UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CT – CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RENAN CORDEIRO AZEVEDO DE MORAES

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESPECIAIS DE CONCRETO PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

João Pessoa/PB
2024

RENAN CORDEIRO AZEVEDO DE MORAES

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESPECIAIS DE CONCRETO PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação de Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Dr. José Marcílio Filgueiras Cruz.

João Pessoa/PB

2024

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M827d Moraes, Renan Cordeiro Azevedo de.
Dimensionamento de elementos especiais de concreto pelo método de bielas e tirantes / Renan Cordeiro Azevedo de Moraes. - João Pessoa, 2024.
66 f. : il.

Orientação: José Marcílio Filgueiras Cruz.
TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Estruturas. 2. Concreto Armado. 3. Bielas e Tirantes. 4. CAST. 5. Elementos Especiais de Concreto. I. Cruz, José Marcílio Filgueiras. II. Título.

UFPB/CT/BSCT CDU 62(043.2)

Elaborado por ONEIDA DIAS DE PONTES - CRB-15/198

FOLHA DE APROVAÇÃO

RENAN CORDEIRO AZEVEDO DE MORAES

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESPECIAIS DE CONCRETO PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

Trabalho de Conclusão de Curso em 30/04/2024 perante a seguinte Comissão Julgadora:

JOSÉ MARCÍLIO FILGUEIRAS CRUZ — APROVADO

José Marcílio Filgueiras Cruz
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO

Ângelo Vieira Mendonça
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO

Givanildo Alves de Azeredo
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

CamScanner

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo apoio fornecido, em especial à minha mãe, com a qual compartilho o cotidiano, tristezas e alegrias da vida.

À minha irmã, Rebecca, pelo apoio e carinho.

Aos ótimos professores que tive ao longo da minha jornada, em especial meu orientador e os membros componentes da banca avaliadora: Dr. José Marcílio Filgueiras Cruz, Dr. Ângelo Vieira Mendonça e Dr. Givanildo Alves de Azeredo.

Aos amigos e colegas de curso, que amenizaram as dificuldades do processo e tornaram o dia a dia mais agradável, especialmente Isis, pessoa que mais me apoiou nesse caminho.

Aos meus amigos que viraram irmãos de coração, Matheus, Pedro e Neto.

‘Percebo que podemos controlar nossas ideias, que não são nada, mas não nossos sentimentos, que são tudo.’ - Jean-Luc Godard.

RESUMO

O presente trabalho se propõe a apresentar uma explicação detalhada do Modelo de Bielas e Tirantes (MBT), abordando seu histórico, princípios e aplicações. O método em questão é bastante eficaz no dimensionamento de elementos estruturais, principalmente daqueles chamados “elementos especiais”, que possuem algum tipo de descontinuidade, seja geométrica ou estática. Tais elementos são de difícil análise, pois a hipótese de Bernoulli (seções planas) não pode ser aplicada, e a NBR 6118:2023 aconselha a aplicação do MBT para dimensioná-los, são eles: vigas-parede, sapatas rígidas, nós de pórtico, consolos curtos e blocos sobre estacas são alguns exemplos de elementos especiais. Além disso, o trabalho mostra o dimensionamento de 3 estruturas do tipo, com o auxílio do software CAST (*Computer Aided Strut and Tie*).

Palavras-chave: Estruturas. Concreto Armado. Bielas e Tirantes. CAST. Elementos Especiais de Concreto.

ABSTRACT

The present work aimed to provide a detailed explanation of the Strut-and-Tie Model (STM), addressing its history, principles, and applications. The method in question is highly effective in the design of structural elements, particularly those termed "special elements," which exhibit some form of discontinuity, either geometric or static. Such elements are challenging to analyze because the Bernoulli hypothesis (plane sections) cannot be applied, and NBR 6118:2023 advises the application of STM to design them. Examples of special elements include wall-beams, rigid footings, portal joints, short brackets, and pile caps. Additionally, the work conducts the design of four structures of this type, with the aid of the CAST software (Computer Aided Strut and Tie).

Key-words: Structures. Reinforced Concrete. Strut and Tie. CAST. Special concrete elements.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Analogia de treliça 16
Figura 2 – Exemplos de regiões com descontinuidades geométricas (a, c, e) e estáticas (b, d, f) 17
Figura 3 – Aplicação do Princípio de Saint - Venant 18
Figura 4 – Divisão de uma estrutura em regiões “B” e “D” 18
Figura 5 – Representação do MBT em uma viga parede 21
Figura 6 – Exemplo de MBT de viga-parede (método de caminhamento de cargas) 22
Figura 7 – Caminhamento de cargas com a “Volta em U” 23
Figura 8 – Análise elástica de uma viga parede e MBT equivalente 24
Figura 9 – MBT padronizado para vigas parede em diversos tipos de carregamento 24
Figura 10 – MBT padronizado para nós de pórtico sob atuação de momento fletor 25
Figura 11 – MBT padronizado de zonas de ancoragem 25
Figura 12 – MBT de uma viga parede a partir de análise do padrão de fissuração 25
Figura 13 – Comparação entre um “bom” modelo e “mau” modelo 27
Figura 14 – Fluxograma da aplicação do MBT 28
Figura 15 – Distribuição de tensões radial 30
Figura 16 – Distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento 31
Figura 17 – Distribuição de tensões paralelas 31
Figura 18 – Diferença entre nó singular e nó contínuo 35
Figura 19 – Classificação das zonas nodais 36
Figura 20 – Nó N1 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 37
Figura 21 – Nó N2 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 38
Figura 22 – Nó N3 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 38
Figura 23 – Nó N4 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 39
Figura 24 – Nó N5 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 39
Figura 25 – Nó N6 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 40
Figura 26 – Nó N7 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 40
Figura 27 – Nó N8 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 41
Figura 28 – Nó N9 segundo Schlaich e Schäfer (1991) 41
Figura 29 – Altura necessária para ancoragem dos tirantes. (a) Tirante único; (b) Camadas de tirantes 44
Figura 30 – Armadura para controle de fissuração 45

Figura 31 – Modelo de bielas e tirantes para um consolo curto 47
Figura 32 – Modelo de bielas e tirantes para um dente Gerber 47
Figura 33 – Viga-parede proposta 49
Figura 34 – MBT proposto para viga-parede estudada 50
Figura 35 – Disposição de armaduras em viga-parede 53
Figura 36 – MBT da viga-parede no programa CAST 53
Figura 37 – Esforços atuantes e capacidade resistiva dos elementos do MBT da viga-parede 54
Figura 38 – Consolo curto proposto 54
Figura 39 – MBT proposto para consolo curto 55
Figura 40 – Detalhe do MBT para consolo curto 56
Figura 41 - Modelo de bielas e tirantes gerado 57
Figura 42 – Disposição de armaduras em um consolo curto 59
Figura 43 – MBT gerado no software *CAST* 59
Figura 44 – Sapata proposta 60
Figura 45 – MBT para sapatas 61
Figura 46 – Armadura em sapata 62

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Valores referenciados para ângulo entre bielas e tirantes..... 36
Tabela 2 – Valores de esforços admissíveis em cada biela de compressão da viga-parede 51
Tabela 3 – Capacidade resistiva das zonas nodais 52
Tabela 4 – Cálculo das áreas de aço nos tirantes..... 52
Tabela 5 – Comparação entre valores calculados e valores obtidos nas referências..... 63

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13

1.1 OBJETIVOS 13

1.1.1 Objetivo Geral 13

1.1.2 Objetivos Específicos 14

2 METODOLOGIA 15

3 MODELO DE BIELAS E TIRANTES (MBT) 16

3.1 HISTÓRICO 16

3.2 REGIÕES "B" E "D" 17

3.2.1 Dificuldades no dimensionamento das regiões "D" 18

3.3 DEFINIÇÃO DA TOPOLOGIA DO MBT 20

3.3.1 Método do caminhamento de cargas 21

3.3.2 Análise Elástica 23

3.3.3 Modelos padronizados 24

3.3.4 Observação experimental 25

3.4 OTIMIZAÇÃO DO MODELO 26

3.5 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DO MODELO 27

4 APLICAÇÃO DO MODELO 30

4.1 DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS, TIRANTES E NÓS 30

4.1.1 Bielas 30

4.1.1.1 Parâmetros de resistência da biela comprimida 32

4.1.2 Zonas nodais 34

4.1.2.1 Tipos fundamentais de nós 34

4.1.2.2 Parâmetros de resistência das zonas nodais 36

4.1.3 Tirantes 42

4.1.3.1 Ancoragem das armaduras 43

4.1.3.2 Armadura de controle de fissuração 44

4.2 MODELO DE BIELAS E TIRANTES NA NBR 6118:2023 45

5 APLICAÇÃO DO MBT EM EXEMPLOS PRÁTICOS 49

5.1 VIGA-PAREDE 49

5.2 CONSOLO CURTO 54

5.3 SAPATA RÍGIDA 60

6 CONCLUSÃO 64

1 INTRODUÇÃO

Para o dimensionamento de elementos estruturais lineares, é comum utilizar-se o procedimento relativo à teoria da flexão, no qual assume-se a hipótese de Bernoulli e a distribuição linear de tensões e deformações ao longo da seção transversal. Esse método é bastante eficaz para o cálculo de elementos que são essencialmente unidimensionais, ou seja, possuem uma alta relação vão-altura. Em casos contrários, esse modelo pode não ser apropriado, já que a hipótese não descreveria corretamente o comportamento dessa região estrutural, fazendo-se necessário uma análise bidimensional. Se enquadram nessa situação as vigas paredes, consolos curtos, blocos sobre estacas e sapatas rígidas. Esse modelo também possui deficiência no dimensionamento de elementos com algum tipo de descontinuidade geométrica, como: furos em vigas, dentes Gerber, nós de pórticos e vigas com altura variável. A NBR 6118:2023 classifica esses tipos de peças estruturais como "Elementos Especiais". Geralmente, esses elementos não são dimensionados com tanta precisão, levando-se muito em consideração experiências anteriores do engenheiro calculista, o que pode levar a erros e obscuridades acerca do dimensionamento.

A justificativa deste trabalho é a de apresentar o Modelo de Bielas e Tirantes (MBT), que é um método preciso para o dimensionamento dos chamados "elementos especiais". Segundo Santos (2006, p. 1), esse modelo tem como principais vantagens: a capacidade de proporcionar uma melhor visualização do comportamento da estrutura, podendo-se verificar mais claramente a distribuição das tensões e identificar as suas regiões mais solicitadas, além de poder ser utilizado em toda estrutura, seja nas regiões que possuem descontinuidade ou não.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como principal objetivo fazer uma explanação acerca do Modelo de Bielas e Tirantes, explicitando sua origem, princípios, aplicações e o que as normas dispõem sobre esse modelo. Também será feito o dimensionamento de alguns exemplos de elementos especiais através desse método.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar um estudo abrangente acerca do Modelo de Bielas e Tirantes, elucidando sua origem, princípios e aplicações, baseado em diversas referências e códigos/normas;
- Mostrar exemplos da modelagem de estruturas pelo Método de Bielas e Tirantes;
- Dimensionar elementos especiais de concreto a partir do MBT com o auxílio do software *CAST (Computer Aided Strut and Ti*e), obtendo as tensões atuantes em cada membro e verificando se a estrutura é capaz de resistir, calculando as áreas de aço necessárias, sem detalhar suas armaduras.

2 METODOLOGIA

Primeiramente, é feita uma revisão bibliográfica acerca do Método de Bielas e Tirantes, apresentando todos os princípios que o regem, a importância do seu uso e sua aplicabilidade.

Em seguida, é apresentada a aplicação do método, com a ilustração de modelos e parâmetros de resistência dos seus componentes (bielas, tirantes e nós) já reconhecidos historicamente. Para este trabalho, tomou-se de base principalmente: Schlaich e Schäfer (1991), o CEB-FIP Model Code (1990), o EUROCODE 2 (1999) e a NBR 6118:2023. Todas essas literaturas são consagradas e de grande confiabilidade na área.

Finalmente, é feito o dimensionamento de 3 estruturas especiais (viga-parede, consolo curto e sapata rígida) através do MBT e das normas que regem o dimensionamento desses tipos de estrutura. O software *CAST* é utilizado principalmente como uma ferramenta visual, ilustrando como funciona o modelo dentro da estrutura e as tensões atuantes em cada componente.

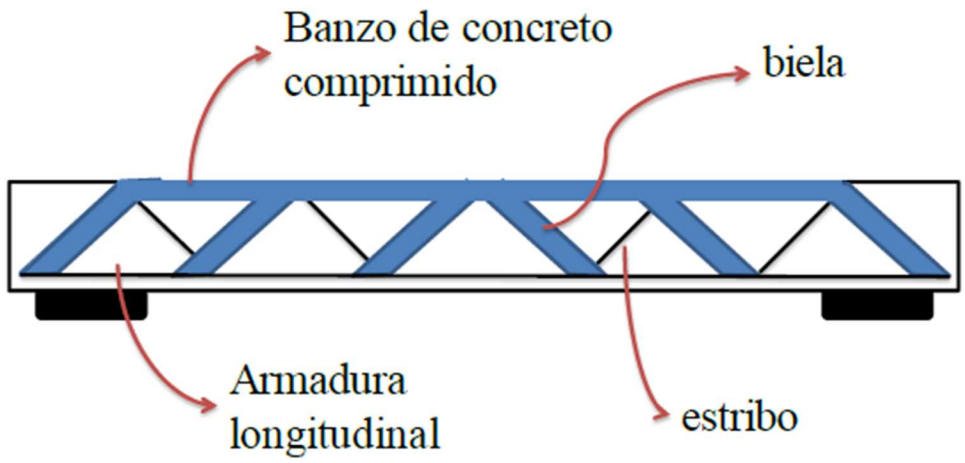
3 MODELO DE BIELAS E TIRANTES (MBT)

As bielas e tirantes são representações discretas dos campos de tensões resultantes dos carregamentos aplicados e condições de contorno existentes dentro dos elementos estruturais de concreto armado. Os campos de tensões de compressão serão então idealizados através das bielas e os campos tensionais de tração pelos tirantes. Os encontros existentes entre as bielas, tirantes e/ou cargas atuantes (ações ou reações) são denominados nós (Pantoja, 2012, p.27).

3.1 HISTÓRICO

A ideia desse modelo foi concebida no início do século XX, por Ritter (1899) e Mörsch (1909), e foi denominado de "Analogia de treliça de Mörsch". Essa analogia faz uma comparação entre uma viga de concreto armado fissurada e uma treliça de banzos paralelos (Figura 1).

Figura 1 – Analogia de treliça



Fonte: Santos, 2014, p. 49

A partir daí, um estudo desenvolvido por Schlaich et al (1987) foi capaz de generalizar o modelo, estendendo sua aplicação para outros tipos de elementos estruturais, como vigas parede, consolos curtos, blocos sobre estacas, sapatas de fundação e outros. Esse método ficou conhecido como Modelo de Bielas e Tirantes (MBT).

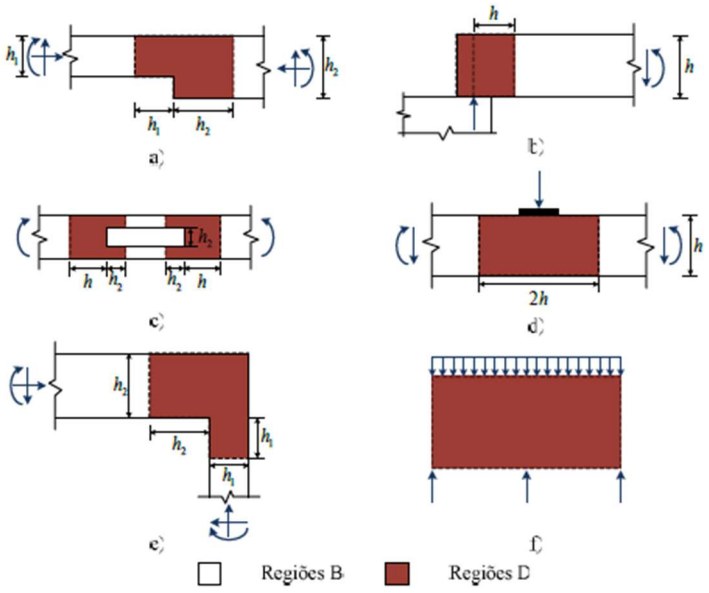
3.2 REGIÕES “B” E “D”

Como já citado anteriormente, a aplicabilidade do MBT se dá principalmente em elementos estruturais que apresentam algum tipo de descontinuidade, que são chamados de “especiais”. Sendo assim, para a concepção inicial do modelo, deve-se dividir a estrutura em regiões “B” e “D”.

Segundo Schlaich e Schäfer (1991, p. 113), as regiões “B” são consideradas contínuas, ou seja, nelas são válidas as hipóteses de Bernoulli (seção plana), onde uma distribuição linear de deformações pode ser adotada ao longo da seção transversal. As tensões nessas regiões podem ser calculadas através da teoria da flexão ou pela analogia clássica de treliça.

