UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL – DECA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

LUCAS EDUARDO E SILVA

CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PROTENDIDAS PÓS TRACIONADAS

JOÃO PESSOA
2022

LUCAS EDUARDO E SILVA

CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PROTENDIDAS PÓS TRACIONADAS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba, como um dos requisitos obrigatórios para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Vieira Mendonça

JOÃO PESSOA

2022

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586c Silva, Lucas Eduardo e.
Considerações sobre o cálculo e dimensionamento de vigas protendidas pós tracionadas / Lucas Eduardo e Silva. - João Pessoa, 2022.
160 f. : il.

Orientação: Ângelo Vieira Mendonça.
TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Concreto protendido. 2. Processo de Leonhardt. 3. Processo de Engesser-Courbon. 4. Pontes em vigas múltiplas. I. Mendonça, Ângelo Vieira. II. Titulo.

UFPB/CT CDU 624(043.2)

Elaborado por ROSANGELA GONCALVES PALMEIRA - CRB-216

FOLHA DE APROVAÇÃO

LUCAS EDUARDO E SILVA

CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PROTENDIDAS PÓS TRACIONADAS

Trabalho de Conclusão de Curso em 07/12/2022 perante a seguinte Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Ângelo Vieira Mendonça (orientador)
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO

Prof. Dr. Carlos Antônio Taurino de Lucena
(Examinador)
Universidade Federal da Paraíba

APROVADO

Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira Queiroz
(Examinador)
Universidade Federal do Maranhão

APROVADO

Profª. Andrea Brasiliano Silva

Matrícula Siape: 1549557

Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

Dedico primeiramente a minha família que me apoiaram e incentivaram durante todo meu ciclo acadêmico, e todos aqueles que vêm me apoiando ao longo da vida facilitando a minha caminha. Em especial, minha Madrinha Filogônia Silva Bandeira e meu Padrinho José Reis Bandeira.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família, que foi o fator motivador para continuar nessa jornada acadêmica, sempre me dando força e incentivo nos momentos mais instáveis que foi enfrentado durante a graduação.

Agradeço a minha mãe Leudimar que acompanhou toda minha luta, desde minha mudança de Estado, e as diversas dificuldades que foram enfrentadas e ainda sim me transmitia esperança e incentivo para continuar na graduação.

Agradeço minha madrinha Filogônia que foi a pessoa que me ensinou que a educação era o principal caminho para eu obter meus sonhos, e foi à pessoa que me inspirei por ser uma mulher forte e independente que sempre me incentivou na minha luta, mas que não está aqui presente para presenciar esse momento.

Agradeço aos meus irmãos, Geovana, Juliana, Jonatas, Luiza, Fernanda, Fernando, Évila e Daniel que me transmitiram energia e alegria durante toda minha jornada.

Agradeço aos filhos da minha madrinha, Raimundo e Hellen que me abraçaram como irmão e me apoiaram na minha conquista de ser tonar um engenheiro.

Agradeço aos amigos que fiz durante minha vida acadêmica na UFPB que caminharam juntos e que de forma implícita me incentivaram a prosseguir e avançar no curso.

Agradeço ao meu professor e orientador Dr. Ângelo Vieira Mendonça, que tenho imensa admiração profissional e como pessoa. Tenho plena consciência que não estaria onde estou sem sua ajuda. Seus conhecimentos fizeram grande diferença no resultado final deste trabalho

Agradeço ao corpo docente da UFPB que me ajudaram evoluir como um profissional além das fronteiras de um discente e quem foi que transmitiram todo conhecimento adquirido durante minha jornada, com minha atenção especial ao Professor Gilson que colaborou com meu relatório de estágio, a professora Andreia a qual tenho plena admiração.

E por fim, Agradeço a instituição UFPB por todo apoio e assistências que recebi que contribuíram significativamente para minha manutenção no curso.

RESUMO

Este trabalho trás o estudo dos conceitos de vigas de concreto protendido na pós-tração. Um exemplo de aplicação é utilizado para discutir as etapas necessárias para o cálculo e detalhamento para este fim. A viga protendida de interesse é um dos elementos estruturais de uma ponte de longarinas múltiplas. Os dados geométricos dessa ponte (laje, longarinas e transversinas) e do traçado dos cabos de protensão nas longarinas foram extraídos dos trabalhos de Stucchi & Skaf (2006) e Dutra (2019). Devido às características ambientais de João Pessoa, as especificações do concreto foram convenientemente alteradas. O sequenciamento de cálculo da viga protendida inicia-se com a definição dos dados iniciais do projeto (classe de agressividade ambiental, umidade relativa, especificação da resistência do concreto, abatimento, agregados, cimento, aço para armaduras (ativa e passiva) e configurações geométricas dos elementos estruturais envolvidos).

Na sequência, os efeitos das cargas permanentes na laje e transversina são convenientemente transferidos para as longarinas, que após a adição do seu peso próprio, os esforços permanentes são determinados. Em seguida, os efeitos da carga acidental, associada ao trem-tipo que atua na laje, são convenientemente transferidos para as longarinas utilizando métodos aproximados, tais como o de Leonhardt e o de Engesser-Courbon e Fauchart, que depois de ponderados por coeficientes de impacto, os esforços acidentais podem ser determinados. Feitas as combinações no estado limite de serviço dos esforços permanentes e acidentais (requeridas pelo nível de protensão estabelecido pela classe de agressividade ambiental, sistema de pós-tração, e a perda de protensão estimada) a força de protensão é determinada e sua correspondente área da armadura ativa para a seção crítica. Em seguida, faz-se o estudo das perdas imediatas e progressivas reais no processo. Com a construção do fuso limite, as excentricidades do cabo resultante nas seções transversais da longarina em estudo podem ser verificadas. Em seguida, parte-se para a verificação das solicitações normais (flexão) e tangenciais (corte e torção) no estado limite último, determinando-se as armaduras passivas longitudinais, transversais e complementares (pele, fendilhamento e construtiva). Finalmente, parte-se para o detalhamento da longarina protendida.

PALAVRAS CHAVES: Concreto protendido, processo de Leonhardt, processo de Engesser-Courbon, pontes em vigas múltiplas.

ABSTRACT

This work deals with a study of the concepts of prestressed concrete beams in post-tension. An application example is used to discuss the required steps for calculating and detailing for this purpose. The prestressed girder of interest is one of the structural elements of a multiple-girder bridge. The geometric data of this bridge (deck slab, spars and transverses) and the layout of the prestressing strands in the girders were extracted from the works by Stucchi & Skaf (2006) and Dutra (2019). Due to the environmental characteristics of João Pessoa, the concrete specifications were conveniently changed. The prestressed girder calculation sequence begins with the definition of the initial project data (environmental aggressiveness class, relative humidity, specification of concrete strength, slump, aggregates, cement, steel for reinforcement (active and passive) and geometric configurations of the structural elements involved)

Then, the effects of the dead loads on the slab are conveniently transferred to the girders, which, after adding their own weight, determine the dead stress resultants. Then, the effects of the live load, associated with the standard train acting on the slab, are conveniently transferred to the girders using approximate methods, such as Leonhardt's process and Engesser-Courbon's process, which after being weighted by impact coefficients, live stress resultants can be determined. After making combinations in the service limit state of dead and live stress resultants (required by the prestressing level established by the environmental aggressiveness class, post-tension system, and estimated prestressing loss) the prestressing force and its corresponding area of strands are determined at critical section. Next, the real immediate and progressive losses in the process were studied. With the construction of the limit spindle, the eccentricities of the resulting strand in the cross sections of the girder under study can be verified. Then, it proceeds to verify the normal (bending) and tangential (shear and torsion) stresses in the ultimate limit state, determining the longitudinal, transverse and complementary passive reinforcement. Finally, the prestressed girder detailing is done.

KEYWORDS: Prestressed concrete, Leonhardt's process, Engesser-Courbon's process, multi-beam bridges.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ponte Galeão em concreto protendido durante a sua execução.....21
Figura 2 - Ponte Galeão Atualmente.....21
Figura 3 - Pilha de livros exemplificando a ideia de protensão. 23
Figura 4 - Distribuição do estado de tensão a flexão de uma estrutura protendida. 23
Figura 5 - Pista de protensão. 25
Figura 6 - Exemplo de protensão com aderência posterior, com bainha e cabos. 26
Figura 7 - Exemplo de um sistema da protensão não aderente. 27
Figura 8 - Reforço de uma ponte de concreto armado por meio de protensão externa. 27
Figura 9 - Detalhe de um desviador metálico na parte inferior da viga após a fixação. 28
Figura 10 – Resistência no estado multiaxial de tensões do concreto. 28
Figura 11 – Diagrama tensão-deformação idealizado.....30
Figura 12 – Rolos comerciais de cordoalhas de 1900 MPa (a) e 2100 (b). 32
Figura 13 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.....32
Figura 14 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura ativa. 33
Figura 15 - Especificação de cordoalhas.....34
Figura 16 - Discretização e orientação de uma região. 35
Figura 17 - Exemplificação da redução do alongamento da armadura provocando a redução da tensão f_{pyd}. 40
Figura 18- Diagrama das perdas por escorregamento da ancoragem ativa na pós-tração. ..41
Figura 19 - fuso Limite em cabos curvos pós-tracionados.....49
Figura 20 - Tensões normais no estado de Vazio 50
Figura 21 - Tensões normais no estado em serviço. 52
Figura 22 - Diagrama de Tensão x Deformação dos aços de protensão 54
Figura 23 – Seção Transversal no meio do vão da ponte de classe 45. (Medidas em cm) ..56
Figura 24 - Seção transversal da viga V1 na região dos Apoios. (Medidas em cm) 56
Figura 25- Seção transversal da viga V1 no meio do Vão. (Medidas em cm) 56
Figura 26 – Detalhe longitudinal da viga V1.(Medidas em cm) 57
Figura 27- Detalhe do encontro entre o apoio e a viga V1. (Medidas em cm) 57
Figura 28 - Vista superior da ponte utilizada para dimensionamento da viga V1.....57
Figura 29 - Discretização da seção transversal da viga V1 na região dos Apoios. 59

Figura 30 - Discretização da seção transversal da viga V1 no meio do Vão. 60
Figura 31 - Discretização da seção transversal da viga V1 com laje colaborante no meio do vão.....61
Figura 32- Esquema estático da viga V1.....64
Figura 33 - Disposição das cargas estáticas 65
Figura 34 – Divisão das seções para determinação do coeficiente de impacto. 66
Figura 35 - Comportamento da Deformação da transversina fictícia apoiada em longarinas. 67
Figura 36 - Linha de influência Transversal para viga V1 no meio do vão. Processo de Leonhardt.....68
Figura 37- Esquema para cálculo das cargas do trem-tipo TB - 450 kN.Processo Leonhardt 68
Figura 38 - Esquema do Trem-Tipo longitudinal para viga V1 no meio do vão. Processo Leonhardt.....69
Figura 39- Deslocamento de corpo rígido da transversina para uma seção com sete longarinas. 70
Figura 40- Esquema para cálculo das cargas do trem-tipo TB-450.Processo de Engesser-Courbon.....71
Figura 41 – Diagrama de Momento Fletor devido às cargas permanentes (kNm). 73
Figura 42 – Diagrama de Esforço Cortante devido às cargas permanentes (kN). 74
Figura 43 – Envoltória de Momento fletor devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Leonhardt (kNm). 74
Figura 44 – Envoltório de Esforço Cortante devido à carga móvel, obtida pelo processo de Leonhardt (kN). 74
Figura 45 – Envoltória de Momento fletor devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Engesser- Courbon (kNm).....75
Figura 46 – Envoltório de Esforço Cortante devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Engesser- Courbon (kN).....75
Figura 47 – Seção Homogeneizada.....82
Figura 48 – Traçado dos Cabos. 83
Figura 49 – Traçado do Cabo 1. 84
Figura 50 – Traçado do Cabo 2. 84
Figura 51 – Traçado do Cabo 3. 85
Figura 52 – Traçado do Cabo 4. 85

Figura 53 – Traçado do Cabo 5. 86
Figura 54 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 1. 88
Figura 55 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 2. 89
Figura 56 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 3. 89
Figura 57 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 4. 90
Figura 58 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 5. 91
Figura 59 - Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 1. 92
Figura 60 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 2. 93
Figura 61 - Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 3. 94
Figura 62 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 4. 95
Figura 63 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 5. 97
Figura 64 – Verificação das tensões resultantes para fase de fabricação $g1 + P0$ 107
Figura 65 – Verificação das tensões resultantes para fase de Transporte 1 ($\beta a * g1 + P0;\ onde\ \beta a = 0{,}8$) 108
Figura 66 – Verificação das tensões resultantes para fase de fabricação ($\beta a * g1 + P0;\ onde\ \beta a = 1{,}3$).....109
Figura 67 – Verificação das tensões resultantes para fase de Transporte 2 ($\beta a * g1 + P0;\ onde\ \beta a = 1{,}4$).....110
Figura 68 – Verificação das tensões resultantes para fase de montagem 1 ($g1 + g2 + \psi q + P0;\ onde\ \psi q = 0$).....111
Figura 69 – Verificação das tensões resultantes para fase de Montagem 2 ($g1 + g2 + \psi q + P0;\ onde\ \psi q = 0{,}2$) 112
Figura 70 – Verificação das tensões resultantes para combinações em Serviço 1 ($g1 + g2 + P\infty$). 113
Figura 71 – Verificação das tensões resultantes para combinações em Serviço 2 ($g1 + g2 + \psi q + P\infty;\ onde\ \psi q = 0{,}2$) 114
Figura 72 – Verificação das tensões resultantes para combinação quase permanente de ações ($g1 + g2 + \varphi * \psi 1 * q + P\infty;\ onde\ \psi 1 = 0{,}3$). 115

Figura 73 – Verificação das tensões resultantes para combinação frequente de ações ($g1 + g2 + \varphi * \psi1 * q + P\infty;\ onde\ \psi1 = 0{,}5$).....116
Figura 74 - Traçado das curvas do Fuso limite CV01, CV02, CS01 e CS02.....119
Figura 75 - Região do Fuso limite onde à linha de ação representativa a força resultante de protensão deve se situar.....119
Figura 76 – Disposição da armadura de protensão na seção transversal para viga V1 no meio do Vão.(medidas em cm).....120
Figura 77 – Diagrama tensão x deformação do aço da armadura de protensão para determinação de σpd. 123
Figura 78 – Componente da força cortante devido á curvatura do cabo de protensão. 126
Figura 79- Comprimento básico de ancoragem de uma barra reta. 131
Figura 80 - Ganchos das extremidades de barras tracionadas.....133
Figura 81- Tipos de ganchos para estribos. 135
Figura 82 - Fissura Superficial. 136
Figura 83 - Distribuição das tensões na zona de regularização para um elemento estrutural de concreto.....137
Figura 84- Reação no pino de içamento devido ao peso próprio da estrutura 139
Figura 85 – Esquema do içamento feito com um ou dois guindastes. 140
Figura 86- Ancoragem ativa Rudloff tipo “E” (VISTA DO CONJUNTO).....142
Figura 87- Vista longitudinal e frontal da ancoragem ativa. 142
Figura 88 – Traçado longitudinal dos Cabos 1 e 2. 144
Figura 89– Traçado longitudinal dos Cabos 3, 4 e 5. 145
Figura 90– Detalhe da Ancoragem e nichos na seção S0. 146
Figura 91 – Detalhe longitudinal da ancoragem. 147
Figura 92 – Detalhamento da seção transversal no meio do vão.....148
Figura 93 – Detalhes da montagem das armaduras no meio do vão para execução no canteiro de obra.....149
Figura 94 – Detalhe das armaduras de fretagem para controle de fissuração e fendilhamento 150
Figura 95 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S0 à S2. 151
Figura 96 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S2 à S4. 152
Figura 97 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S4 à S5. 153
Figura 98 – Detalhe da armadura de içamento 154

Figura 99- Momento máximo ao longo do vão obtidos a partir dos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhardt. 158
Figura 100 - Esforço cortante máximo ao longo do vão obtidos a partir dos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd. 158
Figura 101 Linhas de influência do processo de Fauchart. 159
Figura 102 - Linhas de influência do processo de Leonhardt. 159
Figura 103 Linhas de influência do processo de Engesser-Courbon. 159

LISTAS DE TABELAS

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental e qualidade do concreto.....34
Tabela 2 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental. 37
Tabela 3 - Combinações de Serviço.....38
Tabela 4 - Coeficientes de ponderação de Ações. 38
Tabela 5 - Coeficientes de ponderação de Ações 39
Tabela 6 - Valores de ψ_{1000} (%).....44
Tabela 7 - Dados da Ponte.....58
Tabela 8- Propriedades do materiais utilizados para dimensionamento da longarina protendida V1. 59
Tabela 9 – Propriedades geométricas da viga V1 no apoio. 60
Tabela 10 - Propriedades geométricas da viga V1 no meio do vão.....61
Tabela 11- Propriedades geométricas da viga V1 no meio do vão com laje colaborante....62
Tabela 12 - Resumo dos dados do Peso Próprio 63
Tabela 13 - Sobrecarga permanente $g2$ 63
Tabela 14 - Valores de coeficiente de impactos nas seções. 66
Tabela 15 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Leonhardt). 76
Tabela 16 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Leonhardt). 76
Tabela 17 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Engesser- Courbon). ..77
Tabela 18 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Engesser- Courbon).....77
Tabela 19 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Fauchart).....78
Tabela 20 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Fauchart).....78
Tabela 21 - Momento Fletor para combinações no estado de serviço. 79
Tabela 22 - Esforço Cortante para combinações no estado de serviço. 79
Tabela 23 - Propriedades Geométricas da seção Homogeneizada. 83
Tabela 24 - Perdas por atrito nos cabos da viga V1.....87
Tabela 25 - Perdas por Encunhamento nos cabos da viga V1.....97
Tabela 26 - Resumo das perdas Imediatas no meio do vão e $\sigma p0$. 98
Tabela 27 - Valores da Fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento. 99

Tabela 28 - Valor de P_0 nos Cabos de protensão para aplicação no processo simplificado. 103
Tabela 29 - Valor de $\sigma P\infty$ e resumo das perdas de protensão imediatas no meio do vão e perdas progressivas. 104
Tabela 30 - Valores para coeficiente de Amplificação dinâmica βa.....105
Tabela 31 - Dados para fuso limite ao longo do vão para estado em vazio 117
Tabela 32 - Dados para fuso limite ao longo do vão para estado em serviço 118
Tabela 33 - Parcela de contribuição da protensão na região do apoio para o cortante. 127
Tabela 34 - Diâmetro dos pinos de dobramento (D).....133
Tabela 35 - Diâmetro dos pinos de dobramento para Estribos.....134
Tabela 36 – Valores do coeficiente $\alpha 0t$.....138
Tabela 37 - Resumo das Armaduras adotadas no detalhamento da viga V1. 141
Tabela 38 - Verificações sobre o detalhamento das armaduras.....141
Tabela 39 – Momento fletor devido às cargas móveis nos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd. 156
Tabela 40 – Variação percentual do momento fletor máximo 156
Tabela 41 – Esforço cortante devido às cargas móveis nos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd. 157
Tabela 42 - Variação percentual do esforço cortante máximo 157

SUMÁRIO

1. BREVE HISTÓRICO 20

1.1 Objetivos 22

1.1.1 Objetivo geral 22

1.1.2 Objetivo específicos 22

1.2 Justificativa 22

2. A IDEIA DA PROTENSÃO 22

3. VANTAGENS E DESVANTAGENS DO CONCRETO PROTENDIDO. 24

3.1 Vantagens 24

3.2 Desvantagens 24

4. TIPOS DE PROTENSÃO 25

4.1 Pré-tração ou protensão com aderência inicial 25

4.2 Pós-tração aderência posterior 26

4.3 Protensão sem aderência posterior. 26

4.4 Protensão externa 27

5. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS 28

5.1 Concreto. 28

5.2 Aço de protensão 31

5.3 Materiais empregados 33

6. PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DA SEÇÃO TRANSVERSAL 34

7. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS. 36

7.1 Peso próprio 36

7.2 Escolha do tipo e Nível de protensão. 36

7.3 Combinações de cargas 37

7.4 Tensões Atuantes 39

8. ESTIMATIVA DA FORÇA INICIAL DE PROTENSÃO. 39

9. PERDAS DE PROTENSÃO 40

9.1 Perdas Iniciais 40

9.2 Perdas Imediatas 41

9.2.1 Perdas por escorregamento da ancoragem 41

9.2.2 Perdas por atrito 42

9.2.3 Perdas por encurtamento Elástico do concreto na pós-tensão 43
9.3 Perdas Progressivas 43
9.3.1 Perda por relaxação do aço. 43
9.3.2 Perda por retração do concreto 44
9.3.3 Perda por fluência do concreto 46
9.3.4 Efeito combinado de retração e fluência e relaxação do aço. 48
10. VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES AO LONGO DO VÃO 49
10.1 Fuso Limite 49
10.2 Estado em Vazio 49
10.3 Estado em Serviço 51
11. VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO 53
12. ESTUDO DE CASO: PONTE COM VIGAS MÚLTIPLAS PÓS-TRACIONADAS. 55
12.1 Características do projeto 55
12.1.1 Dados do projeto 58
12.2 Propriedades Geométricas da Longarina 59
12.3 Determinação das cargas 62
12.3.1 Cargas Permanentes 62
12.3.1.1 Peso próprio da Viga V1($g1$) 62
12.3.1.2 Peso da Transversina sobre a viga V1. 63
12.3.1.3 Sobrecargas permanentes ($g2$): Pavimento, recapeamento e guarda rodas. 63
12.3.1.4 Esquema estático da viga V1. 64
12.4 Cargas Acidentais 64
12.4.1 Cargas para o Trem-tipo longitudinal. 64
12.4.2 Coeficiente de impacto 65
12.4.3 Métodos de Repartição de Cargas 66
12.4.3.1 Processo de Leonhardt 66
12.4.3.1.1 Cálculo das Cargas do Trem-tipo 68
12.4.3.2 Processo de Engesser-Courbon 69
1**2.4.3.2 Processo de Fauchart** 72
12.5 Esforços e combinação das açõs sobre a estrutura da ponte. 72
12.5.1 Coeficientes de Ponderação 72
12.5.2 Determinação do Momento fletor e esforço cortante. 73

12.5.3 Combinações de serviço. 79
12.6 Estimativa da inicial da força de protensão 80
12.6.1 ELS-F com combinação frequente 80
12.6.2 ELS-D com Combinação Quase Permanente 80
12.7 Cálculo da Armadura: Área de Protensão 81
12.8 Propriedades da seção Homogeneizada 82
12.9 Traçado Longitudinal dos Cabos 83
12.10 Cálculo das perdas de protensão 84
12.10.1 Perdas por atrito 84
12.10.2 Alongamento teórico da Armadura ativa 87
12.10.3 Perda por encunhamento da ancoragem 91
12.10.4 Perdas por encurtamento elástico do concreto na pós-tensão 97
12.10.5 Perdas progressivas 98
12.11 Análise das tensões na Seção crítica: Fuso limite 105
12.11.1 Verificação das tensões Limites no concreto. 105
12.11.2 Combinações Especiais 106
12.11.3 Combinações em serviço 112
12.11.4. Análise das combinações no estado de vazio e em serviço no meio do vão. 116
12.12 Tensões ao Longo do vão 116
12.12.1 Estado em vazio 117
12.12.2 Estado em Serviço 117
12.12.3 Traçado do Fuso Limite 118
12.13 Disposição das armaduras de protensão na seção transversal para viga V1 no meio do vão. 119
12.14 Verificação do Dimensionamento no ELU na flexão 120
12.14.1 Número de barras 125
12.15 Efeito da força cortante 126
12.15.1 Efeito da componente tangencial da força de protensão 126
12.15.2 Verificação da compressão Diagonal do concreto 127
12.15.4 Cálculo da armadura transversal 129
12.15.5 Verificação da Armadura Mínima 129
12.15.6 Escolha dos Estribos 129
12.16 Armadura de pele 130

12.17 Ancoragem de Armadura Passiva por Aderência 130
12.17.1 Ganchos das armaduras de Tração 132
12.18 Armadura transversal na ancoragem 133
12.18.1 Ancoragem de Estribos 134
12.19 Armadura de Fretagem 136
12.20 Emendas por traspasse 138
12.21 Armadura do pino de içamento 139
12.22 Detalhamento da seção transversal e longitudinal 140
13 RESULTADOS E DISCUSSÕES 155
REFERÊNCIAS 161

1. BREVE HISTÓRICO

Apesar da protensão em estruturas de concreto aparentar ser uma tecnologia recente, as primeiras ideias de pré-tensionar o concreto surgiram em 1886 com o americano P. H. Jackson. Já em 1906, Koenem, Alemanha, tentou reduzir a fissuração de pisos de argamassas aplicando a protensão. Todavia, devido à tecnologia da época, as perdas excessivas de protensão devido à retração do concreto frearam a sua popularização (CARVALHO, 2012).

Com o avanço dos estudos sobre concreto protendido, constatou-se que as perdas se davam principalmente devido à deformação lenta e retração do concreto. Somente em 1923 com estudos do Americano Dill, é que se descobriu que com a utilização de aços de alta resistência contribuiria para efetividade da protensão (OLIVEIRA, 2015).

Em 1928, por meio do engenheiro civil francês Eugene Freyssinet, é que se teve o trabalho mais consistente sobre concreto protendido, em que se aprofundou sobre estudo das perdas de protensão no desenvolvimento de uma patente sobre materiais de alta resistência e equipamentos (CARVALHO, 2012).

Em 1936, na Alemanha, o engenheiro Dischinger projetou a primeira ponte em concreto protendido, utilizando a protensão sem aderência. E em 1950, o engenheiro Finster Walder na França, executou a primeira ponte em balanços sucessivos (VERÍSSIMO; CÉSAR JR, 2005). Somente, em 1953, que foi publicada a primeira norma de concreto protendido, a norma alemã DIN4227 (ANDREATTA, 2005).

No Brasil, a primeira obra aplicada a tecnologia de protensão, aconteceu em 1949, na cidade do Rio de Janeiro, onde foi executada Ponte do Galeão (Figura 1 e 2) projetada por Freyssinet. E posteriormente, em 1956, foi construída a ponte Petrolina - Juazeiro, entre Bahia e Pernambuco, por Carlos Freire Machado, um dos primeiros a difundir a tecnologia no Brasil (OLIVEIRA, 2015).

Figura 1 - Ponte Galeão em concreto protendido durante a sua execução
Fonte: Vasconcelos, 1992.

Figura 2 - Ponte Galeão Atualmente.
Fonte: Gondin,2016.

Assim, foram feitos diversos estudos sobre concreto protendido, e sua aplicação em outros elementos de concreto como lajes e blocos, levando a padronização, e a novos materiais como as cordoalhas não aderentes. No Brasil, somente em 1997, passou a ter a fabricação de cordoalhas engraxadas, sendo então largamente aplicadas em obras de concreto protendido no País (BASTOS, 2021).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Estudar os conceitos de vigas de concreto protendido na pós-tração

1.1.2 Objetivo específicos

a) Fazer um estudo de caso em que todas as etapas do projeto de uma viga pós-tracionada são discutidas. Especificamente, o projeto discutido por Stucchi & Skaf (2006) e por Dutra (2019) é adaptado para as condições de João Pessoa.
b) Determinação do trem-tipo longitudinal pelo processo de Engesser-Courbon, além dos de Leonhardt discutido em Dutra (2019) e Fauchard detalhado em Stucchi & Skaf (2006).
c) Apresentar cálculo e o detalhamento das armaduras ativas e passivas, inclusive as de fretagem (fendilhamento e fissuração superficial) e içamento.

1.2 Justificativa

No projeto de vigas pós-tracionadas existem diversas etapas para serem percorridas até sua conclusão, desde o levantamento das cargas até o detalhamento das armaduras e procedimentos de manuseio das peças. Por isso, neste trabalho procurou-se permear todas estas etapas reexaminando o projeto de uma ponte de vigas múltiplas concebida para outras cidades do sudeste do Brasil e traze-ló para a realidade de João Pessoa.

2. A IDEIA DA PROTENSÃO

A protensão significa introduzir uma pré-tensão (tração ou compressão) em uma estrutura de modo a melhorar a sua resistência, reduzir índices de fissuração, reduzir o volume dos elementos e seu comportamento sob a ação de solicitações do qual essa estrutura está submetida (VERÍSSIMO; CÉSAR JR, 2005).

Uma forma de exemplificar a ideia da protensão é uma pilha de livros, conforme mostrada na Figura 3. Para manter os livros em mesmo plano horizontal é necessário aplicar uma força horizontal gerando uma tensão de compressão sobre o mesmo. Isso resulta no aumento da força de atrito entre os livros e assegura a sua sustentação quando submetido ao peso próprio.

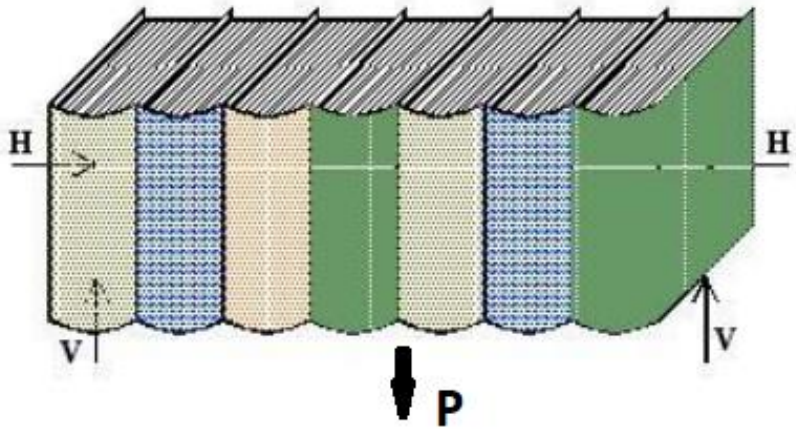


Figura 3 - Pilha de livros exemplificando a ideia de protensão.
Fonte: Argenta, 2012.

Essa ideia é replicável quando se trata do concreto, uma vez que é de conhecimento geral que este possui uma resistência à compressão muito maior do que a resistência à tração. Já o aço possui resistência alta resistência à tração e compressão, assim, são que se materiais que complementam.

Dessa forma, surge o concreto protendido (que diferente do concreto armado em que o aço trabalha de forma passiva) a armadura é ativa, mudando o estado de tensão do conjunto (Figura 4), gerando um alívio nas tensões oriundas das cargas externas aplicadas, proporcionado estruturas mais esbeltas, melhor comportamento em estruturas de grandes vão quando comparado ao concreto armado.

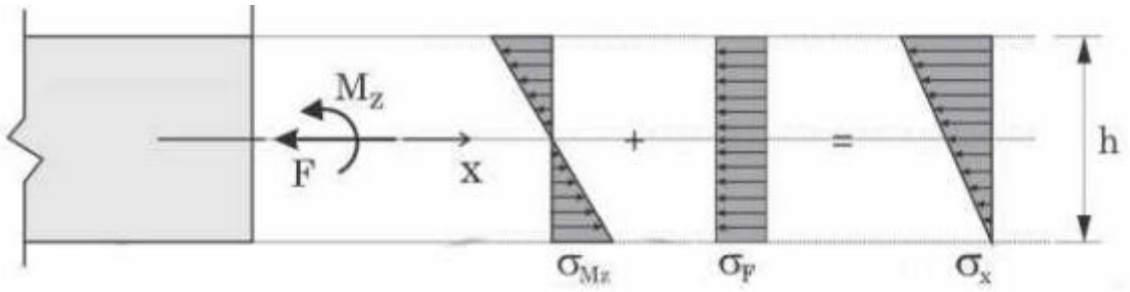


Figura 4 - Distribuição do estado de tensão a flexão de uma estrutura protendida.
Fonte: Argenta, 2012.

A partir da Figura 4, nota-se que quando o carregamento devido às ações externas é somado com a tensão gerada pela protensão, tem-se uma da distribuição de tensão na seção

transversal, antes com fibras inferiores tracionadas e superiores comprimidas, e agora com a protensão, resulta em uma seção totalmente comprimida.

3. VANTAGENS E DESVANTAGENS DO CONCRETO PROTENDIDO.

3.1 Vantagens

Segundo Castro (2011) as vantagens do concreto protendido são:

1) Reduz as tensões de tração devido a esforços de flexão e cortantes aplicados às estruturas.
2) Diminui ou anula o índice de fissuração nos elementos da estrutura, aumentando a sua durabilidade e estanqueidade do concreto;
3) O aço de protensão possui maior resistência do que os aços de armadura passiva, isso proporciona elementos esbeltos, reduzindo o consumo de concreto e aço. Apesar de ser considerado mais caro, o aço de protensão possui custo por resistência inferior comparado aos aços de armadura passiva.
4) A protensão permite a estrutura vencer vãos maiores do que aquelas de concreto armado, isso amplifica as construções maiores detalhes estéticos e consequentemente uma solução mais vantajosas para estruturas mais complexas.
5) Como os elementos da estrutura terão menores dimensões contribui para diminuir as cargas aplicadas na fundação.
6) Outro ponto é a redução no tempo de execução, já que há facilidade na montagem de forma, retirada do escoramento das lajes, e ainda a ausência de vigas em algumas estruturas.
7) Reduz as flechas no estado limite de serviço dos materiais.

3.2 Desvantagens

Segundo Castro (2011) as desvantagens do concreto protendido são:

1) Exige mão de obra com melhor qualificação técnica para aplicação da protensão.
2) Assim como os aços do concreto armado, os aços de protensão estão sujeitos à corrosão eletrolítica. Ainda, devido à natureza ativa das cordoalhas, surgem a corrosão sob tensão o que pode provocar a ruptura frágil dos cabos, devendo assim recorrer uma proteção especial.

3) Possui perdas de protensão diferidas e imediatas, devendo assim ser previstas em cálculo para não provocar o subdimensionamento das armaduras.

Além disso, pode-se incluir uma quarta desvantagem no caso de peças pré-tracionadas, é necessário um alto grau de repetição dos elementos protendidos para ser economicamente viável, já que se têm custos para implantação das pistas de protensão e equipamentos auxiliares.

4. TIPOS DE PROTENSÃO

A escolha da protensão depende do processo construtivo, dessa forma tem-se disponível no mercado a aplicação da protensão na pré-tração ou pós-tração. A Pré-tração pode ser tratada como protensão com aderência inicial, já na pós-tração pode ter aderência posterior ou não.

4.1 Pré-tração ou protensão com aderência inicial

A aplicação da pré-tração é comumente empregada em concreto pré-fabricado onde o cabo de protensão é alongado na pista de protensão (Figura 5) antes da concretagem da peça estrutural. Para que a força de protensão seja transferida ao concreto, este precisa passar pelo processo de cura. Após a maturidade do concreto, os cabos são cortados e a armadura ativa tende a encurtar, mas o concreto tende a impedir esse movimento, e assim a força de protensão é transferida para o concreto, comprimindo-o. A vantagem da protensão com aderência inicial é o controle na qualidade da peça estrutural, todavia essa técnica é limitada por que só permite a utilização dos cabos retos ou poligonais (NETO, 2015).

Figura 5 - Pista de protensão.
Fonte: Pinheiro, 2019.

4.2 Pós-tração aderência posterior

A protensão com aderência posterior é executada por meio de bainhas, que são introduzidas antes da concretagem do concreto. Em seguida, após o endurecimento do concreto, os cabos de protensão são introduzidos nas bainhas, ancorados e tracionados pelo macaco hidráulico. Os vazios entre a bainha e os cabos são preenchidos com a injeção de nata de cimento para garantir a aderência. Figura 6 mostra o processo de aplicação da protensão com aderência posterior (Bastos, 2021).

