



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CT – CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

HAMILTON JOSÉ DE LIMA RODRIGUES

**DESENVOLVIMENTO DE CALCULADORA DE DIMENSIONAMENTO DE
SAPATAS RÍGIDAS**

João Pessoa, Paraíba

2024

HAMILTON JOSÉ DE LIMA RODRIGUES

**DESENVOLVIMENTO DE CALCULADORA DE DIMENSIONAMENTO DE
SAPATA RÍGIDA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação de
Engenharia Civil da Universidade
Federal da Paraíba como requisito para
obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia Civil.

Orientador: Dr. Givanildo Alves de
Azeredo

João Pessoa, Paraíba

2024

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

R696d Rodrigues, Hamilton José de Lima.

Desenvolvimento de calculadora de dimensionamento de sapata rígida / Hamilton José de Lima Rodrigues. - João Pessoa, 2024.

43 f. : il.

Orientação: Givanildo Alves de Azeredo.

TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Estrutura. 2. Fundação. 3. Sapata rígida. 4. Dimensionamento. I. Azeredo, Givanildo Alves de. II. Título.

UFPB/CT/BSCT

CDU 621(043.2)

FOLHA DE APROVAÇÃO

HAMILTON JOSÉ DE LIMA RODRIGUES

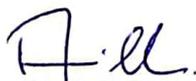
DESENVOLVIMENTO DE CALCULADORA DE DIMENSIONAMENTO DE SAPATAS RÍGIDAS

Trabalho de Conclusão de Curso em 10/05/2024 perante a seguinte Comissão Julgadora:



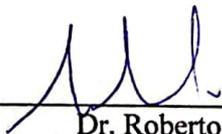
Dr. Givanildo Alves de Azeredo
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Dr. Primo Fernandes Filho
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Dr. Roberto Leal Pimentel
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a dádiva da vida, sabedoria, inteligência e tantos outros dons que me fizeram chegar a esta etapa, a Maria Virgem Mãe Santíssima por sempre rogar por mim e acompanhar-me em todos os âmbitos e momentos em que passei.

Sou infinitamente grato a toda doação da minha mãe Maria José, que sempre se doou por mim incansavelmente desde o meu nascimento, foi devido aos seus cuidados e zelo que cheguei até aqui, sem ela tenho certeza de que não me tornaria o homem que sou. Ao meu pai Manoel, que sempre buscou prover tudo o que eu necessitava e em todos os momentos comemorou juntamente todas as conquistas da minha vida. Ao meu irmão Higor, que sempre esteve ao meu lado desde as brincadeiras de criança às dificuldades vividas.

A minha namorada e futura esposa Lília, que carinhosamente eu chamo de Maria, agradeço por me fazer companhia durante toda a minha passagem pela UFPB que em meio a provas e trabalhos dava-me sempre alegria e conforto.

Não poderia deixar de ser grato a todos os meus amigos da universidade que trouxeram alegria entre tantas situações de tensão e ansiedade vividos, sem vocês todo esse tempo tornar-se-ia muito mais custoso que prazeroso. Espero poder encontrá-los no futuro para relembrar todos os momentos vivenciados e partilhar todas as conquistas.

Encerro com está frase de Santa Tereza D,Ávila que serve não apenas para nós católicos como conforto e motivação para enfrentar a longa caminhada ao céu, mas, a todos os que têm desafios a vencer nesta vida.

“É justo que muito custe o que muito vale”

RESUMO

O trabalho propôs-se a desenvolver um arquivo executável através do software Smath Solver, que auxilie o dimensionamento da armadura longitudinal de sapatas rígidas. A linguagem utilizada no programa é meramente matemática com algumas condições de programação; essa foi uma das principais características para a escolha do software: a familiaridade com a linguagem utilizada. Foram abordadas diferentes hipóteses de cálculo para as três condições possíveis de cargas atuantes, podendo ser carga centrada, uma carga excêntrica e carga excêntrica em ambas as direções. Por esse motivo foram criados 3 arquivos independentes, com a mesma estrutura lógica, iniciando com o dimensionamento geométrico da sapata, seguido do dimensionamento da armadura e finalizado com a definição do aço. Todas as etapas são auxiliadas pelo operador, que é essencial para a conclusão do dimensionamento. Para validar o resultado da calculadora fez-se o estudo de caso com duas sapatas, comparando-se o dimensionamento obtido.

Palavras-chave: Estrutura, Fundação, Sapata rígida, Dimensionamento.

ABSTRACT

The work aimed to develop an executable file through the Smath Solver software, to assist in the design of the longitudinal reinforcement of rigid footings. The language used in the program is purely mathematical with some programming conditions; this was one of the main characteristics for choosing the software: familiarity with the language used. Different calculation assumptions were addressed for the three possible conditions of acting loads, which could be centered load, eccentric load, and eccentric load in both directions. For this reason, 3 independent files were created, with the same logical structure, starting with the geometric design of the footing, followed by the reinforcement design, and ending with the definition of the steel. All steps are assisted by the operator, which is essential for completing the design. To validate the calculator's result, a case study was conducted with two footings, comparing the obtained design.

Key-words: Structure, foundation, rigid footing, design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 : Distribuição do acréscimo de tensão.....	9
Figura 02 : Variação de tensão.	10
Figura 03 : Bulbo de tensão.....	10
Figura 04 : Espreadimento de tensão.....	11
Figura 05 : Cargas atuantes em uma sapata.....	12
Figura 06 : Detalhe sapata com altura constante e variável.	12
Figura 07 : Sapata corrida.....	13
Figura 08 : Detalhe sapata corrida.....	13
Figura 09 : Sapata associada.....	14
Figura 10 : Sapata associada com viga de rigidez.....	14
Figura 11 : Sapata associada com viga de rigidez.....	15
Figura 12 : Dimensões da sapata.	16
Figura 13 : Pressão atuante no solo.	17
Figura 14 : Simplificação da distribuição de tensão no solo.	17
Figura 15 : Ruptura por cisalhamento.	18
Figura 16 : Ruptura por flexão.	19
Figura 17 : Limite do cone de punção.....	19
Figura 18 : linhas de tensões principais.....	20
Figura 19 : Armadura de flexão.....	21
Figura 20 : Biela de compressão e posição da armadura.....	22
Figura 21 : Forças atuantes na sapata.....	22
Figura 22: Forças atuantes na sapata.	24
Figura 23: Hipóteses de cálculo: (a) carga dentro do núcleo central, (b) carga no limite do núcleo e (c) fora do núcleo.	25
Figura 24 : (a) carga dentro do núcleo central, (b) carga no limite do núcleo e (c) fora do núcleo.;	25
Figura 25 : Carga excêntrica em duas direções.	26
Figura 26 : Tensões atuantes na base da sapata.....	27
Figura 27 : Exemplo 01.	28
Figura 28 : Exemplo 02.	29
Figura 29 : Exemplo do arquivo executável.....	29
Figura 30 : Subdivisão do programa em abas.....	30

Figura 31 : Utilização do plugin <i>Combo box list</i>	30
Figura 32 : Análise do resultado e definição de valores.....	31
Figura 33: Fluxograma do algoritmo da calculadora.....	32
Figura 34 : Entrada de dados	33
Figura 35: Cálculo das dimensões em planta.	34
Figura 36 : Cálculo da altura da sapata.....	34
Figura 37 : Cálculo da área de aço	35
Figura 38: Corte AA.	36
Figura 39: Distribuição das sapatas.	37
Figura 40: Sapatas escolhidas.....	38
Figura 41: Detalhe S7.	39
Figura 42: Detalhe S16.	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	OBJETIVOS	8
2.1	<i>OBJETIVO GERAL</i>	8
2.2	<i>OBJETIVO ESPECÍFICO</i>	8
2.3	<i>DELIMITAÇÃO DO TRABALHO</i>	8
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	9
3.1	<i>MECÂNICA DOS SOLOS(TENSÕES)</i>	9
3.2	<i>TIPOS DE SAPATA</i>	11
3.2.1	Sapata isolada	11
3.2.2	Sapata corrida	13
3.2.3	Sapata associada ou conjunta	14
3.2.4	Sapata com viga de alavanca	15
3.3	<i>CLASSIFICAÇÃO QUANTO À RIGIDEZ</i>	16
3.3.1	Sapata flexível	18
3.3.2	Sapata rígida	19
3.4	<i>CARGA CENTRADA</i>	21
3.5	<i>CARGA EXCÊNTRICA</i>	24
3.5.1	Carga excêntrica em uma direção	24
3.5.2	Carga excêntrica em ambas as direções	26
4	METODOLOGIA	27
4.1	<i>SOFTWARE UTILIZADO</i>	28
4.2	<i>CONSTRUÇÃO DO SOFTWARE</i>	31
5	RESULTADOS	35
5.1	<i>PROJETO UTILIZADO</i>	35
5.2	<i>ESCOLHA DAS SAPATAS</i>	37
5.3	<i>ANÁLISE DAS SAPATA S7 E S16</i>	39
6	CONCLUSÃO	41
7	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

Na Engenharia Civil o sistema estrutural de uma edificação é dividido em elementos estruturais, que são divididos em dois grupos: superestrutura, como por exemplo lajes, vigas e pilares, e infraestrutura, que de forma simplificada abrange os elementos que estão enterrados, como baldrame, sapatas, blocos e estacas. Para o dimensionamento desses itens é necessário discretizar, dividindo sua estrutura em peças mais simples, facilitando assim o dimensionamento; essa discretização tem que ser realizada de forma que exista um caminho para o escoamento das cargas até o solo. (CARVALHO, 2014).

Tem-se que a superestrutura tem a função de suportar toda a carga que lhe é aplicada e seu próprio peso para transmiti-la para a infraestrutura, que por sua vez irá distribuir e transferir toda essa carga para o maciço do solo. (SILVA, 1998). Segundo RELVAS (2015), “A principal função das fundações é a garantia da estabilidade global da estrutura, a transmissão ao solo das cargas aplicadas (e outras forças geradas pelas ações) à estrutura e a garantia de um bom comportamento em serviço.”, independentemente do tipo de fundação, profunda ou rasa, o seu dimensionamento depende de um fator muito variável, como o tipo do solo e a sua tensão admissível.

Existem diversos tipos de fundações tanto profundas (estaca escavada, hélice contínua, Strauss, estaca pré-moldada, entre outras) quanto rasas (sapata isolada, associada, corrida ou com viga de alavanca), cada uma com uma capacidade de carga de diferente e com características que acabam viabilizando ou inviabilizando sua utilização. Por exemplo, não necessariamente uma estaca vai ser mais eficiente que uma sapata; em situações em que o solo tem uma boa resistência tem-se um custo benefício maior na utilização de uma sapata, que atenderá à carga solicitante sendo ainda mais barata (BASTOS,2016). Vale salientar que a disponibilidade de mão-de-obra e equipamento também influenciam na escolha da fundação.

Para melhor compreensão dessas estruturas buscou-se neste trabalho desenvolver uma calculadora para o dimensionamento das armaduras das sapatas rígidas, visando auxiliar a verificação em projetos e contribuir didaticamente junto aos discentes nesta área de dimensionamento de sapatas rígidas.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver arquivos executáveis através do software Smath Solver, para dimensionar a armadura de sapatas rígidas, com carga axial e momentos aplicados em ambas as direções.

2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

- Desenvolver 3 arquivos executáveis, um para cada situação de carga:
 - Carga axial;
 - Carga axial e um momento aplicado;
 - Carga axial e momentos em ambas as direções;
- Realizar o pré-dimensionamento da sapata, definindo as suas dimensões, em função da tensão admissível do solo;
- Dimensionar a taxa de aço e definição da quantidade de barras;
- Validar a calculadora a partir de dois estudos de caso.

2.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho busca apenas solucionar questões estruturais de sapatas classificadas como rígidas, atendendo apenas aos seguintes critérios:

- dimensionar a geometria da sapata de forma que o solo não ultrapasse a tensão pré-estabelecida;
- suportar os esforços internos: encontrando as dimensões necessárias para ser considerada uma sapata rígida, atendendo assim as hipóteses de cálculo e a taxa de aço necessária para suportar a tração e o momento atuante na base.

