UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

O USO DE FLUXOGRAMAS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA DEMONSTRAÇÕES DE TEOREMAS DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

JOEL CASSIANO DE ARAÚJO

João Pessoa – Paraíba

Abril de 2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

O USO DE FLUXOGRAMAS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA DEMONSTRAÇÕES DE TEOREMAS DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Martins Varella

João Pessoa – Paraíba

Abril de 2025

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A651u Araujo, Joel Cassiano de.
O uso de fluxogramas como recurso didático para demonstrações de teoremas de geometria no ensino fundamental / Joel Cassiano de Araujo. - João Pessoa, 2025.
57 p.

Orientação: Vinicius Martins Varella.
TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCEN.

1. Fluxograma como recurso didático. 2. Matemática. 3. Geometria. 4. Demonstrações matemáticas. I. Varella, Vinicius Martins. II. Título.

UFPB/CCEN CDU 51(043.2)

Elaborado por Josélia Maria Oliveira da Silva - CRB-15/113

JOEL CASSIANO DE ARAUJO

O USO DE FLUXOGRAMAS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA DEMONSTRAÇÕES DE TEOREMAS DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do titulo de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Martins Varella

Aprovado(a) em: 23 / 04 / 2025.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Vinicius Martins Varella
(Orientador)

Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio Rêgo
(Avaliadora)

Prof. Dr. Flank David Morais Bezerra
(Avaliador)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sua maravilhosa graça que é derramada sobre minha vida, pela força que ele me deu até aqui. Por ter sido minha razão de viver, que nos momentos de aflição derramou misericórdia sobre minha vida. Pela salvação ao qual nunca poderei corresponder.

Agradeço aos meus familiares: Maria Cassiano, Valdir, Monica, Ricardo, Andressa, Lucas, Daniel, Adriano e Marcelo por todo apoio, em especial minha avó Maria das Graças e meu avô Sebastião por tudo que fizeram por mim, sua paciência e amor, sem eles eu não teria chegado até aqui. Sua presença nos dias de aflições como um porto seguro me fez chegar mais longe.

A minha noiva Raissa, que me cativou com sua paciência e sabedoria. Motivou-me e ajudou em todos os momentos e apoiou em cada decisão. Saiba que eu lhe amo, você é um exemplo para mim.

Agradeço ao meu pastor e amigo Téogenes Augusto, que me aconselhou nos momentos bons e felizes, me ensinando com amor e discernimento. Que veio a João Pessoa com uma missão e através disso tem sido abençoador. Obrigado por tudo, o senhor é uma inspiração para mim.

A todos meus amigos e irmãos da Igreja Batista do Jardim Esther, que me fortaleceram em toda minha caminhada acadêmica, cristã e pessoal.

Ao meu orientador e amigo Vinicius Varella, que com seu carisma e paciência me fez amar o ensino de matemática, me motivou a continuar no curso de matemática no momento mais cansativo da minha vida. Professor você é exemplo de superação, és minha inspiração em sala de aula. Obrigado por ter aceitado ser meu orientador e todo apoio nesse processo, o qual foi essencial.

À professora Rogéria Gaudêncio que por sua dedicação ao ensino de matemática tem sido inspiração para muitos estudantes e docentes. Sua maneira de ensinar e compreender a matemática são envolventes. Obrigado por todas as conversas, pelo apoio e direcionamento. Por ter aceitado participar desta banca.

Ao professor Flank Bezerra, que com sua dedicação me fez amar ainda mais a matemática. Obrigado pelo seu empenho enquanto professor e por ter aceitado participar desta banca.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram para minha formação, Deus abençoe cada um.

RESUMO

É notório que são encontradas dificuldades no ensino-aprendizagem da Matemática. No campo da Geometria, em especial, podemos percebê-las devido ao contexto histórico do ensino, influenciado por diversos movimentos, como o Movimento da Matemática Moderna, que provocou, como consequência das mudanças sugeridas para o ensino de conteúdos geométricos, seu quase total abandono em sala de aula. Diante dessas dificuldades, esta pesquisa trata de refletir sobre a utilização de demonstrações utilizando fluxogramas como uma abordagem metodológica para o ensino de Matemática. Para tanto, foram traçados como objetivos específicos: apontar como um livro didático do 8° ano de uma determinada coleção apresenta o uso de fluxogramas e propor modelos de demonstração de teoremas de geometria usando fluxogramas. Esse trabalho tratou de uma pesquisa bibliográfica em termos de procedimento (Pradanov e Freitas, 2013), com levantamento de teóricos que ajudassem a compreender a ideia de fluxograma, tais como Hernández e Fuentes (2014), Viveros e Cortéz (2021), BNCC (2018), entre outros. Com relação à natureza da pesquisa, trata-se de uma pesquisa aplicada (Pradanov e Freitas, 2013), pois optamos por apresentar algumas estratégias e modelos de aplicação de fluxogramas no ensino. Além disso, analisamos o livro Teláris (Dante, 2018), devido à sua ampla utilização nas escolas de ensino fundamental do estado da Paraíba, local onde a pesquisa foi conduzida. Adiantamos como principais resultados que, mesmo constatando o potencial do uso de fluxogramas no ensino, essa não é uma realidade nas escolas. No livro didático analisado, encontramos apenas uma atividade fazendo uso dos fluxogramas, e não era em Geometria. Também apresentamos como resultados propostas de trabalho com fluxogramas que podem auxiliar tanto na formação inicial dos docentes de Matemática quanto dos docentes que já exercem sua prática na Educação Básica.

Palavras-chave: Fluxograma como recurso didático, Matemática, Geometria, Demonstrações.

ABSTRACT

It is well known that difficulties are encountered in the teaching and learning of Mathematics. In the field of Geometry, in particular, these difficulties can be observed due to the historical context of its teaching, influenced by several movements, such as the Modern Mathematics Movement, which led, as a consequence of the changes suggested for the teaching of geometric content, to its near total abandonment in the classroom. In light of these difficulties, this research aims to reflect on the use of demonstrations through flowcharts as a methodological approach to teaching Mathematics. For this purpose, the specific objectives outlined were: to identify how an 8th-grade textbook from a particular collection presents the use of flowcharts and to propose models for demonstrating geometry theorems using flowcharts. This work is characterized as a bibliographic study in terms of procedure (Pradanov and Freitas, 2013), with a review of theorists who contributed to the understanding of the concept of flowcharts, such as Hernández and Fuentes (2014), Viveros and Cortéz (2021), BNCC (2018), among others. Regarding the nature of the research, it is considered an applied study (Pradanov and Freitas, 2013), as we chose to present strategies and models for applying flowcharts in teaching. Additionally, we analyzed the *Teláris* textbook (Dante, 2018), due to its wide use in elementary schools in the state of Paraíba, where the research was conducted. We anticipate as main findings that, although the potential use of flowcharts in teaching is acknowledged, this is not yet a reality in schools. In the analyzed textbook, we found only one activity using flowcharts, and it was not in Geometry. We also present as outcomes proposals for working with flowcharts that can support both the initial training of Mathematics teachers and those already practicing in Basic Education.

Keywords: Flowchart as a teaching resource, Mathematics, Geometry, Proofs.

FIGURAS:

LISTA DE QUADROS:

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo, apresentaremos inicialmente as motivações para escolha do tema tratado neste trabalho, o qual está intimamente ligado ao contexto de ensino atual. Em seguida indicaremos os objetivos específicos e gerais, assim como o problema da pesquisa e, por fim, traremos a estrutura do texto.

1.1 BREVE JUSTIFICATIVA DO TEMA ESCOLHIDO

A Matemática é uma ciência que busca explicar e estudar fenômenos de diversas naturezas, com o intuito de estabelecer padrões para melhor compreensão do universo. Desde a antiguidade esta ciência trouxe progresso para o campo social, por exemplo, a geometria aplicada à arquitetura e urbanismo.

No início da história da humanidade era comum que nossos ancestrais vivessem em moradias com estruturas rudimentares, mas com o avanço da tecnologia e da geometria foi possível trazer diversos avanços ao campo da construção civil ao qual hoje podemos pensar e construir estruturas complexas, a exemplo de cúpulas geodésicas. Com isso os avanços da sociedade estão em relação direta com o desenvolvimento da matemática e vice-versa.

A importância do ensino de Matemática vai muito além da aplicação de fórmulas e cálculos. Seu estudo está relacionado à descoberta de novas ideias, à formulação de conjecturas e à oferta de ferramentas para a resolução de problemas. Além disso, a Matemática contribui significativamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de argumentação e do pensamento crítico.

Todavia, o ensino de Matemática em escolas de nível básico nos últimos anos tem se tornado meramente ‘’calculista’’, onde os discentes aprendem tão somente a aplicar fórmulas sem pensar na raiz de todas as afirmações ali propostas, fazendo com que o discurso da Matemática como ciência se perca. Segundo Chagas (2004), os estudos comprovam que o processo de aprendizagem não se dá pela repetição exaustiva de exercícios e pela mera transmissão dos conteúdos pelo professor, mas sim pela interação do aluno com o conhecimento. Sendo assim, se faz necessário que o estudante entenda as afirmações matemáticas propostas ao solucionar problemas em sala de aula.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) propõe que o estudante de matemática ao fim do ensino básico seja capaz de criar conjecturas e encontrar soluções adequadas para problemas até o fim do Ensino Fundamental, o que como dito não é possível se o sistema proposto que fizer com que o aluno aplique somente fórmulas, sem questionar como estas surgiram e para que servem.

O estudo da Matemática e seus axiomas e teoremas, formam um estudante conhecedor destas ferramentas e que pode utilizá-las, entretanto, é notável que existem dificuldades para compreensão desses conceitos. Compreender que fórmulas, axiomas, definições e teoremas são recursos para soluções de problemas é indispensável para o estudo da Matemática. Entretanto, se faz necessário o uso de recursos didáticos que facilitem seu ensino, uma vez que a Matemática pode ser vista como "assustadora" pelos alunos, sendo assim, neste trabalho trataremos da utilização de fluxogramas como um recurso didático para o ensino de conteúdos dessa disciplina.

O fluxograma é uma representação visual que possui uma sequência lógica de processos ou etapas. Atualmente este recurso tem sido utilizado em diversas áreas da sociedade, como em empresas, para destinar serviços a funcionários, e na computação, para mostrar uma sequência lógica de procedimentos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) propõe que durante a educação básica o aluno deve ser levado a enfrentar situações problemas em múltiplos contextos expressando suas respostas sintetizando em diferentes tipos de linguagem, entre eles os fluxogramas.

O entendimento da importância da utilização de fluxogramas como um recurso didático tornou-se evidente na disciplina de Matemática para o Ensino Básico II, disciplina ministrada durante o período de 2024.1 pela professora Dra. Rogéria Gaudêncio Rego, a qual trouxe a construção da Geometria Euclidiana e as implicações desta no ensino básico.

Demonstrações matemáticas feitas em sala em uma metodologia utilizando fluxogramas e chamou minha atenção a maneira como os processos e argumentações organizadas em fluxogramas facilitam e estão de mãos dadas com o pensamento matemático. Essas estruturações de processos são um recurso muito promissor no que tange ao estudo das demonstrações, uma temática complexa até no campo da educação superior. A escassez de materiais que falam sobre a utilização de fluxogramas em português me interessou bastante. Foi possível encontrar somente um trabalho que possui uma proposta análoga a este, escrito por Eudes Vieira Junior em seu Trabalho de

Conclusão de Curso[1], onde ele analisou toda coleção do livro Teláris, mas não houve uma correção e indicação de fluxogramas em seu trabalho, por isso iremos propor e corrigir diagramas de fluxo no livro proposto.

Portanto, este trabalho tem como motivação refletir sobre o ensino de Matemática, destacar as demonstrações matemáticas mediadas por fluxogramas como uma estratégia de ensino; e apontar os fluxogramas como um recurso didático para o ensino de Matemática.

1.2 OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO

O problema que iremos buscar responder será: é possível organizar demonstrações de teoremas da geometria voltadas para o 8º ano do ensino fundamental utilizando fluxogramas?

Para isso, este trabalho tem como objetivo geral refletir sobre demonstrações matemáticas utilizando fluxogramas como uma abordagem metodológica para o ensino de Matemática. Trazemos como objetivos específicos:

- Levantar como o livro didático do 8º Ano Teláris do Luiz Roberto Dante apresenta teoremas de geometria;
- Propor modelos de demonstração de teoremas de geometria usando o fluxograma, a partir de conteúdos verificados no livro didático Teláris, de Luiz Roberto Dante (2020).

A metodologia abordada no desenvolvimento deste trabalho será qualitativa com abordagem bibliográfica possuindo uma natureza de Pesquisa Aplicada. No trabalho abordaremos como o uso das demonstrações podem trazer avanços para o ensino de matemática, e como o uso de fluxogramas pode ser utilizado como recurso para o ensino de demonstrações.

Utilizaremos trabalhos e livros já publicados como referência para este, tomando como já dito uma abordagem bibliográfica. Todo o estudo será destinado para a área de geometria especificamente no 8º ano do ensino fundamental, onde analisaremos a

[1]Trabalho de Conclusão de Curso de Eudes Vieira Junior
https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/21676?locale=pt_BR

coleção Teláris de Luiz Roberto Dante (2020), a qual é utilizada atualmente no ensino básico público de João Pessoa.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho foi organizado em cinco capítulos. No primeiro capitulo iremos debater uma breve justificativa para a escolha do tema; a questão norteadora; e os objetivos.

No segundo capitulo iremos explicar sobre a estrutura dos fluxogramas, em seguida mostrando como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aborda a utilização de fluxogramas e explicar sobre as vantagens e desvantagens de seu uso, mostrando este como um recurso visual para o ensino de Matemática. No terceiro capitulo destacamos para explicar a metodologia utilizada neste trabalho.

