UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS DE DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

José Pereira da Silva

As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para Linguagem Algébrica

Itaporanga-PB
2011

José Pereira da Silva

As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para Linguagem Algébrica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distancia da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

Itaporanga-PB
2011

Catalogação na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S586d Silva, José Pereira da.
As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo equações do 1º grau para linguagem algébrica / José Pereira da Silva. -Itaporanga, 2011.
53f. : il. -

Monografia (Graduação) – UFPB/CCEN.
Orientadora: Cibelle de Fátima Castro de Assis.
Inclui referências.

1. Matemática - Ensino. 2. Métodos matemáticos. 3. Linguagem algébrica. 4. Equações. I. Título.

BS/CCEN

CDU: 51:37(043.2)

As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau Linguagem Algébrica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

Aprovado em: _____/____/_____.

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Profª. Drª. Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientadora)

____

Profº. Ms. Antônio Sales da Silva

____

Profª. Ms. Cristiane Carvalho Bezerra de Lima

Aos meus pais, Otávio e Dora, pelo apoio irrestrito em todos os momentos de minha vida.

A minha esposa, Liliana, pelo amor, carinho, dedicação, compreensão e contribuição em todos os momentos. Dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me guiou nessa trajetória, dando-me coragem para superar os obstáculos que surgiram, fazendo da derrota uma vitória, da fraqueza uma força, mostrando-me que não cheguei ao fim e sim ao início de uma longa caminhada.

Aos meus pais, Otávio e Dora, que com estímulos me fez prosseguir, alicerçando-me com sua compreensão, sensatez, dignidade e amor, e por seu apoio irrestrito, tornando possível este momento especial.

Aos meus filhos, Nathália e Álvaro Juan, donos de meu amor e de minha vida, por me presentear com seus sorrisos em momentos difíceis, por manterem-se sempre ao meu lado, mesmo que eu não pudesse proporcionar a eles a dedicação de que são merecedores, por consolar-me com seu amor e compreensão, perdoando minhas ausências.

À minha esposa, Liliana, que acompanhou meus passos mesmo quando foi preciso correr para andarmos juntos, que por muitas vezes compartilhou de meu cansaço e de minhas preocupações, fazendo-se companheira e essencialmente presente em minha vida, respeitando minhas ausências, amparando-me com sua compreensão, carinho e proteção, dando-me colo e ouvidos, oferecendo-me refúgio e atenções, sendo por muitas vezes o sustento de minha alma.

À minha Orientadora, Cibelle de Fátima Castro de Assis, por ser um exemplo de dedicação e doação pessoal e por, além de inegavelmente transmitir seus conhecimentos e sua experiência, apoiar-me em minhas dificuldades, estando sempre à disposição, orientando-me durante todas as fases deste trabalho.

Aos meus irmãos, Vicente, Maria Jailde, Maria de Lourdes e Francinildo, por haver-me guarnecido de coragem, estímulos e compreensão, por fazerem-se amigos e companheiros durante toda essa jornada, por dividir forças tomando como suas as minhas certezas e incertezas, êxitos e frustrações, por comigo completar mais uma etapa.

A todos os meus professores e tutores do curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Aberta do Brasil, bem como aos tutores presenciais do Polo de Itaporanga, por

transmitirem, diante do muito que me foi oferecido, seus conhecimentos e experiências profissionais com capacitação, dedicação e empenho.

Aos colegas de faculdade, Lindemberg, José de Caldas, Ronoaldo, Jailton, Francisco, Edson, Vanessa, Jailma, Valdirene, Maria Aparecida, Rita Selma, Raimunda Ferreira e Wellington, pelas trocas de experiências, pelo convívio, pelas alegrias e incertezas, por todos esses momentos juntos e partilhados, que serão levados por toda a vida, na certeza de que a amizade foi consolidada.

“Na maior parte das ciências uma geração põe abaixo o que a outra construiu e o que uma estabeleceu, a outra desfaz. Somente na matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura”.

Hermann Hankel

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar e investigar as dificuldades dos alunos na transposição dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para a Linguagem Algébrica. Apresenta embasamento teórico nos estudos apresentados por autores como Ponte (2005), Hoffmann (1992), entre outros estudiosos. Encontra-se também fundamentado nos PCN (BRASIL, 1998). Como escolha metodológica, realizamos pesquisa de campo na qual coletamos dados dos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental II, de uma escola municipal, da cidade de Piancó, no estado da Paraíba. Através da observação de duas aulas analisamos a abordagem do professor sobre o tema proposto, bem como as dificuldades encontradas pelos alunos na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, através da proposta de alguns problemas. A maioria respondeu com os dados presentes nos enunciados das próprias questões, mas de forma desconexa; percebemos uma forte tendência ao fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para a direita e os alunos mostravam muitas vezes não distinguir qual o papel que as letras estavam assumindo em determinadas situações. O estudo em questão contribuiu para refletirmos sobre as dificuldades que os estudantes tinham em entender os enunciados e assim fazer a transposição para a forma algébrica, exigindo do professor uma postura participativa nesse processo.

Palavras-chave: dificuldades; resolução de problemas; linguagem algébrica.

ABSTRACT

This work aims to analyze and investigate students' difficulties in transposition of the statements of problems involving equations of the first degree for the algebraic language. It presents theoretical background based on studies by authors such as Ponte (2005), Hoffmann (1992), among others. It is also based on the CPN (BRAZIL, 1998). As a methodological choice, we conducted a field research in which we collected data from the students of the seventh year of the Elementary School of the a municipal school in Piancó city in the state of Paraiba. Through the observation of two lessons we look at the teacher's approach on the proposed topic, and the difficulties encountered by students in the implementation of natural language to algebraic language by proposing some problems. Most answered with the data presented in the statements of the questions themselves, but unconnected; we noticed a strong tendency to make an association with the word order, from left to right and showed the students often do not distinguish the role that letters were taking in certain situations. This study helped to reflect on the difficulties that students had to understand the statements and so for transposing to the algebraic form, requiring a participatory attitude of the teacher in this process.

Keywords: difficulties, solving problems, algebraic language.

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1. Álgebra no Ensino Fundamental 26

Tabela 1. Resultado da Questão 1 42
Tabela 2. Resultado da Questão 2 42
Tabela 3. Resultado da Questão 3 43
Tabela 4. Resultado da Questão 4 44
Tabela 5. Resultado da Questão 5 44
Tabela 6. Resultado da Questão 6 45
Tabela 7. Resultado da Questão 7 46
Tabela 8. Resultado da Questão 8 46
Tabela 9. Resultado da Questão 9 47
Tabela 10. Resultado da Questão 10 47
Tabela 11. Resultado da Questão 11 48

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Gráfico 1. Acertos e Erros dos alunos por questão ....

Figura 1. Registro do Aluno Y 42
Figura 2. Registro do Aluno G 43
Figura 3. Registro do Aluno B 43
Figura 4. Registro do Aluno C 44
Figura 5. Registro do Aluno A 45
Figura 6. Registro do Aluno E 45
Figura 7. Registro do Aluno P... 46
Figura 8. Registro do Aluno N 46
Figura 9. Registro do Aluno D 47
Figura 10. Registro do Aluno F.. 47
Figura 11. Registro do Aluno H... 48
Figura 12. Registro do Aluno H... 48

SUMÁRIO

1. MEMORIAL DO ACADÊMICO 13

1.1 Histórico da formação escolar
1.2 Histórico da formação universitária
1.3 Experiência como professor de Matemática

2. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA 16

2.1 Introdução
2.2 Problemática e Justificativa
2.3 Objetivos
2.3.1 Objetivo Geral
2.3.2 Objetivos Específicos
2.4 Considerações Metodológicas
2.4.1 Caracterização da pesquisa
2.4.2 Os sujeitos da pesquisa
2.4.3 Os instrumentos da pesquisa

3. REFLEXÃO TEÓRICA SOBRE O TEMA 21

3.1 Compreendendo a Álgebra Escolar
3.1.1 Objetivos do ensino de Álgebra
3.1.2 O pensamento algébrico
3.1.3 A linguagem algébrica
3.1.4 O estudo das equações do 1º Grau
3.1.4.1 Orientações didáticas
3.1.4.2 Critérios de avaliação
3.2 A Resolução de problemas em Álgebra
3.2.1 A perspectiva metodológica da Resolução de Problemas
3.2.2 A Resolução de Problemas no ensino da Equação do 1º Grau
3.2.3 Das palavras à Álgebra

4. APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DISCUSSÃO 37

4.1 A turma do 7º ano
4.2 A lista de questões
4.3 Dificuldades dos alunos
4.4 A transposição dos enunciados dos problemas para a Linguagem Algébrica
4.5 A leitura do professor sobre as possíveis dificuldades dos alunos

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 53

REFERÊNCIAS

ANEXOS
Anexo 1 - Autorização para visita à Escola
Anexo 2 – Declaração de aceite da Escola

APÊNDICES
Apêndice 1 - Lista de questões
Apêndice 2- Entrevista estruturada

1. MEMORIAL DO ACADÊMICO

1.1 Histórico de Formação Escolar

Eu, José Pereira da Silva, nasci na cidade de Irecê, no Estado da Bahia. Em 1977, aos dois anos de idade, meus pais decidiram morar na cidade de Itaporanga na Paraíba em busca de melhores condições de vida. Na época, meu pai era pedreiro e minha mãe doméstica. Hoje, ambos são aposentados. Meus pais desejavam que eu fosse bem sucedido em minha vida profissional e por isso sempre ressaltaram a importância da escola na vida de qualquer pessoa, pois eles sempre falavam que não tiveram oportunidades para estudar, porque na época deles, a vida era muito "dura", por isso sempre me orientaram a "abraçar" a oportunidade de estudar e ter uma vida mais digna.

Diante das motivações por parte de meus pais, comecei os meus estudos. Tudo para mim era novo, alegre e diferente, nunca houve choro, nem preguiça para acordar cedo e estudar.

A minha vida escolar iniciou no ano de 1981, na Escola Simeão Leal, aos seis anos de idade. Naquela época, a idade escolar mínima exigida era de sete anos, porém por minha mãe vender lanches na escola, a fim de complementar a renda familiar e por ter amizade com a diretora, fui aceito na escola. Nesta escola, estudei o primário completo, hoje Ensino Fundamental I.

Em 1987 fui transferido para a Escola Estadual de 1º e 2º Grau Adalgisa Téodulo da Fonseca, onde estudei da 5ª série ao 3º ano científico, hoje, Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Atualmente, a escola atende apenas aos alunos do Ensino Médio e passou a ser chamada Escola Estadual de Ensino Médio Adalgisa Teódulo da Fonseca.

Lembro-me que sempre fui um aluno estudioso e aplicado. Porém, a partir da 7ª série, hoje, 8º Ano, me dediquei ainda mais aos estudos, principalmente na disciplina de Matemática, pois a minha professora, Dona Albileide, sempre foi dedicada ao ensino da Matemática e isso era transmitido para nós alunos, e foi diante desse incentivo que tirei o 1º lugar nesta disciplina e desde então, o gosto pelo estudo só veio a aumentar.

As dificuldades encontradas durante esse período deu-se à escassez de material didático, pois só poderíamos estudar através dos conteúdos aplicados em sala de aula pelo professor.

Esse era o único material a que tínhamos acesso. Não tínhamos, por exemplo, na escola, livro didático, biblioteca escolar, material da disciplina para ser xerocado, muito menos a tecnologia de hoje, como os computadores ou acesso a internet, aulas através do retroprojetor ou data show, etc. Quando o professor solicitava um trabalho de pesquisa, recorríamos ao pequeno acervo da biblioteca municipal da cidade.