O trabalho não tem por finalidade o detalhamento final da armadura, logo não será abordado o dimensionamento do gancho nem serão gerados desenhos, em qualquer formato. Também não é o objetivo abranger as questões geotécnicas, logo não será verificado tombamento ou

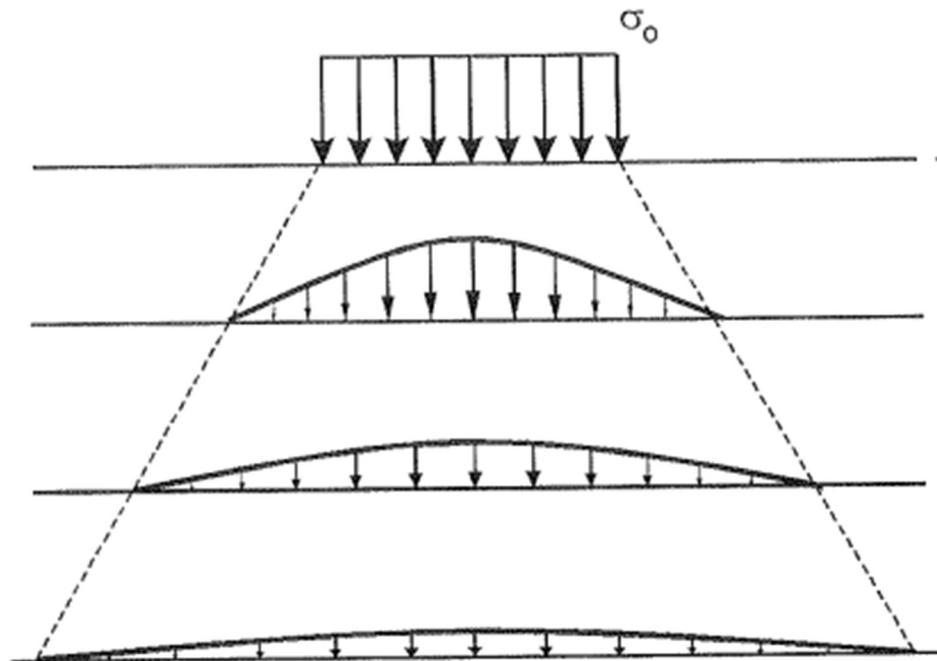
escorregamento da sapata. Como sugestão para trabalhos futuros tem-se de acrescentar ao software o detalhamento final da armadura.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 MECÂNICA DOS SOLOS(TENSÕES)

As tensões atuantes no solo, decorrem do seu peso próprio e das cargas que atuam sobre o mesmo, podendo ser cargas estáticas como prédios, reservatórios ou cargas variáveis, como a causada pela passagem de veículos (CAPUTO, 1988). A distribuição dessas tensões é estudada desde o início da Mecânica dos Solos, e foi observado que ocorre uma dispersão da pressão atuante além da projeção da ação da carga, como mostrado na Figura 01, surgindo tensão nas laterais da área carregada (PINTO, 2006).

Figura 01 : Distribuição do acréscimo de tensão.

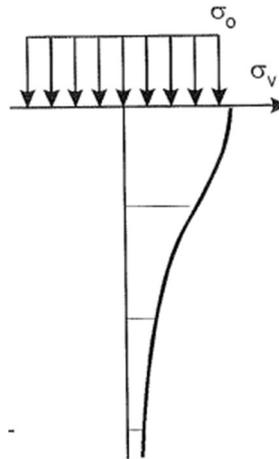


Fonte: Adaptado de (PINTO, 2006)

Segundo (PINTO, 2006), o somatório das tensões que atua no plano horizontal é sempre constante, logo, como a área de atuação aumenta com a profundidade e a tensão é a razão da

força pela área, logo tem-se que a tensão no solo diminui, como mostrado na Figura 02, que relaciona o aumento da profundidade com o decréscimo da tensão.

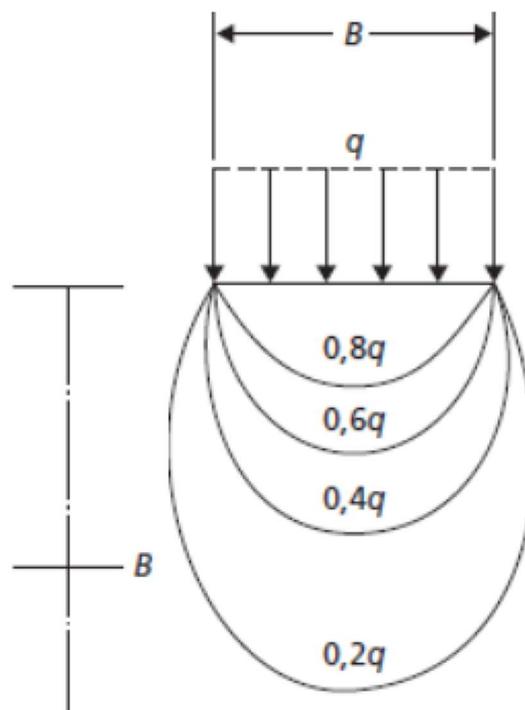
Figura 02 : Variação de tensão.



Fonte: Adaptado de (PINTO, 2006)

Bulbo de tensão ou pressão é a região em que se atua valores consideráveis de tensão para uma carga aplicada na superfície de solo. (KNAPPETT, CRAIG, 2014) a define como “zona dentro da área limitada pela tensão vertical de valor $0,2 q$ ”, como mostra a Figura 03.

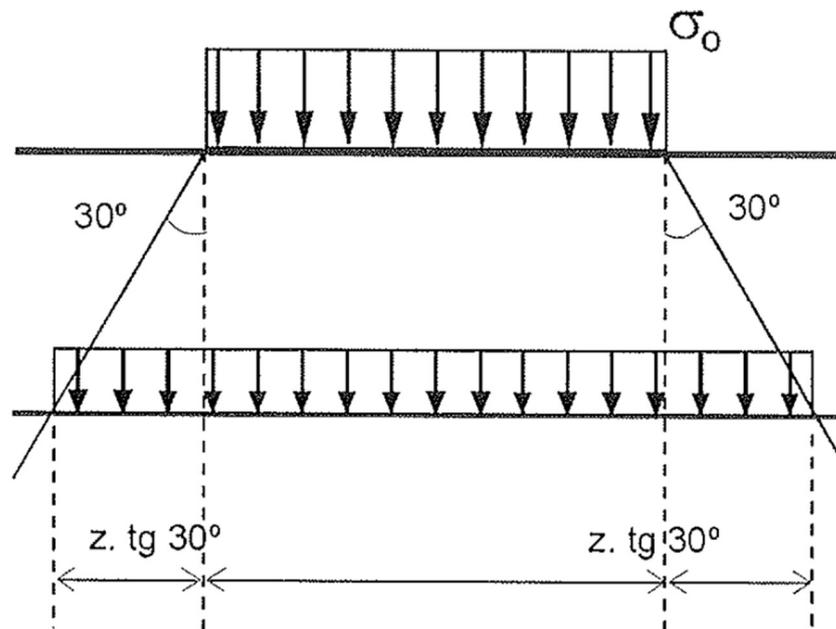
Figura 03 : Bulbo de tensão.



Fonte: Adaptado de ((KNAPPETT, CRAIG, 2014)

O bulbo de tensão é constituído por cascas isóbaras, isto é, superfícies com pressão constante. (PINTO,2006) sugere “considerar que as tensões se espraiam segundo áreas crescentes, mas sempre se mantendo uniformemente distribuídas”; o autor ainda sugere um ângulo para o espraio de 30° com eixo vertical (altura z), como detalhado na Figura 04:

Figura 04 : Espraio de tensão.



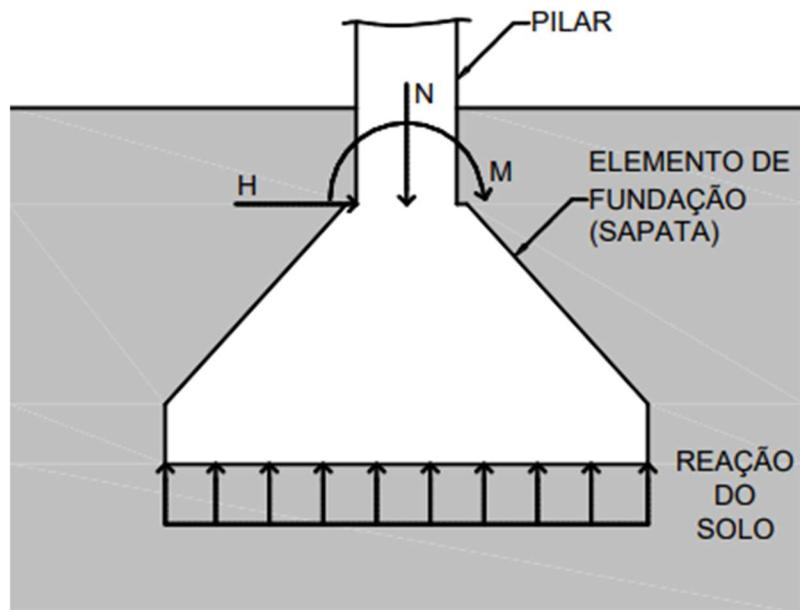
Fonte: Adaptado de (PINTO, 2006)

3.2 TIPOS DE SAPATA

3.2.1 Sapata isolada

As sapatas isoladas têm como principal característica o recebimento de cargas exclusivamente de um pilar, com o objetivo de transmiti-las ao solo; essa carga pode ser centrada ou excêntrica. Além da carga axial ao pilar (N), podem ocorrer esforços agindo horizontalmente (H) e momentos atuando na base do pilar em ambas as dimensões (M_x ou M_y), como mostrado na Figura 05. O formato da sapata de maneira geral acompanha a geometria da seção do pilar, sendo a mais comum as retangulares, justamente por ser a seção retangular do pilar a mais utilizada; no entanto elas também podem ser quadradas ou circulares. (SILVA,1998), (BASTOS,2016).

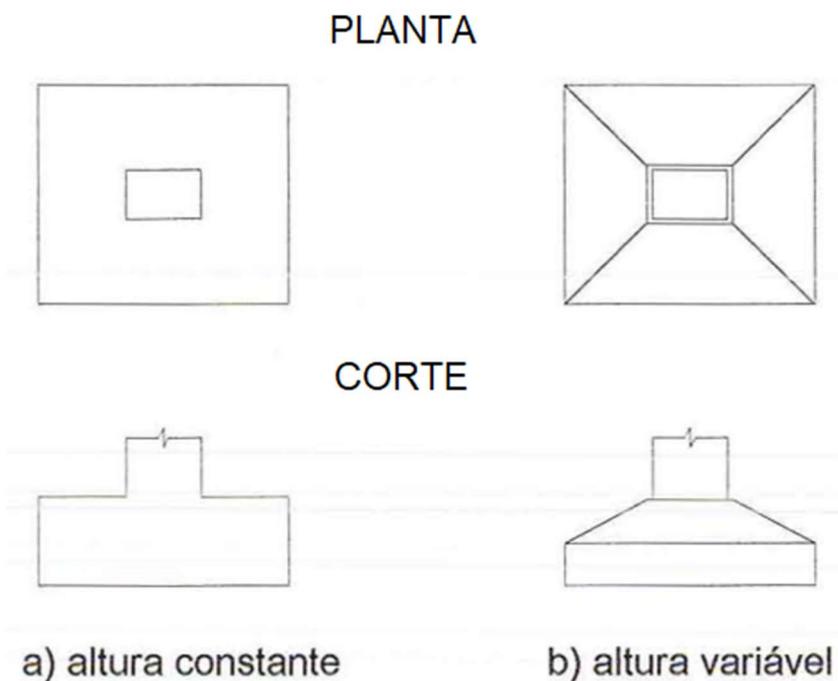
Figura 05 : Cargas atuantes em uma sapata.