No quarto capitulo analisaremos o livro do Teláris do 8° ano para a área de geometria e como este livro aborda o uso de fluxogramas, propondo também utilizações dele para a área da geometria. Por fim trazemos as considerações finais dessa pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

Neste capítulo abordaremos inicialmente a importância do uso de imagens no ensino da Matemática. Em seguida, discutiremos a utilização de fluxogramas como recurso didático e analisaremos as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre esse tema.

2.1 A IMAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os nossos antepassados do período pré-histórico viviam de maneira muito diferente da que conhecemos hoje. Eles eram nômades e dependiam da caça, da pesca e da coleta de frutos para sobreviver. Suas habilidades eram desenvolvidas com o objetivo de atender às necessidades mais básicas, como obter alimentos e proteger-se dos perigos do ambiente. Um marco significativo do período pré-histórico, especialmente durante o Paleolítico, foi o desenvolvimento da pintura rupestre. Essas pinturas representam um dos mais importantes registros deixados por nossos antepassados. Por meio delas, podemos compreender aspectos de sua vida cotidiana, suas crenças e sua relação com o meio ambiente, além de estudar e preservar a história da humanidade (Domingues, 2011).

As pinturas rupestres eram representações visuais artísticas pré-históricas, realizadas em paredes, tetos, pedras entre outras superfícies. Estas pinturas usualmente eram utilizadas para descrever cenas do cotidiano daquele povo, como caça, pesca, expressões de linguagem visual e atividades de caráter místico (Domingues,2011).

No período conhecido como idade da Pedra Polida, a sociedade começava a tomar forma. Surgiram novos processos de caça, moradias com estruturas pouco mais complexas e processos de representação como a pintura abandonavam um pouco o lado místico e agora passava a refletir um padrão de vida das pessoas (Domingues, 2011).

É notória a utilização da geometria nos processos de pinturas, por mais simples que fossem, havia ali, congruência de figuras, processos de rotação, translação, retas, figuras geométricas, ampliação de pinturas de animais para representar tamanhos, localização geométrica para representar movimento, havia uma matemática por trás daquele processo de representação do cotidiano por meio de pinturas, por mais simples que fosse já existia um senso matemático, geométrico ou de contagem, segundo Domingues (2011, p. 26):

> É razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena, pois há estudos que mostram que alguns animais são dotados desse senso.

Nossos antepassados tinham um estilo de vida completamente diferente do atual, eram nômades, constantemente se deslocavam buscando um local com clima e mantimentos ideais para sobrevivência. Devido a isto não houve tantos avanços para a ciência, mas isso não se deu pela falta de conhecimento daquele povo, o avanço da matemática se tornava meramente social, o surgimento de ferramentas, armas, era dado por um processo lento, pois aquele povo nômade encontrava dificuldade em se locomover a cada estação. (Domingues, 2011).

Assim, destacamos a importância da imagem no processo de comunicação humana. Antes as imagens tinham um significado místico, mas com a evolução da humanidade foram atribuídos novos valores, agora para a imagem são atribuídas atividades organizacionais.

Nos tempos atuais, no campo da educação matemática, a utilização de imagens tem se tornado uma grande ferramenta. O uso de imagens e recursos didáticos permite que o discente utilize partes do cérebro que não seriam possíveis utilizar quando se estuda somente a matemática abstrata, segundo Rezende (1999, p.22):

> Essa questão pode ser subsidiada pelos estudos feitos em Neurologia, nas últimas décadas, sobre as funções do cérebro. De acordo com essas pesquisas sabe-se que as funções ligadas a linguagem, que podem ser chamadas de analíticas, estão localizadas, em todas as pessoas do lado esquerdo do cérebro e que o hemisfério direito é responsável pelas funções ligadas a habilidades espaciais ou visuais, discriminação pelo tato e alguns aspectos não verbais da audição na música.

Trazendo assim, aspectos positivos acerca da utilização de imagens como recurso didático no ensino.

A utilização de imagens também está diretamente ligada ao cotidiano do estudante, observamos isso, por exemplo, quando a BNCC (2018) propõe que os alunos ao fim do ensino fundamental estejam preparados para encontrar soluções para situações problemas. Pensando em nossa atualidade, o aluno necessita aprender a trabalhar com imagens, uma vez que está inserido em uma sociedade com um grande avanço tecnológico que, segundo Flores (2019, p.239), exige:

> (...) condições de pensar em novos exercícios de visualização em educação matemática, compreendendo e valorizando o visual em conexão com a matemática em domínios diversos, tais como as artes plásticas, a arquitetura, o computador, etc.

Assim, se faz necessário a utilização de recursos visuais que facilitem a aprendizagem e possam contribuir na formação do aluno quanto pesquisador e cidadão, pois o uso de imagens tem se tornado indispensável dentro de nossa sociedade, em áreas como a Medicina, Engenharia, Arquitetura e Educação.

Tomando como base a definição de Hernandez e Fuentes (2014, p.119-120) sobre fluxogramas: ‘’[...] um fluxograma é uma representação gráfica de diferentes procedimentos lógicos que visa fornecer uma simplificação e compreensão destes’’, dado o entendimento que os diagramas de fluxo são formas de representação visual que visam facilitar processos, iremos abordá-los como um recurso didático visual para o ensino de Matemática, Viveros e Cortéz (2021, p.47) afirmam sobre as vantagens da utilização de fluxogramas:

> Embora, atualmente, vários tipos de apoio didático sejam utilizados em sala de aula, e muitos deles sejam elementos gráficos, existem alguns que, por combinarem diversos elementos gráficos, como diagramas, mapas mentais e mapas conceituais, tornam mais viável o alcance dos objetivos de aprendizagem. A representação gráfica didática é aplicada para tornar mais compreensíveis as situações mais comuns da vida, os fenômenos, os dados, as estruturas e as magnitudes, permitindo visualizar aspectos que não são tão evidentes ou acessíveis quando apresentados apenas em formato textual ou por meio de sequências matemáticas. Por essa razão, estuda-se a aplicação de diagramas de fluxo em uma unidade didática, com o objetivo de facilitar o aprendizado da matemática.

Hernandez e Fuentes (2014, p.120) , argumentam também, que “[O]s diagramas de fluxo existem há muitos anos, e seu uso está diretamente relacionado ao desenvolvimento da tecnologia, servindo como uma ferramenta essencial para o aumento da produtividade em qualquer setor”. Nesse contexto, destacamos como os fluxogramas podem ser utilizados em diversas áreas, em especial na educação como um recurso didático visual que e favorece a compreensão de processos.

A BNCC (Brasil, 2018) trás o uso de fluxogramas como um recurso importante para o estudo da Matemática. Assim apresentaremos o fluxograma como um recurso visual para compreender afirmações de demonstrações matemáticas como seu passo-a-passo, mostrando cada elemento deste processo.

2.2 CARACTERÍSTICAS CENTRAIS DO FLUXOGRAMA

Com o passar dos anos a sociedade tem se moldado e sofrido diversas alterações. O economista suíço Klaus Schwab afirma que estamos passando pela quarta revolução industrial, chamada a era da globalização e acesso a internet (Miranda,2016). Com isto, o acesso à informação tem se tornado rápido e dinâmico devido ao uso de redes sociais. Isto nos faz refletir acerca do ensino proposto atualmente.

Estas mudanças afetam diretamente o papel do docente em sala de aula, uma vez que está ligado em atender as demandas propostas. Faz-se necessário que o professor consiga atender alguns requisitos como domínio da tecnologia, usar recursos didáticos que favoreçam o ensino e entender o discente como ator de sua própria aprendizagem. Sendo assim, é necessária a utilização de metodologias que favoreçam o ensino.

Frank Gilbert (1868-1924) foi um engenheiro estadunidense que utilizou a estrutura de organização de um fluxograma pela primeira vez em sua empresa. O fluxograma é uma representação visual que possui uma sequência lógica de informações que buscam estabelecer um resultado ao fim do processo, segundo Hernandez e Fuentes (2014, p.119): ‘’Um diagrama de fluxo é uma representação gráfica de diferentes procedimentos lógicos, com o objetivo de proporcionar uma simplificação e compreensão desses processo’’.

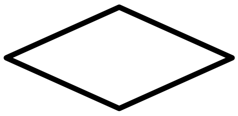
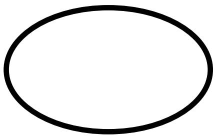
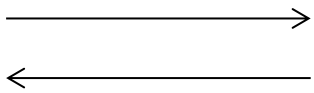
Gilbert utilizou fluxogramas pela primeira vez em 1921, durante uma apresentação à Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos (ASME). Ele introduziu o uso dos fluxogramas como um recurso para documentar e analisar processos, especialmente no contexto da gestão e otimização do trabalho em empresas.

Em 1930 o engenheiro industrial Allan H. Morgensen utilizou-se de fluxogramas para dar palestras sobre eficiência de negócios. No final da década de 1940 Herman Goldstine e John Van Neumann usaram fluxogramas para desenvolver programas de computador, setor no qual são bastante difundidos atualmente. Desde seu surgimento, os fluxogramas têm ganhado reconhecimento e utilização em diversos campos, em especial na computação e engenharia. Dada tamanha importância, surgiram diversos tipos de fluxogramas com utilizações em diferentes áreas, dos quais destacaremos os principais, segundo as normas da Organização Internacional de Padronização (ISO):

- **Fluxograma de Processos (Process Flowchart)**: Representa as etapas de um processo em sequência, mostrando as atividades, decisões e o fluxo de trabalho. É amplamente utilizado para entender, documentar e melhorar processos.
- **Fluxograma de Dados (Data Flowchart)**: Representa o caminho dos dados em um sistema ou solução de problema, mostrando como eles são coletados, processados e armazenados.
- **Fluxograma de Programas (Program Flowchart)**: Representa a sequência lógica das operações dentro de um programa de computador, detalhando os passos da execução de comandos e decisões.
- **Fluxograma de Sistemas (System Flowchart)**: Representa o fluxo de dados e o controle das operações em um sistema completo, oferecendo uma visão geral de como os processos e dados interagem entre si.
- **Fluxograma Funcional ou Matricial (Swimlane Flowchart)**: Divide o fluxograma em "pistas" ou faixas que organizam as etapas por departamentos, setores ou responsáveis. É útil para identificar quem executa cada parte do processo.
- **Diagrama de Programação em Rede (Program Network Chart)**: Representa os caminhos de ativação entre programas e suas interações com dados relacionados. Cada programa é exibido apenas uma vez no diagrama.
- **Diagrama de Recursos do Sistema (System Resources Chart)**: Representa a configuração das unidades de dados e de processamento necessárias para solucionar um problema ou conjunto de problemas.

Dado o reconhecimento dos fluxogramas em 1947 a American Society of Mechanical Engineers (ASME) adotou o sistema de símbolos empregado por Frank Gilbert como padrão. Posteriormente, em 1985, a International Organization for Standardization (ISO) aprimorou essa padronização. Essa padronização de símbolos é utilizada com o intuito de estabelecer uma linguagem mundial para os fluxogramas, e os principais símbolos empregados foram os presentes no Quadro 1

Quadro 1 Símbolos e funções correspondentes ao fluxograma

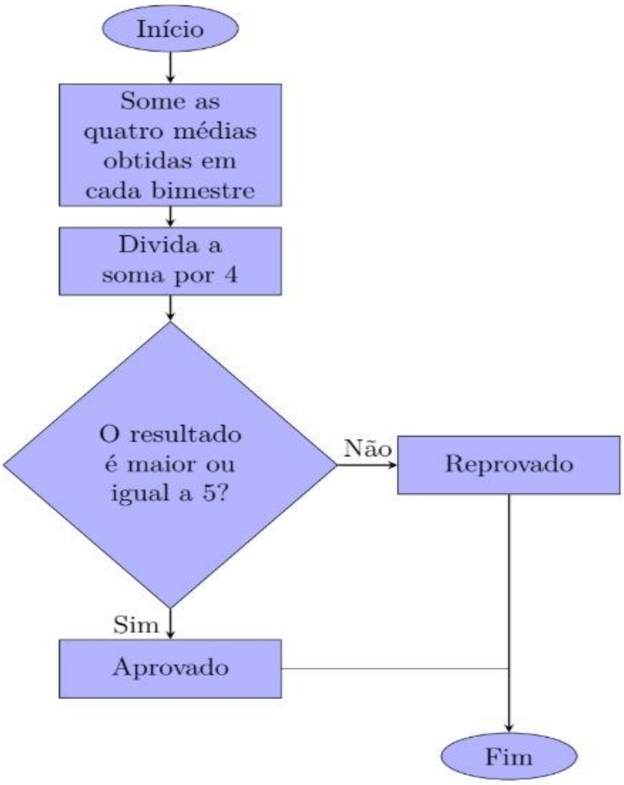
Símbolos	**Função**
	Indica inicio ou fim do processo.
	Indica um processo de decisão. Sinaliza dois caminhos que podem ser tomados.
	Indica processo e etapas do fluxo.
	Indica saída de dados, ou seja, resultados do processo.
	Possui a finalidade de conectar um processo a outro no fluxo.
	Indica a entrada de dados fornecidos.
	Indica o fluxo dos processos.

Fonte: Criado pelo autor, baseado nas regras da ISO (2024)

De acordo com Hernandez e Fuentes (2014), todos os fluxogramas devem indicar com a caixa Início e finalizar com a caixa Fim, indicando onde começa e termina o processo. Essas informações são fundamentais, pois os fluxogramas devem refletir a estrutura que é usada em um programa de computação que executaria os processos neles representados. Setas são utilizadas para indicar o fluxo e conectar símbolos e a sequência de ideias utilizadas para que não haja confusão e o percurso a seguir possa ser visualizado com clareza.

Tome, por exemplo, um fluxograma que descreve como calcular a média para aprovação em uma disciplina, conforme apresentado na Figura 1, descrevendo o processo de cálculo de verificação de aprovação em uma escola com quatro bimestres e médias de aprovação igual ou superior.

