



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Geysiellen dos Santos Salvino

Praxeologia do professor no ensino das operações de Adição e Subtração com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental

João Pessoa  
2025

Geysiellen dos Santos Salvino

Praxeologia do professor no ensino das operações de Adição e Subtração com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Licenciatura em Matemática, do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza, da Universidade Federal da Paraíba, como requisito para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos

João Pessoa  
2025

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

S185p Salvino, Geysiellen dos Santos.

Praxeologia do professor no ensino das operações de adição e subtração com números naturais no 6º ano do ensino fundamental / Geysiellen Dos Santos Salvino. - João Pessoa, 2025.

64 p. : il.

Orientação: Eduardo Gonçalves dos Santos.

TCC (Curso do Licenciatura em Matemática) - UFPB/CCEN.

1. Operações de adição e subtração no 6º ano. 2. Praxeologia. 3. Teoria antropológica do didático. I. Santos, Eduardo Gonçalves dos. II. Título.

UFPB/CCEN

CDU 51(043.2)

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Geysiellen dos Santos Salvino

Praxeologia do professor no ensino das operações de Adição e Subtração com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Licenciatura em Matemática, do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências Exatas e da Natureza, da Universidade Federal da Paraíba, como requisito para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Aprovado em: 05 / 05 / 2025.

### Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente



**EDUARDO GONCALVES DOS SANTOS**

Data: 29/05/2025 21:16:07-0300

Verifique em <https://validar.it.gov.br>

---

Prof. Doutor Eduardo Gonçalves dos Santos  
Orientador  
(UFPB/CCEN/DM)

Documento assinado digitalmente



**MIRIAM DA SILVA PEREIRA**

Data: 30/05/2025 08:21:08-0300

Verifique em <https://validar.it.gov.br>

---

Prof. Doutora Miriam da Silva Pereira  
Membro Interno  
(UFPB/CCEN/DM)

Documento assinado digitalmente



**VINICIUS MARTINS VARELLA**

Data: 29/05/2025 21:55:04-0300

Verifique em <https://validar.it.gov.br>

---

Prof. Doutor Vinícius Martins Varella  
Membro Interno  
(UFPB/ CE/DMTE)

Dedico este trabalho...

... aos meus pais **Grivaldo Salvino** e  
**Edilene Salvino**, pelo amor e apoio  
incondicional.

.... a **mim mesma**, pela perseverança e  
pela coragem em cada desafio superado.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, meu Pai e melhor amigo por estar presente em todos momentos vivenciado nessa minha trajetória. Pelas forças, discernimento, por pôr em minha caminha pessoas que me ajudaram a crescer na área de licenciatura, assim como ter sido possível conhecer as demais áreas da Matemática. Pela sabedoria a mim dada para passar nos processos seletivos e lidar com os problemas e desafios postos. Por sua Graça e misericórdia, pois sem elas eu não teria chegado até aqui. Pelo seu infinito amor por mim!

Aos meus pais Grivaldo e Edilene, por desde cedo me incentivar a estudar, me mostrar que sou capaz de enfrentar os desafios, que para se alcançar um sonho é preciso dedicar esforços, por suas companhias e por sempre me envolver com muito amor. Por cada dia de muito trabalho e cansaço que foram dedicados a mim, ao meu desenvolvimento. Deus foi muito bom comigo ao me por como filha de vocês!

As minhas irmãs Geysa e Geysiany pelos momentos de descontração, das conversas sérias edificantes e pelo apoio ao longo dessa minha caminhada. Esses momentos foram fundamentais para trazer o equilíbrio com os momentos desafiadores que apareceram.

As minhas amigas e amigos Larissa, Emanuelle, Alana, Dayanny, Gilmara, Vitória Caroline, Ana Paula, Pedro e outros que não estão escrito aqui, mas que tem a minha imensa gratidão. Agradeço pela coparticipação nos momentos de estudos, pela alegria e leveza nas horas livres e apoio prestado nas situações desafiadoras. A participação de cada um de vocês nessa minha caminhada foi de maneira muito especial e essencial para meu crescimento pessoal, profissional e acadêmico.

Ao meu orientador Eduardo Goncalves dos Santos, por suas orientações, paciência e encorajamento e dedicação para desenvolver comigo esse trabalho. Suas contribuições foram fundamentais para a finalização desse estudo e da minha jornada. Agradeço pelos incentivos, apoios e ensinamentos, pois eles vão para além dos conhecimentos necessários para essa produção, eles são para a vida.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho. Sejam professores, colegas, familiares ou outras pessoas que ofereceram apoio, conhecimento, palavras de incentivo ou qualquer tipo de ajuda que se mostrou essencial. O reconhecimento de cada contribuição é imenso.

“Ensinar é um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver naqueles cujos olhos aprenderam a ver o mundo pela magia da nossa palavra. O professor, assim, não morre jamais...”

(Alves, 1994, p. 17).

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar a prática docente de um professor licenciado em matemática na abordagem do conteúdo das operações de adição e subtração com os naturais no 6º ano do ensino fundamental. Para isso, será realizada uma modelagem e análise dessa prática por meio da praxeologia matemática, praxeologia didática e a utilização de objetos ostensivos e não ostensivos. Para tanto, será utilizada a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard (1980), a qual permite a análise da organização e da execução de um estudo matemático em sala de aula, considerando que esse estudo é visto como uma atividade humana. A pesquisa classifica-se como qualitativa, de natureza básica e exploratória, utilizando pesquisas bibliográficas e de campo, com base nos aportes teóricos da TAD, especialmente na noção de praxeologia. O principal sujeito da pesquisa é o docente investigado. Por meio do desenvolvimento das modelagens das devidas práticas, foram identificadas as tarefas, as subtarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias que fundamentam essa prática. Assim, os resultados encontrados apontam que a estruturação do estudo matemático se baseia no livro didático e traz uma abordagem mais conceitual aplicada às operações focado no ato mecânico de operar com números naturais em que poucas vezes era realizada uma contextualização do cotidiano do aluno. Em relação à análise da praxeologia didática do professor, observou-se que ele aplica os momentos de estudo descritos por Chevallard, mas não dá muita ênfase nos momentos de exploração de tarefas e técnicas assim como no compartilhamento dos elementos tecnológicos e teóricos relacionados ao conteúdo. Além disso, observou-se que o professor buscou ampliar o foco das aulas para que os alunos compreendessem onde as operações são aplicadas. Conclui-se, portanto, que a prática docente observada reflete uma abordagem híbrida de elementos da concepção behaviorista e construtivista na intermediação do ensino das operações de adição e subtração com números naturais.

**Palavras-chave:** Operações de adição e subtração no 6º ano; Praxeologia; Teoria Antropológica do Didático.

## ABSTRACT

This work aims to analyze the teaching practice of a mathematics-licensed teacher in the approach to the content of addition and subtraction operations with natural numbers in the 6th grade of elementary school. To this end, a modeling and analysis of this practice will be carried out through mathematical praxeology, didactic praxeology, and the use of ostensive and non-ostensive objects. For this purpose, the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), proposed by Yves Chevallard (1980), will be used, which allows the analysis of the organization and execution of a mathematical study in the classroom, considering that this study is seen as a human activity. The research is classified as qualitative, basic, and exploratory, using bibliographical and field research, based on the theoretical contributions of the ATD, especially the notion of praxeology. The main subject of the research is the investigated teacher. Through the development of the modeling of the respective practices, the tasks, subtasks, techniques, technologies, and theories that underlie this practice were identified. Thus, the results found indicate that the structuring of the mathematical study is based on the textbook and presents a more conceptual approach applied to the operations, focused on the mechanical act of operating with natural numbers, in which the contextualization of the student's daily life was rarely carried out. Regarding the analysis of the teacher's didactic praxeology, it was observed that he applies the study moments described by Chevallard, but does not place much emphasis on the moments of task and technique exploration, nor on the sharing of the technological and theoretical elements related to the content. Moreover, it was observed that the teacher sought to broaden the focus of the classes so that students could understand where the operations are applied. It is concluded, therefore, that the observed teaching practice reflects a hybrid approach combining elements of the behaviorist and constructivist conceptions in the mediation of teaching addition and subtraction operations with natural numbers.

**Keywords:** 6th grade addition and subtraction operations; Praxeology; Anthropological Theory of the Didactic.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
1.1 OBJETIVO GERAL.....	12
1.1.1 Objetivos específicos.....	12
1.1.2 Organização do texto.....	12
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>14</b>
2.1 Teoria Antropológica do Didático.....	14
2.2.1 Praxeologia.....	18
2.2.2 Análise da prática didática do docente pela Praxeologia.....	22
2.2.2.1 Organização Matemática.....	22
2.2.2.2 Organização Didática.....	24
2.2.3 Objetos Ostensivos e não ostensivos.....	26
2.3 As concepções escadinha e sócio-construtivista.....	28
2.4 Conteúdo em jogo.....	31
2.4.1 Construção histórica das operações de adição e subtração de números naturais.....	31
2.4.2 Documentos oficiais do Brasil: PCN e BNCC sobre a adição e subtração.....	34
2.4.3 Adição e Subtração de Naturais: Conceitos, Algoritmos e Propriedades.....	36
<b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>40</b>
<b>4. APRESENTAÇÃO DOS DADOS COLETADOS.....</b>	<b>43</b>
4.1 Praxeologia do professor.....	46
4.1.1 Organização Matemática.....	46
4.1.1.1 Subtarefa T1 : Determinar as ideias de cada operação.....	49
4.1.1.2 Subtarefa T2: Determinar o nome dos elementos dos algoritmos.....	50
4.1.1.3 Subtarefa T3 : Determinar exemplos da ideia da operação de subtração... ..	50
4.1.1.4 Subtarefa T4: Determinar exemplos das propriedades das operações.....	51
4.1.1.5 Subtarefa T5: Identifique as propriedades.....	52
4.1.1.6 Subtarefa T6: Determine a soma.....	52
4.1.1.7 Subtarefa T7: Determine a diferença.....	53
4.1.1.8 Subtarefa T8: Determine se a subtração gera um número natural.....	54
4.1.1.9 Subtarefa T9: Transforma uma subtração em uma adição.....	55
4.1.1.10 Subtarefa T10: Determine o valor da expressão.....	56
4.1.2 Organização Didática.....	57
<b>5. CONCLUSÃO.....</b>	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>62</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O interesse pelo tema deste trabalho se manifestou durante as aulas práticas de estágios obrigatórios e foi potencializado com a participação no Projeto Residência Pedagógica, entre os anos de 2023 e 2024, durante os quais foram identificadas formas diferentes de se pensar uma estrutura de apresentação de um conteúdo, tanto a estrutura didática como na a esquematização dos conhecimentos.

Essas observações trazem a reflexão de que dependendo da forma como é realizada a transmissão de um objeto matemático ele pode influenciar na aprendizagem dos alunos.

Segundo Menezes (2010), Chevallard defende em sua teoria conhecida como a Teoria da Transposição Didática (TTD), que para um conceito matemático chegar à escola, é necessário que ele passe por algumas transformações e adaptações, de modo que ele esteja em uma linguagem acessível para os alunos. Além disso, ele avança seus estudos sobre a aprendizagem de uma pessoa dos conhecimentos matemáticos ao observar que a forma como esse conhecimento é expresso, sobre as influências e relações com a instituição à qual ele pertence e a sua relação com o professor, também influencia na aprendizagem dos alunos.

Sendo assim, Chevallard desenvolve mais uma teoria, a Teoria Antropológica Didático (TAD), que possibilita fazer uma análise de como se dá o estudo matemático e como é estruturado além de trazer em evidências vários fatores que exercem influência sobre o objeto matemático em questão, tudo isso por meio de modelagem da organização das estratégias didáticas e da esquematização dos conhecimentos por meio do elemento Praxeologia.

Desse modo, com esse elemento é possível analisar problemas no ensino das operações de adição e subtração com números naturais no 6º ano dos anos finais do ensino fundamental. Problemas esses que surgem já nos primeiros anos de escolarização, quando as noções que essas operações carregam não são trabalhadas de forma adequada (Alves, 2023). Assim, o aluno chega aos anos letivos subsequentes com dificuldade em coisas básicas como o entendimento do “vai um” e do “pegar emprestado”.

Outro ponto, é o desinteresse que essas práticas vão formulando na vida da criança. Isso em decorrência, segundo Alves (2023), de ser trabalhada uma matemática mecânica sem aplicação ao contexto dos alunos, sem fazê-los identificar onde e em que situação aparecem essas operações. Consequentemente, a matemática se resumirá como algo inútil em que será apenas necessário encontrar uma operação e resolver uma conta.

Infere-se, portanto, que a atuação do professor exerce um papel importante na relação entre o objeto de estudo e os alunos (Menezes, 2010). Em outras palavras, a condução da aula

do professor influencia na aprendizagem de um conteúdo e no desenvolvimento futuro do aluno na disciplina.

Dentre tantos conteúdos que passam por desafios para serem ensinados e aprendidos, a escolha das operações de adição e subtração com números naturais no 6º ano dos anos finais do ensino fundamental constitui pelo fato de ser nesse ano que é realizado um fechamento das ideias dessas operações, por meio de uma revisão das principais noções desse conteúdo. Além disso, é nesse ano que muitos professores desconsideram as dificuldades carregadas pelos alunos das séries iniciais e realizam com eles apenas atividades mecânicas de adicionar ou subtrair números qualquer do dia a dia, sem tratar das ideias por trás delas, de suas aplicações no cotidiano e quebrar algumas barreiras que os alunos chegam com esses conteúdos.

Então, mediante essas problemáticas, foi feita uma gravação e análise das aulas de um professor sobre esse conteúdo do 6º ano do ensino fundamental, buscando identificar como ele estrutura a transmissão desse objeto matemático, sob a visão que a TAD disponibiliza.

Dessa forma, o presente trabalho de conclusão de curso tem como problema a identificação da praxeologia de um professor na ministração das operações de adição e subtração com números naturais no 6º ano dos anos finais do ensino fundamental.

Considerando esse o problema deste trabalho, será apresentado o objetivo geral e os específicos que orientaram essa pesquisa.

## **1.1 OBJETIVO GERAL**

Caracterizar e analisar a praxeologia do professor no ensino das operações de adição e subtração de números naturais.

### **1.1.1 Objetivos específicos**

- Analisar como é organizado o estudo das operações de adição e subtração para ser ministradas em sala, com base na Teoria Antropológica do Didático;
- Analisar como as estratégias didáticas são organizadas para ensinar as operações de adição e subtração de números naturais, com base na Teoria Antropológica do Didático.

### **1.1.2 Organização do texto**

O presente trabalho está dividido em cinco partes. A primeira, intitulada introdução, tem por objetivo apresentar, de forma geral, os principais aspectos desta pesquisa, iniciando pela motivação, o aporte teórico, a justificativa e os objetivos que direcionaram essa produção.

A segunda parte compreende a fundamentação teórica, na qual se apresenta de uma forma formal e detalhada as ideias e teorias que sustentam tudo aquilo que foi produzido nesse trabalho. Para tanto, é apresentada, de forma breve, a Teoria da Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático, essa sendo abordada com detalhe na sua construção, os elementos que a constituem, as relações entre eles e as implicações desses elementos na transmissão de um objeto matemático.

Além disso, aborda-se a trajetória histórica da atuação das operações de adição e subtração na sociedade. Acrescenta-se, ainda, uma reflexão sobre esses conhecimentos no ensino da Matemática no Brasil e por fim, são apresentados, em uma linguagem matemática e segundo a visão de alguns autores, os conceitos, algoritmos e propriedades dessas operações.

Na terceira parte é descrito todo o processo de pesquisa e análise de dados obtidos neste trabalho. Nesse sentido é apresentado o tipo de abordagem, natureza, as escolhas das obras de referência para a produção desse trabalho, o motivo da escolha do objeto matemático em questão, e as etapas de produção da pesquisa.

Na quarta parte são apresentados os dados obtidos por meio das gravações das aulas, assim, é exposta a tarefa posta ao professor, assim como as subtarefas com suas estruturas nos blocos que compõem a praxeologia. Além disso, é apresentada a praxeologia didática do professor, ou seja, a forma como ele estrutura as estratégias de ensino usadas na transmissão do conteúdo matemático em jogo.