Fonte: (BASTOS,2016)

Elas também podem ter altura constante ou variável, como mostra a Figura 06, e segundo a NBR 6122, em planta não podem ter dimensão inferior a 60 cm, em ambos os lados; no caso de uma sapata circular, o diâmetro mínimo seria de 60 cm.

Figura 06 : Detalhe sapata com altura constante e variável.

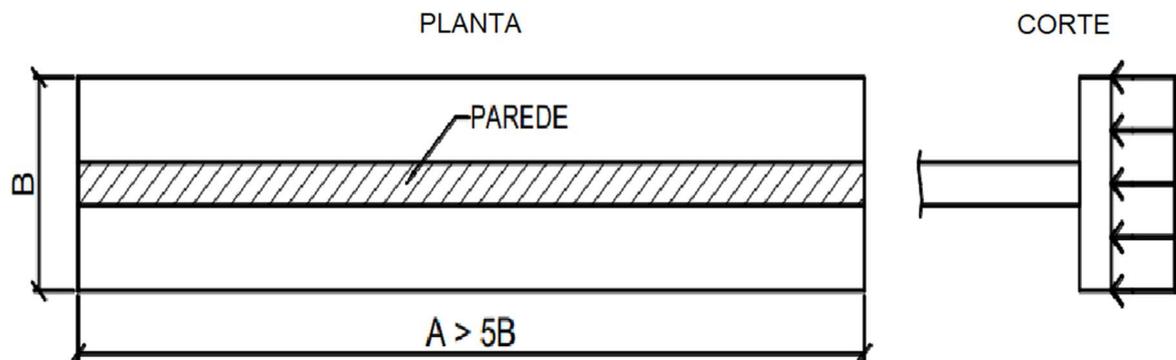


Fonte: figura adaptada de (SILVA,1998)

3.2.2 Sapata corrida

São elementos utilizados para transmissão de cargas lineares, como por exemplo, parede de alvenaria estrutural, reservatórios, piscinas, muros de arrimo. É uma solução muito econômica para situações em que o solo nas camadas superficiais atinge a resistência necessária para o projeto (BASTOS, 2016). E por definição uma de suas dimensões é cinco vezes maior que a outra, conforme mostrado na Figura 07:

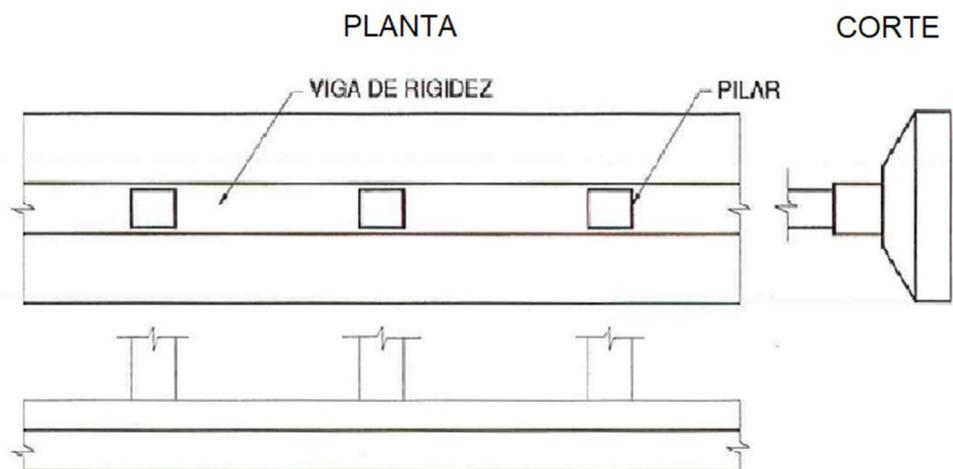
Figura 07 : Sapata corrida.



Fonte: Figura adaptada de (BASTOS, 2016)

A NBR 6122 define a sapata corrida como “sapata sujeita à ação de uma carga distribuída linearmente ou de três ou mais pilares ao longo de um mesmo alinhamento, desde que represente menos de 70% das cargas da estrutura”, conforme apresentado na Figura 08.

Figura 08 : Detalhe sapata corrida.

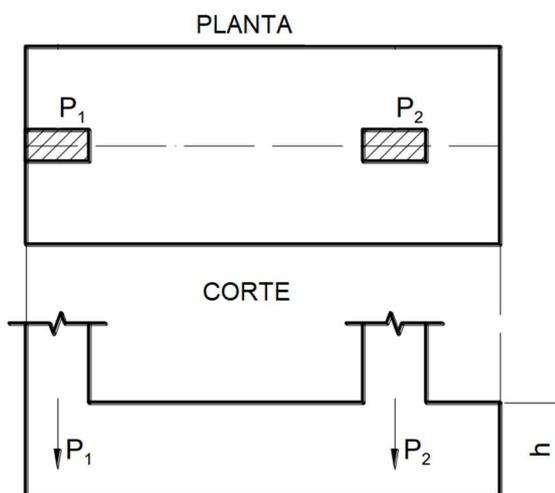


Fonte: Figura adaptada de (SILVA, 1998)

3.2.3 Sapata associada ou conjunta

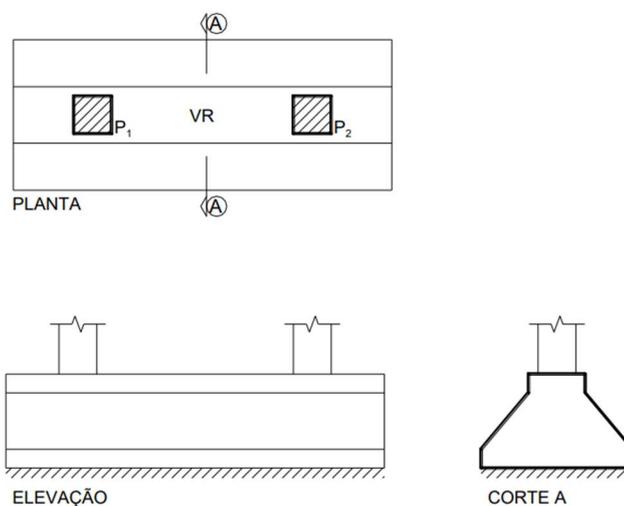
Segundo a NBR 6122:2022, são sapatas associadas aquelas que recebem a carga de dois ou mais pilares, de forma que não estejam alinhados e não superem 70% da carga total da estrutura. Elas são utilizadas como solução estrutural em casos que dois ou mais pilares estão próximos o suficiente para gerar uma sobreposição das sapatas, impossibilitando a execução de sapatas isoladas (MONTEIRO, 2020). De acordo com (BASTOS, 2016), as sapatas associadas podem ser projetadas como sapatas comuns que irão receber dois ou mais pilares, como mostra a Figura 09, ou então ser projetada com viga de rigidez (VR), como mostra a Figura 10.

Figura 09 : Sapata associada.



Fonte: Figura adaptada de (BASTOS, 2016)

Figura 10 : Sapata associada com viga de rigidez.



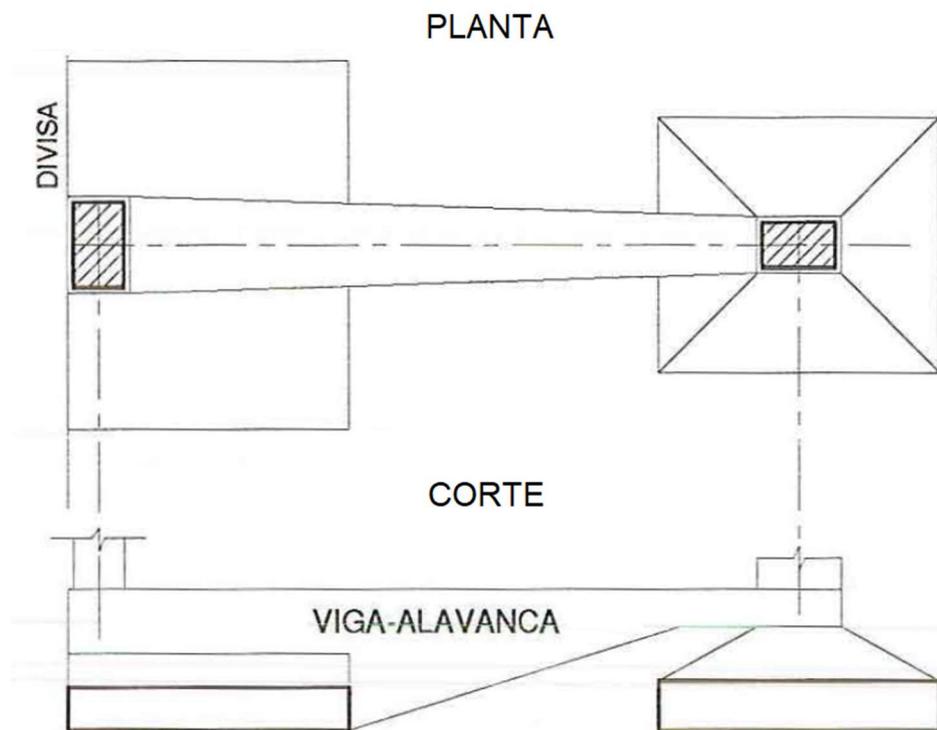
Fonte: (BASTOS, 2016)

Sapatas associadas são geralmente necessárias em projetos com elevadas cargas concentradas, gerando grandes dimensões e restringindo assim a escolha da dimensão das sapatas, ocasionando portanto, o surgimento desse tipo de fundação. No entanto, as sapatas conjuntas de preferência devem ser evitadas visando a economia de tempo e custo em comparação com a execução de sapatas isoladas (HANCHICH, W. et al., 1998, pág. 229. apud MONTEIRO, 2020)

3.2.4 Sapata com viga de alavanca.

A viga de alavanca, de acordo com a NBR 6122:2022, é um elemento estrutural que tem a função de receber as cargas de um ou dois pilares e transmiti-las centradas às fundações. Geralmente as sapatas de divisa necessitam desse elemento estrutural para obterem o equilíbrio, pois a excentricidade na distribuição da carga gera um momento que será resistido pela viga, como mostra a Figura 11 (SILVA, 1998), (BASTOS,2016).

Figura 11 : Sapata associada com viga de rigidez.



Fonte: (SILVA, 1998)

3.3 CLASSIFICAÇÃO QUANTO À RIGIDEZ

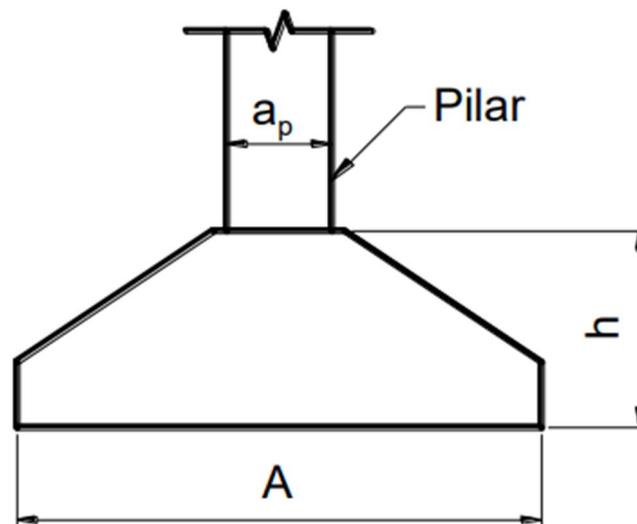
A NBR 6118/2023 classifica as sapatas em dois tipos podendo ser elas sapatas rígidas ou flexíveis. O principal motivo para essa tipificação são as considerações que podem ser tomadas em cada uma das duas. Temos que para as sapatas rígidas pode-se admitir plana a distribuição de tensão atuante na base da sapata; já para as sapatas flexíveis essa hipótese não é válida.

Segundo (BASTOS,2016), “A classificação das sapatas relativamente à rigidez é muito importante, porque direciona a forma como a distribuição de tensões na interface base da sapata/solo deve ser considerada”, além de influenciar na escolha do tipo da sapata, podendo ser rígida ou flexível.