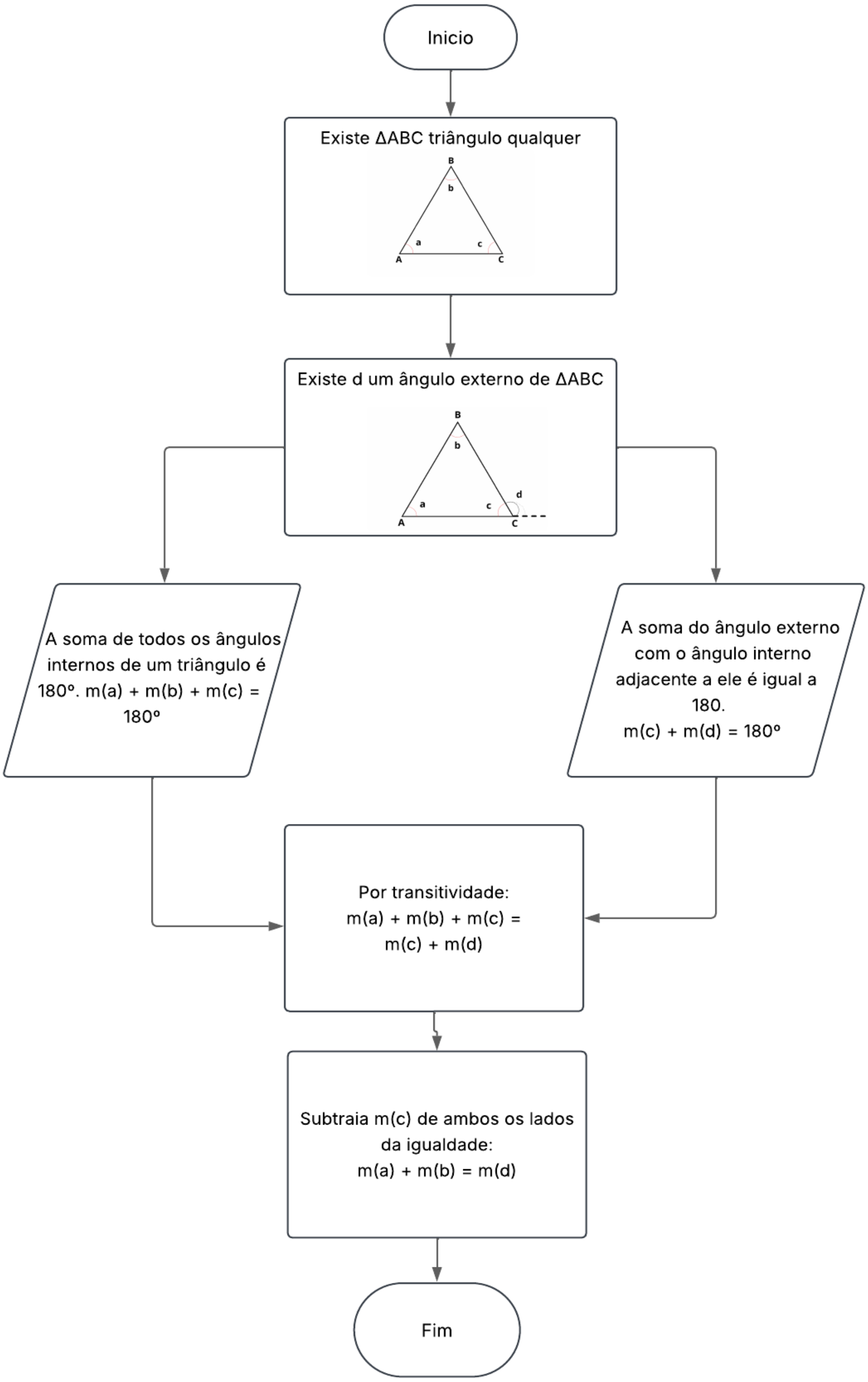
Figura 1: Fluxograma de média



Fonte: Silva (2020, p.43)

Na Figura 2 temos o exemplo da demonstração do seguinte teorema: “Um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele (Teorema do Ângulo externo)”, representada em um fluxograma.

Figura 2 Demonstração do teorema do ângulo externo



Fonte: Fluxograma criado pelo autor (2025).

O estudo de fluxogramas nos permite conhecer o passo-a-passo de um processo, seja calcular a média aritmética ou demonstrar um teorema. No que tange ao discurso matemático, podemos compreender cada passo das demonstrações, sendo um facilitador para a aprendizagem. Utilizar axiomas, postulados e teoremas em momentos devidos de uma demonstração, mostra a natureza dessas ferramentas, a exemplo da utilização da definição de ângulo externo em uma prova. A estrutura dos fluxogramas são auxiliadores para compreensão das demonstrações matemáticas.

2.3 A INDICAÇÃO DO TRABALHO DOCENTE COM USO DE FLUXOGRAMAS NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) é um documento normativo que define as aprendizagens essenciais mínimas que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo da educação básica, desde a educação infantil até o ensino médio.

A BNCC (Brasil) está organizada por áreas de conhecimento, onde cada uma representa uma disciplina, e associadas a cada disciplina existem competências e habilidades que devem ser desenvolvidas durante cada ano letivo. No tocante ao uso de fluxogramas voltados para os anos finais na disciplina de Matemática, a BNCC (Brasil, 2018) faz citações a fluxogramas 14 vezes, sendo nove delas em habilidades de Matemática do 6º ao 9º anos do ensino fundamental (Quadro 2).

Quadro 2 Habilidades envolvendo fluxogramas

HABILIDADES
(**EF06MA04**) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
(**EF06MA34**) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).
(**EF07MA07**) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
(**EF07MA26**) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
(**EF07MA28**) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado
(**EF08MA10**) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
(**EF08MA11**) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
(**EF08MA16**) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para

a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
(**EF09MA15**) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares

Fonte: Quadro criado pelo autor baseado na BNCC (Brasil, 2018).

Além das Habilidades citadas, a referência direta a fluxogramas está presente na Competência específica 6 da área de Matemática para o ensino fundamental:

> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

A BNCC (Brasil, 2018) traz como competência específica para o Ensino de Matemática que o aluno deve estar preparado para enfrentar situações problemas em múltiplos contextos e expressar soluções em diferentes registros e linguagens, dentre elas os fluxogramas.

A Base constitui um dos documentos mais importantes para a educação e deve ser seguida por todas as escolas do país, sejam públicas ou privadas. Assim, todos os professores devem estar aptos para a utilização de fluxogramas e compreendê-los como um recurso didático de grande importância para o ensino de Matemática.

É destacada a importância da utilização destes recursos compreendendo a sua aplicação para o ensino de Matemática na atualidade. Podemos destacar vantagens e desvantagens acerca da utilização deste recurso, citadas por Hernandez e Fuentes (2014) (Quadro 3).

Quadro 3 Vantagens e desvantagens do uso de fluxogramas

VANTAGENS	DESVANTAGENS
Favorece a compreensão do processo por se tratar de um desenho	Ilustram o fluxo do programa, mas não sua estrutura
Um bom fluxograma pode substituir várias páginas escritas	Se o fluxograma tiver muitas ramificações será de difícil compreensão
Eles permitem identificar facilmente falhas no processo	É a forma menos ágil na programação
Torna a linguagem de programação mais compreensível	Ocupa muito espaço da memória do computador
Ajuda a identificar pontos de decisão no processo	Fluxogramas mais complexos são muito laboriosos em seu design

Fonte: Nascimento (2018).

Em resumo, no campo da educação, os diagramas de fluxo são utilizados para resumir e simplificar processos, garantindo que o discente compreenda todas as suas etapas, sem perder o sentido do percurso proposto, algo que a BNCC (Brasil, 2018, p. 265) propõe acerca do estudo da Matemática:

> No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental.

Os fluxogramas permitem que os alunos identifiquem rapidamente possíveis erros na resolução de problemas, pois apresentam de forma clara e organizada os processos e suas etapas. Além disso, as ramificações dos diagramas de fluxo demonstram que existem diversas maneiras de encontrar soluções, proporcionando uma visão mais ampla da Matemática como ciência.

Destacamos também que os fluxogramas são recursos que podem apoiar o estudante durante sua carreira acadêmica, para além da disciplina de Matemática. A exemplo da utilização de fluxogramas para criação de processos voltados para outras áreas como Física, Química, Biologia, uma vez que possam ser criadas sequências lógicas para esses. Na saúde os diagramas podem ser utilizados como roteiros para diagnósticos e em engenharia para representar processos industriais.

Na computação os fluxogramas há muito tempo são utilizados para representar algoritmos, onde, seguindo a sequência lógica fornecida pelo fluxograma, o programa indica um resultado. Silva (2020) destaca de forma resumida áreas de aplicações dos fluxogramas (Quadro 4).

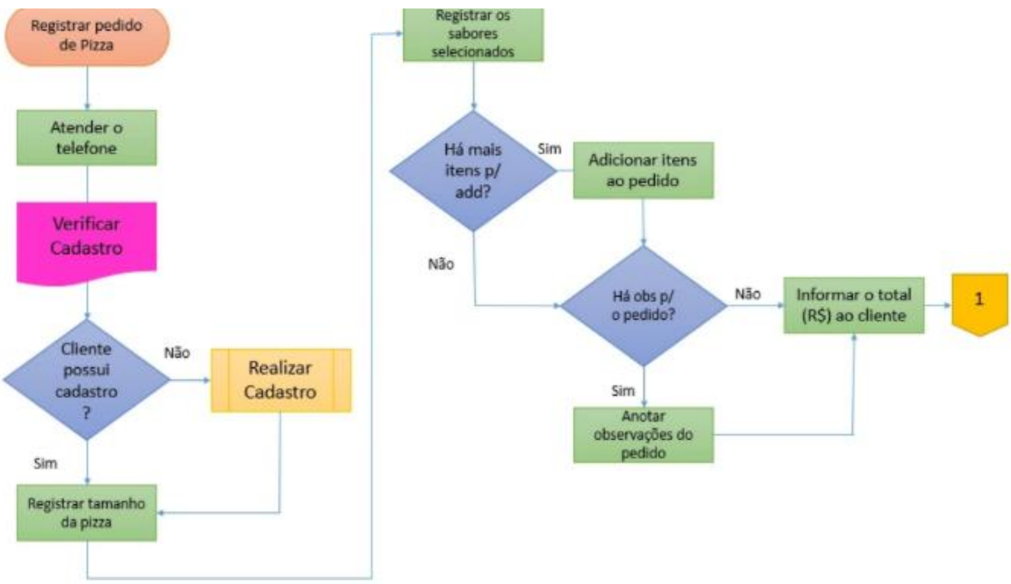
Quadro 4 Áreas do uso dos fluxogramas

Educação	Vendas/Marketing	Negócios	Fabricação de produtos	Engenharia
Planejamentos acadêmicos	Fluxo de levantamento de dados	Processos de pedidos e compras	Indicação da composição química	Fluxos de processos
Criação de um plano de aula	Processo de vendas	Tarefas dos funcionários	Processos de fabricação do começo ao fim	Fluxos de sistemas
Organização de projetos	Estratégias de pesquisa	Plano de realização do produto	Testes de eficiência dos produtos	Fluxos de engenharia reversa
Estruturas de redações	Fluxos de cadastros	Documentos de regularização de produtos ou serviços		Fases de criação de um protótipo
Algoritmos matemáticos	Planos de emergência	Documentação para a distribuição de produtos		Estruturação de produtos
Processos científicos				
Gestão escolar				

Fonte: Silva (2020, p.40)

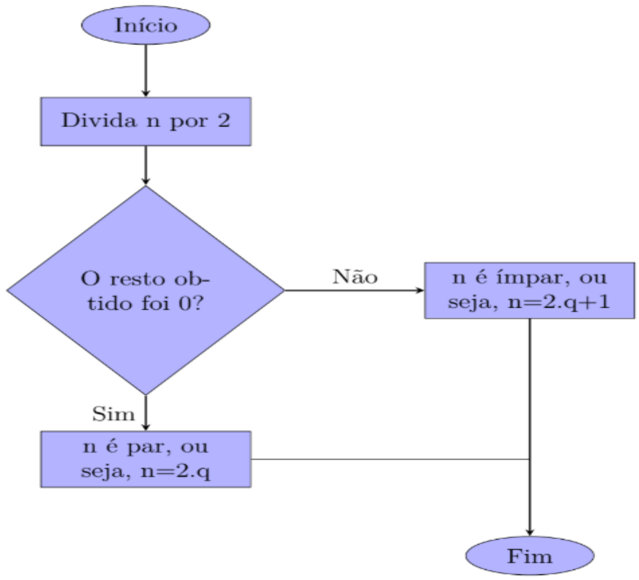
Em sua pesquisa Ana Flavia Urbano Silva (2020) apresenta exemplos práticos de fluxogramas para processos, dentre os quais destacaremos dois (Figura 3 e Figura 4).

Figura 3 Fluxo para atendimento de pizzaria



Fonte: Silva (2020, p.50)

Figura 4 Paridade de um número natural



Fonte: Silva (2020, p.66).

Dadas considerações da Base Nacional Comum Curricular e estudos feitos por Hernandéz e Fuentes (2014), percebe-se a importância de conhecer e saber utilizar fluxogramas dentro de sala de aula e compreender fluxogramas como um recurso didático auxiliador do ensino.

2.4 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

O desenvolvimento da Matemática, especialmente no campo da geometria, tem sido impulsionado ao longo da história pelas necessidades sociais e práticas de cada época. Desde as primeiras civilizações, a busca por soluções para problemas concretos como medição de terras, construção de edificações ou organização de cidades motivou avanços significativos nesse campo.

Na antiguidade, a agricultura desempenhou um papel central no desenvolvimento das primeiras noções de geometria. Com a necessidade de organizar terras cultiváveis, dividir propriedades e otimizar a produção agrícola, surgiram cálculos simples relacionados a áreas e figuras geométricas. Civilizações como a egípcia e a babilônica começaram a registrar técnicas práticas para medir terrenos, calcular volumes de armazenamento e prever ciclos sazonais de plantações.