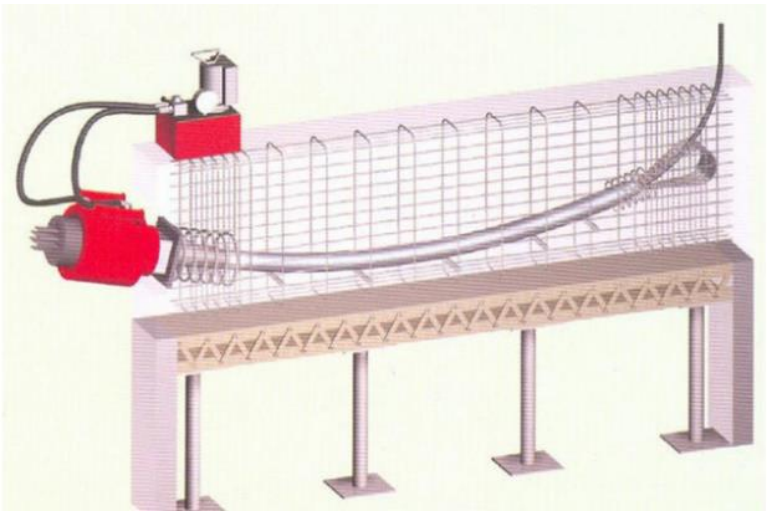


Figura 6 - Exemplo de protensão com aderência posterior, com bainha e cabos.
Fonte: Rudloff, 2015.

4.3 Protensão sem aderência posterior.

Este tipo de protensão utiliza-se principalmente nos casos de cabos em bainhas metálicas não-injetadas e cordoalhas engraxadas envoltas por bainhas de plástico (polietileno ou polipropileno) de alta densidade. Assim os cabos inseridos nos elementos estruturais são fixados somente pelas ancoragens. Um exemplo de sua aplicação são em lajes de edifícios, conforme mostra a Figura 7 (OLIVEIRA, 2015).

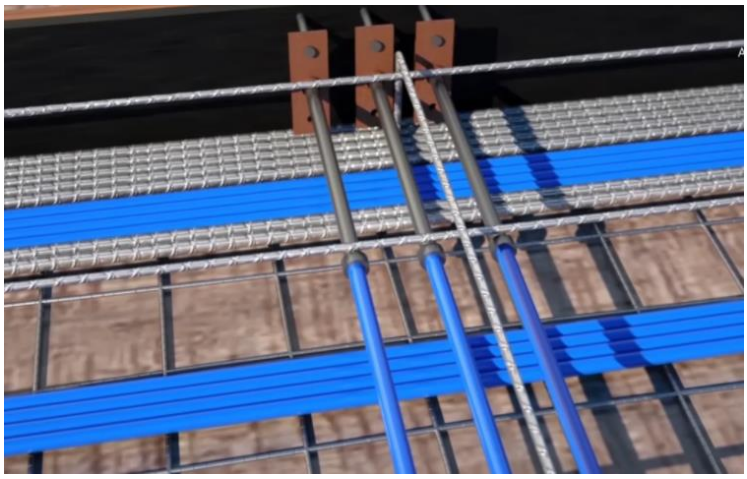


Figura 7 - Exemplo de um sistema da protensão não aderente.
Fonte: PROTENFOR, 2017.

4.4 Protensão externa

Protensão realizada de forma que os cabos de protensão são executados externamente à estrutura, portanto não-aderente ao concreto, conforme mostrada nas Figuras 8 e 9. Devido a isso, a armadura ativa está exposta a agressividade do meio ambiente, devendo assim, ser devidamente protegidas (VITORIO e BARROS, 2011).

Figura 8 - Reforço de uma ponte de concreto armado por meio de protensão externa.
Fonte: Vitorio e Barros, 2011.

Figura 9 - Detalhe de um desviador metálico na parte inferior da viga após a fixação.
Fonte: Vitorio e Barros, 2011.

5. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

5.1 Concreto.

As principais características do concreto é que ele é um material frágil (rompe com pequenas deformações), anisótropo (propriedades mecânicas variam com a direção de observação) e viscoso (propriedades variam com o tempo).

Na Figura 10, extraída da NBR 6118:2014, é apresentada o estado multiaxial de tensões do concreto.

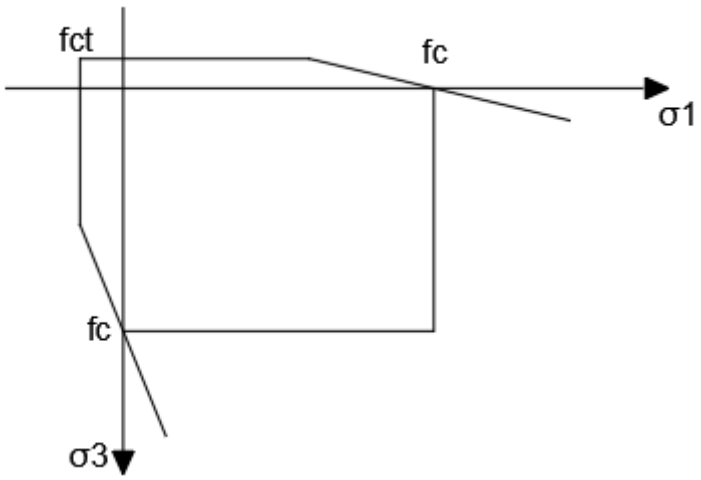


Figura 10 – Resistência no estado multiaxial de tensões do concreto.
Fonte: NBR 6118:2014.

O estado multiaxial do concreto é pouco utilizado na prática, dessa forma, na maioria das obras, a resistência do concreto é dada a partir da sua resistência característica (f_{ck}). Na norma atual NBR 6118:2014, as classes de concreto aplicados nas edificações variam do concreto C20 até a classe C90. Para concreto com armadura ativa é recomendado à classe C25 ou superior.

Apesar de sua resistência ser especificada aos 28 dias, em muitos casos é preciso determinar a resistência do concreto em outra idade. Assim, na ausência de ensaios, a NBR 6118:2014, no item 12.3.3, permite que a resistência característica aos j dias seja determinada por:

$$fckj = fck * e^{s\left(1-\left(\left(\frac{28}{t}\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)} \quad (1)$$

Onde:

s=0,38 para concreto de cimento CPIII e IV;

s=0,25 para concreto de cimento CPI e II;

s=0,20 para concreto de cimento CPV-ARI;

t= É a idade efetiva do concreto.

Outra propriedade do concreto é sua resistência à tração, que na ausência de ensaios, pode ser determinada no item 8.2.5 da NBR 6118:2014 como:

Para concretos de classe até C50:

$$f_{ct,m} = 0{,}3 * fck^{\frac{2}{3}} \quad (2)$$

Onde o f_{ck} é dado em MPa.

Para concretos de classe até C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2{,}12 * \ln(1 + 0{,}11 * fck) \quad (3)$$

$$f_{ctk,inf} = 0{,}7 * f_{ct,m} \quad (4)$$

$$f_{ctk,sup} = 1{,}3 * f_{ct,m} \quad (5)$$

Ainda sobre as características do concreto, tem-se na Figura 11 a curva de tensão x deformação que é recomendada pela NBR 6118:2014.

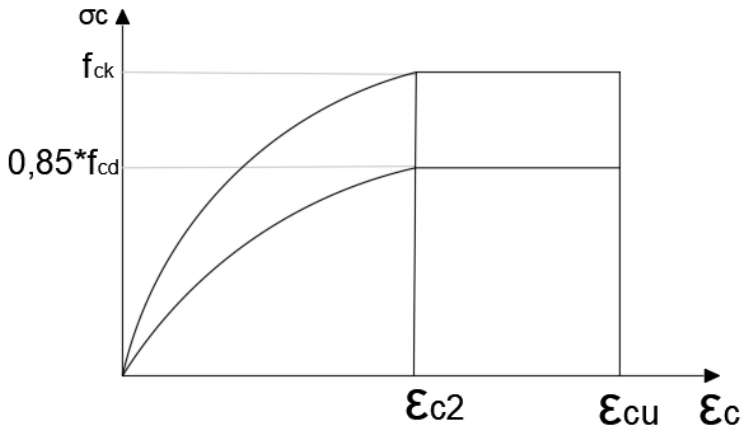


Figura 11 – Diagrama tensão-deformação idealizado.
Fonte: NBR 6118: 2014.

Para concretos de classes até C50:

ε_{c2} = 2,0 ‰;

ε_{cu} = 3,5 ‰

Ao passo que para concretos de classes C55 até C90:

ε_{c2} = 2,0 ‰ + 0,085 ‰ *$(f_{ck} - 50)^{0,53}$;

ε_{cu} = 2,6 ‰ + 35 ‰ *$[(90 - f_ck)/100]^4$

Uma outra propriedade relevante é o modulo de elasticidade, cujo valor pode ser expresso pelas seguintes expressões:

E_{ci}= α_E*5600*fck½ para f_{ck} de 20 MPa a 50 MPa; (6)

E_{ci}=21,5 *10^3 α_E* $(f_ck/10 + 1,25)^{1/3}$, para f_{ck} de 55 MPa a 90 MPa. (7)

Sendo,

E = 1,2 para basalto e diabásio

E = 1,0 para granito e gnaisse

E = 0,9 para calcário

E = 0,7 para arenito

O cálculo do módulo de deformação secante é obtido pela item 8.2.8 da NBR 6118: 2014.

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} \quad (8)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2 * \frac{f_{ck}}{80} \leq 1{,}0$$

Módulo de elasticidade transversal para o concreto não-fissurado é obtido na NBR 6118: 2014:

$$G_c = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (9)$$

5.2 Aço de protensão

O aço de protensão pode ser fios, cordoalhas e barras. Na literatura brasileira tem-se a NBR 7482:1991 para fios de aço de concreto protendido e a NBR 7483:2020 para cordoalhas de aço para concreto protendido.

A fabricação dos fios de aço de protensão ocorre pelo processo de trefilação a frio, onde uma barra de aço reduz sua seção transversal por meio de um furo no centro de uma fieira, no qual é aplicada uma força de tração deformando a barra de aço até o diâmetro esperado, esse processo vai se repetindo ao logo da fabricação até atingir o diâmetro desejado. Para sua fabricação os aços de protensão tem em média a composição química de 60% a 90% de carbono, como adição de fósforo e enxofre na faixa de 0,02% e 0,025% (BASTOS, 2021).

Após esse processo de fabricação, o aço de protensão apresenta alta resistência e ausência de patamar de escoamento, assim, este é divido em duas categorias: os aços de relaxação normal (RN) e relaxação baixa (RB). A relaxação refere-se à perda de tensão que os aços sofrem à tensão constante. Desta forma, para diminuir essa perda os aços de relaxação normal recebem um tratamento químico, que alivia as tensões internas no processo de trefilação, já os aços de relaxação baixa, passam por um tratamento termomecânico, de modo a melhorar as duas características elásticas (CARVALHO, 2012).

No mercado, os fios dos aços de protensão são regulamentados através da NBR 7482: 2008, onde os fios apresentam diâmetro nominal de 4 a 8 mm. Já para as cordoalhas, a NBR 7483:2020 destaca que estas devem ter 3 ou 7 fios, com diâmetro nominal variando entre 6,5 mm a 15,2 mm. No mercado, encontram-se cordoalha engraxadas com resistência de 1900 MPa em azul (a) e 2100 MPa em laranja (b), ambas de relaxação baixa, conforme mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Rolos comerciais de cordoalhas de 1900 MPa (a) e 2100 (b).
Fonte: ARCELORMITTAL, 2022.

Os aços de armadura ativa e passiva apresentam comportamento linear até o limite de proporcionalidade, e o diagrama de tensão deformação do aço de protensão apresenta deformação maior que aço de concreto armado, implicando em uma maior ductilidade, ou seja, maior tensão antes do regime plástico. As Figuras 13 e 14 comparam o diagrama de tensão-deformação do concreto armado e protendido.

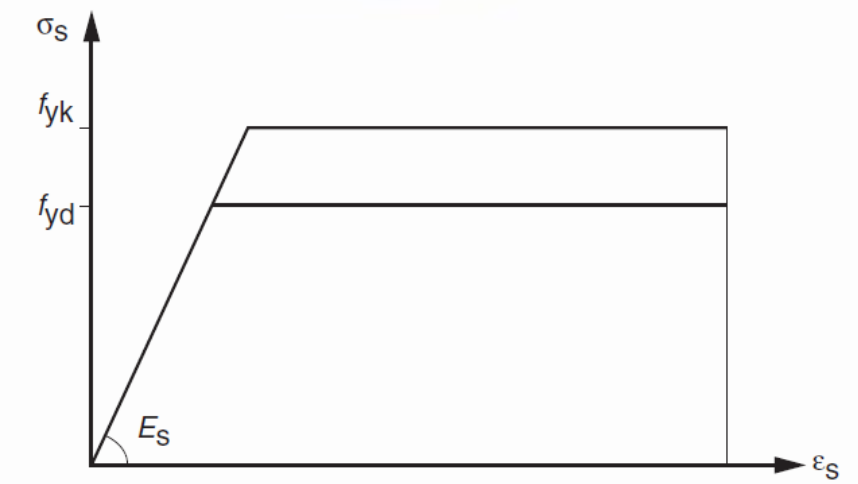


Figura 13 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.
Fonte: NBR 6118:2014

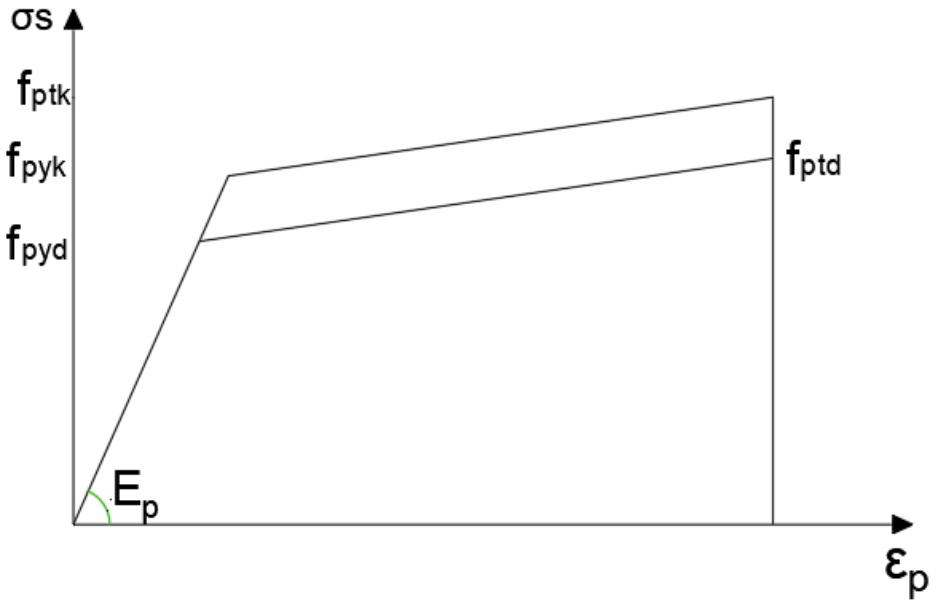
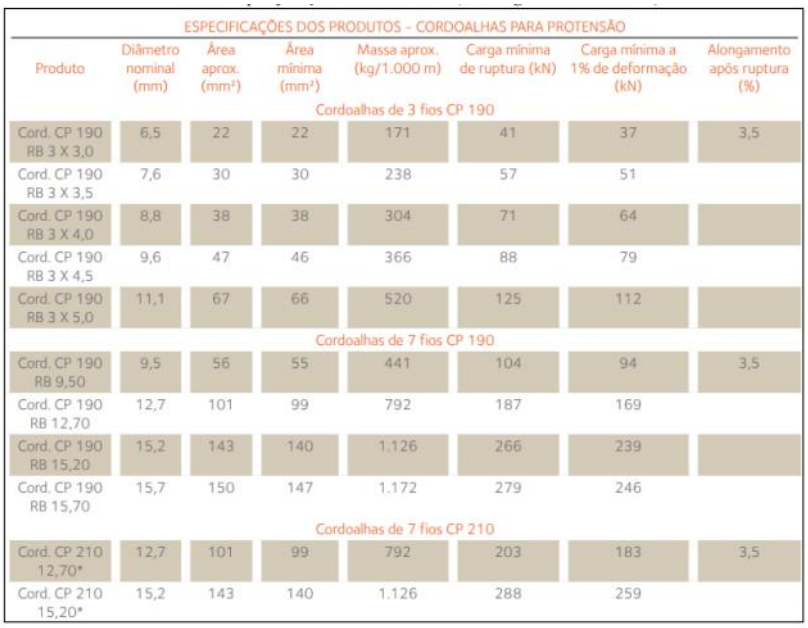


Figura 14 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura ativa.
Fonte: NBR 6118:2014.

Percebe-se pelas Figuras 13 e 14 que os aços de protensão não apresentam patamar de escoamento, e as resistências de 1900 MPa e 2100 MPa representam a tensão de ruptura ou f_{ptk}.

5.3 Materiais empregados

Para difusão dos sistemas de protensão, foi preciso haver uma evolução dos materiais empregados na construção civil, principalmente dos aços de alta resistência, permitindo assim, utilizar as armaduras de forma ativa, bem como serem consorciados aos concretos de alta resistência. Atualmente no mercado podem-se encontrar os aços de protensão em forma de fios e cordoalhas, segundo o catalogo descrito na Figura 15:



ESPECIFICAÇÕES DOS PRODUTOS – CORDOALHAS PARA PROTENSÃO

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm²)	Área mínima (mm²)	Massa aprox. (kg/1.000 m)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento após ruptura (%)
Cordoalhas de 3 fios CP 190							
Cord. CP 190 RB 3 X 3,0	6,5	22	22	171	41	37	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 3,5	7,6	30	30	238	57	51	
Cord. CP 190 RB 3 X 4,0	8,8	38	38	304	71	64	
Cord. CP 190 RB 3 X 4,5	9,6	47	46	366	88	79	
Cord. CP 190 RB 3 X 5,0	11,1	67	66	520	125	112	
Cordoalhas de 7 fios CP 190							
Cord. CP 190 RB 9,50	9,5	56	55	441	104	94	3,5
Cord. CP 190 RB 12,70	12,7	101	99	792	187	169	
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	140	1.126	266	239	
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	147	1.172	279	246	
Cordoalhas de 7 fios CP 210							
Cord. CP 210 12,70*	12,7	101	99	792	203	183	3,5
Cord. CP 210 15,20*	15,2	143	140	1.126	288	259	

Figura 15 - Especificação de cordoalhas
Fonte: ARCELORMITTAL, 2022.

A NBR 6118:2014 destaca que para o concreto protendido a resistência mínima é de 25 MPa e varia conforme a classe de agressividade ambiental, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental e qualidade do concreto.

Concreto [a]	**Tipo [b,c]**	**Classe de Agressividade (tabela 6.1)**			
		I	**II**	**III**	**IV**
Relação água/cimento em massa	CA	≤0,65	≤0,60	≤0,55	≤0,45
	CP	≤0,60	≤0,55	≤0,50	≤0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≤C20	≤C25	≤C30	≤C40
	CP	≤C25	≤C30	≤C35	≤C40

Fonte: NBR 6118: 2014.

6. PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Para se obter as propriedades geométricas da seção transversal foi criado um código no Software Mathcad utilizando as equações apresentadas em Pereira et al. (2010).

Para cálculo da área se dá por meio de elementos triangulares resultando na equação:

$$A = \frac{1}{2}\left[\left(x_j - x_i\right) * \left(y_k - y_i\right) + \left(x_i - x_k\right) * \left(y_j - y_i\right)\right]$$

Outras propriedades de interesse são os momentos de inércia I_x e I_y e produto de inércia I_{xy} conforme as equações:

$$I_x = \frac{A}{6}\left(y_i^2 + y_j^2 + y_k^2\right) + \frac{A}{6}\left(y_j * y_i + y_i * y_k + y_j * y_k\right)$$

$$I_y = \frac{A}{6}\left(x_i^2 + x_j^2 + x_k^2\right) + \frac{A}{6}\left(x_j * x_i + x_i * x_k + x_j * x_k\right)$$

$$I_{xy} = \frac{A}{12}\Big(\left(x_k * y_i + x_i * y_k + x_i * y_i + x_j * y_i + x_k * y_j + x_j * y_k\right)\Big) + \frac{A}{6}\left(x_i * y_i + x_j * y_j + x_k * y_k\right)$$

Os momentos estáticos em em relação ao eixo x e y são dados por:

$$Q_x = \frac{A}{3} * (y_i + y_j + y_k)$$

$$Q_y = \frac{A}{3} * (x_i + x_j + x_k)$$

As coordenadas no centroides $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são dadas por:

$$\bar{x} = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA}$$

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA}$$

Para utilização do código é necessário discretizar a seção, como se trata de uma de uma região poligonal a figura será trabalhada de forma triangular e os vértices desse triangulo será enumerado formando o "nó", e em seguida cada nó deve ter suas coordenadas em relação ao sistema de referência. A Figura 16 mostra a discretização de uma região.

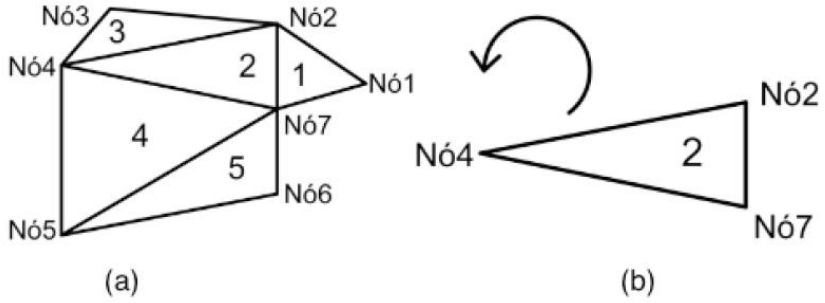


Figura 16 - Discretização e orientação de uma região.
Fonte: Pereira et al, 2020.

7. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS.

Para dimensionar a peça estrutural, é preciso conhecer os esforços solicitantes, para isso, de antemão é necessário estudar a natureza das cargas. A NBR 6120: 2017 regulamenta as cargas para cálculo de edificações, onde é possível conhecer os valores das cargas atuantes em função na natureza da edificação. As cargas atuantes na estrutura são aquelas produzidas por ações permanentes e acidentais.

7.1 Peso próprio

Para se determinar o peso próprio da estrutura utiliza-se o peso específico do concreto armado de 25 kN/m³ conforme a NBR 7187: 2003. Desta forma, o peso próprio por comprimento (g_1) é obtido pela expressão:

$$g_1 = \gamma_c \times A \qquad (10)$$

Onde:

γ_c- Peso específico do concreto

A- Área da seção transversal.

7.2 Escolha do tipo e Nível de protensão.

Como a armadura ativa está sujeita a corrosão, a escolha do nível de protensão depende da classe de agressividade ambiental e do sistema de protensão adotados. As exigências da NBR 6118:2014 são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	**Classe de agressividade Ambiental (CAA) e tipo de Protensão**	**Exigência relativas á fissuração**	**Combinação de ações em serviço a utilizar**
Concreto Simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W wk ≤ 0,4 mm	Combinação Frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W wk ≤ 0,3 mm	
	CAA IV	ELS-W wk ≤ 0,2 mm	
Concreto protendido Nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós- tração com CAA I e II	ELS-W wk ≤ 0,2 mm	Combinação Frequente
Concreto protendido Nível 2 (protensão limitada)	Pré- tração com CAA II ou Pós- tração com CAA III e IV	Verificações a duas condições Abaixo	
		ELS-F	Combinação Frequente
		ELS-D [a]	Combinação quase permanente
Concreto protendido Nível 3 (protensão Completa)	Pré- tração com CAA III e IV	Verificações a duas condições Abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D [a]	Combinação Frequente

Fonte: NBR 6118:2014

7.3 Combinações de cargas

Após a escolha do tipo e nível de protensão devem-se verificar as combinações de serviço para a peça estrutural conforme mostradas na Tabela 3.

Tabela 3 - Combinações de Serviço.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das Solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes se serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \sum F_{gi,K} + \sum \Psi_{2j} * Fqj,K$
Combinações Frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequente de serviço a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$Fd,ser = \sum F_{gi,K} + \sum \Psi_{1j} * F_{qj,K} + \sum \Psi_{2}j * F_{qj,K}$

Fonte: NBR 6118:2014.

Essas combinações contêm os coeficientes de ponderação que variam de acordo com o tipo de ações que será submetida a estrutura, onde os valores dos coeficientes são dados pela NBR 6118:2014, que estão mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 - Coeficientes de ponderação de Ações.

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	Ψ_{1a}	Ψ_2
Cargas Acidentais de Edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas [b]	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamento que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas [c]	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral.	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média local.	0,6	0,5	0,3

Fonte: NBR 6118:2014

Em complemento aos coeficientes de ponderação da NBR 6118:2014, que especifica casos típicos em estruturas de edifícios, a NBR 8681:2003 complementa os

coeficientes para caso de cargas móveis e seus efeitos dinâmicos, conforme mostrado na Tabela 5.

Tabela 5 - Coeficientes de ponderação de Ações

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	Ψ_{1a}	Ψ_2
Cargas Móveis e seus Efeitos Dinâmicos	Passarelas de Pedestres	0,6	0,4	0,3
	Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
	Pontes Ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
	Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
	Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5

Fonte: NBR 8681:2003

7.4 Tensões Atuantes

Os momentos fletores provocam tensões normais que variam ao longo da seção da estrutura, sendo os valores críticos obtidos nas fibras inferiores e superiores. O cálculo da tensão é dado por:

$$\sigma i = \frac{M_{gi}}{W_i} \qquad (11)$$

Onde:

σ_{gi} = Tensão devido ao momento fletor (kN/m²)

Mgi = Momento Fletor (kN.m)

Wi= Módulo de Resistência (m³)

Modulo de resistência é obtido pela equação:

$$Wi = \frac{I_{xi}}{y_i}$$

Onde:

I_{xi}= Momento principal de inércia em torno do eixo X (m^4)

Y_i= Distância do centroide a fibra a ser analisada (m)

8. ESTIMATIVA DA FORÇA INICIAL DE PROTENSÃO.

Após a determinação dos esforços aplicados a estrutura, é preciso conhecer a força de protensão que equilibrará as cargas aplicadas na viga durante sua utilização estrutural,

desse modo é preciso conhecer de imediato o nível de protensão. Este é em função da classe de agressividade ambiental e do sistema de protensão.

9. PERDAS DE PROTENSÃO

A força de protensão aplicada à armadura decresce continuamente ao longo da vida útil da peça, sendo rapidamente no inicio, e depois lentamente ao longo do tempo. Isso acontece devido à redução do alongamento da armadura, que são provocadas por diversos fatores (como atrito entre o cabo e o concreto, retração do concreto, fluência, relaxação do aço) quando somados levam a perdas de protensão. A Figura 17 mostra a ideia da perda de protensão, em que o cabo é pré-alongado até ε_{pyd} por uma tensão inicial, com a redução desse alongamento devido às perdas, a tensão f_{pyd}, cai ao longo do tempo (CARVALHO, 2012).

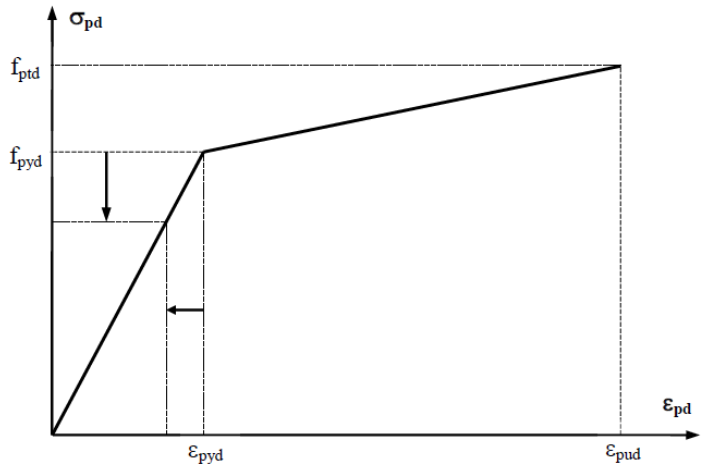


Figura 17 - Exemplificação da redução do alongamento da armadura provocando a redução da tensão f_{pyd}.
Fonte: Bastos, 2021.

Desta forma, para estimativa da forca de protensão inicial, devem-se mensurar as perdas de protensão, já que a força aplicada pelo macaco hidráulico é diferente da que é efetivamente transmitida ao elemento estrutural ao logo de sua vida. São classificadas em perdas iniciais, imediatas e progressivas.

9.1 Perdas Iniciais

As perdas iniciais são formadas antes de se transferir a tensão da protensão ao concreto, geralmente é oriunda do escorregamento na ancoragem, relaxação inicial da armadura e retração imediata do concreto. Essas perdas estão presentes quando se utiliza o processo construtivo de pré- tração. (CHOLFE, 2015).

9.2 Perdas Imediatas

A perda imediata ocorre quando a força de tração do cabo é transferida ao concreto, este efeito provoca a deformação e encurtamento da peça, nesse processo, devido ao contato com cabo e a peça, é provocada perda devido ao atrito. Há ainda perdas devido à acomodação da ancoragem, onde ocorre afrouxamento da cunha para se acomodar a peça de concreto, a perda ocorre devido a armadura ter seu alongamento reduzido após a fixação da armadura. (SHIMID, 1998).

9.2.1 Perdas por escorregamento da ancoragem

Nos pós-tração a perda por escorregamento da ancoragem na transferência da protensão para a peça. O escorregamento da armadura de protensão ocorre quando cilindro hidrálico, ao alcançar a força de estiramento, solta a armadura e esta movimenta-se poucos milimetros em direção contrária ao alongamento aplicado, como a armadura tem o alogamento diminuido há perda de tensão (BASTOS,2021)

Na Figura 18 mostra o comportamento da perda por encunhamento, onde a armadura escorrega a um valor δ isso provoca uma queda brusca de tensão na região da cunha. Esse escorregamento ocorre em sentido contrário à força de atrito que reduz o valor da perda até uma distância X.

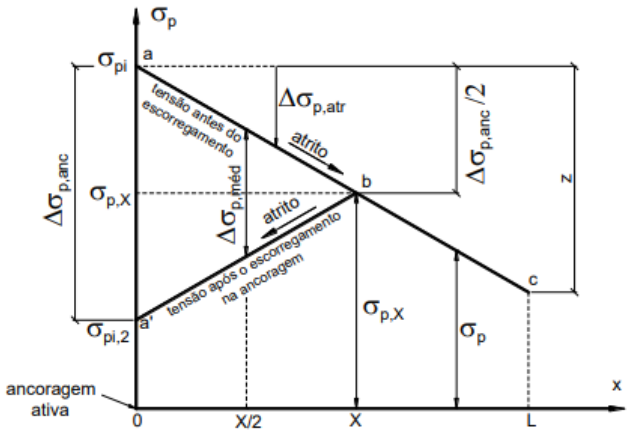


Figura 18- Diagrama das perdas por escorregamento da ancoragem ativa na pós-tração.
Fonte: Bastos, 2021.

Para determinar o trecho onde as perdas por escorregamento se anula tem-se:

$$X = \sqrt{\frac{E_p * \delta}{\sigma_{pi} * \lambda}} \qquad (12)$$

Onde:

$$\lambda = \frac{\mu\propto + kx}{x} \quad (13)$$

e,

δ = Escorregamento da ancoragem;

σpi = Tensão na armadura de protensão no instante de seu estiramento

Ep= Módulo de elasticidade do aço de protensão.

A NBR 6118:2014 recomenta que os valores para acomodação e deslizamento da armadura devem ser indicados pelos fabricantes.

9.2.2 Perdas por atrito

A perda por atrito acontece na pós-tração onde a armadura de protensão é movimentada durante o estiramento do cabo. Isso promove o atrito entre o aço e a bainha provocando a redução na tensão aplica no aço ao longo do comprimento da peça.

A perda por atrito é calculada a partir do item 9.6.3.3.2.2 da NBR 6118:2014, como:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma_{\alpha} + kx)}] \quad (14)$$

Onde:

Pi = força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração

x = é a abscissa do ponto onde se calcula ΔP, medida a partir da ancoragem, expressa em metros (m);

Σα = é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x, expressa em radianos (rad);

μ = é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado como a seguir (valores em 1/radianos):

μ = 0,50 entre cabo e concreto (sem bainha);

μ = 0,30 entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica;

μ = 0,20 entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

μ = 0,10 entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

μ = 0,05 entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada;

k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta de dados experimentais, pode ser adotado o valor 0,01 μ (1/m).

9.2.3 Perdas por encurtamento Elástico do concreto na pós-tensão

Quando o estiramento dos cabos de protensão é feito em etapas provoca deformações elásticas imediatas no concreto. No primeiro cabo o estiramento vai compensando o encurtamento da peça, já ao protender os demais cabos provoca deformações na peça e consequente encurtamento nos cabos já estirados. (Bastos, 2021).

Na NBR 6118:2014, item 9.6.3.3.2.1, exibe a equação para cálculo da perda média de tensão por cabo devido à protensão sucessiva, e consequentemente, o encurtamento elástico imediato do concreto.

$$\Delta\sigma_p = \frac{\propto_p * (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) * (n-1)}{2n} \quad (15)$$

Onde:

σ_{cp} = Tensão inicial no concreto ao nível do centroide da armadura de protensão, devida à protensão simultânea dos "n" cabos;
σ_{cg}= Tensão no centroide da armadura, devida à carga permanente;

$$\propto_p = \frac{E_p}{E_c}$$

n= Número de cabos

9.3 Perdas Progressivas

As perdas progressivas ocorrem após a transferência da protensão ao concreto, e se dão ao longo do tempo de vida útil da peça de concreto protendido. As principais perdas são por retração e fluência do concreto, e pela relaxação da armadura de protensão. A retração depende das condições ambientais em que está submetida à estrutura, sendo que esse fenômeno provoca a contração e expansão da peça. Além da redução da água de hidratação do concreto, que vai evaporando com o tempo, isso provoca uma redução do alongamento do aço. O concreto está sob tensão permanente, daí surge o fenômeno de fluência, que provoca deformações lentas ao longo do tempo, resultando na perda de tensão do aço (CHOLFE, 2015).

As perdas provocadas pela relaxação estão associadas à propriedade natural do aço e seu processo de fabricação como tratamento e composição química (BASTOS, 2021).