De forma analítica, a NBR 6118 define uma sapata como rígida, quando a sapata atende nas duas direções a seguinte equação:

$$h \geq \frac{(A - a_p)}{3}$$

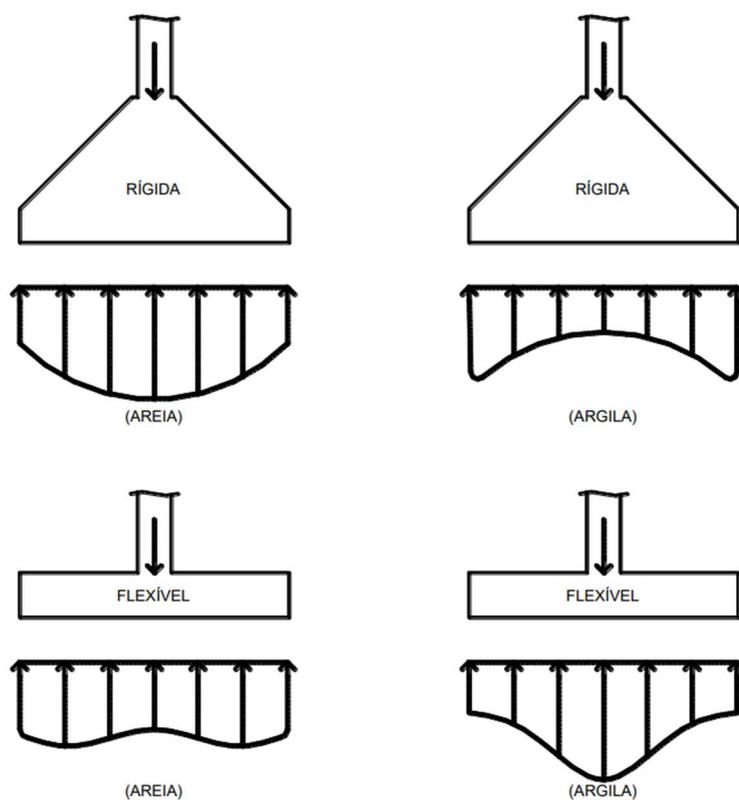
Figura 12 : Dimensões da sapata.



Fonte: Figura adaptada de (BASTOS, 2016)

Na Figura 13, pode-se observar como atuam as sapatas em tipos de solo diferentes. Por este motivo, a NBR 6118/2023 não permite a simplificação da tensão como plana em casos específicos.

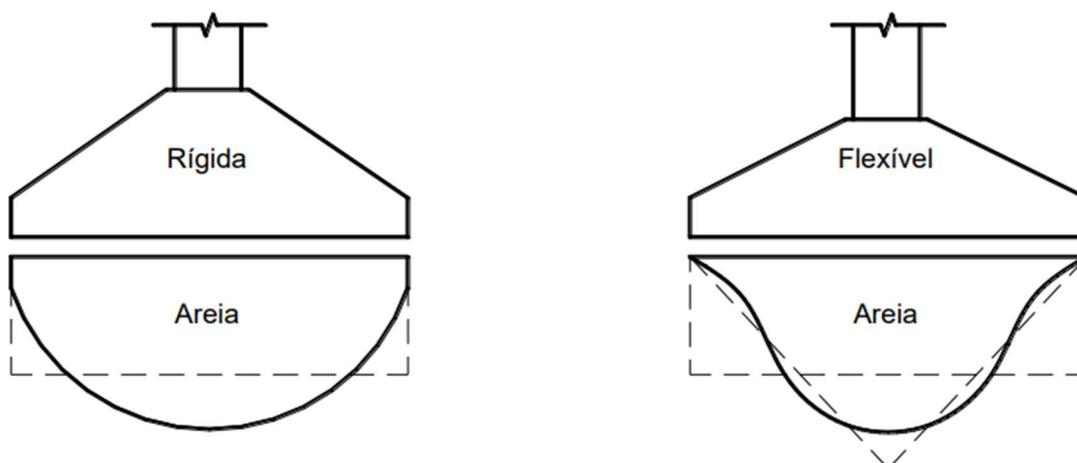
Figura 13 : Pressão atuante no solo.



Fonte: (BASTOS, 2016)

De acordo com BASTO/2016, “a distribuição real não é uniforme, mas por simplicidade, na maioria dos casos, admite-se a distribuição uniforme, o que geralmente resulta em esforços solicitantes maiores na sapata”, como mostra a Figura 13:

Figura 14 : Simplificação da distribuição de tensão no solo.



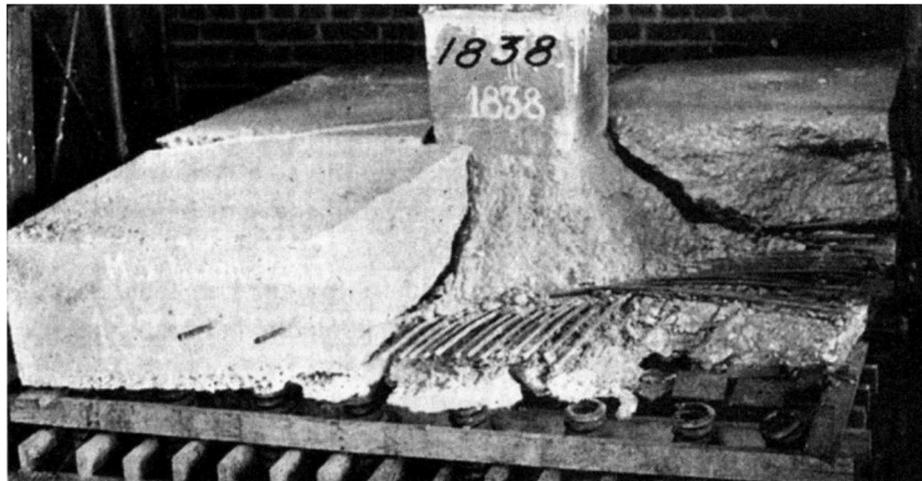
Fonte: (BASTOS, 2016)

3.3.1 Sapata flexível

Segundo a NBR 6118:2023, esse tipo de sapata é muito pouco utilizado, visto que são utilizadas em solos relativamente fracos e em situações de pouca carga; a norma ainda caracteriza o comportamento estrutural por trabalho à flexão nas duas direções, impossibilitando admitir a tração uniformemente distribuída e caracteriza por trabalho ao cisalhamento, descrito como punção.

As sapatas flexíveis, devido à sua pequena dimensão h em relação às outras dimensões, acaba ocasionando a necessidade do dimensionamento à punção, pois há a possibilidade de ruptura, como mostra a Figura 14 (BASTOS, 2016).

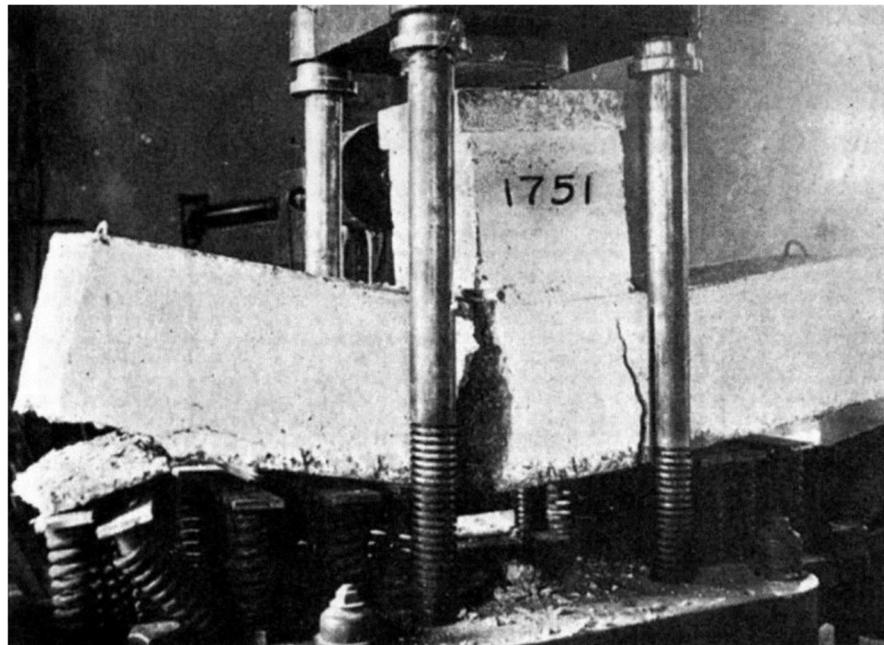
Figura 15 : Ruptura por cisalhamento.



Fonte: (CODUTO,2001. apud BASTOS, 2016)

Além da ruína por esforços de cisalhamento, a sapata também pode vir a ruir por flexão, que segundo BASTOS (2016), “pode ser evitada pela adequada armadura de flexão, posicionada próxima à base da sapata.” A Figura 15 mostra a ruptura de uma sapata por flexão.

Figura 16 : Ruptura por flexão.

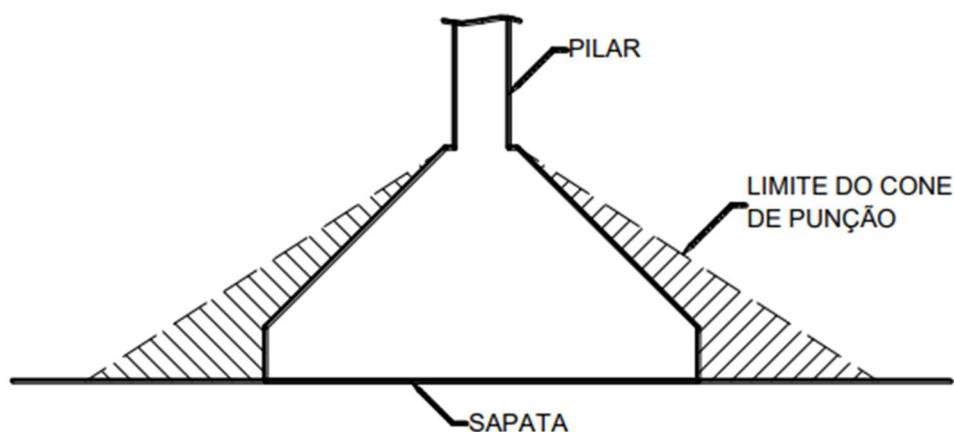


Fonte: (CODUTO,2001. apud BASTOS, 2016)

3.3.2 Sapata rígida

A sapata rígida tem como principal benefício em relação à sapata flexível, se estiver com a altura necessária, não romper por punção pois encontra-se inteiramente dentro do cone de punção, como mostra a Figura 17 (BASTOS, 2016). A NBR 6118 define que ocorre “trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim por compressão diagonal”; esta consideração é válida justamente pelo posicionamento dentro do limite do cone de punção.

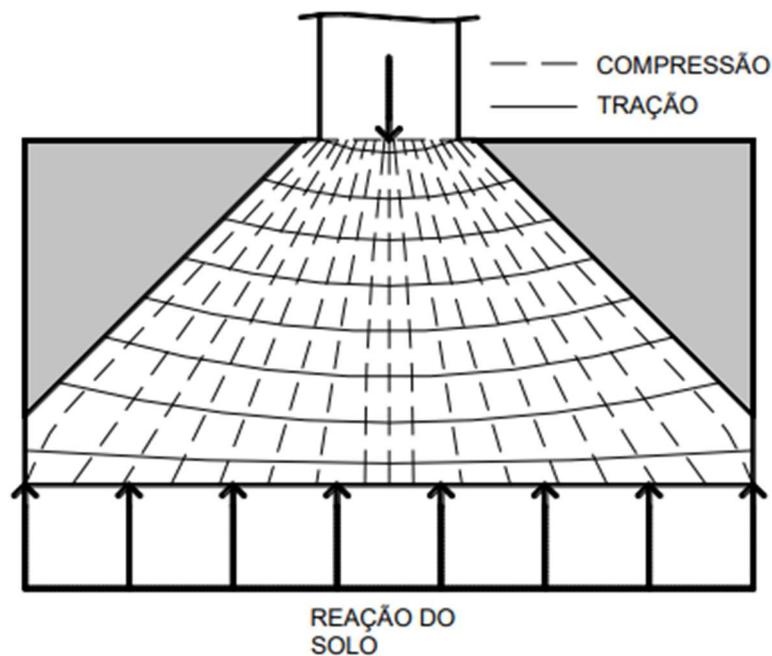
Figura 17 : Limite do cone de punção.