Por último, é apresentada a conclusão, na qual se faz uma retomada, de forma breve, a motivação deste trabalho, a metodologia de coleta de dados da pesquisa e os principais resultados alcançados.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo exporemos os referenciais teóricos que embasam nosso trabalho: Teoria Antropológica do Didático, as concepções escadinha e sócio-construtivista e o estudo das operações adição e subtração com números naturais. Para o primeiro, apresentaremos os seus principais elementos e estudos. O segundo é apresentado de forma breve suas noções. Quanto ao terceiro, faremos uma abordagem histórica e matemática.

### **2.1 Teoria Antropológica do Didático**

Considerando a intenção de realizar uma análise da organização do saber matemático e de sua exposição em sala por meio de um professor, escolhemos a Teoria Antropológica do Didático para o nosso referencial teórico. Esta teoria trata do estudo, pela visão da antropologia e da didática, dos fenômenos didáticos, das relações dos elementos do sistema didático presentes na organização, da transmissão e aquisição de um saber em situações didáticas. Sendo assim, a TAD possibilitará a análise de como é organizado um estudo matemático e como é executado em sala de aula.

A TAD foi desenvolvida em 1980, pelo didático francês Yves Chevallard como um complemento da Teoria da Transposição Didática, também de sua autoria. Esta última busca compreender o distanciamento do saber científico (saber desenvolvido nas universidades pelos pesquisadores) para o saber a ensinar (saber presente nos planos educacionais e livros didáticos), proveniente das adaptações realizadas para enquadrar o saber em determinada instituição. Deste modo, ela mantém seu foco no estudo das modificações, do significado, dos fundamentos e da validade do conhecimento, por meio da ótica da didática. Já a primeira, conforme Santos (2015, p. 38), direciona sua atenção para “as situações nas quais há intenção de modificar a relação ao saber de uma pessoa ou de um conjunto de pessoas”. Essa abordagem possibilita analisar as influências da sociedade, do ambiente escolar e das intenções dos agentes envolvidos no processo de aprendizagem.

Esse novo olhar imposto deve-se ao fato de que “a matemática deixa de ser apenas um sistema conceitual, lógico e produtor de demonstrações, e é concebida, antes de tudo, como uma atividade humana” (Teixeira, 2019, p. 27). Ou seja, a matemática passa a ser um produto do ser humano, o qual sofre influências das intenções e significados da cultura em sua produção, modificação e transmissão em uma determinada sociedade.

Sendo assim, para entender o desenvolvimento da TAD é necessário compreender que o sistema didático é composto pelo saber, professor, aluno e instituição. Além disso, essa teoria é composta por três elementos primitivos: Objeto (O), Instituição (I) e Pessoa (X).

Para o elemento objeto O, o autor afirma em sua teoria que tudo é objeto, assim como tudo é conjunto na teoria dos números. De outra forma, tudo pode ser objeto de estudo nessa teoria, o algoritmo da soma de dois números naturais, a dor de cabeça, a escola tudo nesse ecossistema (local onde está sendo encontrado as situações a serem analisadas), pode trazer uma implicação, uma relação e uma influência para o processo de aprendizagem (Menezes, 2010). Logo, ele é um elemento importante para a teoria, visto que tudo na teoria é objeto, até mesmo as instituições I e as pessoas X, mas a esses são postos algumas diferenciações que serão esclarecidas mais a frente.

Ademais, um objeto só existe se ele for reconhecido por uma pessoa ou uma instituição, ou seja, que ele tenha uma relação com uma pessoa ou uma instituição. Essa afirmação pode parecer óbvia, mas nem todo objeto é conhecido por nós, logo ele não existirá para nós até quando tivermos algum conhecimento dele. A título de exemplo, para um estudante do primeiro ano do ensino médio, pode ser que o objeto Funções não exista para ele, mediante ao fato de que ainda não tenha ouvido falar, ainda não foi apresentado para ele e assim não criou conexões com sua realidade.

Em contrapartida, as funções são conhecidas pela escola, pois ela tem conhecimento que esse conteúdo pertence ao currículo educacional, ou seja, ele tem relação com a escola, logo ele existe, pertencem a ela e é um objeto para esta instituição.

Em relação ao elemento instituição (I), ele é entendido como um mecanismo social que impõe suas regras, maneiras de pensar e agir para as pessoas que se submetem a ela. Por exemplo, a escola, a sala de aula, os professores, a família, a igreja e empresas.

Além disso, cada instituição I apresenta suas regras e tem objetos  $O_I$  relacionados a ela, denominados objetos institucionais. Esses estabelecem uma relação institucional denotada por  $R_I(O)$  que ocorre por meio das características próprias do mesmo. Deste modo, um elemento  $O_I$  pode ter relações com diferentes instituições (Menezes, 2010). Por exemplo, o saber matemático da estatística é um objeto institucional para os hospitais e escolas pela sua característica de uma análise descritiva e no governo pela sua análise inferencial.

A presença do objeto O em uma ou mais instituição I “pode vir a ser modificado com o passar do tempo, ou seja, evoluir, envelhecer ou até mesmo desaparecer” (Menezes, 2010, p. 73). Um exemplo disso é a ferramenta complemento de quadrado para resolução de equação do segundo grau em uma escola, de início ela é apresentada, trabalhada, mas com a

apresentação da fórmula de bhaskara, o complemento de quadrado deixa de ser usado, chegando a desaparecer nas séries subsequentes.

Segundo (Menezes, 2010), essas relações ocorrem pela influência do contrato didático, que apresenta as expectativas existentes dentro das relações de uma pessoa X com o objeto O de uma instituição I. Melhor dizendo, ele surge da

A relação que se estabelece entre professor e aluno - com vistas à apropriação do saber - tem, na sua base, regras que determinam quais as responsabilidades de ambos os parceiros na relação didática. Responsabilidades estas que irão gerenciar a negociação de significados e, conseqüentemente, a apropriação do saber. Tais regras constituem o contrato didático. (Menezes, 2010, p. 49)

Quanto à apresentação do elemento pessoa X, é necessário entender em primeiro momento que, a formulação do conceito passa por três estágios: indivíduo, sujeito e pessoa. De acordo com (Menezes, 2010, p. 74), o indivíduo é o estágio mais primitivo, pois “não se sujeita, nem muda com as relações cotidianas com objetos e instituições”. Como ocorre com uma criança que ainda não ingressou na escola, pois ela ainda não foi sujeita às regras, valores e rotinas educacionais e os conhecimentos interpretados por ela não seguem a estrutura educacional.

Quando o indivíduo passa a se submeter a uma instituição, seguindo suas regras, ele passa a ser sujeito desta. Ou seja, um sujeito é o indivíduo que passou a seguir as regras de uma instituição para poder pertencer a ela. Tal como ocorre quando um aluno inicia os estudos em uma escola, ele passa a seguir as regras de ir com o fardamento, manter suas faltas menores ou igual a 75%, respeitar os horários de intervalos e aulas, tempo de entrega de atividades e outras regras que ele deve seguir para poder continuar sendo um aluno daquela escola, ou seja, um sujeito da instituição escola.

Em relação à pessoa, o último estágio da formação do conceito, trata-se do conjunto de todos os sujeitos que o indivíduo se submeteu às diferentes instituições, até o momento. Isto é, uma pessoa é formada pelas sujeições, de diferentes ou das mesmas instituições, que seu indivíduo participou por um determinado tempo como a igreja, a empresa do trabalho, a família e as salas de aulas. Cada uma dessas sujeições vai modificando e formando a pessoa, que se altera e o indivíduo que se mantém o mesmo (Santos, 2015).

Com o ingresso da pessoa X em uma instituição I, que possui seus objetos institucionais  $O_i$ , a relação da pessoa com o objeto,  $R(X,O)$  ocorre mediante a relação da instituição I com o objeto O,  $R(I,O)$ . Em outras palavras, quando a pessoa X entra na

instituição I, ela passa a conhecer ou reconhecer o objeto O por meio das imposições da instituição, criando ou recriando a relação  $R(X,O)$ .

Com base nesse contato, as modificações ocorridas na relação pessoal com o objeto são interpretadas como a ocorrência da aprendizagem; de modo semelhante, se não houve alteração, não ocorreu aprendizado (Santos, 2015). Isso acontece sem a interferência direta da instituição I em querer realizar uma mudança.

Por outro lado, para que a instituição I intervenha na mudança da relação da pessoa X com o objeto O, é necessário que X seja considerada um sujeito adequado. Isto é, ela tem que está satisfazendo as expectativas da instituição. Assim, estará em conformidade com as normas institucionais (Menezes, 2010).

Um dos meios da verificação da conformidade é por meio de avaliações que é informada pelos agentes institucionais. Em um contexto que a sala de aula é a instituição I, o aluno, a pessoa X e o objeto O, o saber em jogo, os agentes dessa instituição serão os “professores, o contrato didático e o contrato institucional estabelecidos, as avaliações, entre outros, que aparecerão de acordo com o momento necessário” (Menezes, 2010, p. 76).

Uma das consequências possíveis para a aplicação dessa avaliação da conformidade é a dificuldade em desenvolver a relação  $R(X,O)$ . Isso se deve ao fato de que tais avaliações, podem desviar o interesse dos alunos do conteúdo para uma mera busca pela conformidade institucional. Com isso, a aprendizagem perde a relevância, uma vez que a valorização da avaliação está estritamente ligada aos contratos didáticos e pedagógicos.

Outro risco dessa avaliação consiste no desapontamento que o aluno pode sofrer ao receber o veredito de não conformidade com a relação instituição e objeto. Pois essas avaliações verificam apenas a conformidade com as duas relações, o que deixa passar outras formas de relações do aluno com o objeto. Isso pode causar uma limitação no desenvolvimento dessa relação, na aprendizagem crítica e de outros conhecimentos por fora da instituição (Araujo, 2009).

A influência dos contratos institucionais e pedagógicos ainda impacta a relação  $R(X,O)$  pelo fato de suas intenções. Ou seja, com base na intenção deles, um deles pode ter uma relevância maior nas escolhas do aluno. Por exemplo, uma aluna do ensino médio que pensa em ser pedagoga pode não priorizar tanto o conteúdo produtos notáveis, pois na sua atuação no curso de pedagogia, ela não trabalhará com esse conteúdo. Nesse caso o contrato implícito que diz que o conteúdo de produtos notáveis não terá muita relevância para ela, faz, possivelmente, com que seu processo de aprendizagem seja comprometido.

Outra forma de comprometer a relação objeto O com a pessoa X é a maturidade do sujeito. Quando no início da escolarização a criança passa a desenvolver um relacionamento com os conteúdos de modo a ter apenas uma valorização quantitativa, em que não percebe a necessidade do aprendizado para o futuro e assim buscar adquirir. Nesse contexto, eles passam a decorar as fórmulas e conceitos sem a intenção de aprender, mas de modo que conseguem alcançar a conformidade institucional nas avaliações e enganarem a instituição em relação à sua aquisição de conhecimento.

Em face dessas constatações, pode-se evidenciar o fato de que a aprendizagem dos alunos não se restringe apenas às suas capacidades cognitivas, mas também à didática empregada, às dinâmicas desenvolvidas e às restrições institucionais.

As relações entre os elementos primitivos da TAD apresenta um envolvimento de várias intenções, que no contexto escolar evidencia a presença de muitos fenômenos didáticos no processo de aprendizagem e enfatiza o saber matemático como um produto humano. Dentro desse quadro, é observado a “necessidade de elaborar um método de análise que permita a descrição e o estudo das condições de realização das práticas institucionais, visto que o saber matemático é fruto da ação humana institucional” (Santos, 2015, p. 40). Deste modo, aparece na TAD um de seus principais elementos, a praxeologia, que possibilitará analisar as transposições didáticas considerando todas as intenções envolvidas nas relações no processo de aprendizagem no ambiente escolar.

### **2.2.1 Praxeologia**

A palavra Praxeologia deriva do grego práxis, que significa prática, e logia, que significa estudo, conhecimento. Desse modo, a praxeologia pode ser entendida como o estudo da prática.

Para complementar a base da TAD e fundamentar a praxeologia, incrementado a teoria três postulados que introduzem algumas noções e incrementam um olhar antropológico para ela. O primeiro afirma que toda atividade institucional pode ser analisada por múltiplas perspectivas por meio de aplicações de sequências de tarefas adequadamente estruturadas. Por exemplo, quando analisamos o trabalho de uma pessoa que produz um plano de aula, é possível estudar as intenções dela, o plano de aula, a influência da instituição e da cultura, tudo isso utilizando sequências de tarefas bem posicionadas que permite encontrar respostas e hipóteses.

O segundo postulado apresenta a necessidade de utilizar uma técnica, um modo prático de realizar as tarefas propostas. Ou seja, se a tarefa é encontrar as raízes de uma equação do segundo grau, podemos usar a fatoração, completamento de quadrados ou a fórmula de Bhaskara.

Por último, o terceiro diz respeito às tarefas e técnicas no sentido de falar sobre as “condições e restrições que permeiam a produção e utilização destas nas instituições” (Teixeira, 2019, p. 27). Ou seja, ele trará uma necessidade de uma explicação e uma justificativa do porque as técnicas funcionam e porque elas funcionam naquela instituição.

Como comentado acima, esses três postulados fundamentam a praxeologia, mais especificamente os blocos por qual ela é composta. Isso porque o primeiro e o segundo postulado estruturam o bloco saber fazer, composto por um tipo de tarefa (T) e por um modo prático de realizar a tarefa, uma técnica ( $\tau$ ). Mas, como afirma Menezes (2010), esse bloco não se sustenta só, é necessário de uma justificativa, explicação, condição para que esses elementos estejam presentes e tenham suas atividades na instituição. Para isso, o terceiro postulado estrutura o bloco tecnológico-teórico, que é composto pela tecnologia ( $\theta$ ), que irá justificar a técnica ( $\tau$ ) utilizada, e a teoria ( $\Theta$ ) que atua como uma justificativa mais abstrata da tecnologia.

Desse modo, a praxeologia é formada por quatro elementos a saber, um tipo de tarefa (T), que precisará de uma maneira para ser realizada, uma técnica ( $\tau$ ), essa necessitando de um amparo tecnológico, a tecnologia ( $\theta$ ) e por fim, a teoria ( $\Theta$ ) que apresenta uma justificativa mais abstrata para a tecnologia. Todos esses elementos distribuídos em dois blocos e juntos possibilitam o estudo de qualquer prática social.

Segundo (Marcelo, 2015, p. 658), tipo de tarefa (T) é “todo e qualquer objeto que não encontramos sua existência diretamente na natureza”. Em outras palavras, um tipo de tarefa é um específico objeto que há uma ideia de sua existência, mas para ser encontrado é necessário realizar procedimento próprio e atividades humanas, como por exemplo, montar uma palestra para um congresso e calcular o volume de uma esfera. Quando um tipo de tarefa é composta por outras tarefas (t), essas serão ditas subtarefas e pertencentes à tarefa T.

Além disso, segundo Menezes (2010) o Chevallard observa que a maioria das tarefas bem objetivas são expressas por verbos, aos quais ele chama de gênero da tarefa. Os gêneros dizem quais práticas terão que ser realizadas, mas eles não especificam o que seja e quais serão os assuntos. Como os verbos, calcular, organizar e comparar, eles indicam o que tem que fazer, mas não com que expressões ou elementos tem que ser realizada.

Com o avanço do nível escolar, esses gêneros evoluem e se modificam quando adquirem mais informações. Esse processo exige ampliação e diversificação dos tipos de tarefas para englobar todas as transformações necessárias em cada nível de aprendizagem.

Nesse contexto, as tarefas (T), em uma instituição, podem ser classificadas como tarefas rotineiras ou tarefas problematizadoras. A primeira consiste nas tarefas que os sujeitos realizam sem esforço. Já para a segunda, é necessário elaborar estratégias para realizar a tarefa, ou seja, os alunos não conhecem ou não têm o aprofundamento necessário no conhecimento para saber como resolve-la (Santo, 2015).

Independente da tarefa, para ser realizada é necessário um procedimento, um processo, uma maneira de fazer, ou seja, uma técnica ( $\tau$ ). Dessa forma, quando é dada uma tarefa, para sua realização é necessário de pelo menos uma técnica, isso por que há tarefas em que uma técnica não é eficiente ou não funciona. Entretanto, pode ter uma técnica que resolva todas ou a maioria das tarefas de um tipo de tarefa, nesse contexto elas podem ser comparadas como uma técnica maior ou menor em relação às outras.