9.3.1 Perda por relaxação do aço.

A relaxação do aço na pós-tração se origina após o estiramento dos cabos. Uma vez que o aço é esticado e mantido com comprimento e temperatura constante, este tende a se

deformar, variando com nível de tensão aplicada e do material utilizado. A perda na força de protensão por relaxação pode ser estimada segundo a NBR 6118:2014 com valores mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Valores de ψ_{1000} (%)

σ_{po}	Cordoalha		Fio		Barra
	RN	RB	RN	RB	
0,5*f_{ptk}	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,6*f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7*f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8*f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Fonte: NBR 6118:2014.

$$\psi(t;t_o) = \psi_{1000} * \left(\frac{t-t_o}{1000}\right)^{0.15} \text{ com t em horas} \quad (16)$$

Para o tempo infinito pode-se considerar o coeficiente de relaxação de:

$$\psi(t_\infty; t_o) \cong 2{,}5\ \psi_{1000}$$

Conforme a NBR 6118 (item 9.6.3.4.5), a relaxação do aço deve ser determinada pelo coeficiente ψ (t, t_o), calculado por:

$$\psi(t;t_o) = \frac{\Delta\sigma pr(t;t_o)}{\sigma_{pi}}$$

Onde:

$\Delta\sigma_{pr}$ (t;t_o)= Perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado;

σ_{pi} = Tensão na armadura de protensão no instante de seu estiramento

$$\Delta\sigma pr(t;t_o) = \psi(t;t_o) * \sigma_{pi}$$

9.3.2 Perda por retração do concreto

As reações de químicas no concreto não cessam após atingir seu tempo de pega ou endurecimento. Com isso durante o tempo de utilização, a estrutura sofre variações dimensionais que independente do carregamento aplicado, resultando na retração. A retração provoca encurtamento da peça, e consequentemente, perda da força de protensão

durante o tempo, cessando o efeito em concreto de idades superiores a 50 anos. O procedimento e parâmetros utilizados para cálculo das perdas é dada no anexo A.2 da NBR 6118: 2014, segundo as equações:

$$\varepsilon_{cs}\,(t\,;\,t_o) = \varepsilon_{cs\infty}\left[\beta_s\,(t) - \beta_s\,(t_o)\right] \quad (17)$$

Onde:

$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s}.\ \varepsilon_{2s}$

$\varepsilon cs\infty$ = Valor final da retração;

ε_{1s} = Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto;

ε_{2s} = Coeficiente dependente da espessura fictícia da peça:

t = Idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias (ver item A.2.4.1 da NBR 6118);

to = Idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

Além disso, o coeficiente ε_{2s} é dado por:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33+2h_{fic}}{20{,}8+3h_{fic}} \quad (18)$$

em que h_{fic} é dada em cm.

A espessura fictícia é dada por:

$$h_{fic} = \gamma\left(\frac{2A_c}{\mu_{ar}}\right) \quad (19)$$

onde

γ = Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U - %), que pode ser expresso por

$$\gamma = 1 + \exp\left(-7{,}8 + 0{,}1U\right) \quad (20)$$

onde

A_c = Área bruta da seção transversal da peça;

μar = Parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar;

Os coeficientes relativos à retração na equação (17) são dados por:

$$\beta s\,(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right) + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (21)$$

Onde os coeficientes em (21) são:

A = 40;

B = $116h^3 – 282h^2 + 220h – 4,8$;

C = $2,5h^3 – 8,8h + 40,7$;

D = $-75h^3 + 585h^2 + 496h – 6,8$;

E = $–169h^4 + 88h^3 + 584h^2 – 39h + 0,8$;

h= espessura fictícia, expressa em metros (m); para valores de h fora do intervalo ($0,05 \leq h \leq 1,6$), adotam-se os extremos correspondentes;

t = É o tempo, expresso em dias ($t \geq 3$).

9.3.3 Perda por fluência do concreto

A peça estrutural sofre deformações devido ao carregamento aplicado ao longo do tempo, isso resulta em variações volumétricas na peça, como consequência, resulta em perda na força de protensão, estabilizando-se valor no tempo infinito, o procedimento de cálculo para perdas de retração é dado no anexo A1 da NBR 6118:2014, conforme as equações:

$$\varphi\,(t\,;\,t_o) = \varphi_a + \varphi f_\infty\,\left[\beta f\,(t) - \beta f\,(to)\right] + \varphi d_\infty\,\beta_d \quad (22)$$

Onde:

t = Idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_o = Idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, em dias;

O coeficiente de fluência rápida em (22) é dado por:

$\varphi_a = 0,8 * \left[1 - \frac{fc(to)}{fc(\infty)}\right]$ para concretos de classes C20 a C45;

$\varphi_a = 1,4 * \left[1 - \frac{fc(to)}{fc(\infty)}\right]$ para concretos de classes C50 a C90.

$\frac{fc(to)}{fc(\infty)}$= Função do crescimento da resistência do concreto com a idade (NBR 6118, item 12.3)

β1= Depende da relação entre $\frac{fckj}{fck}$·, e conforme o item 12.3.3.b da NBR 6118:

$$\beta 1 = \exp\left\{ s\left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

Com s dependente do tipo de cimento:

s = 0,38 para concreto com cimento CP III e IV;

s = 0,25 para concreto com cimento CP I e II;

s = 0,20 para concreto com cimento CP V ARI;

t = Idade fictícia do concreto, em dias.

Outros coeficientes na equação (22) são:

φf_∞ = φ1c. φ2c = valor final do coeficiente de fluência lenta irreversível para concretos de classes C20 a C45;

φf_∞ = 0,45 φ1c. φ2c = valor final do coeficiente de fluência lenta irreversível para concretos de classes C50 a C90;

$\varphi 1_c$ = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U (%), e da consistência do concreto;

$\varphi 2_c$ = coeficiente dependente da espessura fictícia (h_{fic}) da peça, que pode ser escrito como:

$$\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}} \quad (23)$$

em que h_{fic} é dada em cm.

Já o coeficiente relativo à fluência lenta reversível β_d (t) na equação (22) é dado por:

$$\beta d\ (t) = \frac{t-t_o+20}{t-t_o+70} \quad (24)$$

Já um dos fatores do coeficiente de fluência lenta irreversível βf (t) é:

$$\beta f\ (t) = \frac{t^2+At+D}{t^2-Ct+D} \quad (25)$$

Onde:

A= 42 h^3 -250 h^2 + 588h+113;

B=768 h^3 -3060h^2+3234h-23;

C=-200h^3+13h^2+1090h+183;

D= 7579 h^3-31916h^2+3543h+1931;

h = É a espessura fictícia, expressa em metros (m), para valores de h fora do intervalo (0,05 ≤ h ≤ 1,6), adotam-se os extremos correspondentes;

t = É o tempo, expresso em dias (t ≥ 3).

Finalmente, o valor do coeficiente de fluência reversível na equação (22) é dado por φd∞ = 0,4.

9.3.4 Efeito combinado de retração e fluência e relaxação do aço.

Com a determinação dos coeficientes de fluência, retração e relaxação da armadura, observa-se que o efeito desses fenômenos não acontece de forma isolada na peça de protendido. Assim, é preciso determinar as perdas de protensão referente ao efeito combinado onde, a NBR 6118:2014 no item 9.6.3.4.2 apresenta procedimento de cálculo simplificado para estimar essa perda:

$$\Delta\sigma p(t,to) = \frac{\varepsilon cs(t,to)Ep - \alpha p * \sigma c,pog * \phi(t,to) - \sigma po * \chi(t,to)}{\chi p + \chi c * \alpha p * \eta\rho p} \quad (26)$$

Onde:

$\chi(t,t0) = - ln\,[\,1 - \psi\,(t,t_0)]$

$\chi c = 1 + 0{,}5\,\phi\,(t,t_0)$

$\chi p = 1 + \chi\,(t,t0)$

$$\eta = 1 + \frac{ep^2 A_c}{I_c}$$

$$\rho p = \frac{A_p}{A_c}$$

$$\alpha p = \frac{E_p}{Eci28}$$

$\sigma_{c,p0g}$ = É a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0, sendo positiva se for de compressão;

$\phi(t,t_0)$ = É o coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0;

$\Delta\sigma_{P0}$= É a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0, positiva se for de tração;

$\chi(t,t_0)$ o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t,t_0)$ = É a retração no instante t, descontada a retração ocorrida até o instante t_0;

$\psi(t,t_0)$ = É o coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0;

$\Delta\sigma c(t,t_0)$ = É a variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre t_0 e t;

$\Delta\sigma p(t,t_0)$ = É a variação da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

ρ_P = É a taxa geométrica da armadura de protensão;

e_p = É a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto;

A_p = É a área da seção transversal do cabo resultante;

A_c = É a área da seção transversal do concreto;

I_c = É o momento central de inércia na seção do concreto.

10. VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES AO LONGO DO VÃO

10.1 Fuso Limite

No processo de fuso limite é estabelecido o limite para excentricidade da força de protensão, ou seja, é uma faixa dentro da altura da peça onde o cabo resultante deve está situado de forma que as tensões mobiliadas não superem os limites do nível de protensão estabelecido ao longo vão. A Figura 19 mostra fuso limite típico de uma viga pós-tracionada:

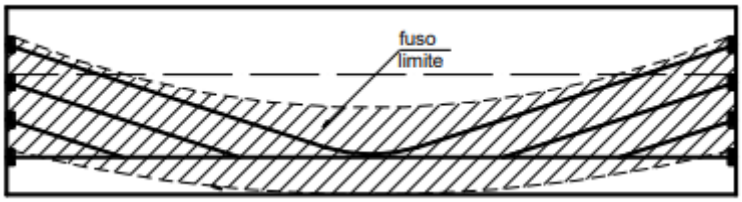


Figura 19 - fuso Limite em cabos curvos pós-tracionados.
Fonte: Bastos, 2021.

Para análise do fuso limite deve verificar as condições de excentricidade ao longo do vão para estado de vazio e estado em serviço.

10.2 Estado em Vazio

O Estado em vazio corresponde à fase em que o elemento estrutural está sofrendo ação apenas do seu peso próprio e da protensão (BASTOS, 2021). A Figura 20 indica o comportamento das tensões normais no estado de vazio.

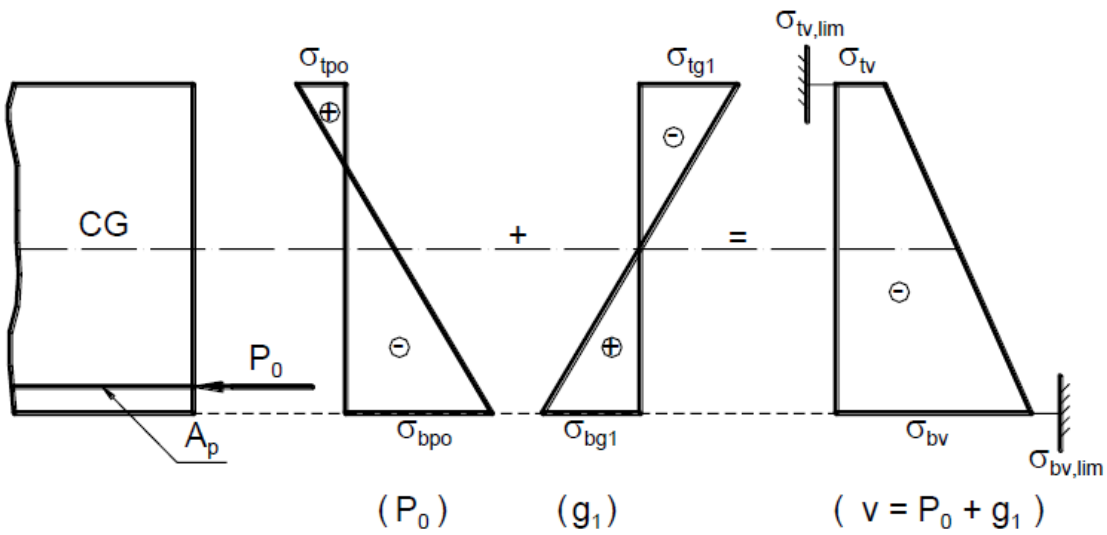


Figura 20 - Tensões normais no estado de Vazio
Fonte: Bastos, 2021.

Para analisar o fuso limite no estado de vazio na borda inferior devem-se observar as equações para excentricidade dadas:

O centro de pressão pode ser calculado pela divisão do momento de g1 pela força de protensão, resulta em:

$$e_{mg1} = \frac{M_{g1}}{P_0}$$

Já a tensão na borda inferior da seção fica:

$$\sigma_{bv} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x (e_P - e_{mg1})}{W_b} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x a_{bv}}{W_b}$$

Onde

$a_{bv} = e_P - e_{mg1}$

Isolando-se a diferença de excentricidades fica:

$$a_{bv} = (\sigma_{bv} - \frac{P_0}{A}) * \frac{W_b}{A} = e_{ka} * (1 - \frac{\sigma_{bv,lim}}{\sigma_{cg0}})$$

Onde

$e_{ka} = -\frac{W_b}{A}$

$\sigma_{cg0} = \frac{P_0}{A}$

$\sigma_{bv} = \sigma_{bv,lim}$

O fuso limite para borda inferior segue a equação dada por:

$$e_p \leq a_{bv} + e_{mg1}$$

Para analisar o fuso limite no estado de vazio da borda superior devem-se observar as equações para excentricidade dadas por:

Já a tensão na borda superior da seção fica:

$$\sigma_{tv} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x (e_P - e_{mg1})}{W_t} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x a_{tv}}{W_t}$$

Onde

$a_{tv} = e_P - e_{mg1}$

Isolando-se a diferença de excentricidades fica:

$$a_{tv} = (\sigma_{tv} - \frac{P_0}{A}) * \frac{W_t}{A} = e_{kc} * (1 - \frac{\sigma_{tv,lim}}{\sigma_{cg0}})$$

Onde

$e_{kc} = -\frac{W_b}{A}$

$\sigma_{cg0} = \frac{P_0}{A}$

$\sigma_{tv} = \sigma_{tvt,lim}$

O fuso limite para borda superior segue a equação dada por:

$$e_p \leq a_{tv} + e_{mg1}$$

Com isso para limite da armadura ativa se deve escolher entre o mais desfavorável entre atv e abv.

10.3 Estado em Serviço

Para traçado do fuso limite para estado em serviço devem-se levar em consideração que na peça atuam as cargas permanentes e variáveis. A Figura 21 mostra as tensões atuantes no estado em serviço.

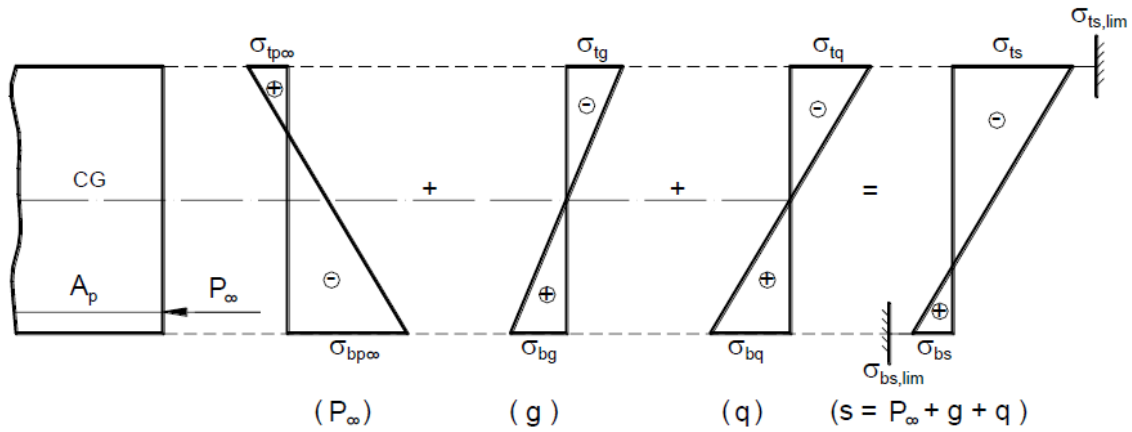


Figura 21 - Tensões normais no estado em serviço.
Fonte: Bastos, 2021.

Para analisar o fuso limite no estado de serviço na borda inferior devem-se observar as equações para excentricidade dadas:

O centro de pressão pode ser calculado pela divisão do momento de M_{gq} pela força de protensão, resulta em:

$$e_{mgq} = \frac{M_{gq}}{P_\infty}$$

Já a tensão na borda inferior da seção fica:

$$\sigma_{bs} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty x (e_P - e_{mgq})}{W_b} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty x a_{bs}}{W_b}$$

Onde

$a_{bs} = e_p - e_{mgq}$

Isolando-se a diferença de excentricidades fica:

$$a_{bs} = (\sigma_{bs} - \frac{P_\infty}{A}) * \frac{W_b}{A} = e_{ka} * \frac{1 - \sigma_{bs,lim.}}{\sigma_{cg\infty}}$$

Onde

$e_{ka} = -\frac{W_b}{A}$

$\sigma_{cg\infty} = \frac{P_\infty}{A}$

$\sigma_{bs} = \sigma_{bs,lim}$

O fuso limite para borda inferior segue a equação dada por:

$$e_p \leq a_{bs} + e_{mgq}$$

Para analisar o fuso limite no estado de serviço da borda superior devem-se observar as equações para excentricidade dadas por:

Já a tensão na borda superior da seção fica:

$$\sigma_{tv} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x (e_P - e_{mg1})}{W_t} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x a_{tv}}{W_t}$$

$$\sigma_{ts} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty x (e_P - e_{mgq})}{W_t} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty x a_{ts}}{W_t}$$

Onde

$a_{ts} = e_p - e_{mgq}$

Isolando-se a diferença de excentricidades fica:

$$a_{ts} = (\sigma_{ts} - \frac{p_\infty}{A}) * \frac{W_t}{A} = e_{kc} * (1 - \frac{\sigma_{ts,\lim.}}{\sigma_{cg\infty}})$$

Onde

$e_{kc} = -\frac{W_t}{A}$

$\sigma_{cg\infty} = \frac{p_\infty}{A}$

$\sigma_{ts} = \sigma_{ts,lim}$

O fuso limite para borda superior segue a equação dada por:

$$e_p \leq a_{ts} + e_{mgq}$$

Deve-se escolher entre o mais desfavorável entre a_{ts} e a_{bs}.

11. VERIFICAÇÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Após calcular as perdas de protensão e verificar as solicitações nas seções no ELS é preciso verificar o dimensionamento no ELU na flexão. A peça atinge estado de neutralização através de um pré-alongamento da armadura de protensão. A força de protensão para cálculo do pré-alongamento é:

$$P_{nd} = \gamma p * Pn \quad (27)$$

Já a deformação $\varepsilon_{cd,enc}$ no concreto ao nível do CG da armadura de protensão é:

$$\varepsilon_{cd,enc} = \left(\frac{1}{E_c}\right) * \left(\frac{P_d}{A_c} + \frac{P_d * ep^2}{i_c}\right) \quad (28)$$

A deformação no regime elástico é:

$$\varepsilon_{dinc} = \left(\frac{P_d}{E_p * A_p}\right) \quad (29)$$

Com isso, obtém-se o pré-alongamento da armadura, e calcula-se a posição da linha neutra na seção transversal. Por exemplo, no caso simples de uma seção retangular fica:

$$X = \left(\frac{\sigma_{pyd} * A_p}{\sigma_{cd} * \lambda}\right) \quad (30)$$

Em vigas protendidas, as seções transversais tendem a ser do tipo I, T, duplo T e outras, que nesses casos, o cálculo de (30) deve ser adaptado para lidar com essas seções transversais. Em seguida, supõe-se domínio de dimensionamento e a deformação total na armadura, para então, no gráfico de tensão x deformação, encontrar a tensão correspondente no aço. A Figura 22 exibe a curva de tensão-deformação do aço.

.

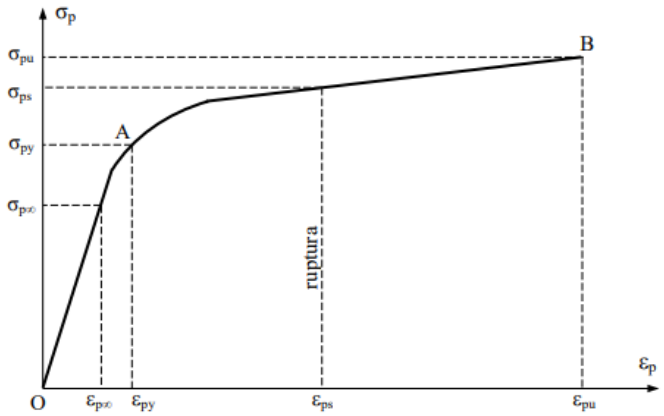


Figura 22 - Diagrama de Tensão x Deformação dos aços de protensão
Fonte: Bastos, 2021.

A deformação de início de escoamento da armadura é dada por:

$$\varepsilon_{pyd} = \left(\frac{f_{pyd}}{E_p}\right)$$

Feita todas as verificações, é possível calcular o momento fletor resistente último dado por:

$$M_{rd} = \sigma_p * A_p * \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right) \quad (31)$$

De posse da informação do momento fletor resistente, calcula-se o momento fletor solicitante de cálculo fazendo-se as combinações normais últimas de ações dadas por:

$$M_{sd} = \gamma_g * M_g + \gamma_q * M_{1q} + \Sigma\psi_{0j} * M_{iqi} * \gamma_{qi}$$

Convém notar que no cálculo do momento de cálculo, os isostáticos de protensão não entram, já que eles já foram considerados na determinação do pré-alongamento da armadura ativa.

Calculando o momento solicitante (M_{sd}), compara-se M_{rd} com M_{sd}, e se for menor, deve-se então calcular o momento resistente complementar adicionando-se armadura passiva na peça. Então, a área de armadura passiva fica:

$$A_s = (M_{sd} - M_{rd}) * \frac{f_{ysk}}{1{,}15} \quad (32)$$

Para garantir ductilidade mínima na peça é necessário verificar se a seção transversal possui área de aço longitudinal correspondente a um momento fletor mínimo dado por:

$$M_{s0} = 0{,}8 * w_o * f_{ck,sup} \quad (33)$$

Resultando então em uma armadura mínima de

$$A_{s,min} = \frac{M_{s0}}{\sigma_{sd} * \left(ds - \frac{\lambda x}{2}\right)} \quad (34)$$

Por fim, calcula-se a armadura passiva mínima absoluta que é por 0,15% da área transversal bruta da viga, conforme especificado pela NBR 6118:2014.

12. ESTUDO DE CASO: PONTE COM VIGAS MÚLTIPLAS PÓS-TRACIONADAS.

12.1 Características do projeto

O projeto trata-se do dimensionamento da longarina crítica de uma ponte rodoviária de classe 45 hipoteticamente situada na região de João Pessoa e composta por um tabuleiro apoiado em 7 vigas pré-moldadas, deste modo o dimensionamento será feito para a viga V1. A Figura 23 mostra a seção transversal da ponte e o detalhe da longarina no vão e nos apoios, conforme mostrado na Figura 24 e 25, respectivamente. Os dados geométicos e traçados dos cabos foram extraídos dos trabalhos de Stucchi & Skaf (2006) e Dutra (2019).

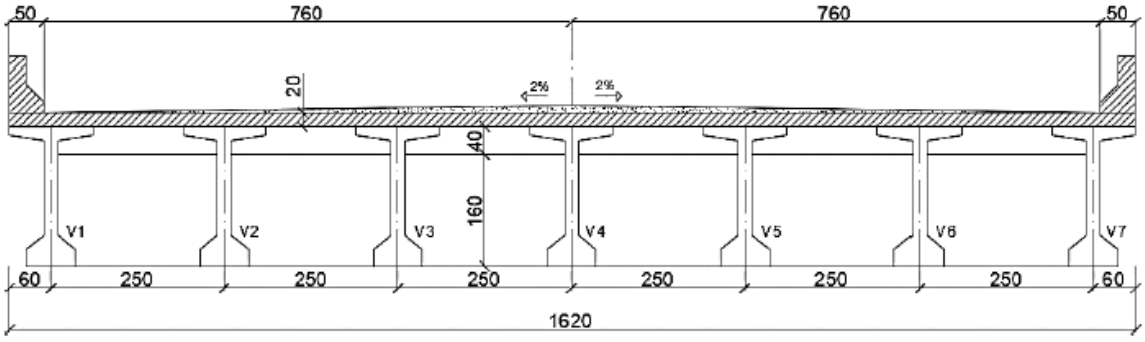


Figura 23 – Seção Transversal no meio do vão da ponte de classe 45. (Medidas em cm)
Fonte: Fonte: Dutra, 2019.

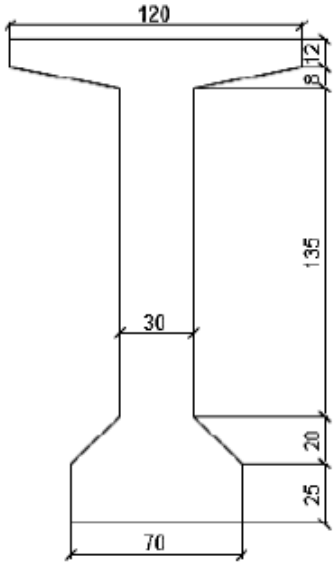


Figura 24 - Seção transversal da viga V1 na região dos Apoios. (Medidas em cm)
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

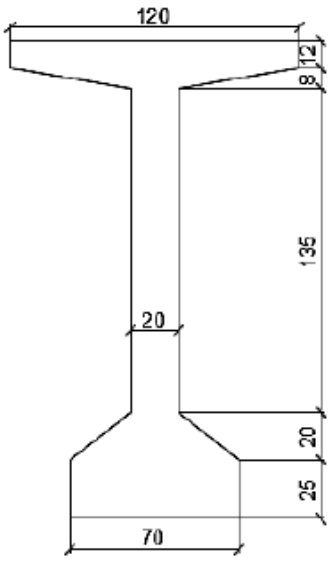


Figura 25- Seção transversal da viga V1 no meio do Vão. (Medidas em cm)
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

A Figura 26 descreve o perfil longitudinal da ponte, já a Figura 27 mostra o encontro entre a viga e o apoio. Além da disposição das vigas ao longo do trecho, a vista superior da ponte é dada na Figura 28.

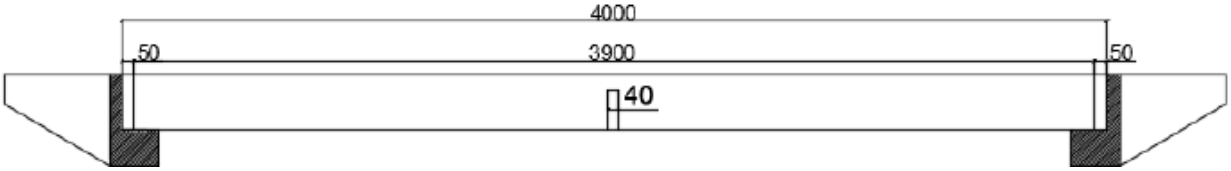


Figura 26 – Detalhe longitudinal da viga V1.(Medidas em cm)
Fonte: Fonte: Dutra, 2019.

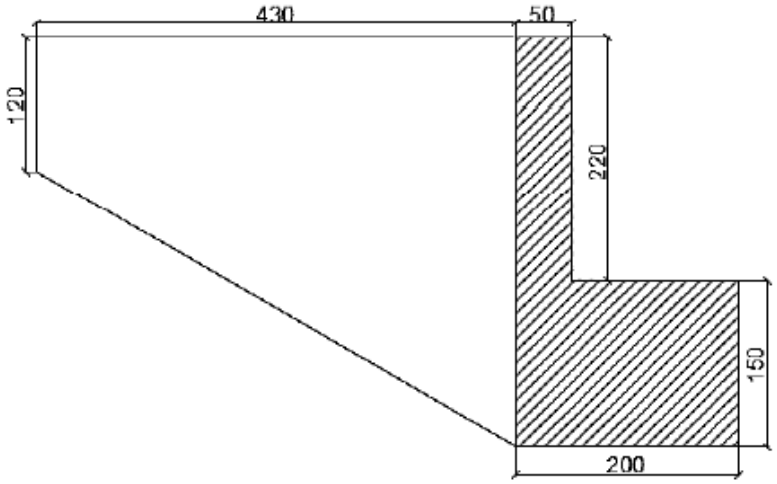


Figura 27- Detalhe do encontro entre o apoio e a viga V1. (Medidas em cm)
Fonte: Dutra, 2019.

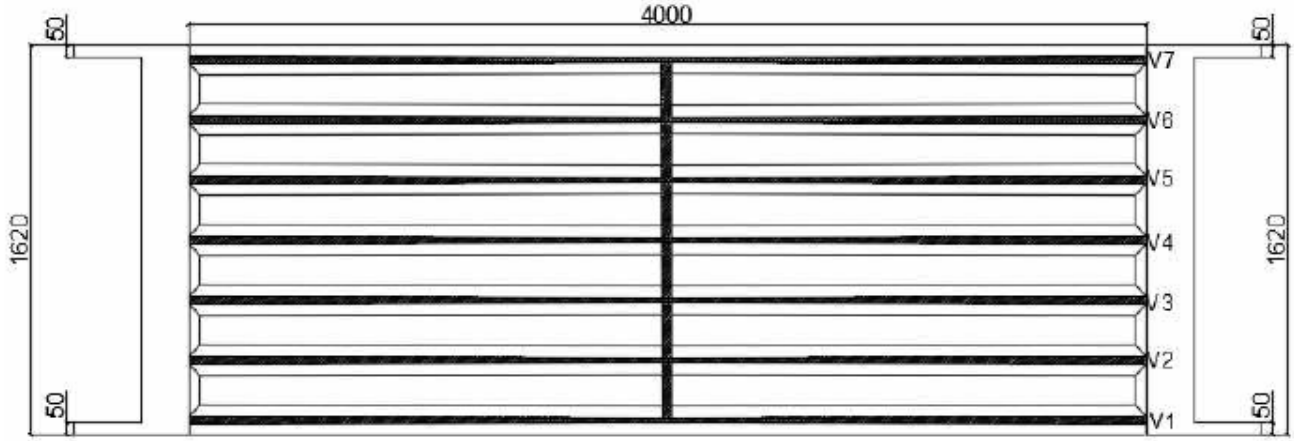


Figura 28 - Vista superior da ponte utilizada para dimensionamento da viga V1.
Fonte: Dutra, 2019.

12.1.1 Dados do projeto

A Tabela 7 informa o resumo dos dados principais da ponte a ser utilizada para o procedimento de cálculo.

Tabela 7 - Dados da Ponte.

Vão principal (m)	39
Longarinas	7
Classe	45
Pista (m)	16,2

Fonte: Autor.

Além disso, outras especificações adotadas no projeto são:

- Classe de agressividade Ambiental: IV
- Sistema de protensão: Pós-tração
- Resistência Característica (f_{ck}): 40 MPa
- Abatimento: 14 cm
- Umidade relativa: 75.9%
- Tipo de cimento: CP III
- Tipo de agregado: Granito
- Armadura Ativa: cordoalha CP 190 RB
- Data de Protensão: Resistência Mínima de 21 MPa.
- Cura úmida
- Concretagem feito no canteiro de obras com atulização de formas metálicas
- Duas ancoragem ativa por cabo (os cabos deverão ser protendidos em ambas extremidades)
- Coeficiente de atrito cabo-bainha $\mu = 0{,}2$
- Densidade de curvatura não intencional do cabo de k=0,002
- Protensão feito em uma única etapa
- Penetração da cunha de ancoragem $\delta = 6\ mm$.

O projeto da ponte foi desenvolvido para efeito desse trabalho acadêmico assumindo sua localização na cidade de João Pessoa-PB, devido a isso o material mais utilizado nas usinas de concretagem da cidade é o granito. A resistência ao escoamento do aço de protensão foi adotada conforme prescrição na NBR 7483:2004 :

$$f_{pyk} = 0{,}9 * f_{ptk}$$

A relação entre módulo de elasticidade do concreto e do aço de protensão é

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}}$$

Assim, utilizando as equações do item 5.1, as propriedades dos materiais adotados no projeto são mostradas na Tabela 8.

Tabela 8- Propriedades do materiais utilizados para dimensionamento da longarina protendida V1.

Materiais			
Concreto		**Aço**	
f_{ck} (MPa)	40	f_{ptk} (MPa)	1900
E_{ci} (MPa)	35417,51	f_{pyk} (MPa)	1710
E_{cs} (MPa)	31875,76	E_p (MPa)	200000
G_c (MPa)	13281,57	α_p	5,65
f_{ctm} (MPa)	3,51		
$f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,46		
$f_{ctk,sup}$ (MPa)	5,27		
f_{ckj} (MPa)	32,74		

Fonte: Autor.

12.2 Propriedades Geométricas da Longarina

Para se obter os dados das propriedades geométricas foi realizada a discretização para viga na região do apoio e no meio do vão conforme mostrado nas Figuras 29 e 30.

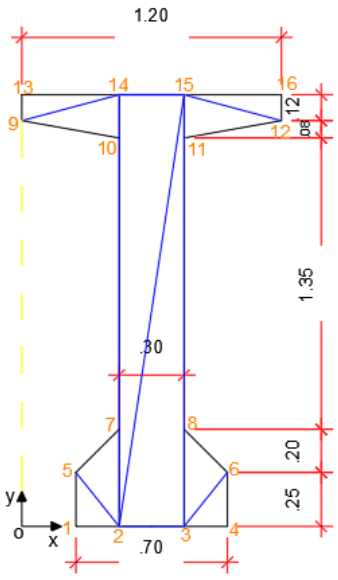


Figura 29 - Discretização da seção transversal da viga V1 na região dos Apoios.
Fonte: Autor.

Para viga V1, nas região dos apoios, as propriedades geométricas encontradas é dada na Tabela 9:

Tabela 9 – Propriedades geométricas da viga V1 no apoio.

Propriedades	**VIGA V1 no Apoio**
Área da seção transversal (cm²)	8840
Centróide (cm)	$\bar{x}$ = 60 e $\bar{y}$ = 102
Momento de Inércia (cm^4)	$I_{\bar{x}}$ = 41729284,9 e $I_{\bar{y}}$ = 3370500
Módulo de resistência da fibra inferior: W_{inf} (cm³)	-409234,691
Módulo de resistência da fibra superior: W_{sup} (cm³)	424674,724
Distância do centróide para as fibras inferiores e superiores (cm)	y_i= -102 e y_s= 98
Perímetro (cm)	682

Fonte: Autor

Os valores de y_i e y_s, W_{inf} e W_{sup} devem ter sinais corrigidos quando forem utilizados nos cálculos da viga, porque o eixo positivo y na viga está orientado para baixo.

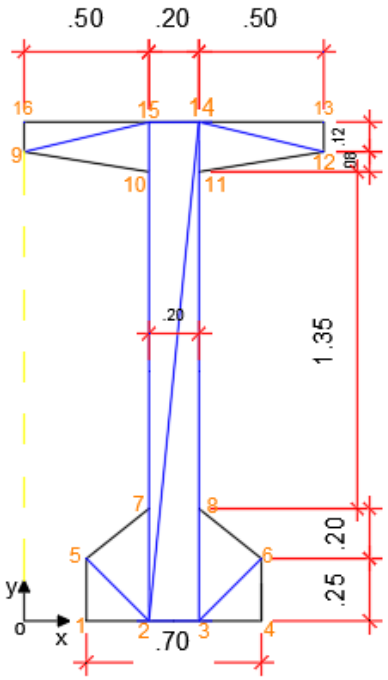


Figura 30 - Discretização da seção transversal da viga V1 no meio do Vão.
Fonte: Autor

Os dados das propriedades geométricas para viga V1, no meio do vão é dada na Tabela 10:

Tabela 10 - Propriedades geométricas da viga V1 no meio do vão.

Propriedades	**VIGA V1 no meio do vão**
Área da seção transversal (cm²)	7350
Centróide (cm)	$\bar{x} = 60$ e $\bar{y} = 100,46$
Momento de Inércia (cm^4)	$I_{\bar{x}} = 38844751,6$ e $I_{\bar{y}} = 3076666,7$
Módulo de resistência da fibra inferior: W_{inf} (cm³)	-386663,253
Módulo de resistência da fibra superior: W_{sup} (cm³)	390248,322
Distância do centróide para as fibras inferiores e superiores (cm)	y_i= -100,46 e y_s= 99,54
Perímetro (cm)	699,3

Fonte: Autor

Tal qual mencionado na tabela 9, aqui também os valores de yi e ys, Winf e Wsup devem ter sinais corrigidos quando forem utilizados nos cálculos da viga, porque o eixo positivo y na viga está orientado para baixo.

