
> Ajuste8=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 8,start = c(a=2.5,b=-
960,c=0.0035),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 2 3997403.98 1998701.99232 5599.51552 0
Residuos 91 32481.72 356.94195
Total 93 4029885.70

```

[1] "-----"

Formula: $y \sim a - b * \exp(-c * x)$

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

a 4.789e+01 5.529e+00 8.662 1.6e-13 ***

b -7.892e+02 7.497e+00 -105.265 < 2e-16 ***

c 3.867e-03 1.010e-04 38.275 < 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 18.89 on 91 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 6

Achieved convergence tolerance: 2.767e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.9919398	0.9916711	824.2034083	834.3765874

x predito

[1,] 0.00000 837.08271

[2,] 48.94737 700.97415

[3,] 97.89474 588.33970

[4,] 146.84211 495.13088

[5,] 195.78947 417.99743

[6,] 244.73684 354.16688

[7,] 293.68421 301.34495

[8,] 342.63158 257.63301

[9,] 391.57895 221.45990

[10,] 440.52632 191.52542

[11,] 489.47368 166.75363

[12,] 538.42105 146.25413

[13,] 587.36842 129.29011

[14,] 636.31579 115.25180

[15,] 685.26316 103.63462

[16,] 734.21053 94.02102

[17,] 783.15789 86.06544

```

[18,] 832.10526 79.48192
[19,] 881.05263 74.03384
[20,] 930.00000 69.52537
> plot_regression(Ajuste8,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo logistico
> Ajuste7=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 7,start = c(a=1918,b=-0.01,c=-
0.0041),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  number of iterations exceeded maximum of 50
> #Ajustando o Modelo Gompertz
> Ajuste6=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 6,start = c(a=1945,b=-0.35,c=-
0.0018),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  number of iterations exceeded maximum of 50
> #Ajustando o Modelo Richards
> Ajuste5=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 5,start = c(a=1925,b=-0.002,c=-
0.15,d=36.5),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> #Ajustando o Modelo Michierlich
> Ajuste4=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 4,start = c(a=2520,b=980,c=-
0.0005),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) :
  step factor 0.000488281 reduced below 'minFactor' of 0.000976562
> #Ajustando o Modelo Schnute
> Ajuste3=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 3,start = c(a=-6500,b=-7.5,c=-0.9,d=-
12.1),design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> #Ajustando o Modelo Exponencial2
> Ajuste2=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 2,start = c(a=959,b=-0.0034),design=1)
      GL      SQ      QM      Fc pValor
Regressao 1 3978973.55 3978973.54872 7190.1411 0
Residuos 92 50912.15 553.39297
Total 93 4029885.70

```

[1] "-----"

Formula: $y \sim a * \exp(b * x)$

Parameters:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

a 8.058e+02 8.274e+00 97.40 <2e-16 ***

b -3.184e-03 4.849e-05 -65.67 <2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 23.52 on 92 degrees of freedom

Number of iterations to convergence: 5

Achieved convergence tolerance: 2.988e-06

[1] "-----"

[1] "-----"

	R2	R2ajust	AIC	BIC
	0.9881027	0.9878412	864.4492881	872.0791724
x predito				

[1,] 0.00000 805.84428

[2,] 48.94737 689.54608

[3,] 97.89474 590.03186

[4,] 146.84211 504.87938

[5,] 195.78947 432.01597

[6,] 244.73684 369.66809

[7,] 293.68421 316.31817

[8,] 342.63158 270.66762

[9,] 391.57895 231.60529

[10,] 440.52632 198.18037

[11,] 489.47368 169.57929

[12,] 538.42105 145.10587

[13,] 587.36842 124.16441

[14,] 636.31579 106.24520

[15,] 685.26316 90.91206

[16,] 734.21053 77.79177

[17,] 783.15789 66.56498

[18,] 832.10526 56.95843

```

[19,] 881.05263 48.73827
[20,] 930.00000 41.70444
> plot_regression(Ajuste2,plot=7,xlabel = "Tempo",ylabel = "Temperatura (°C)")
> #Ajustando o Modelo Exponencial1
> Ajuste1=fit_regression(Data =DadosRESF,model = 1,start = c(a=606,b=-
1,c=0.02),design=1)
Error in nls(modelo, data = DDD, start = chute) : singular gradient
> m=list(Ajuste2,Ajuste8,Ajuste11,Ajuste12,Ajuste13,Ajuste14)
Error: object 'Ajuste13' not found
> #dados sem repeticao
> modelo=y~a*x^b/(c^b+x^b) #Carregando um modelo
> chute=list(a=980,b=-0.85,c=160) #Definindo os chute inicial
> #Ajustando o modelo
> Ajuste13=fit_regression(Data =DadosRESF,model = modelo,start = chute,design=1)
Error in numericDeriv(form[[3L]], names(ind), env, central = nDcentral) :
  Missing value or an infinity produced when evaluating the model
> m=list(Ajuste2,Ajuste8,Ajuste11,Ajuste12,Ajuste14)
> CompareModels(m)
$Table
      Models  R2 R2ajust  AIC  BIC
1      y~a * exp(b * x) 0.9881 0.9878 864.4493 872.0792
2      y~a - b * exp(-c * x) 0.9919 0.9917 824.2034 834.3766
3      y~a * (1 - b * exp(-c * x))^3 0.9936 0.9934 802.0122 812.1854
4      y~(a * x)/(x + b) 0.0281 0.0067 1288.8699 1296.4998
5 y~a * exp(-x/b) + c * exp(-x/d) + e 0.9991 0.9990 624.6767 639.9365
$SelectedModel
      R2 R2ajust  AIC  BIC
5      5      5      5      5

```