Já nas regiões “D”, essas hipóteses não são válidas, isso pode acontecer pela presença de uma descontinuidade geométrica (mudança brusca de geometria, aberturas, nó de pórtico) ou estática (atuação de cargas concentradas). A Figura 2 ilustra diferentes exemplos de descontinuidade:

Figura 2 – Exemplos de regiões com descontinuidades geométricas (a, c, e) e estáticas (b, d, f)

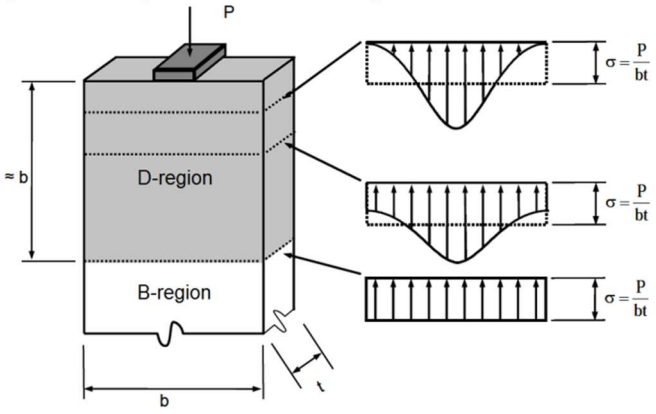


Fonte: Pantoja, 2012, p. 28.

Segundo Schlaich e Schäfer (1991, p. 114), a divisão entre regiões B e D não precisa de tanto rigor, basta aplicar o Princípio de Saint - Venant, que afirma que há uma região definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da seção transversal do elemento carregado, na qual ocorre a regularização das tensões. Sendo assim, basta assumir uma

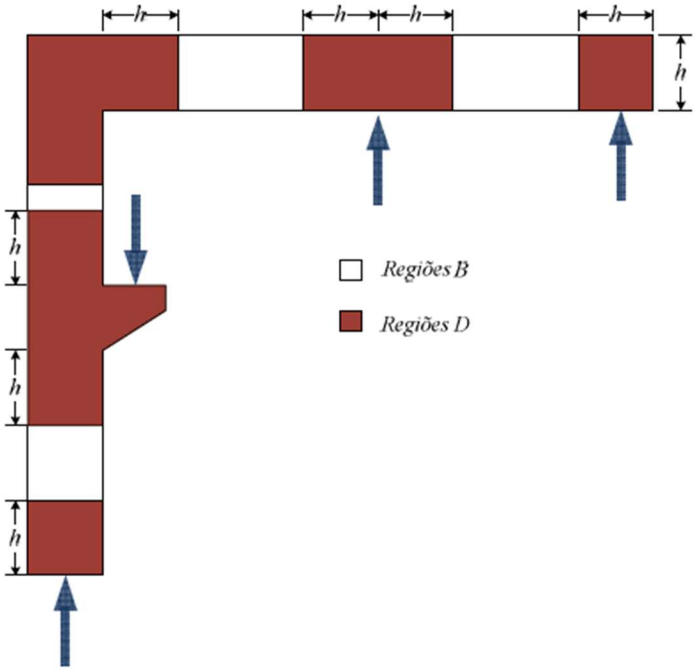
distância *h* da descontinuidade ou carga concentrada, a partir daí seria o início de uma região B. A Figura 3 ilustra o Princípio de Saint – Venant e a Figura 4 mostra a divisão de uma estrutura em regiões B e D a partir do método descrito.

Figura 3 – Aplicação do Princípio de Saint - Venant



Fonte: Carvalho, 2017, p. 19.

Figura 4 – Divisão de uma estrutura em regiões “B” e “D”



Fonte: Pantoja, 2012, p. 29.

3.2.1 Dificuldades no dimensionamento das regiões “D”

As regiões “D” apresentam algum tipo de descontinuidade, podendo ser geométrica ou estática. Esse fato implica em uma maior dificuldade no dimensionamento desses elementos, já que são poucos métodos que podem ser aplicados, muitas vezes

sendo calculados a partir de experiências anteriores do engenheiro calculista. A NBR 6118:2023, na seção 22, recomenda a utilização do método de bielas e tirantes para dimensionamento desses elementos especiais. Além disso, em estudo realizado por Aguiar (2018), foram analisados alguns desses elementos e comparados seus dimensionamentos feitos à mão pelo MBT e os feitos com o auxílio do software CAD/TQS (2017), os resultados são descritos a seguir.

a. Viga com abertura: o CAD/Vigas do TQS dimensiona e detalha automaticamente aberturas retangulares e circulares em vigas, analisando os esforços em uma seção situada no meio da abertura, com base nos critérios de viga “vierendeel”, levando a um esquema não simétrico de armaduras. Apesar disso, não são atendidas as condições de equilíbrio de forças internas, sendo recomendado então uma análise manual através do MBT;
b. Viga com variação de altura: o CAD/Vigas do TQS não permite a variação da seção no vão, gerando um aviso de classe grave durante o processamento, o cálculo deve ser feito manualmente;
c. Viga com carga concentrada próxima ao apoio: o CAD/Vigas não detalha armaduras verticais e horizontais necessárias para combater as tensões de tração que surgem devido à carga concentrada próxima ao apoio, estas devem ser calculadas manualmente e acrescentadas;
d. Vigas com cargas indiretas (cruzamento de vigas): o CAD/Vigas do TQS permite considerar o cruzamento entre vigas, porém fica a critério do projetista definir qual viga irá receber a carga nos cruzamentos, uma decisão errada do projetista levará a uma consideração incorreta por parte do programa;
e. Vigas paredes: o CADTQS reconhece uma viga parede, porém a calcula como uma viga comum, resultando em armaduras elevadas sem necessidade estrutural. Recomenda-se utilização do MBT;
f. Consolos curtos: o TQS PREO (módulo para estruturas pré-moldadas), apresenta um dimensionamento específico para consolos curtos. Porém em edifícios de concreto moldado “in loco”, o CAD/TQS emite um aviso de classe leve de que o consolo não é uma viga em balanço. O cálculo deve ser feito manualmente pelo MBT;

g. Transição de pilares (variação de seção entre os pavimentos): o CAD/Pilar permite variar a seção de pilares entre pavimentos, dimensionando e detalhando cada lance separadamente. É emitida mensagem de alerta nos desenhos de armadura onde ocorre a variação da seção, ficando à cargo do engenheiro dimensionar e detalhar a região de descontinuidade manualmente;
h. Aberturas em lajes: o CAD/Lajes não detalha armaduras de reforço no contorno de pequenas aberturas conforme proposto pela NBR 6118, sendo necessário acrescentá-las manualmente;
i. Blocos sobre estacas: o CAD/Fundações calcula os blocos pelo método de bielas e tirantes, aplicando os critérios de Blevot. Os esforços são calculados considerando-se um pilar quadrado centralizado, sendo necessário utilizar um artifício de pilar quadrado equivalente, o que não assegura a precisão de cálculo. O sistema ainda apresenta coeficientes de segurança adicionais que podem conduzir a uma armadura antieconômica. Cabe ao projetista analisar esses detalhes para se obter o dimensionamento e detalhamento mais adequado;
j. Sapata rígida: o CAD/Fundações majora os esforços em 1,2 e não os calcula pelo MBT.

Tendo em vista tais resultados, concluiu-se que o dimensionamento e detalhamento das chamadas regiões ou elementos especiais constitui um problema muito grave do software, muitas vezes ficando a cargo do engenheiro projetista realizar o cálculo manualmente. Esse fato reforça a importância do conhecimento do método de bielas e tirantes, que é fundamental para realizar o cálculo desses elementos estruturais.

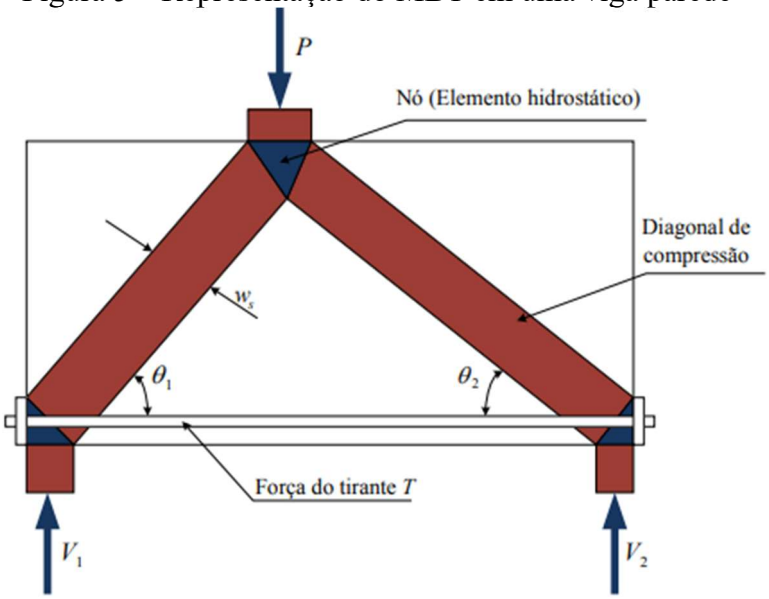
3.3 DEFINIÇÃO DA TOPOLOGIA DO MBT

De modo geral, a definição do MBT equivalente de uma estrutura baseia-se em sua geometria, ações e reações externas atuantes e o fluxo de tensões em seu interior. A idealização do modelo topológico também pode ser feita a partir do fluxo de tensões elásticas e suas direções principais oriundas de análise elástica (Pantoja, 2012, p. 32).

Ainda segundo Pantoja (2012), as bielas e tirantes devem ser dispostas de tal maneira que os centros de gravidade de cada elemento da treliça juntamente com a linha

de ação das forças atuantes coincidam em cada nó, essa exigência é responsável por limitar a largura das bielas. Além disso, o número de camadas de armadura e o cobrimento adotado também influenciarão na determinação das regiões nodais, como na Figura 5:

Figura 5 – Representação do MBT em uma viga parede



Fonte: Pantoja, 2012, p. 32.

A partir disso, a escolha desse modelo pode ser obtida de diversas maneiras, as quais serão discutidas a seguir.

3.3.1 Método do caminhamento de cargas

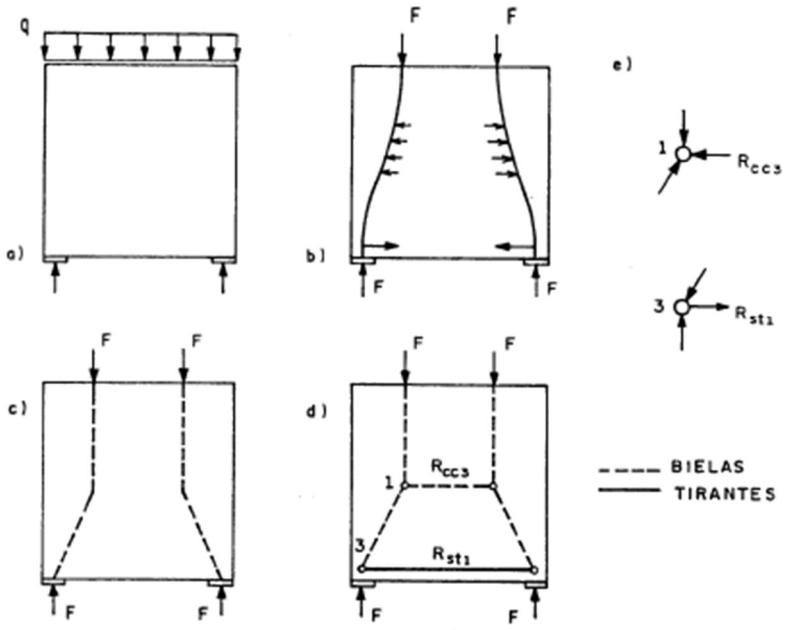
O método de caminhamento propõe o desenvolvimento de uma topologia a partir da análise do fluxo de cargas ao longo da estrutura. Para isso, deve-se ter conhecimento de todas ações e reações atuantes no elemento e suas condições de contorno.

Caso haja a presença de carregamentos distribuídos no contorno da região, este deve ser substituído por carregamentos concentrados equivalentes, de tal modo que resulte em uma reação de mesma magnitude no outro lado da região e que possam ser conectados por caminhos de carga que não se cruzam e que percorrem o caminho mais curto possível. O aparecimento de curvas no caminhamento de cargas pode significar concentração de tensões. Após ter desenhado todos os caminhos de carga, eles são substituídos por polígonos equivalentes, que serão divididos em bielas e tirantes, também se faz necessário a adição de eventuais bielas e tirantes que garantam o equilíbrio nos nós. As bielas são representadas por linhas tracejadas e os tirantes por linhas preenchidas. (Schlaich e

Schäfer, 1991, p. 114; Silva e Giongo, 2000, p. 23-24). A Figura 6 apresenta um exemplo de MBT obtido através do método de caminhamento de cargas em uma viga parede.

Figura 6 – Exemplo de MBT de viga-parede (método de caminhamento de cargas)

a) Representação da estrutura e cargas atuantes;
b) Caminhamento das cargas através da estrutura;
c) Polígono equivalente;
d) Modelo de biela e tirante equivalente;
e) Equilíbrio nos nós.



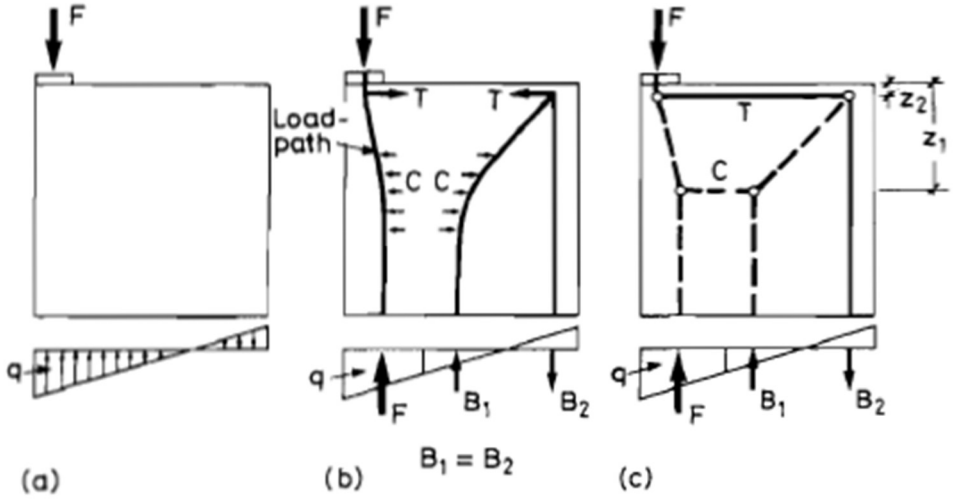
Fonte: Silva e Giongo, 2000, p. 24.

Vale destacar que estruturas com geometria semelhante podem apresentar um comportamento completamente diferente, devido à diferença nos carregamentos, acarretando modelos equivalentes distintos. Isso demonstra que apenas a geometria da estrutura não é capaz de descrever seu comportamento.

Em alguns casos, as cargas e tensões atuantes não são completamente balanceadas com o caminho de cargas adotado, fazendo com que a força percorra uma “volta em U”, entrando e saindo da estrutura pelo mesmo lado (Schlaich e Schäfer, 1991, p. 114). Um exemplo é mostrado na Figura 7:

Figura 7 – Caminhamento de cargas com a “Volta em U”

f) Representação da estrutura e cargas atuantes;
g) Caminhamento das cargas através da estrutura;
h) Modelo de biela e tirante equivalente.

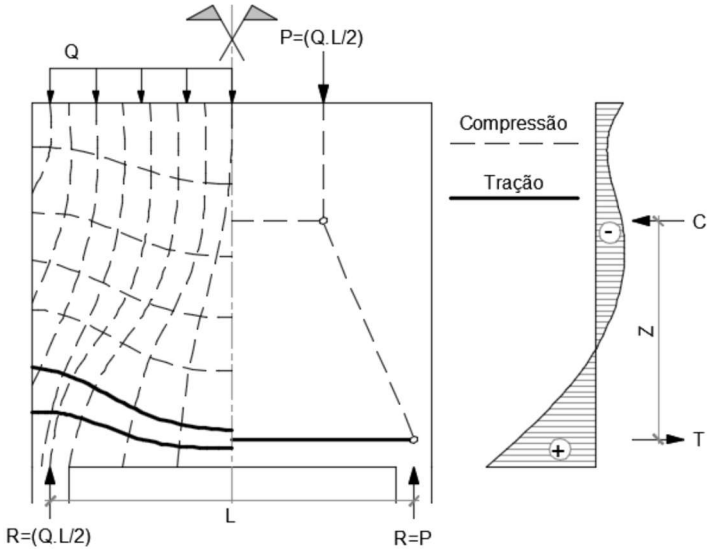


Fonte: Schlaich e Schäfer, 1991, p. 114.