1.2 Histórico de Formação Universitária

A minha vida acadêmica começou no ano de 2008, “um pouco tarde”, devido às condições financeiras da minha família para financiar meus estudos, bem como pelo fato de que não havia instituições de ensino superior na nossa cidade ou em cidades circunvizinhas. As faculdades mais próximas localizavam-se em Campina Grande e em João Pessoa. Então, passei a me dedicar ao trabalho, já que o sonho de me formar estava além das minhas expectativas e condições.

O regressar às aulas, o começar de novo após um intervalo de alguns anos, tem sido muito gratificante para mim. Por motivos pessoais, desisti de um ciclo normal de um adolescente cheio de sonhos e projetos que ficaram suspensos durante bastante tempo. Agora, ao regressar aos estudos, estou tendo a oportunidade de conseguir concluir o que ficou para trás.

Apesar de muitos afazeres, relacionados ao trabalho como também de ordem pessoal, encontro todos os dias motivação para continuar a minha jornada, pois pretendo adquirir o máximo de formação possível, e levar aos meus futuros alunos, o que aprendi durante todos esses anos de dedicação e continuar daqui para frente com a mesma dinâmica e entusiasmo que comecei.

O curso de Licenciatura em Matemática foi ótimo. A cada período fui aprendendo com as dificuldades, conquistando meu espaço e aprimorando os meus conhecimentos.

As dificuldades eu as tenho como um ponto positivo que contribuíram para a minha formação, pois se as dúvidas não existissem, não existiriam as dificuldades, até porque um curso de Matemática à distância não é fácil, e foi através do grupo de estudos que formamos que fui vencendo os obstáculos, interagindo, trocando experiências, tirando as dúvidas uns dos outros. Enfim, foi um fator determinante para alcançar a minha formação, sem falar nos amigos que fiz, estes levarei por toda a vida.

Outros fatores importantes na minha formação acadêmica foram os tutores e professores, sempre dispostos a nos ajudar, tirando nossas dúvidas, nos incentivando, enfim foram maravilhosos.

1.3 Experiência como professor de matemática

O gosto pela Matemática vem dos longos anos de estudo. Sempre me identifiquei com esta disciplina e em todas as séries, sempre fui o primeiro da turma, e por saber as dificuldades que muitos alunos têm com a Matemática, comecei ajudando os meus sobrinhos e aos poucos passei a ensinar aulas de reforço.

Mesmo com a pouca experiência que tenho em ensinar Matemática, as aulas de reforço foram de suma importância para os meus estágios supervisionados principalmente na parte de intervenção, pois de certa forma já tinha habilidades para ensinar os conteúdos.

No meu estágio de intervenção no final do primeiro semestre de 2010, ou seja, no 5º período, recebi um convite da professora regente para lecionar por seis meses em seu lugar, pois a mesma necessitava tirar uma licença. Não pensei duas vezes e aceitei a oportunidade, passando então seis meses lecionando de 6º ao 9º ano na Escola Municipal Jacinta Chaves Paulo, experiência muito gratificante para a minha vida profissional.

2. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

2.1 Introdução

O ensino da Álgebra tornou-se um dilema para os professores de Matemática, tendo em vista que os estudantes ainda encontram problemas na interpretação e na resolução dos problemas, porém as maiores dificuldades estão presentes na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

É notável a preocupação por parte dos professores de Matemática ao constatarem que os alunos sentem dificuldades não no desenvolvimento da Equação do 1º grau, mas sim, na transposição envolvendo a linguagem algébrica. Partindo desse princípio, André (2008, p. 1) em seus estudos, concluiu que "de modo geral, os sujeitos da pesquisa revelaram muitas dificuldades na conversão entre os registros de representações empregados".

Sendo assim, surgiu a necessidade de alguns questionamentos relativos à problemática sobre o tema em estudo: As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para Linguagem Algébrica, onde foi necessário fazer a pesquisa de campo, contribuição fundamental para compreender a necessidade dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II , surgidas a partir da transposição da linguagem natural em linguagem algébrica, antes da resolução de problemas.

Para tanto, no primeiro capítulo, intitulado MEMORIAL DO ACADÊMICO, descrevemos a trajetória dos meus estudos desde o ensino infantil até a minha vida acadêmica, além da minha experiência com a docência.

No segundo capítulo, APRESENTAÇÃO DA PESQUISA, abordamos os motivos que nos levaram a estudar as dificuldades dos estudantes relacionadas com a transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, para tanto, utilizamos da pesquisa de campo.

No terceiro capítulo, REFLEXÃO TEÓRICA SOBRE O TEMA, refletimos sobre o surgimento e o significado da palavra Álgebra, trabalhando a sua importância na vida escolar, além de estudar os diferentes usos das letras e das linguagens algébricas, bem como as suas funções.

No quarto capítulo, APRESETAÇÃO DOS DADOS E DISCUSSÃO, apresentaremos a turma do 7º ano do ensino Fundamental da Escola Luciano Freire de Farias, como objeto de pesquisa e de investigação, onde foi aplicado um questionário contendo 11 questões no intuito de verificar as dificuldades dos alunos na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, além de coletar informações do professor quanto a estas dificuldades.

No quinto capítulo, CONSIDERAÇÕES FINAIS, destacaremos a pesquisa de campo, como o fator primordial para obtenção deste estudo, pois através da pesquisa, podemos constatar as dificuldades dos estudantes, surgidas a partir da transposição da linguagem natural em linguagem algébrica, além das análises dos dados obtidos com a aplicação do questionário, sendo que os resultados foram relevantes possibilitando trilhar novos caminhos rumo à conquista da melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

2.2 Problemática e Justificativa

Durante o nosso Estágio Supervisionado, bem como o período que lecionei numa escola municipal de Itaporanga, percebi que dos conteúdos abordados em sala de aula, o conteúdo que os alunos sentiam mais dificuldades em aprender era a Álgebra. Esta preocupação me motivou a escolher este tema como propósito de investigação e aprofundar meus conhecimentos, tendo em vista que alguns procedimentos precisam ser modificados e só através de pesquisa é que eu poderia fazer uma reflexão a cerca de como ajudar os meus alunos nas suas dificuldades com a Álgebra.

Quando tratamos do conteúdo Equação do 1º Grau, geralmente abordado no 7º Ano do Ensino Fundamental II, é nítido nos depoimentos dos professores de Matemática que as dificuldades dos alunos não estão no desenvolvimento da equação, mas sim, na transposição das informações dos enunciados envolvendo a Linguagem Algébrica.

Nesse sentido, assevera os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática:

> [...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40 % de acerto em muitas regiões do país.” (BRASIL, 1998, p.115 - 116)

Portanto, surge a necessidade de buscar respostas para questionamentos do tipo: quais as dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para a Linguagem Algébrica?

O estudo proposto investigou a importância da Álgebra na Resolução de Problemas com foco no estudo das Equações do 1º grau, onde passamos a observar os estudantes mediante a construção e resolução de problemas. Dessa forma, essa pesquisa está condicionada às dificuldades dos alunos, seus erros e acertos, configurando um cenário de investigação a respeito da aprendizagem desse conteúdo. Nesse sentido, Arredondo e Diago (2009, p 432), enfatizam:

> [...] a metodologia utilizada pelos professores no ensino dessa matéria deve ser adequada ao nível matemático de seus alunos e aos seus conhecimentos prévios, de modo que se trate de prevenir e eliminar, na medida do possível, as dificuldades que frequentemente surgem em sua aprendizagem, derivadas, em muitos casos, de desajustes de tipo metodológico. (ARREDONDO; DIAGO *apud* COSTA *et al*., 2011, p.117)

Portanto, podemos dizer que a importância deste estudo se justifica porque o tema abordado está relacionado com tudo que se aprende nas séries iniciais: na resolução de equações, na compreensão da elaboração de fórmulas e do significado das letras que representam incógnitas e variáveis.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo Geral

Identificar dificuldades dos estudantes do 7º ano na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equação do 1º grau para a Linguagem Algébrica.

2.3.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral apresentado, estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as dificuldades dos estudantes ao resolverem problemas envolvendo Equações do 1º grau;
- Levantar dificuldades identificadas pelo professor quando os estudantes resolvem problemas envolvendo Equações de 1º grau;
- Analisar as dificuldades dos alunos na transposição de informações dos enunciados para a Linguagem Algébrica a partir das escritas e da percepção do professor.

2.4 Considerações Metodológicas

2.4.1 Caracterização da pesquisa

Com o objetivo de aproximarmos do nosso objeto de estudo, desenvolvemos uma pesquisa que buscou no ambiente escolar as respostas para os nossos questionamentos. A pesquisa desenvolvida, quanto aos seus objetivos, caracteriza-se como sendo uma pesquisa exploratória e quanto à coleta de dados, caracteriza-se como uma pesquisa de campo.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a modalidade de *pesquisa naturista* ou de *campo* acontece quando os dados do estudo são coletados diretamente "no campo", em contraste com aqueles realizados em laboratórios ou controlados pelos investigadores.

Com a finalidade de aprofundar nosso conhecimento sobre o tema e buscar refletir sobre os conceitos matemáticos abordados, a pesquisa caracteriza-se como exploratória. A pesquisa exploratória ou diagnóstica é segundo os estudos realizados por Fiorentini e Lorenzato (2006), aquela que ocorre quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela.

2.4.2 Os sujeitos da pesquisa

Para a realização da pesquisa, tomamos uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental II, no turno vespertino, da Escola Municipal Luciano Freire de Farias, localizada na Cidade de Piancó, no Estado da Paraíba.

Participaram da pesquisa, 23 alunos regularmente matriculados na escola e o professor de Matemática da referida turma.

2.4.3 Os Instrumentos da pesquisa

A pesquisa foi realizada com os alunos da turma do 7º ano do ensino fundamental, onde em duas aulas consecutivas, aplicou-se um questionário contendo 11 questões, e mediante a sua aplicação, não houve qualquer interferência do pesquisador.

O questionário foi aplicado com objetivo de obter informações a cerca das dificuldades dos estudantes com relação ao ensino da Álgebra, bem como na obtenção dos resultados após a resolução das questões (Apêndice1).

As questões de números 01 e 10 contidas no questionário foram retiradas do site http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/eq1g/eq1g.htm, página construída por Ulysses Sodré. As questões de números 02, 03, 04 e 07 contidas no questionário foram retiradas do Livro Praticando Matemática, 6ª série, de Álvaro Andrinni, e as questões de números 05, 06, 08 e 09, foram retiradas do site matematicadidatica.com.br e a questão 11 foi retirada do livro de Campos.

Também realizamos uma entrevista com o professor sobre a sua perspectiva das dificuldades e concepção da resolução de problemas nas aulas de Matemática (Apêndice 2)

3. REFLEXÃO TEÓRICA SOBRE O TEMA

3.1 Compreendendo a Álgebra Escolar

O ensino da álgebra no século XX foi um reflexo de como a álgebra evoluiu com o passar dos tempos, ampliando assim a visão do significado da resolução de problemas, focando a exclusão das rotinas e habilidades algorítmicas, porém incluindo os problemas de textos e algumas aplicações matemáticas. (SCHOEN, 1995, p.135)

A História da Álgebra surgiu mesmo antes dos árabes, há cerca de 4.000 anos a.C, onde o ser humano já expressava as resoluções de problemas fazendo o uso de recursos algébricos. Embora não saibamos com precisão qual a etimologia do vocábulo álgebra, acreditamos que a álgebra seja uma variante da língua latina, do vocábulo árabe (*al-jebr*), onde muitas vezes transliterado por *Al-jebr*. (BAUMGART, 1992).

O primeiro registro do vocábulo al-jebr foi como título de um livro, *Hisab al-jabr w'al-muqabalah,* escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khowarizm). A obra intitulada por *Kitab Al-jabr w´al-muqâbalah,* foram as primeiras anotações sobre álgebra, fazendo menções sobre técnicas para a resolução de equações. (BAUMGART, 1992).