Além disso, os gregos exploraram a geometria em contextos que iam além das demandas práticas, como na filosofia e no estudo da natureza. Os pitagóricos, por exemplo, relacionaram a geometria à música (Domingues, 2011). Essas ideias influenciaram profundamente a ciência e o pensamento ocidental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (Brasil, 1998) estabelecem a geometria como um campo fértil para estudos, uma vez que dotada de diversos problemas, consegue aguçar nos sujeitos a capacidade de argumentar e construir demonstrações. Assim, dentro deste campo fértil, professores e alunos são capazes de criar conjecturas, observar padrões e aplicar conhecimentos a fim de tornar o ensino de matemática mais dinâmico e proveitoso. A BNCC (Brasil, 2018, p.272) relata acerca do ensino de geometria que ela "[...] não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras".

Todavia, vale ressaltar que o ensino de geometria tem se reduzido ao estudo de reconhecimento e nomenclatura de figuras e ao cálculo de áreas e volumes, segundo Santos e Nacarato, (2014, p.15), que argumentam: "Outra questão importante refere-se à didática utilizada nessas aulas centrada num ensino reducionista, em que predominava o ensino das figuras planas – principalmente a nomeação dessas figuras -, que eram explicitadas pelos alunos e se tornavam jargões geométricos na sala de aula".

Isso se dá pelas diversas mudanças no ensino de Matemática no Brasil, em que até 1960 os estudos de geometria se baseavam nos estudo de Euclides. Nos anos de 1970 e 1980 houve influência do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, moldando o currículo de Matemática. A grande complexidade da Geometria nos livros de Matemática desta época tornou seu ensino insatisfatório, provocando seu abandono quase total na escola.

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) foi uma reformulação no ensino da Matemática que ocorreu entre as décadas de 1950 e 1970. Ele surgiu a partir das demandas do período pós-Segunda Guerra Mundial, em um contexto que antecediam a Guerra Fria, no qual ocorreram diversas corridas tecnológicas e armamentistas voltadas para o desenvolvimento dos países. Esse cenário de busca por inovação também impactou a educação.

Na época, havia um forte interesse em reforçar o viés científico da Matemática. Assim, o Movimento da Matemática Moderna propôs uma reformulação curricular, introduzindo maior rigor matemático no ensino e alinhando-o às novas exigências da ciência e da tecnologia (Silva; Silva e Gomes, 2021).

Na área da Geometria, havia duas principais linhas de pensamento em relação às reformulações. Uma delas, proposta por Jean Dieudonné, seguia uma visão kleiniana, enfatizando a valorização da Álgebra e da Geometria Vetorial. Por outro lado, havia uma abordagem que priorizava a axiomática e os estudos de Euclides. Segundo Matos e Silva (2011, p.173):

> As propostas de modernização do ensino de matemática debatidas nos fóruns internacionais do MMM não apresentam um consenso no diz respeito ao ensino de geometria. Num desses fóruns, o encontro de Royaumont em 1959, por exemplo, manifestaram-se duas posições distintas. Por um lado, a proposta de Jean Dieudonné, sintetizada no slogan “Abaixo Euclides!”, segue uma visão kleiniana da geometria como o estudo de grupos de transformações ocorrendo em espaços específicos e traduz-se, sobretudo, numa valorização da Álgebra e da Geometria Vetorial suportadas numa linguagem e simbologia precisas, com a correspondente desvalorização da Geometria de Euclides. Por outro, foi expressa uma segunda posição que, embora mantendo uma abordagem axiomática, procurou alternativas utilizando novos conjuntos de axiomas.

Todavia, este formato trouxe diversos empecilhos, tais como: a dificuldade de preparar aulas, falta de conhecimento dos docentes, dificuldade de compreensão de alguns temas o que acabou por distanciar os discentes e docentes do ensino de geometria. Segundo Santos e Nacarato (2014):

> Entre 1970 e 1980, recebeu a influência do Movimento da Matemática Moderna, em que o ensino tinha ênfase principalmente na linguagem, dificultando a compreensão dos conceitos. Os docentes também encontravam dificuldades para ensinar os conteúdos e, associados a toda essa complexidade, os livros didáticos existentes naquela época traziam os conteúdos geométricos nos capítulos finais. Isso de certa forma, contribuiu para que o ensino desse conteúdo se tornasse bastante insatisfatório, provocando seu abandono na escola.

Esse afastamento acaba resultando em rejeição ou em um reducionismo do ensino de geometria, limitando-o ao cálculo de áreas. Vale ressaltar que o intuito de trazer o a história do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, não é para tecer criticas ao currículo, mas sim como foi feita sua abordagem metodológica.

O estudo de demonstrações matemáticas e da Geometria Vetorial é de suma importância para todos discentes. Ao se envolverem com demonstrações matemáticas, os estudantes desenvolvem habilidades de raciocínio dedutivo, aprendem a estabelecer conexões lógicas entre premissas e conclusões aprimoram sua capacidade de analise e síntese (Stylianides, 2007).

Outro beneficio do estudo das demonstrações matemáticas está na formação de atitudes cientificas, ato de questionar e buscar soluções, padrões e analisar sistemas que estão intimamente ligados com o rigor cientifico (Machado,2011).

O estudo da geometria precisa estar alinhado às propostas do cotidiano dos alunos e o ensino precisa estar dotado de recursos que facilitem a aprendizagem dos discentes. Compreendendo que o estudo da Geometria pode estar alinhado as demandas sociais e problemas do mundo físico e com a axiomática, este trabalho visa apresentar os fluxogramas como um recurso didático para o ensino, em especial para leitura e compreensão de teoremas e postulados.

3. METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica em termos de procedimentos, pois, fundamentados em estudos prévios, abordamos o uso dos fluxogramas, bem como o desenvolvimento e a importância do estudo da geometria. Prodanov e Freitas (2013, p. 54) discorrem sobre a pesquisa bibliográfica:

> (...) quando elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa. Em relação aos dados coletados na internet, devemos atentar à confiabilidade e fidelidade das fontes consultadas eletronicamente. Na pesquisa bibliográfica, é importante que o pesquisador verifique a veracidade dos dados obtidos, observando as possíveis incoerências ou contradições que as obras possam apresentar.

Quanto à natureza, trata-se de uma Pesquisa Aplicada, uma vez que nosso produto visa trazer resolução de uma situação problema que foi analisada nos capítulos anteriores. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 51): ‘’A pesquisa aplicada objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigida à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais’’.

Quanto à abordagem do problema, isso será feito de forma Qualitativa. Prodanov e Freitas (2013, p.70) discorrem sobre tal abordagem:

> (...) considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

Esta abordagem será utilizada, pois o foco não está na análise de dados quantitativos ou estatísticos, mas na compreensão aprofundada do tema em questão, permitindo uma exploração mais detalhada e interpretativa dos fenômenos estudados.

Com base nas ideias de que os diagramas de fluxo podem ser uma ferramenta eficaz no ensino e que o campo da geometria é uma área vasta e podemos nos utilizar de recursos para estudá-la, resolvemos analisar o livro didático do 8º ano da coleção

Teláris, que é adotada pelas escolas municipais de João Pessoa, buscando encontrar propostas de atividades utilizando fluxogramas e verificar se em todas as unidades temáticas (Brasil, 2018) existem propostas de trabalho com o fluxograma, principalmente na Geometria, que é o foco de nossa pesquisa. A escolha pelo 8º ano se deu primeiramente ser a série o qual a coleção que apresenta mais unidades da área de Geometria junto ao 9º ano, como mostra o quadro.

Quadro 5 Capítulos dos livros da coleção Teláris

Ano	Quantidade	Capitulo
6º	2	Capitulo 3- Sólidos geométricos. Capitulo 5 – Ângulos e polígonos.
7º	2	Capitulo 5 – Circunferência, ângulo e polígono Capitulo. 6- Simetria.
8º	3	Capítulo 2 – Lugares geométricos e construções geométricas. Capítulo 4 – Triângulos e quadriláteros. Capítulo 8 – Transformações geométricas.
9º	3	Capítulo 5 –Semelhança, vistas ortogonais e perspectiva. Capítulo 6 – Relações métricas nos triângulos retângulos. Capítulo 7 – Circunferências e círculos.

Fonte: Criado pelo autor (2025).

O segundo motivo para a escolha do 8° ano, se dá pela quantidade de atividades e demonstrações na área de geometria que poderiam estar acompanhadas de fluxogramas, Junior (2021, p.41) trás em seu trabalho: ‘’ Por fim, destacamos que há diversos conteúdos que podem ser trabalhados com os fluxogramas no 8º ano, mas que não foram explorados nessa coleção’’ Mostrando que os fluxogramas podem ser utilizados como recurso didático para o estudo dessa série.

Os fluxogramas apresentados neste trabalho foram feitos no aplicativo digital Lucidchart. O Lucidchart é um aplicativo de diagramação que fornece aos usuários a criação de diagramas. Os resultados dessa primeira parte serão apresentados no tópico 4.1. “O uso de fluxograma: análise de um livro didático do 8° ano”, onde apresentaremos os dados coletados a partir do que encontramos no livro didático analisado.

Na sequência, proporemos demonstrações utilizando o fluxograma, sugerindo sua aplicação em atividades do próprio material didático, com o intuito de tornar a resolução de problemas mais visual e estruturada. Dessa forma, buscamos facilitar o entendimento dos alunos e aprimorar o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Os resultados sobre essa etapa serão apresentados no tópico: 4.2. “Demonstração de teoremas usando fluxogramas: uma proposta metodológica”.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Destacamos este capítulo para debater e analisar os resultados obtidos na avaliação do livro Teláris, de Luiz Roberto Dante, utilizado atualmente nas escolas da rede pública do município de João Pessoa, com foco no 8º ano. Inicialmente, abordaremos o uso de fluxogramas na obra e, em seguida, apresentaremos críticas e considerações sobre sua abordagem.

4.1 COMO O LIVRO ABORDA A ÁREA DE GEOMETRIA

O livro Teláris, de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado em 2018, tem como objetivo, segundo seu autor, apresentar conceitos matemáticos de forma acessível e conectada à realidade dos alunos. Entre seus objetivos, destacam-se: estimular o pensamento crítico, desenvolver o raciocínio lógico, capacitar os estudantes a enfrentarem novos desafios, demonstrar as diversas aplicações da Matemática no cotidiano e tornar as aulas mais dinâmicas e envolventes (Dante, 2018).

A análise do livro foi realizada inicialmente por meio de uma leitura geral da obra destinada ao 8º ano e, em seguida, com ênfase na área de geometria, que é o foco deste trabalho. Durante essa avaliação, foram identificados diversos pontos positivos, como a utilização de exemplos contextualizados no cotidiano do aluno. Um exemplo disso pode ser observado na página 37, onde uma problematização é apresentada como uma forma de introdução ao assunto de radiciação (Figura 5). Esse tipo de abordagem facilita a compreensão do conteúdo, tornando-o mais próximo da realidade do aluno e despertando seu interesse pelo tema.

Figura 5:Exemplo de problemas matemáticos aplicados ao cotidiano


3 Radiciação

Examine esta situação-problema.

José comprou um terreno de forma quadrada. Na escritura desse terreno estava indicada a medida de área dele: 169 m². Porém, nela não estava registrada a medida de comprimento de cada lado do terreno. Como José pode determinar essa medida de comprimento?

Na resolução dessa situação-problema está envolvida a ideia de **raiz quadrada**, que será estudada a seguir.

Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.37.

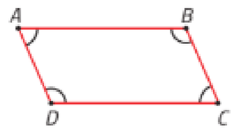
Outro exemplo positivo é a utilização de demonstrações matemáticas para apoiar o ensino da disciplina. Esse recurso fortalece a compreensão dos conceitos e incentiva o raciocínio lógico dos alunos, além de tornar o discente conhecedor de teoremas e axiomas trabalhando o raciocínio para sua utilização, preparando-o para o contexto do ensino superior (Figura 6).

Figura 6: Demonstração em Dante (2018)

Em todo paralelogramo, 2 ângulos opostos são congruentes (têm medidas de abertura iguais) e 2 ângulos não opostos são suplementares (a soma das medidas de abertura é igual a 180°).

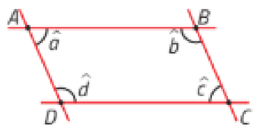
Demonstração

Se *ABCD* é um paralelogramo, então temos $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ e podemos considerar o $\overline{AD}$ como uma transversal. Então, o $\hat{a}$ e o $\hat{b}$ são ângulos colaterais internos.



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nisso, podemos afirmar que $m(\hat{a}) + m(\hat{d}) = 180°$ ou que o $\hat{a}$ e o $\hat{d}$ são ângulos suplementares (**I**).



Da mesma maneira, considerando:

- $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ e a transversal $\overline{BC}$, concluímos que $m(\hat{b}) + m(\hat{c}) = 180°$ (**II**);
- $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ e a transversal $\overline{AB}$, concluímos que $m(\hat{a}) + m(\hat{b}) = 180°$ (**III**);
- $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ e a transversal $\overline{CD}$, concluímos que $m(\hat{c}) + m(\hat{d}) = 180°$ (**IV**).

Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.122.

Um aspecto adicional positivo é a utilização de definições, o que contribui para acostumar os alunos ao estudo formal da Matemática. Um exemplo disso pode ser observado na página 60 (Figura 7), onde o autor apresenta uma definição formal de “lugar geométrico”.

Figura 7: Definição de lugar geométrico

Uma figura é chamada de **lugar geométrico** quando satisfaz estas 2 condições.

- Todos os pontos da figura têm uma mesma propriedade.
- Nenhum outro ponto do universo considerado tem essa propriedade.

Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.60.

Encontramos também referências à história de alguns pensadores e ideias matemáticas: como o texto sobre o número de ouro (Figura 8), bastante difundido por pensadores como Euclides (325 a.C – 265 a.C), dada suas aplicações em nosso universo, por exemplo na arte, tendo Leonardo da Vinci (1452-1519) utilizado em suas obras: Mona Lisa (1503) e O Homem Vitruviano (1490).