Uma exemplificação da superioridade desta técnica é na resolução da tarefa: Determinar a área de figuras planas. Para a resolução dela podem ser utilizadas as fórmulas específicas de cada figura, dividir em figuras menores ou utilizar o método da integral. Dependendo das figuras pode existir fórmulas para o cálculo, caso não, pode ser utilizada a técnica de dividir em figuras conhecidas e fazer uma aproximação, mas com a implementação da integral é possível determinar a área de qualquer figura plana, ou seja, a técnica do método da integração é superior às demais, pois ela resolve todos os tipos de tarefa disposto.

Vale ressaltar que cada instituição tem suas técnicas institucionais, ou seja, uma instituição tem uma quantidade de técnica que reconhece e que pode não ser reconhecida por outras (Menezes, 2010). Como ocorre com a técnica de integração para calcular áreas de figuras planas, ela é aceita em instituições como universidades, mas não em escolas da educação básica, deixando de ser uma técnica institucional por não estar em conformidade com a instituição.

Para que uma técnica ( $\tau$ ) tenha uma justificativa de sua funcionalidade e garanta sua eficiência, é necessário que exista, como afirma (Santos, 2015, p. 43), um “discurso lógico, coerente, e claro”, o qual é chamado de tecnologia ( $\theta$ ). Segundo a autora, ela tem três funções: a primeira consiste em assegurar, de forma lógica, que a técnica funciona; a segunda é explicar a razão da técnica funcionar e a última é de gerar novas técnicas. Deste modo, além de possibilitar uma explicação e um amparo, ela oportuniza a ampliação do alcance da técnica, depois de necessárias alterações.

Ainda sobre a tecnologia ( $\theta$ ), cada técnica presente em uma instituição, apresenta vestígios da tecnologia (Menezes, 2010). Por exemplo, na resolução da tarefa *determine o MDC de 48 e 18*, quando utiliza a técnica do algoritmo de Euclides, é encontrado nela a ideia de uma propriedade do MDC que diz que dados  $a$  e  $b$ , em que  $a < b$ , então  $\text{MDC}(a,b) = \text{MDC}(b, a - q * b)$ , em que  $q$  é o quociente da divisão de  $a$  por  $b$ . Mas pode ocorrer que na instituição tenha um caso que uma técnica é reconhecida pela instituição de tal forma que ela não precisa de justificativa, o que a torna uma técnica autotecnológica.

De modo semelhante ao que acontece com a técnica, a tecnologia carece de uma justificativa, mas diferente da técnica, esse é um discurso mais abstrato, sofisticado e avançado conhecido como teoria ( $\Theta$ ). A ele não é necessário uma justificativa, pois se assim fosse entraremos em um *loop* infinito de justificações, assim para as análises a serem desenvolvidas na TAD, o bloco tecnológico-teórico composto pela tecnologia e pela teoria já é o suficiente.

Com base na estrutura de uma praxeologia ela pode ser classificada como pontual, local, regional e global. Uma praxeologia será dita pontual  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  se ela é centrada em uma única tarefa. Como ocorre na tarefa *calcular a potência  $2^3$* , isso porque a tarefa demonstra que o que ela busca realizar é uma única e específica coisa, que é calcular uma determinada potência. Para tanto, sua técnica será multiplicar o 2 por ele mesmo três vezes, assim sua justificativa ocorre pela definição de potência e posteriormente pela teoria da Álgebra. Desse modo, observa-se a presença de uma técnica específica, pois é uma tarefa única, logo é uma praxeologia pontual.

Quanto a praxeologia local  $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$ , ela é formada pela reunião de praxeologias pontuais que tenham em comum a tecnologia. A título de exemplo, a tarefa *simplifique em uma única potência:  $3^2 \times 3^3, \frac{10^5}{10^3}$* , consiste em uma praxeologia local, pois a tecnologia utilizada para justificar as técnicas usadas na resolução de cada expressão é a definição de potência que essas são justificadas pelas propriedades dos números reais.

Quando as praxeologias locais se reúnem centradas em uma teoria, essa reunião será chamada de praxeologia regional  $[T_i, \tau_i, \theta_i, \Theta]$ . Como a gerada a partir da tarefa: *Um laboratório está estudando o crescimento de uma cultura de bactérias. No início do experimento, há 1 bactéria. A cada 3 horas, o número de bactérias dobra. Após 24 horas, os cientistas precisam transferir as bactérias para novos recipientes. Sabendo que cada recipiente suporta 500 bactérias, quantos recipientes serão necessários?*. Observa-se que em

sua resolução é utilizada a propriedade de potência e o arredondamento, ou seja, eles serão justificados pela teoria dos números, o que a caracteriza como uma praxeologia regional.

Por fim, a praxeologia global  $[T_i, \tau_i, \theta_i, \Theta_i]$  é estruturada com mais de uma teoria. Segundo (Menezes; Santos, 2015, p. 658), um exemplo é dado pela tarefa: *Quais são as dimensões de um retângulo cujo perímetro e área medem, respectivamente, 50cm e 150cm?*. Em que para a sua resolução é necessário utilizar conhecimentos da geometria para chegar na formulação de uma expressão de uma equação do segundo grau, ou seja, é necessário a presença tanto de teorias da geometria como da álgebra.

Além disso, vale salientar que a praxeologia foi definida de forma genérica, visto que “quase sempre não está totalmente em conformidade com a forma como ela é definida” (Araujo, 2009, p. 39). Ou seja, para identificar cada elemento da praxeologia é necessário realizar estudos e análises mais profundas dos contextos e materiais envolvidos em sua produção.

## **2.2.2 Análise da prática didática do docente pela Praxeologia**

Menezes (2010) afirma que a análise da prática docente é baseada em duas perguntas: “como realizar a tarefa do tipo T?” e “Como melhor realizar essa tarefa?”. As respostas a essas perguntas, em um contexto em que o tipo de tarefa referido é o objeto matemático (O) a ser utilizado em uma determinada instituição (I) sala de aula, produzem as respectivas praxeologias: a praxeologia matemática e a praxeologia didática. A primeira está centrada no saber matemático, na realidade matemática que pode ser organizada e estudada, essa chamada de Organização Matemática (OM). Já a segunda, está centrada no estudo, pela visão da didática, de como é apresentado em uma sala de aula a realidade matemática desenvolvida na OM. Para essa segunda praxeologia ela será chamada de Organização Didática (OD). Dessa forma, a união dessas duas organizações possibilita a análise da praxeologia desenvolvida pelo professor.

### **2.2.2.1 Organização Matemática**

Como comentado anteriormente, a organização matemática OM visa analisar e determinar a “realidade matemática” por meio de um tipo de tarefa a ser realizada aplicando uma técnica, que terá uma tecnologia justificando e explicando e que por sua vez terá uma

teoria justificando a tecnologia, sendo ela uma de teoria da área de conhecimento do objeto de estudo matemático.

Como afirma Santos (2015), em determinadas instituições e tempo, algumas OM podem envelhecer, ou seja, podem alcançar seu ápice de utilização, mas ser deixada de lado devido ao aparecimento de outra. Como o que ocorreu com as técnicas de resolução de uma equação do segundo grau, pois depois do aparecimento da calculadora o uso de algumas técnicas foram negligenciadas e até esquecidas em alguns estágios da instituição.

A construção da OM inicia com o professor analisando o objeto matemático do estudo nos livros didáticos, nos documentos curriculares e manuais escolares. Em outras palavras, é pela busca da resposta da pergunta “Como ensinar determinado conteúdo?” que o professor é levado a analisar os documentos oficiais. Isso porque, esse encontro permite ao docente ter conhecimento dos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias utilizadas e cobradas em uma determinada instituição. Deste modo, ele conseguirá compreender como ocorre a transposição didática interna na instituição e iniciar a estruturação de sua OM (Menezes, 2010).

Segundo Santos (2015), como forma de direcionar a construção da OM, o Chevallard apresentou critérios a serem utilizados durante as análises dos documentos oficiais para analisar as tarefas, técnicas, tecnologia e teoria. Nesse texto, será comentado alguns desses critérios, segundo a reescrita de Santos (2015).

Para a observação dos tipos de tarefas (T), Santos (2015), reescreve os critérios com base nos seguintes questionamentos: Os problemas apresentados sobre o objeto de estudo estão bem identificados? Estão bem representados? São pertinentes?. Ou seja, eles levaram a identificar se a forma como está sendo estruturada a tarefa permite o aluno ter uma compreensão do conteúdo diante do problema apresentado, se o conteúdo está sendo expresso de forma adequada e se está em conformidade com os objetivos de aprendizagem.

Para a análise das técnicas são apresentados questionamentos como: As formas de resolução são bem elaboradas? São fáceis de utilizar? São utilizadas amplamente em diversos tipos de tarefas? São possíveis de evoluir? Com base na resolução dessas perguntas pode ser analisada a qualidade, aplicabilidade e potencial das formas de resolução, das técnicas disponibilizadas.

Para o estudo da tecnologia e teoria são dispostos questionamentos como: O conceito do conteúdo é bem explicitado, ou não? As formas de justificação são próximas às formas canônicas ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem e justificam? São adotadas formas de justificações explicativas, dedutivas, etc.? Os argumentos utilizados

são cientificamente válidos? Com esses questionamentos é possível verificar a clareza conceitual, a validade dos argumentos que fundamentam os conteúdos e técnicas desenvolvidas.

Além da estruturação da realidade matemática a ser transmitida na sala de aula, outra parte importante da prática docente é a aplicação dessa organização matemática, ou seja, o professor terá que realizar uma transposição da “realidade matemática para a realidade didática” (Menezes, 2010, p. 84). Desse modo o professor terá que analisar outros elementos, esses relacionados à didática, para poder verificar qual a melhor forma de ensinar um determinado conteúdo.

### **2.2.2.2 Organização Didática**

A organização didática (OD) está relacionada à forma como a realidade matemática, obtida da OM, é transmitida na sala de aula. Ou seja, ela busca realizar uma descrição de como o estudo matemático pode ocorrer, isso por meio da análise do tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, sendo esses elementos voltados para a área da didática. Desse modo, ela realiza um estudo e estrutura como ensinar um conteúdo.

A OD surge pela falta de uma técnica para realizar um tipo de tarefa (Menezes, 2010). Em outras palavras, é por meio da busca por uma melhor forma de ensinar um conteúdo que se inicia a análise e construção da organização didática.

Para a formulação da OD, Santos (2015) comenta que Chevallard afirma que não existe uma sequência única, mas que existem alguns momentos, não cronológicos, que sempre estarão presentes nas OD. A esses momentos o autor chama de momentos de estudos. Eles ajudam a analisar as mudanças que o objeto de estudo tem que sofrer para ser transmitido na sala de aula, assim como na análise e reflexão da execução de cada momento.

Segundo Menezes (2010), descrição desses seis momentos, por parte de Chevallard, inicia com o primeiro momento que é o primeiro (re)encontro com a organização matemática, que será feita por meio de um tipo de tarefa. Esse pode ocorrer de diferentes formas, como no início das aulas ou na declaração da próxima aula, mas a teoria apresenta duas formas específicas de fazer acontecer esse momento: pelo mimético-cultural e pelas situações fundamentais.

O mimético-cultural é uma forma de apresentar o conteúdo em duas partes: a primeira por meio de um relato de uma prática matemática que é utilizada no mundo, para depois ser apresentado o conteúdo em si. Ou seja, a primeira parte traz ao aluno certa aplicação ou

contexto onde o objeto matemático pode ser encontrado ou utilizado, desse modo torna um conhecimento mais perto de sua realidade, para então os estudantes iniciarem as manipulações com o conteúdo em jogo.

A título de exemplo, isso pode ocorrer na ministração de aula de equação polinomial do segundo grau, em que pode ser relatado, em primeiro momento, a presença desse objeto em várias áreas como engenharia civil, biologia e arquitetura como forma de aplicação para resolver problemas das áreas. Para então, iniciar a apresentação da definição da equação.

De forma contrária ao mimético-cultural, as situações fundamentais, é uma forma de apresentar o conteúdo sem nenhuma consolidação cultural do conteúdo. Ou seja, ele apresenta de forma implícita o conteúdo por meio de situações problemas, fazendo com que o aluno atue ativamente para definir o objeto de estudo, compreender o conceito e suas propriedades por meio da utilização de estratégia e relações matemáticas.

Uma exemplificação é quando o professor decide apresentar o teorema de Pitágoras. Pela estratégia das situações fundamentais, ele terá que apresentar um problema como: Um carpinteiro precisa que o canto do terreno fique com um ângulo reto, mas ele tem apenas uma régua. Como ele pode verificar sem o uso de esquadro? Diante dessa exposição, sua atuação é como um auxílio para os alunos de forma a poder dar algumas dicas, mas deixar eles fazerem suas descobertas.

O segundo momento consiste na “exploração dos tipos de tarefas e da elaboração de técnicas relativas a esses tipos de tarefas” (Menezes, 2010, p. 86). Ou seja, dado um objeto matemático, é iniciada a busca por problemas, questões e a técnicas que podem ser usadas para cada um desses tipos de tarefa. Um exemplo pode ser observado quando é definida a equação do segundo grau e junto com os alunos é iniciada as descobertas das classificações dessa equação e as possíveis técnicas de resolução.

O terceiro momento consiste na “constituição do entorno tecnológico-teórico relativo à técnica e ao tipo de tarefa proposto pela OM” (Menezes, 2010, p. 87). Em outras palavras, é quando o professor começa a expor as tecnologias e a teoria de uma referida tarefa, ou seja as propriedades, teoremas e fórmulas de um conteúdo. Segundo Menezes (2010), Chevallard, afirma que esse momento está relacionado com os dois primeiros, pois quando foi apresentado uma técnica, ela já estava relacionada tanto com a tecnologia quanto a teoria, pois como já foi comentado, a técnica sempre carrega vestígio do bloco tecnológico-teórico.

O quarto momento é dedicado à prática da técnica. Isto é, ele consiste no momento em que será trabalhado com a técnicas em vários tipos de tarefas, a fim de ela ser aprimorada, internalizada. Dessa forma, o aluno resolverá diferentes questões com a técnica para que ela

seja compreendida e ele identifique padrões, dificuldades, estratégias para que seu uso seja mais eficiente.

O quinto momento consiste em “oficializar com precisão a organização matemática elaborada” (Santos, 2015, p. 50). Noutros termos, é o momento em que é oficializado os elementos que farão parte da organização matemática e os que não serão.

O sexto momento compõe a avaliação. Melhor dizendo, é quando será avaliado o que foi entendido da organização matemática oficial, referente tanto às técnicas como às tecnologias e teorias. Vale ressaltar que esse momento não só avalia os estudantes, mais os elementos da praxeologia e a própria escola, pois o toma como um “ato fundamental na vida de qualquer instituição” (Santos, 2015, p. 50) .

Ainda sobre a avaliação, Menezes (2010) comenta que Chevallard afirma que ela é relativa e que o valor de um objeto não é dado por si mesmo e nem é fixo, mas sim depende do seu uso social do ponto de vista de quem o avalia.

Os momentos de estudos discutidos permitem ao professor analisar o processo didático empregado, identificar o que tem que ser realizado e utilizado em cada momento do estudo e “problemas na realização dos diferentes momentos de estudo”, (Menezes, 2010, p. 88).

### **2.2.3 Objetos Ostensivos e não ostensivos**

Na TAD os elementos da organização matemática são classificados em objetos ostensivo e não ostensivo. O primeiro diz respeito aos objetos que têm certa materialidade, que são perceptíveis como o som, um caractere e um gráfico. De forma genérica, eles são “os objetos manipuláveis na realização da atividade matemática” (Almouloud, 2010, p. 119). A exemplo, as notações de conjunto, a operação de união de conjunto, a palavra função, os algarismos e os sinais das operações.

Já os objetos não ostensivos são “todos os ‘objetos’ que, como as ideias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria” (Almouloud, 2010, p. 119). Para que sejam percebidos, é necessário que exista uma manipulação dos objetos ostensivos a fim de torná-los perceptíveis. Como ocorre com a noção de uma esfera, para que ela seja percebida, vista, é necessário que os objetos ostensivos como o globo, representações gráficas e caracteres, para expressa-la em uma forma algébrica, a represente.

Dessa forma, observa-se a existência de uma dependência mútua entre eles, em outras palavras “uma co-existência permanente dos objetos ostensivos e não-ostensivos” (Menezes,

2010, p. 89). Menezes (2010) afirmar que os autores Chevallard e Bosch desenvolveram a dialética do ostensivo e do não-ostensivo que estabelece essa relação. Além disso, ele comentou que esses autores afirmam que os objetos não ostensivos são percebidos por meio de manipulações dos ostensivos, mas esses processos são guiados pela compreensão, características e ideias que dos não ostensivos transmitem.