3.3.2 Análise Elástica

Outra opção na obtenção de um modelo de bielas e tirantes seria realizar uma análise elástica da estrutura, obtendo-se as tensões elásticas e suas direções principais. Essa análise pode ser feita através de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). As direções das bielas e tirantes seriam definidas de acordo com a direção média e principal das tensões de compressão e tração, ou então a partir do centro de gravidade dos diagramas de tensão. Além disso, o ângulo entre bielas e tirantes, especialmente nos pontos em que possuem concentração de cargas, deve ser maior que 45º (o valor ótimo seria de 60º), para evitar problemas de compatibilidade (Schlaich e Schäfer, 1991, p. 114). A Figura 8 ilustra um MBT obtido a partir de uma análise elástica:

Figura 8 – Análise elástica de uma viga parede e MBT equivalente

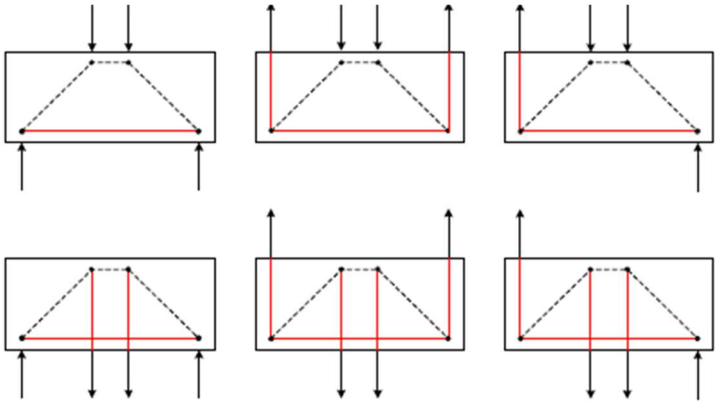


Fonte: Aguiar, 2018, p. 5.

3.3.3 Modelos padronizados

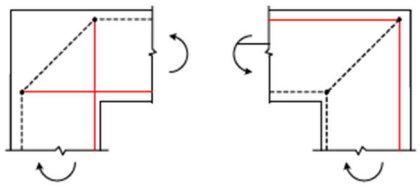
Conforme discutido anteriormente, a modelagem pelo método de bielas e tirantes depende bastante de sua geometria e ações no entorno. Apesar disso, vários estudos e normas se propuseram a formular alguns modelos de algumas estruturas que são mais utilizadas, como é demonstrado a seguir (Figuras 9, 10 e 11).

Figura 9 – MBT padronizado para vigas parede em diversos tipos de carregamento



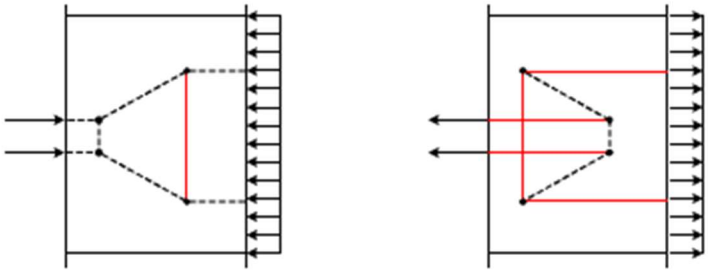
Fonte: CEB - FIP, 2010, p. 55.

Figura 10 – MBT padronizado para nós de pórtico sob atuação de momento fletor



Fonte: CEB - FIP, 2010, p. 55.

Figura 11 – MBT padronizado de zonas de ancoragem

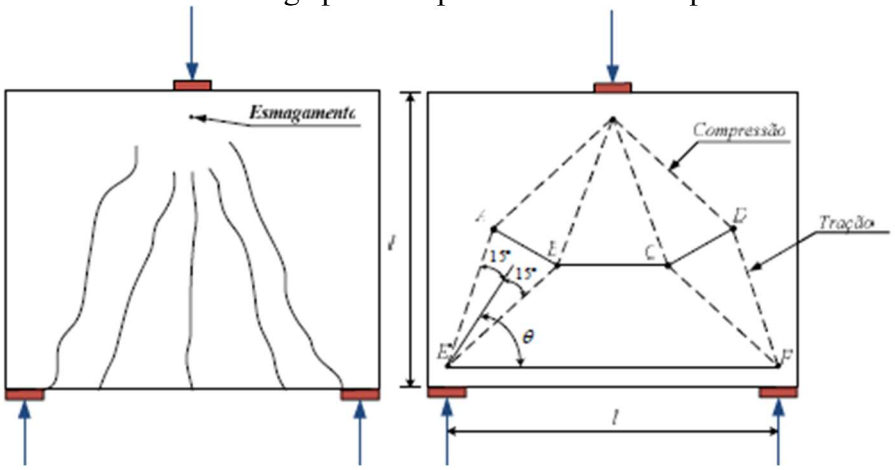


Fonte: CEB - FIP, 2010, p. 55.

3.3.4 Observação experimental

Também é possível definir um MBT a partir da análise do padrão de fissuração de um elemento estrutural quando submetido a ensaios, já que as fissuras normalmente são paralelas às bielas comprimidas de concreto e perpendiculares aos tirantes tracionados (Schlaich et al, 1987). Um exemplo dessa formulação é visto na Figura 12.

Figura 12 – MBT de uma viga parede a partir de análise do padrão de fissuração



Fonte: Pantoja, 2012, p. 4.

"Na prática, no entanto, é difícil ou mesmo impossível a obtenção de uma topologia compatível tanto para modelos simples quanto complexos com esse tipo de metodologia" (Yindeesuk, 2009, apud Pantoja, 2012, p. 40).

3.4 OTIMIZAÇÃO DO MODELO

A modelagem fornece ao projetista liberdade para escolher qual modelo utilizar, visando economia e desempenho, podendo acontecer de se chegar a mais de um modelo possível, gerando dúvida em qual seria o modelo ótimo. Nesses casos, segundo Schlaich et al (1987, p. 95), o projetista deve levar em consideração que as cargas "escolhem" o caminho que ocasionará menores tensões e deformações, e já que os tirantes de armaduras são mais deformáveis que as bielas de concreto, o modelo que possuir menos ou menores tirantes será o melhor. Esse critério simples pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\sum F_i \, l_i \varepsilon_{mi} \tag{3-1}$$

em que:

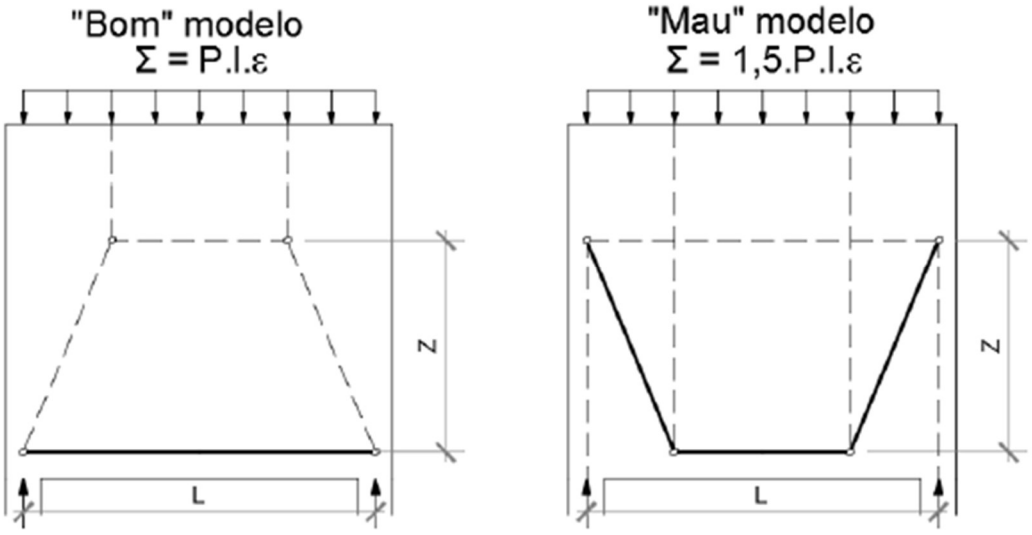
F_i = força na biela ou tirante *i;*

l_i = comprimento do membro *i;*

ε_{mi} = deformação específica média do membro *i.*

Essa equação é obtida a partir do Princípio da Energia Potencial Mínima para o comportamento elástico-linear de bielas e tirantes após a fissuração, o qual postula que a contribuição das bielas de concreto geralmente pode ser omitida, já que suas deformações são muito inferiores às dos tirantes. Sendo assim, obtendo-se um modelo adequado para a estrutura, as forças nas bielas e tirantes podem ser automaticamente calculadas por meio do equilíbrio entre forças externas e internas (Souza, 2004, p. 98). Um exemplo da aplicação desse princípio é ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Comparação entre um “bom” modelo e “mau” modelo



Fonte: Aguiar, 2018, p. 8.

3.5 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DO MODELO

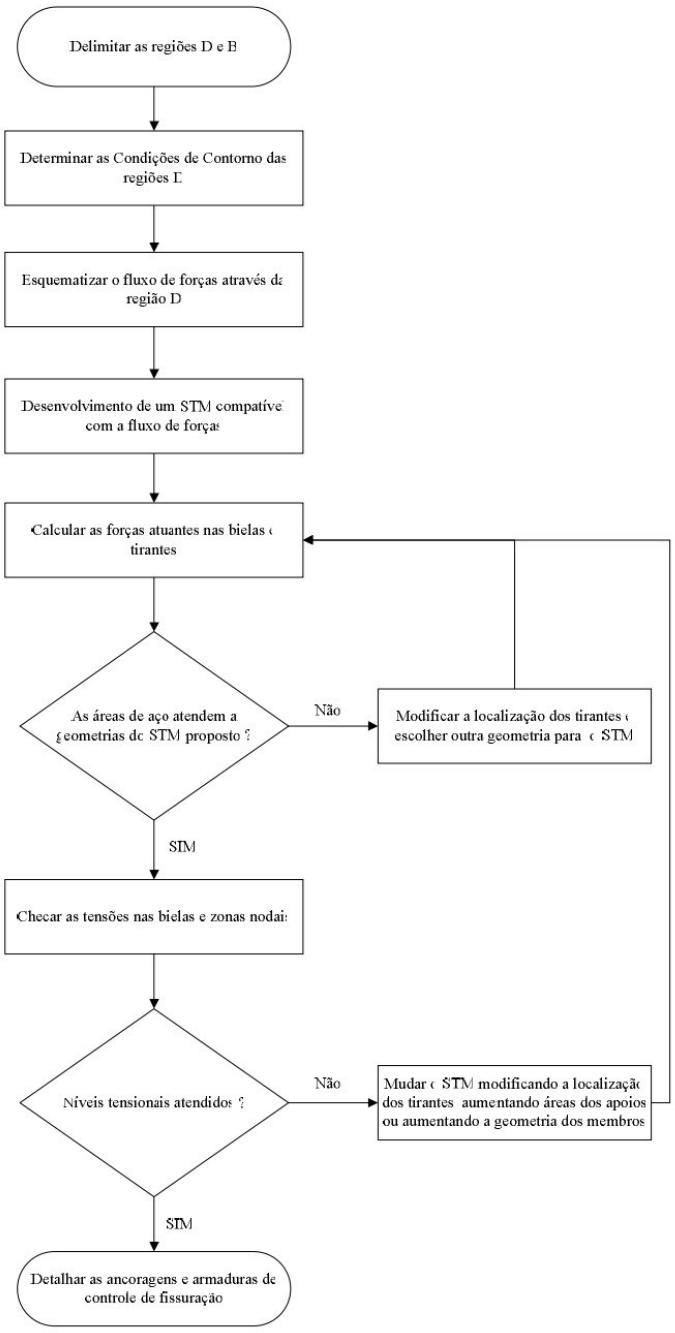
Pantoja (2012, p. 43-44) define um passo a passo para aplicação e execução do MBT em uma estrutura:

i. Definição das descontinuidades e regiões B e D, que pode ser feita através do princípio de Saint Venant;
ii. Computar as resultantes de força em cada contorno das regiões D;
iii. Idealizar um modelo de treliças que transfira as resultantes de forças através da região D, esse modelo pode ser gerado a partir de algum dos modelos citados;
iv. Calcular as forças nas barras da treliça (bielas e tirantes);
v. Determinar as larguras efetivas das bielas e zonas nodais, considerando as forças atuantes do passo anterior e a resistência efetiva do concreto. Em alguns casos pode haver necessidade de ajuste da geometria do modelo e determinar novamente os esforços do item anterior;
vi. Calcular a área de aço necessária para os tirantes considerando a resistência do aço utilizado;

vii. Uma verificação final deve ser feita no nível tensional das bielas e nós como também uma apropriada definição da armadura de pele mínima a ser utilizada para controle da fissuração no elemento estrutural.

Um fluxograma desenvolvido para representar o procedimento de aplicação do método de bielas e tirantes é apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Fluxograma da aplicação do MBT



Fonte: Brown e Bayrak, 2006, adaptado por Pantoja, 2012, p. 45.

"O dimensionamento dos tirantes, com cuidado especial para a ancoragem, e a verificação das escoras e das regiões nodais são feitos de modo que eles suportem as forças atuantes. Para um comportamento dúctil, os tirantes sempre deverão chegar à ruína antes das escoras e das regiões nodais" (Souza, 2004, p. 98).

As normas CEB-FIP Model Code (2010), ACI 318-05 (2005) e EUROCODE 2 (1999) fazem recomendações acerca dos parâmetros de resistência a serem adotados para os tirantes e zonas nodais. Esses padrões serão discutidos na próxima seção.

4 APLICAÇÃO DO MODELO

4.1 DIMENSIONAMENTO DAS BIELAS, TIRANTES E NÓS

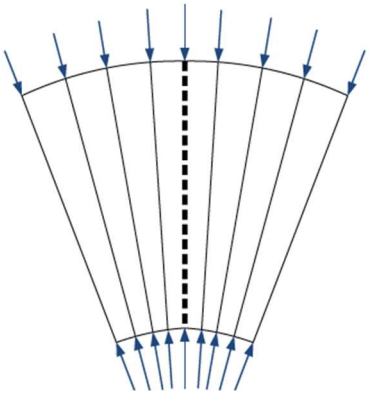
O dimensionamento das bielas e tirantes não consiste apenas na definição da seção necessária para absorver as tensões atuantes, é necessário também assegurar a transferência de forças entre os elementos através da verificação das zonas nodais. A resistência das bielas suportadas e tirantes ancorados no nó depende da escolha de seu detalhamento. Isso ocorre porque o detalhe do nó definido pelo projetista afeta o fluxo de cargas; caso esse detalhamento seja modificado, o dimensionamento também deve ser revisto (Silva e Giongo, 2000, p. 29).

4.1.1 Bielas

As bielas são concebidas no modelo através da discretização dos campos de tensão de compressão dentro da estrutura de concreto. Dependendo da forma como essas tensões se distribuem através da estrutura, pode-se formar campos de tensão diferentes. Três configurações típicas são consideradas:

- Distribuição de tensões radial: nesse tipo de distribuição considera-se um campo de tensões com curvatura desprezível. Este tipo de distribuição pode ser encontrado em regiões D, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave (Figura 15).

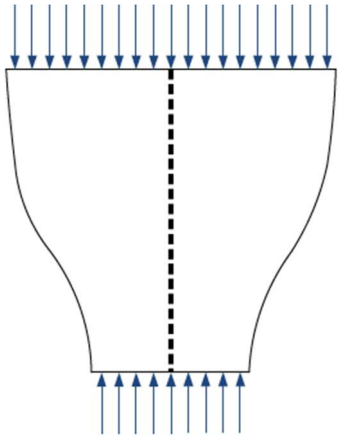
Figura 15 – Distribuição de tensões radial



Fonte: Pantoja, 2012, p. 51.

- Distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento: ocorre quando as forças concentradas são propagadas através de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triaxial abaixo das forças atuantes e trações transversais consideráveis. Essa tração transversal, aliada à compressão longitudinal, pode provocar fissuras longitudinais e iniciar uma ruptura prematura. Devido a isso, normalmente se reforça esse campo de tensão na direção transversal (Figura 16).

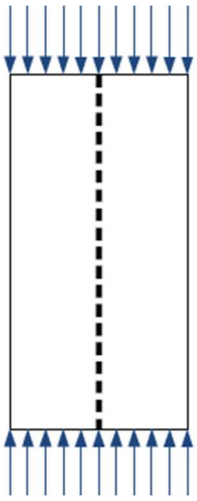
Figura 16 – Distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento



Fonte: Pantoja, 2012, p. 51.

- Distribuição de tensões paralela: ocorre quando as tensões de distribuem uniformemente, sem perturbação e sem formação de curvatura, também não se formam tensões de tração transversal. Esse comportamento é típico de uma região B (Figura 17).

Figura 17 – Distribuição de tensões paralelas



Fonte: Pantoja, 2012, p. 52.

É importante destacar que a resistência do concreto nos campos de compressão depende essencialmente do seu estado multiaxial de tensões e das perturbações causadas pelas fissuras e armaduras. A compressão transversal é favorável principalmente se ocorre em ambas as direções transversais, que é o caso de regiões confinadas, confinamento causado pela existência de um volume de concreto envolvendo o campo de tensões ou armadura transversal. Já as tensões de tração transversal são prejudiciais, já que podem acarretar a ruptura do concreto com tensões inferiores à sua resistência de compressão (Silva e Giongo, 2000, p. 32).

4.1.1.1 Parâmetros de resistência da biela comprimida

Segundo Pantoja (2012, p. 52), a resistência à compressão das bielas é menor que a resistência à compressão de corpos de prova cilíndricos em ensaios de compressão, isso se deve aos efeitos de tração da armadura que as atravessa. Além disso, as tensões nas bielas normalmente não precisam ser verificadas se seus nós já foram verificados e se dispõe de armadura transversal ao eixo da biela.