Figura 8: História do número de ouro

Um pouco de História

O número de ouro dos gregos

O **número de ouro** dos gregos é dado por uma expressão numérica que envolve raiz quadrada e é aproximadamente igual a 1,618. Essa expressão foi muito usada pelo escultor grego Fídias e, em homenagem a ele, usamos a letra fi (ϕ) para representar o número de ouro:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}618$$

Podemos identificar aproximações desse número em muitos elementos de arquitetura, em esculturas e em pinturas gregas. Por exemplo, a divisão da medida de largura (ℓ) pela medida de altura (h) do Partenon (século V a.C.), em Atenas, se aproxima do número de ouro:

$$\frac{\ell}{h} \simeq 1{,}618$$

Fonte de consulta: LÍVIO, Mario. *Razão áurea*: a história de fi, um número surpreendente. Trad. Marco Shinoba Matsumura. Rio de Janeiro: Record, 2006.

ColorMaker/Shutterstock

Vista do Partenon, em Atenas (Grécia). Ele foi erguido no século V a.C., na montanha de Acrópole, que fica localizada no centro de Atenas. Foto de 2018.

Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.39.

Na página 48, é destacada a história da Geometria Euclidiana (Figura 9), e o autor a problematiza introduzindo a Geometria dos Fractais.

Figura 9: História da geometria

De Euclides ao cubo mágico: uma longa história da Geometria

Grande parte da Geometria que estudamos no Ensino Fundamental e no Ensino Médio se deve ao matemático grego Euclides.

Os dados biográficos sobre ele, inclusive as datas de nascimento e de morte, são bastante imprecisos. O que se sabe é que ele viveu entre os séculos III a.C. e II a.C. e que nasceu onde atualmente é a Síria. Além disso, foi um dos mestres no *Museum* de Alexandria, a maior e mais célebre escola da antiguidade, e escreveu a obra *Elementos*, que serviu de alicerce para o estudo da Geometria durante séculos.

A Geometria euclidiana era fundamentada em verdades absolutas e indiscutíveis chamadas de **axiomas**. No entanto, no século XIX, alguns matemáticos resolveram contestar as ideias de Euclides. O matemático russo Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856) foi o primeiro a declarar a "independência" dessas verdades, criando a própria teoria. Outro mestre da Geometria, o alemão George Friederich Bernhard Riemann (1826-1866), seguiu o exemplo e também criou um sistema diferente. Eles estavam criando outras Geometrias, que atualmente são chamadas de Geometrias não euclidianas.

Posteriormente, no século XX, alguns matemáticos perceberam que a Geometria euclidiana não conseguia estudar todos os modelos vistos no dia a dia. Eles se intrigavam ao constatar, por exemplo, que nunca vamos nos deparar na natureza com a forma de uma esfera. Podemos encontrar formas aproximadas à da esfera, como em uma laranja ou no próprio planeta Terra; mas serão sempre formas parecidas e nunca a forma de uma esfera perfeita. Outro exemplo são as árvores, como certos pinheiros, que apresentam a forma aproximada de um cone; novamente, a forma é apenas aproximada.

E como podemos estudar essas formas imprecisas? Como estudar como surgem os galhos de uma árvore, por exemplo? Popularmente dizemos que esses galhos aparecem (ou nascem) de maneira bagunçada, sem nenhum padrão; os matemáticos dizem que esses galhos aparecem de maneira "caótica".

E seria possível prever acontecimentos caóticos, como esses? Sim, é possível e assim nasceu mais uma Geometria não euclidiana: a **Geometria fractal**.

Esse termo foi criado em 1975 pelo matemático Benoît Mandelbrot (1924-2010), nascido na Polônia, mas de nacionalidade francesa. A palavra **fractal** vem do latim *fractus*, que quer dizer pedaço, fração.

A interessante Geometria fractal tem muitas aplicações quando se estudam fenômenos caóticos, como as pesquisas eleitorais e a reprodução de células cancerígenas em um organismo.

Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.48.

Percebe-se que o livro abrange uma ampla variedade de recursos, o que enriquece seu conteúdo. Considerando os objetivos da BNCC (Brasil, 2018), ele apresenta todas as unidades temáticas propostas pela Base Nacional Comum Curricular, além de fazer referência às habilidades que devem ser desenvolvidas.

O livro do 8° ano se divide em oito capítulos. São eles: 1°: Números dos naturais aos racionais, e sequências; 2°: Lugares geométricos e construções geométricas; 3°: Expressões algébricas e proporcionalidade; 4°: Triângulos e quadriláteros; 5°: Sistema de equações do 1° grau com 2 incógnitas; 6°: Área e volume; 7°: Estatística e probabilidade; 8°: Transformações geométricas; compreendendo assim uma variedade de assuntos matemáticos com uma abordagem dinâmica.

Neste trabalho daremos foco a área da geometria, ao qual Dante destinou os capítulos 2, 4 e 8, evidenciando a preocupação do autor com essa área da Matemática. Essa abordagem ressalta a importância do tema na obra, demonstrando um cuidado especial na estruturação do conteúdo em relação ao que é demandado a partir da BNCC (Brasil, 2018).

No capitulo 2 do livro o autor propõe-se a abordar sobre Lugares geométricos e construções geométricas, conteúdo que teve um esquecimento devido a Lei 5692 da LDB de 1971, a qual dividiu as disciplinas em dois núcleos: Núcleo obrigatório e o Núcleo optativo, tornando o estudo das construções geométricas como optativo. A lei 5692/71 fez com que as escolas deixassem o estudo dos lugares geométricos, uma vez que este assunto foi abolido dos vestibulares (Oliveira, 2015).

Somente no final da década de 1990, com a publicação dos PCN, houve o retorno do estaque para o estudo de conceitos geométricos, tornando-se conteúdos obrigatórios para o ensino de matemática. Os PCN (1998) afirmam:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1998).

O documento buscava resgatar o prestígio e importância da geometria para a formação dos estudantes, uma vez que seu ensino havia sido fortemente impactado negativamente pelo Movimento da Matemática Moderna.

No 4° capitulo do livro, Dante aborda o conteúdo de triângulos e quadriláteros, trazendo um caráter dedutivo a este capitulo. Acerca da geometria dedutiva o autor do livro Luiz Roberto Dante (2018, p. 111) ressalta:

> Na primeira metade do século VI a.C. surgiu um novo modo de ver a Geometria. O filósofo, matemático, engenheiro e astrônomo Tales de Mileto (640 a.C.-550 a.C.) foi um dos primeiros gregos a insistir que fatos geométricos devem ser estabelecidos por raciocínio lógico, por demonstrações.

O autor apresenta o caráter dedutivo da geometria, uma vez que o conteúdo seria abordado dessa forma mais à frente no livro. Dante destaca a importância de propor uma analise demonstrativa, uma vez que os alunos, ao se envolverem com demonstrações, desenvolvem habilidades de raciocínio dedutivo, aprendem a estabelecer conexões lógicas entre premissas e conclusões e aprimoram sua capacidade de análise e síntese (Stylianides, 2007).

No 8º capítulo o livro aborda o tema das Transformações Geométricas, um conteúdo que recebeu grande atenção durante a reforma educacional de Francisco Campos, ocorrida em 1931. Essa reforma foi um marco na educação brasileira, pois visava modernizar o ensino secundário, tornando-o mais estruturado e próximo dos modelos europeus. Dentro dessa reformulação, a geometria, incluindo as Transformações Geométricas, teve um espaço significativo no currículo. No entanto, com as reformas educacionais subsequentes, esse estudo foi gradativamente abandonado, resultando na perda de um conteúdo essencial para a compreensão da geometria como um todo.

Essa abordagem sobre os conteúdos de geometria das transformações no livro evidencia que a BNCC (2018) traz a obrigatoriedade de seu estudo.

4.1 COMO O LIVRO DIDÁTICO ANALISADO PROPÕE O USO DE FLUXOGRAMAS.

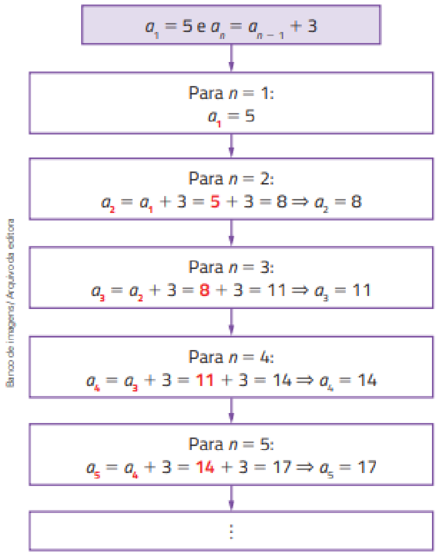
Como anunciado desde a introdução dessa pesquisa, nosso foco está sobre o uso de fluxogramas, mais especificamente no ensino da geometria. Assim, escolhemos o analisar o livro do 8º ano da Coleção Teláris de Dante (2018). No tocante ao uso de fluxogramas, Dante (2018, pág. 46) apresenta na página XXIV do manual do professor duas habilidades que tratam sobre seu uso, são elas:

- (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

- (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

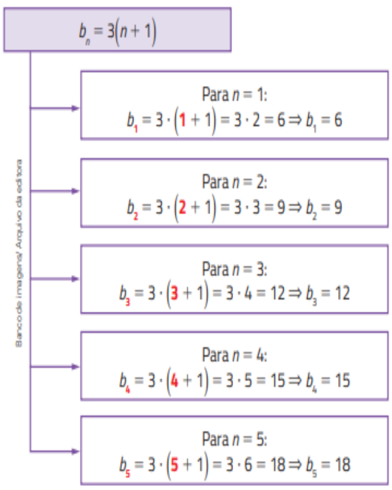
Foram encontrados no livro quatro diagramas de fluxo, sendo dois para explanação de conteúdos (Figuras 10 e 11) e dois dentro de atividades, todavia nenhum deles é voltado para geometria, todos estes fluxogramas que são apresentados pelo autor estão dentro da unidade de Álgebra no capítulo 1.

Figura 10:Fluxograma encontrado na página 46 do livro Teláris



Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.46.

Figura 11: Fluxograma encontrado na página 47 do livro Teláris

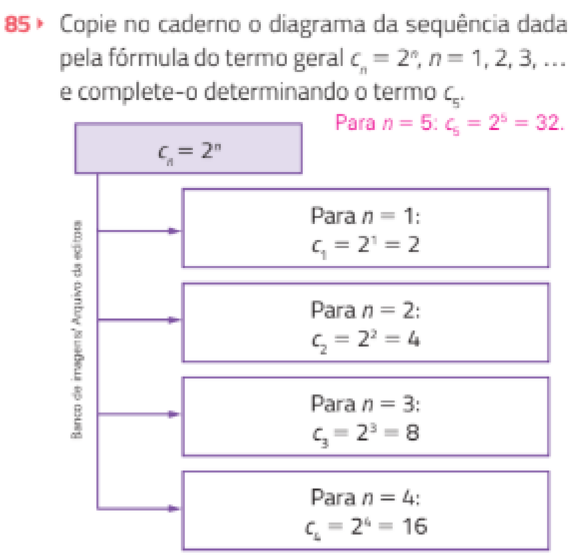


Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.47.

O autor do livro trata as imagens presentes nas Figuras 10 e 11 como diagramas de fluxo voltados para a área de Álgebra, como recurso didático para o estudo de Progressões Aritméticas (PA). Todavia, ao analisarmos os diagramas dados vemos que eles não apresentam início e fim do fluxo. Segundo Hernandes e Fuentes (2014), os diagramas de fluxo precisam indicar início e fim, com intuito de haver clareza nas ideias expressas, e todo fluxograma devem indicar uma sequência lógica (Hernandes e Fuentes, 2014) o que não é expresso nos diagramas apresentados anteriormente, portanto os fluxogramas apresentados pelo autor nesse livro apresentam equívocos, que talvez causem confusão nos alunos. Além disso, as caixas têm todas o mesmo formato, não seguindo a simbologia proposta pelas normas da ISO (2004).

Na página 47 é proposto o problema 85 (Figura 12), que trata sobre sequências numéricas. Essa questão traz uma abordagem via fluxogramas que seria uma aplicação para os outros diagramas de fluxos apresentados nas páginas 46 e 47.

Figura 12: Atividade 85 página 47

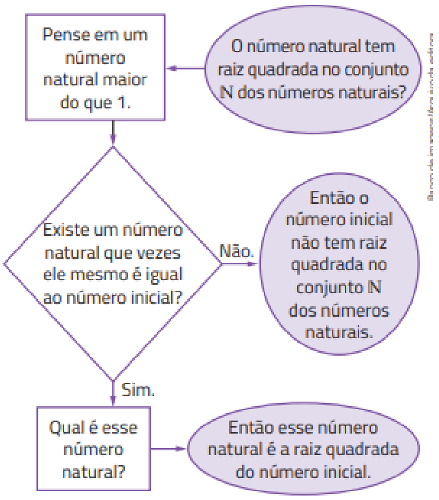


Fonte: Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.47.

A questão apresenta um fluxograma com um equívoco: ele não segue uma sequência lógica e não indica o início e o fim do processo. Autores como Hernandes e Fuentes (2014) destacam que todo fluxograma deve conter essas indicações e seguir uma estrutura sequencial coerente. Dessa forma, a questão não apresenta um fluxograma que esteja em conformidade com os padrões estabelecidos pela ISO (2004).

No fluxograma encontrado na página 41, a atividade 63 utiliza o símbolo do "Terminal" para apresentar aquilo que será operado no fluxograma, embora sua função principal seja indicar o início e o fim de um processo.

Figura 13: Fluxograma encontrado na página 41 do livro Teláris.



Fonte: Dante (2018) Livro Teláris – 8° ano, p.41.