Fonte: (BASTOS, 2016)

As linhas inclinadas das tensões principais de compressão da sapata, as diagonais de compressão, mostradas na Figura 18, são o motivo do formato de tronco de cone utilizado nas sapatas, visto que se fosse utilizado um formato de bloco, toda a região em cinza estaria sem função estrutural, apenas trazendo mais gasto com concreto para a execução da fundação

Figura 18 : linhas de tensões principais.

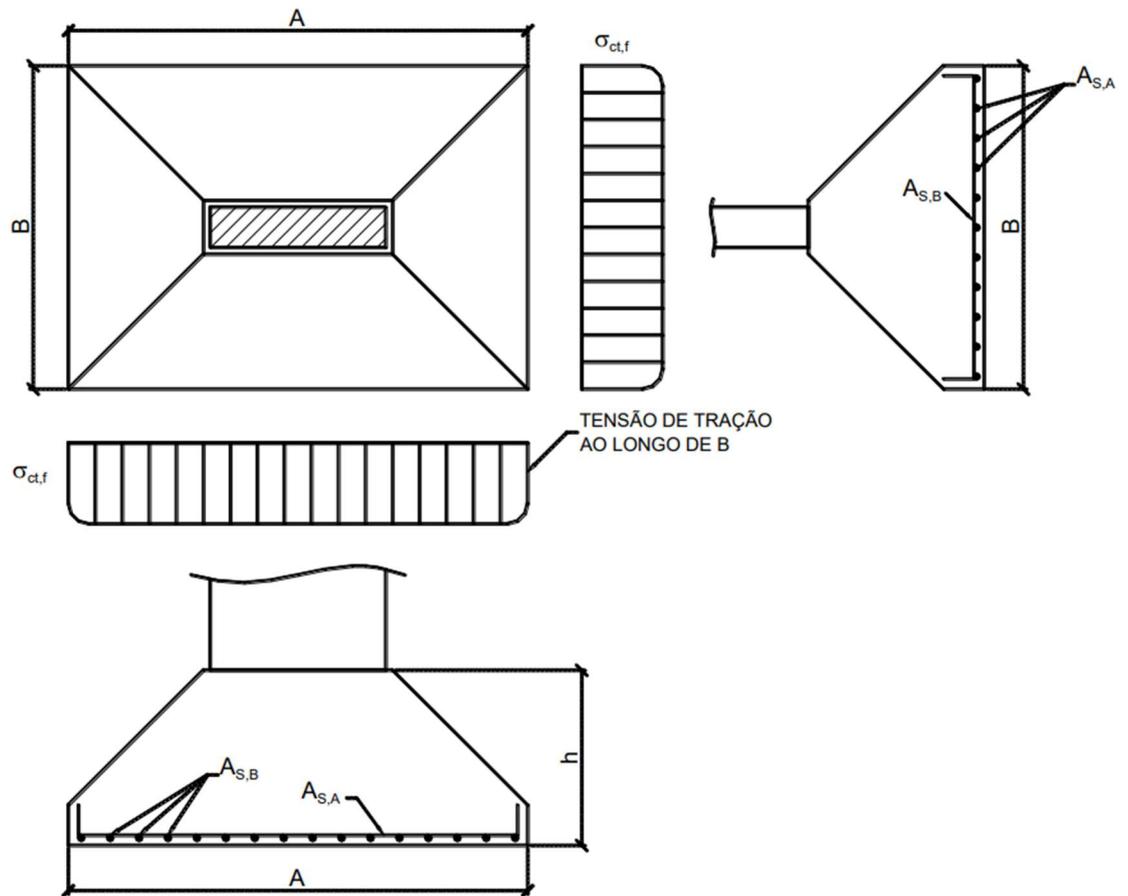


Fonte: Figura adaptada de (BASTOS, 2016)

A NBR 6118 também descreve as sapatas rígidas como “Trabalho à flexão nas duas direções, admitindo-se que, para cada uma delas, a tração na flexão seja uniformemente distribuída na largura correspondente da sapata”, no entanto a norma salienta que é inválido a consideração desta hipótese em duas situações, quando ocorre compressão na flexão, pois se concentra mais na região do pilar que se apoiam as bases da sapata e em sapatas muito alongadas em relação à dimensão do pilar.

BASTOS 2016 conclui que “A admissão da uniformidade da tensão de tração ao longo da largura da sapata, em cada direção, faz com que a armadura de flexão A_s, B , [...], seja disposta constante ao longo de toda a dimensão A da sapata” como mostra a Figura 19.

Figura 19 : Armadura de flexão.



Fonte: (BASTOS, 2016)

3.4 CARGA CENTRADA

O método das bielas foi desenvolvido por Lebellet a partir do resultado de inúmeros ensaios experimentais. Este método é válido apenas para sapatas rígidas e isoladas, limitadas à altura:

$$h \geq \frac{A - a_p}{4}$$

Já o valor da altura considerado na NBR 6118 é:

$$h \geq \frac{A - a_p}{3}$$

Analisando apenas na direção x tem-se então que:

$$dT = dN \cdot \cos\alpha \quad ; \quad dP = dN \cdot \sin\alpha$$

$$dT = \frac{dP}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha = \frac{dP}{\tan\alpha} = p \cdot dx \frac{x}{d_0}$$

Integrando em ambos os lados se tem que

$$Tx = \int_x^{\frac{A}{2}} \frac{p}{d_0} \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{p}{d_0} \cdot \left(\frac{A^2}{2^2} - x^2 \right)$$

sendo

$$d_0 = \frac{(A \cdot d)}{(A - ap)}$$

substituindo, tem-se:

$$Tx = \frac{1}{2} \cdot \frac{p(A - ap)}{A \cdot d} \cdot \left(\frac{A^2}{4} - x^2 \right)$$

Para $x=0$, tem-se que Tx atinge seu valor máximo, sendo assim:

$$Tx = \frac{p(A - ap)}{8d}$$

De forma semelhante temos na direção y:

$$Ty = \frac{p(B - bp)}{8d}$$

Com a força de tração encontrada agora basta apenas calcular a área de aço necessária em cada direção:

$$A_{sx} = A_{s,A} = \frac{T_x}{f_{yd}}$$

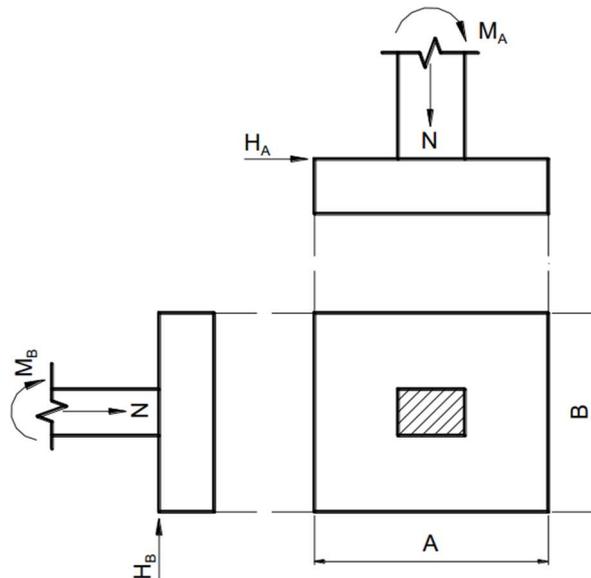
De forma semelhante para o lado B, tem-se:

$$A_{sy} = A_{s,B} = \frac{T_y}{f_{yd}}$$

3.5 CARGA EXCÊNTRICA

As cargas excêntricas ocorrem quando a fundação está submetida sob quaisquer forças que gerem momento na sapata, como mostra a Figura 22:

Figura 22: Forças atuantes na sapata.



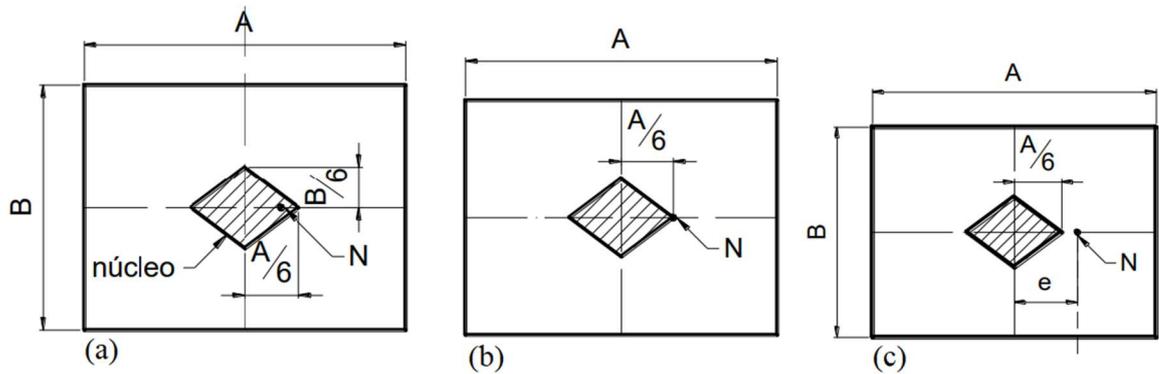
Fonte: (BASTOS, 2016)

3.5.1 Carga excêntrica em uma direção

A análise será realizada com a excentricidade atendendo 3 posições diferentes em relação ao núcleo central, que é a região delimitada a 1/6 da face da sapata. As hipóteses de cálculo serão

que a carga atuará dentro do núcleo (a), no limite do núcleo (b) ou fora do núcleo (c), como mostra a Figura 23:

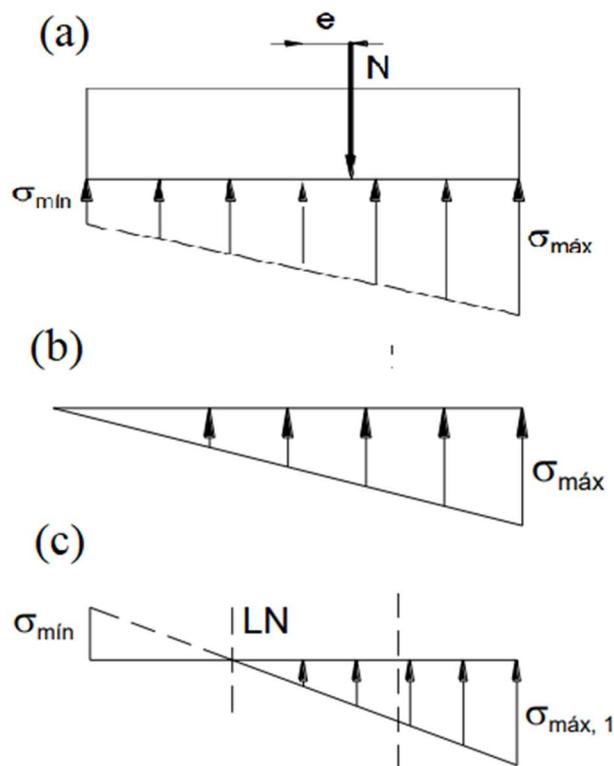
Figura 23: Hipóteses de cálculo: (a) carga dentro do núcleo central, (b) carga no limite do núcleo e (c) fora do núcleo.