Serão considerados valores propostos por diversos autores e normas, mas que ainda não possuem consenso entre si.

- Valores propostos por Schlaich e Schäfer, 1991:

Para um estado uniaxial de tensões sem perturbação:

$$f_b = 1{,}0 f_{cd} \tag{4-1}$$

Para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão:

$$f_b = 0{,}8 f_{cd} \tag{4-2}$$

Para um campo de compressão com fissuras inclinadas:

$$f_b = 0{,}6 f_{cd} \tag{4-3}$$

Em que f_{cd} representa a resistência de cálculo à compressão do concreto.

- Valores propostos pela CEB-FIP Model Code (1990)

Segundo essa norma, a resistência de projeto de uma região sobre compressão uniaxial pode ser determinada através de um diagrama simplificado de tensões uniformes para o concreto, ao longo de toda a altura, de bielas a banzos comprimidos. Considera-se a tensão média igual a:

$$f_b = 0{,}85\left[1 - \frac{fck}{250}\right] f_{cd} \qquad 4\text{-}4$$

para zonas não fissuradas (em MPa), ou

$$f_b = 0{,}60\left[1 - \frac{fck}{250}\right] f_{cd} \qquad 4\text{-}5$$

para zonas fissuradas onde a resistência à compressão pode ser reduzida pelo efeito de tração transversal da armadura.

$$f_{cd} = \frac{fck}{1{,}5} \qquad 4\text{-}6$$

Esses valores são válidos desde que a deformação de compressão máxima do concreto considerada seja:

$$\varepsilon_{cu} = 0{,}004 - 0{,}002\frac{fck}{100} \qquad 4\text{-}7$$

- Valores propostos pela EUROCODE 2 (1999):

Para campos de compressão paralelos ou bielas prismáticas (MPa):

$$f_b = 0{,}70\left[1 - \frac{fck}{250}\right] f_{cd} \geq 0{,}5 f_{cd} \qquad 4\text{-}8$$

Para bielas com fissuras paralelas à sua direção e ancorando armadura transversal (MPa):

$$f_b = 0{,}80 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \geq 0{,}5 f_{cd} \quad \text{4-9}$$

Para bielas com transferência de compressão entre fissuras de abertura normal (almas de vigas) (MPa):

$$f_b = 0{,}70 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad \text{4-10}$$

Para bielas com transferência de compressão entre fissuras de grande abertura (elementos tracionados) (MPa):

$$f_b = 0{,}50 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad \text{4-11}$$

Sendo os valores de $\alpha = 0{,}85$ e $f_{cd} = \frac{fck}{1{,}5}$.

4.1.2 Zonas nodais

Segundo Pantoja (2012, p. 55), um nó pode ser definido como um volume de concreto que envolve as intersecções das bielas comprimidas, dos tirantes tracionados, das forças de ancoragem e das forças externas (cargas concentradas e reações de apoio). Essas regiões são caracterizadas pela mudança brusca de direção das tensões, exigindo a existência de pelo menos 3 forças para manutenção do equilíbrio no nó.

Segundo Bounassar (1995, p. 18), o dimensionamento dos nós deve garantir que o concreto da zona nodal seja capaz de resistir ao estado de tensões atuante, e que as armaduras possam resistir à força de tração requerida. A geometria da região nodal e a disposição da armadura devem ser consistentes com o modelo adotado.

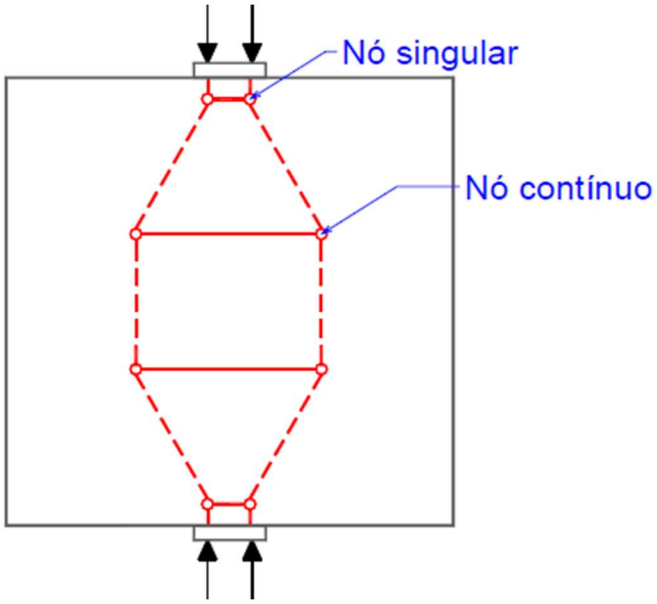
4.1.2.1 Tipos fundamentais de nós

Schlaich et al (1987, p. 99) define 2 tipos fundamentais de nós, são eles:

- Nó singular ou concentrado: são nós em que há a aplicação de forças concentradas e o desvio das forças é feito localizadamente. Esses nós são considerados críticos, fazendo-se necessário uma análise criteriosa em relação à resistência e ao detalhamento das armaduras. Para isso, deve-se obter sua geometria, o estado de tensões instalado, a resistência do concreto e as condições de ancoragem da armadura existente.

- Nó contínuo: são nós em que o desvio de forças é feito em comprimentos compatíveis. Geralmente não são nós críticos, desde que seja garantida uma ancoragem adequada da armadura.

Figura 18 – Diferença entre nó singular e nó contínuo



Fonte: Santos, 2006, p. 37.

Segundo Santos (2006, p. 38), deve-se adotar largura de bielas de tal forma que todas as que convergem a um mesmo nó possuam a mesma intensidade de tensão. Dessa maneira, a tensão no interior do nó seria igual à tensão das bielas, configurando um estado pseudo-hidrostático, fazendo com que os lados das regiões nodais sejam perpendiculares às direções dos eixos das bielas, fazendo com que a verificação da segurança se dê pela verificação das bielas concorrentes em cada nó.

Outro fator de extrema importância que deve ser levado em consideração para a avaliação de um nó é o ângulo formado entre as bielas e tirantes concorrentes a ele. Quanto menor esse ângulo, menor a resistência à compressão da biela (Santos, 2006, p. 40).

Alguns estudos trazem recomendações desse ângulo a ser adotado, como é mostrado na Tabela 1:

Tabela 1 – Valores referenciados para ângulo entre bielas e tirantes

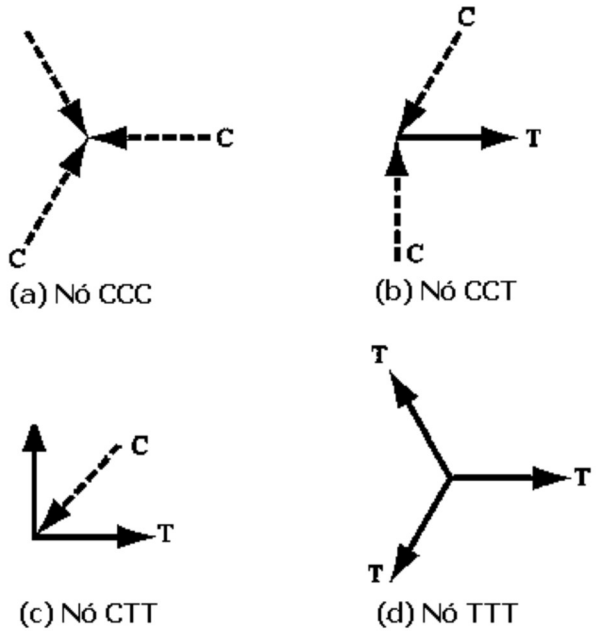
Valores recomendados para o ângulo θ	
Fonte	**Valores permitidos**
ACI 318-05 (2003)	$25^o \leq \theta \leq 65^o$
CEB - FIP Model Code (1990)	$18{,}4^o \leq \theta \leq 45^o$
Schlaich e Schafer (1991)	$45^o \leq \theta \leq 60^o$
EUROCODE 2 (1999)	$21^o \leq \theta \leq 45^o$

4.1.2.2 Parâmetros de resistência das zonas nodais

Assim como no caso das bielas, vários são os estudos que propõem valores para os parâmetros de resistência efetiva das zonas nodais. Esses valores são baseados na seguinte classificação das zonas nodais (Figura 19):

- Nó CCC: zona nodal circundada apenas por bielas comprimidas;
- Nó CCT: zona nodal circundada por bielas e apenas um tirante;
- Nó CTT: zona nodal circundada por apenas uma biela e por mais de um tirante;
- Nó TTT: zona nodal circundada por três ou mais tirantes.

Figura 19 – Classificação das zonas nodais



Fonte: Souza, 2004, p. 153.

A seguir, são apresentados alguns valores adotados como parâmetro para resistência efetiva das regiões nodais:

- Segundo Schlaich e Schäfer (1991):

Para zonas nodais apenas com bielas, que criam um estado de tensão biaxial ou triaxial:

$$f_n = 1{,}1 f_{cd} \qquad 4\text{-}12$$

Para zonas nodais que possuem barras tracionadas ancoradas, em que uma parcela da resistência é reservada para a aderência:

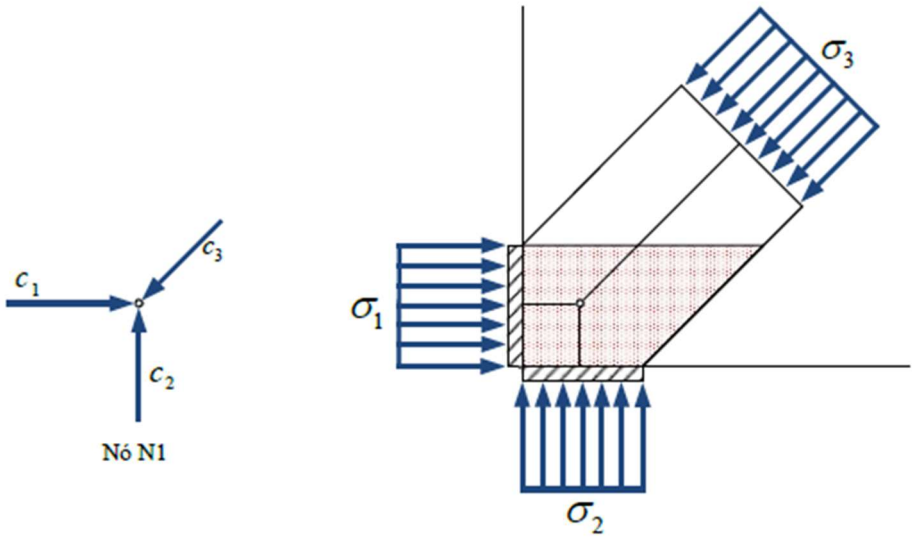
$$f_n = 0{,}8 f_{cd} \qquad 4\text{-}13$$

Em que f_{cd} representa a resistência de cálculo do concreto à compressão.

Serão apresentadas uma série de geometrias que ocorrem com mais frequência e que sua verificação pode ser feita de maneira simplificada:

Nó 1: Típico nó CCC, em que uma biela termina no canto de uma estrutura. Aplica-se a Eq. 4-12. Portanto, para obter segurança no nó, tem-se que: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \leq 1{,}1 f_{cd}$ (Figura 20).

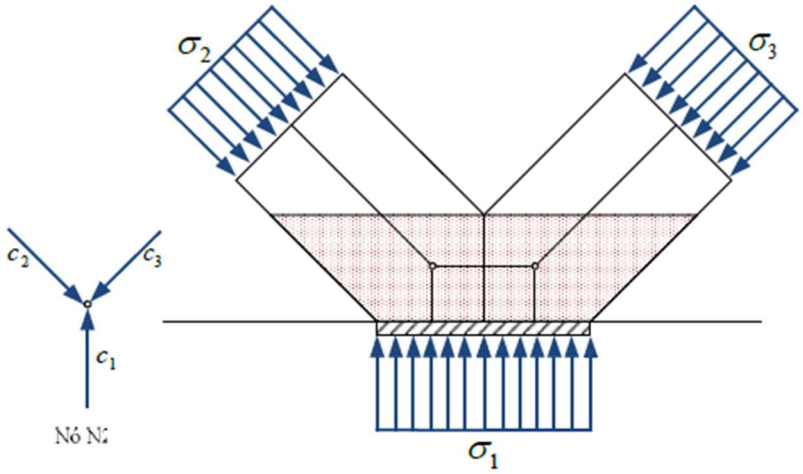
Figura 20 – Nó N1 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 57.

Nó 2: Típico nó CCC, em que duas bielas se encontram e são equilibradas por uma reação de compressão, aplica-se a Eq. 4-12. Portanto, para obter segurança no nó, tem-se que: $\sigma_1, \sigma_2 \leq 1{,}1 f_{cd}$ (Figura 21).

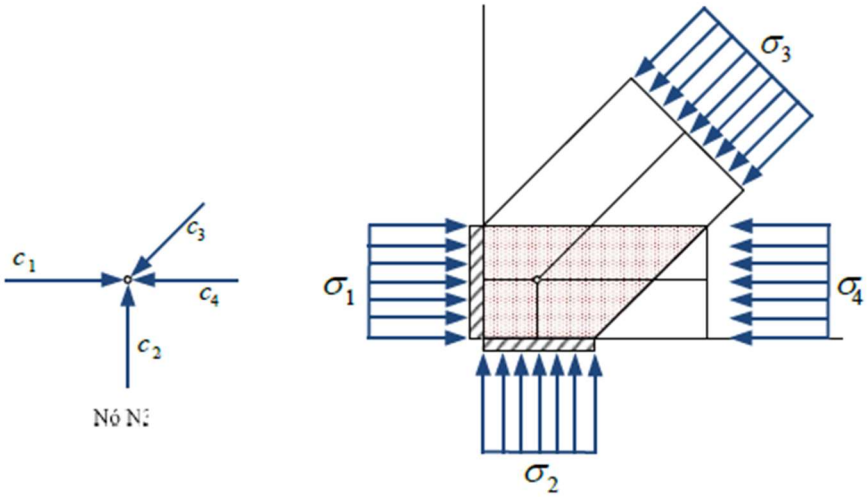
Figura 21 – Nó N2 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 57.

Nó 3: Típico nó CCC, em que há a introdução de uma tensão de compressão horizontal, típico nos casos de armadura ativa, aplica-se a Eq. 4-12. Portanto, para obter segurança no nó, tem-se que: $\sigma_1, \sigma_2 \leq 1{,}1 f_{cd}$ (Figura 22).

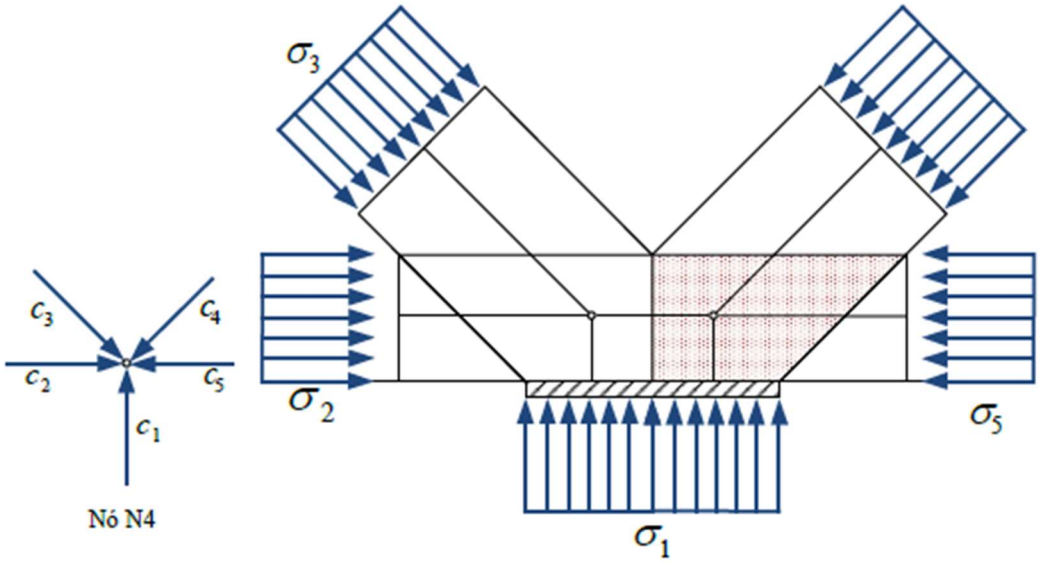
Figura 22 – Nó N3 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 58.

Nó 4: Típico nó CCC, com a ocorrência de duas tensões de compressão horizontais, aplica-se a Eq. 4-12. Portanto, para obter segurança no nó, tem-se que: $\sigma_1, \sigma_2 \leq 1{,}1 f_{cd}$ (Figura 23).