Por meio dessa característica, os ostensivos e não ostensivos influenciam e estão presentes tanto no bloco saber fazer como no bloco tecnológico prático da OM, (Menezes, 2010). Isso porque, segundo eles, assim como uma escolha de notações (objeto ostensivo) pode influenciar a qualidade da tecnologia e da teoria, assim, a ideia que um conceito abstrato (objeto não ostensivo) pode implicar no resultado da realização de uma técnica.

A TAD, por meio da “a dialética do ostensivo e do não-ostensivo”, responde o questionamento sobre a relação de um conceito abstrato e sua representação. Para tanto, os teóricos comentam que a formação de um conceito ocorre pela manipulação de objetos ostensivos em uma organização matemática e que depois dele ser oficializado, então o ostensivo passa a representar um conceito abstrato. Em outras palavras, é por meio de realizações de atividades matemáticas com objetos ostensivos que é compreendido um conhecimento abstrato e quando esse conhecimento passa a ser oficial em livros ou em outros meios, então o ostensivo passa a representar o conceito.

Diante dessas relações, Menezes (2010) afirma que, apesar dos ostensivos representarem alguns dos não ostensivos e que para realizar os processos de manipulação para os não ostensivo, os ostensivos precisam da ideia que os não ostensivos transmitem, isso não implica que um seja mais importante que o outro. Pois assim como afirmam os teóricos, não é possível realizar uma manipulação com ostensivos supondo que um não ostensivo foi “adquirido” por um ostensivo. Assim como não se pode realizar “uma manipulação ostensiva regulada que possa prescindir de não-ostensivos” (Menezes, 2010, p. 89). Ou seja, isso só ressalta o fato deles serem dependentes e que só existem pela existência do outro.

Entretanto, Menezes (2010) comenta que a instituição desempenha um papel importante na co-existência desses objetos, pois é por meio do reconhecimento que ela faz deles, que eles podem existir. Um exemplo consiste no conceito de potenciação, pois só podemos associar a notação e sua notação,  $a^n$  quando a instituição toma como existente tanto a noção de potência como o objeto ostensivo.

### 2.3 As concepções escadinha e sócio-construtivista

Para Mizukami (1986), o fenômeno educativo consiste em uma junção de diferentes dimensões relacionadas, como a humana, a cognitiva, a técnica e a sócio-política. Sendo assim, dependendo da concepção de ensino e aprendizagem, considerada pelo professor, por meio das estratégias que ele utilizará, terá dimensões desse fenômeno que não serão tão evidenciadas.

Em outras palavras, tanto a prática docente como a concepção de ensino e aprendizagem, considerada pelo professor, elas são situações complexas e que estão relacionadas, mas que dependem de outros fatores, assim como Martinz (2012, pg. 48) fala sobre “ as concepções do professor de matemática estão ligadas a sua história de vida, ao contexto sociocultural e aos saberes que ele constrói ao longo de sua carreira profissional.”

Como comentado, as concepções sofrem influência do contexto social, assim como as práticas pedagógicas, como vem acontecendo neste século. Após o surgimento e os avanços da tecnologia, o mundo globalizado exige que os alunos tenham atitudes, habilidades e conhecimentos diferentes dos desenvolvidos nos seus antepassados, logo o professor também tem que mudar sua posição nesse sistema de ensino para que possibilite aos estudantes tudo o que ele precisa. Portanto é necessário “novas aprendizagens, no desenvolvimento de novas competências, em alteração de concepções, ou seja, na construção de um novo sentido ao fazer docente, imbuído das dimensões ética e política.” (Diesel; Baldez; Martinz, 2017, pg, 269).

Essas alterações implicam em mudanças de estratégia, metodologias de ensino, isso encaminha para o uso das metodologias ativas, que buscam fazer os estudantes os protagonista de seus conhecimentos e do professor, um auxiliar, guia nesse processo de ensino e aprendizagem e estruturador do ambiente de ensino para que o estudante seja ouvido, tenha liberdade de falar, sejam encorajados a ter autonomia entre outros (Diesel; Baldez; Martinz, 2017).

Embora todo esse o contexto sócio histórico imponha a necessidade de utilizar novas estratégias e novas concepções, as metodologias tradicionais de ensino ainda são usadas, como comentam Junior e Matitz (2024)

Embora a escola tradicional tenha passado por modificações para se adequar as demandas contemporâneas, é importante reconhecer que sua

essência persiste no método atual. Apesar das mudanças, o método mantém ênfase no conteúdo, com o professor como detentor do conhecimento e os estudantes em papel passivo no processo de ensino-aprendizagem. (Junior; Matitz, 2024, pg. 7)

Uma das formas de modificar o ensino tradicional foi substituir a abordagem tradicional pela abordagem construtivista, esta foi potencializada pelo avanço tecnológico. Desse modo, será apresentado de forma breve a abordagem transmissiva, a behaviorista e a construtivista.

A concepção transmissiva é fundamentada no Modelo Empirista da Aprendizagem, que defende que os conhecimentos são obtidos por meio de experiências, do que é vivido no cotidiano, assim, ela afirma que o ser humano não tem nada em mente dos conhecimentos que será trabalhado e que só consegue obtê-los por meio de experiências. Dessa forma, o ato de ensinar é um ato de transmitir conhecimento, esse sendo o papel do professor. Nessa concepção não é aceito o erro, e caso ocorra, a culpa será do aluno, que não estudou o suficiente (Matitz, 2024).

Segundo Matitz (2024), a concepção behaviorista é fundamentada pelo Modelo Behaviorista e afirma que o conhecimento só é obtido por meio de recompensas, quando o estudante consegue atingir o objetivo, e punições quando ele erra. Dessa forma o professor tem o dever de produzir atividades progressivas de conteúdos isolados e trabalhar eles de forma isolada, deixando para o estudante a tarefa de realizar as associações dos conteúdos.

Já a concepção construtivista é fundamentada pelo Modelo Construtivista de Piaget. Essa concepção defende que o ser humano aprende por meio de situações em que há desequilíbrio dos seus conhecimentos e equilíbrio deles, por meio do desenvolvimento dos conhecimentos de modo que o estudante alcance o equilíbrio. Desse modo, o aluno é o protagonista de seu aprendizado e toma o erro como algo que tem que superar. Por outro lado, o professor tem o papel de ser o responsável pela organização e produção de situações que geram desequilíbrios nos estudantes e toma o erro como uma forma de reorganizar o processo de ensino (Matitz, 2024).

Essas mesmas concepções são descritas por Santos (2018) sendo chamadas de concepções baldista, escadinha e sócio-construtivista.

A concepção baldista afirma que o discente não tem conhecimento do novo conteúdo que ele irá estudar, Santos (2018, pg. 11) afirma que “a cabeça do aluno é um balde vazio”. Assim, o aluno irá aprender algo quando seu *balde* estiver cheio. Dessa forma, o trabalho do

professor é transmitir conhecimento para os alunos, e esses têm o dever de prestar atenção e ouvir o professor. Assim a aprendizagem ocorre pela a comunicação, em que o aluno interpreta o que o professor fala.

Desse modo essa concepção, quando aplicada, traz um benefício de o professor poder adiantar o conteúdo, já que nela basta o professor apresentar o conteúdo, mas esse mesmo ponto já demonstra um de seus defeitos, o aluno pode interpretar errado esse conhecimento, pois “ a mensagem do professor deverá ser decodificada pelo aluno.” (Santos, 2018, pg. 12). Quando ocorre um erro, a culpa pode ser do aluno que não estudou direito ou do professor que não soube explicar direito o conteúdo, assim, o erro deve ser evitado. A abordagem dessa concepção pode ser resumida na apresentação de um conteúdo, apresentação de uma aplicação no conteúdo a ser ensinado e por fim uma sequências de exercícios de fixação (Santos, 2018).

A concepção escadinha tem suas ideias fundamentadas na linha de pesquisa psicológica denotada por Behaviorista. Logo, ela defende que sendo posta determinadas situações e dado incentivos positivos para um indivíduo é possível modificá-lo. Ou seja, desde que seja apresentado questões para o estudante de modo que ele possa ter novos comportamentos e ele seja recompensado com palavras positivas, quando ele conseguir acertar ou atingir os objetivos da questão, é possível mudar a relação dele com o conteúdo estudado. Mas isso ainda não é o suficiente, pois essa concepção põe para o aluno uma lista de situações sistematizadas para que seja consolidado o que foi aprendido na sala de aula (Santos, 2018).

De uma maneira geral Santos (2018) informa que os professores que seguem essa concepção eles vivenciam três momentos: O primeiro, referente às escolhas dos objetivos que eles querem que seus alunos satisfaça após a conclusão do conteúdo; o segundo consiste na apresentação de uma situação em que o aluno adquira um novo conteúdo, técnica ou posicionamento diante de uma tarefa; Passado o segundo momento será iniciado o terceiro momento que consiste em apresentar situações sistemáticas, o que pode ser uma sequência de exercícios estruturada em nível de dificuldade crescente.

Nesse contexto, essa concepção constitui um ensino fragmentado, devido que seu desenvolvimento consiste em apresentar um conceito ou técnica, praticá-la e só assim ir para a próxima seção do conteúdo.

Por sua vez, a concepção sócio-construtivista é fundamentada na psicologia genética, de forma especial no trabalho do psicólogo Jean Piaget. Ela defende que o ensino deve ocorrer de modo semelhante à construção histórica do conhecimento científico. Ou seja, assim

como o desenvolvimento de um conteúdo científico muitas vezes começa com um problema para o qual não existe uma estrutura matemática previamente definida, o ensino deve proporcionar aos alunos uma experiência semelhante (Santos, 2018).

Essa concepção é sustentada por algumas ideias, que aplicadas ao contexto de uma sala de aula a primeira seria: um aluno só aprende se estiver em interação com o objeto de estudo. Já a segunda, segue a ideia defendida por Jean Piaget, de que um conhecimento para ser desenvolvido é necessário passar por um momento de desequilíbrio e de equilíbrio (Santos, 2018). Na sua forma aplicada na sala de aula a situação seria o aluno verificar se com o conhecimento que ele tem é possível resolver uma dada questão, caso não, ele irá melhorar esse conhecimento para ele se torne adequado para a resolução da questão. De forma genérica, o aluno acabou de sair de um momento de equilíbrio do conhecimento para um de desequilíbrio e voltar para o equilíbrio.

Além dessas ideias, essa segunda concepção ainda é sustentada por mais duas ideias. A terceira afirma que "o aluno sempre inicia certa aprendizagem com certa bagagem de representações, que ele mobiliza no momento de resolver certo problema." Santos (2018). Ou seja, embora seja uma noção simples, o aluno sempre terá uma noção de um conhecimento em mente.

Já a quarta ideia defende que a interação em conjunto dos estudantes facilita a aprendizagem. A técnica de aplicação dessa concepção é entregar uma situação ao aluno que o leve a um desequilíbrio, para que ele possa identificar e comentar com seus colegas e juntos chegarem a uma resposta, ou seja, no novo equilíbrio (Santos, 2018).

## **2.4 Conteúdo em jogo**

As operações de adição e subtração são as mais básicas e fundamentais da aritmética, representando, respectivamente, as ideias de juntar, agrupar, separar e comparar. Foi por meio dessas noções, somadas às abstrações matemáticas, que se desenvolveu uma formalização para essas operações e, conseqüentemente, um avanço significativo para as demais áreas da matemática e suas aplicações.

### **2.4.1 Construção histórica das operações de adição e subtração de números naturais**

Por meio de historiadores, sabe-se que a noção de adição e subtração está presente na vida da humanidade desde os primórdios, embora não haja uma data exata para seu

surgimento. Já na Idade da Pedra, há indícios de que essas operações eram utilizadas, pois os povos da época precisavam dividir os alimentos provenientes da caça entre as famílias, saber o quanto tinha de membros, inimigos e realizar trocas comerciais. Desse modo, o surgimento dessas ideias pode estar ligada a uma intuição numérica presente no ser humano desde seu nascimento.

Apesar de essas operações estarem presentes na humanidade desde o início, foi com o surgimento da agricultura, aliado a esse senso numérico, que tornou possível que os densos e longos povoados criassem culturas que desenvolveram ciências e estudos matemáticos. Como ocorreu com o Antigo Egito formados perto do rio Nilo na África, em que desenvolveram um sistema de numeração para registrarem suas contagens por meio de marcações como identificadas no osso Ishango, com mais de 8000 anos, posteriormente os Babilônios com a invenção de um sistema de numeração posicional observado na placa de Plimpton 322 (Eves, 2008).

O desenvolvimento dessas operações chegaram às que são trabalhadas hoje em dia, por meio das abstrações da matemática imposta aos poucos com o passar do tempo. Como ocorreu com os gregos que trouxeram o desenvolvimento da lógica matemática e os indianos, que com seus próprios estudos e abstrações inventaram o sistema de numeração decimal, o sistema de numeração indo-arábico, conceituam o zero e desenvolveram regras de operações com o zero e os números positivos e negativos.

Além disso, Eves (2008) afirma que foi com as contribuições de matemáticos como o Al-Khwarizmi, que desenvolveu a álgebra e o Richard Dedekind, que apresentou uma definição precisa de conjuntos infinitos e de função sucessor que teve grandes influências em Giuseppe Peano para a formalização dos números naturais e de suas propriedades por meio de sua axiomata que fundamentam as operações de adição e subtração de números naturais usadas até hoje.

Em um olhar para a parte mecânica do uso dos números, as operações que fazemos com eles, observa-se a necessidade de haver um sistema de numeração e uma base. Era a busca dos nossos antepassados, até que desenvolveram o sistema de numeração decimal. Esses sistema, também chamado de sistema de numeração indo-arábico, é posicional, possui um algarismo para representar uma quantidade vazia, tem base 10 e todos os números formados por ele é composto por pelo menos um dos seguintes algarismo: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. Além disso, ele é multiplicativo e aditivo, ou seja, todo algarismo de um número é múltiplo de uma potência de dez e qualquer número é o resultado da soma dos valores

assumidos por cada algarismo em sua posição (Pina e Sousa; Pinheiro, 2016). A título de exemplo, temos a decomposição do número 85,  $85 = 8 \times 10 + 5 \times 10^0$ .

Como mencionado acima, cada algoritmo de um número tem um valor posicional, o que nesse sistema gera a ideia de ordem numérica, que consiste na posição e o valor que um algarismo representa em um número. Elas são infinitas e posicionadas da direita para esquerda, as três primeiras são as unidades (U), dezenas (D), centenas (C). Por exemplo, em  $85 = 8 \times 10 + 5 \times 10^0$ , o 8 ocupa o espaço da dezena e o 5 da unidade, eles informam que há 8 grupos com 10 elementos e que tem 5 unidades desses elementos. Além disso, esse fato incluiu outra noção que é a de classe numérica, que se refere à classificação dos números a partir das quantidades de ordem que ele possui, contadas também da direita para a esquerda, como exposta na tabela abaixo. Assim como as ordens numéricas, as classes são infinitas e as três primárias são chamadas de unidades simples, milhar de milhares.

Conforme afirmam Pina e Sousa e Pinheiro (2016, p. 143), “A ideia de ordem numérica é muito sutil, mas influencia diretamente a forma como, hoje, realizamos os nossos cálculos”, sobre essa influência discutiremos mais a frente.

CLASSE	3 <sup>a</sup>			2 <sup>a</sup>			1 <sup>a</sup>		
	Milhões			Milhares			Unidades simples		
ORDEM	C	D	U	C	D	U	C	D	U
	9	8	7	6	5	4	3	2	1 <sup>a</sup>
POTÊNCIA	$10^8$	$10^7$	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$

Fonte: Pina e Pinheiro (2024)

Portanto, de acordo com o que foi exposto, as referidas operações estão presentes desde os primórdios em cada sociedade, com cada uma com seus métodos de cálculo, instrumento e sistemas. Além disso, a aparição dessas noções foram por meio de tipos de tarefas vindas das contagens, medições de problemas sociais e astronômicos e posteriormente do desenvolvimento teórico e abstrato da matemática. A título de exemplo, tem suas atuações na contagem de tributos de uma família, medição de área, previsão de eclipse e na formulação da álgebra simbólica (Eves, 2008).