Outro dado relevante para dimesionamento é obter as propriedades geométricas para viga V1 com efeito da laje colaborante. Na Figura 31 é mostrada a discretização adotada para se obter os dados geométricos relevantes para a seção transversal dado na tabela 11.

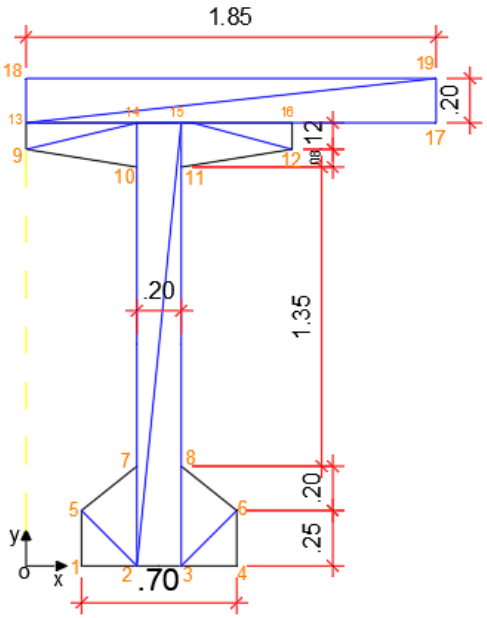


Figura 31 - Discretização da seção transversal da viga V1 com laje colaborante no meio do vão.

Fonte: Autor

Tabela 11- Propriedades geométricas da viga V1 no meio do vão com laje colaborante

Propriedades	**VIGA V1 no Meio do vão com laje colaborante**
Área da seção transversal (cm²)	11050
Centróide (cm)	$\bar{y}$ = 137,14
Momento de Inércia (cm^4)	$I_{\bar{x}}$ = 69927426,93
Módulo de resistência da fibra inferior: W_{inf} (cm³)	-509898,11
Módulo de resistência da fibra superior: W_{sup} (cm³)	843922,6
Distância do centróide para as fibras inferiores e superiores (cm)	y_i= -137,14 e y_s= 82,86
Perímetro (cm)	849

Fonte: Autor

Tal qual mencionado na tabela 9, aqui também os valores de yi e ys, Winf e Wsup devem ter sinais corrigidos quando forem utilizados nos cálculos da viga, porque o eixo positivo y na viga está orientado para baixo.

12.3 Determinação das cargas

Nesta seção são determinadas as cargas permanentes e acidentais que atuam na estrutura.

12.3.1 Cargas Permanentes

Avaliação das ações permanentes de todos os elementos contribuintes para a solicitação da longarina são detalhados nesta sub-seção.

12.3.1.1 Peso próprio da Viga V1(g_1)

A carga permanente distribuída que atua na longarina recebe contribuição do seu peso próprio e da área de influência do peso próprio da laje. No caso, a largura de influência da laje para V1, foi tomanda com sua largura colaborante igual a 1,85 m. O resumo das contribuições de cargas permanentes na longarina é mostrado na Tabela 12.

$$g_{1,vão} = A_{vão} * \gamma c = 0{,}7350 * \ 25 = 18{,}375 \text{ kN/m}$$

$$g_{1,apoio} = A_{apoio} * \gamma c = 0{,}8840 * \ 25 = 22{,}10 \text{ kN/m}$$

$$g_{1,laje} = A_{laje} * \gamma c = 1{,}85 * 0{,}2 * \ 25 = 9{,}25 \text{ kN/m}$$

Tabela 12 - Resumo dos dados do Peso Próprio

Carga	Total (kN/m)
$g_{1,vão}$	18,375
$g_{1,apoio}$	22,1
$g_{1,laje}$	9,25

Fonte: Autor.

12.3.1.2 Peso da Transversina sobre a viga V1.

O peso da transversina entra no cálculo do elemento estrutural, como carga pontual, dado por:

$$P_t = V_t * \gamma c$$

Onde;

P_t= carga da transversina, kN;

V_t= volume da transversina, m³ e;

γ_c-= peso específico do concreto.

Assim, a força concentrada que a transversina exerce na longarina de interesse é:

$$P_t = 0{,}4 * 1{,}6 * 1{,}25 * 25 = 20 \text{ kN}$$

12.3.1.3 Sobrecargas permanentes (g_2): Pavimento, recapeamento e guarda rodas.

Para o pavimento esfáltico sobre a laje foi considerado uma espessura de 10 cm e para o recapeamento foi prevista uma carga adicional de 2 kN/m². Para o guarda-rodas foi considerado uma área transversal de 0,27 m². O peso específico para o asfalto, dado na NBR 7187:2003, é de 24 kN/m³. A Tabela 13 resume os valores encontrados para as sobrecargas permanentes.

Tabela 13 - Sobrecarga permanente g_2

Carga	Total (kN/m)
Pavimentação	3,24
Recapeamento	2,7
Guarda-rodas	6,75
Total g_2	12,69

Fonte: Autor.

12.3.1.4 Esquema estático da viga V1.

Após o processo de cálculo das cargas permanentes é possível montar o esquema estático final da viga mostrado na Figura 32:

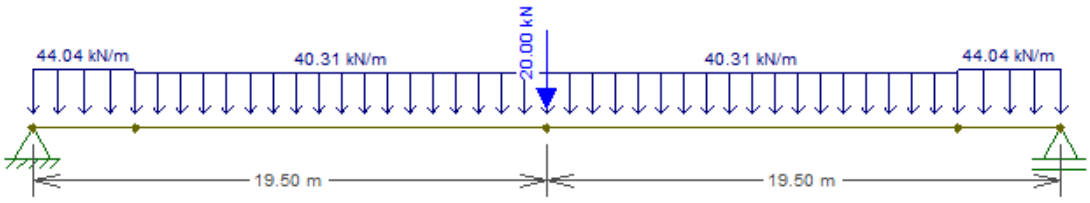


Figura 32- Esquema estático da viga V1.
Fonte: Autor.

12.4 Cargas Acidentais

Nesta seção são discutidos as cargas acidentais que solicitam a longarina**.**

12.4.1 Cargas para o Trem-tipo longitudinal.

Outro ponto importante para o projeto do dimensionamento da longarina é a determinação das cargas móveis. Como o projeto trata-se de uma ponte rodoviária de classe 45, o trem-tipo a ser utilizado é o TB 450 kN, dado na NBR 7188:2013, que prescreve:

Cargas móveis:

- P= 75 kN (cada roda)
- p_a= 5 kN/m² (outros veículos) e;
- p_b' = 5 kN/m² (carga de multidão)

O veículo da NBR 7188:2013 é mostrado na figura 33:

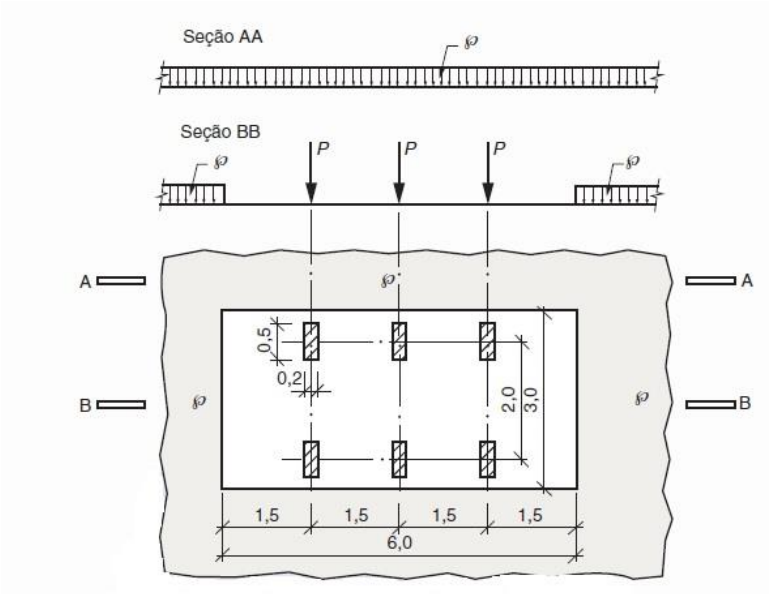


Figura 33 - Disposição das cargas estáticas
Fonte: NBR 7188:2013

12.4.2 Coeficiente de impacto

O cálculo do coeficiente de impacto segue as premissas da NBR 7188: 2013:

$$\varphi = CIV * CNF * CIA$$

Onde:

CIV = coeficiente de impacto vertical;

CNF = coeficiente do número de Faixas e;

CIA = coeficiente de impacto adicional.

O CIV é dado por:

$$CIV = 1 + 1{,}06 * \left(\frac{20}{Liv + 50}\right)$$

Onde Liv = é o vão.

Como o vão teórico é 39 m, o CIV fica:

$$CIV = 1 + 1{,}06 * \left(\frac{20}{39 + 50}\right) = 1{,}238$$

O CNF está associado ao número de faixas de rolamento definadas na laje, sendo dado por:

$$CNF = 1 - 0{,}05 * (n - 2) > 0{,}9$$

Assim, como a ponte tem 4 faixas, então o CNF fica:

$$CNF = 1 - 0{,}05 * (4 - 2) = 0{,}9$$

A terceira parcela do coeficiente de impacto, CIA, é referente às regiões contíguas delimitadas a pelo menos 5 m de juntas e descontinuidades. Neste caso, CIA = 1,25 para

estruturas de concreto e CIA = 1,15 para estruturas de aço. Neste projeto, a ponte foi dividida em seções (Figura 34), sendo as seções S0 e S1 com CIA=1,25 e as demais com CIA=1,00. Na Tabela 14 tem-se os coeficientes de impacto para cada seção.

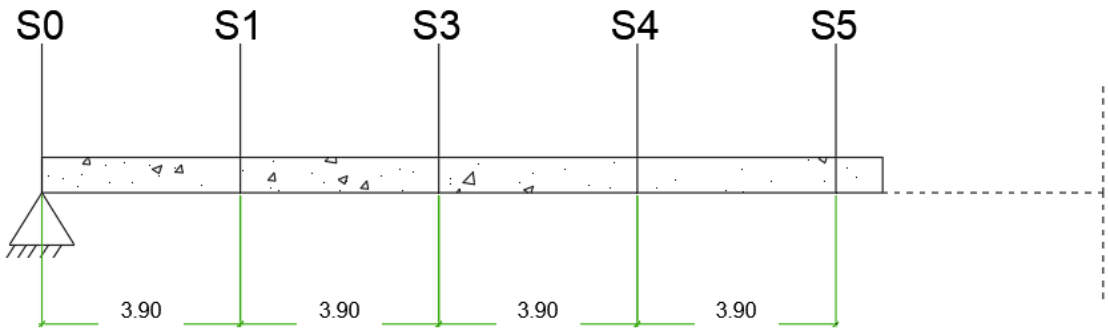


Figura 34 – Divisão das seções para determinação do coeficiente de impacto.
Fonte: Autor.

Assim, os valores do coeficientes de impacto finais são:

$$\varphi = 1{,}238 * 0{,}9 * 1{,}25 = 1{,}393 \; para \; a \; seções \; S0 \; e \; S1$$

$$\varphi = 1{,}238 * 0{,}9 * 1{,}00 = 1{,}114 \; para \; a \; seções \; S2, S3, S4 \; e \; S5.$$

Tabela 14 - Valores de coeficiente de impactos nas seções.

Seção	**ϕ**
S_0	1,393
S_1	1,393
S_2	1,114
S_3	1,114
S_4	1,114
S_5	1,114

Fonte: Autor.

12.4.3 Métodos de Repartição de Cargas

12.4.3.1 Processo de Leonhardt

Existe diversos métodos para avaliar os quinhões de cargas que as longarinas recebem devido aos trem-tipos aplicados na laje da ponte. Um deles é o método de Leonhardt, que leva em consideração nas suas hipóteses que as vigas principais devem ter momento de inércia constante e devem estar igualmente espaçadas, e livremente apoiadas e a viga transversal de inércia atua no ponto médios das vigas principais (Martin,1981).

Ainda no método de Leonhardt admite-se que a transversina é flexível, tendo a laje tida como colaborante para inércia das vigas desprezando-se o efeito de torção. Na Figura 35 tem-se o comportamento da deformação da transversina fictícia onde está apoiada no pontos médios da longarinas e igualmente espaçadas. Além disso, no ponto médio atua um carga P_k que provoca o surgimento deformação e as reações X_{1k}, X_{2k}, ... ,X_{ik}, ..., X_{nk}.

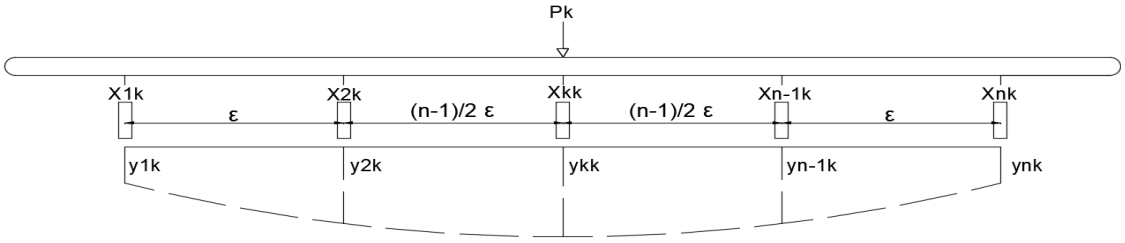


Figura 35 - Comportamento da Deformação da transversina fictícia apoiada em longarinas.
Fonte: Martin, 1981.

Sendo P_k=1 a carga unitária, a laje se deforma, origindando as reações r_{1k}, r_{2k}, ...,r_{ik}, ..., r_{nk}, que são denominados de coeficientes de repartição transversal sendo indice "i" referente a carga e "k" a longarina na reação r_{ik}. Essa configuração de transversina deformada resulta em uma linha de influência onde os coeficientes de repatição são ordenados (Martin,1981).

A deformabilidade do conjunto e valores dos coeficientes r_{ik} depedem das grandezas a seguir:

- Relação entre inércia da transversina I_T e longarinas I_L, é expressa pelo parâmetro η, dado por:

$$\eta = \frac{I_T}{I_L}$$

- Da relação entre o afastamento recíproco das longarinas ϵ e o vão (L), o parâmetro λ, vale:

$$\lambda = \frac{\epsilon}{L}$$

- O Grau de rigidez da estrutura, expresso por:

$$\zeta = \frac{I_T}{I_L} * (\frac{L}{2 * \epsilon})^3$$

Onde:

ζ= Grau de rigidez da estrutura;

L= Comprimento da longarina;

ϵ= Afastamento recíproco da longarina

I_L= Monento de inércia das longarinas e;

I_T= Momento de inércia das transversinas.

Com isso tem-se que I_x= I_L= 38844751,6 cm^4 no meio do vão da longarina V1. Para o caso da transversina, o momento de inércia é dado por:

$$I_T = \frac{b * h^3}{12} = \frac{40 * 160^3}{12} = 13653333{,}33\ \text{cm4}$$

Com isso, o grau de rigidez pode ser determinado por:

$$\zeta = \frac{0{,}1365333333}{0{,}38844751{,}6} * \left(\frac{39}{2 * 2{,}5}\right)^3 = 167$$

Desta forma, segundo a tabela nº 4 dado por Matin (1981), e aproximando o valor do de grau de rigidez para 200, pode-se então obter a linha de influência conforme mostrado na Figura 36.

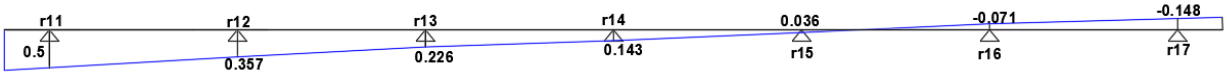


Figura 36 - Linha de influência Transversal para viga V1 no meio do vão. Processo de Leonhardt
Fonte: Autor.

12.4.3.1.1 Cálculo das Cargas do Trem-tipo

As linhas de influências e cálculo do Trem-tipo foram efetuados para seção no meio do vão (S5). O esquema do trem-tipo pode ser visto na Figura 37:

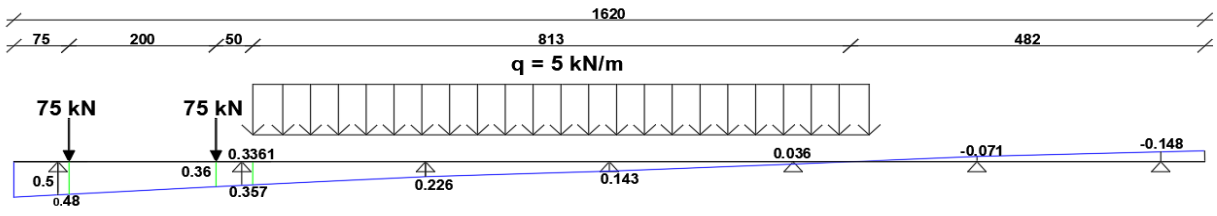


Figura 37- Esquema para cálculo das cargas do trem-tipo TB - 450 kN.Processo Leonhardt
Fonte: Autor.

Com isso, pode-se calcular as cargas atuante no trem-tipo longitudinal.

$$P = 75 * (0{,}48 + 0{,}36) = 63 \text{ kN}$$

$$Pa = 5 * (1{,}118) = 5{,}90\ kN/m$$

$$Pb = 5 * (2{,}45) = 12{,}25\ kN/m$$

A Figura 38 exibe esquema final do trem-tipo longitudinal.

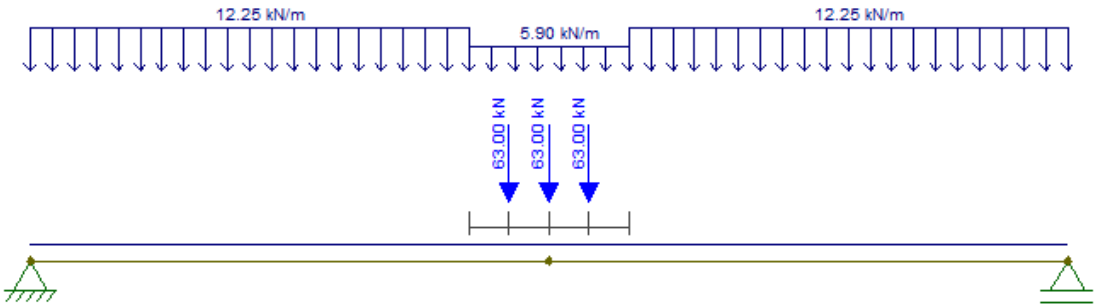


Figura 38 - Esquema do Trem-Tipo longitudinal para viga V1 no meio do vão. Processo Leonhardt.
Fonte: Autor.

Convém notar que o processo de Leonhardt foi escolhido por Dutra (2019) para gerar o trem-tipo longitudinal da viga V1.

12.4.3.2 Processo de Engesser-Courbon

O método de Engesser-Courbon se baseia no modelo de grelha para analise de cargas de pontes com vigas múltiplas. Segundo Stucchi & Skaf (2006), para este método é adimitido que a altura das transversinas é da mesma ordem da grandeza das longarinas e as espessuras das lajes são pequenas.

Segundo Alves et al (2004), para adoção do método são consideradas as seguintes hipóteses:

- As longarinas são paralelas, ligadas entre si perpendicularmente por transversinas e possuem inércia constante;
- As transversinas estão simplismente apoiadas nas longarinas e admite-se que estas possuem rigidez infinita à flexão, desprezando-se suas deformações em relação as deformações das longarinas;
- Despreza-se os efeitos de torção: a reação mútua nos cruzamentos das vigas longitudinas com as transversinas é unicamente uma força vertical.

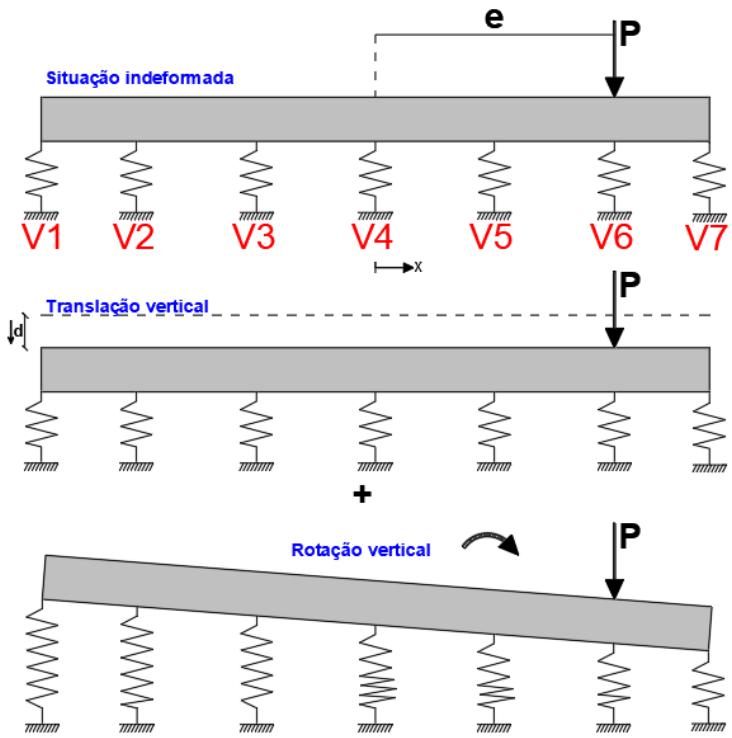


Figura 39- Deslocamento de corpo rígido da transversina para uma seção com sete longarinas.
Fonte: Autor

Desta forma há uma proporcionalidade entre o produto “flecha (y) x rigidez (J)”, assim as cargas aplicadas na transversinas são:

$$R_i * \alpha * J_i * Y_i = J_i * (a + b * x_i)$$

Para determinar a reação relativa ao apoio constituído por uma longarina genérica tem-se que:

$$R_i = \frac{P}{n} * \left[1 + 6 * \frac{2 * i - (n+1)}{n^2 - 1} * \frac{e}{\varepsilon} \right]$$

Onde:

P = É a carga atuante na transversina;

n = É o número total de longarinas;

i = É a longarina genérica;

e = É a absissa do ponto de aplicação da carga P, e

ε = É o espaçamento entre longarinas.

A totalidade da carga P é absorvida pelas longarinas segundo um coeficiente de repartição transversal r_{ie} dado por:

$$r_{ie} = \frac{1}{n} * \left[1 + 6 * \frac{2 * i - (n+1)}{n^2 - 1} * \frac{e}{\varepsilon} \right]$$

Um vez conhecido os coeficientes r_{ie}, torna-se possível obter as solicitações e as reações de apoio nas longarinas atráves do carregamento das linhas de influência das longarinas na direção longitudinal.

12.4.3.2.1 Cáculo das cargas do Trem-tipo

As linhas de influências e cálculo do Trem-tipo foram efetuados para seção no meio do Vão (S5). O esquema do trem tipo quando carregado é mostrado na Figura 10:

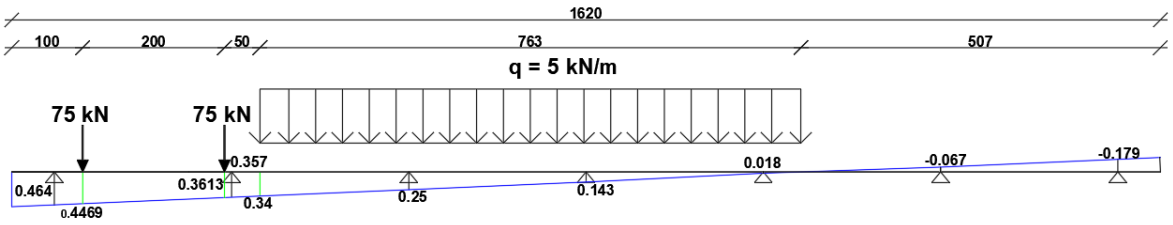


Figura 40- Esquema para cálculo das cargas do trem-tipo TB-450.Processo de Engesser-Courbon
Fonte: Autor

Com isso pode-se calcular as cargas atuante devido ao trem-tipo longitudinal.

$$\mathrm{P} = 75 * (0{,}4576 + 0{,}372) = 60{,}615 \text{ kN}$$

$$Pa = 5 * \left(\frac{0{,}351 * 7{,}88}{2}\right) = 6{,}91\ kN/m$$

$$Pb = 5 * \left(\frac{0{,}4576 * 10{,}38}{2}\right) = 11{,}87\ kN/m$$

A Figura 37 mostra esquema final do trem-tipo longitudinal obtido pelo processo de Engesser- Courbon.

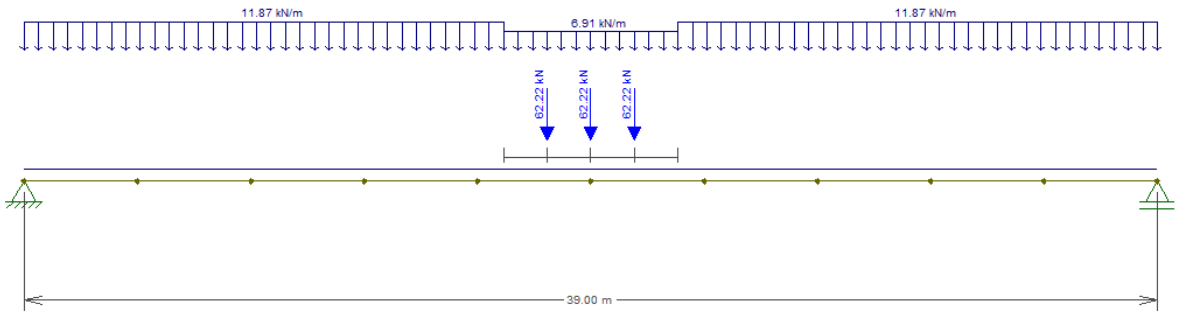


Figura 37 - Esquema do Trem-tipo para viga V1 no meio do vão. Processo de Engesser-Courbon
Fonte: Autor.

12.4.3.2 Processo de Fauchart

O processo de Fauchart transforma um problema bidimensional em séries unidimensionais (STUCCHI & SKAF, 2006).

Para uso do método adota-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- As longarinas trabalham conforme a resistência dos Materiais;
- As longarinas são biapoiadas e têm inércia constante;
- O trabalho longitudinal das lajes é desprezado.

A partir dessas hipóteses as equações que regem o processo pode ser obtidas. Logo, a longarina isolada deve obedecer a equação diferencial da linha elástica dada por:

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{M_x}{EI} \therefore \frac{\delta^4 y}{\delta x^4} = +\frac{q_x}{EI}$$

Onde:

Y é a flecha da viga em cada ponto x;

M(x) é o momento fletor;

E é o modulo de eslasticidade longitudinal;

I é o momento de inércia;

q(x) é a carga distribuida.

A longarina é regida pela equação diferencial da torção, dada por:

$$\frac{\delta\theta}{\delta x} = \frac{T}{GJ} \therefore \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{m_x}{GJ}$$

Onde:

θ é o ângulo de torção na posição x;

T é o momento torçor no ponto x;

G é o módulo de elasticidade transversal;

J é a constante torcional da seção transversal, e;

m(x) é o momento torçor distribuído ao longo do eixo da viga.

Essas equações levam as linhas de infuências que definem as cargas sobre o tabuleiro. Convém notar que os resultados de momento fletores e cortante apresentados do método de Fauchart foram extraídos dos trabalhos de Stucchi & Skaf (2006).

12.5 Esforços e combinação das açõs sobre a estrutura da ponte.

12.5.1 Coeficientes de Ponderação

Os coeficientes de ponderação a serem usados dependem da classificação da ponte. A NBR 8681: 2003 divide essas estruturas em pontes de grande porte e pontes em geral, sendo as pontes de grande porte aquelas que 75% das cargas permanentes são devido ao peso próprio. Para ponte em questão têm-se que:

$$\frac{g_1}{g_1 + g_2} = \frac{(18{,}375 + 9{,}25)}{(18{,}375 + 9{,}25) + 12{,}69} * 100 = 68{,}52\% < 75\%$$

Logo trata-se de uma ponte em geral, e os coeficientes de ponderações para o ELU são: $\gamma_g = 1{,}35$ e $\gamma_{g2} = 1{,}00$ e $\gamma_q = 1{,}5$. Para Estado Liminte de Serviço (ELS) são utilizados os coeficientes de ponderação $\Psi_1 = 0{,}5$ e $\Psi_2 = 0{,}3$, conforme mostrado na Tabela 5.

12.5.2 Determinação do Momento fletor e esforço cortante.

A partir dos dados das cargas permanentes e cargas acidentais (devido ao trem-tipo) é possível calcular as solicitações de cálculo associados aos momentos (M_{d1} e M_{d2}) e cortantes (V_{d1} e V_{d2}) atuantes em cada seção. Esses dados por:

$$F_{d1} = \gamma_g * F_g + \gamma_q * \varphi * F_q \; com \; \gamma_g \; favorável$$

$$F_{d2} = \gamma_g * F_g + \gamma_q * \varphi * F_q \; com \; \gamma_g \; desfavorável$$

Assim, os valores dos momentos e cortantes para carga permanentes (M_g e V_g) obtidos com o Ftool são dados na Figura 41 e Figura 42, respectivamente,

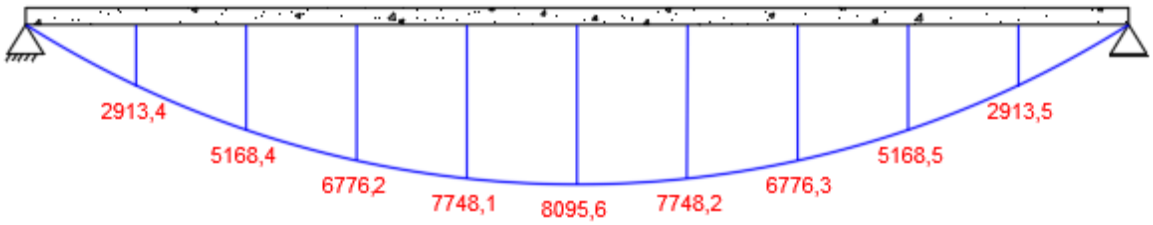


Figura 41 – Diagrama de Momento Fletor devido às cargas permanentes (kNm).
Fonte: Autor.

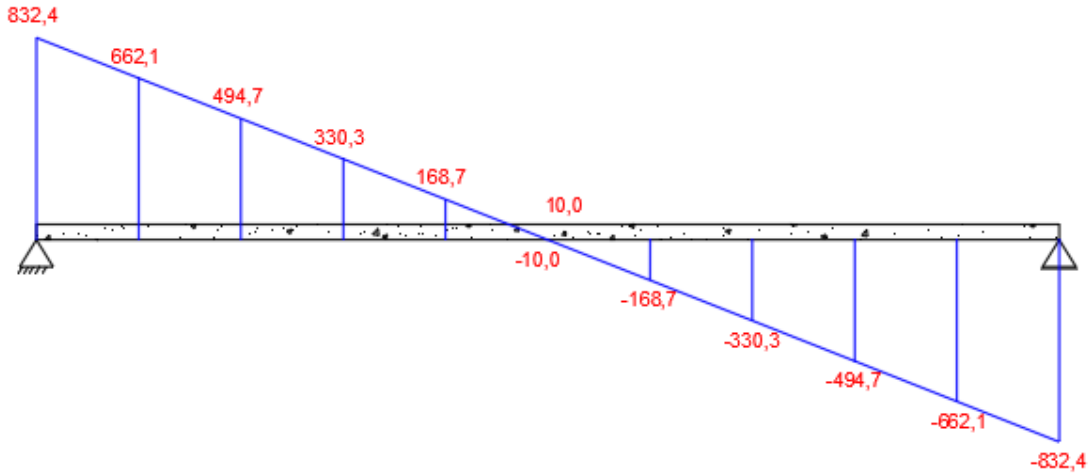


Figura 42 – Diagrama de Esforço Cortante devido às cargas permanentes (kN).
Fonte: Autor.

As envoltórias de momento e cortante para carga móvel (Mq, e Vq) obtidas pelo processos de Leonhardt e Engesser- Courbon, são dadas nas Figuras 43, 44, 45, 46, respectivamente.

Figura 43 – Envoltória de Momento fletor devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Leonhardt (kNm).
Fonte: Autor

Figura 44 – Envoltório de Esforço Cortante devido à carga móvel, obtida pelo processo de Leonhardt (kN).
Fonte: Autor

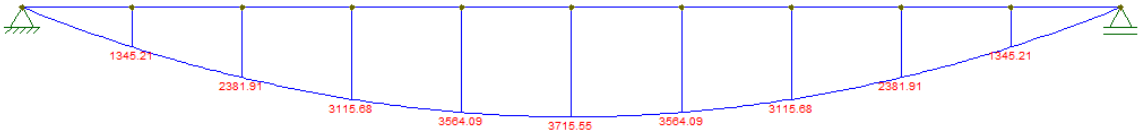


Figura 45 – Envoltória de Momento fletor devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Engesser- Courbon (kNm).
Fonte: Autor

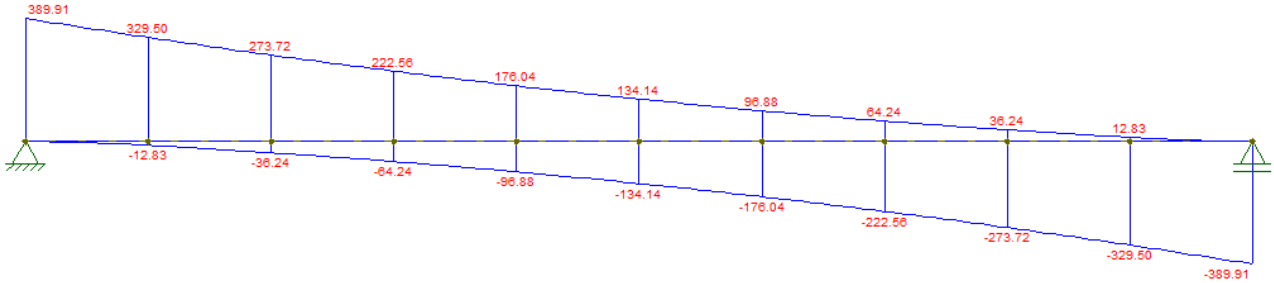


Figura 46 – Envoltório de Esforço Cortante devido a Carga Móvel, obtida pelo processo de Engesser- Courbon (kN).
Fonte: Autor.

As Tabelas 15 e 16 mostram os resultados dos esforços de momento fletor e cortante, respectivamente, para as ações permanentes e acidentais, obtidos pelo processo de Leonhardt. Além dos esforços permanentes, as Tabelas 17 e 18 mostram resultados dos esforços acidentais obtidos pelo processo de Engesser- Courbon. E, finalmente, as Tabelas 19 e 20 mostram resultados permanentes e acidentais pelo processo de Fauchart. Convém notar que apenas os resultados acidentais foram extraídos de Stucchi & Skaf(2006).

Tabela 15 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Leonhardt).

Seção	M_g (kNm)	1,35*M_g (kNm)	$M_{q\ máx}$ (kNm)	$M_{q\ Mín}$ (kNm)	1,5*ϕ*$M_{q\ Máx}$ (kNm)	1,5*ϕ*$M_{q\ Mín}$ (kNm)	M_{d1} (kNm)		Md2 (kNm)		Md máx (kNm)	Md mín (kNm)
							$M_{q\ máx}$	Mq mín	Mq máx	Mq mín		
S0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
S1	2913,40	3933,09	1352,62	0,00	2826,30	0,00	6759,39	3933,09	5739,70	2913,40	6759,39	2913,40
S2	5168,40	6977,34	2394,07	0,00	4000,49	0,00	10977,83	6977,34	9168,89	5168,40	10977,83	5168,40
S3	6776,20	9147,87	3131,50	0,00	5232,74	0,00	14380,61	9147,87	12008,94	6776,20	14380,61	6776,20
S4	7748,10	10459,94	3582,37	0,00	5986,14	0,00	16446,08	10459,94	13734,24	7748,10	16446,08	7748,10
S5	8095,60	10929,06	3734,38	0,00	6240,15	0,00	17169,21	10929,06	14335,75	8095,60	17169,21	8095,60

Fonte: Autor.