No entanto, mais uma vez, a ausência de uma demarcação clara do ponto de partida e de encerramento do fluxo pode gerar confusão para o leitor. Hernandes e Fuentes (2014) argumentam:

> Todo diagrama deve ter um início e um fim. As linhas de conexão ou de fluxo devem ser sempre retas e, se possível, apenas verticais e horizontais, evitando cruzamentos ou inclinações. As linhas que conectam os símbolos devem estar todas interligadas, garantindo que cada linha ou seta entre em um símbolo de decisão, siga um caminho definido ou se una a outra seta. Além disso, todos os símbolos devem ser desenhados de maneira que o processo possa ser seguido visualmente de cima para baixo e da esquerda para a direita.

Sendo assim, se faz necessário o uso do terminador (apresentado no quadro 1) indicando início e fim de cada diagrama, causando possível confusão ao diagrama de fluxo mostrado na página 41.

A utilização de fluxograma na atividade 63, da página 41, tem potencial, pois permitiria a criação de um diagrama de fluxo que auxiliasse na identificação da raiz de um número qualquer. Esse recurso poderia ser incorporado à exposição do conteúdo, em vez de se restringir apenas aos exercícios, contribuindo para uma compreensão mais clara e estruturada dos processos matemáticos.

Vale destacar que, embora o livro inclua no manual do professor na página XXIV a habilidade de utilizar fluxogramas para a construção geométrica de ângulos de 90°, 60°, 45° e 30°, ele não explora esse recurso em sua abordagem da geometria. Em contrapartida, o autor faz indicações do uso do software GeoGebra**,** sugerindo-o como recurso para a construção e exploração de conceitos geométricos, mas sem mencionar a utilização de fluxogramas para esse fim. Dante (2018, p. XXIV).

> (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros.

Como mencionado, o livro apresenta o estudo das demonstrações, os procedimentos para a construção de figuras e as transformações geométricas. No entanto, não foi possível identificar a presença de diagramas nesta unidade temática, o que poderia enriquecer ainda mais a abordagem do conteúdo.

A estrutura dos fluxogramas torna-se responsável por manter um padrão, e fazer com que leitores compreendam de forma mais acessível e adequada o que deseja ser passado. No próximo tópico iremos propor fluxogramas voltados a parte da geometria pensando em ajudar na compreensão e correções dos diagramas apresentados no livro, trazendo também posicionamentos acerca do uso de fluxogramas e indicações para o uso na área de geometria.

4.2 MODELOS DE DEMONSTRAÇÃO DE TEOREMAS USANDO FLUXOGRAMAS

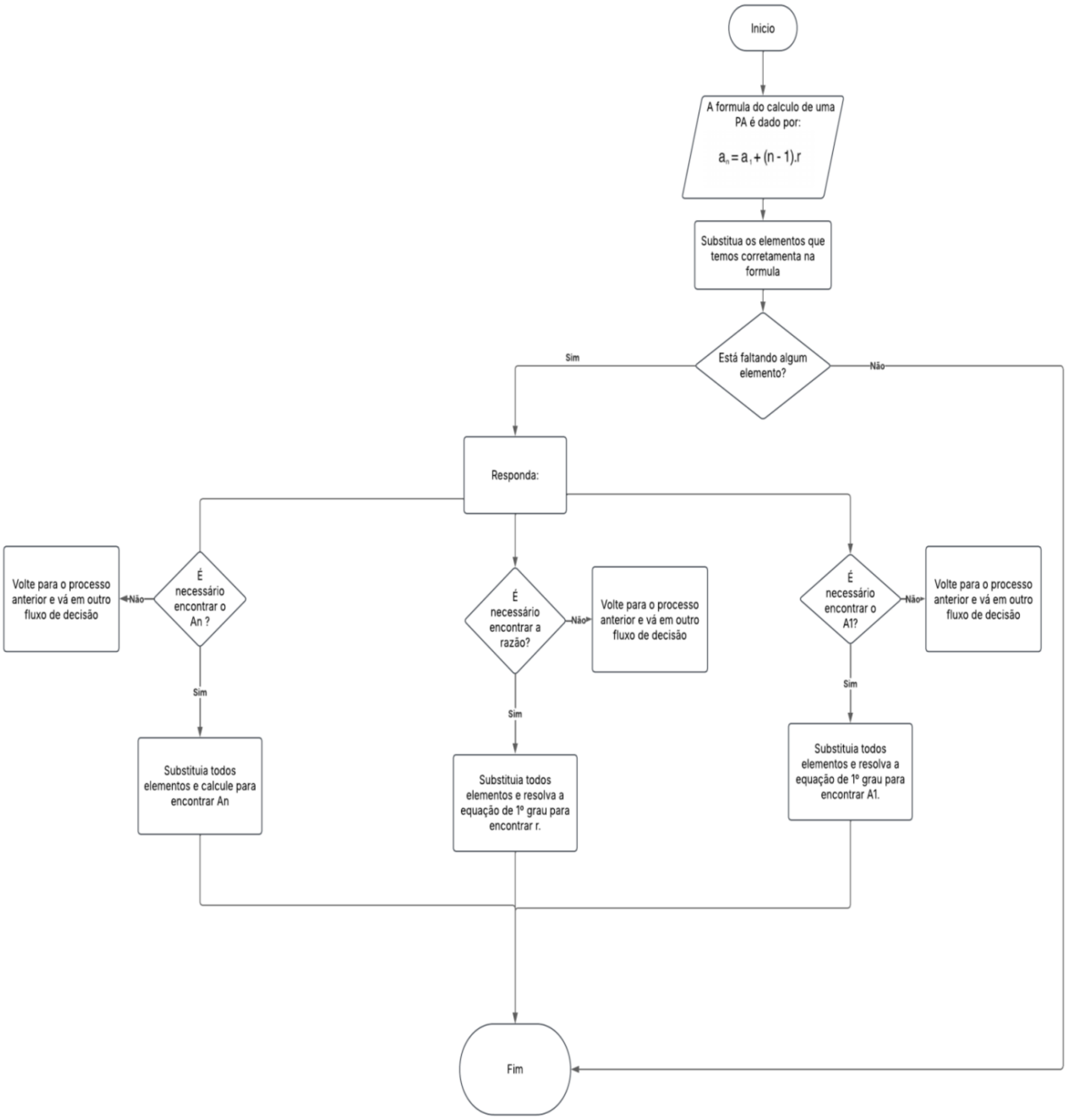
Nesta seção proporemos correções para os diagramas de fluxo apresentados na obra e, em seguida, introduziremos fluxogramas específicos para a unidade de geometria, com destaque para as demonstrações propostas no livro. É importante ressaltar que, na maioria dos casos, as demonstrações foram elaboradas pelo próprio autor, cabendo a nós a criação dos fluxogramas correspondentes. No entanto, em algumas situações, realizamos acréscimos e correções para aprimorar a clareza e a precisão dessas demonstrações.

O diagrama apresentado na página 46 não oferece um método específico para resolver sequências numéricas em particular, tornando-se, assim, limitado. Para resolver uma grande quantidade de problemas, seria necessário um número igualmente elevado de fluxogramas, o que compromete sua eficiência. Além disso, o fluxo apresentado não segue o padrão estabelecido pela ISO, tornando sua interpretação confusa.

Diante disso, propomos um fluxograma que auxilia na resolução de diversas sequências numéricas, seguindo o padrão adequado. Diferente do modelo apresentado, que não proporciona uma abordagem genérica para o cálculo de termos em uma sequência, nosso fluxograma permite a resolução de Progressões Aritméticas simples, facilitando o aprendizado dos estudantes. Talvez fluxograma não seja a melhor opção para expressar a ideia de Dante, que poderia ter utilizado um sistema de fluxo adequado, alinhado a classificação de diagrama correto. No entanto, apresentamos aqui um modelo que expressa com clareza a ideia de calcular uma P.A. simples, garantindo uma abordagem mais estruturada e eficiente.

O fluxograma a que será apresentado na imagem 14 segue uma estrutura mais complexa e maior devido a complexidade do tema abordado, isto explica o uso de uma lauda inteira para sua apresentação. A complexidade e tamanho do fluxograma pode dificultar a compreensão do aluno, devido a grande quantidade de linhas de fluxo. Outro fator que pode dificultar seria uma quantidade maior de uso do símbolo de ‘’decisão’’ (presente no Quadro 1), o qual direciona o leitor a dois caminhos, criando assim uma extensão do diagrama.

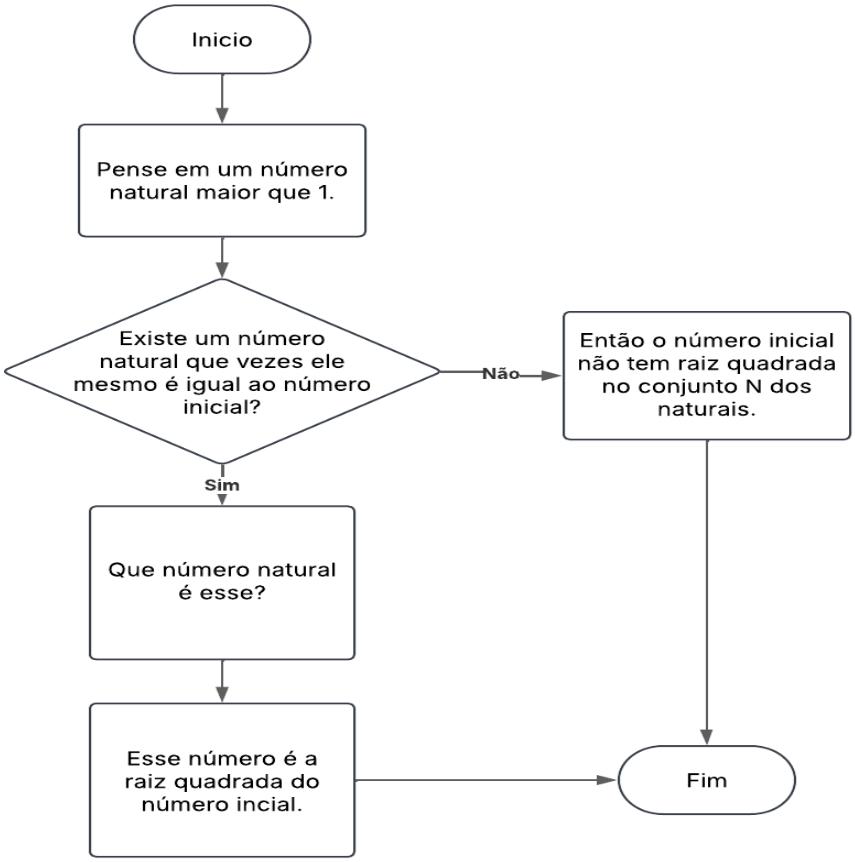
Figura 14: Cálculo de uma P.A. simples



Fonte: Criado pelo autor (2025)

O fluxograma da página 41 não apresenta início e fim do processo, todavia apresenta o título que deseja provar no terminal (que indica fim ou início do processo) e dois finais. Para sua correção acrescentamos somente um início e um fim, o fluxograma apresenta quando um número natural possui uma raiz quadrada exata ou não (Figura 15). O fluxograma apresentado não faz parte da área de geometria, todavia, foi um dos fluxogramas apresentados pelo autor e possuía erros, assim, foi proposto a correção deste.

Figura 15: Correção do fluxograma da página 41



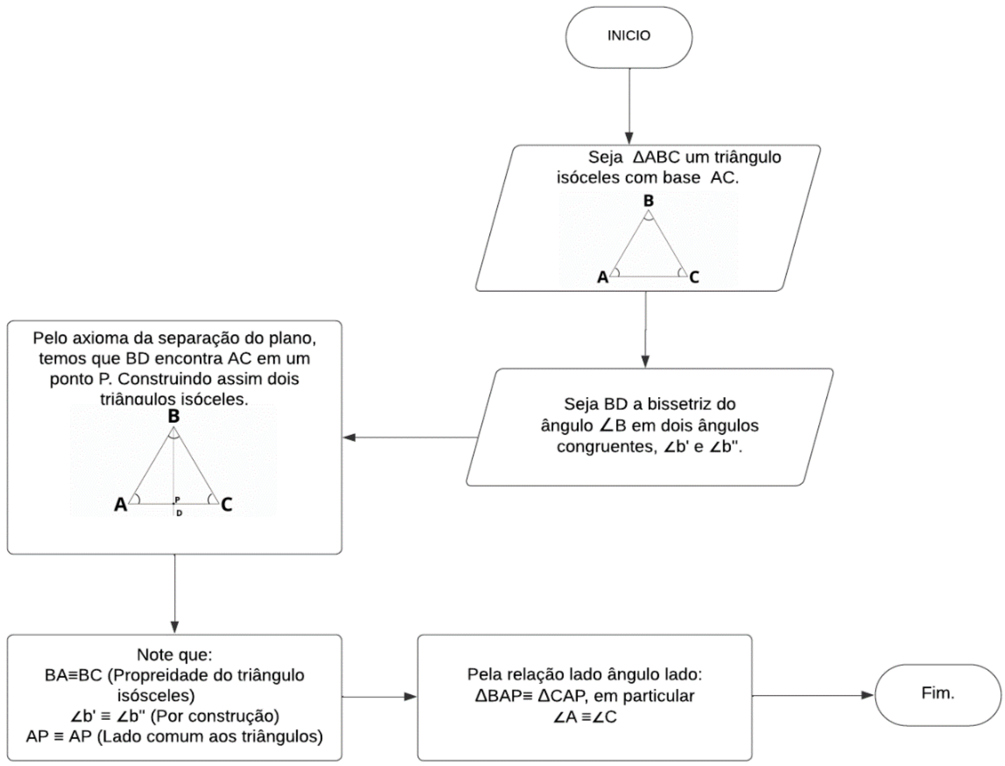
Fonte: Adaptado de Dante (2018, p.41)

Note que o fluxograma apresentado na imagem 15 possui uma sequência lógica simples, facilitando a leitura e compreensão dos alunos, o que difere do fluxograma apresentado na Figura 14. Portanto, a extensão daquilo que deseja ser apresentado nos fluxogramas pode ser um fator comprometedor para sua boa aplicação.

A seguir, serão apresentados fluxogramas para a unidade temática de geometria, abordada no capítulo 4, que trata especificamente de triângulos e quadriláteros. O objetivo é propor uma abordagem metodológica para a resolução de alguns problemas apresentados neste capítulo.