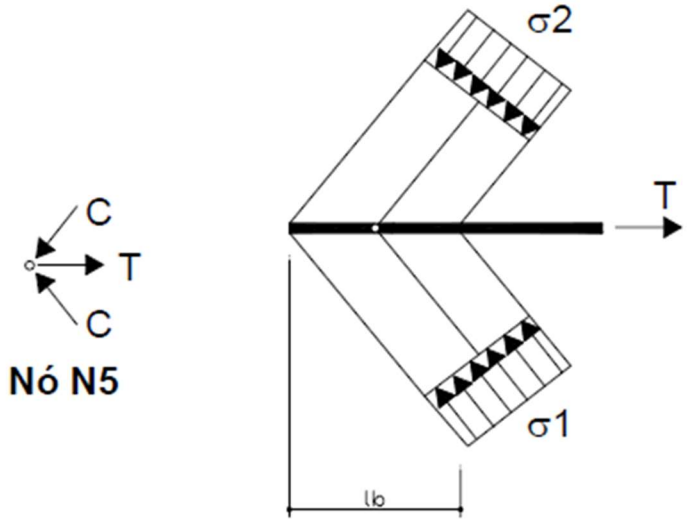
Figura 23 – Nó N4 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 58.

Nó 5: Típico nó CCT, em que existe a ancoragem de tirantes afastados da face da estrutura, como em todos nós com tirantes, o comprimento de ancoragem deve ser verificado (Figura 24).

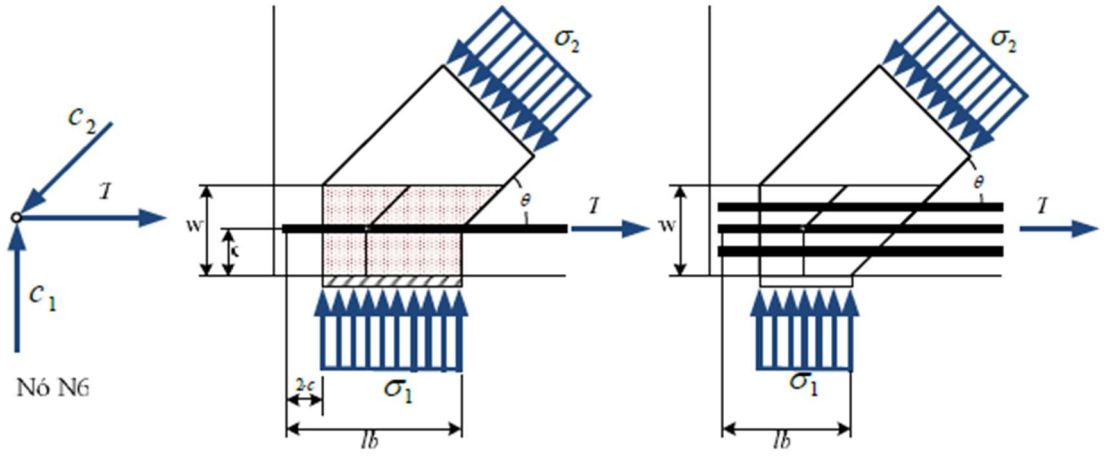
Figura 24 – Nó N5 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Souza, 2004, p. 156.

Nó 6: Típico nó CCT em regiões de apoio. Adota-se : $w \approx 0{,}2h \leq 0{,}2l$, em que h é a altura da Região D e l é o vão da viga parede. Para obter segurança no nó, aplica-se a Eq. 4-13: $\sigma_1, \sigma_2 \leq 0{,}8 f_{cd}$ (Figura 25).

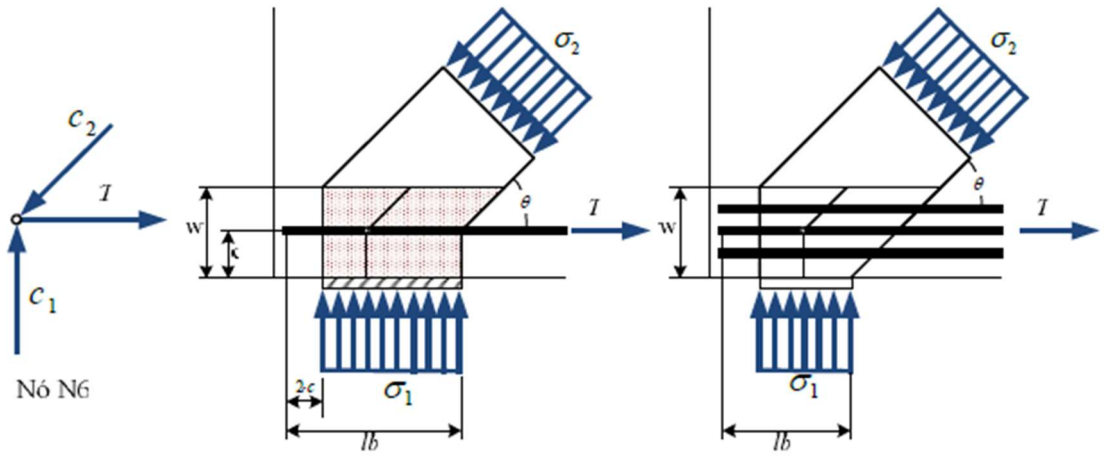
Figura 25 – Nó N6 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 59.

Nó 7: Típico nó CTT, geralmente encontrado em banzos tracionados de vigas, barras bem distribuídas e de pequeno diâmetro devem ser escolhidas para o tirante T2 e elas devem "abraçar" o tirante T1. Para obter segurança no nó, aplica-se a Eq. 4-13. (Figura 26).

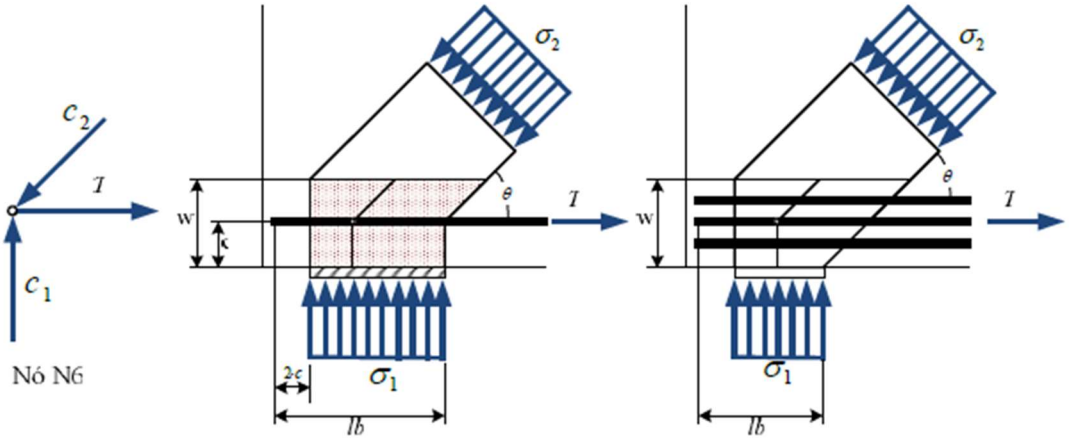
Figura 26 – Nó N7 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 59.

Nó 8: É uma junção do nó N1 com o N6. Para obter segurança no nó, aplica-se $\sigma_1, \sigma_2 \leq f_{cd}$. Além disso, as regras utilizadas em N6 também devem ser aplicadas. (Figura 27).

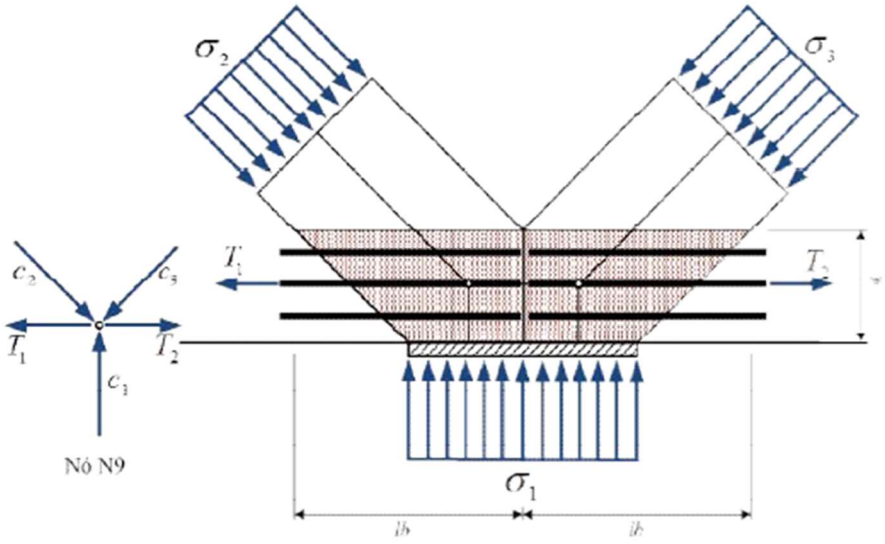
Figura 27 – Nó N8 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 60.

Nó 9: É composto por dois nós N8 e a verificação de sua segurança é feita utilizando o mesmo procedimento. Esse tipo de nó ocorre geralmente em apoios de vigas contínuas. (Figura 28).

Figura 28 – Nó N9 segundo Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Pantoja, 2012, p. 61.

- Segundo CEB-FIP Model Code 1990:

O código europeu divide as zonas nodais em apenas 2 tipos:

Nós que recebem apenas bielas de compressão (MPa):

$$f_n = 0{,}85\left[1 - \frac{fck}{250}\right] f_{cd} \quad \text{4-14}$$

Nós em que os tirantes principais são ancorados (MPa):

$$f_n = 0{,}60\left[1 - \frac{fck}{250}\right] f_{cd} \quad \text{4-15}$$

$$f_{cd} = \frac{fck}{1{,}5}$$

- Segundo EUROCODE 2 (1999):

Essa norma europeia classifica as zonas nodais em 3 tipos:

Nós comprimidos sem ancorar tirantes (MPa):

$$f_n = 1{,}1 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad \text{4-16}$$

Nós comprimidos ancorando tirantes, em que os ângulos entre bielas e tirantes são de pelo menos 45º (MPa):

$$f_n = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad \text{4-17}$$

Nós com bielas de transferência de compressão entre fissuras de grande abertura (elementos tracionados) (MPa):

$$f_n = 0{,}5 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad \text{4-18}$$

Sendo os valores de $\alpha = 0{,}85$ e $f_{cd} = \frac{fck}{1{,}5}$.

4.1.3 Tirantes

As forças de tração presentes nos modelos de bielas e tirantes normalmente são absorvidas pelos tirantes constituídos por barras de aço, já que o concreto não possui boa resistência contra tração. Sendo assim, é importante que o centro de gravidade das

armaduras coincida com o do tirante no modelo. A área de aço necessária será obtida diretamente a partir da força atuante no tirante e da resistência de escoamento do aço:

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot Rst}{f_{yd}} \quad 4\text{-}19$$

Ainda é possível surgir uma situação em que seja necessária a utilização de tirantes de concreto, devido a uma situação em que seja impossível a implantação de barras de aço por algum motivo. Alguns exemplos em que isso acontece são: ancoragens, trechos de barras dobradas, lajes sem estribos e bielas não armadas. Nesses casos, o dimensionamento da seção transversal será em função da resistência à tração do concreto e da força atuante (Souza, 2004, p. 163).

$$A_c = \frac{\gamma_f \cdot Rst}{f_{td}} \quad 4\text{-}20$$

Em que:

$A_s =$ área de aço do tirante;

$A_c =$ área de concreto do tirante;

$R_{st} =$ força de tração atuante;

$f_{yd} =$ resistência ao escoamento de cálculo do aço;

$f_{td} =$ resistência à tração de cálculo do concreto;

$\gamma_f =$ coeficiente de majoração das ações;

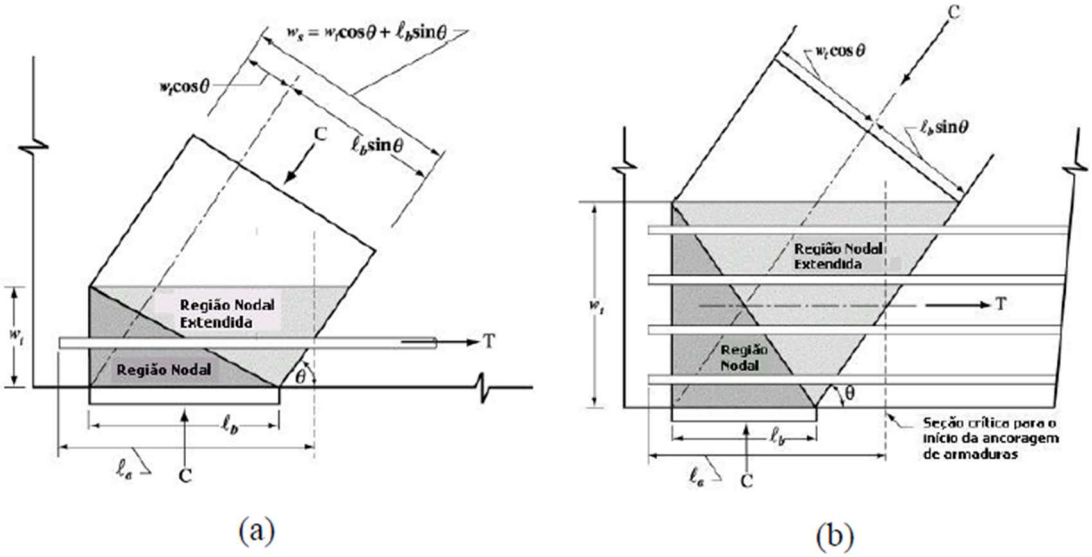
4.1.3.1 Ancoragem das armaduras

Além da disposição correta das armaduras, deve-se dar uma atenção especial à suas ancoragens nas extremidades das zonas nodais. Segundo Silva e Giongo (2000), a correta ancoragem e utilização de bitolas menores e em maior número contribuem na definição da geometria do modelo e, por consequência, na resistência das zonas nodais.

Outro aspecto importante sobre a questão da ancoragem é disponibilizar armaduras ao longo de uma área suficientemente grande para que evite o esmagamento das zonas nodais. Sendo assim, a distância wt, ilustrada na Figura 29, pode ser tal que a força efetiva no tirante dividida pela área da zona cercada de concreto não ultrapasse a

tensão recomendada para a zona nodal. Também é possível observar como se define a largura efetiva das bielas, sendo que para estruturas bidimensionais como vigas-parede, a espessura pode ser tomada como sendo a largura do elemento (Souza, 2004, p. 165).

Figura 29 – Altura necessária para ancoragem dos tirantes. (a) Tirante único; (b) Camadas de tirantes.



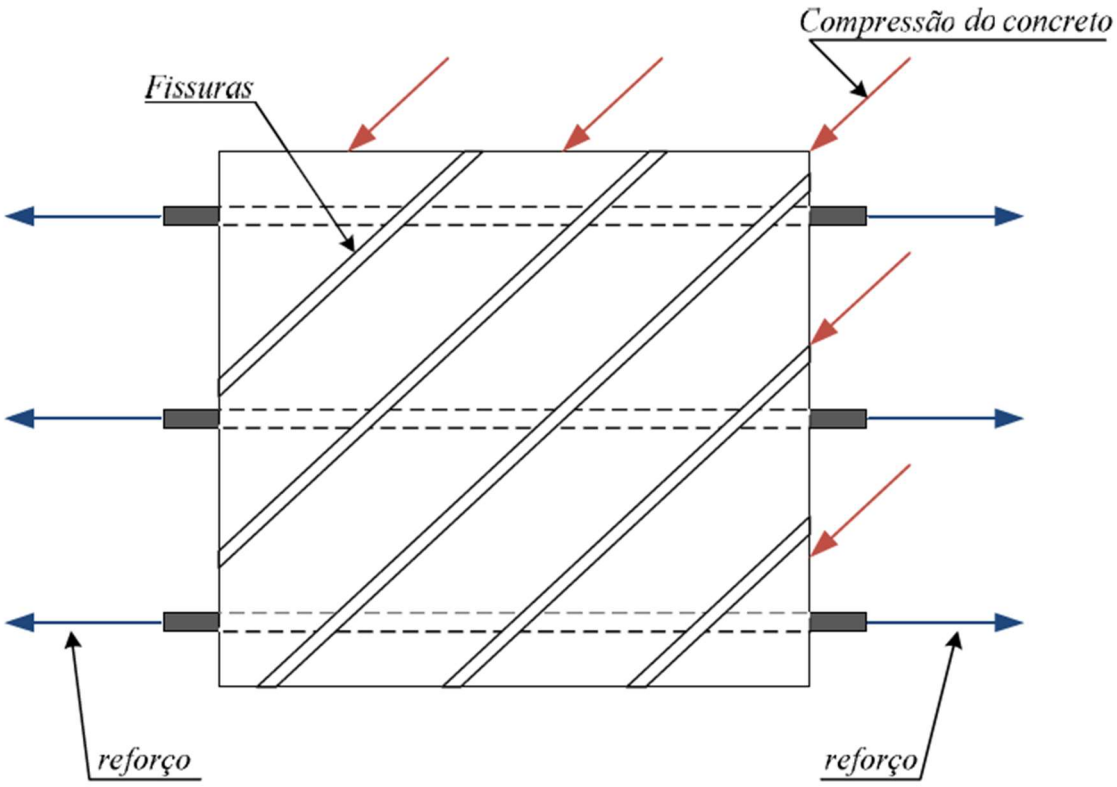
Fonte: Souza, 2004, p. 165, adaptado de ACI-318 (2002).

Uma solução eficiente para a ancoragem consiste no uso de barras dobradas em formato de grampo, nesse caso considera-se que todas as forças no tirante atuam como forças de compressão por trás do nó, aumentando a resistência à compressão da zona nodal (Souza, 2004, p. 165).