A compreensão histórica da formulação precisa dos números naturais, suas operações e as principais características do sistema numérico decimal permite visualizar as suas importâncias para o desenvolvimento da matemática como ciência e resolução de problemas

da sociedade. Entretanto, além de sua influência na área teórica e aplicada da matemática, elas são essenciais para o ensino e aprendizagem, em especial na educação básica. A seguir será abordado a forma como o ensino da adição e subtração vem sendo abordada na educação básica no Brasil, sob a análise da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), e práticas pedagógicas vigentes.

#### **2.4.2 Documentos oficiais do Brasil: PCN e BNCC sobre a adição e subtração**

Como comentado anteriormente, a adição e subtração representa a ideia de agrupamento e retirada, e fazem parte da aritmética. Seu principal enfoque na educação básica está nos anos iniciais do ensino fundamental, período no qual devem ser ensinados e compreendidos seus significados, os algoritmos tradicionais e as estratégias de cálculos mentais (Brasil, 2018).

O ensino de matemática nos anos correspondente ao que hoje compreendem os anos iniciais do Ensino Fundamental, por volta de 1950, era pautado na prática de técnicas operatórias e na memorização dos processos. Essa abordagem, influenciada pelos ideais da Escola Nova, priorizava o ensino mecânico voltado à resolução de problemas cotidianos, em que muitas vezes negligenciava a compreensão dos números, operações e suas propriedades (Costa; Allevato e Nunes, 2017).

A partir de 1970, alguns dos professores passaram a questionar essa metodologia e propor alternativas que valorizassem a construção do conhecimento matemático. Nesse período, iniciaram a utilização de materiais concretos, como o material dourado, para facilitar a compreensão e associação das ideias de agrupamento e comparação com as operações de adição e subtração (Costa; Allevato e Nunes, 2017). Ainda que essas mudanças tenham avanços no ensino, a aprendizagem ainda encontrava-se limitada devido a permanência das experiências previamente definidas, que limitava a aprendizagem e desanimava os alunos.

Em 1980, por influência do National Council of Teachers of Mathematics, o ensino de matemática passou a adotar o método de resolução de problemas como o “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática” (Brasil, 1998, p. 40). Além disso, esse conselho identificou a influência de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos na aprendizagem de matemática. Assim, passou-se a recomendar um ensino de matemática mais próxima de sua aplicação na sociedade e da realidade social dos alunos. Por exemplo, deixou-se de apresentar os números pela construção dos conjuntos, para introduzi-los por

meio da compreensão dos seus significados e das operações realizadas com eles (Brasil, 1997).

Com o intuito de uniformizar o ensino no Brasil, foram desenvolvidos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997. Eles trouxeram orientações estruturais para a educação, objetivos e estratégias de ensino com base nos problemas vivenciados ao longo das décadas anteriores para os dois primeiros ciclos do ensino fundamental. Dentro disso, eles orientam que as noções das operações de adição e subtração devem ser desenvolvidas juntamente com as concepções de números naturais, visto que elas são relevantes para a compreensão do significado desses números e por elas terem uma conexão forte entre si, ou seja, ao aluno resolver um problema simples de contagem ele pode recorrer tanto à adição quanto à subtração, considerando os significados e estratégias que ele conhece de cada operação.

A construção dos diferentes significados leva tempo e ocorre pela descoberta de diferentes procedimentos de solução. Assim, o estudo da adição e da subtração deve ser proposto ao longo dos dois ciclos, juntamente com o estudo dos números e com o desenvolvimento dos procedimentos de cálculo, em função das dificuldades lógicas, específicas a cada tipo de problema, e dos procedimentos de solução de que os alunos dispõem. (Brasil, 1997, p. 69)

Reconhecendo a complexidade da obtenção dessas habilidades e conhecimentos, o PCN desenvolvido em 1998, incluiu o ensino da aritmética também no 3º e 4º ciclo, a fim de promover consolidação e aprofundamento das ideias previamente trabalhadas em novos conceitos. “Isso impõe um trabalho sistemático desse conteúdo ao longo do terceiro e quarto ciclos, concomitante ao trabalho de sistematização da aprendizagem dos números naturais e da construção dos significados dos números inteiros, racionais e irracionais” (Brasil, 1998). Assim sendo, o ensino das operações de adição e subtração com os números naturais foi distribuído no 1º, 2º, 3º e 4º ciclo do ensino fundamental, de modo que os dois primeiros fossem dedicados à apresentação e construção das ideias, dos significados e das associações dos números e de suas operações e nos demais ciclos buscou-se a fixação e aplicação das ideias e estratégia desenvolvidas anteriormente, agora em novos conteúdos.

Atualmente a distribuição do conhecimento na educação básica é orientada pelas habilidades e competências presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2018. De acordo com esse documento, o processo de apresentação e consolidação das operações de adição e subtração tem início já nos anos iniciais do ensino fundamental, com os números naturais. As atividades seguem uma aprendizagem progressiva e buscam desenvolver os diferentes significados das operações, permitindo que os alunos

justifiquem e compreendam os procedimentos realizados. Nesse sentido, ela explicita uma das habilidades essenciais a serem desenvolvidas:

(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais. (Brasil, 2018, p. 279)

Ou seja, esse período é dedicado ao desenvolvimento das noções dessas operações, de modo que, ao avançarem para os anos finais, eles tenham compreendido e consolidado tais ideais, e consigam aplicá-las na resolução de problemas envolvendo as diferentes operações, estratégias e a compreensão dos procedimentos envolvidos. Como podemos observar na habilidade “(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.” (Brasil, 2018, p. 301).

Dessa forma, observa-se que os documentos oficiais do Brasil, os PCN e a BNCC, desempenham um papel importante na educação do país na organização do ensino das operações de adição e subtração tanto nos anos iniciais quanto nos finais do Ensino Fundamental. Suas diretrizes garantem uma estruturação do processo de ensino e aprendizagem de forma progressiva respeitando o desenvolvimento lógico dos alunos e promovendo estratégias significativas e contextualizadas.

A partir dessas orientações, é possível avançar para as concepções, propriedades e os principais algoritmos de adição e subtração

### **2.4.3 Adição e Subtração de Naturais: Conceitos, Algoritmos e Propriedades**

Entende-se como adição de dois números naturais a operação aritmética que *junta* dois números naturais formando outro número. Ou seja, ela vem da ideia juntar. Além disso, ela é composta por parcelas (os números a serem somados), pelo sinal da adição (+) e pela soma (resultado da junção das quantidades que os números representam) e é estruturada pela expressão: *parcela + parcela = soma*. Por exemplo, a adição dos números 4 e 2 é expressa por  $4 + 2 = 6$ , em que tanto o 4 quanto o 2 são parcelas e o 6 é a soma.

Para a realização da adição entre dois números naturais quaisquer, o sistema numérico decimal, por meio de suas características, fundamenta alguns métodos usuais como o da decomposição e do reagrupamento, também chamado de modo prático.

O método da decomposição consiste em decompor os números, a serem adicionados, nas ordens que eles têm e realizar a soma de cada ordem com sua ordem e depois é somada todas as ordens. A título de exemplo,

$$\begin{aligned}84 + 26 &= 80 + 4 + 20 + 6 \\ &= 80 + 20 + 10 \\ &= 110\end{aligned}$$

No algoritmo do modo prático, as parcelas são postas uma abaixo da outra de modo que fique unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena, ou seja, ordem abaixo de ordem. A adição inicia com esses grupos de ordens da direita para a esquerda, ou seja, começando pela unidades, dezenas e assim sucessivamente. Quando a soma de determinada ordem é maior ou igual ao valor 10, o algarismo que ficou na parte das unidades, dessa soma, é mantido abaixo dos algarismos somados e o 1 da parte da dezena, ele vai ser somado com o algarismo da ordem seguinte. Em questão de organização do algoritmo, esse 1 ele fica acima dos algarismos da próxima ordem, o que representa o “vai um”.

Uma análise por trás do processo envolvendo o “vai um”, está a ideia de agrupamento e troca do sistema decimal (Toledo, Marília; Toledo, Mauro, 1997). Ou seja, ao juntar as quantidades envolvidas, de uma ordem, e identificar que ultrapassou o quantitativo de 9, busca formar um grupo de 10 e ver a quantidade que ficou fora desse grupo. O grupo formado é equivalente a um elemento da próxima ordem, dessa forma, é realizada uma troca desse grupo por um elemento da próxima ordem, o que origina o mais um que é somado na próxima ordem. Em relação à quantidade que sobrou, após a formação do grupo, ela representa o quantitativo da ordem em jogo da soma dos elementos que estão sendo adicionados.

Por exemplo, na soma de 356 e 174, o cálculo é iniciado com a soma dos algarismos da ordem das unidades,  $6 + 6 = 12$ , ou seja, tem uma dezena e duas unidades. Desse modo, o 2 que representa as duas unidades, fica abaixo da coluna de unidades, pois ele representa, agora, a ordem das unidades da soma. Já o 1, que representa a quantidade de dezenas, será trocado por uma dezena e somada com as demais, o que faz esse 1 ir para cima do 5 e 7. De modo semelhante, será somado as dezenas  $1 + 5 + 7 = 13$ , que resultará em 1 grupo de 10 dezenas e sobram 3 dezenas, ou seja, o grupo de 10 dezenas será trocado por uma centena e somada com as demais, e 3 dezenas será a representação das dezenas da soma. Assim, o 3 fica abaixo da coluna de dezenas e a uma centena será somada com as outras centenas. Realizando a seguinte conta  $1 + 3 + 1 = 5$ , obtém 5 centenas, por não ter gerado mais de 9 centenas, basta



conversão, o minuendo receberá mais dez elementos e ficando com uma quantia maior que 9 e conseqüentemente, maior ou igual ao subtraendo.

Esse processo, na prática, consiste em subtrair 1 do algarismo da próxima ordem, do minuendo, e colocar esse 1 na frente do algarismo da ordem em jogo, tornando esse valor agora de duas ordem. Com isso, no cálculo de subtração do grupo da ordem, terá o minuendo com uma quantidade maior que o subtraendo, possibilitando de ser retirado dele o valor do subtraendo. O resultado representará a ordem em questão da diferença. Por exemplo, na subtração de 37 por 19, ao realizar a subtração da coluna das unidades observa-se que o minuendo, 7, é menor que o subtraendo, 9, desse modo é necessário retirar uma dezena das 3 dezenas e somar com as 7 unidades do minuendo, deixando a ordem da dezena do minuendo com duas dezenas e as unidade com dezessete. Assim, tirando 9 das 17 sobra 8 unidades, que será a unidade da diferença e tirando a dezena do subtraendo das duas dezenas do minuendo, resta uma dezena, ficando o 1 no local das dezenas de diferença, ou seja, o resultado dessa operação é 18, como pode ser visto no esquema abaixo.

Figura 2

$$\begin{array}{r}
 \text{D} \quad \text{U} \\
 \begin{array}{r}
 2 \quad 17 \\
 \cancel{3}^{-1} \quad \cancel{7}^{+10} \\
 - \quad 19 \\
 \hline
 18
 \end{array}
 \end{array}$$

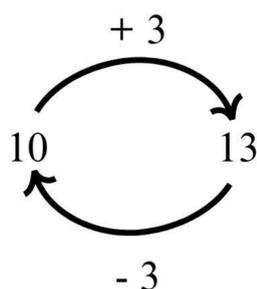
Figura 2. Fonte: Autora.

Vale ressaltar que a operação de subtração no conjunto dos naturais não satisfaz nenhuma das propriedade listradas para adição como é possível ver nas verificações abaixo:

1. Fechamento: Não é válido, pois não é possível encontrar uma solução para  $4 - 6$  no conjunto dos naturais.
2. Associativa: Não é válida, pois  $(10 - 5) - 3 = 2$  e  $10 - (5 - 3) = 8$ .
3. Comutativa: Não é válida, pois  $5 - 3 = 2$ , mas  $3 - 5$  não tem solução no conjunto dos naturais.
4. Elemento neutro: Não é válido, pois  $7 - 0 = 7$ , mas  $0 - 7$  não tem solução no conjunto dos naturais.

Apesar da operação de subtração não satisfazer as propriedades citadas anteriormente e a adição satisfazer, é importante destacar que mesmo assim elas estão relacionadas. Isso ocorre por elas serem uma operação inversa uma da outra, ou seja, o que uma faz, a outra desfaz (Centurión, 1994). Por exemplo, dado o número natural 10 ao adicionar o 3 é formado o 13, mas ao subtrair do 13 o 3, volta para o valor inicial da adição, o 10. Semelhantemente, se for realizado a operação  $13 - 3 = 10$ , ao realizar  $10 + 3 = 13$  volta para o valor inicial da subtração.

Figura 3: Relação inversa das operações



Fonte: Centurión, 1994.

Nesse contexto, após compreender os algoritmos, as propriedades e a relação entre a adição e a subtração, é possível entender o funcionamento do cálculo dessas operações quando estão em uma expressão numérica. Para Parmegiani (2011), a expressão numérica consiste em uma forma de modelar uma situação matematicamente. Desse modo, é necessário compreender a ordem dos cálculos quando em uma mesma expressão há uma sequência de combinações de números, sinais de adição e de subtração, além dos sinais de pontuação - parênteses (), colchetes [], chaves {}. Portanto, não apenas influencia o desenvolvimento da aprendizagem como também a compreensão de situações e fenômenos da sociedade.

Para tanto, é necessário seguir a ordem imposta pelos sinais de pontuação, onde diz que os cálculos devem começar pelas expressões dentro dos parênteses, depois para os colchetes e por fim as chaves. Com isso, uma resolução correta de uma expressão numérica demonstra, como afirma Parmegiani, (2011, p. 2), o “domínio das regras de prioridade dos sinais de associação e da ordem na realização dos cálculos além, é claro, da destreza do aluno em operar com os números”. Desse modo, o domínio das expressões numéricas, além de demonstrar a compreensão das operações e de suas propriedades, influencia no desenvolvimento do raciocínio lógico e resolução de problemas matemáticos.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Como comentado por Menezes (2010), um conhecimento matemático  $O$  precisa passar por transformações para se adequar a uma instituição e nela se estabelecer, de modo que esteja em uma linguagem compreensível para os alunos. Mas isso não é suficiente para que o aluno  $X$  desenvolva a aprendizagem desse conteúdo, é necessário que haja uma apresentação do conceito e o envolvimento do aluno, para que a relação  $R(O,X)$  se modifique e haja uma aprendizagem. Para tanto, entre muitos elementos que influenciam essa modificação, está a atuação do professor em sala de aula, como um dos elementos que conecta e trabalha a relação  $R(O,X)$ , com base na sua relação com o conteúdo.

Para estudar essas influências e relações no processo de transmissão, a TAD apresenta a noção de praxeologia como um meio de modelar uma atividade matemática num contexto institucional. Em relação à análise e modelagem da transmissão de conteúdo pelo professor, a praxeologia se estrutura em organização matemática e na organização didática. Assim, ela possibilita abarcar tanto a realidade matemática do objeto de estudo quanto às estratégias didáticas utilizadas na apresentação e desenvolvimento do conhecimento.

Dessa forma, este trabalho adota uma abordagem qualitativa, de natureza básica e exploratória, utilizando pesquisas bibliográficas e de campo, com base nos aportes teóricos da TAD, em especial a noção de praxeologia.

Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 70) uma pesquisa qualitativa é uma abordagem que

considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (Prodanov; Freitas, 2013, p. 70)

Além disso, para esses mesmos autores, uma pesquisa é básica se ela “gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência sem aplicação prática prevista” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 70). Ou seja, ela tem a finalidade de aprofundar o conhecimento, sem ter um interesse em aplicar ou impactar uma realidade.

Considerando o objetivo deste trabalho, que é realizar uma descrição da atuação e transmissão de conhecimento por meio do professor em sala de aula e associando ao que Severino (2013) afirma sobre a pesquisa exploratória, pode se verificar que a presente produção é de natureza exploratória, ou seja, ela “busca apenas levantar informações sobre

um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto” (Severino, 2013, p. 107).

Para a obtenção de dados, foi realizado um estudo nas obras de Menezes (2010), Santos (2015) e Almouloud (2010), para o aumento da bagagem de conhecimentos sobre a TAD, para buscar mais informações por meio de uma pesquisa de campo. A realização desta última se deu por meio de gravações das aulas.