O primeiro problema, localizado na página 109, será analisado com o intuito de contribuir para o ensino de geometria. A partir disso, apresentamos uma demonstração de uma afirmação feita no livro de Dante (2018, p.109): "Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes". Ao elaborar essa demonstração de forma estruturada em um fluxograma (Figura 16), buscamos facilitar o entendimento da afirmação.

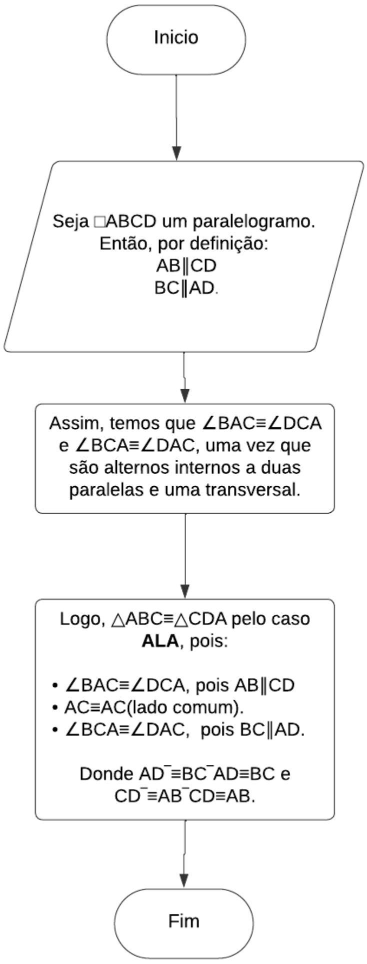
Figura 16: Demonstração da afirmação feita na página 109.



Fonte: Criado pelo autor (2025).

Na área dos quadriláteros no capítulo 4, o autor se preocupa em apresentar propriedades dos quadriláteros e prová-las, aqui destacamos duas demonstrações feitas pelo autor no formato de diagrama de fluxo. Nas páginas 122 e 123, Dante se propõe a apresentar e demonstrar propriedades dos paralelogramos, são provadas três propriedades: 1ª: ‘’Em todo paralelogramo, 2 ângulos são congruentes(têm medidas de abertura iguais) e 2 ângulos não opostos são suplementares (a medida de abertura é igual a 180º)’’; 2ª: Em todo paralelogramo os lados opostos são congruentes’’; e a 3ª: ‘’Em todo paralelogramo, as diagonais se intersectam no ponto médio delas’’. Neste trabalho iremos apresentar em formato de fluxograma somente as propriedades 2 e 3. Na Figura 19 apresentamos a 2ª propriedade, que se encontra na página 122 do livro de Dante (2018).

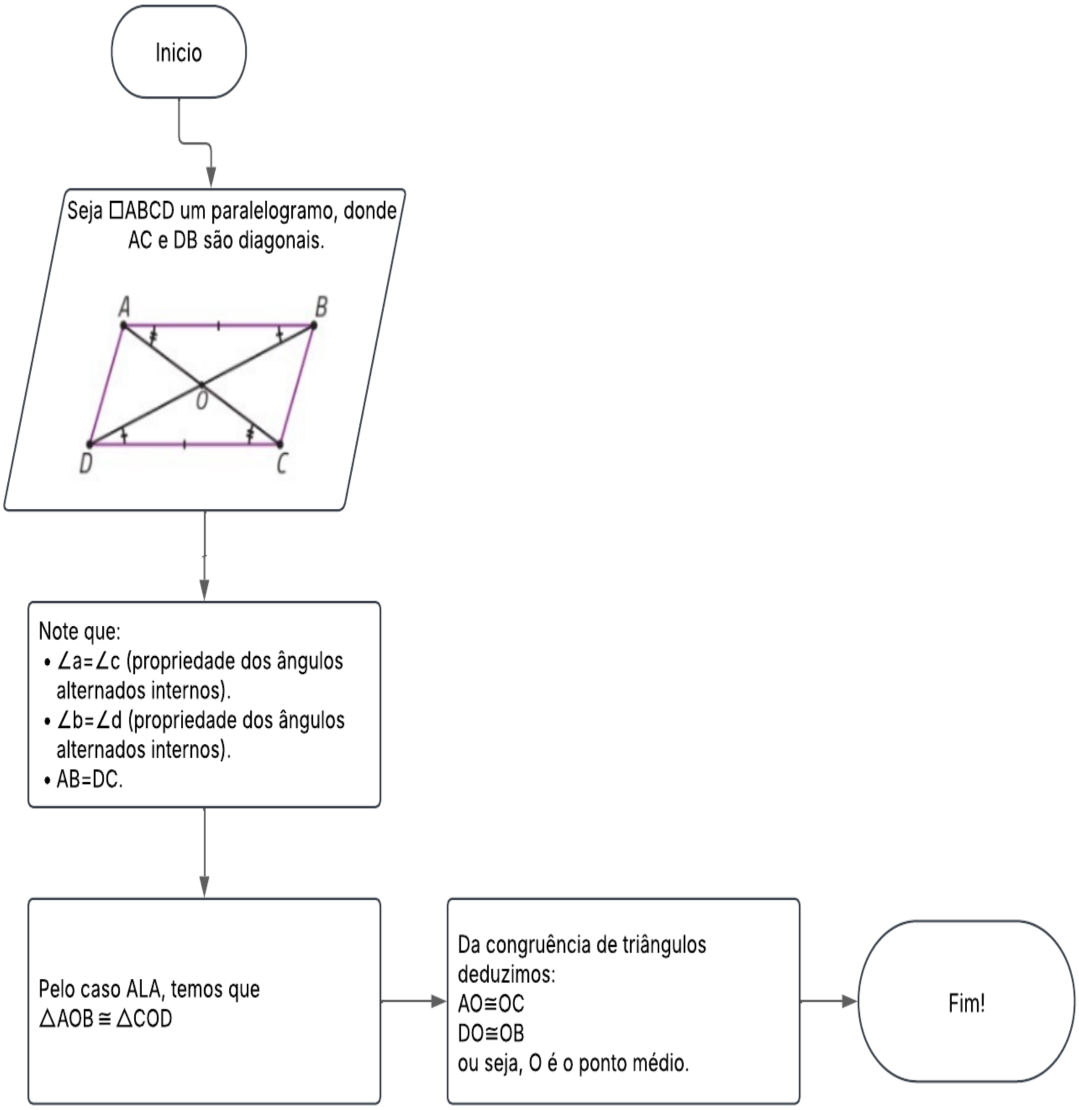
Figura 17: Propriedade 2 dos paralelogramos.



Fonte: Adaptado de Dante, p.122 (2018).

Note que para essa segunda propriedade Dante fez sua representação de forma rápida, o que resulta em um fluxograma com poucas etapas de fluxo, o que possibilita uma rápida leitura. Na 3ª propriedade o autor demonstra que em todo paralelogramo, as diagonais se intersectam no ponto médio delas (Figura 18).

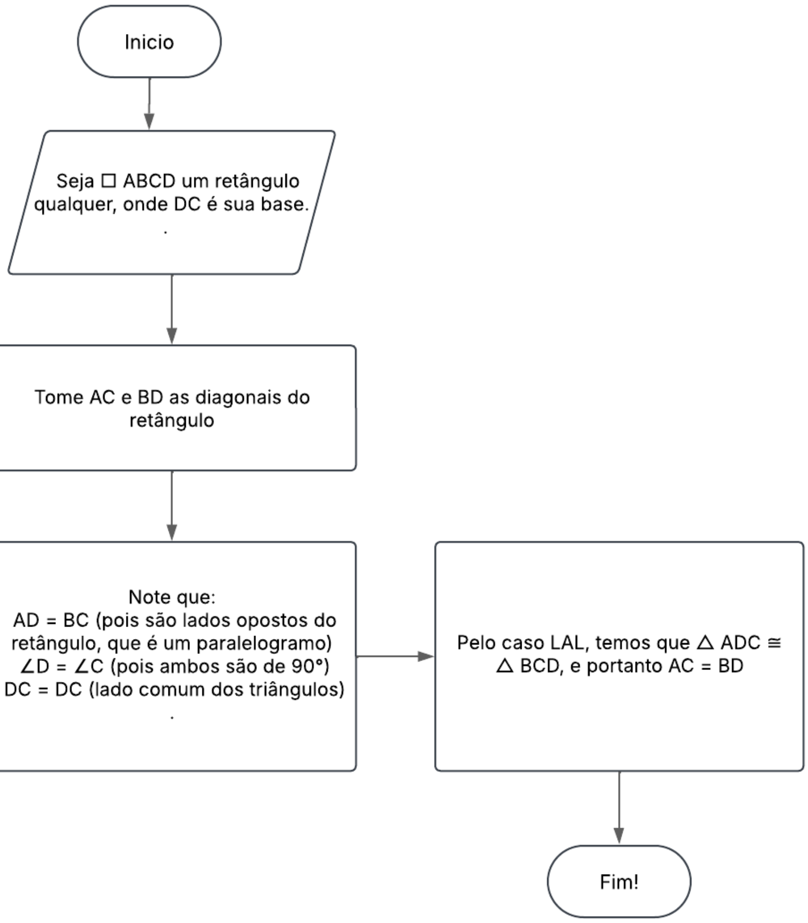
Figura 18: Demonstração da terceira propriedade dos paralelogramos



Fonte: Adaptado de Dante, p.123 (2018).

Na página 124, o autor apresenta propriedades dos retângulos e losangos e demonstra que as diagonais de um retângulo são congruentes, assim, iremos propor uma abordagem via fluxograma para essa demonstração, apresentada na Figura 19.

Figura 19: Demonstração da terceira propriedade dos paralelogramos

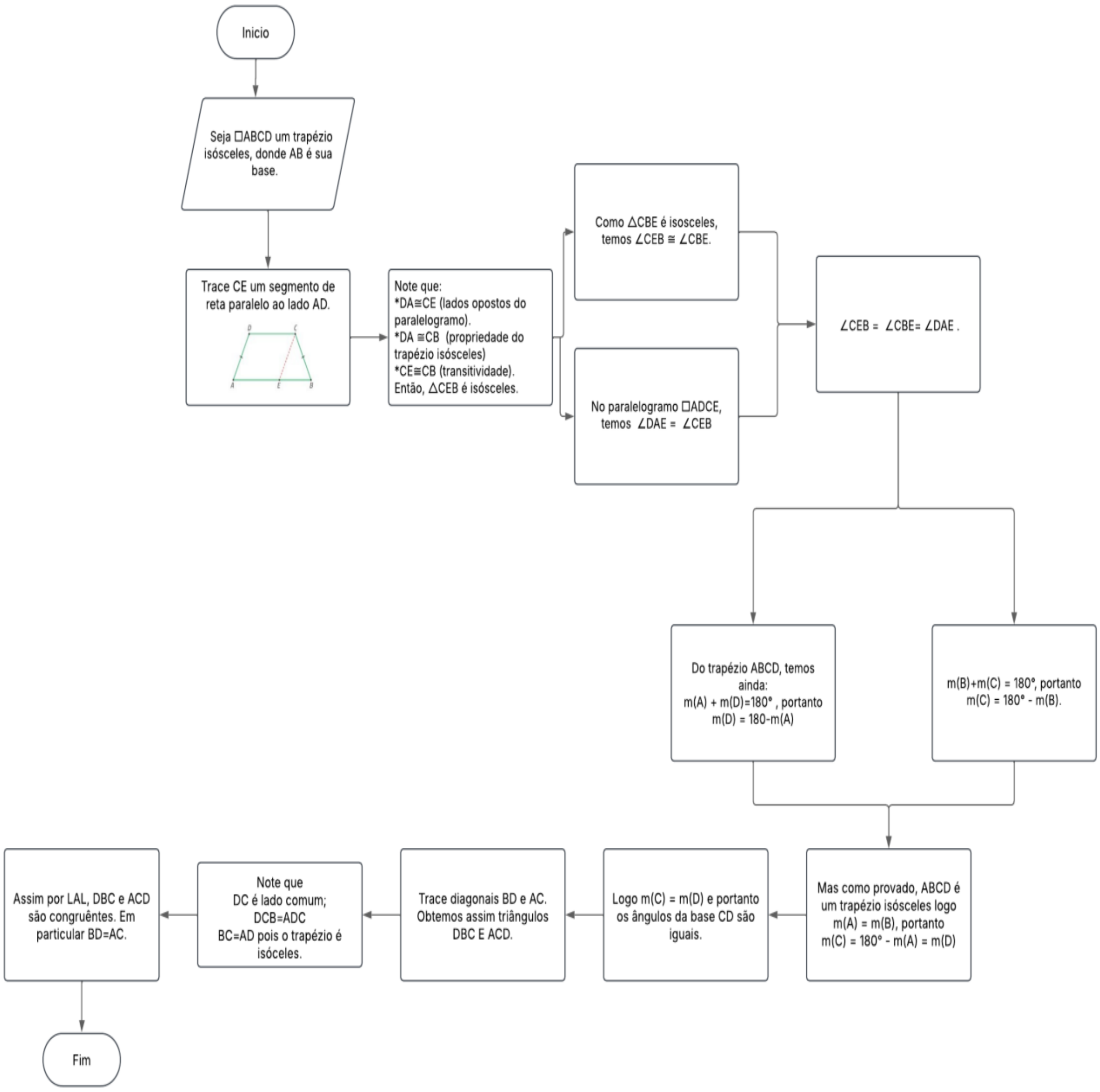


Fonte: Adaptado de Dante, p.123 (2018).

Note que para todas essas demonstrações é necessário o estudo de algumas propriedades de figuras, congruência de figuras e um tratamento da visão geométrica, portanto, uma base nesses assuntos acaba se tornando crucial para o bom entendimento das demonstrações. Todavia, essas demonstrações poderão contribuir para a consolidação dos conteúdos pelos alunos. O fluxograma apresentado possui a estrutura de demonstração feita pelo Dante (2018), coube a este trabalho estrutura-lo.