4.1.3.2 Armadura de controle de fissuração

Pantoja (2012, p. 64) recomenda a utilização de uma armadura para assegurar os valores limites para abertura de fissuras e um nível de ductilidade mínimo para o elemento estrutural. Ainda recomenda uma relação mínima de 0,2% entre a área de armadura e a área de concreto e com espaçamento entre as barras não maior que 30 cm. Esse mesmo valor é recomendado também por Souza (2004, p. 166).

Figura 30 – Armadura para controle de fissuração



Fonte: Pantoja, 2012, p. 64.

4.2 MODELO DE BIELAS E TIRANTES NA NBR 6118:2023

A NBR 6118:2023 possui em seu texto a seção 21, que trata sobre “Regiões Especiais”, nela faz-se uma explanação sobre essas regiões, que são caracterizadas por uma descontinuidade geométrica ou de carregamentos aplicados. Se enquadram como regiões especiais:

- Pressão de contato em área reduzida;
- Furos e aberturas;
- Nós de pórtico e ligações entre paredes;
- Ligações de elementos estruturais pré-moldados;
- Juntas de concretagem.

Ainda na seção 21, a norma define elementos especiais como “elementos estruturais, que por sua forma ou proporções, caracterizam uma descontinuidade generalizada em todo o elemento”.

A seção 22 da norma trata dos “Elementos Especiais”, na qual é feita uma explicação acerca do modelo de bielas e tirantes, tal qual feita no presente trabalho, e recomenda a aplicação desse método para o dimensionamento de tais elementos estruturais. A norma traz valores de parâmetros de resistência das bielas, tirantes e nós iguais aos da CEB-FIP 1990:

- Para bielas prismáticas ou nós CCC

$$f_{cd} = 0{,}85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \text{4-21}$$

- Para bielas atravessadas por tirantes, ou nós CTT ou TTT

$$f_{cd1} = 0{,}60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \text{4-22}$$

- Para bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT

$$f_{cd1} = 0{,}72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad \text{4-23}$$

Sendo $\alpha_{v2} = 1 - \frac{fck}{250}$.

- Para tirantes:

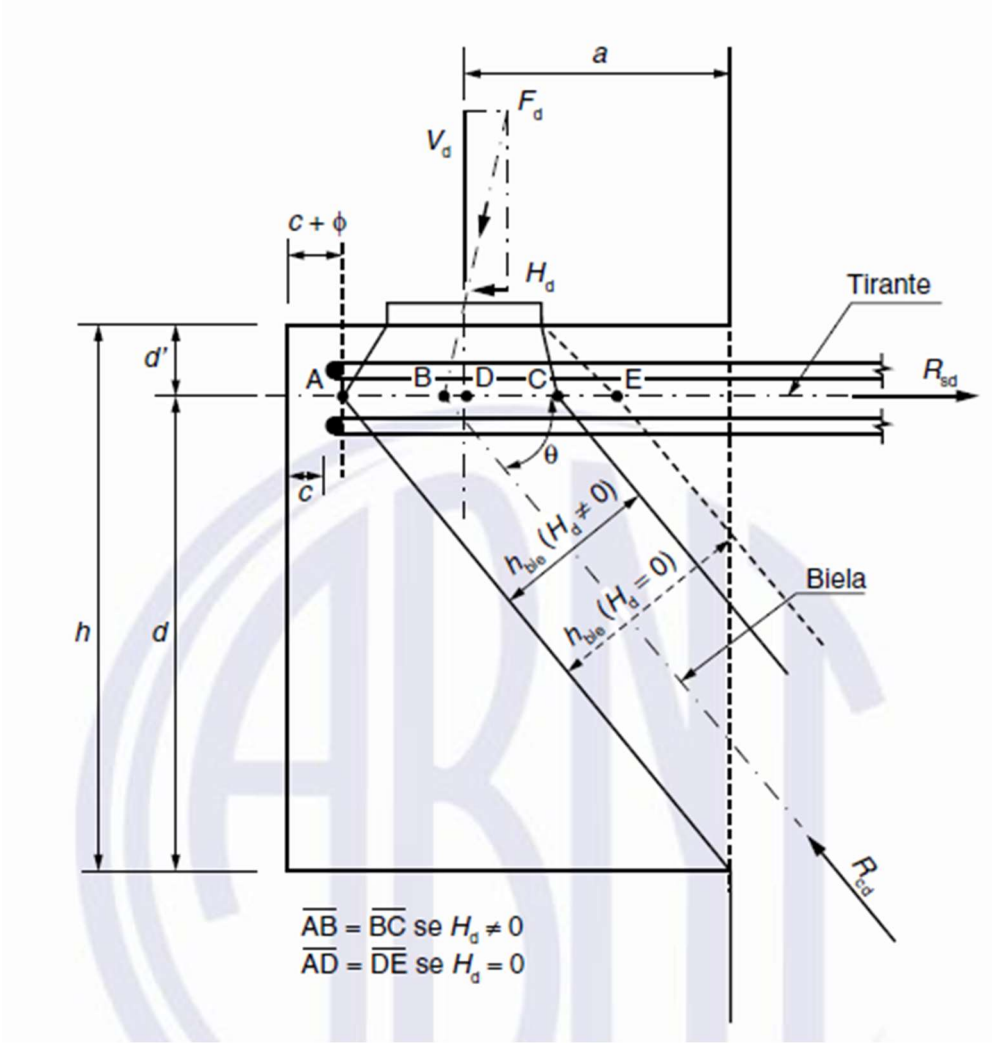
$$A_s = \frac{F_{Sd}}{fyd} \quad \text{4-24}$$

São considerados elementos especiais segundo a norma:

- Vigas-parede;
- Consolos e dentes Gerber;
- Sapatas;
- Blocos sobre estacas.

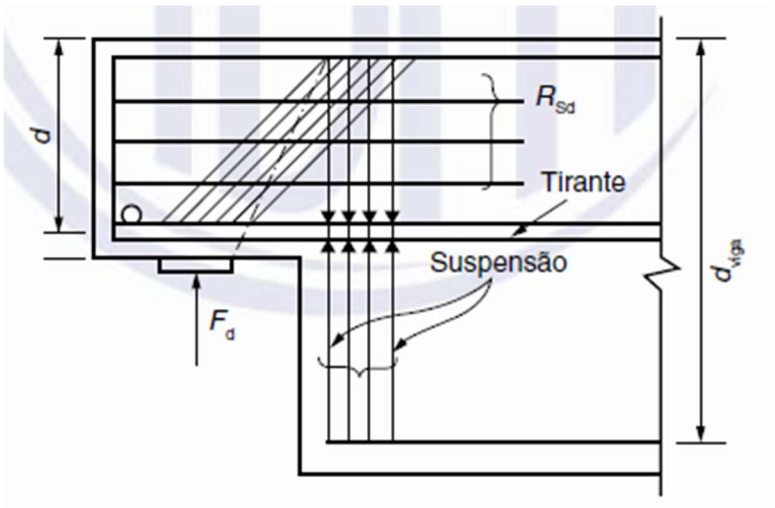
Apesar da norma falar sobre o método e indicar sua utilização, não fornece muitos subsídios para realização do dimensionamento. Chega a fornecer modelos apenas para consolos e dentes Gerber (Figura 31 e Figura 32).

Figura 31 – Modelo de bielas e tirantes para um consolo curto



Fonte: NBR 6118:2023, p. 187.

Figura 32 – Modelo de bielas e tirantes para um dente Gerber



Fonte: NBR 6118:2023, p. 190.

Portanto, conclui-se que apesar da norma explicar o que é o método de bielas e tirantes e indicá-lo para o dimensionamento de alguns elementos estruturais, não traz informação suficiente para o seu dimensionamento, ficando bem aquém de normas internacionais, como as citadas aqui, EUROCODE 2, CEB-FIP Model Code e o próprio estudo original de Schlaich et al (1987).

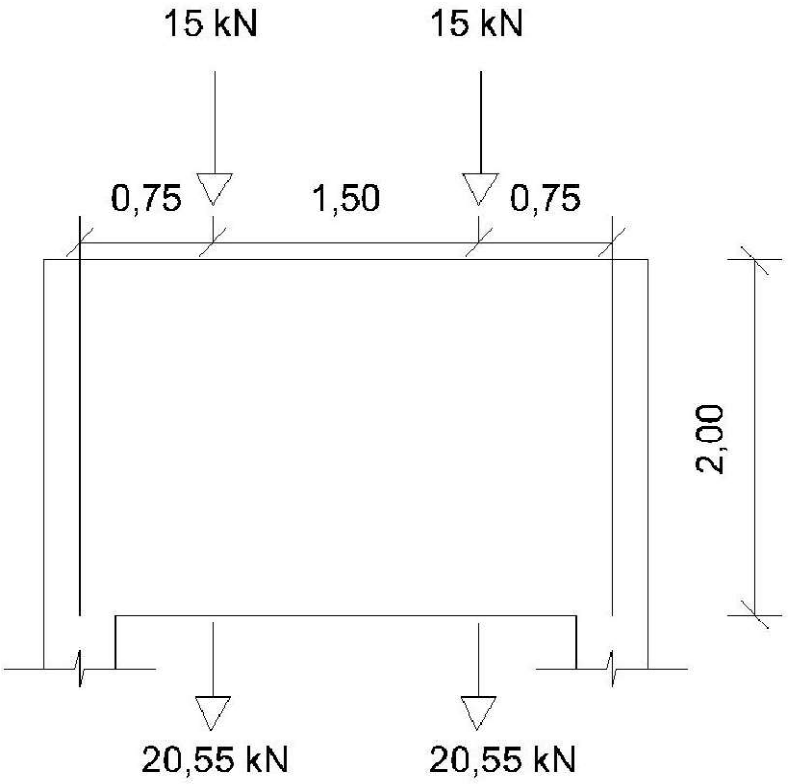
5 APLICAÇÃO DO MBT EM EXEMPLOS PRÁTICOS

O presente capítulo tem como objetivo apresentar a aplicação do Método de Bielas e Tirantes em exemplos práticos retirados de diversas referências bibliográficas. O dimensionamento será feito manualmente e com auxílio do software CAST (Computer Aided Strut and Tie), que é um programa desenvolvido pela Universidade de Illinois, dos Estados Unidos, capaz de desenvolver e dimensionar diversos modelos de bielas e tirantes aplicados a vários tipos de carregamentos.

5.1 VIGA-PAREDE

Para aplicação do método, foi tomado o exemplo proposto por Aguiar (2018, p. 88), onde são fornecidos os seguintes dados:

Figura 33 – Viga-parede proposta



Fonte: Adaptado de Aguiar, 2018, p. 88.

$f_{ck} = 25\ MPa$;

$f_y = 500\ MPa$;

$Espessura\ da\ viga = 0{,}50\ m$;

$Largura\ dos\ apoios\ e\ pontos\ de\ carregamento = 0{,}40\ m$;

$d' = 7\ cm$.

O modelo de bielas e tirantes escolhido foi o modelo padrão para viga-parede sob atuação de duas cargas concentradas, mostrado na Figura 9.

Segundo Leonhardt e Monning (1978) apud Aguiar (2018, p. 28), o braço de alavanca para uma viga-parede bi apoiada pode ser calculado da seguinte maneira:

$$0{,}5L \leq h \leq L \ \rightarrow z = 0{,}45h + 0{,}15L \quad \text{5-1}$$

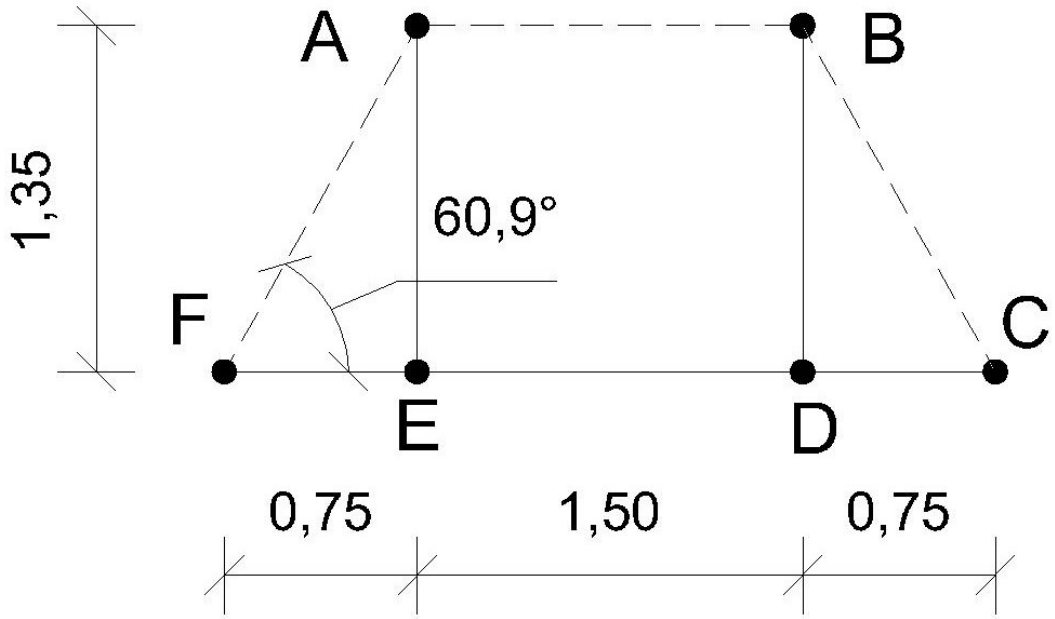
$$h > L \ \rightarrow z = 0{,}6L \quad \text{5-2}$$

Para o caso em questão adota-se a Eq. 5-1:

$$z = 0{,}45 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 3 = 1{,}35\ m$$

Com isso, é possível formular o seguinte modelo:

Figura 34 – MBT proposto para viga-parede estudada



Fonte: Autor.

Após definição do modelo, calcula-se os esforços atuantes nas bielas e tirantes através da resolução de treliça.

Esforço em AB = -19,8 kN;

Esforço em BC = -40,7 kN;

Esforço em CD = 19,8 kN;

Esforço em ED = 19,8 kN;

Esforço em EF = 19,8 kN;

Esforço em FA = -40,7 kN;

Esforço em AE = 20,5 kN;

Esforço em BD = 20,5 kN.

Conhecendo esses valores, agora deve-se verificar se os elementos do modelo atendem aos requisitos:

- Verificação das bielas de compressão:

A partir da Figura 29, pode-se calcular a largura efetiva de cada biela.

$$w_s = w_t \cdot \cos\theta + l_b \cdot sen\theta \qquad 5\text{-}3$$

As bielas se enquadram no padrão observado por Schlaich et al. (1987) e descrito na Eq. 4-2, utiliza-se esse valor como referência.

Verifica-se na Tabela 2 que as bielas de concreto estão seguras.

Tabela 2 – Valores de esforços admissíveis em cada biela de compressão da viga-parede

Barra	**θ (rad)**	**ws (m)**	**fb**	**fb (MPa)**	**Esforço admissível (kN)**	**Esforço na biela (kN)**
AB	1,063	0,418	0,8 fcd	14,286	2982,8	40,7
FA	1,063	0,418	0,8 fcd	14,286	2982,8	40,7
BC	1,571	0,4	0,8 fcd	14,286	2857,1	19,8

Fonte: Autor.

- Zonas nodais:

Observando a disposição do modelo presente na Figura 34 – MBT proposto para viga-parede estudada e os parâmetros estudados no item 4.1.2.2, obtém-se os seguintes resultados:

Tabela 3 – Capacidade resistiva das zonas nodais

Nó	Tipo	fn (MPa)	Fn (kN)	F atuante (kN)
A	CCT	15,179	3035,7	15,00
B	CCT	15,179	3035,7	15,00
C	CCT	14,286	2857,1	35,60
D	TTT	10,838	2167,5	20,55
E	TTT	10,838	2167,5	20,55
F	CCT	14,286	2857,1	35,60

Fonte: Autor.

- Cálculo da área de aço dos tirantes:

Conhecendo o esforço atuante no tirante, a área de aço necessária é facilmente definida pela Eq. 4-19 e considerando γf = 1,4.