Fonte Adaptado de (BASTOS, 2016)

A variação da excentricidade influencia diretamente na tensão gerada na base da sapata, podendo ela ser totalmente comprimida (a) ou haver zonas tracionadas (b), como mostra a Figura 24:

Figura 24 : (a) carga dentro do núcleo central, (b) carga no limite do núcleo e (c) fora do núcleo.;



Fonte: Adaptado de (BASTOS, 2016)

Respectivamente para a solução das três hipóteses temos as seguintes equações:

Caso (a):

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{6e}{A} \right) \quad \text{e} \quad \sigma_{min} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 - \frac{6e}{A} \right)$$

Caso (b):

$$\sigma_{max} = 2 \cdot \frac{N}{A \cdot B}$$

Caso (c):

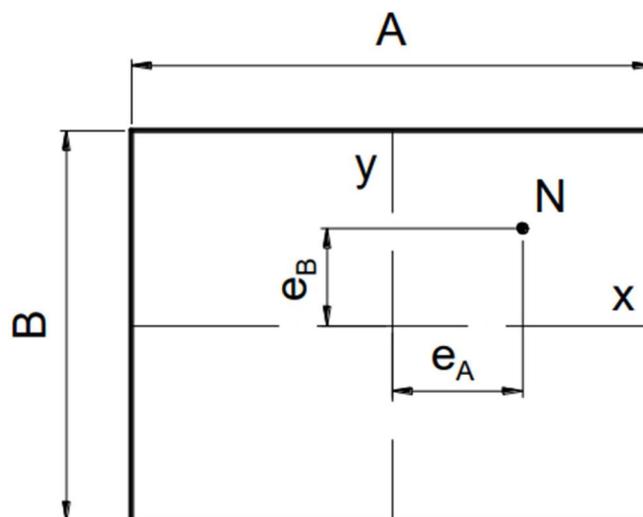
$$\sigma_{max} = \frac{2N}{3B \cdot \left(\frac{A}{2} - e \right)}$$

No terceiro caso, o momento máximo (compressão) é o responsável por gerar a maior tensão na aba da sapata, sendo desprezível assim a tensão de tração na base da sapata.

3.5.2 Carga excêntrica em ambas as direções

A excentricidade em duas direções ocorre quando a carga não está localizada em cima de nenhum dos eixos principais, Figura 25; por consideração, os momentos atuantes no topo da sapata também serão considerados cargas excêntricas, pois por definição momento é o torque gerado por uma força a uma distância diferente de zero.

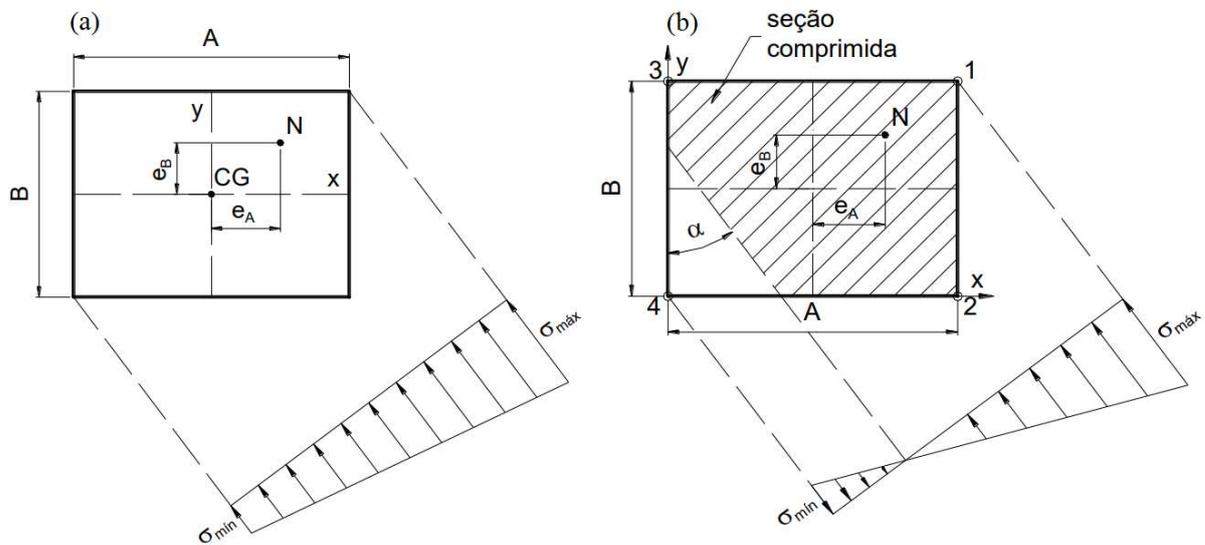
Figura 25 : Carga excêntrica em duas direções.



Fonte: (BASTOS, 2016)

De forma semelhante à excentricidade em uma direção, serão consideradas duas hipóteses, a primeira com a excentricidade dentro do núcleo central (a) e a segunda fora do núcleo (b). As duas hipóteses se diferenciam na forma que as tensões atuam na base da sapata: o caso (a) tem a base toda comprimida havendo momentos máximos e mínimos ambos de compressão, o caso (b) tem regiões em que a base fica tracionada.

Figura 26 : Tensões atuantes na base da sapata.



Fonte: (BASTOS, 2016)

O equilíbrio será obtido através da equação abaixo:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_A \cdot y}{I} \pm \frac{M_B \cdot x}{I}$$

Caso (a), quando $\frac{e_A}{A} + \frac{e_B}{B} \leq \frac{1}{6}$, temos então que:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 + \frac{6e}{A} + \frac{6e}{B} \right) \quad ; \quad \sigma_{min} = \frac{N}{A \cdot B} \left(1 - \frac{6e}{A} - \frac{6e}{B} \right)$$

Caso (b), quando $\frac{e_A}{A} + \frac{e_B}{B} > \frac{1}{6}$, temos então que:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{N}{K_1 \cdot A \cdot B} \quad ; \quad \sigma_{min} = \sigma_4 = K_4 \cdot \sigma_1$$

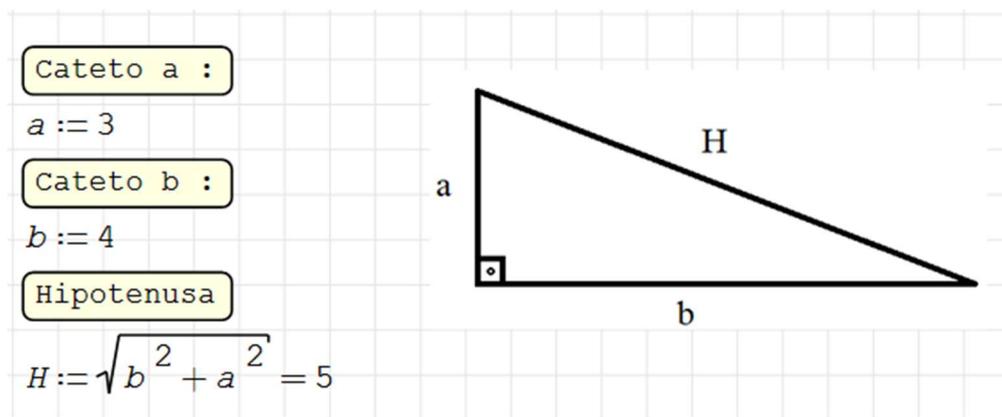
Os coeficientes K1 e K4 são determinados através do ábaco desenvolvido por MONTROYA (1973), anexo 1.

4 METODOLOGIA

4.1 SOFTWARE UTILIZADO

Para o referido trabalho utilizou-se o software russo de computação matemática Smath Solver; um dos fatores que foram decisivos para sua escolha foi a facilidade na sua utilização. Segue na Figura 27 um exemplo trivial da aplicação do Teorema de Pitágoras, para melhor entendimento.

Figura 27 : Exemplo 01.

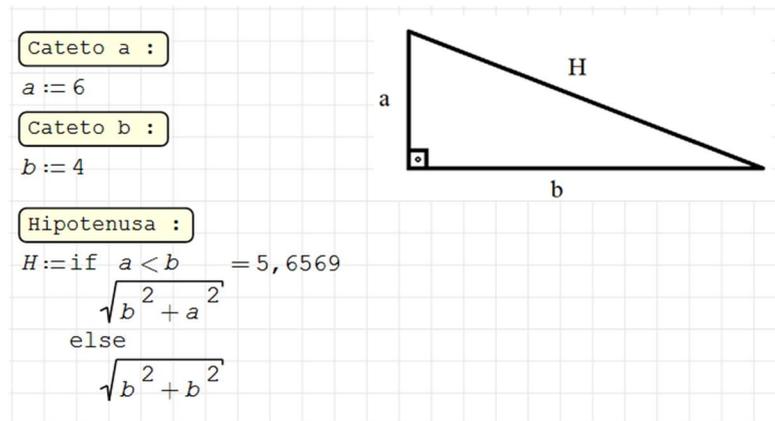


Fonte: Elaborada pelo autor.

No exemplo 01 as variáveis “a” e “b” foram definidas em 3 e 4 respectivamente, já à variável “H”, como pode ser vista na Figura 27, foi atribuída uma função que tem como variáveis os valores já definidos anteriormente, e por fim foi exibido o seu resultado.

Além do processo de resolução matemática, o software também abarca funções de programação, permitindo a criação de condicionantes para a solução e automatização de alguns problemas mais complexos. Tendo em vista o objetivo de desenvolver uma calculadora para o dimensionamento de sapatas rígidas, a possibilidade de inserir funções de programação foi outro ponto considerável para a escolha da plataforma. Segue na Figura 28, exemplo 02, à aplicação da função “if/else”:

Figura 28 : Exemplo 02.

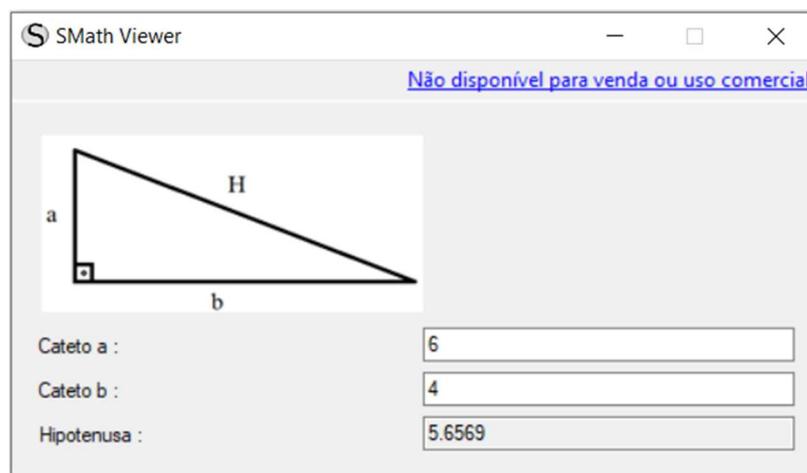


Fonte: Elaborada pelo autor.

No exemplo 02 da Figura 27 criou-se uma condição hipotética de que se o lado “a” não fosse menor que “b”, o triângulo seria considerado de dois lados iguais de tamanho “b”; como a nossa variável “a” não atendeu à condição inicial então a segunda equação condicionante foi utilizada, obtendo o resultado de “H” igual 5,65.

Por fim, a última e não menos importante condição a ser considerada na escolha do software é a facilidade em gerar um arquivo executável diretamente das equações que foram utilizadas para a resolução do problema. O software permite que ao salvar o arquivo, o mesmo seja salvo no formato “arquivo.exe”. Desse modo, as nossas variáveis tornam-se janelas de entrada para a inserção de novos dados, e as variáveis que estão recebendo valores de equações ou de outras variáveis acabam se tornando os dados de saída. Segue o resultado do arquivo executável gerado do exemplo 01, na Figura 29:

Figura 29 : Exemplo do arquivo executável.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Além do mais, ainda é possível inserir textos, adicionar descrição das variáveis, ocultar trechos do código, subdividir o nosso programa em abas, como mostra a Figura 30. Através de plugins também existe a possibilidade de adicionar uma caixa com variáveis, (*Combo box list*), já pré-estabelecidas, como foi utilizado na figura 31, este exemplo foi retirado do próprio arquivo do trabalho, o plugin foi utilizado para a etapa da escolha do diâmetro da barra de aço,

Figura 30 : Subdivisão do programa em abas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 31 : Utilização do plugin *Combo box list*.