A realização dessa pesquisa teve como sujeito um professor licenciado em Matemática que ministra aula no 6º ano do ensino fundamental de uma escola particular. A escolha do sexto ano se deu pelo fato de ser nesse ano que é realizado um fechamento das operações de adição e subtração com os números naturais. Em relação à escola, a escolha se deu pois no período estimado para pesquisa, era essa escola que transmitia esse conteúdo.

Já sobre o conteúdo de adição e subtração com números naturais, a escolha se deu por ser um conteúdo base para o desenvolvimento dos conteúdos subsequentes, do raciocínio lógico, além de ser um momento dedicado à consolidação do significado dessas operações o que possibilitará ampliar o senso numérico e a capacidade de resolução problemas.

O desenvolvimento dessa pesquisa pode ser dividido em sete partes. No primeiro momento foi realizada a escolha dos arquivos bases para a fundamentação teórica da TAD, para tanto, foram tomadas as teses de doutorado do Menezes (2010), Santos (2015) que tratam da análise, respectivamente, das praxeologias do professor e de seus alunos e da praxeologia do livro didático de matemática sobre o conceito de área de figuras geométricas planas. Essas escolhas decorreram do fato desses autores já terem experiências com a TAD e também por exporem a teoria em uma linguagem mais clara em relação ao da linguagem escrita por Chevallard.

Num segundo momento, foram realizadas as discussões da tese de Marcelo, sobre a teorização da TAD. No terceiro selecionou-se um documento para verificar o progresso histórico dessas operações na construção da sociedade. Para tanto, a escolha consistiu no livro *Introdução à história da matemática* de Howard Eves, publicado em 2008, por apresentar as ideias do surgimento das operações de adição e subtração ao contar a história da matemática em uma forma, quando possível cronológica até as décadas posteriores do século XIX.

Ainda no terceiro momento, foi realizada uma breve análise do livro didático usado pelo professor em sala de aula. Em relação aos resultados dessa análise, eles serão apresentados no próximo capítulo.

O quarto momento foi na escolha de documentos oficiais da educação brasileira que tratam do ensino dessas operações no Brasil. Para isso, foram escolhidos os PCNs de

Matemática produzidos em 1997 e 1998 e a BNCC a versão final, para fazer um panorama histórico no Brasil e a verificação de como essas operações estão nas estruturas educacionais.

O sexto momento consistiu nas gravações das aulas; em seguida, o sétimo momento tratou da análise dessas aulas por meio da identificação das praxeologias matemática e didática, que serão representadas abaixo.

#### **4. APRESENTAÇÃO DOS DADOS COLETADOS**

Como comentado no capítulo da metodologia, este trabalho teve como sujeito o professor de Matemática, com formação em licenciatura, que atua no 6º ano, e como o objeto de estudo matemático as operações de adição e de subtração com números naturais. Sendo assim, a coleta de dados foi realizada por meio de gravações das ministrações de aulas que totalizaram 12 aulas e possibilitaram identificar cada elemento da praxeologia e as relações dos componentes do sistema didático. Com esses dados em mão, eles foram analisadas por meio dos pressupostos da praxeologia.

Diante do papel do livro didático como um apoio para o professor e os alunos, e considerando que o professor utilizar o livro como um guia para suas aulas, faz-se necessária uma análise e descrição da estrutura do livro no capítulo usado nas gravações. O material didático foi o livro didático de Matemática do 6º ano, da Editora Sucesso, com foco especial o capítulo 2, que trata das operações com os números naturais. Para tanto, para essa pesquisa foram usados os conteúdos das páginas de número 38 a 50, que abordam as operações de adição e subtração com números naturais.

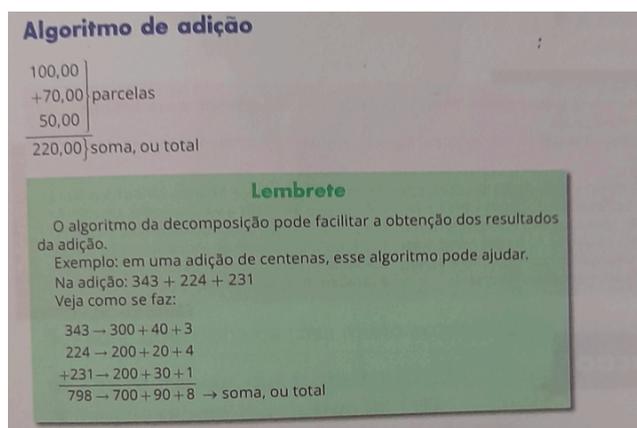
O capítulo apresenta 22 seções, das quais apenas as seis primeiras serão utilizadas nas aulas gravadas para esse trabalho. Na primeira seção, é apresentada a importância da Matemática no dia a dia; para isso o autor realiza uma comparação com a internet e, posteriormente, situa a Matemática em outra situação

Se você e sua família fossem ao self-service e cada um de você consumissem uma porção equivalente a 500 g, quanto teriam consumido juntos? Qual seria o valor a ser pago pela comida se o preço do quilo fosse R\$ 12,00? Qual foi a operação que você utilizou para calcular o peso total e o preço da comida?

Exposto isso, é iniciada a segunda seção na qual é apresentada a ideia do ato de adicionar corresponde ao ato de juntar e somar. Além disso, é exposto outro exemplo com mais valores para serem “reunidos” por meio da operação de adição, seguindo-se para a explicação do que é essa operação e do que seria um algoritmo.

Ao iniciar um novo tópico desta seção, é apresentado um algoritmo de adição, mostrado na imagem abaixo. Vale ressaltar que eles estruturam o algoritmo com a estrutura em colunas, mas não realizam a conta como a forma tradicional, em vez disso ele faz a decomposição das parcelas e realiza a soma de cada ordem formando a decomposição da soma. Prosseguindo a sessão, inicia-se mais um tópico: o dos exercícios resolvidos. Esses exercícios são resolvidos pela decomposição e pela ideia do algoritmo de colunas, mas sem apresentar um exemplo de uma soma com reserva. Após esses exercícios, o conteúdo segue para a área de aplicação do conhecimento, que consiste em uma lista de exercícios para os alunos.

Figura 4: Algoritmo da adição



Fonte: MAYMONE e SANTOS (2025)

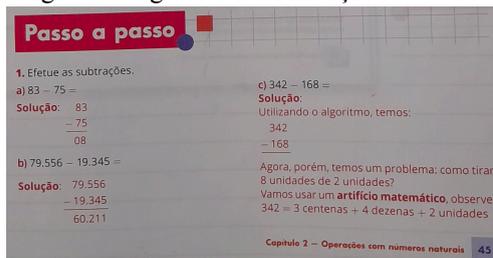
Na seção posterior encontram-se as seguintes propriedades da adição: fechamento, comutatividade, associativa e do elemento neutro. Essas são expressas de forma genérica, mas com um exemplo numérico em seguida. Logo depois se inicia mais uma lista de exercícios.

A quarta seção inicia-se com um problema de Dona Lincida ter que ir ao supermercado comprar os alimentos que estão faltando na sua despensa, os quais ela já anotou em uma lista para não comprar em dobro. Nessa parte do livro ele explica que a ideia de subtrair consiste em retirar ou diminuir. Ainda na mesma seção, o exemplo é continuado, agora com a ideia de que cada alimento anotado na lista, com suas respectivas quantidades, Dona Lincida precisa comprar uma quantia que dure um mês, considerando que ela ainda tem quantidades desses itens em casa. O problema gira em torno de ela saber quanto ela terá que comprar de cada alimento sem comprar demais. Dessa forma ela precisa usar a ideia de subtrair, mas de forma genérica, deve aplicar a operação de subtração. Isso leva o livro a

explicar o que é essa operação e apresenta o algoritmo da subtração por meio do algoritmo da coluna.

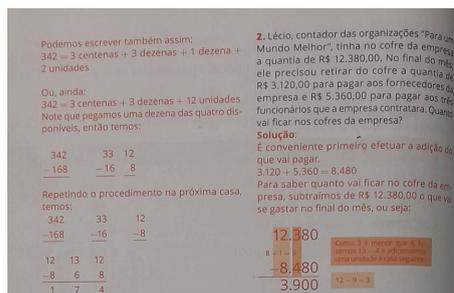
No segundo e terceiro tópicos da quarta seção encontram-se os exercícios resolvidos, em que ele apresenta uma subtração sem reserva e explica o passo a passo da resolução, e os exercícios de aplicação.

Figura 5: Algoritmo da subtração com reserva



Fonte: MAYMONE e SANTOS (2025)

Figura 6: Algoritmo da subtração com reserva



Fonte: MAYMONE e SANTOS (2025)

A quinta seção trata da relação fundamental da subtração, segunda a qual a soma do resto com o subtraendo gera o minuendo. Além disso, é explicado que a operação da subtração não satisfaz as propriedades associativa e comutativa, que a subtração é a operação inversa da adição. A seção é concluída com os exercícios de aplicação.

A sexta e última seção dedicada às operações de adição e subtração, no capítulo 2, aborda as expressões numéricas. Nelas são explicados os seus componentes, o que são, a ordem do cálculo, um exemplo e por fim, mais uma lista de exercícios de aplicação.

Em relação ao quantitativo de tarefas propostas aos alunos foram no total 112 tarefas, sendo estas compostas por 10 do professor e 102 do livro. Desta, 16 questões não estavam relacionadas nem ao cálculo como a ideia das operações de adição e subtração, sendo assim, serem consideradas apenas as 96 tarefas que estão relacionadas tanto com a ideia quanto os cálculos das referidas operações. Desse modo, as demais podem ser classificadas em 10 tipos

de tarefas. Vale ressaltar que as atividades desenvolvidas em cada subtipo de tarefa têm seus níveis de dificuldade exposto de forma gradativa.

Vale ressaltar que, com base na apresentação do fato de o professor utilizar o livro didático como um guia e realizar todas as atividades nele presentes, evidencia-se que os conhecimentos a serem ensinados em sala sofrem influências da instituição e das relações que ela mantém com o professor e com o objeto.

Portanto, os autores apresentam, de forma resumida, tanto as ideias relacionadas às operações quanto os algoritmos tradicionais, deixando para as listas de exercícios o momento dos alunos devem resgatar esses conhecimentos e aplicá-los. Sendo assim, a estruturação do ensino, por parte do professor, segue uma estrutura semelhante, como será visto a seguir.

#### **4.1 Praxeologia do professor**

Nesta seção será disposta tanto a Organização Matemática quanto a Organização Didática que compõem a Praxeologia do professor.

Como já comentado, a praxeologia é desenvolvida por meio da apresentação de uma tarefa a ser feita. De forma mais detalhada, a praxeologia é construída com base nos questionamento de como ensinar um determinado conteúdo e qual a melhor forma de ensinar um determinado conteúdo. As respostas apresentadas dão origem as Organização Matemática e a Organização Didática, que ambas apresentam como componentes os elementos Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria, assim como as subtarefas quando necessárias na estruturação matemática ou didática da ministração da aula e conteúdo.

Dessa forma, a análise realizada buscou identificar a tarefas e suas subtarefas, técnicas, tecnologias e teoria que fundamenta toda a organização do conhecimento matemático proposto pelo professor, assim como das estratégias didáticas utilizadas em sala.

Além disso, buscou observar os objetos ostensivos (os que são possíveis de manipular, como os símbolos numéricos e sinais) e os não ostensivos (como as ideias e definições) utilizados na estruturação do conhecimento matemático.

##### **4.1.1 Organização Matemática**

Segundo Menezes (2010), essa organização inicia com o questionamento como ensinar esse conteúdo, e sua resposta direciona a estruturação do conhecimento a ser passado em sala de modo que o aluno possa ter um aprendizado estruturado e completo. Além disso, Santo (2015) compartilha alguns dos questionamentos que Chevallard faz nessa estruturação, para

poder enriquecer e melhor estruturar o conteúdo, assim como ajudar na identificação dos elementos dessa organização.

Algumas dessas perguntas são: Os problemas apresentados sobre o objeto de estudo estão bem identificados? Estão bem representados? São pertinentes? As formas de resolução são bem elaboradas? São fáceis de utilizar? São utilizadas amplamente em diversos tipos de tarefas? São possíveis de evoluir?

Para o estudo da estruturação dessa organização, foram gravadas doze aulas ministradas sobre as operações de adição e subtração, em que o professor desenvolveu atividades baseadas em seu planejamento, que tinha por objetivo retomar e aprofundar as operações de adição e subtração de números naturais associadas aos acontecimentos e fatos da realidade dos alunos.

Por ser uma escola particular e devido à exigência do uso do livro, as aulas do professor baseavam-se principalmente na leitura em conjunto e explicação das definições, exemplos e exercícios do livro. Ou seja, a relação instituição e objetos de estudo influenciando a relação professor e objeto de estudo assim como será influenciada as dos alunos.

Desse modo, todas as atividades presentes no capítulo do livro foram realizadas em sala junto com os alunos. Nesses momentos, o professor abordava tanto a parte mecânica do conteúdo estudado quanto a compreensão dos conceitos envolvidos e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

A partir disso, ao longo das aulas o professor propôs as subtarefas apresentadas no Quadro 1.

Diante da principal tarefa do professor, a de “ensinar as operações de adição e subtração de números naturais”, observa-se que ela permite abordar tanto a parte mecânica quanto a parte da interação desses conteúdos com o contexto social dos estudantes. Sendo assim, o professor disponibiliza algumas atividades, junto com as do livro, que estimulam os alunos a refletirem sobre a relação das operações com sua realidade, além de lembrarem e desenvolverem os cálculos com os algoritmos escritos e estratégias mentais, o que os leva a atingir o objetivo do professor.

Nesse contexto, as atividades foram organizadas em dez categorias, conforme descritas anteriormente. Para serem realizadas foram utilizadas as técnicas disponibilizadas pelo professor e as resgatadas pelos alunos em sala. De maneira geral, a atuação do professor consistiu em revisar o conteúdo, enfatizando os conceitos, os algoritmos e sua aplicação na realidade dos alunos, como será analisado nas subtarefas a seguir.

Quadro 1

<b>Subtarefa</b>	<b>Descrição</b>	<b>Exemplo</b>
<b>T1</b>	Determinar as ideias que cada operação representa	Adicionar tem um significado. Qual é esse significado?
<b>T2</b>	Determinar o nome dos elementos dos algoritmos	Quais são os elementos do algoritmo da adição? e o da subtração?
<b>T3</b>	Determinar exemplos da ideia da operação de subtração	Imagine no nosso dia a dia, onde aplicamos a subtração
<b>T4</b>	Determinar exemplos das propriedades das operações	Comutativa: $2+4 = 4+2$
<b>T5</b>	Identificar as propriedades	Se adicionarmos dois números naturais vai encontrar um resultado o quê?
<b>T6</b>	Determinar a soma	Utilizando o algoritmo da adição, indique cada soma.
<b>T7</b>	Determinar a diferença	Dona Lincida precisa comprar uma 3 kg de leite para durar um mês, mas ela ainda tem 1 kg em casa. quantos kg de leite Lincida precisa comprar?
<b>T8</b>	Determinar se a subtração gera um número natural	A subtração $20 - 20$ pertence aos N ?
<b>T9</b>	Transformar uma subtração em uma adição	Quem é o minuendo da subtração $xx - 15 = 17$ ?
<b>T10</b>	Determinar o valor da expressão	Utilizando parênteses, colchetes e chaves distribua os para de modo que a equação a seguir seja verdadeira $12 + 3 - 9 + 7 = 13$

Fonte: Autora

#### 4.1.1.1 Subtarefa T1 : Determinar as ideias de cada operação

Neste tipo de subtarefa foram identificadas as seguintes atividades: “Adicionar tem um significado. Qual é esse significado?” e “Subtrair está ligado à ideia de quê”. Elas foram postas após o professor ter comentado sobre elas em sala, com o intuito de levar os alunos a lembrarem das ideias do conteúdo, sejam elas adquiridas no começo da aula ou das séries anteriores.

Para tanto, o professor usou como técnicas o questionamento de como eles calculavam a adição de dois números nos anos anteriores e, em seguida, simulou a adição  $5 + 3$  da forma como os alunos responderiam nos anos iniciais. Assim, ele escreveu o exemplo no quadro e comentou “você colocam cinco em uma mão, não é assim? e três em outra. E faz o que? E junta. Ali vocês estão em um processo de juntar duas quantidades. Já quando vai passando o tempo e vão desenvolvendo as suas formas de calcular, então vocês já memorizam uma quantidade e acrescenta outra acima dela”. Para reforçar a ideia e avançar um pouco a noção de adição com números de mais de uma ordem, ele escreveu no quadro  $154 + 6$  e disse “Ai vocês já memorizam uma quantidade e acrescenta a outra.”. Ou seja, ele disponibilizou duas situações que transmitiam a ideia de adição.