Tabela 4 – Cálculo das áreas de aço nos tirantes

Barra	Esforço no tirante (kN)	As (cm²)
AE	20,5	0,660
BD	20,5	0,660
FE	19,8	0,638
ED	19,8	0,638
DC	19,8	0,638

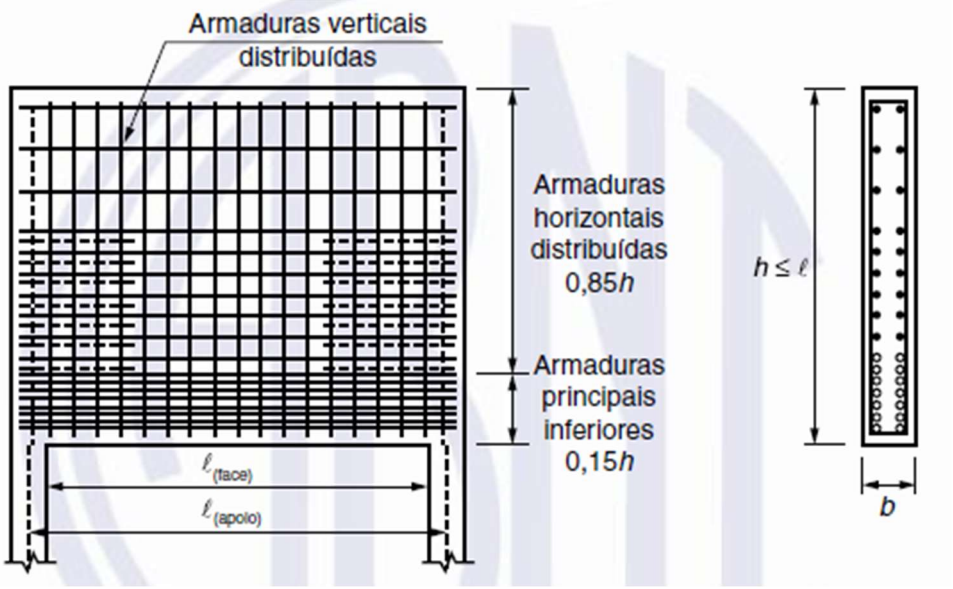
Fonte: Autor

Na seção 22.4.4 da NBR 6118:2023, é indicado que a armadura principal deve ser distribuída numa altura de 0,15h. Além disso, estabelece uma armadura horizontal mínima para controle de fissuração e uma armadura vertical no formato de estribos que seguem a seguinte relação:

$$As, mín_{hori} = As, mín_{vert} = 0{,}075\% \cdot b = 0{,}075\% \cdot 50 = \frac{0{,}4cm^2}{m} \ (em\ cada\ face)$$

A Figura 35 ilustra como é feita a disposição das armaduras de uma viga-parede:

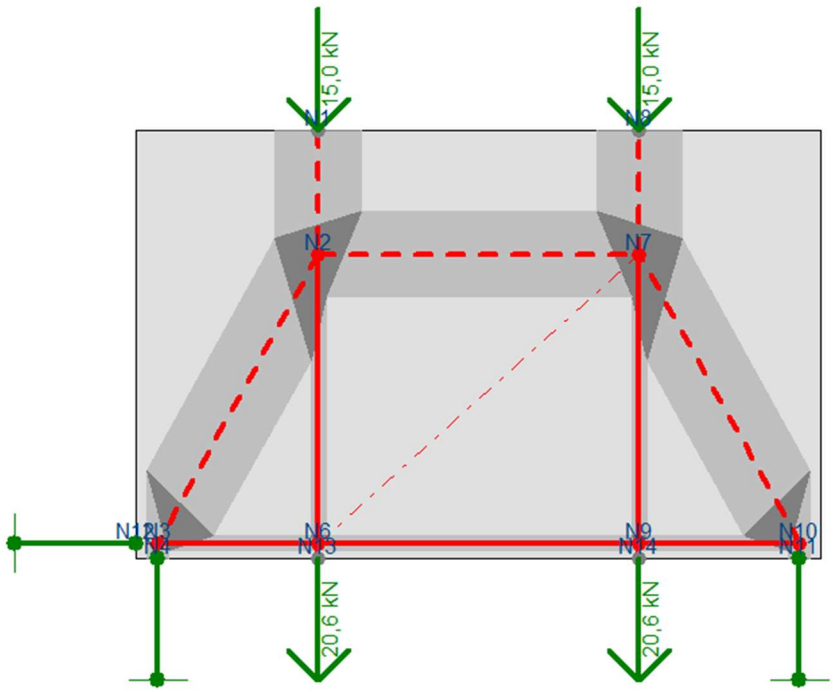
Figura 35 – Disposição de armaduras em viga-parede



Fonte: NBR 6118:2023

A Figura 36 mostra a definição do modelo proposto no software *CAST*, contendo todas as dimensões das bielas e tirantes.

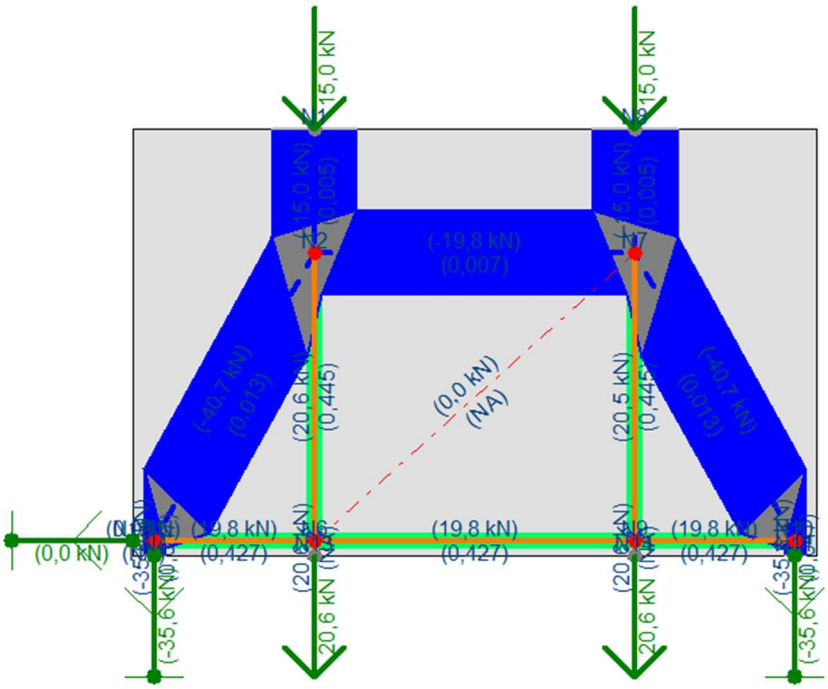
Figura 36 – MBT da viga-parede no programa CAST



Fonte: Autor.

A Figura 37 mostra todas as forças internas atuantes e qualifica que os elementos são capazes de resistir.

Figura 37 – Esforços atuantes e capacidade resistiva dos elementos do MBT da viga-parede

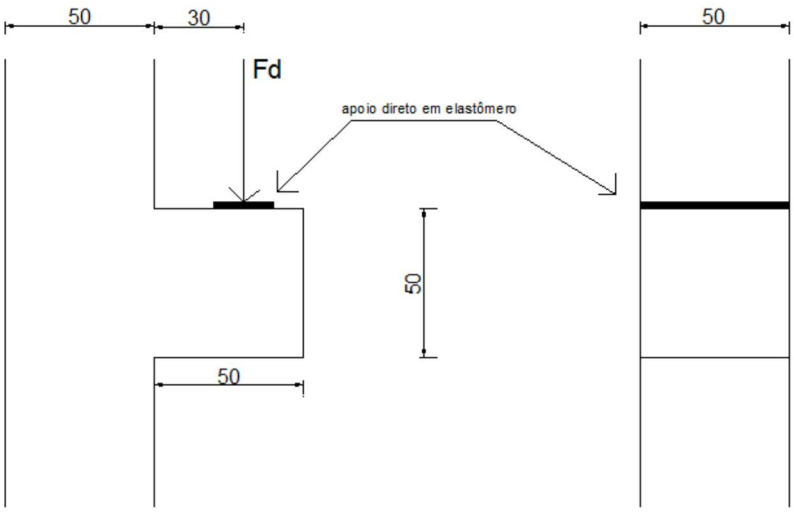


Fonte: Autor.

5.2 CONSOLO CURTO

Para aplicação do método em consolos curtos, tomou-se o exemplo proposto por Pfeifer (2017):

Figura 38 – Consolo curto proposto



Fonte: Pfeifer, 2018, p. 41.

$f_{ck} = 105\ MPa$;

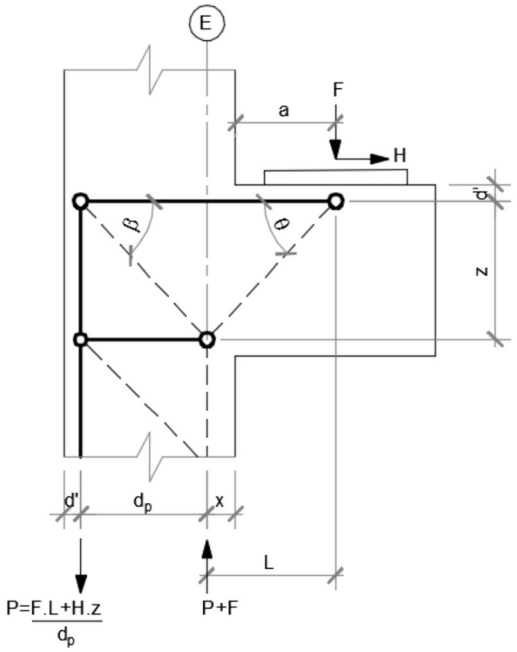
$F_d = 1827\ kN$;

$d' = 0{,}07\ m$;

$d = 0{,}50 - 0{,}07 = 0{,}43\ m$.

Para aplicação do método, utilizou-se o modelo proposto por Aguiar (2018):

Figura 39 – MBT proposto para consolo curto



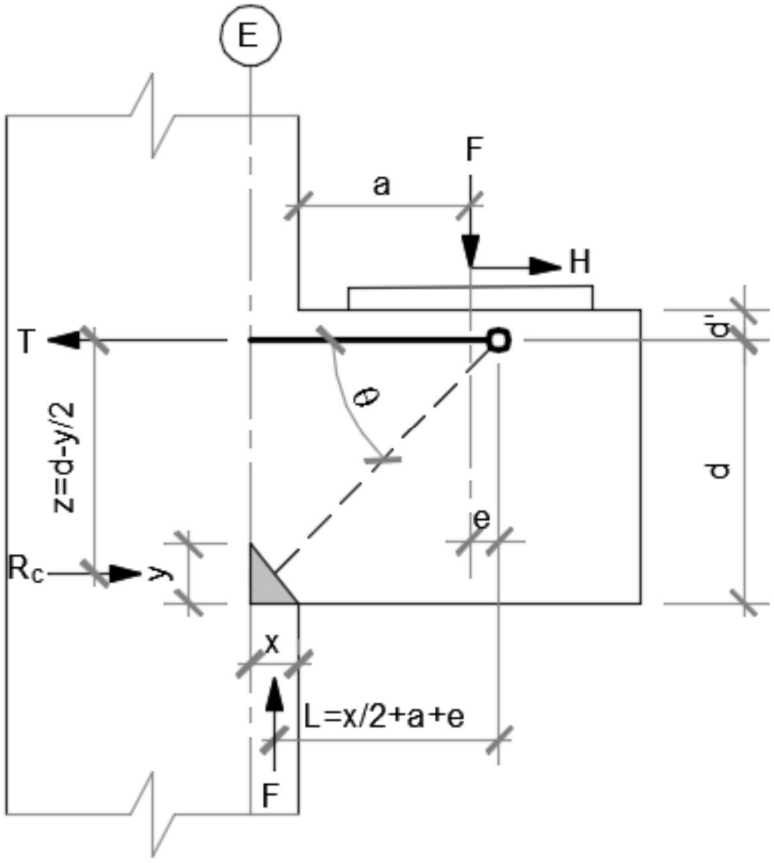
Fonte: Aguiar, 2018, p. 32.

A NBR 9062:2017 (item 7.3.9) recomenda considerar uma carga horizontal Hd no ponto de aplicação da força Fd, que no caso em questão, para apoios em elastômeros, é igual a:

$$Hd = 0{,}16 \cdot Fd = 0{,}16 \cdot 1827 = 292{,}32\ kN$$

Além disso, a norma também recomenda adotar um coeficiente de segurança γn para majoração dos esforços, esse valor varia dependendo se a carga permanente for preponderante ou não. No nosso exemplo, adota-se γn = 1. O desenvolvimento de cálculo segue o apresentado por Aguiar (2018):

Figura 40 – Detalhe do MBT para consolo curto



Fonte: Aguiar, 2018, p. 34.

Excentricidade “e” causada pela força horizontal Hd:

$$e = \frac{Hd}{Fd} \cdot d' = \frac{292}{1827} \cdot 0{,}07 = 1{,}11\ cm$$

Largura “x” que satisfaz a tensão limite fcd, considerando que se trata de um nó CCC e aplicando a Eq. 4-23:

$$x = \frac{Fd}{b \cdot fcd1} = \frac{1827}{0{,}5 \cdot 0{,}72 \cdot (1 - \frac{105}{250}) \cdot \frac{105 \cdot 1000}{1{,}4}} = 11{,}66\ cm$$

Largura “L” entre o local de aplicação de Fd e a reação F:

$$L = a + \frac{x}{2} + e = 0{,}30 + 0{,}058 + 0{,}011 = 0{,}37m$$

Altura “y” do nó:

$$y = d - \sqrt{d^2 - 2 \cdot L \cdot x} = 0{,}43 - \sqrt{0{,}43^2 - 2 \cdot 0{,}32 \cdot 0{,}116} = 11{,}5\ cm$$

Largura “w” da biela:

$$w^2 = x^2 + y^2$$

$$w = \sqrt{0{,}1166^2 + 0{,}115^2} = 16{,}44\ cm$$

Altura “z” do braço de alavanca:

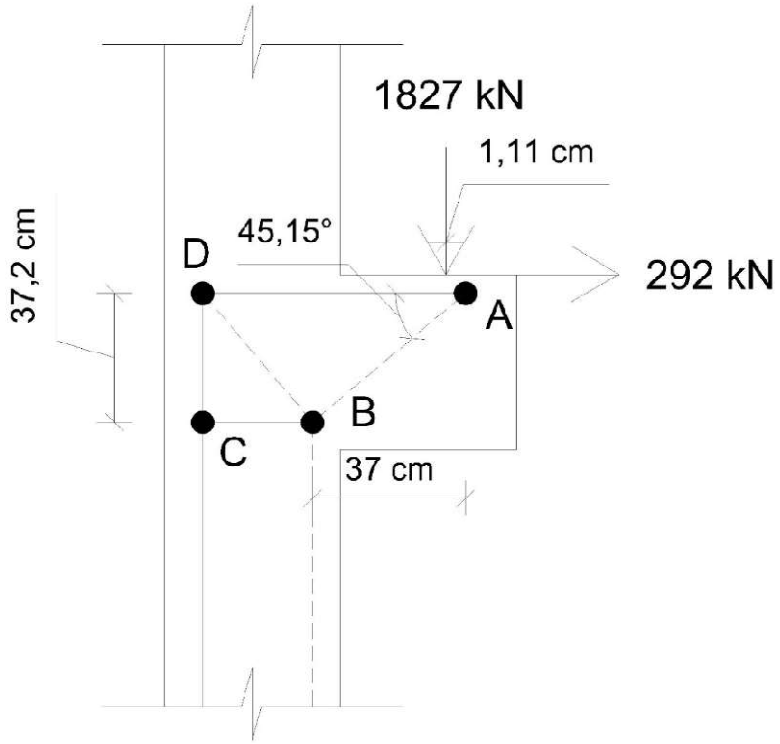
$$z = d - \frac{y}{2} = 0{,}43 - \frac{0{,}097}{2} = 0{,}372\ m$$

Ângulo “θ” entre biela e tirante:

$$\theta = arctg\left(\frac{z}{L}\right) = arctg\left(\frac{0{,}372}{0{,}37}\right) = 45{,}15°$$

Em posse desses valores, é possível construir o modelo apresentado na Figura 41:

Figura 41 - Modelo de bielas e tirantes gerado



Fonte: Autor

A partir de uma análise de equilíbrio nos nós, pode-se chegar nos seguintes valores dos esforços nas barras:

$$AB\ (biela\ comprimida) = \frac{Fd}{sen\theta} = \frac{1827}{sen(45{,}15°)} = 2577{,}03\ kN$$

$$AD\ (tirante) = Fd \cdot cotg(\theta) + Hd = 1827 * cotg(45.15°) + 292{,}32 = 2108{,}03\ kN$$

- Verificação da biela comprimida

Para verificação da biela comprimida de um consolo curto, utiliza-se a relação presente no item 7.3.4 da NBR 9062:2017, que explicita:

$$f_b = 1 \cdot f_{cd} = \frac{105}{1{,}4} = 75\ MPa$$

O esforço atuante na biela será de:

$$\sigma_{atuante} = \frac{Fb}{b \cdot w} = \frac{2577{,}03}{50 \cdot 16{,}44} = 3{,}135\frac{kN}{cm^2} = 31{,}35\ MPa$$

Logo, percebe-se que a tensão admissível é bem maior que a atuante.

- Cálculo da área de aço do tirante

A área de aço principal do tirante é definida no item 7.3.5.3 da NBR 9062:2017:

$$As = \frac{\left(0{,}1 + \frac{a}{d}\right) \cdot Fd + Hd}{fyd} = \frac{\left(0{,}1 + \frac{0{,}5}{0{,}5}\right) \cdot 1827 + 292{,}32}{50/1{,}15} = 51{,}33\ cm^2$$

Além da armadura do tirante, o item 7.3.6 da NBR 9062:2017 também recomenda a execução de uma armadura de costura, que corresponde a 40% da armadura do tirante principal, e deve ser distribuída do topo do consolo até 2d/3.