Atualmente a palavra álgebra possui um significado muito amplo no campo da Matemática, podendo simplesmente dizer que se trata "da ciência das equações". (BAUMGART, 1992).

A álgebra surgiu na antiga Babilônia e os primeiros artigos registrados de álgebra foram encontrados no Egito, porém faltava à álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra babilônica. Nos papiros egípcios antigos, tinham-se os registros dos acontecimentos da sociedade. Na álgebra, o papiro de Rhind, escrito por volta de 1650 a.C, era considerado o documento mais antigo da álgebra, sendo escrito por um escriba chamado de Ahmes, onde explicava detalhadamente a solução de 85 problemas de aritmética e de álgebra. (BAUMGART, 1992).

Na Grécia, a álgebra formulada pelos pitagóricos e por Euclides era geométrica. Assim, podemos dizer que estes tinham conhecimentos de que as álgebras babilônicas seguiam verdadeiramente os métodos-padrão babilônicos de resolução de equações.

O ingresso da álgebra na Europa veio com a finalidade de regredir com relação a sua forma e ao seu conteúdo. Porém o renascimento da álgebra surgiu com o forte comércio da Itália, onde obteve grandes progressos devido a fatores como, facilidade de manipular trabalhos numéricos, invenção da imprensa que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseada em ampla distribuição e o ressurgimento da economia. Desta forma, a "álgebra" conquistou grande influência, sendo que ainda hoje possui uma significação satisfatória, com destaque em duas fases: Álgebra antiga e a Álgebra moderna.

Sendo assim, podemos dizer que a história da álgebra no Egito, Babilônia e China, a álgebra surgiu da necessidade de se trabalhar com a resolução de problemas aritméticos que possuíam um valor desconhecido e que não representavam objetos concretos. Já na Grécia a álgebra era utilizada através da geometria, onde os valores desconhecidos eram os lados ou a área de uma figura geométrica.

Com base nas afirmativas de Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), prevaleceu durante muito tempo o ensino da álgebra de caráter reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial. A matemática escolar apresentava-se dividida em compartimentos estanques: primeiro estudava-se Aritmética, depois a Álgebra e, em seguida, a Geometria. No mesmo sentido, segundo relatos desses autores, a Álgebra encontrava-se um caráter mais instrumental, útil para resolver equações e problemas. Comungando dessa ideia Trajano (1947, p.7) diz: “álgebra é a parte das matemáticas que resolve os problemas e demonstra os teoremas quando as quantidades são representadas por letras”. (TRAJANO, 1947 *apud* MEINICKE, 2005)

O surgimento do Movimento da Matemática Moderna unificou os três campos fundamentais da Matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria), com base nos elementos unificadores, como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas. Sendo assim, a Álgebra passou a ocupar um lugar de destaque, ganhando também uma maior ênfase nas transformações das expressões algébricas e dos conteúdos que quase sempre eram apresentados. (TRAJANO, 1947 *apud*, MEINICKE, 2005).

A Álgebra no Ensino Fundamental é, na maioria das vezes, apresentada aos alunos de forma descontextualizada, contém incógnitas difíceis de serem decifradas, e os alunos passam a sentir dificuldades no aprendizado não só da linguagem natural como também na linguagem algébrica.

Sobre o ensino atual da Álgebra, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) colocam que:

> [...] a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões. (MIGUEL, FIORENTINI E MIORIM, 1992, p. 40)

Os autores citados destacam que o ensino da Álgebra na Matemática moderna, tem a finalidade de resolver equações e problemas e embora esteja presente na maioria dos livros didáticos atuais, a Álgebra não vem recebendo o devido mérito nos debates, estudos e reflexões a respeito do ensino da Matemática.

No mesmo sentido, Lins e Gimenez (1997), comentam a respeito da Álgebra presentes nos livros didáticos atuais: "[...] técnica (algoritmo) / prática (exercícios) isto é praticamente tudo que encontramos na maioria dos livros didáticos disponíveis no mercado brasileiro" (p.106).

Assim, podemos dizer que se faz necessário a conscientização dos professores quanto a abordagem de ensino da Álgebra, uma vez que esta é de suma importância na Matemática, principalmente para o Ensino Fundamental, que serve de base para que os alunos passam a desenvolver habilidades para resolução de problemas em qualquer área de conhecimento e nos mais diversos momentos de sua vida.

3.1.1 Objetivos do ensino de Álgebra

Com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática podemos dizer que é através do estudo da Álgebra que o aluno constrói o seu próprio espaço, sendo bastante significativo para que ele desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (BRASIL, 1998, p.115).

A Álgebra na vida escolar dos alunos é fundamental por favorecer possibilidades que abrangem uma visão de mundo, propondo o despertar, a motivação e o interesse na construção do conhecimento, bem como no desenvolvimento perante a sociedade, uma vez que os alunos estão acostumados a decorar fórmulas matemáticas, manipulações de símbolos que na maioria das vezes não possuem nenhum significado, sendo o seu estudo desenvolvido de forma mecânica.

Diante desse contexto, encontramos amparo nos PCN (1998):

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos

> matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40)

Os PCN advertem para que o ensino da Álgebra seja mais apreciado em virtude de estabilizar a sua contribuição na vida dos alunos, beneficiando-os não só em aprender a resolução de problemas algébricos, mas também em resolver situações do cotidiano, além das atividades no campo de trabalho, apoiando-se ainda nos conhecimentos em outras áreas curriculares.

3.1.2 O pensamento algébrico

Diariamente nos deparamos com situações que requerem o pensamento algébrico. Sentimos a necessidade de calcular valores desconhecidos na resolução de alguns problemas do cotidiano.

A matemática dentro do contexto histórico-social do cidadão predomina e se transforma em um processo de construção onde o ser humano atua juntamente com as outras ciências. De acordo com Ponte (2006)

> [...] no *pensamento algébrico* dá-se atenção não só aos objetos, mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre estas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades. (PONTE 2006 *apud* GUIMARÃES *et al*., 2005, p.16-17)

Assim o pensamento algébrico é composto de diferentes formas de pensamentos e de compreensão do simbolismo, onde deve ser incorporado em todas as áreas da matemática, onde devemos desenvolver essas formas de pensar desde o início escolar, de modo que os alunos aprendam a pensar produtivamente com as idéias da matemática, ou seja, possam pensar matematicamente.

Podemos considerar a linguagem algébrica como sendo fundamental para descrever simbolicamente regularidades, assim sendo os PCN (1998) aludem:

> [...] é interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. (BRASIL, 1998, p. 117)

Para desenvolver o pensamento algébrico, além do estudo de padrões e regularidades, como citados por Ponte (2006) e nos PCN (1998), os professores devem propor a exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

> - Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
> - Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> - Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (BRASIL, 1998, p. 81)

Nesse sentido, podemos dizer que os alunos ainda utilizam os métodos convencionais, ou seja, ainda trabalham com as letras, precisamente as últimas letras do alfabeto (Y, X e Z) para transformar a linguagem natural para a linguagem algébrica, como também buscam auxilio em outros elementos como diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos que podem ser usados para expressar a generalização.

3.1.3 A linguagem algébrica

Souza e Diniz (1996) focam o estudo da Álgebra como a linguagem da Matemática utilizada para expressar fatos genéricos, uma vez que como toda linguagem, a Álgebra possui seus símbolos e suas regras, onde os símbolos são as letras e os sinais da aritmética; enquanto que as regras são as mesmas regras da aritmética.

No mesmo sentido, Garcia (1997) complementa afirmando que na Matemática:

> O simbolismo formal constitui uma verdadeira linguagem, principalmente em forma escrita, necessário para a comunicação do pensamento matemático que opera em dois níveis. O primeiro é o nível semântico: os símbolos e as notações carregam um significado em paralelo com a linguagem natural. O segundo nível é puramente sintático, em que se podem aplicar regras manipulativas, sem referência direta ao significado.
>
> [...] o nível sintático, elemento essencial na álgebra é a principal causa de dificuldades associadas ao uso das notações formais, sobretudo, para os estudantes que depois de uma larga trajetória aritmética, em séries anteriores, se depara, com novas regras sintáticas algébricas, contraditórias muitas vezes com as aritméticas. (GARCIA, 1997, p. 11)

Para a compreensão da Matemática é necessário apreendermos a linguagem matemática dos números e letras e suas funções. Ao refletirmos sobre o tema proposto, dizemos que a utilização da linguagem algébrica, permite que uma letra possa ser usada com diferentes finalidades, nomeadamente como: instrumento que permite a expressão de uma generalização;

representante de um valor particular desconhecido (incógnita) ou de uma constante e argumento ou parâmetro de uma função.

O Quadro 1 seguinte apresenta as diferentes interpretações da Álgebra escolar e as diferentes funções das letras. (BRASIL, 1998, p.116):

Quadro 1. Álgebra no Ensino Fundamental

Dimensões da Álgebra	**Aritmética Generalizada**	**Funcional**	**Equações**	**Estrutural**
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

Diante do Quadro 1, podemos constatar do que se trata os padrões da Álgebra no ensino fundamental, que nos permite distinguir e interpretar a álgebra como conteúdo, bem como as funções das letras.

Temos conhecimento de que os professores não trabalham todos esses aspectos da álgebra em suas aulas, pois estão acomodados a ensinar apenas cálculos algébricos e equações, apesar de serem necessários, estes não são suficientes para o aprendizado destes conteúdos.

Além disso, por causa da utilização da linguagem simbólica é quase impossível colocar uma divisória ou estabelecer limites entre aritmética e álgebra, muito menos impor uma ordem estrita, primeiro aritmética, depois Álgebra.

A função da letra como incógnita numa equação é a de reconhecê-la como símbolo, aparecendo na equação como um objeto que representa valores específicos:

- Generalizar uma igualdade como $4 + 6 = 6 + 4$, na qual a ordem das parcelas não altera a soma, escrevendo-se $a + b = b + a$.
- Os números pares positivos, $2 = 2 \cdot 1$; $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2 \cdot 4$ podem ser representados por $2 \cdot n$, ou $2n$, onde consideramos que n representa qualquer número inteiro positivo.

Nesses exemplos, as letras x e y são as incógnitas em cada uma das equações:

- $x + 8 = 15$
- $x^3 - 9x^2 - 7 = 4$
- $3sen(x) + 25cos(x) = 18$
- $3x^4 - x^3 + 5x^2 - 34x + 1211 = 0$
- $tg\,(3y - 25) + sen^3(cos\,(y^2 + 4y - 1)) = 255$

3.1.4 O estudo das equações do 1º Grau

Entendemos que o termo equação é aplicado a toda sentença matemática que contém letras expressa por uma igualdade. Estas letras que compõe a equação referem-se aos números desconhecidos e são denominadas de incógnitas.

O primeiro contato que o aluno tem com a equação de 1º grau, é no 7º ano do ensino fundamental II. O estudo da equação tem como objetivo estudar soluções para os problemas do cotidiano, podendo ser utilizada em diversas áreas do conhecimento.

Sabemos que existe uma preocupação constante por parte de especialistas, professores e autores com relação ao desenvolvimento das atividades mediante o livro didático.