Tabela 16 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Leonhardt).

Seção	V_g (kN)	1,35*V_g (kN)	$V_{q\ máx}$ (kN)	$V_{q\ Mín}$ (kN)	1,5*ϕ*$V_{q\ Máx}$ (kN)	1,5*ϕ*$V_{q\ Mín}$ (kN)	V_{d1} (kN)		Vd2 (kN)		Vd máx (kN)	Vd mín (kN)
							$V_{q\ máx}$	Vq mín	Vq máx	Vq mín		
S0	832,40	1123,74	393,68	0,00	822,59	0,00	1946,33	1123,74	1654,99	832,40	1946,33	832,40
S1	662,10	893,84	332,25	-12,78	694,24	-26,70	1588,07	867,13	1356,34	635,40	1588,07	635,40
S2	494,10	667,04	275,60	-36,02	414,47	-54,17	1081,51	612,86	908,57	439,93	1081,51	439,93
S3	330,30	445,91	223,73	-64,01	336,47	-96,26	782,37	349,64	666,77	234,04	782,37	234,04
S4	168,70	227,75	176,63	-96,77	265,63	-145,53	493,38	82,21	434,33	23,17	493,38	23,17
S5(esq)	10,00	13,50	134,31	-134,31	201,99	-201,99	215,49	-188,49	211,99	-191,99	215,49	-191,99
S5(Dir)	-10,00	-13,50	134,31	-134,31	201,99	-201,99	188,49	-215,49	191,99	-211,99	188,49	-211,99

Fonte: Autor

Tabela 17 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Engesser- Courbon).

Seção	Mg (kNm)	1,35*Mg (kNm)	Mq máx (kNm)	Mq Mín (kNm)	1,5*ϕ*Mq Máx (kNm)	1,5*ϕ*Mq Mín (kNm)	Md1 (kNm)		Md2 (kNm)		Md máx (kNm)	Md mín (kNm)
							Mq máx	Mq mín	Mq máx	Mq mín		
S0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S1	2913,40	3933,09	1345,21	0,00	2810,82	0,00	6743,91	3933,09	5724,22	2913,40	6743,91	2913,40
S2	5168,40	6977,34	2381,91	0,00	3980,17	0,00	10957,51	6977,34	9148,57	5168,40	10957,51	5168,40
S3	6776,20	9147,87	3115,68	0,00	5206,30	0,00	14354,17	9147,87	11982,50	6776,20	14354,17	6776,20
S4	7748,10	10459,94	3596,66	0,00	6210,36	0,00	16670,29	10459,94	13958,46	7748,10	16670,29	7748,10
S5	8095,60	10929,06	3716,55	0,00	6010,02	0,00	16939,08	10929,06	14105,62	8095,60	16939,08	8095,60

Fonte: Autor.

Tabela 18 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Engesser- Courbon)

Seção	Vg (kN)	1,35*Vg (kN)	Vq máx (kN)	Vq Mín (kN)	1,5*ϕ*Vq Máx (kN)	1,5*ϕ*Vq Mín (kN)	Vd1 (kN)		Vd2 (kN)		Vd máx (kN)	Vd mín (kN)
							Vq máx	Vq mín	Vq máx	Vq mín		
S0	832,40	1123,74	389,91	0,00	814,72	0,00	1938,46	1123,74	1647,12	832,40	1938,46	832,40
S1	662,10	893,84	329,50	-12,83	688,49	-26,81	1582,33	867,03	1350,59	635,29	1582,33	635,29
S2	494,10	667,04	273,72	-36,24	411,65	-54,50	1078,68	612,53	905,75	439,60	1078,68	439,60
S3	330,30	445,91	222,56	-64,24	334,71	-96,61	780,61	349,29	665,01	233,69	780,61	233,69
S4	168,70	227,75	176,04	-96,88	264,75	-145,70	492,49	82,05	433,45	23,00	492,49	23,00
S5(esq)	10,00	13,50	134,14	-134,14	201,73	-201,73	215,23	-188,23	211,73	-191,73	215,23	-191,73
S5(Dir)	-10,00	-13,50	134,14	-134,14	201,73	-201,73	188,23	-215,23	191,73	-211,73	188,23	-211,73

Fonte: Autor.

Tabela 19 - Momento Fletores nas seções de cálculo (Processo de Fauchart).

Seção	Mg (kNm)	1,35*Mg (kNm)	Mq máx (kNm)	Mq Mín (kNm)	1,5*ϕ*Mq Máx (kNm)	1,5*ϕ*Mq Mín (kNm)	Md1 (kNm)		Md2 (kNm)		Md máx (kNm)	Md mín (kNm)
							Mq máx	Mq mín	Mq máx	Mq mín		
S0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S1	2842,12	3836,86	1372,33	-128,44	2867,48	-268,38	6704,35	3568,49	5709,60	2573,74	6704,35	2842,12
S2	5019,61	6776,47	2433,13	-227,87	4065,76	-380,77	10842,23	6395,70	9085,37	4638,84	10842,23	5019,61
S3	6555,13	8849,43	3182,39	-298,28	5317,77	-498,43	14167,20	8351,00	11872,90	6056,70	14167,20	6555,13
S4	7476,40	10093,14	3639,84	-341,10	6082,17	-569,98	16175,31	9523,16	13558,57	6906,42	16175,31	7476,40
S5	7783,49	10507,71	3795,60	-355,61	6342,45	-594,22	16850,16	9913,49	14125,94	7189,27	16850,16	7783,49

Fonte: Autor.

Tabela 20 - Esforço Cortante nas seções de cálculo (Processo de Fauchart).

Seção	Vg (kN)	1,35*Vg (kN)	Vq máx (kN)	Vq Mín (kN)	1,5*ϕ*Vq Máx (kN)	1,5*ϕ*Vq Mín (kN)	Vd1 (kN)		Vd2 (kN)		Vd máx (kN)	Vd mín (kN)
							Vq máx	Vq mín	Vq máx	Vq mín		
S0	813,97	1098,86	391,82	-36,65	818,71	-76,58	1917,57	1022,28	1632,68	737,39	1917,57	737,39
S1	643,54	868,78	333,91	-32,89	697,70	-68,72	1566,48	800,06	1341,24	574,82	1566,48	574,82
S2	473,11	638,70	280,51	-54,67	421,86	-82,22	1060,56	556,48	894,97	390,89	1060,56	390,89
S3	314,96	425,20	231,61	-81,05	348,32	-121,89	773,51	303,30	663,28	193,07	773,51	193,07
S4	157,48	212,60	208,84	-111,93	314,07	-168,33	526,67	44,27	471,55	-10,85	526,67	-10,85
S5(esq)	0,00	0,00	147,32	-129,06	221,55	-194,09	221,55	-194,09	221,55	-194,09	221,55	-194,09
S5(Dir)	0,00	0,00	147,32	-129,06	221,55	-194,09	221,55	-194,09	221,55	-194,09	221,55	-194,09

Fonte: Autor.

12.5.3 Combinações de serviço.

A partir dos dados mostrados nas tabelas 12 a 17, percebe-se que houve uma pequena variação das cargas acidentais calculadas pelos métodos de repartição apresentados. Desta forma, optou-se pelo processo de Leonhardt para estimar os esforços acidentais na longarina. Assim, os demais procedimentos de cálculo subsequentes serão feitos a partir dos dados das Tabelas 15 e 16.

As peças de concreto protendido são dimensionadas para atender o ELS e verificadas sua condição para ELU, assim é importante mensurar momentos (Tabela 21) e cortante (Tabela 22) nas combinações de serviço quase permanente e frequente, por que o grau de protensão neste projeto foi o nível limitado.

Tabela 21 - Momento Fletor para combinações no estado de serviço.

	Quase Permanente (kNm)		**Frequente (kNm)**	
Seção	**$M_{máx.}$**	**$M_{mín.}$**	**$M_{máx.}$**	**$M_{mín.}$**
S0	0,00	0,00	0,00	0,00
S1	3478,66	2913,40	3855,50	2913,40
S2	5968,50	5168,40	6501,90	5168,40
S3	7822,75	6776,20	8520,45	6776,20
S4	8945,33	7748,10	9743,48	7748,10
S5	9343,63	8095,60	10175,65	8095,60

Fonte: Autor.

Tabela 22 - Esforço Cortante para combinações no estado de serviço.

	Quase Permanente (kN)		**Frequente (kN)**	
Seção	**$V_{máx.}$**	**$V_{mín.}$**	**$V_{máx.}$**	**$V_{mín.}$**
S0	996,92	832,40	1106,60	832,40
S1	800,95	656,76	893,51	653,20
S2	586,21	482,06	647,61	474,04
S3	405,07	308,91	454,92	294,65
S4	227,73	136,36	267,08	114,80
S5	54,89	-34,89	84,81	-64,81

Fonte: Autor.

12.6 Estimativa da inicial da força de protensão

Para estimar a força de protensão, levou-se em consideração que o projeto foi elaborado para a cidade de João Pessoa-PB (supondo que a obra será feita em uma via próximo à orla) foi escolhida a classe de agressividade ambiental IV . Por meio da tabela 2, conclui-se que o nível de protensão é a limitada, que exige a condição de estado limite de serviço de formação de fissuras (ELS-F) com a combinação frequente e estado limite de serviço de descompressão (ELS-D) com a combinação quase permanente. O eixo do cabo resultante ficará a 15 cm da borda inferior na seção crítica. E os valores de momentos acidentais obtidos pelo processo de Leonhardt.

12.6.1 ELS-F com combinação frequente

Na estimativa da força inicial de protensão deve-se considerar que o estado limite de serviço é alcançado quando a tensão de tração máxima da peça atinge seu valor crítico $f_{ct,f} = 1{,}3 * f_{ctk,inf}$ em seções I, é:

$$\alpha f_{ct,f} = 1{,}3 * 2{,}46 = 3{,}198\ MPa$$

Fibra inferior:

$$\sigma_{CF} = \frac{M_{CF,Máx}}{W_i} = \frac{10175{,}65}{0{,}50989811} = 19956{,}24\ kN/m^2$$

$$\sigma_{CF} + \sigma_{p\infty,est} \leq 3198$$

$$19956{,}24\ kN/m^2 + \sigma_{p\infty,est} \leq 3198$$

$$\sigma_{p\infty,est} \geq 16758{,}24\ kN/m^2$$

Como trata-se da protensão após as perdas progressivas as propriedades a serem consideradas devem levar em consideração a laje colaborante.

$$\frac{p_{\infty,est}}{A_c} + p_{\infty,est} * \frac{e_p}{W_i} \leq \sigma_{p\infty,est}$$

$$\frac{p_{\infty,est}}{1{,}1050} + p_{\infty,est} * \frac{(1{,}3714 - 0{,}15)}{0{,}50989811} \leq -17004{,}24\ kN/m^2$$

$$p_{\infty,est} \geq 5077{,}70\ kN$$

12.6.2 ELS-D com Combinação Quase Permanente

Estado limite serviço de descompressão caracteriza que a peça não apresente tensão de tração em um ou mais pontos da seção.

$$\sigma_{CQP} = \frac{M_{CQP,Máx}}{W_i} = \frac{9343{,}63}{0{,}50989811} = 18324{,}50\ kN/m^2$$

$$\sigma_{CQP} + \sigma_{p\infty,est} \leq 0$$

$$18324{,}50\ kN/m^2 + \sigma_{p\infty,est} \leq 0$$

$$\sigma_{p\infty,est} \leq -18324{,}50\ \ kN/m^2$$

$$\frac{p_{\infty,est}}{A_c} + p_{\infty,est} * \frac{e_p}{W_i} \leq \sigma_{p\infty,est}$$

$$\frac{p_{\infty,est}}{1{,}1050} + p_{\infty,est} * \frac{(1{,}3714 - 0{,}15)}{0{,}50989811} \leq -18324{,}50\ kN/m^2$$

$$p_{\infty,est} \geq 5552{,}27\ kN$$

Com isso, a partir dos valores estimados, o valor para estimativa incial da protensão é :

$$p_{\infty,est} = 5555{,}00\ kN$$

12.7 Cálculo da Armadura: Área de Protensão

Segundo item 9.6.1.2.1 (b), da NBR 6118:2014, por ocasião da aplicação da força P_i, a tensão σ_{pi} da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites para aço de relaxação baixa na armadura pós-tracionada.

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0{,}74 * f_{ptk} \\ 0{,}82 * f_{pyk} \end{cases}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0{,}74 * 190 = 140{,}60\ kN/cm^2 \\ 0{,}82 * 0{,}9 * 190 = 140{,}22\ cm^2 \end{cases}$$

$$\sigma_{pi} \leq 140{,}22\ cm^2$$

Adotando uma estimativa de perdas de 25% tem-se que a força de protensão na saída dos macacos é:

$$p_i = \frac{p_{\infty,est}}{1 - perdas}$$

$$p_i = \frac{-5555}{1 - 0{,}25} = -7407\ kN$$

Com isso, a área da armadura de protensão é:

$$A_p = \frac{p_i}{\sigma_{pi}} = \frac{7407}{140{,}22} = 52{,}82\ cm^2$$

A partir das especificações das cordoalhas no catálogo da ARCELORMITTAL para aço CP190 RB 12,7 mm com cordoalhas de 7 fios a área nominal é 1,01 cm². Logo número de cordoalhas, é:

$$n_{cordoalhas} = \frac{Ap_{esti}}{A_{nominal}} = \frac{52{,}82}{1{,}01} = 53\ cordoalhas$$

Assim, para distribuição das coordoalhas na seção adotou-se a divisão de 5 cabos com 11 cordoalhas de 12,7 mm.

12.8 Propriedades da seção Homogeneizada

Como a estrutura é composta por dois materiais diferentes, concreto e aço de protensão, é importante fazer uma equivalência de uma porcão do material com o outro (Figura 47). Neste caso convertendo a armadura em uma fração equivalente de concreto.

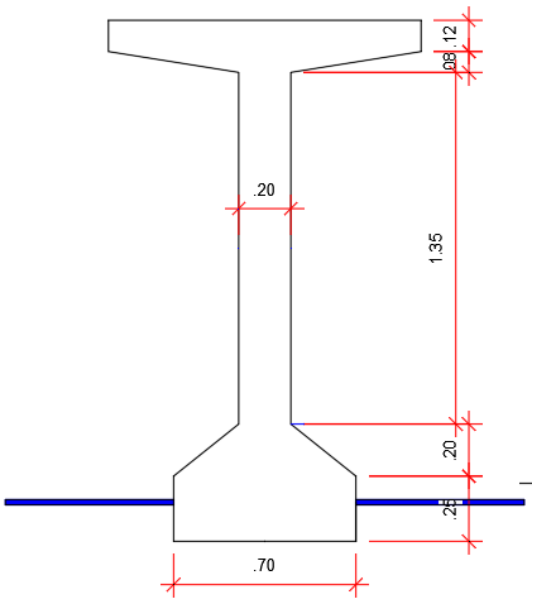


Figura 47 – Seção Homogeneizada.
Fonte: Autor

A seção homogeneizada proprociona um dimensionamento econômico, já que há um aumento da seção transversal, e por consequência reduz as tensões atuantes quando comparado com os valores das tensões utilizando a seção bruta. Atráves do software programando por Pereira et al. (2020) foi possível calcular as propriedades geométricas da seção homogeneizada dadas na Tabela 23.

Tabela 23 - Propriedades Geométricas da seção Homogeneizada.

Propriedades	VIGA V1 com laje colaborante,	VIGA V1
A_h (cm²)	11308,3075	7608,375
y_{ih} (cm)	134,35	97,5585
y_{sh} (cm)	-85,65	-102,4415
I_h (cm4)	73867005,01	40668445,21
W_{ih} (cm³)	549810,2345	416862,1413
W_{sh} (cm³)	-862428,5465	-396991,895

Fonte: Autor

12.9 Traçado Longitudinal dos Cabos

A disposição da cablagem tem como referência o traçado dado por Stucchi e Skaf (2006) conforme mostrado na Figura 48.

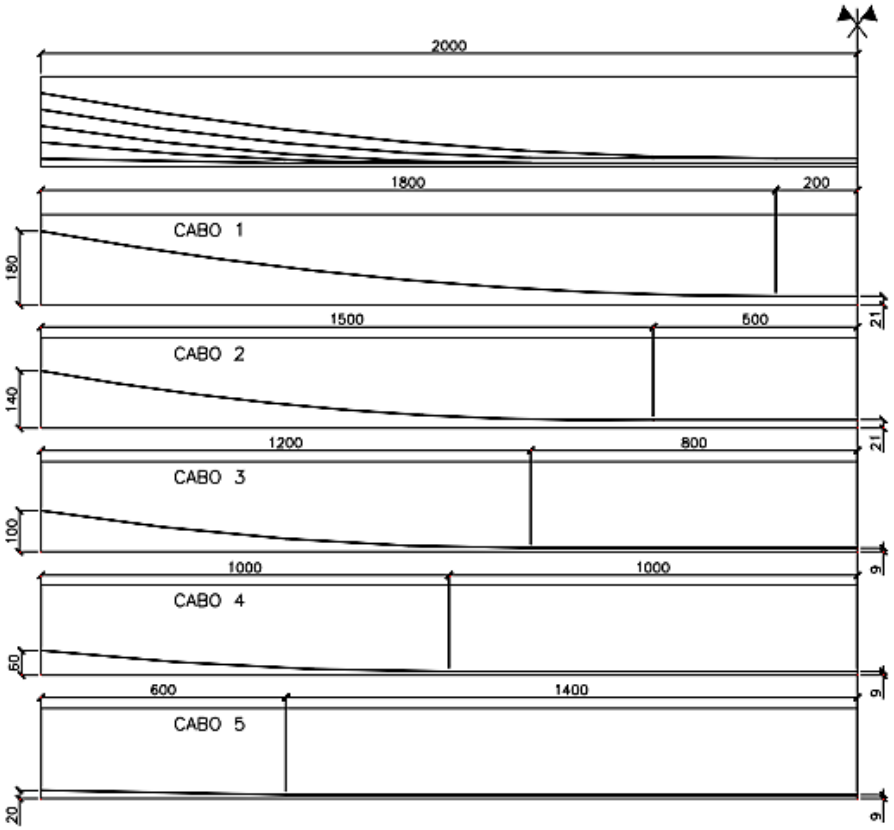


Figura 48 – Traçado dos Cabos.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

12.10 Cálculo das perdas de protensão

12.10.1 Perdas por atrito

O cálculo das perdas por atrito se dá conforme o item 9.2.2, para todos cabos de protensão, sabendo-se que a tensão de protensão estimada na saída dos macacos é de $\sigma_{pi} = \frac{7407}{55*1,01} = 133,3393\ kN/cm^2$ e tomando-se coeficientes de atrito cabo-bainha $\mu = 0,2$ e densidade de curvatura não intencional do cabo de k=0,002. Então, parte-se para o cálculo das perdas em cada um dos cinco cabos definidos.

- Cabo 1 (Figura 49)

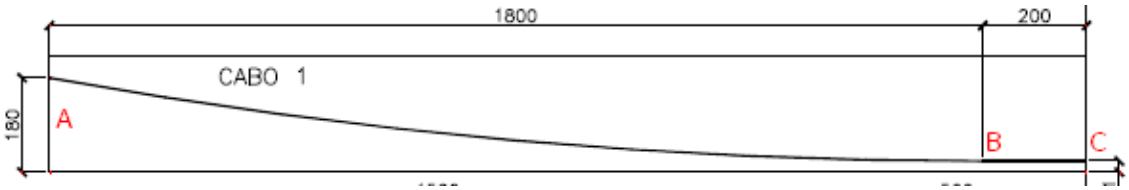


Figura 49 – Traçado do Cabo 1.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

Os ângulos de desvio correspondente à curvatura completa do cabo 1, são:

$$\propto = 2 * \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\propto = 2 * \frac{1,59}{18} = 0,177$$

$$\propto_B (18) = 2 * \frac{1,59}{18} = 0,177$$

$$\propto_c (20) = 2 * \frac{1,59}{18} = 0,177$$

Assim, de posse dos ângulos de desvios e as coordenadas dos pontos de interesse, as perdas nos pontos B e C do cabo 1 ficam:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}]$$

$$\Delta\sigma B = 1333,34 * (1 - e^{-(0,2*0,177+18*0,002)}) = 91,88\ MPa$$

$$\Delta\sigma C = 1333,34 * (1 - e^{-(0,2*0,177+20*0,002)}) = 96,84\ MPa$$

- Cabo 2 (Figura 50):

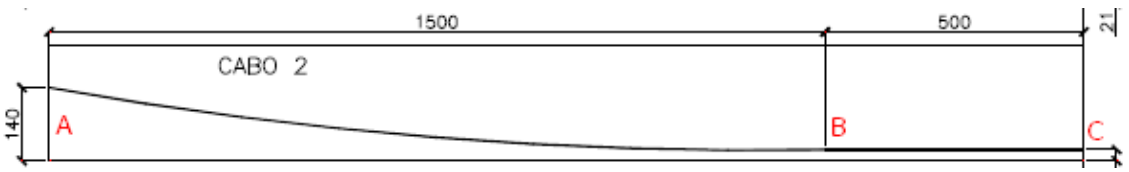


Figura 50 – Traçado do Cabo 2.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

Os ângulos de desvio correspondente à curvatura completa do cabo 2, são:

$$\propto = 2 * \frac{1{,}19}{15} = 0{,}159$$

$$\propto_B (15) = 2 * \frac{1{,}19}{15} = 0{,}159$$

$$\propto_c (20) = 2 * \frac{1{,}19}{15} = 0{,}159$$

Assim, de posse dos ângulos de desvios e as coordenadas dos pontos de interesse, as perdas nos pontos B e C do cabo 2 ficam:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}]$$

$$\Delta\sigma B = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2 * 0{,}159 + 15 * 0{,}002)}) = 79{,}90\ MPa$$

$$\Delta\sigma C = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2 * 0{,}159 + 20 * 0{,}002)}) = 92{,}38\ MPa$$

- Cabo 3 (Figura 51):

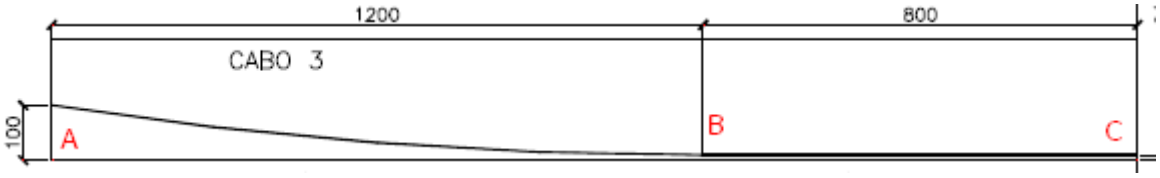


Figura 51 – Traçado do Cabo 3.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

Os ângulos de desvio correspondente à curvatura completa do cabo 3 são:

$$\propto_B (12) = 2 * \frac{0{,}91}{12} = 0{,}152$$

$$\propto_c (20) = 2 * \frac{0{,}91}{12} = 0{,}152$$

Assim, de posse dos ângulos de desvios e as coordenadas dos pontos de interesse, as perdas nos pontos B e C do cabo 3 ficam:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}]$$

$$\Delta\sigma B = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2 * 0{,}152 + 12 * 0{,}002)}) = 70{,}60\ MPa$$

$$\Delta\sigma C = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2 * 0{,}152 + 20 * 0{,}002)}) = 90{,}64\ MPa$$

- Cabo 4 (Figura 52):

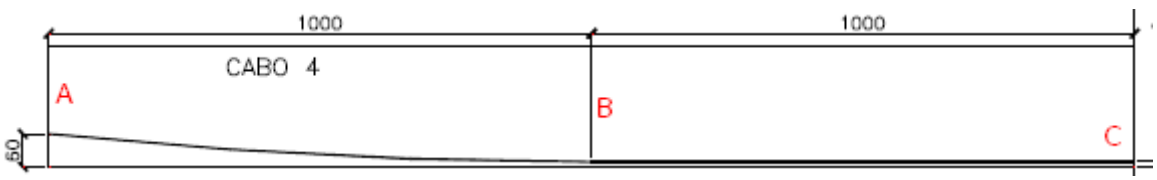


Figura 52 – Traçado do Cabo 4.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

Os ângulos de desvio correspondente à curvatura completa do cabo 4, são:

$$\propto_B (10) = 2 * \frac{0{,}41}{10} = 0{,}082$$

$$\propto_c (20) = 2 * \frac{0{,}41}{10} = 0{,}082$$

Assim, de posse dos ângulos de desvios e as coordenadas dos pontos de interesse, as perdas nos pontos B e C do cabo 4 ficam:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}]$$

$$\Delta\sigma B = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2*0{,}082 + 10*0{,}002)}) = 47{,}66\ MPa$$

$$\Delta\sigma C = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2*0{,}082 + 20*0{,}002)}) = 73{,}12\ MPa$$

- Cabo 5 (Figura 53):

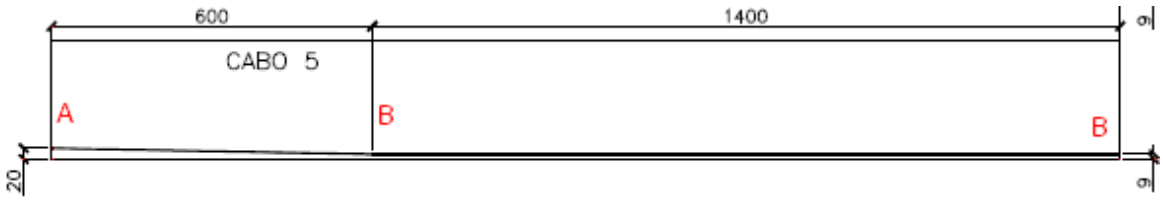


Figura 53 – Traçado do Cabo 5.
Fonte: Stucchi e Skaf, 2006.

Os ângulos de desvio correspondente à curvatura completa do cabo 5, são:

$$\propto_B (10) = 2 * \frac{0{,}11}{6} = 0{,}0367$$

$$\propto_c (20) = 2 * \frac{0{,}11}{6} = 0{,}0367$$

Assim, de posse dos ângulos de desvios e as coordenadas dos pontos de interesse, as perdas nos pontos B e C do cabo 5 ficam:

$$\Delta P(x) = Pi \times [1 - e^{-(\mu \times \Sigma \alpha + kx)}]$$

$$\Delta\sigma B = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2*0{,}0367 + 6*0{,}002)}) = 25{,}53\ MPa$$

$$\Delta\sigma C = 1333{,}34 * (1 - e^{-(0{,}2*0{,}0367 + 20*0{,}002)}) = 61{,}65\ MPa$$

A Tabela 24 resume os valores de perdas por atrito em todos os cabos.

Tabela 24 - Perdas por atrito nos cabos da viga V1.

		x (cm)	∝ (rad)	Δσ (MPa)	σ (MPa)
Cabo 1	A	0	0	0	1333,34
	B	18	0,177	91,88	1241,46
	C	20	0,177	96,84	1236,5
cabo 2	A	0	0	0	1333,34
	B	15	0,159	79,9	1253,44
	C	20	0,159	92,38	1240,96
Cabo 3	A	0	0	0	1333,34
	B	12	0,152	70,6	1262,74
	C	20	0,152	90,64	1242,7
Cabo 4	A	0	0	0	1333,34
	B	10	0,082	47,66	1285,68
	C	20	0,082	73,12	1260,22
Cabo 5	A	0	0	0	1333,34
	B	6	0,0367	25,53	1307,81
	C	20	0,0367	61,65	1271,69

Fonte: Autor

12.10.2 Alongamento teórico da Armadura ativa

O alongamento teórico da armadura ativa é um parâmetro de pela qual é possível saber se a força de protensão na saída do macaco hidráulico realmente foi transmitida para o concreto conforme previsto em projeto. Permitindo assim uma avaliação do cabo no interior do concreto.

O cálculo do alongamento teórico é dado pela lei de Hooke, dada por:

$$\delta = \int \frac{Pdx}{E_p A_p}$$

$$\delta = \int \frac{\sigma_p * A_p dx}{E_p A_p}$$

$$\delta = \frac{1}{E_p} \int \sigma_p * dx$$

$\int \sigma_p * dx$ É a área de figura, logo a expressão fica:

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

Onde:

E_p= Módulo de eslasticidade do aço de protensão;

$Área = Área$ abaixo $da\ curva\ gerada\ pelas\ perdas\ por\ atrito$

- Cabo 1

A Figura 54 mostra a área da região dadas pelas perdas por atrito no cabo 1. Para cálculo aproximando.

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

$$\delta = \frac{25698{,}4}{200000MPa} = 0{,}1284\ m\ ou\ 12{,}84, cm$$

Convém notar que esse alongamento é em cada extremidade do cabo, já que ele está sendo tracionado nas duas extremidades.

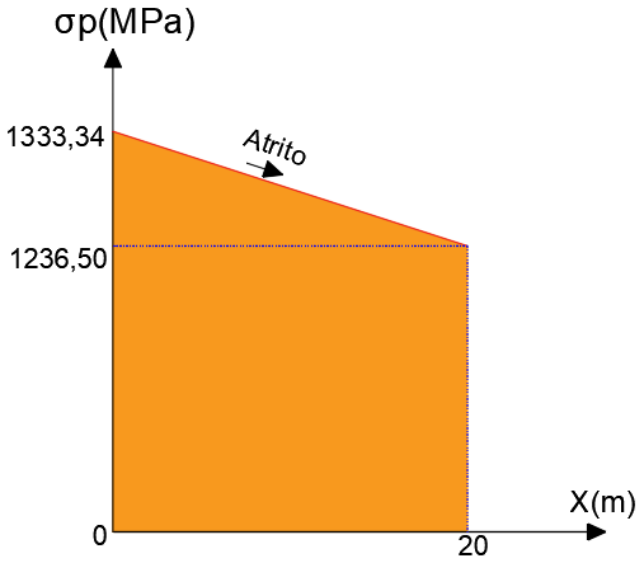


Figura 54 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 1.
Fonte: Autor

- Cabo 2

A Figura 55 mostra a área da região dadas pelas perdas por atrito no cabo 2. Para cálculo aproximando do alongamento.

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

$$\delta = \frac{25743}{200000MPa} = 0{,}01287\ m\ ou\ 12{,}87\ cm$$

Convém notar que esse alongamento é em cada extremidade do cabo, já que ele está sendo tracionado nas duas extremidades.

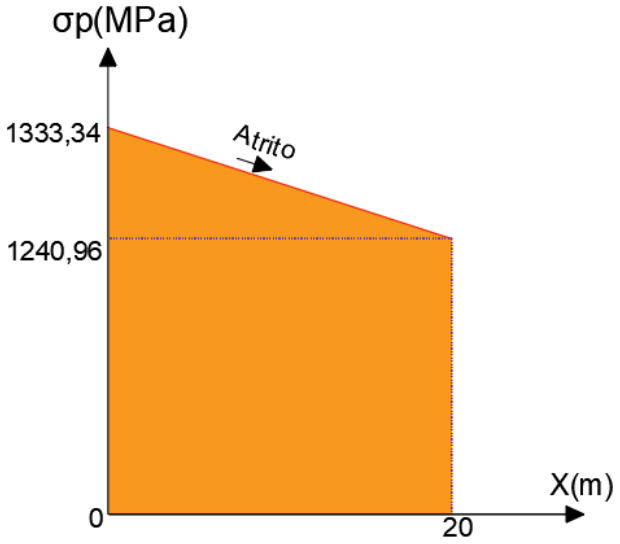


Figura 55 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 2.
Fonte: Autor

- Cabo 3

A Figura 56 mostra a área da região dadas pelas perdas por atrito no cabo 3. Para cálculo aproximando do alongamento.

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

$$\delta = \frac{25760{,}4}{200000MPa} = 0{,}1288\, m\ ou\ 12{,}88\, cm$$

Convém notar que esse alongamento é em cada extremidade do cabo, já que ele está sendo tracionado nas duas extremidades.

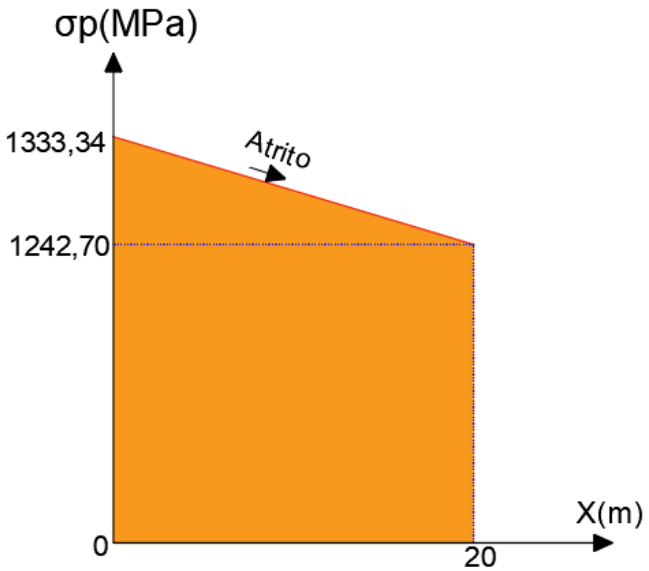


Figura 56 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 3.
Fonte: Autor

- Cabo 4

A Figura 57 mostra a área da região dadas pelas perdas por atrito no cabo 4. Para cálculo aproximando do alongamento.

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

$$\delta = \frac{1}{200000MPa * 11 * 0{,}0101} * 37983{,}93 * 0{,}0101 = 0{,}0173\ m\ ou\ 17{,}3\ mm$$

Convém notar que esse alongamento é em cada extremidade do cabo, já que ele está sendo tracionado nas duas extremidades.

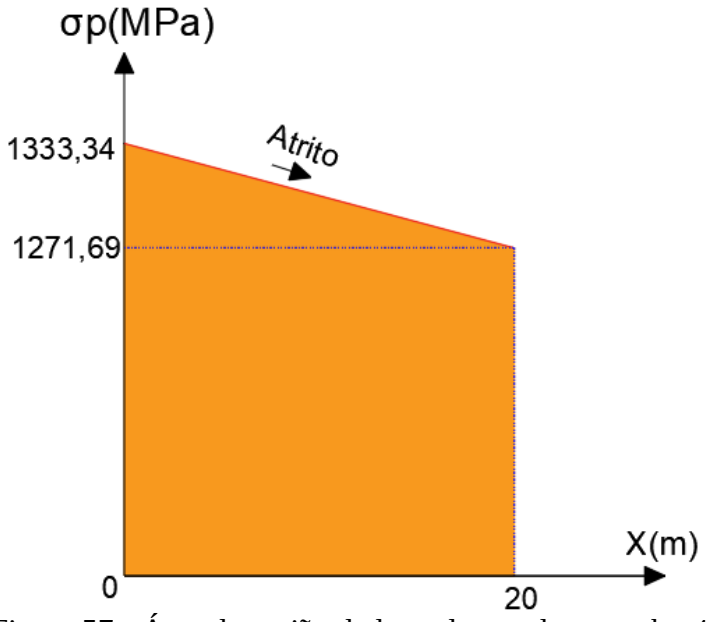


Figura 57 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 4.
Fonte: Autor

- Cabo 5

A Figura 58 mostra a área da região dadas pelas perdas por atrito no cabo 5. Para cálculo aproximando do alongamento.

$$\delta = \frac{Área}{E_p}$$

$$\delta = \frac{26050{,}3}{200000MPa} = 0{,}1302\ m\ ou\ 13{,}02\ cm$$

Convém notar que esse alongamento é em cada extremidade do cabo, já que ele está sendo tracionado nas duas extremidades.