$\phi :=$	" ϕ 5.0"	5
	" ϕ 6.3"	6,3
	" ϕ 8.0"	8
	" ϕ 10.0"	10
	" ϕ 12.5"	12,5
	" ϕ 16.0"	16
	" ϕ 20.0"	20
	" ϕ 25.0"	25

Selecione a bitola :

- ϕ 8.0
- ϕ 5.0
- ϕ 6.3
- ϕ 8.0
- ϕ 10.0
- ϕ 12.5

$\phi_s = 8$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como observado, o operador definiu a barra com diâmetro de 8 mm, e já atribuiu o valor selecionado para prosseguir com a equação. Vale ressaltar que o software ainda apresenta uma infinidade de funções, que ficam ainda mais ampliadas com a instalação de plugins; no entanto, essas funções não foram abordadas no trabalho.

4.2 CONSTRUÇÃO DO SOFTWARE

Foram desenvolvidos três arquivos, um para cada condição de carga, todos os três seguiram o mesmo algoritmo lógico. As calculadoras não atuam de forma automática. Após a etapa inicial de entrada de dados é necessário a análise crítica e o retorno do valor desejado para a conclusão das etapas, como mostra a Figura 32. Nesta etapa foi calculada a altura da sapata; no entanto, é necessário a definição da altura executável pelo operador.

Figura 32 : Análise do resultado e definição de valores.

2) - Altura da sapata
Critérios da NBR 6118 para sapata rígida:

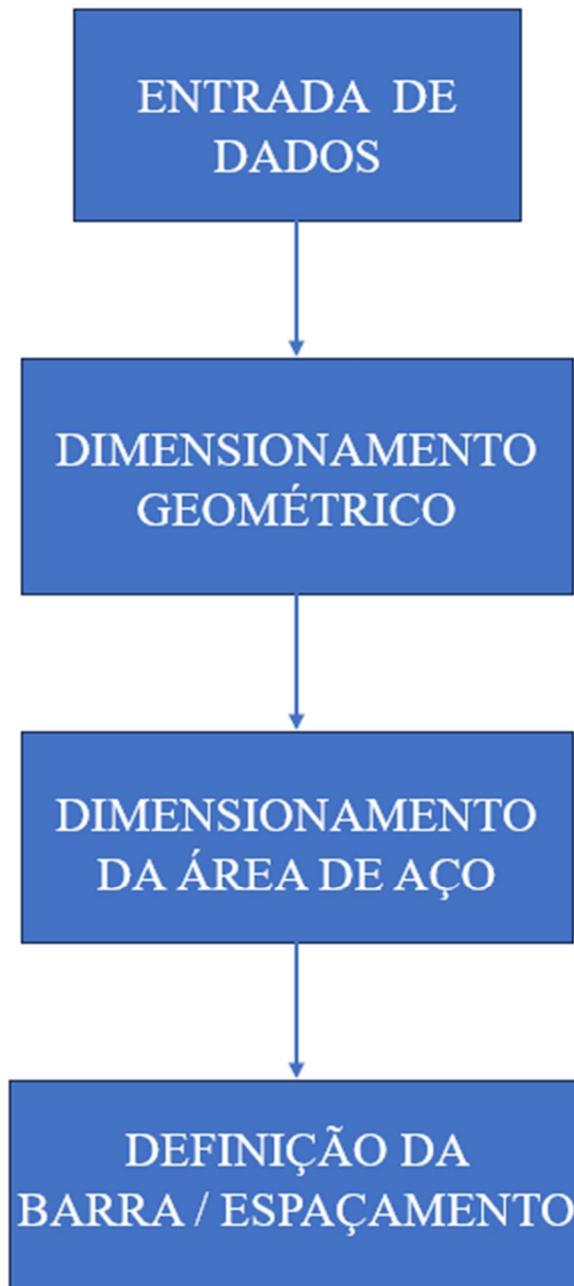
$$h \geq \frac{A - a_p}{3}$$

Altura calculada:	66.6667
Altura da sapata	80

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 33 mostra a estrutura que as três calculadoras seguiram, que foi resumidamente dividida em quatro etapas.

Figura 33: Fluxograma do algoritmo da calculadora.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A primeira etapa é a entrada de dados com: as cargas atuantes, características do solo e coeficientes de segurança, como mostra a Figura 34.

Figura 34 : Entrada de dados

Dimensão (a) do pilar:(m)	0.15
Dimensão (b) do pilar: (m)	0.4
Força normal: (kN)	343
Momento Fletor Mx: (kN.m)	0.9
Momento Fletor My: (kN.m)	1.2
Tensão admissível do solo (kN/m ²)	300
Fator Majorador	1.05

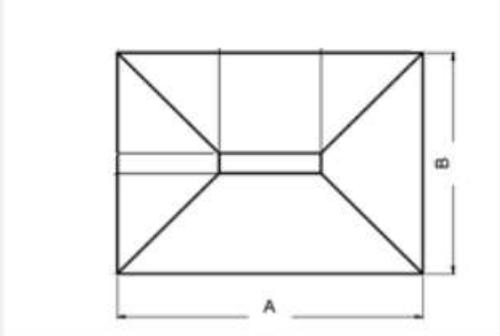
Fonte: Elaborada pelo autor.

A segunda etapa é o cálculo das dimensões da sapata: dimensões em planta e em altura, como mostram respectivamente as Figuras 35 e 36.

Figura 35: Cálculo das dimensões em planta.

1) - Estimativa das dimensões em planta da sapata

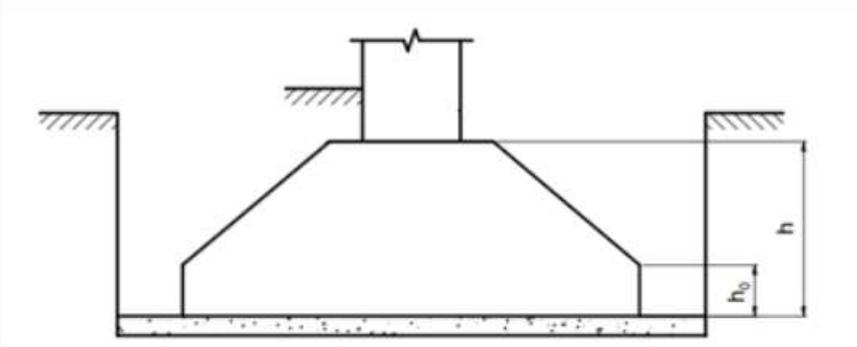
Área da Sapata (m ²)	1.2005
Cálculo da dimensão B: (m)	1.2278
Defina a dimensão B: (m)	1.3
Cálculo da dimensão A: (m)	1.05
Defina a dimensão A: (m)	1.05



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 36 : Cálculo da altura da sapata.

2) - Altura da sapata



Critérios da NBR 6118 para sapata rígida:

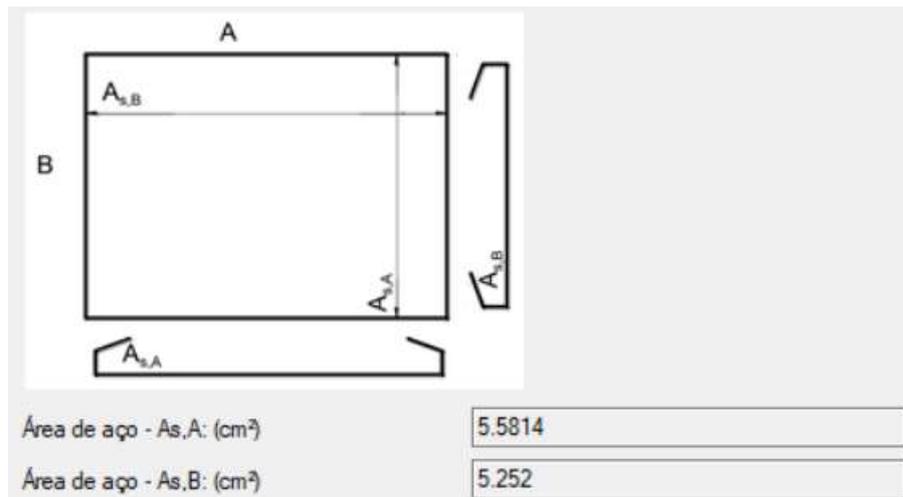
$$h \geq \frac{A - a_p}{3}$$

Altura calculada:(cm)	30
Defina a altura da sapata: (cm)	30

Fonte: Elaborada pelo autor.

A etapa seguinte é o cálculo da área de aço, que difere entre os três arquivos, pois cada um utiliza um método diferente para chegar a quantidade de aço necessária, como mostra a Figura 37. Por último já com a área de aço definida cabe apenas ao operador definir a barra e por consequência o espaçamento adotado, como mostrado anteriormente na Figura 31.

Figura 37 : Cálculo da área de aço



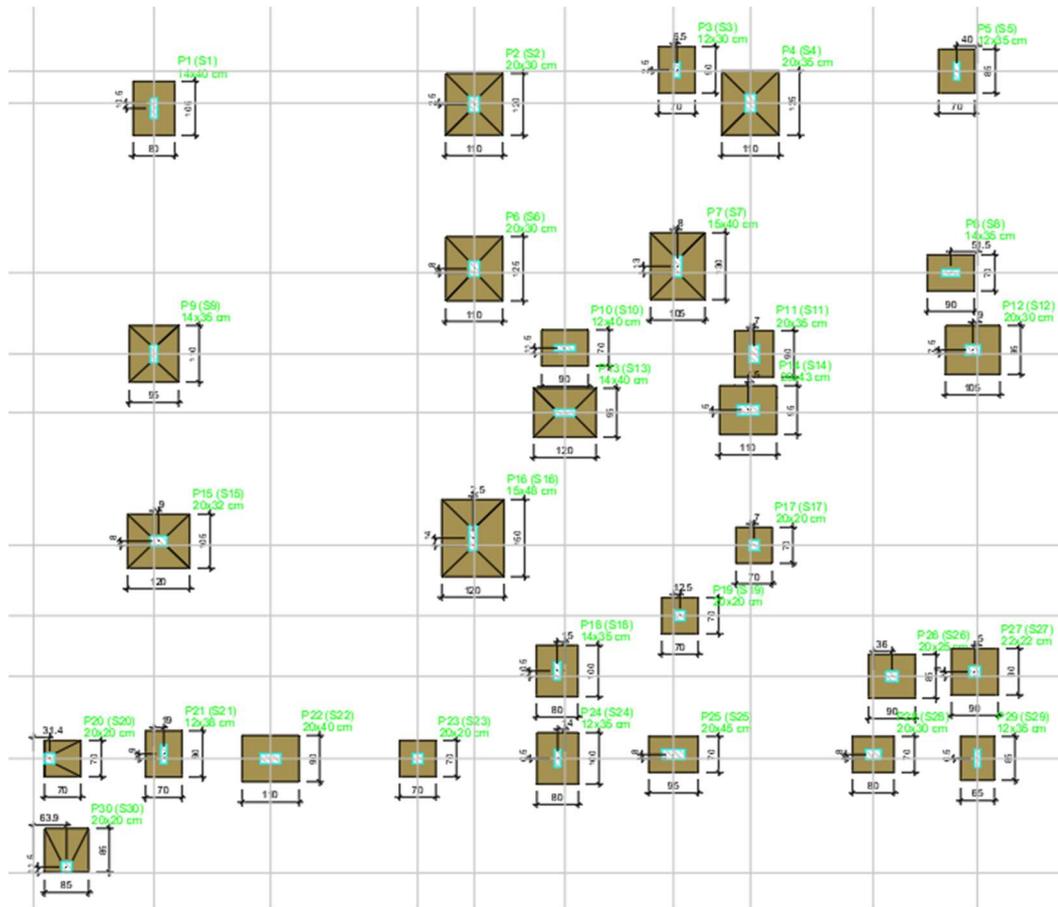
Fonte: Elaborada pelo autor.