O propósito na utilização do livro didático, dentro e fora da escola é fazer com que os alunos adquiram o gosto por assunto matemático. Assim, Polya (1995) endossa essa afirmação dizendo que:

> [...] até estudantes bem inteligentes, podem ter aversão á Álgebra. Há sempre alguma coisa de arbitrário e artificial numa notação e o aprendizado de uma nova notação constitui sobrecarga para a memória. O estudante inteligente recusará aceitar esse ônus se ele não notar nisso nenhuma compensação. A sua aversão pela Álgebra se justificará se não lhe for dada ampla oportunidade para que ele se convença, por sua própria experiência de que a *linguagem dos símbolos matemáticos ajuda o raciocínio.* Auxiliá-lo nessa experiência constitui uma das mais importantes tarefas do professor. (POLYA, 1995, p.101)

De acordo com o Guia de Livros Didáticos de Matemática, a sexta série (7º Ano) propõe mais atividades do que a oitava (9º Ano) e um pouco menos do que a sétima (8º ano), assim comenta os PNLD:

> O tratamento da álgebra, como uma generalização de relações numéricas, começa no volume da 5ª série. Outras dimensões desse campo são desenvolvidas progressivamente nas séries seguintes, com destaque para o estudo de funções no livro da 8ª série, apoiado na noção de correspondência entre grandezas variáveis. A linguagem algébrica é bem apresentada, e os papéis das letras são explicitados com

> clareza. Contudo, no livro de 6ª série, é dada demasiada atenção ao cálculo algébrico, que é um assunto bastante técnico. (BRASIL, 2008, p. 65).

O pensamento algébrico leva a explorar diversas situações de aprendizagem para que o aluno possa produzir e interpretar diversas formas de escritas algébricas, sempre preservando as leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Para o professor, não é uma tarefa fácil ajudar o aluno na construção do conhecimento ou na aquisição da aprendizagem da Álgebra, uma vez que os alunos precisam desenvolver alguns procedimentos para resolver tais equações, porém o professor deve articular seus alunos motivando-os a trabalhar a álgebra relacionando as suas diferentes concepções, como sendo: Dimensões da Álgebra, o uso das letras e Conteúdos (conceitos e procedimentos)

3.1.4.1 Orientações Didáticas

Para que os alunos tenham a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, faz-se necessário trabalhar atividades relacionadas ao estudo da Álgebra durante todo o Ensino Fundamental, tendo em vista que o ensino da Álgebra é fundamental para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos que seguirão.

É com base nos PCN que devemos focalizar as orientações para o ensino da Álgebra, a fim de que os professores possam desenvolver argumentações e reconhecer a problemática relacionada ao ensino da Álgebra, e ainda propor soluções e técnicas para uma compreensão satisfatória desse conteúdo por parte dos alunos.

Assim sendo, os PCN (1998) asseguram que:

> [...] nas atividades algébricas propor no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a .sintaxe. das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as .regras. para resolução de equações. (BRASIL, 1998, p. 121-122)

As orientações didáticas dos PCN (BRASIL, 1998) têm o papel de colaborar para uma reflexão a cerca da importância do ensino, abordando aspectos relacionados às condições dos conhecimentos matemáticos, além de analisar os conceitos e procedimentos a serem ensinados, de modo que os alunos também possam construir conhecimentos matemáticos.

Claro que as orientações didáticas não abordam todos os aspectos relacionados ao estudo da álgebra, porém nos orientam sobre quais complementações podemos utilizar para ampliar os conhecimentos, ou seja, aperfeiçoar os estudos, por exemplo, através da leitura de documentos, trabalhos, debates e pesquisas, além de outras fontes de orientações didáticas sobre diversos temas que a matemática aborda.

Os PCN (BRASIL, 1998) também permitem interligações entre os estudos dos números e das Operações no campo da Aritmética, da Álgebra e da Geometria, e de outros campos do conhecimento, propondo:

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p.50)

Diante das interligações, dizemos que é a partir dessas generalizações que se pode possibilitar o estudo de situações de aprendizagem, onde o aluno representará a Álgebra através de problemas que envolvem equações e inequações.

3.1.4.2 Critérios de avaliação

O estudo da Álgebra é muito amplo e significativo, onde o aluno deve desenvolver suas habilidades e exercitar a sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Sendo assim, Arredondo e Diago (2009, p.434) asseveram quanto ao processo avaliador em Matemática, levando em conta quatro componentes: “os meios ou instrumentos para obter a informação; a resposta obtida; a análise e a interpretação da resposta; o relatório realizado com a informação obtida”. Sabemos que a avaliação versa sobre os objetivos concernentes a aprendizagem, mediante a interpretação dos conteúdos, que implicam também em repensar as suas variedades em situações de aprendizagem. É comum fazer-se uso da avaliação contínua, utilizando como instrumentos, as provas, trabalhos, participação em sala, como indicativos que devem ser considerados. Porém a função de analisar o desempenho dos alunos é um constante exercício para o educador, tendo em vista a necessidade em reorganizar a atividade pedagógica.

Portanto, a avaliação é essencial em qualquer processo que envolva o ensino e aprendizagem na Matemática não é diferente, porém é necessário utilizar-se de alguns critérios que concernem para uma compreensão da avaliação mediadora, que é orientada através de uma ação pedagógica reflexiva, voltada ao conhecimento, com a intenção, não apenas de compreender, mas também em promover ações que venham a beneficiar alunos e instituições. Para Hoffmann (2001):

> A avaliação está predominantemente a serviço da ação, colocando o conhecimento obtido, pela observação ou investigação, a serviço da melhoria da situação avaliada. Observar, compreender, explicar uma situação não é avaliá-la; essas ações são apenas uma parte do processo. Para além da investigação e da interpretação da situação, a avaliação envolve necessariamente uma ação que promove a sua melhoria. (HOFFMANN, 2001, p. 17)

Deste modo, os critérios de avaliação indicados são fundamentais para o desenvolvimento da ação pedagógica, apresentando ainda, aspectos relevantes em relação às competências desenvolvidas pelos alunos, favorecendo-os também no desenvolvimento intelectual via ação reflexiva. Nesse sentido, afirma Silva (2004):

> Os critérios visam zelar pela qualidade dos objetivos previstos e emergidos. São disponíveis qualitativos da intencionalidade avaliativa. [...] Destacamos que a utilidade dos critérios não pode se limitar a ser um referencial para colocação de pontos e construção de notas. Os critérios na perspectiva formativa - reguladora tem uma natureza qualitativa. Referencial para interpretar as produções dos aprendentes, ser balizador para nosso olhar pedagógico sobre as respostas, as ações dos alunos e acerca de nosso trabalho. (SILVA, 2004, p. 65)

Portanto, os objetivos são alcançados de acordo com os critérios de avaliação estabelecidos, sendo proveniente de uma ação educativa, onde favorecem a percepção e o desenvolvimento intelectual dos alunos.

A avaliação formativa visa regular o processo de ensino - aprendizagem, detectando e identificando metodologias de ensino mal adaptadas ou dificuldades de aprendizagem nos alunos. Nesse processo, um dos seus objetivos centrais é o fornecimento de *feedback* que consiste na comunicação, ou na informação, a respeito do desempenho do ensino e das aprendizagens tanto para os professores quanto para os alunos.

3.2 A Resolução de problemas em Álgebra

3.2.1 A perspectiva metodológica da Resolução de Problemas

Sabemos que ainda hoje versa a discussão sobre a Resolução de Problemas, e que esta, não tem desempenhado o seu verdadeiro papel no ensino, continuando a ser utilizada na aplicação de conhecimentos obtidos pelos alunos e não como forma de construção do conhecimento matemático.

Porém, estas práticas, ainda são utilizadas com certa frequência, onde os alunos são acostumados a resolver problemas da seguinte forma: aprende um conceito, uma fórmula e depois é apresentado um problema para empregar o já foi ensinado. Assim, a maioria dos alunos não reflete sobre o que está sendo aplicado, apenas resolvem os problemas, então para eles, resolver problemas significa fazer cálculos com os números em um texto.

Tais práticas utilizadas para a aprendizagem da resolução de problemas acabam empobrecendo o raciocínio lógico e criativo do aluno e chega a impedir o desenvolvimento de atitudes inteligentes e necessárias, como sendo: argumentar, elaborar estratégias para solução de problemas, reconhecerem conceitos matemáticos, entre outras.

Nos anos de 1990, a Resolução de Problemas passa a ter outra concepção, sendo descrita como metodologias para o ensino da matemática, numa perspectiva de utilizar estratégias na busca pelo ensino e aprendizagem.

A concepção de Resolução de problemas numa perspectiva metodológica corresponde a um método de ensino que envolve mais que aspecto metodológico inclui toda uma postura frente ao que é ensinar e consequentemente ao que é aprender, ou seja, proporcionar ao aluno a oportunidade de construir sua própria análise, buscar conhecimentos de forma sequencial ou simultânea, podendo assim, criar em sala de aula, situações de aprendizagem em que os alunos cheguem a formular e entender estas regras. Assim assevera Diniz (2001):

> Analisar a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica a serviço do ensino e da aprendizagem de matemática amplia a visão puramente metodológica e derruba a questão da grande dificuldade que alunos e professores enfrentam quando se propõe a Resolução de Problemas nas aulas de matemática. A utilização de recursos da comunicação pode resolver ou fazer com que não existam essas dificuldades. (DINIZ, 2001, p. 87)

Portanto, podemos dizer que a metodologia da resolução de problemas está ligada a maneira como pensamos matematicamente e não apenas a pratica de cálculos e deduções.

3.2.2 A Resolução de Problemas no ensino da equação do 1º Grau

No desenvolvimento do estudo das equações de 1º grau, a resolução de problemas para o aluno é um momento novo e por isso mesmo, configura uma etapa delicada para a construção do conhecimento. Por isso mesmo, deve ser trabalhada a questão da motivação para gerar o gosto pelo estudo. Nesse sentido, o estudo de Polya (1995), aponta:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1995, Prefácio a Primeira Tiragem, p. V)

O ensino da Álgebra tem a preocupação de fazer com que os alunos, possam compreender os enunciados para depois desenvolvê-los de forma adequada, ou seja, proporcionar diferentes métodos explicativos para que os alunos possam intensificar seus conhecimentos, buscando trabalhar a capacidade de compreensão para obtenção de resultados satisfatórios.

Segundo Polya (1995, p.3) para se resolver um problema, devemos passar por quatro fases:

- Compreender o problema – temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário para resolvê-lo;
- Estabelecer um plano – temos que ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano;
- Executar o plano – verificar cada passo
- Fazer um retrospecto – examinar a solução obtida.

Deste modo, Polya (1995) em sua obra “A Arte de Resolver Problemas”, ressalta a importância dos questionamentos e das sugestões que devem ser feitas durante a resolução de problemas. Sendo assim faz-se necessário que o professor, esteja sempre estimulando o estudante para que este possa desenvolver suas habilidades de resolver futuros problemas por si próprio, para que diante de uma nova descoberta, alcance a solução almejada.

Passemos a um exemplo da aplicação da estratégia de George Polya (1995, p.XII-XIII) para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau:

Questão 9: O volume de chuvas na minha região foi de 30 ml nos dois últimos dias. Sabe-se que ontem choveu o dobro da quantidade que choveu hoje. Qual foi o volume de chuva de hoje?

1ª Etapa: Compreensão do problema

Para entendermos um problema devemos estar em condições de identificar as partes principais do problema, ou seja, a incógnita, os dados e a condicionante.

- Qual é a incógnita?

O volume de chuva, onde denotaremos o mesmo por v.

- Quais são os dados?

O volume de chuva do dia de hoje: v

O volume de chuva do dia de ontem: 2v

O volume de chuva dos dois últimos dias: 30 ml

2ª Etapa: Estabelecimento de um plano

Segundo Polya (1995, p. 5), "temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos, etc., que precisamos executar para obter á incógnita". Vamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita do problema, expressando os dados do problema por meio de uma equação. Assim representando esse número desconhecido com a letra v, e escrever a sentença matemática que traduz, algebricamente, o problema.

3ª Etapa: Execução do plano

Nesta etapa, devemos observar se é possível executar o plano.