Em relação à segunda atividade, o professor utilizou duas estratégias. A primeira foi coletar exemplos dos alunos, de onde são utilizadas as subtração. A segunda foi a explicação do exemplo do livro que trata sobre Dona Lincinda comprar itens no mercado, considerando que ela já tem uma determinada quantidade em casa, mas que precisa complementar para chegar na quantidade suficiente para passar o fim do mês. Para isso, o professor fazia perguntas como “Os oito leites de 200g. Ela já tem três, vai comprar quanto?”. Além disso, ele utilizou de duas canetas de quadro para explicitar a subtração como uma ideia de comparação.

Nesse contexto, o professor utiliza de forma implícita os elementos tecnológicos de sua praxeologia. Esses foram a noção de unidade, a capacidade de contagem até 10 ou mais e a noção de agrupamento. Para tanto, a transmissão desses elementos foi representada durante a utilização tanto dos objetos ostensivos como os números escritos, sinais de adição e subtração, que foram associados a utilização do uso das mãos e canetas. Quanto à utilização dos não ostensivos, eles foram as ideias de números, de agrupamento, juntar e adicionar.

Assim, as perguntas e atividades propostas pelo professor tinham o foco de serem objetivas e desenvolverem uma rápida interpretação tanto do conhecimento quanto das habilidades e interpretação de problemas cotidianos da vida dos alunos, que o docente queria

desenvolver. Para ser possível dos alunos conseguirem responder cada uma dessas atividades, o professor realizava uma discussão sobre o conteúdo antes, tornando o conhecimento recente na mente dos alunos, assim possibilitando que eles entendam antes e consigam realizar associações, para então responder as perguntas como as feitas acima.

#### **4.1.1.2 Subtarefa T2: Determinar o nome dos elementos dos algoritmos**

De forma semelhante às atividades acima, essas foram apresentadas após a apresentação do conteúdo em sala, no momento em que os alunos iniciaram as resoluções de exercícios da seção correspondente. Essa subtarefa surgiu em três momentos diferentes: o primeiro após a apresentação do algoritmo da adição, o segundo depois da subtração e o terceiro após a explicação da relação inversa das operações em jogo.

O posicionamento do professor indicava a intenção de relembrar aos alunos esses elementos, tanto para reforçar como para verificar se compreenderam a ponto de se lembrarem.

Para que fosse possível os alunos responderem as atividades, como “Quais são os elementos do algoritmo da adição? e o da subtração?”, o professor expôs um exemplo no quadro de adição e informou o papel de cada elemento do algoritmo. De modo semelhante ele fez com o algoritmo da subtração, mas nesse ele evidenciou que “O minuendo é o número maior”. Como elemento teórico o professor utiliza a própria estrutura das operações aritméticas com os números naturais.

Para a transmissão deste conteúdo, o professor recorreu a objetos ostensivos, como a escrita dos números e escrita das palavras de cada elemento dos algoritmos no quadro, e também dos objetos não ostensivos, como as ideias que representam os elementos citados anteriormente.

#### **4.1.1.3 Subtarefa T3 : Determinar exemplos da ideia da operação de subtração**

A subtarefa T3 possui uma atividade aplicada em sala, a “Imagine no nosso dia a dia, onde aplicamos a subtração”. Ela foi utilizada como forma de iniciar o conteúdo de subtração de números naturais, de modo que os alunos diziam situações e explicavam em breves palavras a relação com a subtração.

A título de exemplo, uma estudante citou uma situação “Operação financeira”, e o professor complementou dizendo “...onde temos que retirar uma certa quantia de outra.”.

Para a realização dessa tarefa, a técnica utilizada foi pensar em situações que teriam a necessidade de ser retirado algo, que exigissem uma comparação ou um complemento, o que levaria ao cálculo da diferença existente. Isso se justifica pela noção de diferença da operação de subtração.

Assim, por meio das respostas dos questionamentos que Santos (2015) comenta sobre a OM, essas tarefas tinham um enunciado claro e objetivo sobre o que tinha a intenção de perguntar. Além disso, o docente antes de realizar esses questionamentos, ele apresentou uns exemplos como a redução da quantidade de água na garrafa, após beber a água, para então apresentar a questão aos alunos, para eles associarem a operação com alguns acontecimentos do cotidiano. Sendo assim, para a realização dessa atividade, os alunos utilizam apenas o objeto não ostensivo, as ideias da subtração.

#### **4.1.1.4 Subtarefa T4: Determinar exemplos das propriedades das operações**

A subtarefa T4, nas aulas ministradas pelo professor, apareceu duas vezes, sendo uma delas após a exposição das propriedades da adição e a outra, posteriormente, nos exercícios do livro.

A técnica utilizada pelo professor consistiu em fazer a leitura das definições e posteriormente explicar tanto a afirmação central das propriedades quanto às apresentações de exemplos com os números naturais. Na explicação da propriedade comutativa, uma aluna realizou a leitura e o professor começou a questionar o que seria comutar, “O que quer dizer comutar? comutar quer dizer o que? trocar de lugar. Ou seja, quando trocamos a parcela  $4 + 2$  e tenho  $2 + 4$ . Nós trocamos a posição dos algarismos, porém a soma vai da quanto? A mesma.”

Nesse contexto, ambas as subtarefas foram resolvidas com base nas estratégias que consistiam na interpretação das propriedades ou seguindo os exemplos presentes no livro. Os elementos tecnológicos presentes de forma implícita foram as ideias de contagem e agrupamento do sistema posicional decimal.

Portanto, as atividades propostas já tinham os seus objetivos já descritos no enunciado, como quando o professor fala “me apresente um exemplo da propriedade do elemento neutro”. Por meio desses questionamentos os alunos tinham como ter um contato maior com o conhecimento, vendo o que pode ser feito com ele, as suas restrições e assim poder compreender, por exemplo, que a soma  $18 + 20$  é o mesmo que  $20 + 18$ , ou seja eles podem

realizar na ordem que escolherem, o resultado da adição será o mesmo. Além disso, vale ressaltar que para a resolução dessas atividades, os alunos se apoiaram nas explicações que o professor tinha feito e no que já tinham compreendido, ou seja eles realizaram um resgate dessas informações em sua mente, para tanto, eles utilizaram tanto das ideias operações e de suas propriedades como das simbologias dos números e das operações, para verificar seus exemplos.

#### **4.1.1.5 Subtarefa T5: Identifique as propriedades**

Essa subtarefa apresenta uma atividade tanto desenvolvida pelo professor, após a sua explicação, quanto pelos exercícios do livro. O professor inicia com uma leitura em conjunto sobre cada propriedade explicando cada uma e expondo exemplos, como no caso da propriedade do elemento neutro. Nessa, após a leitura, ele explica que “um número natural adicionado a zero é igual ao próprio número natural. Se somarmos  $9 + 0$  teremos o próprio 9.”. Semelhantemente ele faz com as demais, de modo que ele vai deixando os nomes das propriedades escritos no quadro com uma numeração de 1 a 4. Após a finalização das explicações, ele elabora exemplos com cada uma delas e vai questionando os alunos: “Qual seria a numeração dessa propriedade” para saber se eles sabem a qual propriedade o determinado exemplo está relacionado. Além disso, ele questiona “Por quê? O que diz a propriedade do fechamento? Que se nós adicionarmos o quê? Dois números naturais vai encontrar um resultado o quê? Um número natural”.

Em relação à atividade do livro, ela apareceu duas vezes, uma depois de ter sido trabalhado com seis questões, com uma exposição semelhante a do professor, com as propriedades numeradas e exemplos dispostos abaixo, para serem associados por meio da identificação das propriedades. Já a outra, apareceu depois de mais três questões, essa apenas com as igualdades expressas.

De modo semelhante a subtarefa anterior, os objetos ostensivos e não ostensivo e as técnicas aplicadas, também foram aplicadas nesta, tendo em vista que passam a ter necessidade de apenas verificar se a questão satisfaz alguma das propriedades estudadas. Isso demonstra que a intenção dessas subtarefas é servir como atividade de fixação.

#### **4.1.1.6 Subtarefa T6: Determine a soma**

Essa subtarefa é uma das que mais tinha atividades, com 22 questões expressas de forma contextualizada e não contextualizada. Além disso, em sua maioria, já tinham as estratégias determinadas para serem usadas em cada questão. Por exemplo, “Utilizando o algoritmo da adição, indique cada soma.”, “Conhecendo as propriedades associativa e comutativa, resolva os cálculos abaixo.”.

Para garantir a realização dessas atividades, o professor durante a exposição dessa operação, trata tanto das questões do tipo “Calcule as somas a seguir” quanto das explicações detalhadas dos exemplos contextualizados e questões elaboradas como “ Quanto está uma coxinha na lanchonete da escola? Se você pegar duas vão pagar quanto? e se for três?”. Além disso, ele realiza explicações no cálculo da adição pelo método da coluna quando tem excedente. Por exemplo, na adição de  $189 + 654$  ele posiciona os valores conforme as ordem e inicia somando as ordens das unidades “ nove mais quatro? coloca três e sobe uma dezena né? um mais oito, nove mais cinco? fica quatro e sobe um. Um mais um? dois mais seis? Oito. Pronto.”

Nesse contexto, os elementos tecnológicos estão presentes nas resoluções de forma implícita, sendo essas as propriedades aritméticas e a noção de agrupamento do sistema decimal posicional.

Portanto, as atividades expressas tinham seus objetivos expressos nas partes quando pediam o resultado da soma e indicava que técnica deveria ser usada. Dessa forma a relevância dessas atividades encontra-se no fato dos alunos poderem realizar uma fixação das técnicas, propriedades e visualizar os possíveis casos de adição de números naturais, em que para tornar isso possível eles tiveram que utilizar tanto as ideias da adição como as simbologias para manipular os números na contas.

#### **4.1.1.7 Subtarefa T7: Determine a diferença**

Assim como na subtarefa anterior, essa apresenta um dos maiores quantitativos de questões, contendo 26 questões, incluindo as elaboradas pelo professor e as do livro. Eram questões tanto contextualizadas quanto não contextualizadas, abordando as noções de diferença, complemento e comparação. Ao apresentar as questões a abordagem do conteúdo, tinha o intuito de fazer os alunos associarem questões problemas a operação de subtração por meio das palavras-chaves, isso fica evidenciado quando o professor afirma “Quando vocês pegarem um problemzinho matemático tá certo? E falar essa palavra diferença você já vai associar a que operação? Subtração”.

A estratégia utilizada nesse subtipo de tarefas foi a identificação das palavras-chaves, assim como a utilização do método da coluna para a subtração. Essas justificadas pelas noções da subtração e pela propriedade de agrupamento e troca do sistema decimal posicional.

Um detalhe a ser comentado é sobre os elementos utilizados para facilitar a aprendizagem, foram os números escritos no quadro junto com as estruturas das operações, evidenciando apenas a necessidade de o conteúdo ser lembrado e consolidado.

Desse modo, essas atividades foram apresentadas, a maioria, com os objetivos sendo identificados pelas palavras-chaves da subtração ou pela ideia dessa operação que era possível ser interpretada em seus enunciados. Assim, as relevâncias identificadas nessas atividades consistiram nos alunos terem a oportunidade de identificar a utilização da subtração em situações do cotidiano e a verificar algumas das formas de subtração de números naturais que eles podem resolver. Ou seja, eram questões que faziam os alunos fixar os conhecimentos e descobrir outras formas que eles poderiam aparecer.

#### **4.1.1.8 Subtarefa T8: Determine se a subtração gera um número natural**

Essa subtarefa apresenta apenas uma atividade que foi expressa por “Quais das sentenças abaixo são verdadeiras” sendo as sentenças da forma “ $(20 - 20) \in \mathbb{N}$ ” ou “ $(4 - 9) \in \mathbb{N}$ ”. Essa questão teve por objetivo mostrar que nem toda subtração é possível com os números naturais.

Dessa forma, o professor teve que explicar os símbolos matemáticos da sentença onde ele falou que o “ $\in$  significa pertence, logo,  $20 - 20$  pertence aos naturais?”. A explicação teve que se estender para o ponto da realização da subtração onde o minuendo é menor que o subtraendo, assim o professor apresentou a estratégia de pensar em uma situação financeira para verificar se o número é negativo. Ou seja, ele diz “imagine que você tem quatro reais e deve nove. Você fica devendo ou com saldo positivo? fica devendo quanto? Se ficar devendo é negativo, então tem negativos no conjunto dos naturais? Não, então a sentença é falsa.”. Após essa explicação o professor pede para os alunos fazerem as questões seguintes sozinhos.

Assim como nas tarefas anteriores, os elementos tecnológicos que justificam essas técnicas não foram explicitados em sala de aula, entretanto foram identificadas as definições das operações como a justificativa.

Como resultado da coleta de dados dessa subtarefa, identificou que ela tinha seu objetivo claro em fazer os alunos verem que a operação de subtração não é fechada nos números naturais. Para o alcance desse objetivo o professor realizou um exemplo financeiro,

associando a dívida aos números negativos, o que fez os alunos utilizarem essa técnica para resolverem as questões. Dessa forma, eles utilizaram como artifícios tanto a ideia da subtração como a manipulação dos números no algoritmo da subtração.

#### **4.1.1.9 Subtarefa T9: Transforma uma subtração em uma adição**

Associada à subtarefa anterior, especificamente a relação inversa das operações, essa subtarefa é composta por três questões, sendo duas contextualizadas e uma não contextualizada. Ambas as questões exigem a utilização da relação fundamental  $\text{Minuendo} = \text{subtraendo} + \text{resto}$ . A questão desenvolvida pelo professor teve a função de exemplificar para os alunos como responder as questões do livro, o que fica evidenciado quando ele afirma, após terminar a explicação de como resolver a questão, “Isso é um exemplo de como resolver a questão 43”.

Assim sendo, o professor colocou no quadro, a estrutura da subtração de  $xx - 15 = 17$ , pelo método da coluna, e perguntou “Quem é o minuendo?”, os alunos confundiram com o resto, o que levou o professor a repetir a mesma pergunta e acrescentar “Eu tenho o resto e o subtraendo então para achar o minuendo é necessário somar o resto com o subtraendo”. Com isso ele deixou os alunos realizarem seus cálculos e depois resolveu a questão em conjunto com a sala pela mesma estratégia.

Diante das questões da subtarefa apresentada, os elementos tecnológicos não foram explicitados em nenhuma delas. Entretanto, para o desenvolvimento deste trabalho foi analisado e encontrado como os elementos tecnológicos para essas tarefas a definição das operações em jogo.

Durante a análise a das questões propostas por Chevallard para uma análise mais precisa da OM, foi identificado que as questões não de transmitiam de forma clara e objetiva a intenção de trabalhar com a relação existente entre a adição e subtração como na questão passada no livro que dizia *Perguntou-se a Fernando: se em uma subtração o subtraendo é 6.534 e o resto é 2.120, qual o minuendo?*. As que foram passadas pelo professor, elas tratavam sobre a prova real da subtração, para tanto, o professor passou a técnica por meio de resolução de questões como exemplos. A relevância dessas atividades consistiam em fazer os alunos entenderem que a adição desfaz o que a subtração faz, assim como a subtração desfaz o que a adição faz.

#### 4.1.1.10 Subtarefa T10: Determine o valor da expressão

Essa subtarefa é composta por três atividades, em que cada uma é resolvida por estratégias diferentes. Para a resolução delas o professor inicia explicando que “nas expressões numéricas a gente tem algumas regras. Onde nós primeiro vamos partir para fazer aquilo que está associado... a primeira associação que eliminamos é quem? é os parênteses, o segundo o colchetes e a chaves.”. Desse modo, após essa explicação ele inicia a resolução de uma das questões dos livros, como forma de exemplo para as demais questões.

Para tanto, ele expõe a expressão  $12 + 3 - 9 + 7 = 13$  e afirma que é necessário resolver o lado esquerdo de modo que dê o mesmo resultado que do lado direito da igualdade. Sendo assim, ele realiza a contagem da esquerda para a direita e chega no resultado. Para efeito de trazer um exemplo utilizando uma outra estratégia, ele resolve a expressão  $18 - 15 + 3 + 2 = 8$ , para isso ele associa o  $18 - 15$ , posteriormente o  $3 + 2$  e realiza a operações dos respectivos termos associados, obtendo  $3 + 5 = 8$ .