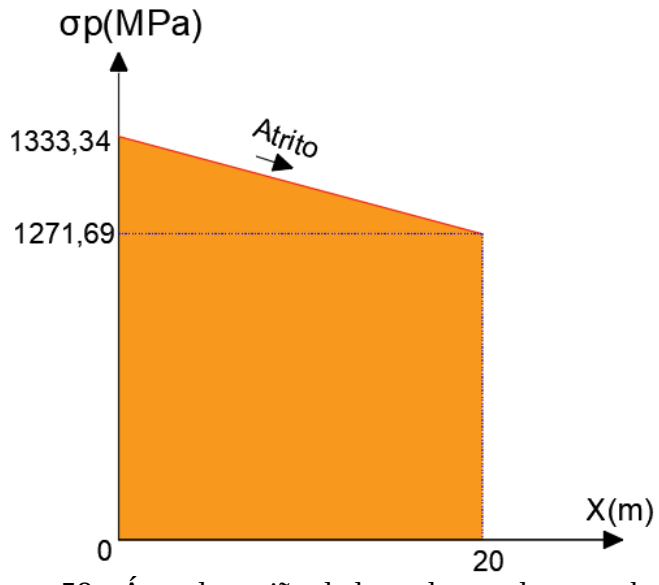


Figura 58 - Área da região dadas pelas perdas no cabo 5.
Fonte: Autor

12.10.3 Perda por encunhamento da ancoragem

As perdas foram calculadas segundo dados do item 9.1.1 desde texto. Neste projeto o encunhamento $\delta = 6\ mm$.

- Cabo 1

  Supondo $0 \leq a \leq 18$

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}177 + 0{,}002 * 18}{18} = 0{,}004/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}004}} = 15\ m$$

Como X é menor que 18 m, então ele não superou o comprimento do primeiro trecho, logo a perda de protensão por escorregamento da ancoragem ativa é:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * E_p * \frac{\delta}{X}$$

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * 200000 * \frac{0{,}006}{15} = 160\ MPa$$

A Figura 59 mostra o gráfico da varição da perdas até o ponto onde a perda é nula para o cabo 1.

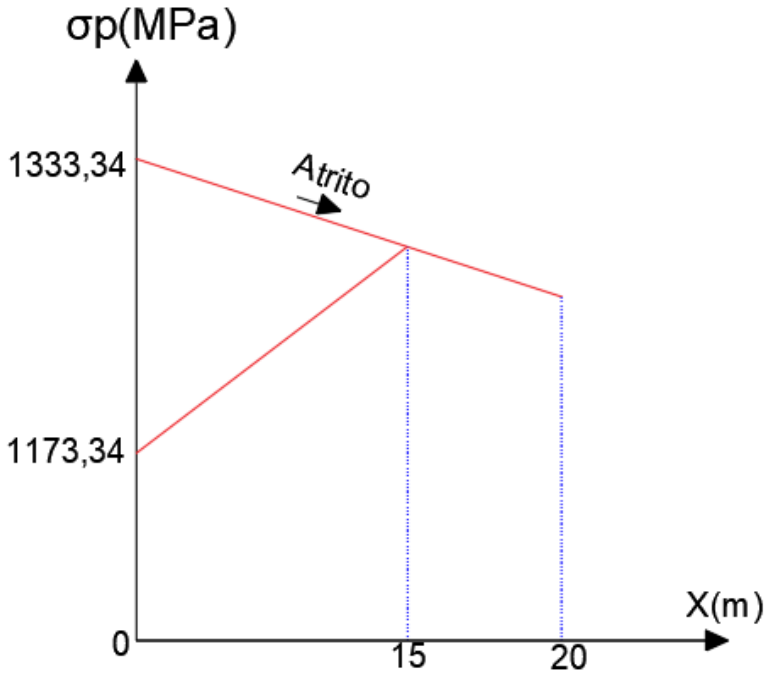


Figura 59 - Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 1.
Fonte: Autor.

- Cabo 2

Supondo $0 \leq a \leq 15$

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}159 + 0{,}002 * 15}{15} = 0{,}00412/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00412}} = 14{,}78\ m$$

Como X é menor que 15 m, então ele não superou o comprimento do primeiro trecho, logo a perda de protensão por escorregamento da ancoragem ativa é:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * E_p * \frac{\delta}{X}$$

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * 200000 * \frac{0{,}006}{14{,}78} = 162{,}38\ MPa$$

A Figura 60 mostra o gráfico da varição da perdas até o ponto onde a perda é nula para o cabo 2.

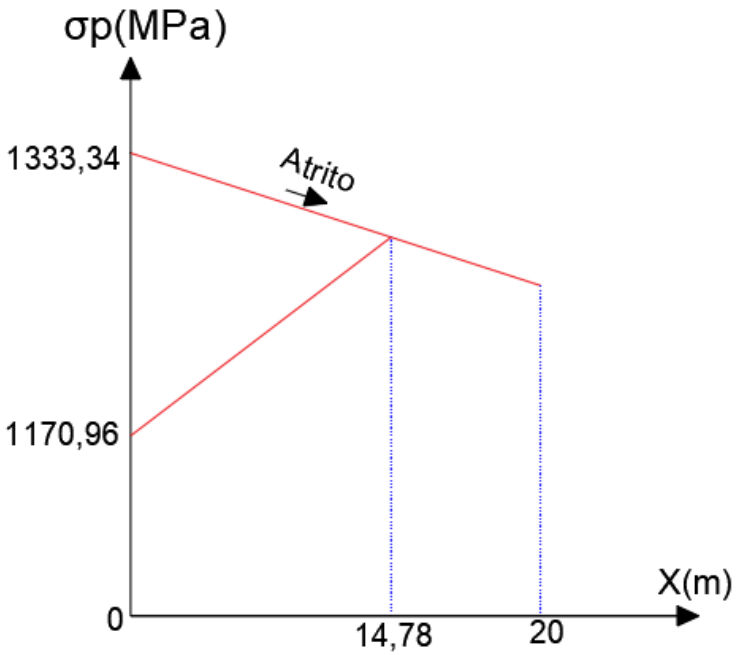


Figura 60 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 2.
Fonte: Autor.

- Cabo 3

Supondo $0 \leq a \leq 12$

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}152 + 0{,}002 * 12}{12} = 0{,}00453/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00453}} = 14{,}10\ m$$

Como X é maior que 12 m, então X superou o comprimento do primeiro trecho, devendo analisar para segundo trecho com $12 \leq a \leq 20$.

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}152 + 0{,}002 * 20}{20} = 0{,}00352/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00352}} = 16\ m$$

logo a perda de protensão por escorregamento da ancoragem ativa é:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * E_p * \frac{\delta}{X}$$

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * 200000 * \frac{0{,}006}{16} = 150\ MPa$$

A Figura 61 mostra o gráfico da variação da perdas até o ponto onde a perda é nula para o cabo 3.

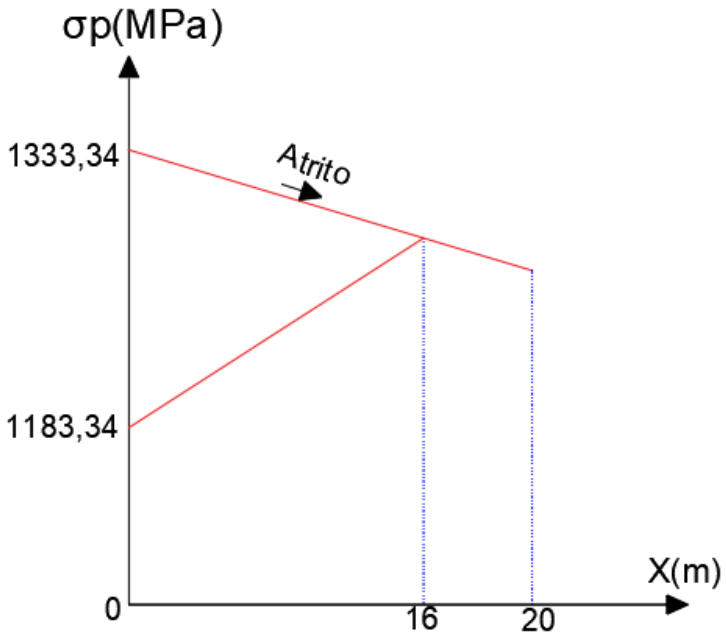


Figura 61 - Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 3.
Fonte: Autor.

- Cabo 4

Supondo $0 \leq a \leq 10$

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}082 + 0{,}002 * 10}{10} = 0{,}00364/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00364}} = 15{,}72\ m$$

Como X é maior que 10 m, então X superou o comprimento do primeiro trecho, devendo analisar para segundo trecho com $10 \leq a \leq 20$.

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}082 + 0{,}002 * 20}{20} = 0{,}00282/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00282}} = 17{,}86\ m$$

Logo, a perda de protensão por escorregamento da ancoragem ativa é:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * E_p * \frac{\delta}{X}$$

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * 200000 * \frac{0{,}006}{17{,}86} = 134{,}38\ MPa$$

A Figura 62 mostra o gráfico da variação da perdas até o ponto onde a perda é nula para o cabo 4.

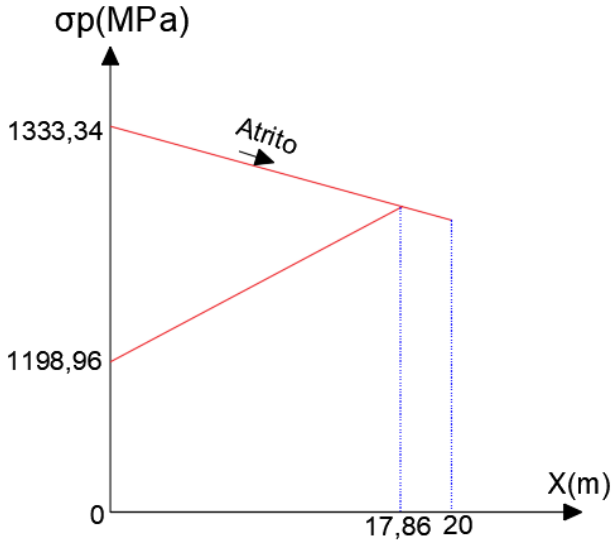


Figura 62 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 4.
Fonte: Autor.

- Cabo 5

Supondo $0 \leq a \leq 6$

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}0367 + 0{,}002 * 6}{6} = 0{,}00322/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}00322}} = 16{,}71\ m$$

Como X é maior que 6 m, ele superou o comprimento do primeiro trecho, devendo analisar para segundo trecho com $6 \leq a \leq 20$.

$$\lambda = \frac{\mu \propto + kx}{x}$$

$$\lambda = \frac{0{,}2 * 0{,}0367 + 0{,}002 * 20}{20} = 0{,}002367/m$$

A distância de X é:

$$X = \sqrt{\frac{200000 * 0{,}006}{1333{,}34 * 0{,}002367}} = 19{,}50\ m$$

Logo, a perda de protensão por escorregamento da ancoragem ativa é:

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * E_p * \frac{\delta}{X}$$

$$\Delta\sigma_{p,anc} = 2 * 200000 * \frac{0{,}006}{19{,}50} = 123{,}08\ MPa$$

A Figura 63 mostra o gráfico da variação das perdas até o ponto onde a perda é nula para o cabo 4.

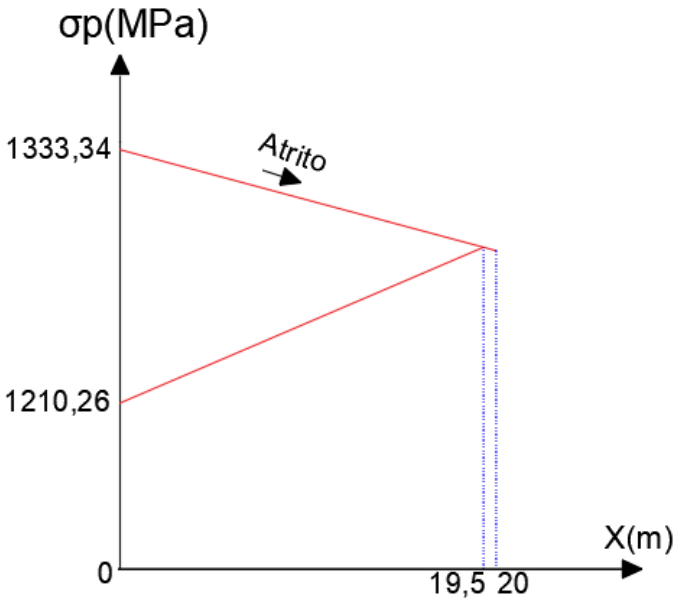


Figura 63 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após o escorregamento na ancoragem ativa para o cabo 5.
Fonte: Autor.

Na tabela 25 é apresentada o resumo das perdas por encunhamento da ancoragem.

Tabela 25 - Perdas por Encunhamento nos cabos da viga V1.

Cabo	1	2	3	4	5
$\propto$ (rad)	0,177	0,159	0,152	0,082	0,0367
x (m)	18	15	20	20	20
λ (1/m)	0,004	0,00412	0,00352	0,00282	0,02367
X (m)	15	14,78	16	17,86	19,5
$\Delta\sigma_{p,anc}$ (MPa)	160,00	162,38	150	134,38	123,08

Fonte: Autor.

12.10.4 Perdas por encurtamento elástico do concreto na pós-tensão

Para cálculo das perdas de encurtamento elástico do concreto foi feito conforme as equações apresentadas no item 9.2.3:

As tensões devidas ao carregamento externo ficam:

$$\sigma_{cg} = \frac{M_g}{I_h} * e = \frac{3730{,}3}{0{,}4066844521} * \frac{0{,}825585}{1000} = 7{,}57\ MPa$$

Onde

$e = (0{,}975585 - 15) = 0{,}825585\ m$

Já as tensões devidas à protensão são:

$$P_{médio} = \frac{1076{,}5 + 1078{,}58 + 1092{,}7 + 1125{,}84 + 1148{,}61}{5} * \frac{55}{10} * 1{,}01 = 6135{,}20\ kN$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{méd}}{Ah} + \frac{P_{Méd}}{I_h} * e^2 = \frac{\frac{-6946{,}05}{0{,}7608375} + \frac{-6946{,}05}{0{,}4066844521} * 0{,}825585^2}{1000} = -20{,}76\ MPa$$

Assim, a perda média por cabo fica:

$$\Delta\sigma_p = \frac{5{,}65 * (-20{,}76 + 7{,}57) * (5-1)}{2 * 5} = -29{,}832\ MPa/cabo$$

Assim, após a cálculo das perdas imediadas nos cabos tem-se as tensões nas armadura de protensão σp_0 para todos os cabos dados na tabela 26.

Tabela 26 - Resumo das perdas Imediatas no meio do vão e σp_0.

Cabos	**σ_{Pi} (MPa)**	**Perdas (MPa)**					**σ_{P0} (MPa)**
		Atrito	**%**	**Encunhamento**	**Encurtamento**	**%**	
Cabo 1	1333,34	96,84	7,26	160,00	29,83	2,24	1206,67
Cabo 2	1333,34	92,38	6,93	162,38	29,83	2,24	1211,13
Cabo 3	1333,34	90,64	6,80	150,00	29,83	2,24	1212,87
Cabo 4	1333,34	73,12	5,48	134,38	29,83	2,24	1230,39
Cabo 5	1333,34	61,65	4,62	123,08	29,83	2,24	1241,86

Fonte: Autor

12.10.5 Perdas progressivas

Após as transferência da protensão ao concreto e a consolidação do elemento estrutural, ocorrem as perdas diferidas no tempo devido a retração e fluência do concreto e relaxação da armadura de protensão. Para cálculo das perdas foi utilizado o processo simplificado descrito na NBR 6118:2014.

Algumas considerações para cálculo das perdas progressivas são: abatimento do tronco de cone “Slump” igual a 14, temperatura média de 27°C, tempo inicial de 7 dias, tempo final 14600 dias (40 anos) e cimento Portland CP V-ARI. Umidade relativa 75,9%.

12.10.5.1 Idades Ficticias

Para cálculo das perdas precisa-se determinar as idades fictícias para retração e fluência, que segundo a NBR 6118:2014, fornece a relação:

$$t = \propto * \sum \frac{T_i + 10}{30} * \Delta t_{ef,i}$$

Onde:

t=é a idade fictícia, expressa em dias;

α= é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento;

T_i= é a temperatura média diária do ambiente, expressa em graus Celsius (°C);

$\Delta t_{ef,i}$= é o período, expresso em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente, T_i, pode ser admitida constante.

Valores de α, na falta de dados experimentais, pode ser atulizado valores dados na Tabela 27.

Tabela 27 - Valores da Fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.

Cimento Portland (CP)	**∝**	
	Fluência	**Retração**
De endurecimento Lento (CP III e CP IV, todas as classes de Resistência)	1	1
De endurecimento Normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento Rápido (CP V - ARI)	3	

Fonte: NBR 6118:2014.

12.10.5.2 Espessura Fictícia

Cálculo da espessura fictícia pode ser feito utilizando as equações (19) e (20), assumindo A_c = 11308,3075 cm² e U = 75,9 %.

$$\gamma = 1 + \exp(-7{,}8 + 0{,}1U) = 1 + \exp(-7{,}8 + 0{,}1 * 75.9) = 1{,}810584246$$

$$hfic = 1{,}810584246 * \left(\frac{2 * 1{,}13083075}{8{,}493}\right) = 0{,}482153383\ m$$

12.10.5.3 Deformação Específica por retração do concreto.

Conforme a equação (17), a deformação por retração pode ser calculada por:

$$\varepsilon_{cs}\ (t\ ;\ t_o)\ =\ \varepsilon_{cs\infty}\ [\beta_s\ (t) - \beta_s\ (to)]$$

Assim tem-se que:

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8{,}09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150}\right) * \frac{1}{10^4}$$

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8{,}09 + \frac{75{,}9}{15} - \frac{75{,}9^{\,2}}{2284} + \frac{75{,}9^{\,3}}{133765} - \frac{75{,}9^{\,4}}{7608150}\right) * \frac{1}{10^4} = -0{,}000445898$$

Como o valor do abatimento é 14 cm, então os valores de φ_{1c} e ε_{1s} segundo a NBR 6118:2014 são 25% maiores, logo da equação (18):

$$\varepsilon_{1s} = 1{,}25 * (-0{,}000445898) = -0{,}000557373$$

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20{,}8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 * 48{,}2153383}{20{,}8 + 3 * 48{,}2153383} = 0{,}782313655$$

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \,.\, \varepsilon_{2s} = -0{,}000557373 * 0{,}782313655 = -0{,}00043604$$

β_s (t) ou β_s (to) dependem de coeficientes ligados à espessura fictícia e outros ligados à idade fictícia. Aqueles relacionados à espessura fictícia ficam:

A = 40;

B = $116h^3 – 282h^2 + 220h – 4{,}8$= 48,7187

C = $2{,}5h^3 – 8{,}8h + 40{,}7$= 36,73726

D = $-75h^3 + 585h^2 + 496h – 6{,}8$ = 359,93759

E = $–169h^4 + 88h^3 + 584h^2 – 39h + 0{,}8$ = 118,4899671

o cálculo da idade fictícia é:

$$t = \propto * \sum \frac{T_i + 10}{30} * \Delta t_{ef,i}$$

As idades fictícias são:

$$t_0 = 1 * \frac{27 + 10}{30} * 7 = 8{,}6333\ dias$$

$$t_\infty = 1 * \frac{27 + 10}{30} * 14600 = 18006{,}667\ dias$$

Logo,

$$\beta s\,(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

Para tempo de 40 anos: $\beta s\,(14600) = 1{,}00699579$

Para tempo de 7 dias: $\beta s\,(7) = 0{,}030064499$

Desta forma,

$$\varepsilon cs\,(t\,;\,t_o) = \varepsilon_{cs\infty}\,[\beta s\,(t) - \beta s\,(t_o)] = -0{,}000425981$$

13.10.5.4 Fluência do concreto

Conforme a equação (22) a fluência é expressa por:

$$\varphi\,(t\,;\,t_o) = \varphi_a + \varphi f_\infty\,[\beta f\,(t) - \beta f\,(to)] + \varphi d_\infty\,\beta_d$$

Onde:

$$\varphi a = 0{,}8 * \left[1 - \frac{fc(to)}{fc(\infty)}\right]$$

Inicialmente é preciso determinar β1:

$$\beta 1 = \exp\left\{s\left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\} = \exp\left\{0{,}38\left[1 - \left(\frac{28}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\} = 0{,}683861$$

O coeficiente de fluência rápida fica:

$$\varphi a = 0{,}8 * \left[1 - \frac{fc(to)}{fc(\infty)}\right] = 0{,}8 * \left[1 - \frac{0{,}683861 * 40}{40}\right] = 0{,}2529112$$

$$\varphi_{1c} = 4{,}45 - 0{,}035 * U = 4{,}45 - 0{,}035 * 75{,}9 = 1{,}7935$$

$$\varphi_{1c} = 1.25 * 1{,}7935 = 2{,}241875$$

Da equação (23):

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + hfic}{20 + hfic} = \frac{42 + 48{,}2153383}{20 + 48{,}2153383} = 1{,}322508113$$

$$\phi f_{\infty} = \phi_{1c} * \phi_{2c} = 2{,}241875 * 1{,}242591233 = 2{,}964897875$$

Coeficiente de deformação lenta reversível βd (t):

Convém notar que as idades fictícias para retração e fluência são as mesmas para o caso de cimento CP III e CP IV.

Da equação (24):

$$\beta d\ (t) = \frac{t - to + 20}{t - to + 70} = \frac{54020 - 25{,}9 + 20}{54020 - 25{,}9 + 70} = 0{,}999$$

O coeficiente βf (t), requer o cálculo dos parâmetros:

A= 42 h^3 -250 h^2 + 588h+113= 319,848688

B=768 h^3 -3060h^2+3234h-23 = 911,0029705

C=-200h^3+13h^2+1090h+183 = 689,1519008

D= 7579 h^3-31916h^2+3543h+1931 = 12401,68252

Da equação (25), tem-se os valores no tempo t_0 e no tempo t:

$\beta f\ (t_o) = 0{,}203349566$ e $\beta f\ (t) = 0{,}980213345$

Assim o coeficiente de fluência é:

$$\varphi\ (t\ ;\ t_o) = 0{,}253776946 + 2{,}964897875 * [0{,}980213345 - 0{,}203349566] + 0{,}4 * 0{,}999 = 2{,}955991785$$

12.11.5.5 Coeficiente de relaxação do aço

Para se determinar o coeficiente de relaxação foi utilizado as equações apresentadas no item 9.3.1 deste texto, assim tem-se que:

Iniciamente é preciso verificar a se há perda por relaxação, ou seja tensão superior a 0,5fptk.

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{122{,}058}{190} = 0{,}6424 \ > 0{,}5 \ há \ perdas \ de \ por \ relaxação \ da \ armadura$$

Por inteporlação linear a partir da tabela 6 o valor de ψ_{1000} para relaxação baixa é:

$$\psi_{1000} = 1{,}8088\%$$

Desta forma tem-se que:

$$\psi(14600;7) = \psi_{1000} * \left(\frac{t - to}{41{,}67}\right)^{0.15} = 0{,}043555$$

Com isso, com os parâmetros de relaxação, fluência e retração calculados, pode-se então obter as perdas pelo processo simplificado dado pela equação (26):

$$\Delta\sigma p(t, to) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, to)E_p - \ \alpha_p * \sigma_{c,pog} * \phi(t, t_o) - \sigma_{po} * \chi(t, to)}{\chi_p + \chi_c \ * \alpha_p * \eta\rho_p}$$

Onde:

O coeficiente de fluência $\chi(t, t0)$ fica:

$$\chi(14600{,}7) = - \ ln \ [\ 1 - \psi \ (t, t0)] = - \ ln \ [\ 1 - \ 0{,}0{,}043555] = 0{,}044532066$$

Já o coeficiente χp fica:

$$\chi_p \ = \ 1 \ + \ \chi \ (t, t0 \ ) = 1 \ + 0{,}044532066 = 1{,}044532066$$

$$\chi_c \ = \ 1 \ + \ 0{,}5 \ \phi \ (t, t_0) = 1 \ + \ 0{,}5 * \ 2{,}652292307 = 2{,}477995893$$

A taxa geométrica de armadura ρp fica:

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \ = \frac{55 * 1{,}01}{11050} = 0{,}005027149$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{Eci28} = 5{,}65$$

Para estimar as tensões nos cabos de protensão e aplicação do processo simplificado considerou-se os dados de P_0 conforme a tabela 28.

Tabela 28 - Valor de P_0 nos Cabos de protensão para aplicação no processo simplificado.

Cabos	P_0 (KN)
Cabo 1	1340,608
Cabo 2	1345,563
Cabo 3	1347,496
Cabo 4	1366,961
Cabo 5	1379,704
Total	6780,33

Fonte: Autor.

A excentricidade do cabo resultante na seção crítica na viga com largura colaborante é: $e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$, logo:

$$\eta = 1 + \frac{\mathrm{ep}^2 \mathrm{Ah}}{\mathrm{Ih}} = 1 + \frac{119{,}35^2 * 11308{,}3075}{73867005{,}01} = 3{,}179218667$$

Já a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante é dada por

$$\sigma_{c,pog} = \frac{\mathrm{Po}}{\mathrm{Ah}} * \eta + \left(\mathrm{M_{g1}} * \frac{\mathrm{e_p}}{\mathrm{Ih}}\right)$$

Então, após a inserção dos dados do projeto, resulta em:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-6780{,}33}{11308{,}3075} * 3{,}179218667 + \left(8095{,}60 * 100 * \frac{119{,}31}{73867005.01}\right) =$$

$$-0{,}59862117\ kN/cm^2$$

Então o valor final das perdas progressivas fica:

$$\Delta\sigma p(t, t_o) = \frac{= -0{,}000425981 * 20000 - 5{,}65 * (0{,}59862117) * 2{,}955991785 - 122{,}058 * 0{,}045408578}{1{,}044532066 + 2{,}477995893 * 5{,}65 * 3{,}179218667 * 0{,}005027149}$$

$$\Delta\sigma p(t, to) = 18{,}97023 \frac{kN}{m^2}\ ou\ 187{,}023\ MPa\ /cabo$$

Por fim, após cálculo de todas as perdas tem-se o valor da protensão σP_∞, a tabela 29 trás o resumo das perdas de protensão e valores percentuais totais e parciais para cada tipo de perda.

Tabela 29 - Valor de σP_{∞} e resumo das perdas de protensão imediatas no meio do vão e perdas progressivas.

Cabos	σ_{pi} (MPa)	Perdas (MPa)							σ_{p0} (MPa)	$\sigma_{p\infty}$ (MPa)	% total
		Atrito	%	Encunhamento	Encurtamento	%	Progressivas	%			
Cabo 1	1333,34	96,84	7,26	160,00	29,83	2,24	187,02	14,03	1206,67	1019,65	23,53
Cabo 2	1333,34	92,38	6,93	162,38	29,83	2,24	187,02	14,03	1211,13	1024,11	23,19
Cabo 3	1333,34	90,64	6,80	150,00	29,83	2,24	187,02	14,03	1212,87	1025,85	23,06
Cabo 4	1333,34	73,12	5,48	134,38	29,83	2,24	187,02	14,03	1230,39	1043,37	21,75
Cabo 5	1333,34	61,65	4,62	123,08	29,83	2,24	187,02	14,03	1241,86	1054,84	20,89

Fonte: Autor.

12.11 Análise das tensões na Seção crítica: Fuso limite

Determinada as forças de protensão, deve-se fazer a verificação da peça para etapas de fabricação, transporte e montagem, além das verificações para estado limite em serviço-ELS para compressão excessiva.

Como o projeto trata-se de uma ponte, esta possui carregamento dinâmico devido aos veículos, assim é preciso fazer uma análise dinâmica. Para simplificar essa análise dinâmica no item 5.3.2 da NBR 9062:2017 apresenta a equação para consideração aproximada através da análise estática equivalente, onde são adotados coeficientes de amplificação dinâmica.

$$g_{eq,d} \geq \beta_a * g_k * \gamma_f$$

Onde:

$g_{eq,d}$= Carga estática equivalente de cálculo permanente;

g_k= Carga estática característica permanente;

γ_f=Coeficiente de ponderação de ações;

β_a=Coeficiente de Amplificação dinâmica (Tabela 30).

Tabela 30 - Valores para coeficiente de Amplificação dinâmica β_a.

SITUAÇÃO	β_a
Ocasião de transporte, com carga permanente em situação favorável.	0,8
Ocasião de transporte, com carga permanente em situação desfavorável.	1,3
Ocasião do saque da fôrma, manuseio no canteiro e montagem do elemento sob circunstâncias desfavoráveis.	1,4

Fonte: NBR 9062:2017.

12.11.1 Verificação das tensões Limites no concreto.

Na NBR 6118:2014 item 17.2.4.3.2 é possível fazer uma verificação simplificada para segurança no estado ELU considerando a estrutura no estádio I, ou seja, sem abertura de fissura, onde a tensão máxima de tração do concreto não pode ultrapassar 1,2 vezes á tração f_{ctm}, e a tensão de compressão máxima não pode ultrapassar 70% da resistência característica f_{ckj} na idade de aplicação da protensão no estado de serviço e estado de vazio.

12.11.1.1 Estado em Vazio

Para compressão máxima:

$$\beta_1 = \exp\{s * \left(1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{\frac{1}{2}}\right)\}$$

$$\beta_1 = \exp\left\{0{,}38 * \left(1 - \left(\frac{28}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right\} = 0{,}683861$$

$$f_{ckj} = \beta_1 * f_{ck} = 0{,}683861 * 40 = 27{,}3544\ MPa$$

$$\sigma_{clim} = 0{,}7 * 27{,}3544\ = -19{,}148\ MPa$$

Para tração máxima:

$$f_{ctm} = 0{,}3 * f_{ckj}^{\frac{2}{3}} = 0{,}3 * 32{,}74923^{\frac{2}{3}} = 3{,}0782\ MPa$$

$$\sigma ct_{lim} = 1{,}2 * f_{ctm} = 1.2 *\ 3{,}0782 = 3{,}685\ MPa$$

12.11.1.2 Estado em Serviço

Para compressão máxima:

$$f_{ck} = 40\ MPa$$

$$\sigma_{clim} = 0{,}7 * 40 = -28\ MPa$$

Para tração máxima:

$$f_{ctm} = 0{,}3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0{,}3 * 40^{\frac{2}{3}} = 3{,}50882\ MPa$$

$$\sigma ct_{lim} = 1{,}2 * f_{ctm} = 1.2 *\ 3{,}50882 = 4{,}21\ MPa\ para\ combinação\ frequente$$

Para combinação quase permanente e como se trata da descompressão da seção, o valor da tensão limite é $\sigma ct_{lim} = 0\ MPa$.

12.11.2 Combinações Especiais

Após a aplicação da protensão faz-se a verificação da peça estrutural para combinações especiais que são para fase de transporte, fabricação e montagem e para combinações em serviço.

12.11.2.1 Fase de Fabricação ($g1 + P_0$).

Nesta fase são analisadas as cargas referente peso próprio e a protensão após as perdas imediatas da viga pré-moldada (sem laje colaborante).

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}4168621413 * 1000} = 8{,}9485\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}396991895 * 1000} = 9{,}3964\ MPa$$

$ep = (0{,}975585 - 15) = 0{,}825585\ m$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{0{,}4168621413}\right] = -22{,}34\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{-0{,}396991895}\right] = 5{,}19\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 64, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

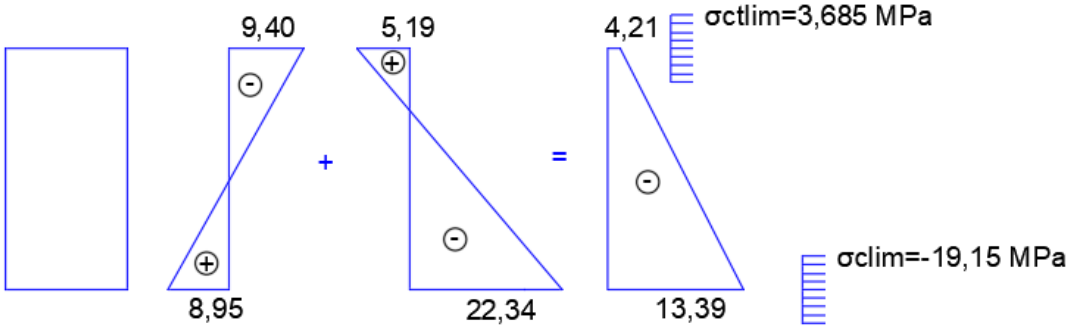


Figura 64 – Verificação das tensões resultantes para fase de fabricação $g1 + P_0$.
Fonte: Autor.

12.11.2.2 Fase de Transporte 1 ($\beta_a * g1 + P_{0;}\ onde\ \beta_a = 0{,}8$).

Nesta fase não analisadas as cargas referente peso próprio com 80% das ações e a protensão após as perdas imediatas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}4168621413 * 1000} * 0{,}8 = 7{,}1588\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}396991895 * 1000} * 0{,}8 = 7{,}51712\ MPa$$

$ep = (0{,}975585 - 15) = 0{,}825585\ m$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{0{,}4168621413}\right] = -22{,}34\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{-0{,}396991895}\right] = 5{,}19\ MPa$$

Assim é possível montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 65, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

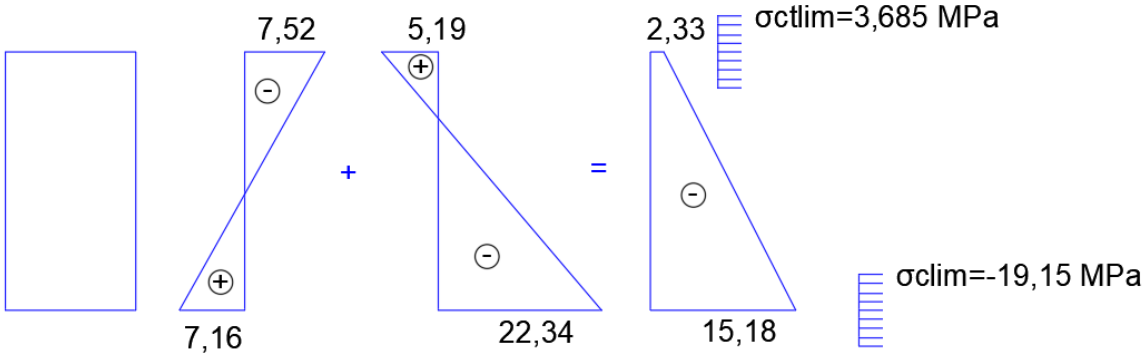


Figura 65 – Verificação das tensões resultantes para fase de Transporte 1 ($\beta_a * g1 + P_{0;}$ onde $\beta_a = 0{,}8$) .
Fonte: Autor.