$2v + v = 30$

$3v = 30$

$v = 30/3$

$v = 10$ ml

4ª Etapa: Retrospecto

Revisando e examinando a solução obtida, verificando os resultados e os argumentos utilizados.

Verificando se a igualdade é verdadeira, substituindo o valor de v, na equação dada:

2v + v = 30

2 (10) + 10 = 30

20 + 10 = 30

30 = 30 verdadeira

Obtendo o resultado por um caminho diferente. Dados,

O dia de ontem---→x

O dia de hoje------→y

Choveu ontem o dobro de hoje----→x = 2y

Volume de chuva dos dois dias-----------→x + y = 30 ml

Armando o sistema teremos,

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x = 2y \end{cases}$$

Substituindo a 2ª equação na 1ª equação:

2y + y = 30

3y = 30

y = 30/3

y = 10 ml

Através de uma resolução de um problema como esse, podemos perceber que fica muito mais fácil de resolver outros problemas análogos. Para isso, devemos analisar de diversas formas se temos outros meios para resolvê-los, ou até mesmo outras ferramentas. É preciso refletir bem sobre cada etapa e saber executá-la também para se chegar à resposta desejada, apresentando a resolução de modo satisfatório.

Além disso, é importante trabalhar em sala de aula questões diversificadas, como orientam os PCN a seguir, para a construção sólida do conhecimento e do pensamento algébrico.

> Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações. (BRASIL, 1998, p. 122)

3.2.3 Das palavras à Álgebra

Somos sabedores de que a transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, sempre esteve em “pauta” no âmbito educacional as discussões a cerca das dificuldades envolvendo a equação do 1º grau. No entanto, faz necessário antes de tudo, identificar quais são as dificuldades dos estudantes, para que uma vez levantadas tais dificuldades, os professores possam analisá-las e trabalhar novas metodologias em busca de utilizar novos métodos, bem como aprimorar a percepção do aluno com relação ao processo da passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e vice-versa.

Estudos revelam que os estudantes se deparam com muitas dificuldades na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, ou seja, os alunos sentem dificuldade em associar a ordem em que as palavras aparecem no texto para representá-las através de dados do enunciado do problema ou situação proposta.

Autores como Lochhead e Mestre (1995), apontam algumas fragilidades no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra. Através de um problema proposto para alunos americanos do curso de Engenharia, perceberam que o passo mais difícil na resolução de problemas talvez seja o processo de conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica. O problema citado na pesquisa é:

“Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade. Use A para indicar o numero de alunos e P para indicar o número de professores” (LOCHHEAD E MESTRE, 1995, p.145)

De acordo com os autores, dois terços dos alunos responderam de forma errada e escolheram a reposta 6A = P, em que se verifica uma troca de variável. Se essa fosse a resposta, para um total de dez alunos, teríamos 60 professores, exatamente o contrário do que afirma o enunciado, onde o correto seria A = 6P. Segundo os autores, esse tipo de erro ocorre, principalmente, por duas razões: primeiro, “os alunos mostram uma forte tendência a fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para direita”, e segundo, “muitas vezes confundem variáveis com rótulos”. (LOCHHEAD E MESTRE, 1995, p.147)

Os autores ainda enfatizam que os alunos apresentam dificuldades em três tipos de problemas: escrever uma equação para representar uma relação entre duas variáveis dada em forma tabular; para escrever uma sentença, a partir de uma equação linear simples com duas variáveis e escrever uma equação que represente a relação entre duas variáveis, no caso da relação ser apresentada de forma pictórica. (LOCHHEAD; MESTRE, 1995, p.147)

Para Trigueros e Ursini (2001, p.327), os diferentes usos das letras (número genérico, incógnita, variável) aparecem, frequentemente, no mesmo problema e desconsiderá-los pode ser a causa de algumas dificuldades apresentadas pelos alunos quando trabalham com Álgebra. Complementando, as autoras explicitam a necessidade de englobar cada um desses usos, ou facetas da variável, em um único conceito:

> Os diferentes usos do conceito de variável estão na base das dificuldades que os alunos encontram ao tentar aprender a álgebra [...] a possibilidade de integrar um conjunto de idéias relacionadas em um único conceito pode ajudá-los a focalizar a atenção (URSINI ETRIGUEROS, 2001, p. 333)

No mesmo sentido os PCN (BRASIL, 1998) salientam que o trabalho com a Álgebra é fundamental para compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe. (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p.84)

Os PCN (BRASIL, 1998) ainda afirmam que as dificuldades surgidas na aprendizagem do cálculo literal e das operações algébricas podem ser decorrentes da forma como estes conteúdos são abordados, sendo apresentados de forma abstrata e desenvolvidos mecanicamente. Deste modo, cabe ao professor "utilizar os diferentes significados e representações dos números naturais, inteiros, racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento". (BRASIL, 1998, p.76).

Paralelamente a estas dificuldades, Lochhead e Mestre (1995, p.145), contribuem enfatizando que esta dificuldade não vem da falta de fluência algébrica, pois os alunos são capazes de realizar operações algébricas, de ler e resolver alguns problemas, o que acontece é que muitos não conseguem traduzir corretamente para a linguagem matemática, frequentemente expressam o contrário do que pretendem.

Desta forma, para a aprendizagem da Álgebra plena de significados o ensino deve estar respaldo em várias estratégias pedagógicas. Entre elas temos o uso de materiais concretos e jogos, contribuindo significativamente para um entendimento maior dos assuntos e construções mais sólidas de conceitos, além de desenvolver um espírito crítico no aluno.

4 APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DISCUSSÃO

Neste momento apresentaremos os dados coletados da pesquisa bem como a discussão dos mesmos.

4.1 A turma do 7º ano

A turma do 7º ano da Escola de Ensino Fundamental, da Escola Municipal Luciano Freire de Farias, localizada na Cidade de Piancó, no Estado da Paraíba é formada por 23 alunos com média de faixa etária de 14 anos de idade, sendo 08 alunos do sexo masculino e 15 alunos do sexo feminino, dos quais 03 alunos eram repetentes.

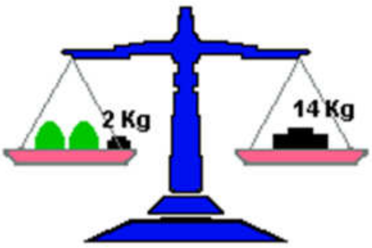
4.2 A lista de questões

É sabido que o objeto de estudo da Matemática consiste em reunir as relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Desta forma, a lista de questões serve para analisar a aprendizagem dos alunos, visando quais suas dificuldades na resolução das equações de 1º grau, ou seja, na transposição de informações dos enunciados de problemas para Linguagem Algébrica.

As questões de números 01 e 10 contidas no questionário foram retiradas do site http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/eq1g/eq1g.htm, página construída por Ulysses Sodré. As questões de números 02, 03, 04 e 07 contidas no questionário foram retiradas do Livro Praticando Matemática, 6ª série, de Álvaro Andrinni, e as questões de números 05, 06, 08 e 09, foram retiradas do site matematicadidatica.com.br e a questão 11 foi retirada do livro de Campos. No Apêndice 1 encontra-se a lista que foi aplicada.

Resolverei e apresentarei a solução correta de cada questão do questionário:

Questão 1: A balança está equilibrada. No prato esquerdo há um "peso" de 2 kg e duas melancias com "pesos" iguais. No prato direito há um "peso" de 14 kg. Quanto pesa cada melancia?



Solução:
Peso de uma melancia------→ x
Peso de duas melancias-----→ x + x
Somado com 2 ---------------→ x + x + 2
É igual a 14-------------------→ x + x + 2 = 14

Então,
2x + 2 = 14 subtraímos ambos os membros por -2, assim teremos: 2x + 2 – 2 = 14 – 2.
Ou ainda, 2x = 12. Dividindo ambos os membros por 2 teremos: $\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$.
E assim, x = 6. Logo, cada melancia pesa 6 kg.

Questão 2: A idade de Márcia é x anos. Luís tem o dobro da idade de Márcia, mais 5 anos. A idade de Luís pode ser representada por qual equação:

Solução:
Idade de Márcia--------→x
Luís tem o dobro-----→2x
Mais 5-------------------→ 2x + 5
Logo, a equação procurada é: 2x + 5

Questão 3: Pensei em um número que somado com seu dobro e diminuído de 5 é igual a 37. Esse número é:

Solução:
Pensei em um número---------------→ x
Somado com seu dobro-------------→ x + 2x
Diminuído de 5------------------------→ x + 2x – 5
É igual a 37 -----------------------------→ x + 2x – 5 = 37
Teremos que: 3x = 37 + 5. Assim, x = 42/, ou seja, x = 14.
Logo, o número pensado é 14.

Questão 4: Numa caixa há abolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é:

Solução:
Bolas pretas ---→ x
Bolas brancas é o quádruplo de pretas ------------→ 4x
Num total de 360 -------------------------------------→ x + 4x = 360
Teremos, x + 4x = 360. E assim, 5x = 360. Logo, x = 360/5 ou x = 72
Portanto, o número de bolas brancas é: 4x = 4 . 72 = 288

Questão 5: Se eu adicionar 8 à quantidade de carrinhos que possuo, ficarei com a mesma quantidade de carrinhos de meu irmão, se dos 28 que ele possui, for retirada a quantidade que eu possuo. Quantos carrinhos eu tenho?

Solução:
Primeiramente vamos assumir que x seja a quantidade de carrinhos que eu possuo. Vamos montar então a expressão matemática por partes. Sendo x a quantidade de carrinhos que eu possuo, ao adicionar 8, ficarei com x + 8. Do enunciado sabemos que ele tem 28 carrinhos e se subtrairmos deste número a quantidade que eu possuo (x), ficaremos com quantidades iguais. Então:
x + 8 = 28 - x
2x + 8 = 28
2x = 28 - 8
2x = 20
x = 20/2.
x = 10. Logo, Eu tenho 10 carrinhos.

Questão 6: Durante o ano Aline juntou umas economias para comprar uma bicicleta no valor de R$ 426,00 e um par de patins. Qual é o preço dos patins, sabendo que o dobro do preço dos patins com o preço da bicicleta é R$ 734,00?

Solução:
Preço dos patins -------------------------------→ x
O dobro dos patins ----------------------------→ 2x
Preço da bicicleta 426 reais -----------------→ 2x + 426
Igual a 734 reais --------------------------------→ 2x + 426 = 734
Teremos,
2x + 426 = 734
2x = 308
X = 308/2
X = 154

Logo, o preço dos patins é R$ 154,00.

Questão 7: A soma de dois números é 30. Se um deles for x, o outro será:

Solução:
Um número --------------------------------→ x
A soma dos dois números ------------→ x + x
É igual a 30 ------------------------------→ x + x = 30
Então, x = 30 – x. Logo, o outro será: 30 – x.

Questão 8: Miguel e Carlos jogam juntos no mesmo time de futebol. No último campeonato, Miguel e Carlos, marcaram juntos 39 gols. Miguel marcou 5 gols a mais que Carlos. Miguel marcou quantos gols no campeonato?

Solução:

Carlos números de gol --------------→ x
Miguel marcou 5 gol a mais ------------→ x + 5
Juntos marcaram 39 gols -------------→ x + (x + 5) = 39
Teremos,
x + (x + 5) = 39
2x = 39 – 5
x = 34/2
x = 17
Logo, Miguel marcou x + 5 = 17 + 5 = 22 gols.

Questão 9: O volume de chuvas na minha região foi de 30 ml nos dois últimos dias. Sabe-se que ontem choveu o dobro da quantidade que choveu hoje. Qual foi o volume de chuva de hoje?