Por exemplo, a demonstração das propriedades do trapézio, apresentada na página 128 (Dante, 2018) está dividida em duas partes. Compreender cada uma delas e perceber que ambas têm o objetivo de validar uma hipótese é essencial. Nesse caso, ele busca demonstrar que “em um trapézio isósceles, os ângulos da mesma base são congruentes, assim como suas diagonais”. Observemos como pode ser a demonstração usando o fluxograma da Figura 20.

Figura 20: Demonstração do teorema da página 127

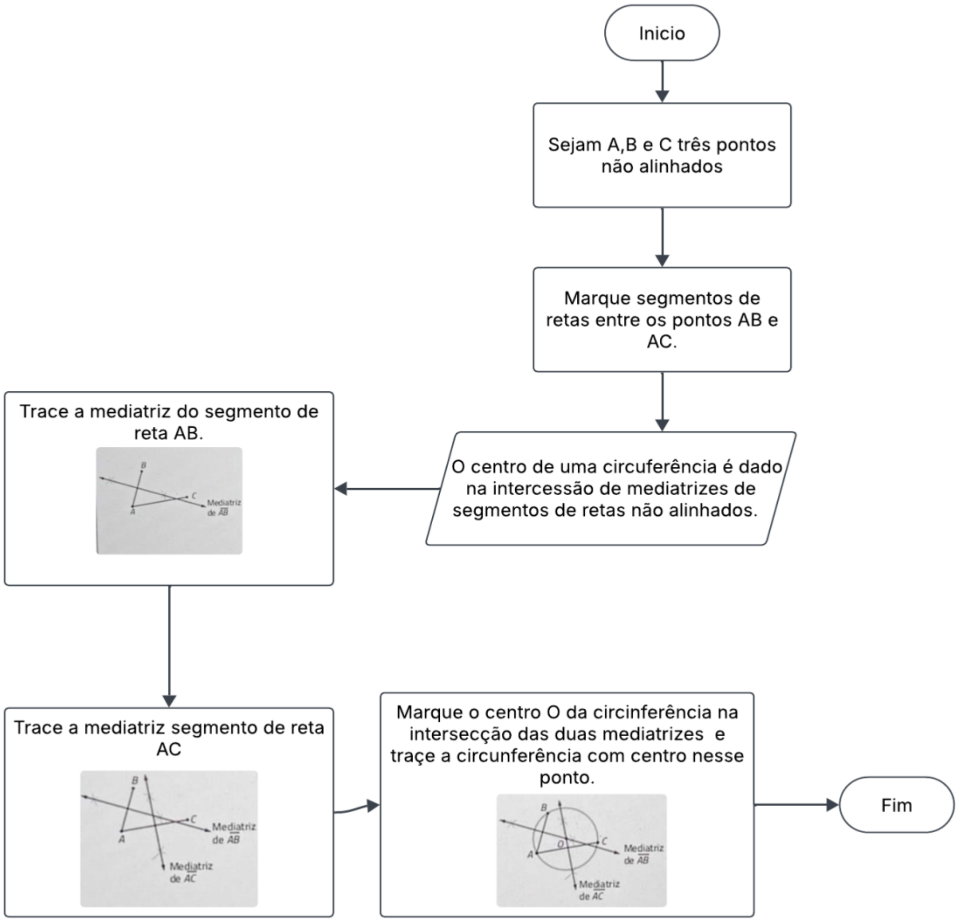


Fonte: Adaptado de Dante, p.127 (2018).

Para uma demonstração mais complexa e longa, o diagrama de fluxo tende a se tornar maior, compreendendo que há mais informações a serem mostradas e analisadas, uma vez que têm como objetivo deixar claro todos os passos importantes da demonstração. Vale relembrar que as demonstrações propostas até aqui são todas retiradas do livro analisado, cabendo a nós representá-las por meio de fluxogramas.

Até agora, realizamos correções nos fluxogramas apresentados no livro e sugerimos algumas utilizações de fluxograma com o propósito de facilitar a compreensão das demonstrações. No entanto, os diagramas de fluxo podem ir além dessa aplicação, eles também podem servir como um manual, apresentando o passo a passo para a construção de figuras, como evidenciado na Figura 21.

Figura 21: Fluxograma mostrando como traçar uma circunferência a partir de três pontos.



Fonte: Adaptado de Dante, p.119 (2018).

O fluxograma da Figura 21 traz o passo a passo para construir uma circunferência que passa por três pontos não alinhados. Para este diagrama de fluxo trouxemos alguns passos anteriores que não são mostrados no livro analisado, como considerar três pontos quaisquer e marcar segmentos de retas ligando-os entre si.

A utilização dos fluxogramas busca sintetizar e trazer os pontos principais de um determinado problema sem perder o rigor matemático. O uso de fluxogramas é trazido na BNCC (Brasil, 2018) como um recurso didático importante para o ensino de Matemática.

É de suma importância que professores estejam preparados para a utilização, também, desses recursos propostos pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), visando facilitar a compreensão dos alunos sobre procedimentos e demonstrações. A quantidade de trabalhos em português que discorrem e debatem acerca desse assunto é pequena, o que também destaca o potencial e a necessidade da presente pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo refletir sobre a utilização das demonstrações matemáticas utilizando fluxogramas como uma abordagem metodológica para o ensino de matemática. No entanto, como discutido, sua estrutura permite a aplicação em diversas áreas da educação.

Inicialmente, propomos uma análise histórica do uso da imagem como ferramenta social e de aprendizagem, compreendendo que o uso de imagens no cotidiano envolve diferentes áreas do cérebro. A Matemática utiliza imagens como recurso didático, mas, desde os gregos, sua axiomática adotou uma abordagem formal, tornando-a mais complexa.

Além da complexidade inerente à axiomática matemática, diversos fatores contribuíram para que a Matemática fosse percebida como uma disciplina “difícil”. Movimentos, como o da Matemática Moderna, levaram ao abandono de algumas áreas, especialmente da geometria.

PCN (Brasil, 1998) ressaltam que a geometria é um campo fértil para a aprendizagem, dada a diversidade de conteúdos que podem ser explorados. Diante disso, foi proposta a utilização de fluxogramas como um recurso didático para auxiliar esse estudo.

Ao estudar a estrutura dos diagramas de fluxo, percebemos que eles podem ser utilizados como recurso didático, pois facilitam a visualização de processos, destacando os principais pontos sem comprometer a compreensão geral do que se propõem a representar. Diante da dificuldade do estudo de demonstrações na geometria, propomos uma abordagem metodológica via fluxogramas que as contemple.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) trás o uso de fluxogramas nas habilidades e competências, em especial, dissertando que os alunos devem estar prontos para enfrentar situações problemas em diversos contextos e expressá-los em diferentes registros de linguagens envolvendo também fluxogramas, assim escolas e professores devem estar aptos para utilização desse recurso.

A análise do livro didático Teláris Matemática 8º ano, de Luiz Roberto Dante (2020), mostrou que a utilização dos fluxogramas como recurso didático ainda é pouco explorada, apesar de sua recomendação pela BNCC (2018) como estratégia de ensino.

Dante contempla o uso de fluxogramas apenas nas unidades temáticas de Álgebra e Números; contudo, não há nenhum exemplo desse recurso na unidade de geometria, que é abordada em três capítulos, mas o uso de fluxogramas não foi aplicado em nenhuma delas**.**

No manual do professor, foram encontradas orientações para a utilização do Geogebra no estudo da geometria, porém, não há recomendações sobre o uso de fluxogramas. Embora o autor demonstre preocupação com o ensino da geometria, a ausência de fluxogramas como recurso didático chama atenção especialmente quando o autor apresenta como habilidade no manual do professor na página XXIV: ‘’utilizar fluxogramas para construção geométrica de ângulos de 90°, 60° , 45° e 30°’’ (Dante, 2020), mas ele não propõe isto em seu trabalho.

Notamos que a utilização dos diagramas de fluxo no livro didático analisado apresenta equívocos em relação à simbologia padrão. Diante disso, exploramos o sistema adotado pela International Organization for Standardization (ISO), uma vez que uma estrutura padronizada para os fluxogramas é fundamental, pois facilita a leitura e interpretação desses diagramas em diversas áreas do conhecimento.

Este estudo foi delimitado ao campo da geometria, mas destacamos que os fluxogramas podem ser aplicados em todas as unidades temáticas propostas pela BNCC (Brasil, 2018).

Realizar esta pesquisa contribuiu de maneira positiva para nossa formação profissional, de maneira que podemos aprender enquanto contribuímos para o avanço do ensino de Matemática. Conhecer mais da história da matemática e do campo da geometria nos trás uma visão das necessidades que existem no ensino.

Ainda sobre a análise do livro didático Teláris do 8º ano, foi possível perceber a abordagem do ensino de geometria feito pelo autor, trazendo a história da matemática para introduzir assuntos ou curiosidades, por exemplo, a geometria dos fractais, a utilização de definições e axiomas para um contato com a geometria demonstrativa, isto nos trouxe experiência para abordagens em sala de aula. No tocante ao uso de fluxogramas é perceptível que seu uso, mesmo que pouco, estava alinhado a um pensamento de sintetizar e facilitar ideias, visando uma aprendizagem, mesmo que houvesse equívocos em sua utilização.

Desse modo, consideramos que a utilização de recursos didáticos se faz necessária no ensino, em especial da Matemática, devido sua complexidade. A estrutura lógica dos fluxogramas permite que o leitor observe o passo a passo de uma atividade matemática, permitindo a identificar a necessidade de correções de forma mais rápida, por isso, foi de grande proveito para nosso estudo, uma vez que~~,~~ podemos articular o discurso matemático, as hipóteses e teses de uma demonstração, compreendendo onde podemos utilizá-los, e quais postulados, teoremas, definições são utilizadas.

Este trabalho delimitou-se às demonstrações mediadas por fluxogramas como uma abordagem metodológica para o ensino de Matemática, em especial para o ensino de geometria, mas ressaltamos que o uso de fluxogramas pode ser aplicado em outras diversas áreas da matemática, como por exemplo: o estudo de fluxogramas voltados para o ensino de álgebra ou para a unidade de números. Este campo de estudo apresenta-se vasto, por isso deixamos ao leitor e àqueles que têm interesse em se aprofundar nos conceitos e ideias da matemática a sugestão de pesquisas sobre fluxogramas nessas áreas.

Concluímos nosso trabalho ressaltando a utilização de recursos didáticos para o ensino de Matemática. Compreendendo a importância dessa ciência para formação do homem como ser social, é necessário que todos conheçam suas aplicações e a compreendam como uma ferramenta social indispensável.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Maria Verônica Rezende de. **Jogando e construindo matemática**: a influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção de conceitos em matemática. 2. ed. São Paulo: VAP, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRITO, Arlete de Jesus; DALCIN, Andreia. **Fotografia no ensino de matemática:** algumas possibilidades. REMATEC, Belém, v. 17, n. 40, p. 60–73, 2022. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n40.p60-73.id504. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/6. Acesso em: 15 fev. 2025.

COSTA, Cleyton Bueno Silva; SILVA, José Roberto Pereira da. **Orientações do BNCC e PCN**: uma análise da geometria dos anos finais do Ensino Fundamental. VI CONEDU, [S.l.], 2024. Acesso em: 28 jan. 2025.

CUÁSQUER-VIVEROS, M.; MORENO-CORTÉS, A. L. **Estudio sobre los diagramas de flujo en la resolución de problemas matemáticos.** Revista UNIMAR, v. 39, n. 1, p. 45-55, 2021. Disponível em: https://doi.org/10.31948/Rev.unimar/unimar39-1-art3. Acesso em: 19 fev. 2025.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 8º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FLORES, Claudia Regina. **Cultura visual, visualidade, visualização matemática.** ZETETIKÉ, Campinas, v. 18, n. temático, p. 271–293, 2010.

HERNÁNDEZ, Luiz Manuel Martinez et al. (Coord.). **Lo que se de**: mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas. 1. ed. México: Red Durango de Investigadores Educativos, A. C., 2014.

LUCID. **Lucid App.** Disponível em: https://lucid.app/documents#/documents?folder_id=home. Acesso em: 10 jan. 2025.

MACHADO, P. F. **Fundamentos de geometria plana.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

MACIEL, Aníbal Menezes. **Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do livro didático de matemática.** 2015. 222 f. (Tese) Doutorado em educação – Universidade Federal da Paraíba, 2015.

MATOS, José Manuel; LEME DA SILVA, Maria Célia. **O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino de Geometria no Brasil e em Portugal.** Boletim de Educação Matemática, v. 24, n. 38, p.

171-196, abr. 2011. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

NIRODE, Wayne. **Proofs without words in geometry.** 2017. (Artigo) – Mathematics Teacher, v. 110, n. 8, 2017.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas de pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. [Recurso eletrônico].

SANTOS, Allif do Nascimento. **Fluxogramas no ensino de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental.** 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2018.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na educação básica**: a fotografia escrita em sala de aula. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SILVA, Ana Flavia Urbano da. **Fluxogramas: uma nova linguagem para trabalhar divisibilidade no Ensino Básico.** 2020. 200 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Rio Claro, 2020.

SILVA, Eli Marcus Fernando da. **O uso de demonstrações matemáticas no Ensino Fundamental.** 2024. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2024.

SILVA, Juliano da Cunha. **Condição de existência e um triângulo**: uma abordagem via fluxogramas. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, 2020.

SILVA, Marcos Ranieri da; REI FILHO, Carlos Gonçalves do; TORRES, José Cícero Ferreira. **Demonstrações matemáticas no Ensino Básico**: por que e como usá-las. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação — REASE, v. 10, n. 10, 2025. Disponível em: https://doi.org/10.51891/rease.v10i10.16108. Acesso em: 20 fev. 2025.

STYLIANIDES, Andreas J. **Proof and Proving in School Mathematics.** Journal for Research in Mathematics Education, v. 38, n. 3, p. 289-321, maio 2007. National Council of Teachers of Mathematics.