12.11.2.3 Fase de Transporte 2 ($\beta_a * g1 + P_{0;}\ onde\ \beta_a = 1{,}3$).

Nesta fase são analisadas as cargas referente peso próprio com 130% das ações e a protensão após as perdas imediatas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}4168621413 * 1000} * 1{,}3 = 11{,}63305\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}396991895 * 1000} * 1{,}3 = 12{,}21532\ MPa$$

$ep = (0{,}975585 - 15) = 0{,}825585\ m$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{0{,}4168621413}\right] = -22{,}34\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{-0{,}396991895}\right] = 5{,}19\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 66, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

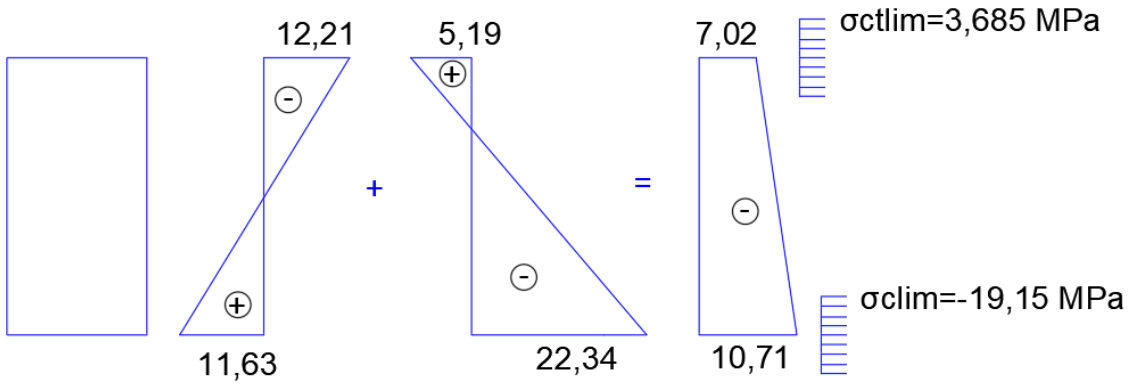


Figura 66 – Verificação das tensões resultantes para fase de fabricação ($\beta_a * g1 + P_{0;}$ onde $\beta_a = 1{,}3$).
Fonte: Autor.

12.11.2.4 Fase de Transporte 3 ($\beta_a * g1 + P_{0;}\, onde\, \beta_a = 1{,}4$).

Nesta fase são analisadas as cargas referente peso próprio com 140% das ações e a protensão após as perdas imediatas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}4168621413 * 1000} * 1{,}4 = 12{,}5279\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}396991895 * 1000} * 1{,}4 = 13{,}15496\ MPa$$

$$ep = (0{,}975585 - 15) = 0{,}825585\ m$$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{0{,}4168621413}\right] = -22{,}34\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{0{,}7608375} + \frac{6780{,}33 * 0{,}825585}{-0{,}396991895}\right] = 5{,}19\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 67, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

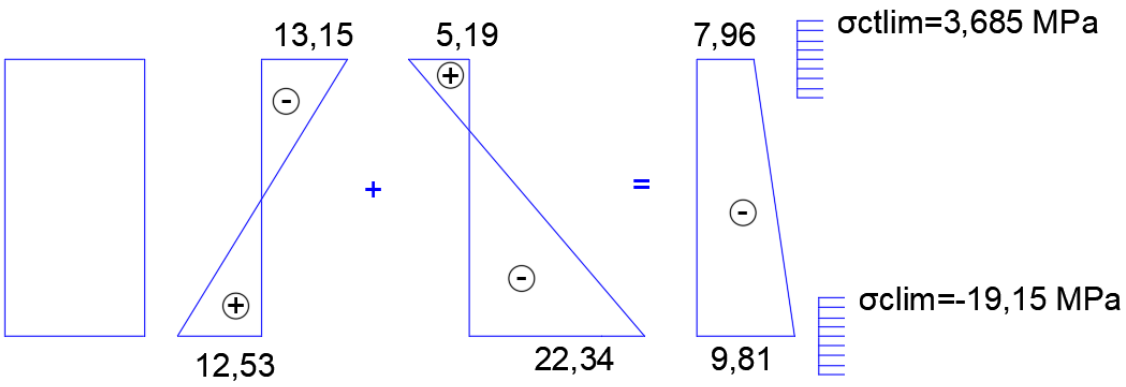


Figura 67 – Verificação das tensões resultantes para fase de Transporte 2 ($\beta_a * g1 + P_{0;}$ onde $\beta_a = 1{,}4$).
Fonte: Autor.

12.11.2.5 Fase de Montagem 1 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_0;\ onde\ \psi_q = 0$).

Nesta fase são analisadas as cargas referente peso próprio, sobrecarga, cargas móveis e a protensão após as perdas imediatas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{1{,}13083075} + \frac{6780{,}33 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -20{,}714\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{1{,}13083075} + \frac{6780{,}33 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 3{,}387\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

Assim é possível montar os as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 68, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados considerando nesta analise que as cargas devido trem tipo são nulas.

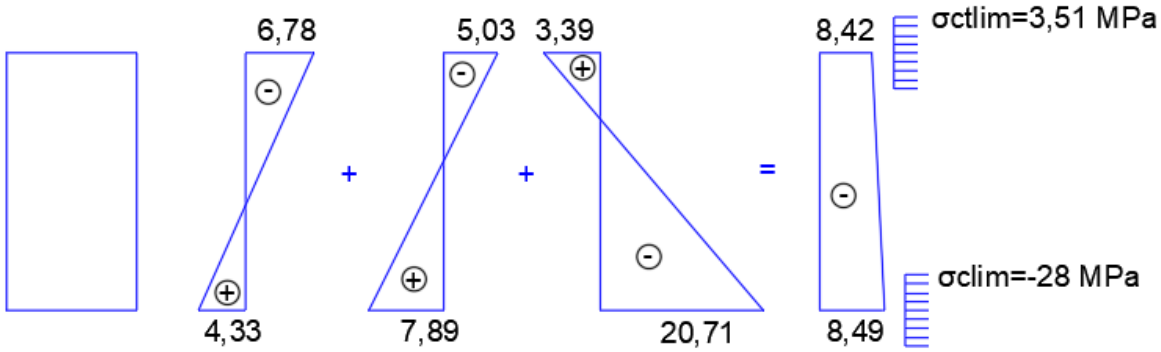


Figura 68 – Verificação das tensões resultantes para fase de montagem 1 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_0;$ onde $\psi_q = 0$)
Fonte: Autor.

12.11.2.6 Fase de Montagem 2 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_0;\ onde\ \psi_q = 0{,}2$).

Nesta fase são analisadas as cargas referentes ao peso próprio, sobrecarga, 20% das cargas móveis e a protensão após as perdas imediatas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$$

$$\sigma_{ip0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{1{,}13083075} + \frac{6780{,}33 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -20{,}714\ MPa$$

$$\sigma_{sp0} = -\left[\frac{P_0}{Ah} + \frac{P_o * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{6780{,}33}{1{,}13083075} + \frac{6780{,}33 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 3{,}387\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

$$\sigma_{iq} = \frac{M_q}{W_{ih}} = \frac{3734{,}38}{0{,}5498102345 * 1000} * 0{,}2 = 1{,}35842\ MPa$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{W_{sh}} = \frac{3734{,}38}{-0{,}8624285465 * 1000} * 0{,}2 = -0{,}866\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 69, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

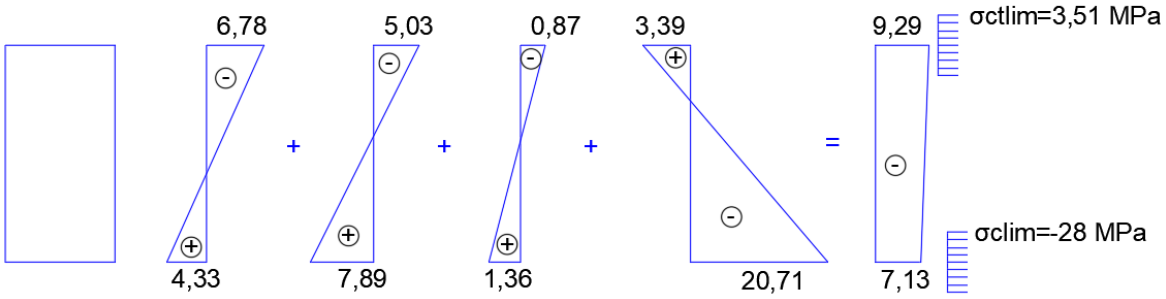


Figura 69 – Verificação das tensões resultantes para fase de Montagem 2 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_0$; onde $\psi_q = 0{,}2$) .
Fonte: Autor.

12.11.3 Combinações em serviço

12.11.3.1 Combinações em serviço 1 ($g_1 + g_2 + P_\infty$).

Nesta fase são analisadas as cargas referentes ao peso próprio, sobrecarga e a protensão após as perdas progressivas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$

$$\sigma_{ip\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -17{,}54\ MPa$$

$$\sigma_{sp\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 2{,}868\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 70, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

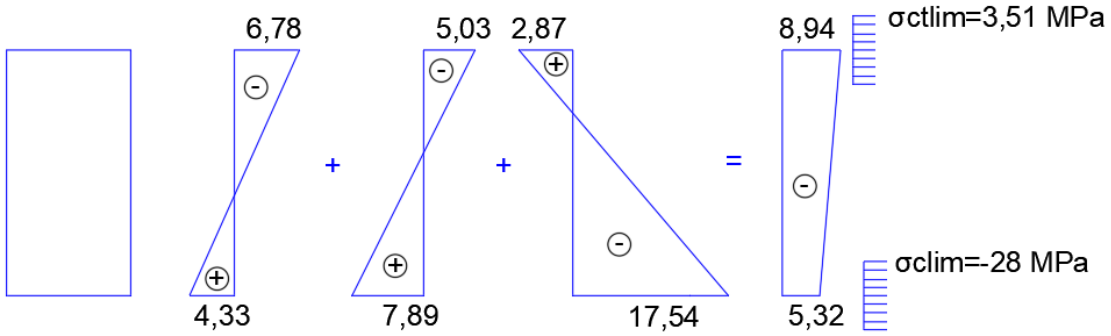


Figura 70 – Verificação das tensões resultantes para combinações em Serviço 1 ($g_1 + g_2 + P_\infty$).
Fonte: Autor.

12.11.3.2 Combinações em serviço 2 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_\infty;\ onde\ \psi_q = 0{,}2$).

Nesta fase são analisadas as cargas referentes ao peso próprio, sobrecarga, 20% das cargas móveis e a protensão após as perdas progressivas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$$

$$\sigma_{ip\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -17{,}54\ MPa$$

$$\sigma_{sp\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 2{,}868\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

$$\sigma_{iq} = \frac{M_q}{W_{ih}} = \frac{3734{,}38}{0{,}5498102345 * 1000} * 0{,}2 = 1{,}35842\ MPa$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{W_{sh}} = \frac{3734{,}38}{-0{,}8624285465 * 1000} * 0{,}2 = -0{,}866\ MPa$$

Assim é possível montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 71, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

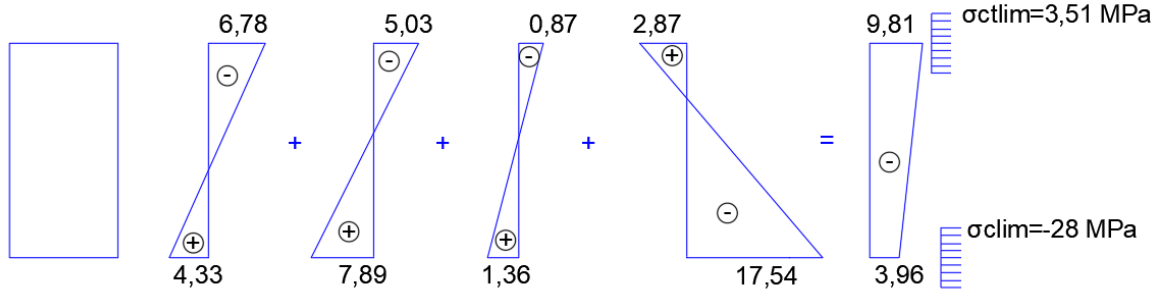


Figura 71 – Verificação das tensões resultantes para combinações em Serviço 2 ($g_1 + g_2 + \psi_q + P_\infty$; onde $\psi_q = 0{,}2$) .
Fonte: Autor.

12.11.3.3 Verificação para Combinação quase permanente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi * \psi_1 * q + P_\infty$; $onde\ \psi_1 = 0{,}3$).

Nesta fase são analisadas as cargas referentes ao peso próprio, sobrecarga, das cargas móveis ponderadas pelo coeficiente de impacto e Ψ1 = 0,3 e a protensão após as perdas progressivas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$$

$$\sigma_{ip\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -17{,}54\ MPa$$

$$\sigma_{sp\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 2{,}868\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

$$\sigma_{iq} = \frac{M_q}{W_{ih}} * \varphi * \psi_1 = \frac{3734{,}38}{0{,}5498102345 * 1000} * 0{,}3 * 1{,}114 = 2{,}27\ MPa$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{W_{sh}} * \varphi * \psi_1 = \frac{3734{,}38}{-0{,}8624285465 * 1000} * 0{,}3 * 1{,}114 = -1{,}448\ MPa$$

Assim consegue-se montar os as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 72, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

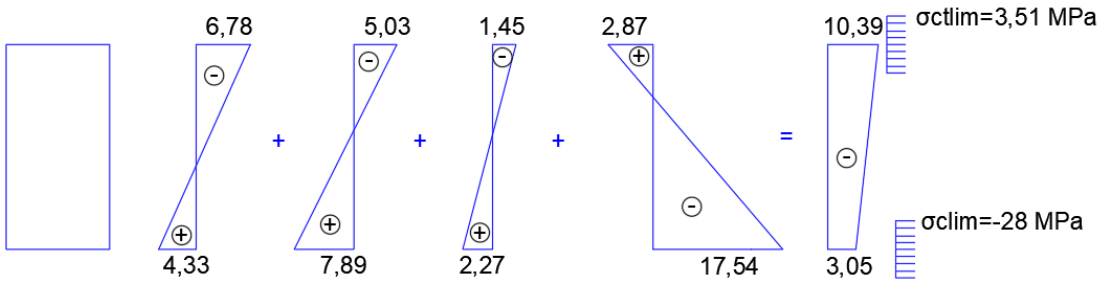


Figura 72 – Verificação das tensões resultantes para combinação quase permanente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi * \psi_1 * q + P_\infty;\ onde\ \psi_1 = 0{,}3$).
Fonte: Autor.

12.11.3.4 Verificação para Combinação frequente de ações ($g_1 + g_2 + \varphi * \psi_1 * q + P_\infty;\ onde\ \psi_1 = 0{,}5$).

Nesta fase são analisadas as cargas referentes ao peso próprio, sobrecarga, das cargas móveis ponderadas pelo coeficiente de impacto e Ψ1 = 0,5 e a protensão após as perdas progressivas.

$$\sigma_{ig1} = \frac{M_{g1}}{W_{ih}} = \frac{3730{,}30}{0{,}5498102345 * 1000} = 6{,}7847\ MPa$$

$$\sigma_{sg1} = \frac{M_{g1}}{W_{sh}} = \frac{3730{,}30}{-0{,}8624285465 * 1000} = -4{,}3253\ MPa$$

$$e_p = 134{,}35 - 15 = 119{,}35\ cm$$

$$\sigma_{ip\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{ih}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{0{,}5498102345}\right] = -17{,}54\ MPa$$

$$\sigma_{sp\infty} = -\left[\frac{P_\infty}{Ah} + \frac{P_\infty * ep}{W_{sh}}\right] = -\left[\frac{5741{,}44}{1{,}13083075} + \frac{5741{,}44 * 1{,}1935}{-0{,}8624285465}\right] = 2{,}868\ MPa$$

$$\sigma_{ig2} = \frac{M_{g2}}{W_{ih}} = \frac{4335{,}3}{0{,}5498102345 * 1000} = 7{,}885\ MPa$$

$$\sigma_{sg2} = \frac{M_{g2}}{W_{sh}} = \frac{4335{,}3}{-0{,}8624285465 * 1000} = -5{,}027\ MPa$$

$$\sigma_{iq} = \frac{M_q}{W_{ih}} * \varphi * \psi_1 = \frac{3734{,}38}{0{,}5498102345 * 1000} * 0{,}5 * 1{,}114 = 3{,}7862\ MPa$$

$$\sigma_{sq} = \frac{M_q}{W_{sh}} * \varphi * \psi_1 = \frac{3734{,}38}{-0{,}8624285465 * 1000} * 0{,}5 * 1{,}114 = -2{,}413789\ MPa$$

Assim consegue-se montar as tensões resultantes nas fibras inferiores e superiores conforme a Figura 73, onde as tensões resultantes são menores que os limites determinados.

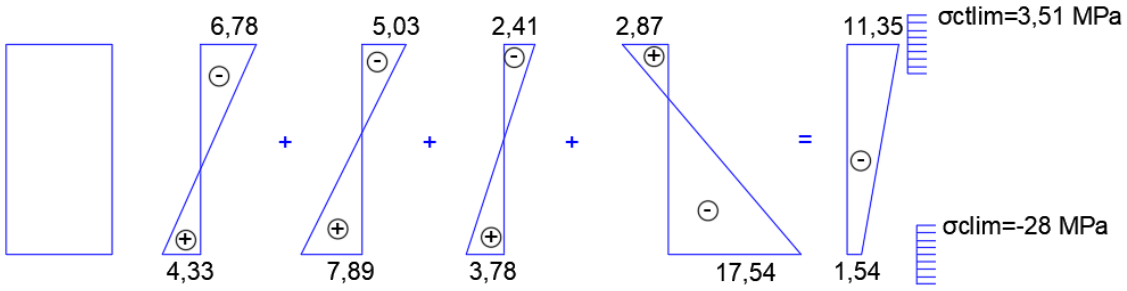


Figura 73 – Verificação das tensões resultantes para combinação frequente de ações $(g_1 + g_2 + \varphi * \psi_1 * q + P_\infty;\ onde\ \psi_1 = 0{,}5)$.
Fonte: Autor.

12.11.4. Análise das combinações no estado de vazio e em serviço no meio do vão.

Diante dos dados das combinações encontradas percebe-se que todas elas atenderam os limites impostos para a verificação simplificada para compressão máxima (σ_{clim}) e tração máxima (σct_{lim}), no estado de vazio a combinação que apresentou a pior situação foi a fase de transporte 1 ($\beta_a * g1 + P_{0;}\ onde\ \beta_a = 0{,}8$) onde os valores mais se aproximaram dos limites imposto, e para estado em serviço o pior cenário foi verificado para combinação frequente de ações $(g_1 + g_2 + \varphi * \psi_1 * q + P_\infty;\ onde\ \psi_1 = 0{,}5)$ onde apresentou valor próximo para atuar tensões de tração na seção do meio do vão.

12.12 Tensões ao Longo do vão

Após a análise das tensões no meio do vão é preciso conhecer o comportamento destas ao longo do comprimento da viga, haja vista que a força de protensão atua ao longo de toda a peça. Esta analise se dá para estado em vazio e em serviço nas bordas superiores e inferiores a fim de no final ter o traçado do fuso limite.

12.12.1 Estado em vazio

Para verificação foram apresentadas as equações no item 10.2 , logo:

Na borda inferior fica:

$$\sigma_{bv,lim} = \frac{P_0}{A} + \frac{P_0 x a_{bv}}{W_b} = -22{,}92 = \frac{-6{,}78033}{0{,}7608375} + \frac{-6{,}78033 * a_{bv}}{0{,}4168621413}, logo\ a_{bv} = 0{,}861\ m$$

$$e_{pi} \leq 0{,}861 + e_{mg1} - CV01$$

Para analisar as curvas limites no estado de vazio da borda superior devem-se observar as equações para excentricidade dadas por:

$$\sigma_{tv,\text{lim.}} = \frac{p_0}{A} + \left(P_0 * \frac{a_{tv}}{W_t}\right)$$

$$3{,}685 = \frac{-6{,}78033}{0{,}7608375} + \frac{-6{,}78033 * a_{tv}}{-0{,}396991895}, logo\ a_{tv} = 0{,}7375\ m$$

$$e_{ps} \leq 0{,}7375 + e_{mg1} - CV02$$

Note que: $e_{mg1} = \frac{M_{g1}}{P_0}$

A partir das equações para excentricidade para borda superior e inferior tem-se na Tabela 31 o fuso limite para estado em vazio.

Tabela 31 - Dados para fuso limite ao longo do vão para estado em vazio

Seção	M_{g1} (kN/m)	P_0 (kN)	e_{mg1} (m)	a_{bv} (m)	a_{tv} (m)	e_{pi} (m)	e_{ps} (m)
S0	0,00	6780,33	0,000	0,861	0,738	0,861	0,738
S1	1098,48	6780,33	0,162	0,861	0,738	1,023	0,900
S2	1937,04	6780,33	0,286	0,861	0,738	1,147	1,023
S3	2524,80	6780,33	0,372	0,861	0,738	1,233	1,110
S4	2870,88	6780,33	0,423	0,861	0,738	1,284	1,161
S5	2984,24	6780,33	0,440	0,861	0,738	1,301	1,178

Fonte: Autor.

12.12.2 Estado em Serviço

Para verificação foram apresentadas a equações no item 10.3 deste texto, logo:

Para traçar as curvas limites para borda inferior no estado em serviço observa-se que a tensão atuante é:

$$\sigma_{bs,lim} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty x a_{bs}}{W_b}$$

$$4{,}21 = \frac{-5{,}74144}{1{,}13083075} + \frac{-5{,}74144 * a_{bs}}{0{,}5498102345}\ logo, a_{bs} = -0{,}889\ m$$

$$e_{pi} \leq -0{,}888 + e_{mgq} - CS01$$

Para cálculo da curva limite da borda superior crítica tem-se:

$$\sigma_{ts,lim} = \frac{p_\infty}{A} + (P_\infty * \frac{a_{ts}}{W_t})$$

$$-28 = \frac{-5{,}74144}{1{,}13083075} + \frac{-5{,}74144 * a_{ts}}{-0{,}8624285465}, logo\ a_{ts} = -3{,}44\ m$$

$$e_{ps} \leq -3{,}429 + e_{mgq} - CS02$$

Note que: $e_{mgq} = \frac{M_{gq}}{P_0}$

A partir das equações para excentricidade para borda superior e inferior tem-se na Tabela 32 o fuso limite para estado em serviço.

Tabela 32 - Dados para fuso limite ao longo do vão para estado em serviço

Seção	**M_{gq} (kN/m)**	**P_∞(kN)**	**e_{mgq} (m)**	**a_{bs} (m)**	**a_{ts} (m)**	**e_{pi} (m)**	**e_{ps} (m)**
S0	0,00	5760,67	0,000	-0,889	-3,440	-0,889	-3,440
S1	3855,50	5760,67	0,669	-0,889	-3,440	-0,217	-2,768
S2	6501,90	5760,67	1,129	-0,889	-3,440	0,243	-2,308
S3	8520,45	5760,67	1,479	-0,889	-3,440	0,595	-1,956
S4	9743,48	5760,67	1,691	-0,889	-3,440	0,808	-1,743
S5	10175,65	5760,67	1,766	-0,889	-3,440	0,883	-1,668

Fonte: Autor.

12.12.3 Traçado do Fuso Limite

Após o cálculo das excentricidades para estado em vazio e em serviço pode-se obter o traçado do fuso limite que corresponde a região onde cabo de resultante deve está situado para que a tensão de devido a protensão não supere a tensão normal. Desta forma na Figura 74 é possível observar as curvas CV01 e CV02 correspondente ao estado em vazio e CS01 e CS02 que são referentes ao estado em serviço. Já na Figura 75 apresenta a região do fuso limite para as curvas mais desfavoráveis CS01 e CV02.

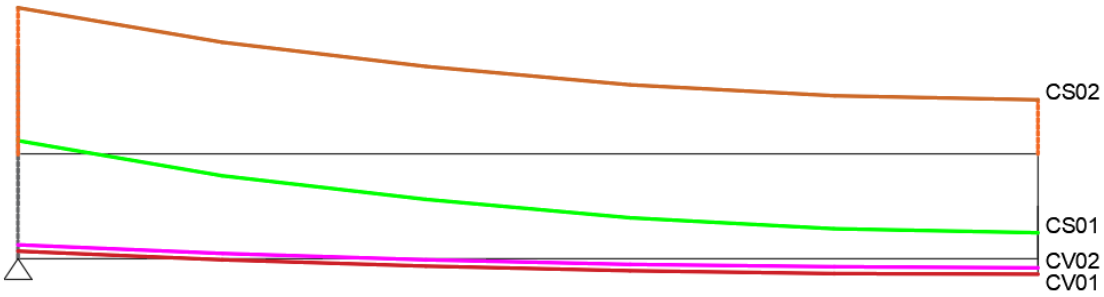


Figura 74 - Traçado das curvas do Fuso limite CV01, CV02, CS01 e CS02.
Fonte: Autor.

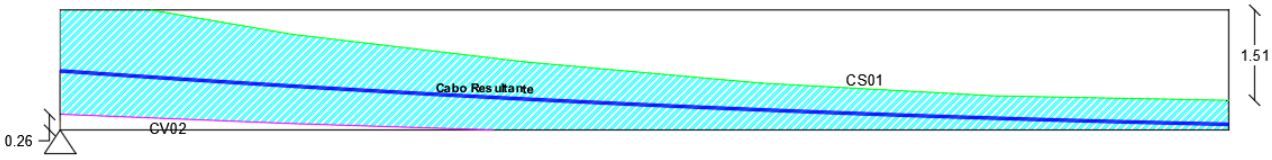


Figura 75 - Região do Fuso limite onde à linha de ação representativa a força resultante de protensão deve se situar.
Fonte: Autor.

12.13 Disposição das armaduras de protensão na seção transversal para viga V1 no meio do vão.

Como a classe de agressividade ambiental adotada foi a IV na tabela 7.1 da NBR 6118:2014 para vigas o cobrimento nominal é 5,5 cm, além disso, adotou-se estribos de 10 mm. Assim para disposição das armaduras deve atender o espaçamento mínimo entre as faces longitudinais.

Para a direção Horizontal têm-se as seguintes recomendações:

$$a_h \geq \begin{cases} 20\ mm \\ \emptyset\ (diâmetro\ da\ barra) \\ 1{,}2\ vezes\ a\ dimensão\ máxima\ característica\ do\ agregado\ graúdo \end{cases}$$

Para a direção vertical têm-se as seguintes recomendações:

$$a_v \geq \begin{cases} 20\ mm \\ \emptyset\ (diâmetro\ da\ barra) \\ 0{,}5\ vezes\ a\ dimensão\ máxima\ característica\ do\ agregado\ graúdo \end{cases}$$

Com foi estipulado 55 cordoalhas divididas em 5 cabos, é preciso estipular um diâmetro equivalente para cada cabo e assim ter a sua disposição ao longo da seção.

$$A_{cabo} = 11 * 1.01 = 11{,}11\ cm^2$$

Logo, o diâmetro equivalente é:

$$11{,}11 = \pi * \frac{\emptyset^2}{4}, logo\ \emptyset = 3{,}76\ cm$$

Considerando que o agregado graúdo utilizado foi a brita 19 tem-se que:

$$a_h \geq \begin{cases} 20\ mm \\ 3{,}76\ cm \\ 1{,}2 * 1{,}9 = 2{,}28\ cm \end{cases}$$

$$a_v \geq \begin{cases} 20\ mm \\ 3{,}76\ cm \\ 0{,}5 * 1{,}9 = 0{,}95\ cm \end{cases}$$

Por tanto, $a_h = 3{,}76\ cm\ e\ a_v = 3{,}76\ cm$. Assim na Figura 76 é dada a disposição dos cabos na seção transversal crítica da longarina.

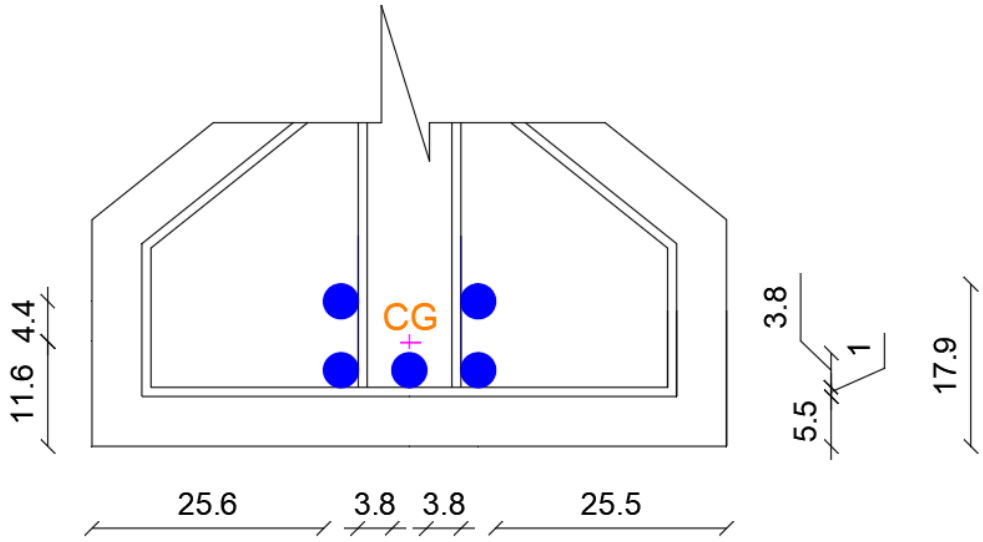


Figura 76 – Disposição da armadura de protensão na seção transversal para viga V1 no meio do Vão.(medidas em cm)
Fonte: Autor.

A Figura 76 destaca os 5 cabos em azul, sendo que cada cabo formado por 11 cordoalhas.

12.14 Verificação do Dimensionamento no ELU na flexão

Após calcular as perdas de protensão, e verificar as solicitações nas seções, é preciso verificar o dimensionamento no ELU na flexão. A peça atinge estado de neutralização através de um pré-alongamento da armadura ativa.

Para este cálculo foi utilizadas as propriedades da seção bruta da viga no meio do vão com a contribuição da laje colaborante, onde os dados a seguir foram considerados:

- Área da Seção transvesal: A= 11050 cm²

- Centróide: $\bar{y}$ = 137,14 cm
- Momentos de Inércia: I = 69927426,93 cm^4
- $E_{cs} = 31875{,}76\ MPa$
- $p_\infty = -5{,}741{,}44\ kN$
- $\alpha_p = 5{,}65$

Tensão no concreto no nível da armadura de protensão é:

$$\sigma_{cp} = \frac{p_\infty}{Ac} + p_\infty * \frac{ep^2}{I} = \frac{-5741{,}44}{11050} + (-5741{,}44) * \frac{(137{,}14-15)^2}{69927426{,}93} = -1{,}7444\ kN/cm^2$$

A força de protensão para cálculo do pré-alongamento é:

$$P_n = P_\infty + \alpha_p * A_p * \sigma_{cp} = -5741{,}44 + 5{,}65 * 55{,}55 * (-1{,}8134) = -6283{,}51\ kN$$

Como a força de protensão provoca na peça aumento das tensões de compressão e resulta na redução das tensões de tração, assim para analisar as deformações é aplicado um coeficiente de ponderação $\gamma p = 0{,}9$ (efeito favorável). Assim, a força de protensão de cálculo fica:

$$P_{nd} = \gamma p * Pn = 0{,}9 * (-6283{,}51\ ) = -5655{,}16\ kN$$

A deformação $\varepsilon_{cd,enc}$ no concreto ao nível do CG da armadura de protensão é dado pela equação (28):

$$\varepsilon_{cd,enc} = \left(\frac{1}{E_{cs}}\right) * \left(\frac{P_{nd}}{Ac} + \frac{P_{nd} * ep^2}{ic}\right)$$

$$\varepsilon_{cd,enc} = \frac{1}{3187{,}576} * \left(\frac{-5655{,}16}{11050} + \frac{-5655{,}16\ * (137{,}14-15)^2}{69927426{,}93}\right) = 0{,}0539\%$$

A deformação no regime elástico, dada pela equação (29) é:

$$\varepsilon_{dinc} = \left(\frac{P_{nd}}{E_p\ * A_p}\right) = \left(\frac{-5655{,}16}{20000 * 55{,}55}\right) = 0{,}509\%$$

Portanto, tem-se um pré-alongamento de 0,5629% para a peça atingir o estado de neutralização.

Com isso, obtém-se o pré-alongamento da armadura ativas, e calcula-se a posição da linha neutra na seção transversal de acordo com a equação (30) dada. Então, para

constatar se a seção transversal pode ser calculada como retangular (falso I) ou I verdadeiro.

$$X = \left(\frac{\sigma_{pyd} * A_p}{0{,}85 * f_{cd} * \lambda * B_w} = \frac{\frac{0{,}9 * 190}{1{,}15} * 55{,}55}{0{,}85 * \frac{4{,}0}{1{,}4} * 0{,}8 * 185} \right) = 22{,}98\ cm$$

Onde:

A_p = área de armadura ativa

f_{cd} = é a resistência de cálculo á compressão do concreto e,

b_w =185 cm.

Se a linha neutra 0,8x < h_f, então implica que ela está posicionada no flange superior da seção I. Então, fazendo-se a comparação $0{,}8 * 22{,}98 \leq h_f$ constata-se que a viga pode ser calculada como seção retangular.

A deformação na armadura ativa supondo domínio 3 e 4 será:

$$\varepsilon_{pd,últil} = \varepsilon_{cd} * \left(\frac{d_p - x}{x} \right) = 3{,}5 * \left(\frac{208{,}4 - 22{,}98}{22{,}98} \right) = 27{,}57‰$$

Sendo, 27,57 ‰ > 10‰, não confirma a suposição de domínio 3 ou 4.

Supondo Domínio 2

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{10} = \left(\frac{x}{d_p - x} \right) = 10 * \left(\frac{22{,}98}{208{,}4 - 22{,}98} \right) = 1{,}24‰$$

$$logo, \varepsilon_{cd} = 1{,}24‰ < 3{,}5‰\ confirma\ domínio\ 2$$

Com isso tem-se que $\varepsilon_{pd,últil} = 10$ ‰ (valor máximo). A deformação total na armadura ativa correspondente ao M_{rd} é:

$$\varepsilon_{pd,total} = \varepsilon_{pd,últil} + \varepsilon_{cd,enc} = 10 + 5{,}674 = 15{,}629\ ‰$$

A deformação de início de escoamento da armadura de protensão:

$$\varepsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p} = \frac{\frac{0{,}9 * 190}{1{,}15}}{20000} = 7{,}43‰$$

Na Figura 77 tem-se o diagrama de tensão x deformação do aço, onde se obtém o valor de σ_{pd}.

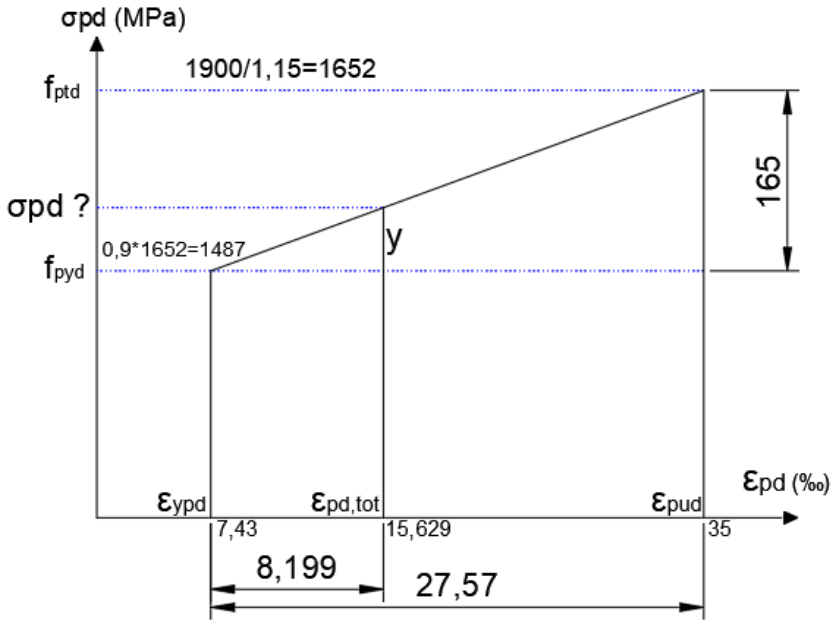


Figura 77 – Diagrama tensão x deformação do aço da armadura de protensão para determinação de σ_{pd}.
Fonte: Autor.