Solução:

Volume de chuva de hoje ----------------------→ v
Ontem choveu o dobro de hoje ---------------→2 v
O volume dos dois dias 30 ml ---------------------→ v + 2 v = 30
Teremos, v + 2 v = 30. Ou seja, 3 v = 30. Portanto, v = 30/3 e v = 10.
Logo, o volume de chuva de hoje foi de 10 ml

Questão 10: Uma casa com 260 m^2 de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam 140 m^2?

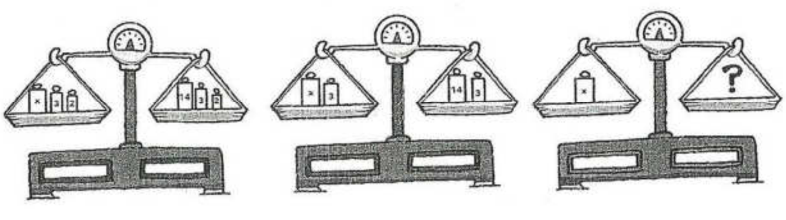
Solução:
Tamanho de um quarto ---------------→ x
Possui 3 quartos -----------------------→ 3x
Uma das dependências 140 m^2 -------→ 3x + 140
Área da casa 260 m^2 ------------------→ 3x + 140 = 260

Teremos,

$3x + 140 = 260$
$3x = 260 - 140$
$3x = 120$
$x = 40$

Logo, cada quarto tem 40 m^2.

Questão 11: As pessoas que usavam esse tipo de balança possuíam umas peças de metal que traziam gravados os números correspondentes às suas massas, às quais davam o nome de peso. Assim, podia-se obter a massa de qualquer coisa fazendo-se uma composição de pesos. Com um pensamento de peso resolva esses problemas de pesos:



Escreva como você pensou para resolvê-lo:

Solução:
Na 1ª balança:
No prato esquerdo há "pesos" de 2 kg, 3 kg e a variável x.
No prato direito há "pesos" de 14 kg, 3 kg e 2 kg.
Como as balanças estão equilibradas, isso quer dizer que:

$x + 3 + 2 = 14 + 3 + 2$
$x = 14 + 3 – 3 + 2 – 2$
$x = 14$

Logo, o valor de x é 14 kg.

Daria para fazer mentalmente, ou seja, de uma forma mais rápida? Justifique.
Sim. Olhando para a 2ª balança, só precisava eliminar o peso referente a 3 kg, em ambos os pratos, ficando x = 14 kg.

4.3 Dificuldades dos alunos na resolução dos problemas

Durante as aulas de observação, verificou-se que os alunos apresentaram algumas habilidades na resolução dos problemas, porém outros sentiram dificuldades.

A correção do questionário seguiu os critérios: certo, errado e branco, seguindo ordem da 1ª a 11ª questão apresentada no Gráfico 1 a seguir. Em seguida passamos a identificar os tipos de erro e que dificuldades eram essas. Apresentamos, em tabelas, o desempenho dos alunos após a aplicação do questionário, onde por meio dessa classificação, já podemos identificar algumas dificuldades dos alunos frente a cada questão.

Depois de fazermos esta análise geral do rendimento dos alunos, partimos para uma análise mais detalhada. Neste momento, analisamos os tipos de respostas dadas pelos estudantes para cada questão. Sempre que se fizer necessário farei referência aos alunos com a seguinte nomenclatura: "A, B, C, D,..., Z" quando a referência for para algum aluno especificamente.

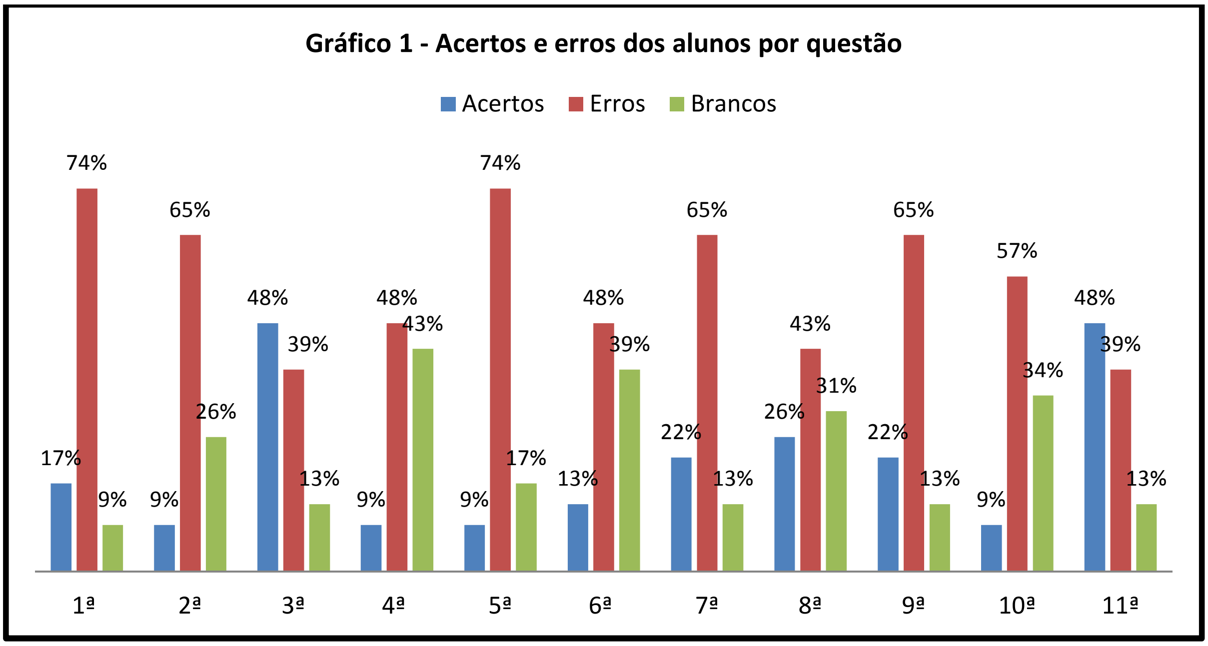


Gráfico 1. Acertos e Erros dos alunos por questão

Observando o gráfico, podemos concluir que os estudantes encontraram muitas dificuldades, pois das onze questões, os alunos saíram melhor na 3ª questão (48% de acertos) e na 11ª questão (48% de acertos), mesmo sendo com um baixo índice de acerto.

Verificamos que o índice de erro é bastante elevado, nas demais questões, a porcentagem foi alta variando entre 43% (8ª questão) e 74% (1ª questão e 5ª questão). A porcentagem de questões em branco variou entre 9% (1ª questão) e 43% (4ª questão).

Passaremos a comentar as respostas dadas pelos alunos a cada questão elencando alguns registros para exemplificar os tipos de erros e dificuldades identificados:

Questão 01: A balança está equilibrada. No prato esquerdo há um "peso" de 2 kg e duas melancias com "pesos" iguais. No prato direito há um "peso" de 14 kg. Quanto pesa cada melancia?

Tabela 1. Resultado da Questão 1

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	04	17%
Erros	17	74%
Branco	02	9%
Total	23	100%

Aluno Y: o aluno não apresenta o problema de forma algébrica, ou seja, não compreendeu o problema, apesar de acertar a resposta. Não conseguiu identificar as partes principais do problema como a incógnita, os dados e a condicionante. Esperava-se a tradução da situação-problema para a linguagem matemática apropriada (x + x + 2 = 14). O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 47%. Exemplo:

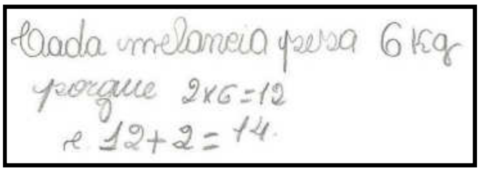


Figura 1. Registro do Aluno Y

Questão 2: A idade de Márcia é x anos. Luís tem o dobro da idade de Márcia mais 5 anos. A idade de Luís pode ser representada por qual equação:

Tabela 2. Resultado da Questão 2

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	02	9%
Erros	15	65%
Branco	06	26%
Total	23	100%

Aluno G: Na proposta acima temos um problema de solução muito simples, mas o aluno apresenta uma equação onde possui uma informação que não entra na resolução, talvez por falta de leitura correta ou mesmo desatenção foi resolvida de maneira incompleta ou errada pelos alunos. Não fazendo as relações necessárias para depois chegar à equação correspondente. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 73%. Exemplo:

$$x + 2x + 5 = 0$$

Figura 2. Registro do Aluno G

Questão 3: Pensei em um número que somado com seu dobro e diminuído de 5 é igual a 37. Esse número é:

Tabela 3. Resultado da Questão 3

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	11	48%
Erros	09	39%
Branco	03	13%
Total	23	100%

Aluno B: O problema é resolvido só com os algoritmos da adição e para o aluno B é diferente daquele resolvido com valor do termo desconhecido. Isso mostra a dificuldade de interpretação dos alunos ao se depararem com a mesma resolução só que escrita de forma diferente. Percebemos que o aluno não compreendeu o problema. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 44%. Exemplo:

Eu somei 21+21 que deu igual a 42 subtrai 5 deu igual a 37 no caso o numero e 42

$$\begin{array}{r} 21 \\ +21 \\ \hline 42 \\ -5 \\ \hline 37 \end{array} \qquad \boxed{x = 42}$$

Figura 3. Registro do Aluno B

Questão 4: Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é:

Tabela 4. Resultado da Questão 4

Resultado	Frequencia	Percentual
Acertos	02	9%
Erros	11	48%
Branco	10	43%
Total	23	100%

Aluno C: O aluno faz um cálculo dividindo 360 por 4. Percebe-se que ele não consegue identificar à variável. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 63% Exemplo:

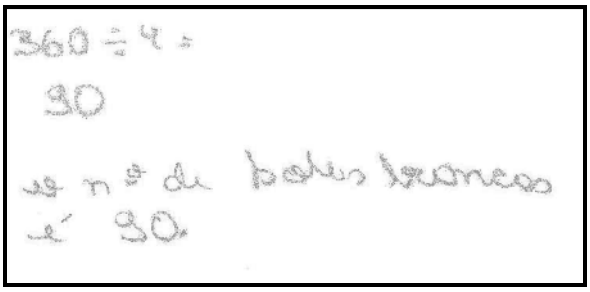


Figura 4. Registro do Aluno C

Questão 5: Se eu adicionar 8 à quantidade de carrinhos que possuo, ficarei com a mesma quantidade de carrinhos de meu irmão, se dos 28 que ele possui, for retirada a quantidade que eu possuo, quantos carrinhos eu tenho?

Tabela 5. Resultado da Questão 5

Resultado	Frequencia	Percentual
Acertos	02	9%
Erros	17	74%
Branco	04	17%
Total	23	100%

Aluno A: O aluno compreende que adicionando 8 a quantidade de carrinhos que possuo, mas depois da igualdade de 28 retirando a que ele possui. Ele ignora uma informação que deveria entrar na solução, mais uma vez, não consideram o fato, fazendo uma leitura desatenta e desvinculada do texto. Não sabendo como representar na forma de equação o problema conforme solicitado. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 53%. Exemplos:

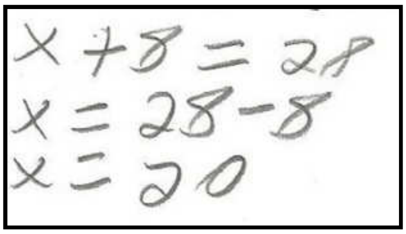


Figura 5. Registro do Aluno A

Questão 6: Durante o ano Aline juntou umas economias para comprar uma bicicleta no valor de R$ 426,00 e um par de patins. Qual é o preço dos patins, sabendo que o dobro do preço dos patins com o preço da bicicleta é R$ 734,00?