5 RESULTADOS

5.1 PROJETO UTILIZADO

O projeto trata-se de uma residência unifamiliar com 450 m² de área construída, distribuída em um subsolo semienterrado, pavimento térreo, 1º pavimento e cobertura, como mostra a Figura 38.

Figura 39: Distribuição das sapatas.

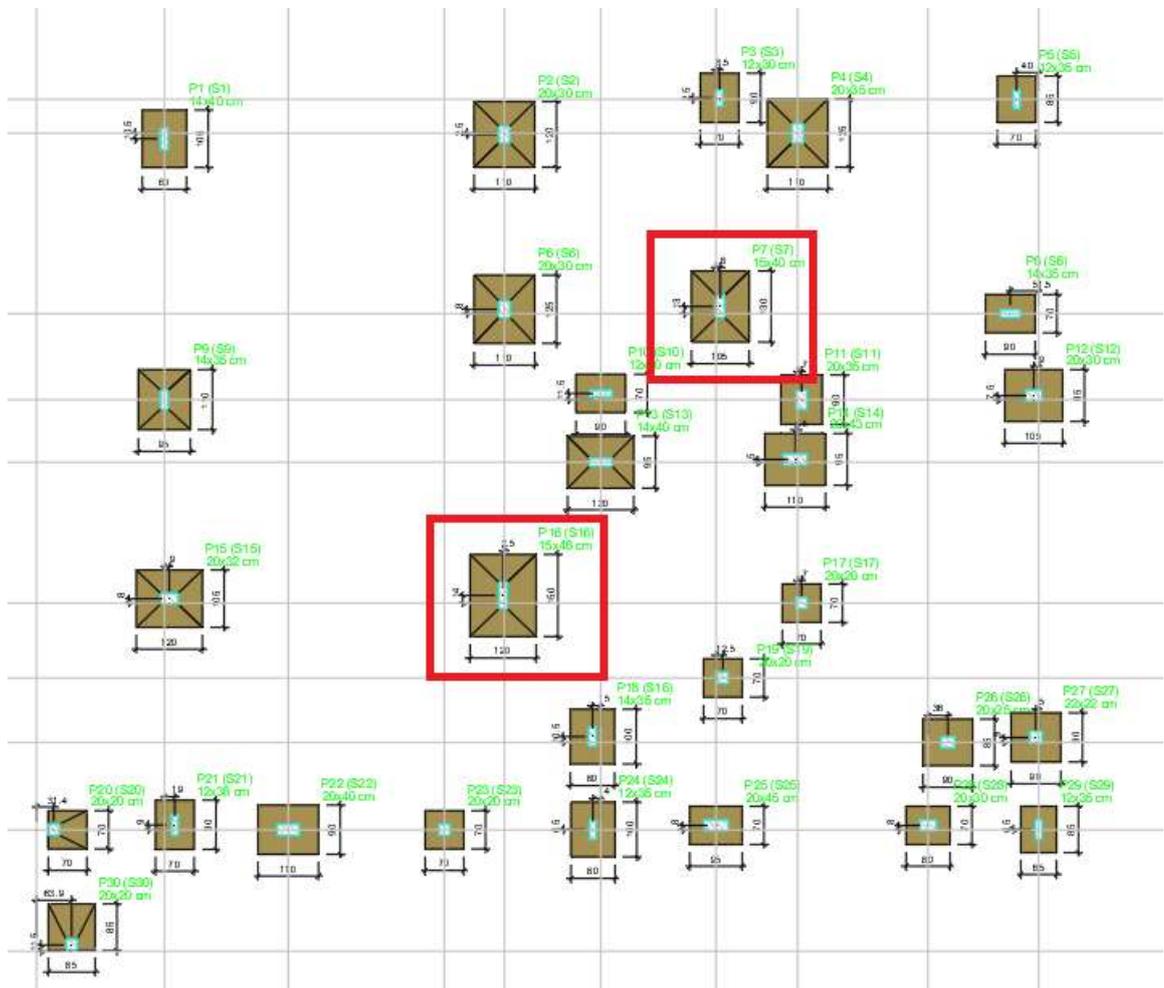


Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2 ESCOLHA DAS SAPATAS

Pelo fato do projeto ser de pequeno porte, o critério utilizado para a escolha das sapatas foi a carga atuante, com a condição de que a mesma não será uma sapata de divisa, pois não abrange o conteúdo do estudo. Foram então selecionadas as duas sapatas com maior carga a S7 e S16, mostradas na Figura 40.

Figura 40: Sapatas escolhidas.

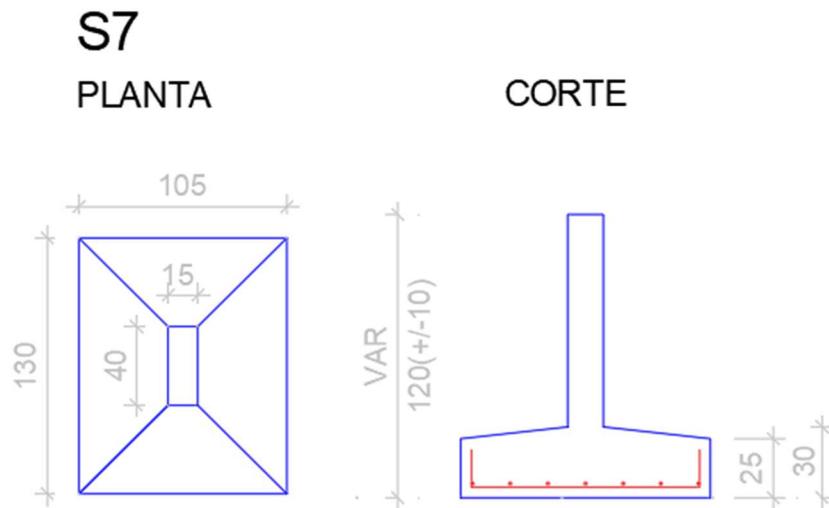


Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3 ANÁLISE DAS SAPATA S7 E S16

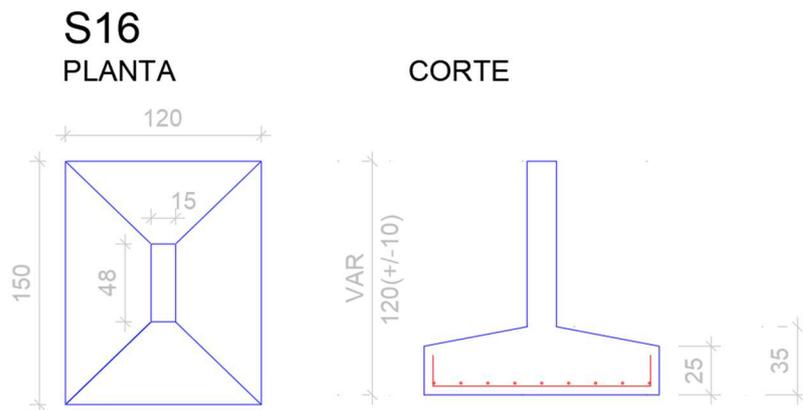
Segue na Figura 41 e Figura 42 o detalhe geométrico das sapatas S7 e S16, respectivamente.

Figura 41: Detalhe S7.



Fonte: Estudo de caso.

Figura 42: Detalhe S16.



Fonte: Estudo de caso.

Verificou-se inicialmente se as sapatas usadas no estudo de caso atendiam à condição de sapata rígida estabelecida pela NBR 6118.

- Sapata S7:

$$30 \geq \frac{105-15}{3} \quad e \quad 30 \geq \frac{130-40}{3}$$

- Sapata S16:

$$35 \geq \frac{150-48}{3} \quad e \quad 35 \geq \frac{120-15}{3}$$

Após validada a condição de sapata rígida, fez-se a transformação das cargas horizontais, mostrada na Tabela 01, em momentos aplicados para possibilitar a entrada de dados na calculadora, mostrados na Tabela 02.

Tabela 01: Cargas atuantes na sapata.

ITEM	CARGA (tf)		Mx Máximo (tf.m)		My Máximo (tf.m)		Fx Máximo (tf)		Fy Máximo (tf)	
	Máxima	Mínima	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo
S7	34,3	19,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,3	0,4	-0,2
S16	45,9	33,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,5	0,8	0,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 02: Entrada de dados.

ITEM	CARGA ATUANTES		
	Nk (kN)	Mx (kN.m)	My (kN.m)
S7	343,00	-0,90	1,20
S16	459,00	-1,75	-4,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observou-se que ao calcular a excentricidade obteve um valor muito próximo de zero nas duas sapatas . Calculou-se então a excentricidade relativa e em seguida através do ábaco (anexo 1) obteve-se o valor de λ_1 tendendo a um.

Tabela 03: Excentricidade relativa da sapata.

ITEM	EXCENTRICIDADE RELATIVA	
	x (m)	y (m)
S7	0,0021	0,0023
S16	0,0033	0,0058

Fonte: Elaborado pelo autor.

Segue na Tabela 04 o resultado comparando o aço adotado em projeto e o aço calculado através da calculadora.

Tabela 04: Comparativo entre o aço de projeto e o calculado.

ITEM	PROJETO	CALCULADO	PROJETO	CALCULADO
	As.x (cm ²)	As.x (cm ²)	As.y (cm ²)	As.y (cm ²)
S7	7,07	5,53	5,50	5,20
S16	8,64	7,02	7,07	6,54

Fonte: Elaborado pelo autor.

A tabela 05 mostra a comparação da quantidade de barras em projeto e calculada:

Tabela 05: Comparativo entre o número de barras de projeto e o calculado.

ITEM	BARRA	PROJETO	CALCULADO	PROJETO	CALCULADO
	ϕ (mm)	Direção X		Direção Y	
S7	10	9	8	7	7
S16	10	11	9	9	9

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÃO

Ao analisar os resultados observou-se valores semelhantes apenas na menor dimensão. Ao converter a área de aço em barras, na direção y, obteve-se a mesma quantidade de barras do projeto; no entanto, na outra direção, ao converter a área de aço em barras não alcançou a área exigida pelo projeto. Na sapata S7 a defasagem foi de 12,5% e na sapata S16 foi de 22,2%. Como não se teve acesso ao memorial de cálculo do dimensionamento da sapata não é possível identificar a causa dessa divergência; foi observado que no resultado obtido os espaçamentos ficaram diferentes nas duas direções da sapata: uma hipótese é que ao dimensionar o projetista optou por utilizar o mesmo espaçamento gerando assim esse excesso de aço na maior dimensão.

No entanto o objetivo do trabalho de criar uma calculadora de dimensionamento de sapatas rígidas foi alcançando. Para fins acadêmicos e de aprendizagem, percebe-se uma grande contribuição pelo fato de o software ser construído com uma linguagem matemática, apresentando assim facilidade a um maior alcance a outros estudantes que venham a baixar o arquivo.

7 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e execução de fundações. NBR 6122, ABNT, 2021, 108p.

CAPUTO, Homero Pinto. Mecânica dos solos e suas aplicações, 6ª edição. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 1988.

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson Rodrigues de Figueiredo. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014, 4ª edição. São Carlos: EdUFSCar, 2014 . ISBN 978-85-7600-356-4.

KNAPPETT, J A.; CRAIG, R F. Craig | Mecânica dos Solos, 8ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2014. *E-book*. ISBN 978-85-216-2703-6. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2703-6/>. Acesso em: 21 fev. 2024.

MONTEIRO, João Victor Santos. Desenvolvimento de aplicação Android para dimensionamento de sapatas rígidas isoladas. 2020. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Universitário Unichristus. Fortaleza, 2020. Disponível em: < <https://repositorio.unichristus.edu.br/jspui/handle/123456789/1071> >. Acesso em 14/02/2024.

PINTO, Carlos de Souza. Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas, 3ª edição. São Paulo : Oficina de Textos.

SILVA, E.L. Análise dos métodos estruturais para a determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), São Carlos, EESC-USP, 1998.

RELVAS, Tony Jordão. Análise de dimensionamento de fundações superficiais baseados em modelos de escoras e tirantes. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Coimbra, FCTUC-Faculdade de Ciências e Tecnologia.

ANEXO 1