Vale observa que o professor não traz uma explicação para a forma que eles escolhem os termos que vai associar, mas em uma de sua resoluções da expressão  $8 + 8 + 3 - 8 = 11$ , para associar o  $8 + 8 + 3$  ele traz a justificativa de que “... está tudo a operação aqui.”. Isso evidencia que os elementos tecnológicos não estão expostos explicitamente. Mas assim como nas tarefas anteriores, esse trabalho identificou eles como sendo a definição da adição e subtração, assim como as suas propriedades. Os problemas apresentados sobre o objeto de estudo estão bem identificados? Estão bem representados? São pertinentes? As formas de resolução são bem elaboradas? São fáceis de utilizar? São utilizadas amplamente em diversos tipos de tarefas? São possíveis de evoluir?

Em relação às respostas das questões propostas em Santos (2015) para analisar a OM, essa subtarefa foi composta por atividades com os seus objetivos bem expostos, visto que os enunciados já diziam que era para os alunos realizarem as operações considerando a sequência dos sinais de associações. Eram questões que permitia aos estudantes fixar a sequência dos sinais de associação, assim como questões como *Coloque nas expressões abaixo, os parênteses necessários para chegar aos resultados indicados. c)  $30 - 6 - 5 + 10 - 7 = 2$* . Essas últimas permitiu os alunos trabalharem tanto com as ideias das operações como com o raciocínio lógico, já sendo como uma preparação para resolver expressões numéricas com as quatro operações básicas da aritméticas adição, subtração, multiplicação e divisão.

As técnicas de resolução foram apresentadas de forma rápida e sem muita explicação de passo a passo, desse modo, elas evidenciaram a parte lógica de pensar quais seriam as combinações que dariam certas.

A partir da análise das praxeologias matemáticas desenvolvidas pelo professor, foi identificado que sua organização é semelhante à estrutura do livro, assim como as técnicas utilizadas e os elementos tecnológicos implicitamente abordados. Além disso, os objetos ostensivos e não ostensivos utilizados pelo professor como forma de ajudar a apresentação, explicação e entendimento dos conteúdos, foram as definições das operações, ideias dos números, do sistema de numeração, assim como as suas representações, ou seja, as do número e dos sinais de operação.

#### **4.1.2 Organização Didática**

Como já comentado, a organização didática (OD) consiste na modelagem de como é executada a Organização Matemática (OM). Desse modo, para fazer essa estrutura será utilizada a identificação dos momentos de estudos, descritos na teoria e expostos com a característica de que independente da estrutura a organização a ser desenvolvida passa por cada um desses momentos. Sendo eles o momento do encontro com a OM; o desenvolvimento das técnicas e descobertas de possíveis tarefas; desenvolvimento do bloco tecnológico; prática das técnicas desenvolvidas; oficialização da OM aplicada em sala e por fim a avaliação tanto dos conhecimentos dos alunos como da OM e sua execução.

Vale ressaltar que esses momentos não definem uma ordem da estruturação da OD. Considerando isso, as exposições e análise dos momentos serão realizados seguindo a sequência posta anteriormente.

O momento de estudo referente ao encontro com a OM ocorreu quase em todas as aulas, visto que o professor segue a estrutura do livro que divide o conteúdo em seis seções. Embora esse momento trate do encontro com a OM, os alunos têm o conhecimento do conceito das operações de adição e subtração de números matemáticos desde os anos iniciais do ensino fundamental, mesmo que não tenham lembranças das particularidades de cada operação. O fato deles já terem visto, mas não ter a lembrança precisa de fatos ou ideias essenciais como as ideias do sistema de numeração, algumas de suas propriedades e das operações, fez com que muitas vezes o professor tivesse que fazer uma retomada rápida por elas como forma dos alunos tomarem os conhecimentos que eles têm e realizar alterações para que fosse possível resolver as atividades. De modo semelhante, quando os alunos lembravam

do conhecimento tratado, o professor podia avançar na explicação e sucessivamente nas resoluções de exercícios.

Durante as análises das aulas gravadas foram identificadas apenas três encontros com a OM por meio do mimético-cultural, sendo esses a aplicação da adição na compra de coxinhas na cantina da escola; apresentações de situações envolvendo as noções de subtração e a apresentação da subtração pela simulação de uma compra gerando uma dívida.

O segundo momento de estudo, representado pelo desenvolvimento das técnicas e tarefas, assim como no primeiro momento, ele foi identificado em todas as aulas gravadas, isso pelo fato de o professor realizar uma breve explicação e iniciar a resolução dos exercícios referentes à seção explicada.

O terceiro momento constituído pelo desenvolvimento do bloco tecnológico aparecia de forma simplificada quando os alunos questionavam algo ou quando o professor via a necessidade de reforçar alguma ideia frequentemente mal interpretada ou desenvolvida sobre o conteúdo. Um exemplo foi quando o professor explicou que o “vai um” consistia em uma dezena que tinha sido formada na soma das unidades.

O quarto momento de estudo, referente à prática das técnicas desenvolvidas, ocorria em todas as aulas, tendo em vista que em todas elas eram postos exercícios para os alunos fazerem seja na sala ou em casa. As atividades, os exercícios de fixação, desenvolvidas durante as gravações tinham pelo menos mais de um do mesmo gênero, o que possibilita um contato maior com a prática das técnicas. Além disso, elas eram dispostas em uma ordem de dificuldade crescente.

O quinto momento, representado pela oficialização da OM aplicada em sala, ocorreu de forma precisa e detalhada, em função da atuação do professor ao realizar as explicações de cada dúvida apresentada assim como os questionamentos que ele fazia sempre que achava necessário reforçar o que seria importante os alunos saberem após a conclusão daquela determinada seção.

Por último, o sexto momento, relacionada a avaliação da OM aplicada em sala, assim como dos conhecimentos adquiridos pelos alunos, ocorreu em todas as aulas. Isso tendo em vista que o professor ao apresentar um conceito, uma ideia, propriedade ou uma técnica ele realizava questionamentos após a explicação para verificar o que os alunos tinham compreendido do que tinha acabado de ser explicado. Além disso, ao iniciar uma nova seção ele novamente realizava os seus questionamentos sobre pontos importantes que foram vistos até o momento. A título de exemplo, quando foi iniciada uma aula de correção de exercícios

junto com a sala, o professor fez os seguintes questionamentos: “Quais os elementos do algoritmo da subtração?”, “da adição?” e “Mas o que é um algoritmo?”.

Vale ressaltar que o professor realizou uma avaliação quantitativa do conteúdo, mas essa não estaria dentro do cronograma do desenvolvimento desse trabalho, dessa forma as avaliações apresentadas foram apenas as avaliações continuadas.

Assim, com base nos dados coletados da estruturação dos momentos de estudos, observa-se que todos esses momentos estão presentes na maioria das aulas gravadas, evidenciando assim que a divisão do conteúdo ministrado segue a mesma estrutura do livro, uma estrutura segmentada com as estruturas dos exercício com um nível crescente de dificuldade e desenvolvimento. Além disso, se fosse construir uma praxiologia ela teria como tarefa ensinar as operações de adição e subtração de números naturais, em que o professor optou por realizá-la por meio de resolução de exercícios com nível de dificuldade crescente, após breves explicações dos conteúdos, e trabalhar com atividades contextualizadas que buscavam relacionar com a realidade dos alunos, por meio de questionamentos ou por associações já presentes nas próprias questões. Isso pode ser justificado, tanto pela concepção de ensino escadinha, fundamentada no Método Behaviorista, como pela construtivista apoiada no Modelo Construtivista de Piaget.

## 5. CONCLUSÃO

Retomando ao ponto inicial deste trabalho, ele teve por motivação o fato da organização do conteúdo matemático e das estratégias de ensino ser um dos fatores de influência no aprendizado dos alunos. Esse entendimento é corroborado tanto pela TTD quanto TAD, que de maneira geral afirmam que o conhecimento matemático para entrar em contato com o aluno precisa passar por uma transformação e adaptação. Além disso, a TAD vem como uma explicação para a transposição do conhecimento que é preparado para ensinar e é ensinado em sala, evidenciando que esse processo está relacionado tanto com o próprio objeto matemático, quanto com o professor, a escola e os demais elementos do sistema didático, pondo em evidência vários fenômenos didáticos que também exercem sua influência.

Com isso, por meio da TAD foi realizada uma busca pela organização dos conteúdos e estrutura didática do professor no ensino das operações de adição e subtração com números naturais no 6º ano do ensino fundamental. Para tanto buscou a identificação da praxeologia matemática e didática do professor.

Vale ressaltar que o sujeito dessa pesquisa é um professor de formado em licenciatura em matemática que atua na ministração de aulas no 6º ano do ensino fundamental em uma escola particular, onde é exigido que o livro seja usado.

Nesse contexto, foram realizadas 12 gravações de aulas ministradas pelo sujeito, de onde foram classificadas 10 subtarefas juntamente com suas técnicas e seus elementos tecnológicos. A tarefa principal identificada foi “retomar e aprofundar as operações de adição e subtração de números naturais associadas aos acontecimentos e fatos da realidade dos alunos”. Por se tratar de um ensino focado em realizar um fechamento do que foi trabalhado nos anos anteriores, tanto o livro como o professor não apresenta justificativas matemáticas, mas quando era necessário fazer algum tipo de justificativa eram feitas de forma vaga e sem nenhum tipo de rigor matemático.

Dessa forma pode verificar que mesmo com a intenção do professor de relacionar as noções das operações com o contexto social do alunos, poucas eram as atividades que possibilitaram isso. Além disso, foi identificado que essas questões eram posta em um nível de dificuldade crescente, que junto com a pressão de terem que resolver elas em pouco tempo, fazia com que os alunos ficassem mais focados em saber se tinham realizados os cálculos certos do que entender a relação das noções das operações naquelas atividades.

Em decorrência das estruturas das Organizações Matemáticas terem uma tendência de serem mais resumidas e com os conteúdos a serem praticados em situações ditas problemas, a organização didática do professor pode ser resumida em realizar breves explicações, aplicar o que foi dito em exercícios e avançar para o próximo conteúdo. Além disso, ele buscava durante os momentos de encontro com a OM, levar a relação do que está sendo estudado para o contexto social dos alunos, por meio de seus exemplos e dos exemplos propostos pelos próprios alunos.

Em virtude disso, se fosse estruturada a OD do professor, encontraria que a tarefa seria “como ensinar as operações de adição e subtração de números naturais associadas aos acontecimentos e fatos da realidade dos alunos, sendo ela uma revisão”, as técnicas aplicadas seria as resoluções de exercício com nível de dificuldade crescente e fazer os alunos recordarem dos conhecimentos já vistos por eles. A tecnologia seria o método expositivo e o maiêutico que considera que os alunos têm a capacidade de armazenar informações e que elas podem ser lembradas por meio de uma sequência lógica de perguntas feitas pelo professor. E por fim, a teoria seria o Modelo Construtivista de Piaget e o Método Behaviorista.

Em suma, com a análise das praxeologias da prática docente, é possível observar que a prática docente sofre muita influência do livro didático, enfatizando a resolução de exercícios, mas que busca, mesmo de forma limitada, relacionar o conhecimento matemático com o cotidiano dos estudantes. Assim, pode-se concluir que durante as ministrações das aulas houve traços das concepções construtivistas juntos com a concepção behaviorista. Além disso, ela teve uma organização matemática mais focada em um resumo dos conteúdos com a maioria das aplicações em exercícios de situações ditas de problemas, que de certa forma tinha algumas relações com o contexto social dos alunos.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2010. ISBN 978-85-7335-190-3.

ALVES, Luana Leal; ALVES, Antonio Mauricio Medeiros. **Ensino da adição nos anos iniciais: o sentido por trás do vai um**. TANGRAM - Revista de Educação Matemática, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 51–70, 2023. DOI: 10.30612/tangram.v6i2.17208. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/17208> . Acesso em: 23 abr. 2025.

ARAUJO, Abraão Juvencio de. **O ensino de álgebra no Brasil e na França: Estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: [https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal.pdf](https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf) . Acesso em: 07 de abril de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 31 de março de 2025.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 31 de março de 2025.

CASTRO, Karina de Oliveira. **Generalização algébrica: Uma abordagem praxeológica**. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2022. Disponível em: <https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/48261>. Acesso em: 17 de novembro de 2024.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática: Números e operações**. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

CRIANÇAS, ALGORITMOS E O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL. Investigações em Ensino de Ciências, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 259–274, 2016. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/295> . Acesso em: 9 abr. 2025.

COSTA, Manoel Santos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NUNES, Célia Barros. **Trabalhando números e operações com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sob a ótica da resolução de problemas**. INTERFACES DA EDUCAÇÃO, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 230–252, 2017. DOI: 10.26514/inter.v8i23.1557. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1557> . Acesso em: 6 abr. 2025.

DA ROSA, Josélia Euzébio; DAMAZIO, Ademir; ALVES, Ester de Souza Bitencourt. **Adição e subtração em Davýdov**. Boletim GEPEM, n. 63, p. 61-75, 2013. Disponível em: <http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/1087> . Acesso em: 12 de abril de 2025.

DIESEL, Aline; BALDEZ, Alda Leila Santos; MARTINS, Silvana Neumann. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. Revista Thema, v. 14, n. 1, p. 268-288, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Editora da UNICAMP, 2008.  
GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: <https://ayanrafael.com/wp-content/uploads/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9cnicas-de-pesquisa-social.pdf>. Acesso em: 13 de abril de 2025.

JUNIOR, Aloir Pedruzzi; MATITZ, Queila Regina Souza. Metodologias de ensino-aprendizagem no stricto sensu em administração: do ensino tradicional à discussão do uso de metodologias ativas. Revista Caderno Pedagógico, Curitiba, v.21, n.4, p. 01-24. 2024.

MARTINS, Ricardo Lisboa. **Concepções sobre a matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam matemática em licenciaturas de Alagoas**. 2012. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/13034> .Acesso em: 28 de maio de 2025.

MAYMONE, Annelise; SANTOS, Judson. **Matemática: 6º ano do Ensino Fundamental**. Recife: Sucesso, 2025.

MENEZES, Marcus Bessa. **Praxeologia do professor e do aluno: Uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MENEZES, Marcus Bessa de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul. v. 8, n. 18, p. 648-670, 2015.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: As abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

PINA E SOUSA, Aldejoice; PINHEIRO, Jose Milton Lopes. **Sistema Numérico Decimal na Base Nacional Comum Curricular: um olhar para as aprendizagens nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Revista Paranaense de Educação Matemática, [S. l.], v. 13, n. 30, p. 139–164, 2024. DOI: 10.33871/22385800.2024.13.30.139-164. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7495> . Acesso em: 9 abr. 2025.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Editora Feevale, 2013. Disponível em:

<https://www.feevale.br/Comum/midias/0163c988-1f5d-496f-b118-a6e009a7a2f9/E-book%20Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico.pdf>. Acesso em: 12 de abril de 2025.

SANTOS, Marilene Rosas dos. **A transposição didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: Um olhar sob a ótica da teoria antropológica do didático**. 2015. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SANTOS, Marcelo Câmara dos. **Algumas concepções matemáticas sobre o ensino-aprendizagem de matemática**. Educação Matemática em Revista, [S. l.], n. 12, p. 11–15, 2018. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1096>. Acesso em: 24 abr. 2025.

SERVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do trabalho científico. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013. Disponível em: [https://www.ufrb.edu.br/ccaab/images/AEPE/Divulga%C3%A7%C3%A3o/LIVROS/Metodologia\\_do\\_Trabalho\\_Cient%C3%ADfico\\_-\\_1%C2%AA\\_Edi%C3%A7%C3%A3o\\_-\\_Antonio\\_Joaquim\\_Severino\\_-\\_2014.pdf](https://www.ufrb.edu.br/ccaab/images/AEPE/Divulga%C3%A7%C3%A3o/LIVROS/Metodologia_do_Trabalho_Cient%C3%ADfico_-_1%C2%AA_Edi%C3%A7%C3%A3o_-_Antonio_Joaquim_Severino_-_2014.pdf). Acesso em: 13 de abril de 2025.

TEIXEIRA, Bartira Fernandes. **Surdos e ouvintes juntos no espaço escolar: O processo de construção do número**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2019.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: Como dois e dois: A construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.