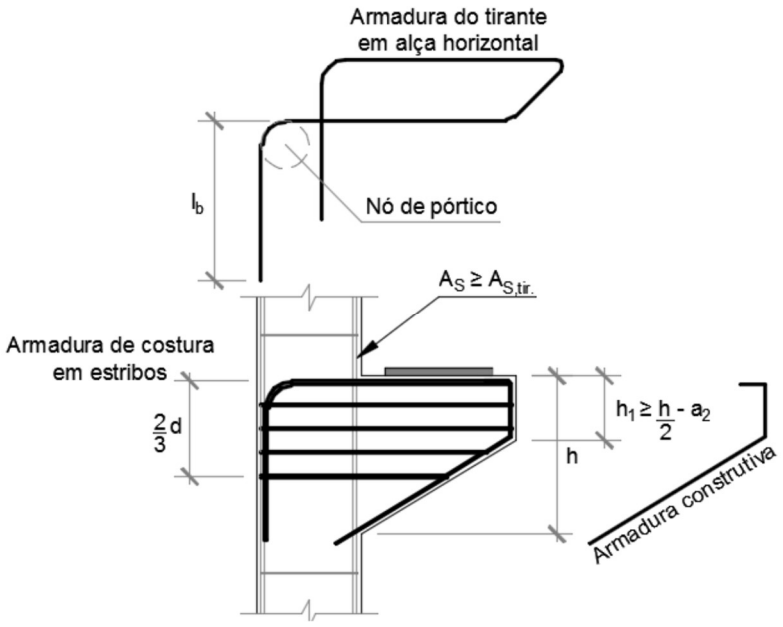
$$A_{cos} = 0{,}4 \cdot 51{,}33 = 20{,}53\ cm^2$$

A norma também afirma que em consolos curtos com cargas diretas deve-se adotar armaduras transversais na forma de estribos verticais:

$$A_{trans} = 0{,}15\% \cdot b \cdot h = 0{,}15\% \cdot 50 \cdot 50 = 3{,}75\ cm^2$$

A Figura 42 mostra a disposição construtiva das armaduras de um consolo curto:

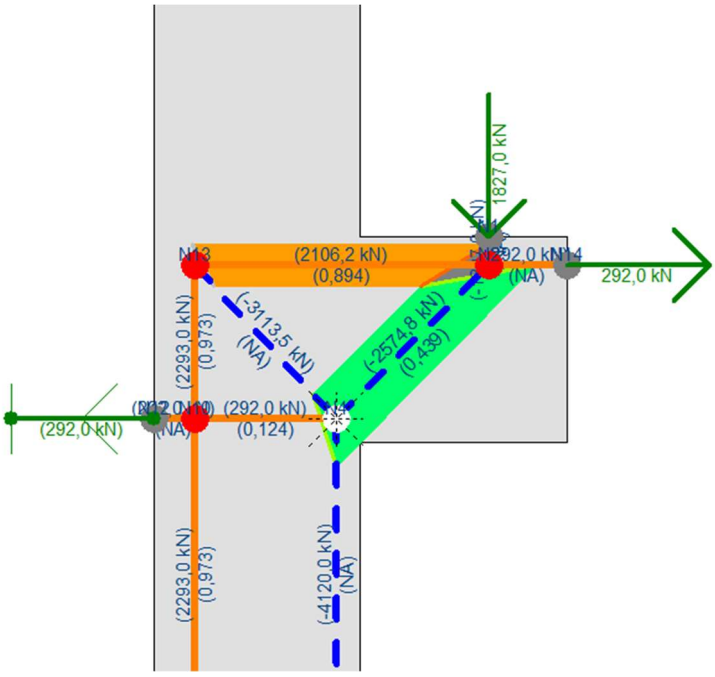
Figura 42 – Disposição de armaduras em um consolo curto



Fonte: Aguiar, 2018, p. 36.

Com o auxílio do software *CAST,* é possível gerar o modelo correspondente junto com a análise das tensões atuantes em cada elemento:

Figura 43 – MBT gerado no software *CAST*



Fonte: Autor

5.3 SAPATA RÍGIDA

Para aplicação do método em sapatas rígidas, toma-se o exemplo apontado por Aguiar (2018, p. 102). Dados:

Pilar seção 25 x 25 cm;

$N_k = 634\ kN;\ \ M_x = M_y = 0;$

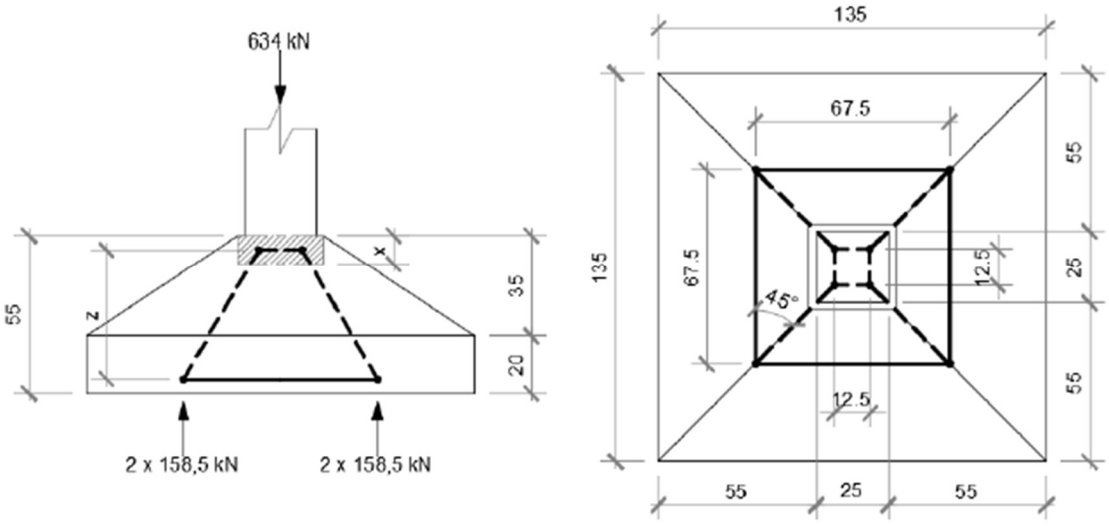
Dimensões da sapata: A = 135 cm e B = 135 cm;

d’ = 5 cm;

Concreto C25 e aço CA-50.

A Figura 44 ilustra o exemplo:

Figura 44 – Sapata proposta



Fonte: Aguiar, 2018, p. 119.

Segundo a NBR 6118:2023, para ser considerada uma sapata rígida, deve-se atender ao seguinte critério:

$$h \geq \frac{a - a_p}{3}$$

onde:

“h” é a altura da sapata;

“a” é a dimensão da sapata;

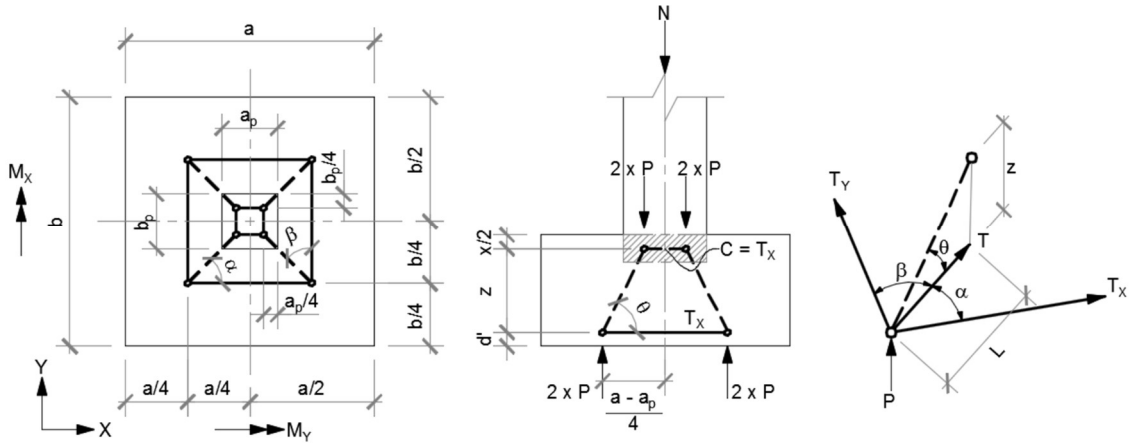
“a_p” é a dimensão do pilar na direção paralela à de “a”.

Portanto, tem-se:

$$h \geq \frac{135-25}{3} \geq 36{,}7\ cm \text{ (ok!)}$$

A Figura 45 mostra um modelo de bielas e tirantes para sapatas rígidas:

Figura 45 – MBT para sapatas



Fonte: Aguiar, 2018, p. 65.

O procedimento de cálculo é o descrito por Bastos (2023). A força de tração na base da sapata na direção x é calculada por:

$$Tx = \frac{P}{8} \cdot \frac{A - ap}{d} = \frac{634}{8} \cdot \frac{1{,}35 - 0{,}25}{0{,}5} = 174{,}35\ kN$$

Por se tratar de uma sapata quadrada, Tx=Ty.

- Verificação da biela comprimida

Verifica-se a tensão na diagonal de compressão no entorno do pilar, de modo que $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{(2ap + 2bp) \cdot d} = \frac{634 \cdot 1{,}4}{(2 \cdot 25 + 2 \cdot 25) \cdot 50} = 0{,}177\,\frac{kN}{cm^2} = 1{,}77\ MPa$$

$$\tau_{Rd2} = 0{,}27 \cdot \alpha_{v2} \cdot fcd = 0{,}27 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot \frac{2{,}5}{1{,}4} = 0{,}434\,\frac{kN}{cm^2} = 4{,}34\ MPa$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd} \quad (ok!)$$

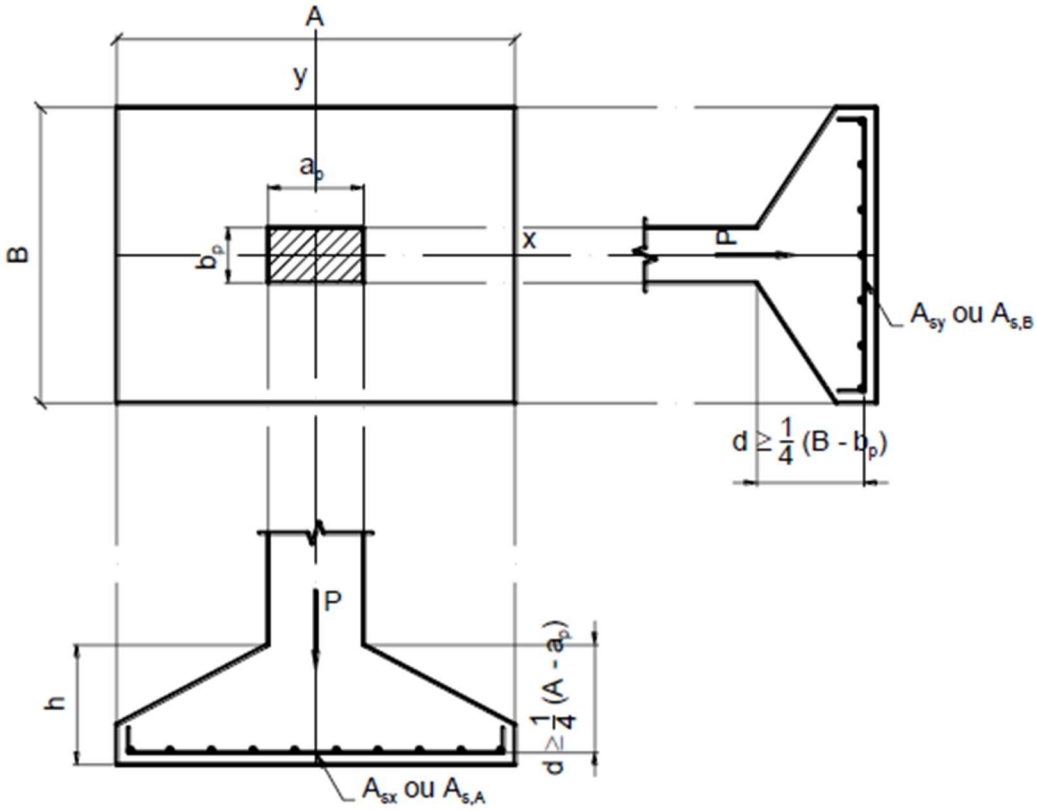
- Cálculo da área de aço do tirante

A área de aço é facilmente calculada através da Eq. 4-19:

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot Rst}{f_{yd}} = \frac{1{,}4 \cdot 174{,}35}{\frac{50}{1{,}15}} = 5{,}61\ cm^2$$

A Figura 46 ilustra um exemplo de detalhamento de armadura em sapatas.

Figura 46 – Armadura em sapata



Fonte: Bastos, 2023, p. 40.

Os resultados obtidos na seção 5 deste trabalho evidenciam a eficácia desse modelo para dimensionamento dos elementos propostos, resultando em valores bem próximos aos das referências e atendendo aos parâmetros especificados na NBR 6118:2023 e outras normas auxiliares. Ao comparar os valores calculados com os obtidos nas referências adotadas, obtém-se a Tabela 5:

Tabela 5 – Comparação entre valores calculados e valores obtidos nas referências

Elemento	**As (cm²) principal na referência**	**As (cm²) principal calculado**	**Tensão na biela comprimida (MPa) na referência**	**Tensão calculada na biela comprimida (MPa)**
Viga-parede	0,64	0,638	-	0,638
Consolo curto	54	51,33	31,24	31,35
Sapata rígida	4,50	5,61	1,71	1,77

Fonte: Autor.

6 CONCLUSÃO

Tendo em vista o que foi apresentado neste trabalho, conclui-se que a aplicação Modelo de Bielas e Tirantes se mostra um método bastante eficaz e relativamente simples para o dimensionamento de elementos especiais de concreto, os quais seriam de difícil análise a partir de métodos tradicionais. A seção 3.2.1 evidencia que o conhecimento desse método é de fundamental importância no acervo de qualquer engenheiro calculista, visto que muitas das vezes será necessária uma análise manual desses tipos de estruturas, já que nem todo software de cálculo é capaz de fazer um dimensionamento correto desses elementos.

Além disso, o método também tem um grande valor didático, principalmente com auxílio de softwares, como o *CAST*, pois se torna muito visual como a estrutura reage às ações atuantes, ilustrando o caminho das tensões de tração e compressão no elemento estrutural, o que facilita o entendimento do seu funcionamento.

Portanto, conclui-se que o Modelo de Bielas e Tirantes se mostra um método essencial para todo engenheiro calculista, já que os elementos especiais de concreto são bastante recorrentes em projetos estruturais e o modelo configura um excelente procedimento para seus dimensionamentos. Além disso, atesta-se que os resultados aqui obtidos são válidos, visto que são praticamente iguais aos dos trabalhos referências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI COMMITTEE 318-05, **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary**, APPENDIX A: Strut-And-Tie Models". American Concrete Institute, Detroit, 2005.

AGUIAR, Caio Cesar Pereira de. **Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes**. 2018. Tese de Mestrado. Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimento.** Rio de Janeiro, Brasil. 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado.** Rio de Janeiro, Brasil. 2017.

BASTOS, P. S. **Sapatas de fundação – Notas de aula.** Bauru, São Paulo, Brasil. 2023.

BOUNASSAR, J. F. **Dimensionamento e Comportamento do Betão Estrutural em Zonas de Descontinuidade**. 1995. 405p. Tese (Doutorado) - Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal, 1995.

BROWN, M. D., BAYRAK, O. **Minimum Transverse Reinforcement for Bottle-Shaped Struts**. ACI Structural Journal. V. 103, No. 6, November- December, pp 813-821, 2006.

CARVALHO, Bernardo Lima. **Dimensionamento e detalhamento de vigas-parede utilizando o método de bielas e tirantes**. Pernambuco: UFPE. Recife, 2017.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 2010**. First complete draft, Lausanne, Switzerland, 2010.

EUROCODE 2: **Design of Concrete Structures.** Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings, 1999.

LEONHARDT, F; MÖNNING, E. ***Construções de concreto, volume 3: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado.*** Editora Interciência Ltda, Rio de Janeiro, 1978.

MACGRAGOR, J. G. **Reinforced concrete mechanics and design**. New Jersey: Prentice Hall, 1988.

PANTOJA, J. C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. Rio de Janeiro: Pont. Univ. Cat. Rio de Janeiro, 2012.

PFEIFER, W. K. **Projeto de consolo de concreto armado de alta resistência com uso do método de bielas e tirantes.** 2017. Dissertação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

SANTOS, Daniel dos. **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes.** 2006. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006. Acesso em: 19/02/2024.

SANTOS, V. M. P. **Análise de confiabilidade em modelos de bielas e tirantes**. 2013. 133 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

SCHLAICH, J.; SCHAEFER, K.; JENNEWEIN, M. **Towards a Consistent Design of Structural Concrete.** PCI Journal. V. 32, No. 3, May-June, p 74-150, 1987.

SCHLAICH, J. e SCHÄFER, K. **Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models**. Revista The Estructural Engineer, v. 69, n. 6, 1991.

SILVA, R. C. da; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC/USP, 2000. Acesso em: 19 fev. 2024.

SOUZA, Rafael Alves de**. Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Acesso em: 26 fev. 2024.

YINDEESUK, S. **Design and Analysis os Simple and Complex D-Regions in Reinforced Concrete Structures.** Phd Thesis. University of Illinois at Urbana Champaign. Illinois/USA. 2009.