Tabela 6. Resultado da Questão 6

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	03	13%
Erros	11	48%
Branco	09	39%
Total	23	100%

Aluno E: percebe-se nesse problema a dificuldade do aluno em associar uma variável ao valor desconhecido. Subtraiu os dados presentes no enunciado, sem perceber a relação entre eles. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 45%. Exemplo:

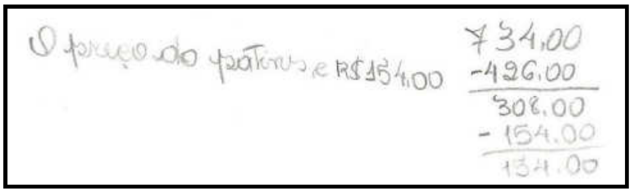


Figura 6. Registro do Aluno E

Questão 7: A soma de dois números é 30. Se um deles for x, o outro será:

Tabela 7. Resultado da Questão 7

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	05	22%
Erros	15	65%
Branco	03	13%
Total	23	100%

Aluno P: Conseguiu expor em parte o problema na linguagem algébrica, mas não conseguiu encontrar o valor de y = 30 - x. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 73%. Exemplo:

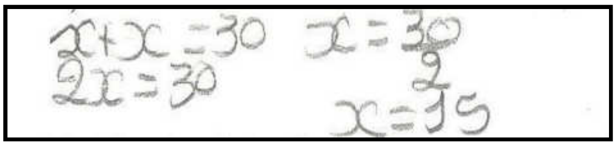


Figura 7. Registro do Aluno P

Questão 8: Miguel e Carlos jogam juntos no mesmo time de futebol. No último campeonato, Miguel e Carlos, marcaram juntos 39 gols. Miguel marcou 5 gols a mais que Carlos. Miguel marcou quantos gols no campeonato?

Tabela 8. Resultado da Questão 8

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	06	26%
Erros	10	43%
Branco	07	31%
Total	23	100%

Aluno N: O aluno respondeu apenas com uma frase incorreta de maneira incompreensível.
O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 60%. Exemplo:

Figura 8. Registro do Aluno N

Questão 9: O volume de chuvas na minha região foi de 30 ml nos dois últimos dias. Sabe-se que ontem choveu o dobro da quantidade que choveu hoje. Qual foi o volume de chuva de hoje?

Tabela 9. Resultado da Questão 9

Resultado	Frequencia	Percentual
Acertos	05	22%
Erros	15	65%
Branco	03	13%
Total	23	100%

Aluno D: Podemos perceber a dificuldade do aluno em penetrar no texto matemático, já que o enunciado propõe que ele calcule a quantidade de chuva que caiu no dia de hoje. Esperava-se a tradução da situação-problema para a linguagem matemática apropriada ($2v + v = 30$). O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 60%. Exemplo:

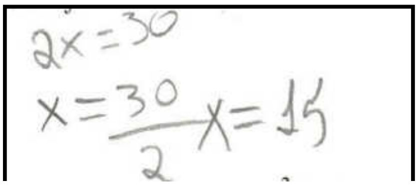


Figura 9. Registro do Aluno D

Questão 10: Uma casa com 260m^2 de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam 140m^2?

Tabela 10. Resultado da Questão 10

Resultado	Frequencia	Percentual
Acertos	02	9%
Erros	13	57%
Branco	08	34%
Total	23	100%

Aluno F: Mais uma vez, percebemos a dificuldade que o aluno tem em associar uma variável ao valor desconhecido, a pesar de acertar a resposta. O percentual de alunos que apresentaram este tipo de solução foi de 69%. Exemplo:

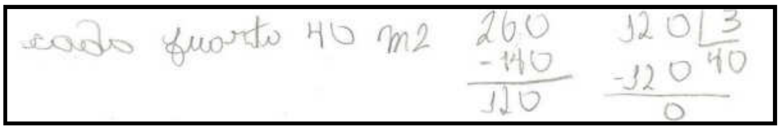
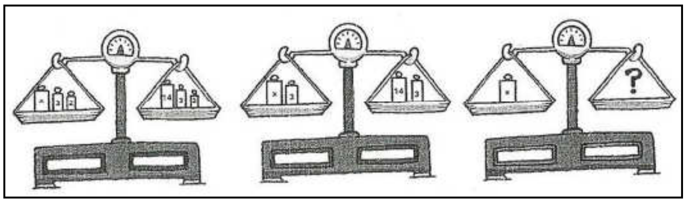


Figura 10. Registro do Aluno F

Questão 11: As pessoas que usavam esse tipo de balança possuíam umas peças de metal que traziam gravados os números correspondentes às suas massas, às quais davam o nome de peso. Assim, podia-se obter a massa de qualquer coisa fazendo-se uma composição de pesos.

Com um pensamento de peso resolva esses problemas de pesos:



a) Escreva como você pensou para resolvê-lo:

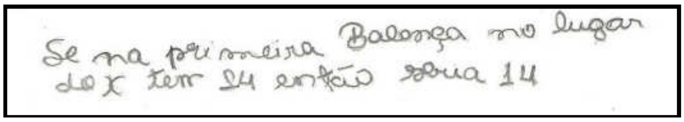


Figura 11. Registro do Aluno H

b) Daria para fazer mentalmente, ou seja, de uma forma mais rápida? Justifique

Figura 12. Registro do Aluno H

Tabela 11. Resultado da Questão 11

Resultado	**Frequencia**	**Percentual**
Acertos	11	48%
Erros	09	39%
Branco	03	13%
Total	23	100%

Aluno H: Podemos perceber a dificuldade do aluno em armar a equação, apesar de acertar a resposta ou usar cálculo mental, com a ideia de balança em equilíbrio, tal fato acaba interferindo muito em sua resolução.

4.4 A transposição dos enunciados dos problemas para a Linguagem Algébrica

A partir da análise feita, constatamos de modo geral que a pesquisa realizada com os alunos comprovou a dificuldade destes em representar as diversas situações por meio da equação do 1º grau, demonstrando assim muitas dificuldades na interpretação dos dados presentes nos enunciados. A maioria deles não sabia como passar de uma linguagem para outra, mesmo naquelas questões consideradas simples do ponto de vista algébrico, sendo poucos os alunos que conseguiram fazer a conversão corretamente. Um dos fatores que contribuiu para o elevado índice de erros foram os alunos terem utilizado procedimentos aritméticos que não são adequados ou insuficientes para resolver certos tipos de problemas.

Sendo assim, percebemos que um dos fatores que contribuiu para o baixo índice de acerto foi a dificuldade na interpretação dos dados presentes nos enunciados para que o aluno pudesse interpretar/identificar a variável, então, diante disso, eles procuravam outro método para a resolução, e recorreram à aritmética.

Classificamos os problemas algébricos em três níveis de dificuldades, segundo nosso entendimento: dificuldade mínima, dificuldade média, dificuldade máxima.

As questões 1 e 11, equações de 1º grau com uma incógnita a ser descoberta e que poderiam ser resolvidos através da metáfora da balança, onde o objetivo era estabelecer equivalência entre os dados. Estes problemas são considerados de dificuldade mínima, porém a 1ª questão, causadora de tantos erros, foi devido a dificuldade dos alunos por não conseguirem atribuir o papel das melancias com o das variáveis. Na 1ª questão os alunos sentiram dificuldades em resolvê-la devido a não identificação da figura como uma variável.

As demais questões, 2, 3, 4, 7, 9 e 10 foram consideradas de dificuldade mínima e média devido possuir enunciado curto e um pouco extenso, onde dificultou a interpretação dos alunos, pois os mesmos não têm domínio do conteúdo, tem apenas o mínimo de conhecimento, prova disto foi a 4ª questão que foi deixada em branco por a maioria dos alunos, pois não conseguiram interpretar o enunciado da questão para fazer a transposição para a linguagem algébrica.

As questões 5, 6 e 8 por terem um enunciado extenso e tratarem com várias relações entre os dados foram considerados de dificuldade média para alta. Quanto à 5ª questão, houve um maior número de erros devido ao problema, utilizar o principio de equivalência de equação com a mesma incógnita em ambos os lados da equação, podendo dessa forma eliminar uma incógnita de um dos lados, chegando assim a resposta correta. Nessa questão, os alunos não souberam interpretar o enunciado da questão, uma vez que não colocaram a variável após a igualdade.

Fazendo uma análise geral da turma, podemos dizer que poucos foram os alunos que conseguiram responder de forma correta as questões propostas, escrevendo corretamente a equação correspondente. Por outro lado, a maioria, meio que de forma desconexa, responderam com os dados presentes nos enunciados das próprias questões. Foi constatada também uma forte tendência ao fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para a direita, e também ao tentarem traduzir de uma linguagem para outra. Em outros momentos, os alunos mostravam muitas vezes não distinguir qual o papel que as letras estavam assumindo em determinadas situações.

4.5 A leitura do professor sobre as possíveis dificuldades dos alunos

Antes de apresentar a lista de problemas para os alunos do 7º ano, foi feita uma entrevista com o professor regente, com o objetivo de sondar quais seriam as possíveis dificuldades na explanação do conteúdo.

Pergunta 1: Qual é a sua formação acadêmica?

Resposta: *Licenciatura em Matemática pela UFCG*

Pergunta 2: Quais as dificuldades que os alunos terão em relação ao conteúdo resolução de problemas?

Resposta: *A interpretação e montagem das questões*

Pergunta 3: Qual a sua concepção em relação à resolução de problemas?

Resposta: *Se for trabalhado de acordo com as realidades dos alunos, se tornará um conteúdo muito interessante, pois chama atenção dos mesmos, por estarem vendo o que eles usam na rua.*

Pergunta 4: Você utiliza como base o PCN na preparação de suas aulas? Ou utiliza outra fonte?

Resposta: *A elaboração das aulas é de acordo com as realidades dos alunos, que faz parte do PCN.*

Pergunta 5: Se os alunos sentirem dificuldades em aprender resolução de problemas, devido à metodologia aplicada, que estratégias você utilizaria para suprir estas dificuldades?

Resposta: *Utilizaria várias metodologias, pediria opinião dos alunos e a melhor metodologia seria utilizada na sala.*

Pergunta 6: Se você iniciar certo conteúdo que daria para abordar algum tipo de problema, o que você faria? Abordaria os problemas ou ignoraria totalmente, ficando apenas na explicação do conteúdo? Justifique.

Resposta: *Abordaria com certeza, pois só enriquecem mais o conteúdo trabalhado e também melhora o conhecimento do alunado.*

Diante da pesquisa de campo, bem como da entrevista com o professor, constatamos que se trata de professor formado na área de matemática e em exercício pleno de suas funções. O professor demonstra certa preocupação com relação ao ensino da Álgebra, uma vez que os seus alunos sentem dificuldades na interpretação e montagem das questões. Para o professor, seria interessante trabalhar a Álgebra de acordo com a realidade dos alunos, pois se tornaria interessante, uma vez que o professor prenderia a sua atenção dos mesmos, porque eles iriam por em prática o que estariam vendo em sala de aula.

De acordo com a entrevista, percebemos que ele utiliza várias metodologias em suas aulas, como também busca opinião dos alunos para tornar a aula mais produtiva, demonstrando assim total interação com a turma. Percebe-se também que a elaboração das aulas é de acordo com as realidades dos alunos e o mesmo segue as orientações do PCN.

5 CONSIDERAÇÃOS FINAIS

A pesquisa de campo, contribuição fundamental para compreender a necessidade dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II, surgidas a partir da transposição da linguagem natural em linguagem algébrica durante a resolução de problemas.

Dessa forma, pudemos constatar em sala se aula, mediante aplicação de questionário, que os estudantes mesmo com o auxílio constante do professor e dos livros didáticos, ainda sentem muitas dificuldades com o tema abordado.

Assim sendo, podemos considerar que a transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica estabelece um aspecto importante na compreensão do procedimento de transição, por se tratar de um tema que apesar de ter sido alvo de pesquisas anteriores na área de educação matemática, parece não levar em consideração a questão dos registros de representação.

Desse modo, identificamos que os estudantes do 7º ano da escola encontraram muitas dificuldades na transposição do enunciado da questão para a linguagem algébrica.

Nesta pesquisa, a análise da produção escrita, isto é, os registros, processos e estratégias utilizados pelos alunos, concentraram-se nos tipos de erros cometidos por eles ao resolver um problema simples envolvendo equações do 1º grau. De acordo com Lochhead e Mestre (1995, p.144) muitos estudantes têm dificuldades na resolução de problemas algébricos simples, particularmente quando envolvem a passagem da linguagem natural para linguagem algébrica.

Ainda com base na pesquisa de campo e nos referenciais teóricos, buscamos analisar quais as dificuldades encontradas pelos alunos na utilização de métodos ou técnicas convencionais para resolução dos problemas, ou seja, se o aluno sente dificuldade em utilizar a parte algébrica para representar a equação antes de resolvê-la ou se ele tem outro método mais simplificado para obtenção de um aprendizado mais satisfatório.

Por meio das praticas e estratégias de ensino de Matemática, os estudantes devem compreender que a elaboração de fórmulas é a forma convencional de generalizar um raciocínio e que ao aprender a montar algoritmos e equações devem também saber os significados das letras. Assim, os estudantes passariam a entender melhor a lógica da Álgebra e comprovariam sua utilidade sem ficar fixado em apenas descobrir qual é a operação que está no problema, pois segundo Sequeira (2001):

> Quando se ganhava algo, o problema deveria ser de adição; se alguém perdesse, uma conta de subtração resolveria; contar várias vezes a mesma quantidade indicava a

> multiplicação; e repartir, a divisão. Assim o trabalho do aluno era o de procurar a palavra-chave para escolher a operação. (SEQUEIRA, 2001, p. 49)

Portanto, a discussão a cerca das dificuldades encontradas pelos alunos, faz-se necessária, tendo em vista que o aluno e o professor são tidos como objeto de investigação, no sentido de obter subsídios para o direcionamento e aprendizado da transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

De acordo com Ponte (2005, p.10) existem algumas dificuldades encontradas pelos alunos que têm relação com o uso das letras para representar variáveis e incógnitas. O autor ainda afirma que, os alunos não compreendem que uma letra possa representar um número desconhecido e não entendem o sentido de uma expressão algébrica e ainda sentem dificuldade no que diz respeito à tradução de uma informação da língua natural para a língua algébrica.

Fazendo uma análise geral da turma, podemos dizer que poucos foram os alunos que conseguiram responder de forma correta as questões propostas, escrevendo corretamente a equação correspondente. Por outro lado, a maioria, meio que de forma desconexa, responderam com os dados presentes nos enunciados das próprias questões. Foi constatada também uma forte tendência ao fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para a direita, e também ao tentarem traduzir de uma linguagem para outra. Em outros momentos, os alunos mostravam muitas vezes não distinguir qual o papel que as letras estavam assumindo em determinadas situações.

A nossa preocupação é mostrar a necessidade de encontrar uma forma de superar as dificuldades dos alunos, criando possibilidades para abordar à Matemática de forma mais integrada e interessante, na qual os alunos possam desenvolver suas habilidades e suprir suas dificuldades, favorecendo-lhes, a construção do conhecimento, da compreensão, assim poderão igualmente conseguir aperfeiçoar a preparação para as aprendizagens posteriores, nomeadamente no domínio da Álgebra.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, R. C. M. **A transição da linguagem natural para a linguagem algébrica à luz da teoria de Duval**. In: Anais do 2º SIPEMAT, 2008

ANDRINNI, A. **Praticando Matemática**: 6ª série/ Álvaro Andrinni. São Paulo: Editora do Brasil, 1989.

ARREDONDO, S. C; DIAGO, J. G. **Avaliação educacional e promoção escolar**. Tradução de Sandra Martha Dolinsky. São Paulo: Unesp, 2009.

BAUMGART, J. K. Álgebra. Série **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. São Paulo – SP: Atual Editora, 1992.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. **Investigação quantitativa em educação:** uma introdução à teoria e os métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática** / Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2007. (Anos Finais do Ensino Fundamental)

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, D. ; LORENZATO,S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos – Campinas, SP: Autores associados, 2006 – (coleção formação de professores).

GARCIA, F. F. **Aspectos históricos del paso de la aritmética al álgebra**. IN: Revista de Didáctica de las Matemáticas. Número 14, ano IV, outubro de 1997. Graó, Barcelona.

GUIMARÃES, F. et al. **O ensino aprendizagem dos números e da álgebra**: que problema, que desafios? In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2005, Caminha. Actas... Caminha, Portugal: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2005.

HOFFMANN, J. **Avaliar para promover:** as setas do caminho. Porto Alegre: Mediação, 2001.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P. **Das palavras à álgebra**: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D. e MIORIM, M. A. **Álgebra ou Geometria**: para onde Pende o Pêndulo?, Pró-posições, vol. 3, n° 1, Campinas, SP, 1992.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: Um novo aspecto do Método Matemática. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

PONTE, J. P. **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs.), Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar**. In Educação e Matemática, nº 85. Novembro/Dezembro, 2005.

SCHOEN, H. L. **Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas** In: As idéias da álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues, São Paulo Editora atual, 1997.

SEQUEIRA, M. L. **É de mais ou de menos?** In.: MARINCEK V. (Org.). Aprender matemática resolvendo problemas. Porto Alegre: Artimed, 2001.

SILVA, J. F. **Avaliação na perspectiva formativa-reguladora**: pressupostos teóricos e práticos. Porto Alegre: Ed. Mediação, 2004.

SMOLE K. S. ; DINIZ. M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre. Artmed, 2001.

SOUZA, E. R. ; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra:** das Variáveis às Equações e Funções. São Paulo: IME-USP, 1996.

TRAJANO, A. **Álgebra Elementar**. In: MEINICKE. Belo Horizonte, 2005.

ANEXOS

Anexo 1 - Autorização para visita à Escola

UFPB VIRTUAL

Universidade Federal da Paraíba – UFPB
Núcleo de Educação a Distância
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática - 2011.1

Licenciatura em Matemática ensino a distância

Solicito autorização para **JOSÉ PEREIRA DA SILVA,** aluno regularmente matriculada no curso de **Licenciatura em Matemática a Distância**, vinculado a **UFPB** VIRTUAL, sob matrícula de n° **90811193** , realizar a pesquisa *As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para Linguagem Algébrica* no ambiente da **Escola Municipal Luciano Freire de Farias**, localizada na Cidade de Piancó, no Estado da Paraíba, no período de outubro a dezembro de 2011.

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA À DISTÂNCIA DO CCEN/UFPB

João Pessoa, 18 de Novembro de 2011.

VISTO:

José Gomes de Assis
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância
Mat. SIAPE 0333939

Anexo 2 – Declaração de aceite

ESTADO DA PARAÍBA

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E CULTURA

E.M.E.I.F. LUCIANO FREIRE DE FARIAS

PIANCÓ- PB

DECLARAÇÃO DE ACEITE

Eu,Yana Marta Ferreira de Araújo, na qualidade de Gestora da E. M. E. I. E. F. Luciano Freire de Farias,declaro para fins de comprovação junto a UFPB Licenciatura em Matemática, o recebimento do estagiário **JOSÉ PEREIRA DA SILVA - MATRÍCULA: 90811193**, aluno do 8º período de matemática, cujo objetivo será desenvolver sua pesquisa intitulada "**As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo Equações do 1º grau para Linguagem Algébrica**" , onde será desenvolvida no 7° ano "A" do Ensino Fundamental desta Instituição.

Piancó – PB, 12 de dezembro de 2011.

Yana Marta Ferreira de Araújo

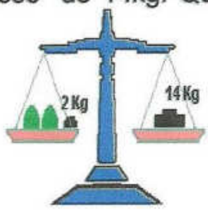
Yana Marta Ferreira de Araújo (Diretora Escolar)

YANA MARTA F. DE ARAÚJO
CI. 1929662 SSP-PB.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Lista de questões

01) A balança está equilibrada. No prato esquerdo há um "peso" de 2kg e duas melancias com "pesos" iguais. No prato direito há um "peso" de 14kg. Quanto pesa cada melancia?



02) A idade de Márcia é x anos. Luís tem o dobro da idade de Márcia, mais 5 anos. A idade de Luís pode ser representada por qual equação:

03) Pensei em um número que somado com seu dobro e diminuído de 5 é igual a 37. Esse número é:

04) Numa caixa há abolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é:

05) Se eu adicionar 8 à quantidade de carrinhos que possuo, ficarei com a mesma quantidade de carrinhos de meu irmão, se dos 28 que ele possui, for retirada a quantidade que eu possuo. Quantos carrinhos eu tenho?

06) Durante o ano Aline juntou umas economias para comprar uma bicicleta no valor de R$ 426,00 e um par de patins. Qual é o preço dos patins, sabendo que o dobro do preço dos patins com o preço da bicicleta é R$ 734,00?

07) A soma de dois números é 30. Se um deles for x, o outro será:

08) Miguel e Carlos jogam juntos no mesmo time de futebol. No último campeonato, Miguel e Carlos, marcaram juntos 39 gols. Miguel marcou 5 gols a mais que Carlos. Miguel marcou quantos gols no campeonato?

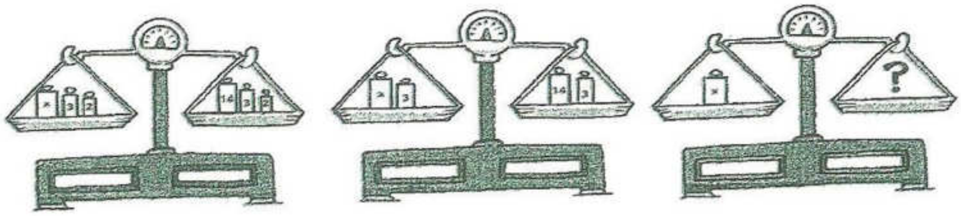
09) O volume de chuvas na minha região foi de 30 ml nos dois últimos dias. Sabe-se que ontem choveu o dobro da quantidade que choveu hoje. Qual foi o volume de chuva de hoje?

10)Uma casa com $260m^2$ de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam $140m^2$?

11) As pessoas que usavam esse tipo de balança possuíam umas peças de metal que traziam gravados os números correspondentes às suas massas, às quais davam o nome de peso. Assim, podia-se obter a massa de qualquer coisa fazendo-se uma composição de pesos.

Com um pensamento de peso resolva esses problemas de pesos:

- Escreva como você pensou para resolvê-lo:
- Daria para fazer mentalmente, ou seja, de uma forma mais rápida? Justifique.



Apêndice 2 - Entrevista estruturada

Pergunta 1: Qual é a sua formação acadêmica?

Pergunta 2: Quais as dificuldades que os alunos terão em relação ao conteúdo resolução de problemas?

Pergunta 3: Qual a sua concepção em relação à resolução de problemas?

Pergunta 4: Você utiliza como base o PCN na preparação de suas aulas? Ou utiliza outra fonte?

Pergunta 5: Se os alunos sentirem dificuldades em aprender resolução de problemas, devido à metodologia aplicada, que estratégias você utilizaria para suprir estas dificuldades?

Pergunta 6: Se você iniciar certo conteúdo que daria para abordar algum tipo de problema, o que você faria? Abordaria os problemas ou ignoraria totalmente, ficando apenas na explicação do conteúdo? Justifique.