Do diagrama da Figura 77 tem-se por semelhança de triângulo, tem-se y:

$$\frac{y}{8{,}199} = \frac{165}{27{,}57}\ , logo\ y = 49{,}06\ MPa$$

Assim para deformação $\varepsilon_{pd,total} = 15{,}629\ ‰$, resulta a tensão na armadura de protensão:

$$\sigma_{pd} = 1487 + 49{,}06 = 1536{,}06\ MPa$$

Como houve alteração no valor da tensão atuante na armadura, é preciso recalcular a posição da linha neutra, tem-se que:

$$X = \left(\frac{\sigma pd * Ap}{0{,}85 * fcd * \lambda * Bw} = \frac{153{,}606 * 55{,}55}{0{,}85 * \frac{4{,}0}{1{,}4} * 0{,}8 * 185} \right) = 23{,}74\ cm$$

Como a linha neutra $0{,}8x < h_f$:

$$0{,}8 * 23{,}72 \leq h_f, logo\ 18{,}98 \leq 20\ ok!$$

Considera-se a viga retangular para verificação da armadura passiva tracionada.

Verificação da deformação no concreto:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{pd,últil}} = \left(\frac{x}{d_p - x}\right)$$

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{10} = \left(\frac{x}{d_p - x}\right) = 10 * \left(\frac{23{,}74}{208{,}4 - 23{,}74}\right) = 1{,}28‰$$

$$< 3{,}5‰, logo\ confirma\ domínio\ 2$$

Verificação da armadura passiva tracionada:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{sd}} = \left(\frac{x}{d_s - x}\right) = \varepsilon sd = 1{,}28 * \frac{220 - 23{,}74}{23{,}74} = 10{,}628‰ > 2{,}07‰$$

No item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014, para proporcionar o adequando comportamento dúctil em vigas, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer ao seguinte limite:

$$\frac{x}{d} \leq 0{,}45\ para\ concretos\ com\ f_{ck} \leq 50\ MPa$$

Logo,

$$\frac{x}{d} = \frac{23{,}74}{208{,}4} \leq 0{,}45$$

$$0{,}1139 \leq 0{,}45 \rightarrow ok!$$

Feita todas as verificações, é possível calcular o momento fletor último M_{rd} dado na equação (31).

$$M_{rd} = 0{,}85 * fcd * (b_f - b_w) * h_f * (0{,}4x - 0{,}5h_f) + \sigma_{pd} * A_p * (d_p - 0{,}4 * x)$$

$$M_{rd} = 0{,}85 * \frac{4{,}0}{1{,}4} * (185 - 20) * 20 * (0{,}4 * 23{,}74 - 0{,}5 * 20) + 153{,}606 * 55{,}55$$

$$* (208{,}4 - 0{,}4 * 23{,}74) = 16931{,}71497\ kNm$$

Como $M_{rd} < M_{sd}$ ($16931{,}71497\ kNm < 17169{,}21 kNm$) a peça precisará da armadura passiva, dada por:

$$\Delta M = M_{sd} - M_{rd} = 17169{,}21 - 16933{,}37233 = 237{,}4950\ kNm$$

A área de aço da armadura passiva será considerando aço CA-50 e dado pela equação (35):

$$A_s = \frac{\Delta M}{\sigma_{sd} * \left(ds - \frac{\lambda x}{2}\right)}$$

$$A_s = \frac{237{,}4950 * 100}{\frac{50}{1{,}15} * \left(220 - \frac{0{,}8 * 23{,}74}{2}\right)} = 2{,}59\ cm^2$$

Após a verificação da armadura passiva, a NBR 6118:2014 no item 17.3.3.5.2.1 recomenda utilizar um momento fletor mínimo (equação (32)) para dotar a peça estrutural com uma certa ductilidade, respeitando ainda uma taxa mínima absoluta de área de armadura passiva de 0,15% da área da seção transversal do concreto, logo:

$$M_{d,min} = 0{,}8 * \mathrm{w_o} * \mathrm{f_{ctk,sup}}$$

$$f_{ctk,sup} = 1{,}3 * f_{ctk,m} = 1{,}3 * 3{,}51 = 5{,}265\ MPa$$

$$M_{d,min} = 0{,}8 * (509898{,}11) * 0{,}5265 = 2147{,}69\ kNm$$

Por fim, calcula-se a armadura passiva que tem que ser maior ou igual à armadura mínima dada equação (34):

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{\sigma_{sd} * \left(ds - \frac{\lambda x}{2}\right)}$$

$$A_{s,min} = \frac{2147{,}69 * 100}{\frac{50}{1{,}15} * \left(220 - \frac{0{,}8 * 23{,}72}{2}\right)} = 23{,}46\ cm^2$$

Taxa mínima Absoluta:

$$A_{s,min} = \frac{0{,}15}{100} * 11050 = 16{,}50\ cm^2$$

Logo, a área de aço para armadura passiva será de 23,46 cm².

Deve ser verificado ainda para seção transversal a área máxima de armadura, que segundo a NBR 6118:2014 item 17.3.5.2.4 a soma das armadura de tração e de compresão $A_s + A'_s$ não pode ter valor maior que 4% dá área da seção bruta.

$$A_{s,máx} = \frac{4}{100} * 11050 = 442\ cm^2$$

12.14.1 Número de barras

Para dimensionamento do numero de barras foi adotado o aço CA-50 20 mm, assim têm-se que:

$$n = \frac{A_s}{\pi * \frac{\emptyset^2}{4}} = \frac{23{,}46}{\pi * \frac{2^2}{4}} = 7{,}46$$

Com isso para a viga V1 na seção no meio do vão foi adotado como armadura passiva 8 barras de $\emptyset = 20\ mm$ ($8\emptyset 20mm$ ($25{,}13\ cm^2$)).

12.15 Efeito da força cortante

A força de protensão com os cabos inclinados no apoio da viga gera tensões normais de compressão resultando na redução das tensões principais de tração e com isso as fissuras de cisalhamento apresentam menor inclinação do que aquelas em peças de concreto armado. A inclinação do cabo, mostrado na Figura 78, nas regiões dos apoios provoca uma redução na força cortante solicitante dado por:

$$V_{sd} = V_{dSi} - P_d * sen \propto$$

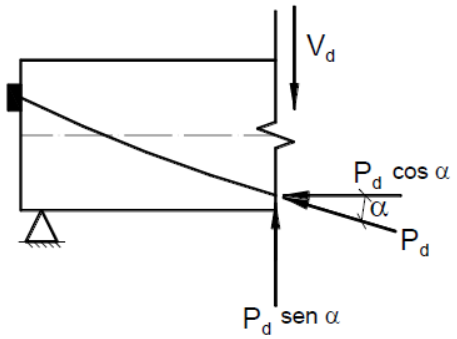


Figura 78 – Componente da força cortante devido á curvatura do cabo de protensão.
Fonte: Bastos, 2021.

No entanto, segundo a NBR 6118:2014 item 17.4.1.2.2 esse efeito favorável que reduz a cortante só deve ser aplicado depois de verificada a seguinte relação:

$$A_p * f_{pyd} + A_s * f_{yd} \geq V_{sd}$$

$$55{,}55 * \frac{0{,}9 * 190}{1{,}15} + 23{,}46 * \frac{50}{1{,}15} \geq 1943{,}36\ kN$$

$$9280{,}01\ kN \geq 1943{,}36\ kN - Ok!$$

12.15.1 Efeito da componente tangencial da força de protensão

Para calcular a componente da tangencial da força de protensão é preciso observar que a viga será analisada na região do apoio. Deste modo é preciso encontrar as perdas de encunhamento e atrito para essa região, já que as perdas por encurtamento elástico do concreto e perdas progressivas são as mesmas ao logo de todo o vão, para assim obter o

valor de P_∞. As perdas do atrito serão calculadas onde atua o cortante máximo, ou seja, na seção S0. As perdas por encunhamento na seção S0 já foram calculada no item 12.10.3.

A tabela 33 trás os resultados da parcela de contribuição de força de protensão para aliviar o efeito do cortante devido ao carregamento na região dos apoios.

Tabela 33 - Parcela de contribuição da protensão na região do apoio para o cortante.

Cabos	**σ_{pi} (MPa)**	**$\Delta\sigma$, at + enc (MPa)**	**σP, at + enc (MPa)**	**$\sigma_{p\infty}$ (MPa)**	**P_∞ (kN)**	**$\propto$ (rad)**	**Sen($\propto$)**	**P_∞*Sen($\propto$) (kN)**
Cabo 1	1333.34	160.00	1173.34	986.32	1095.80	0.177	0.176	192.95
Cabo 2	1333.34	162.38	1170.96	983.94	1093.16	0.159	0.158	173.08
Cabo 3	1333.34	150.00	1183.34	996.32	1106.91	0.152	0.151	167.60
Cabo 4	1333.34	134.38	1198.96	1011.94	1124.27	0.082	0.082	92.09
Cabo 5	1333.34	123.08	1210.26	1023.24	1136.82	0.0367	0.037	41.71
							Total	667.43

Fonte: Autor.

Logo, tem que $V_{sd,máx} = 1943{,}36 - 667{,}43 = 1275{,}93\ kN$

Para que a resistência do elemento estrutural ao corte ser considerada satisfátória, a NBR 6118:2014 prescreve o atendimento simutâneo das seguintes condições:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

Onde:

V_{sd}= É a força contante solicitante de cálculo, na seção considerada;

V_{Rd2}= É a força cortante Resitente de cálculo, relativa á ruína das diagonais comprimidas de concreto.

V_c= Parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça

V_{sw}= Força resistida pela armadura transversal

12.15.2 Verificação da compressão Diagonal do concreto

A verificação foi dada através do modelo I dado no item 17.4.2.2 da NBR 618:2014, onde o modelo admite diagonais de compressão inclinadas de θ = 45° em relação ao eixo longitudinal da peça estrutural. Como complemento utilizou-se bainha injetada de 7 cm de diâmetro, logo a largura resistente a considerar deve ser:

$$\Phi > \frac{b_w}{8} > \frac{30}{8}$$

$$b_{w,ef} = b_w - 0{,}5 * \Phi = 30 - 0{,}5 * 7 = 26{,}5 \text{ cm}$$

$$V_{Rd2} = 0{,}27 * \propto_{v2} * f_{cd} * b_w * d$$

Onde:

$\propto_{v2} = (1 - \frac{f_{ck}}{250})$

Assim:

$$V_{Rd2} = 0{,}27 * (1 - \frac{f_{ck}}{250}) * f_{cd} * b_w * d$$

$$V_{Rd2} = 0{,}27 * \left(1 - \frac{40}{250}\right) * \frac{4{,}0}{1{,}4} * 26{,}5 * 208{,}4 = 3578{,}64\ kN$$

logo,

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

$$1273{,}61\ kN \leq 3578{,}64\ kN - ok!$$

12.15.3 Contribuição da Força cortante Resistida pelo concreto V_c

Como a análise se dá na flexo-compressão, o valor do complemento da treliça de Moersch para resistência ao corte é dado por:

$$V_c = V_{c0} * \left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}}\right) \leq 2V_{c0}$$

Onde:

$V_{c0} = 0{,}6 * f_{ctd} * b_w * d$

$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$

M_0 é o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção.

Desta forma,

$$M_0 = P_\infty * (e - k_s) = 5556{,}96 * \left(1{,}2624 - (-0{,}4614)\right) = 9579{,}08\ kNm$$

$$V_{c0} = 0{,}6 * \frac{0{,}246}{1{,}4} * 26{,}5 * 208{,}4 = 582{,}23\ kN$$

$$V_c = 582{,}23\ * \left(1 + \frac{9612{,}23}{17169{,}21}\right) \leq 2V_{c0}$$

$$V_c = 907{,}07\ kN \leq 1164{,}46\ kN$$

12.15.4 Cálculo da armadura transversal

Parcela resistida pela armadura transversal V_{sw}:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 1273{,}61 - 907{,}07 = 366{,}54\ kN$$

Assim, a armadura transversal é:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0{,}9 * d * f_{yd}} = \frac{366{,}54}{0{,}9 * 208{,}4 * \frac{50}{1{,}15}} = 4{,}49\ cm^2/m$$

12.15.5 Verificação da Armadura Mínima

A verificação da armadura mínima para armadura transversal é dada pela equação disposta no item 17.4.1.1.1 da NBR 6118:2014 onde $\alpha = 90°$ e aço CA-50.

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{0{,}2 * f_{ctm} * b_w * sen\alpha}{f_{ywk}}$$

Logo,

$$\frac{A_{sw,mín}}{s} \geq \frac{0{,}2 * 3{,}51 * 30 * sen(90°)}{500} * 100 = 4{,}12\ cm^2/m$$

12.15.6 Escolha dos Estribos

Segundo a NBR 6118:2014 a barra longitudinal de tração deve ser envolvida por estribos através de um fechamento horizontal. Em geral os diâmetros das barras devem ser iguais ou maiores que 5 mm sem exceder 1/10 da largura da alma da viga. Para fins de execução deve-se prever espaçamento mínimo entre os estribos para permitir a passagem do vibrado. O espaçamento máximo deve atender os requisitos abaixo:

$$se\ V_d \leq 0{,}67 * V_{Rd2}, então\ S_{máx} = 0{,}6 * d \leq 300\ mm$$
$$se\ V_d > 0{,}67 * V_{Rd2}, então\ S_{máx} = 0{,}3 * d \leq 200\ mm$$

$$5\ \text{mm} \leq \Phi_t \leq \frac{b_w}{10}$$

$$5\ \text{mm} \leq \Phi_t \leq \frac{300\ \text{mm}}{10}$$

$$5\ \text{mm} \leq \Phi_t \leq 30\ \text{mm}$$

$$V_d \leq 0{,}67 * V_{Rd2}$$
$$1943{,}36 \leq 0{,}67 * 3578{,}64$$
$$1943{,}36 \leq 2397{,}69 - Ok!$$

logo,

$$S_{máx} = 0{,}6 * d \leq 300\ mm$$
$$S_{máx} = 0{,}6 * 2084 \leq 300\ mm$$
$$S_{máx} = 1250{,}4 \leq 300\ mm$$
$$S_{máx} = 300\ mm$$

Com isso foi adotado para estribo longitudinal da viga V1 $\emptyset = 10\ mm$, desta forma o numero de barras é:

$$n = \frac{A_{sw}}{A_\emptyset} = \frac{4{,}12}{2 * \pi * \frac{1^2}{4}} = 2{,}62 = 3\ estribos\ por\ metro$$

Deste modo para a viga V1, adotou-se $3\emptyset 10\ c/25$ ($4{,}8\ cm^2/m$).

12.16 Armadura de pele

Para obtenção da armadura lateral seguiu-se as recomendações da NBR 6118:2014 item 17.3.5.2.3 onde a mínima armadura lateral deve ser $0{,}1\%\ A_{c,alma}$ em cada face da viga e com espaçamentos não maior que 20 cm e devidamente ancorada nos apoios não ultrapassando a taxa de 5 cm²/m.

$$A_{s,pele} = 0{,}1\% * b_w * h$$
$$A_{s,pele} = 0{,}1\% * b_w * h$$
$$A_{s,pele} = 0{,}001 * 20 * 220 = 4{,}4\ cm^2$$

Para o número de barra foi adotado diâmetro de $\emptyset = 10\ mm$, logo:

$$n = \frac{A_{s,pele}}{A_\emptyset} = \frac{4{,}4}{\pi * \frac{1^2}{4}} = 5{,}60$$

Assim adotou-se 6 barras de $\emptyset = 10\ mm$ por face. Deste modo tem-se no detalhamento $6\emptyset 10c/16{,}5(4{,}71\ cm^2/m)$.

12.17 Ancoragem de Armadura Passiva por Aderência

Segundo a NBR 6118:2014 item 9.4.1 todas as barras devem ser ancoradas de forma que as forças que estejam submetidas sejam integralmente transmitidas ao concreto.

A ancoragem pode ser feita por meio de comprimento reto ou raio de curvatura, podendo ou não apresentar gancho.

Para calcular a ancoragem, deve-se determinar o comprimento básico e necessário onde estes dependem da qualidade e resistência do concreto, da força de tração e da conformação da barra, a Figura 79 exemplifica comprimento de ancoragem de uma barra reta.

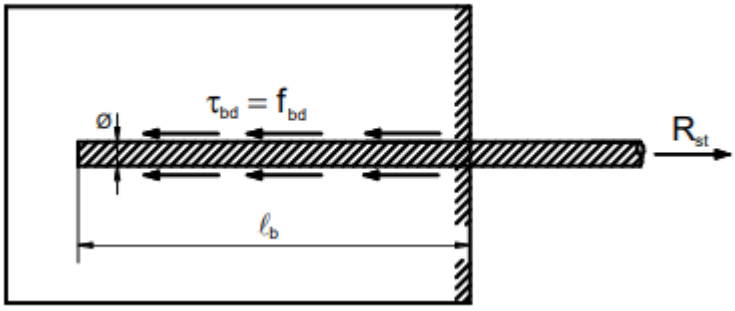


Figura 79- Comprimento básico de ancoragem de uma barra reta.
Fonte: Bastos, 2018.

Logo, o comprimento básico é dado por:

$$l_b = \frac{\emptyset}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \leq 25\emptyset$$

Onde:

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd}$$

$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,\text{inf}}}{\gamma_c}$

$\eta_1 = 1{,}0\ para\ barras\ Lisas$;

$\eta_1 = 1{,}4\ para\ barras\ entalhadas$;

$\eta_1 = 2{,}25\ para\ para\ nervuradas$;

$\eta_2 = 1{,}0\ para\ situações\ de\ boa\ aderência$;

$\eta_2 = 0{,}7\ para\ situações\ de\ má\ aderência$;

$\eta_3 = 1{,}0\ para\ \emptyset < 32\ mm$;

$\eta_3 = \frac{132 - \emptyset}{100}, para\ \emptyset \geq 32\ mm$;

Desta forma:

$$f_{bd} = 2{,}25 * 1 * 1 * \frac{2{,}46}{1{,}4} = 3{,}95\ MPa$$

$$l_b = \frac{2}{4} * \frac{\frac{50}{1{,}15}}{0{,}395} \leq 25 * 2$$

$$l_b = 55{,}035\ cm \leq 50\ cm$$

$$l_b = 50\ cm$$

O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado por:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

Onde:

α = 1,0 para barras sem gancho;

α = 0,7 para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho ≥ 3∅;

α = 0,7 quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2;

α = 0,5 quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2 e gancho com cobrimento no plano normal ao do gancho ≥ 3∅ e,

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0{,}3l_b \\ 10 * \emptyset \\ 100\ mm \end{cases}$$

Com isso tem-se que para a viga utilizando ganchos na ancoragem:

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 15\ mm \\ 200\ mm \\ 100\ mm \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = 0{,}7 * 50 * \frac{23{,}46}{25{,}13} \geq l_{b,mín}$$

$$l_{b,nec} = 326{,}7\ mm \geq l_{b,mín} - Ok!$$

12.17.1 Ganchos das armaduras de Tração

Na utilização de ganchos na região de tração da armadura longitudinal para ancoragem a NBR 6118:2014 prescreve que podem ser:

- Semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2∅;
- Em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4∅;

- Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8Ø.

A Figura 80 exibe as opções para gancho:

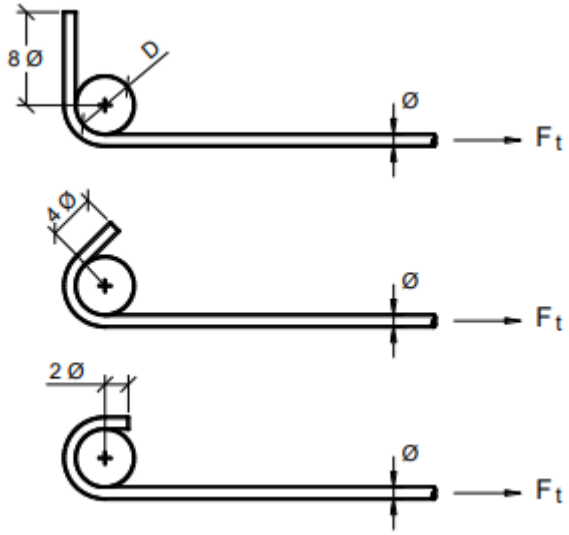


Figura 80 - Ganchos das extremidades de barras tracionadas
Fonte: Bastos, 2018.

O diâmetro interno da curvatura dos ganchos tem a finalidade de evitar à concentração de tensão no concreto na região da dobra da Tabela 34 estabelece os valores de referência.

Tabela 34 - Diâmetro dos pinos de dobramento (D).

Bitola (mm)	**Tipo de aço**		
	CA-25	**CA-50**	**CA-60**
< 20	4Ø	5Ø	6Ø
≥ 20	5Ø	8Ø	-

Fonte: NBR 6118:2014.

12.18 Armadura transversal na ancoragem

A norma NBR 6118:2014 no item 9.4.2.6 apresenta as recomendações para ancoragem da armadura transversal, no item 9.4.2.6.1 para barras com $\emptyset < 32\ mm$ deve ser prevista armadura transversal capaz de resistir a 25% da força longitudinal de uma das barras ancoradas, já item 9.4.2.6.2 $\emptyset \geq 32\ mm$ deve ser verificadas a armadura em duas direções transversais ao conjunto de barras ancoradas para suportar a tensão de fendilhamento.

12.18.1 Ancoragem de Estribos

Segundo a NBR 6118:2014 item 9.4.6 a ancoragem de estribos deve necessariamente garantida por ganchos ou barras longitudinais. No caso de gancho estes devem ser:

- Semicirculares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a $5\emptyset_t$ porém não inferior a 5 cm;
- Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a 10 $\emptyset_t$ porém não inferior a 7 cm

Na Tabela 35 trás os valores mínimos para diâmetros interno da curvatura dos estribos.

Tabela 35 - Diâmetro dos pinos de dobramento para Estribos

Bitola (mm)	**Tipo de aço**		
	CA-25	**CA-50**	**CA-60**
< 10	3Øt	3Øt	3Øt
10< Øt < 20	4Øt	5Øt	-
≥ 20	5Øt	8Øt	-

Fonte: NBR 6118:2014.

A Figura 81 ilustra os ganchos na ponta dos estribos.

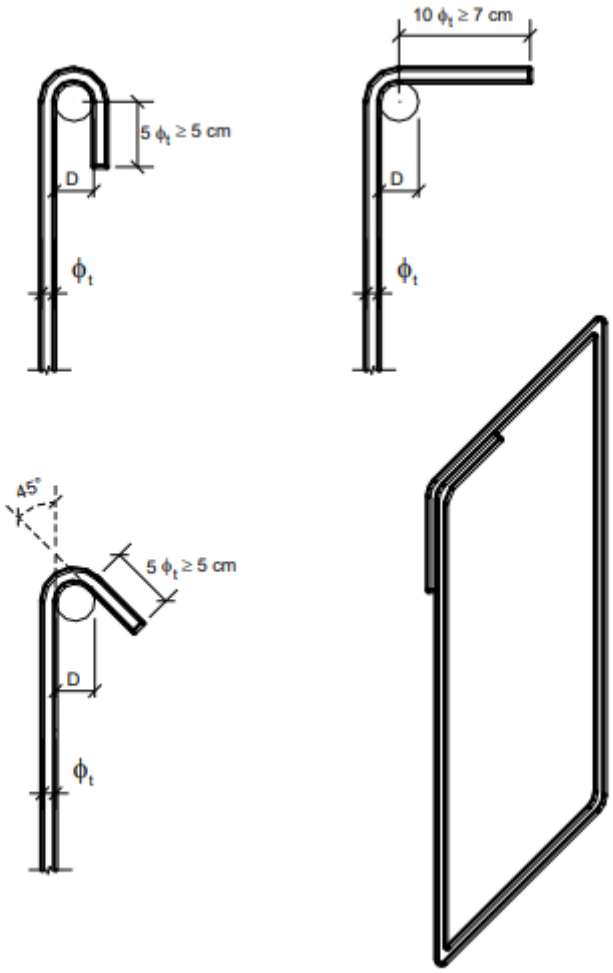


Figura 81- Tipos de ganchos para estribos.
Fonte: Bastos, 2018.

Neste projeto no detalhamento serão utilizados ganchos reto e semicircular. Assim, os comprimento e diâmetro interno na ancoragem dos estribos considerando armadura transversal com Ø = 10 mm são:

Diâmetro interno:

$$D = 5\emptyset_t = 5 * 10 = 50\ mm$$

Comprimento de ancoragem:

$$C_{anc} = 5\emptyset_t = 5 * 10 = 50\ mm - Semicircular$$

$$C_{anc} = 10\emptyset_t = 10 * 10 = 100\ mm - Reto$$

12.19 Armadura de Fretagem

Para cálculo da armadura de fretagem precisa-se inicialmente determinar a amadura de fissuração A_{sto} que é dada por Fusco (1995):

$$A_{sto} = R_{to} * \frac{\gamma_f}{f_{yd}}$$

Onde:

$$R_{to} = \left[0{,}04 + 0{,}2 * \left(\frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2}\right)^3\right] * F_{co}$$

Na Figura 82 é demostrado as relações das distâncias para inserção no cálculo.

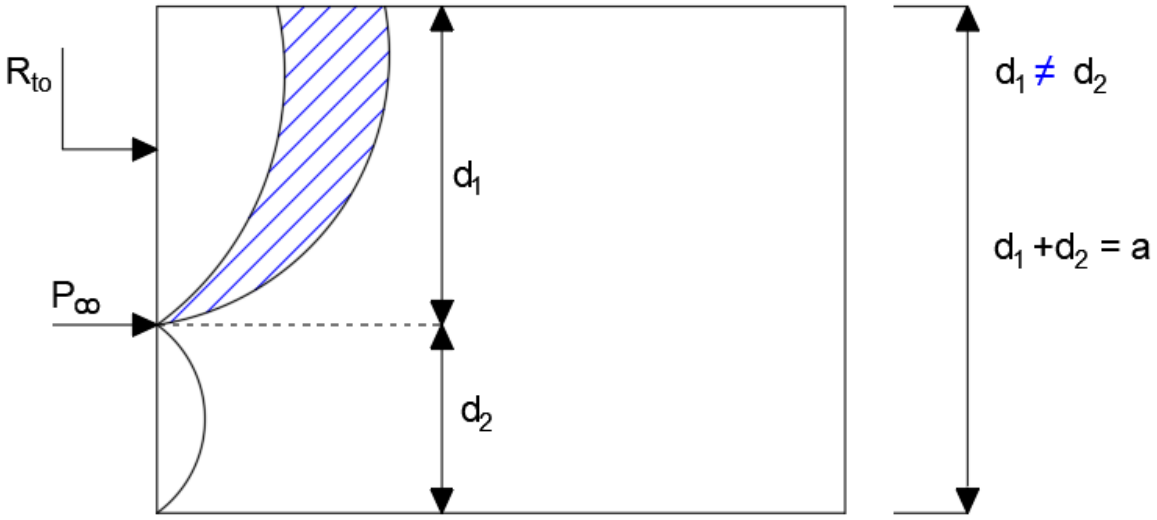


Figura 82 - Fissura Superficial.
Fonte: Fusco, 1995.

Usualmente R_{to} pode assumir um valor simplificado:

$$R_{to} = 0{,}04 * F_{co}$$

A área de aço da armadura de controle do fendilhamento é dada por:

$$A_{st1} = R_{t1} * \frac{\gamma_f}{f_{yd}}$$

Onde:

$$R_{t1} = 0{,}3 * \left(1 - \frac{a_0}{a}\right) * F_{co}$$

Se

A Figura 83 exemplifica as dimensões para a_0 e a da área de aplicação da carga concentrada F_{co}.

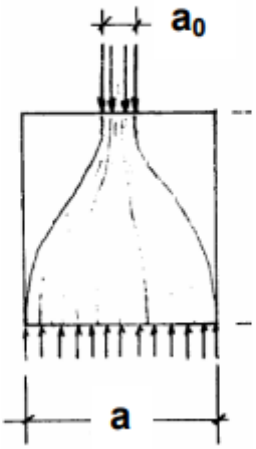


Figura 83 - Distribuição das tensões na zona de regularização para um elemento estrutural de concreto.
Fonte: Melges, 2004.

Armadura de fissuração A_{sto} é:

$$R_{to} = 0{,}04 * F_{co} = 0{,}04 * 5741{,}44 * 0{,}04 = 229{,}66\ kN$$

$$A_{sto} = R_{to} * \frac{\gamma_f}{f_{yd}} = 229{,}66\ * \frac{1{,}2}{\frac{50}{1.15}} = 6{,}33\ cm^2$$

Comprimento de regularização será considerado igual à altura da viga, neste caso de 200 cm e armadura com $\emptyset = 10\ mm$. No total tem-se 8 barras de $\emptyset = 10\ mm$

A área de aço da armadura de controle do fendilhamento é:

Para cabo mais carregado, que o cabo 5: $P_\infty = 1171{,}925\ kN$

$$R_{t1} = 0{,}3 * \left(1 - \frac{a_0}{a}\right) * F_{co} = 0{,}3 * \left(1 - \frac{24{,}5}{200}\right) * 1171{,}925\ = 308{,}51\ KN$$

$$A_{st1} = R_{t1} * \frac{\gamma_f}{f_{yd}} = \ 308{,}51 * \frac{1{,}2}{\frac{50}{1{,}15}} = 8{,}51\ cm^2$$

Considerando para armadura de fendilhamento espiras de $\emptyset = 12{,}5$ mm, o número de voltas é dado por:

$$n = \frac{8{,}51}{\pi * \frac{1{,}25^2}{4}} = 6.93\ voltas$$

Logo, deve-se considerar uma espera como ancoragem, desta forma:

$$n = 1 + 6.96 = 7.96\ voltas \rightarrow adotado\ espira\ de\ com\ 7\ voltas$$

Comercialmente foi utilizado catálogo da Rudloff (2015) onde se tem as especificações para a espira a ser utilizada no detalhamento.

12.20 Emendas por traspasse

Para definir as emendas por transpasse seguiu-se as recomendações da NBR 6118:2014, item 9.52.

Para a disposição das armaduras considerou-se uma distância entre emendas de 0,2 l_{01} e em cada seção e apenas duas barras com traspasse. O comprimento de traspasse de barras tracionadas é dado por:

$$l_{0t} = \alpha_{0t} * l_{b,nec} \geq l_{0t,mín}$$

Onde:

α_{0t} =É o coeficiente função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção. (Tabela 36).

$$l_{0t,mín} \geq \begin{cases} 0{,}3 * \alpha_{0t} * l_b \\ 15 * \emptyset \\ 200\ mm \end{cases}$$

Tabela 36 – Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção (%)	≤ 20	25	33	50	>50
Valores de α_{0t}	1.2	1.4	1.6	1.8	2

Fonte: NBR 6118:2014.

Logo,

$$l_{0t,mín} \geq \begin{cases} 0{,}3 * 1{,}4 * 326{,}7 = 137{,}214\ mm \\ 15 * 20 = 300\ mm \\ 200\ mm \end{cases}$$

$$l_{0t} = 1{,}4 * 326{,}7 = 457{,}38\ mm \geq l_{0t,mín}$$

O comprimento de transpasse de barras comprimidas é dado por:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,mín}$$

Onde:

α_{0t} =É o coeficiente função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção. (Tabela 33).

$$l_{0t,mín} \geq \begin{cases} 0{,}6 * \alpha_{0t} * l_b \\ 15 * \emptyset \\ 200\ mm \end{cases}$$

Logo,

$$l_{0c,mín} \geq \begin{cases} 0{,}6 * 1{,}4 * 326{,}7 = \ 274{,}42\ mm \\ 15 * 20 = 300\ mm \\ 200\ mm \end{cases}$$

$$l_{0c} = \ 326{,}7\ mm \geq l_{0c,mín}$$

12.21 Armadura do pino de içamento

Para cálculo do pino de içamento da longarina foi considerado o coeficiente de amplificação dinâmica $\beta_a = 1{,}3$ para ocasião de transporte desfavorável dado na NBR 9062:2017. O diâmetro do pino é de 15 cm.

Logo, área de armadura é dada por:

$$A_{s,tirante} = \frac{R_{d,pino}}{f_{yd}}$$

A Figura 84 mostra a reação no pino de içamento da longarina devido ao peso próprio.

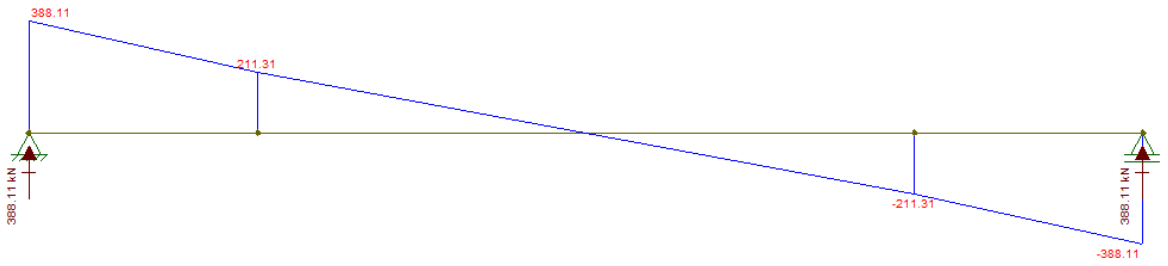


Figura 84- Reação no pino de içamento devido ao peso próprio da estrutura
Fonte: Autor

O peso total da ponte é dado por:

$$\mathrm{p} = \mathrm{A_{apoio}} * \gamma\mathrm{c} * \mathrm{L_1} + A_{vão} * \ \gamma\mathrm{c} * \mathrm{L_2}$$

$$\mathrm{P_{viga}} = 0{,}8840 * 25 * 16 + 0{,}7350 * \ 25 * 23 = 776{,}225\ \mathrm{kN}$$

Onde no projeto em questão tem-se que:

$$R_{d,pino} = R_{k,pino} * \beta_a * \gamma_f = 388{,}11 * 1{,}3 * 1{,}3 = 655{,}91\ kN$$

Logo, área de armadura considerando aço CA-50 é:

$$A_{s,tirante} = \frac{R_{d,pino}}{f_{yd}} = \frac{655{,}91}{\frac{50}{1{,}15}} = 15{,}08\ cm^2$$

Considerando $\emptyset = 25\ mm$, o número de barras é $4\emptyset 25\ mm$.

Na ancoragem tem-se que:

$$l_{disp,ancoragem} = 200 - 50 - 8{,}5 = \ 141{,}50\ cm$$

O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado por:

$$l_{b,nec} = \ \alpha * l_b * \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 0{,}7 * 98{,}1 * \frac{15{,}08}{19{,}63} = 52{,}75\ cm$$

Na ocasião do transporte é utilizado guindaste para o içamento da peça. Na Figura 85 mostra esquema feito se o transporte se der por um ou dois guindastes.

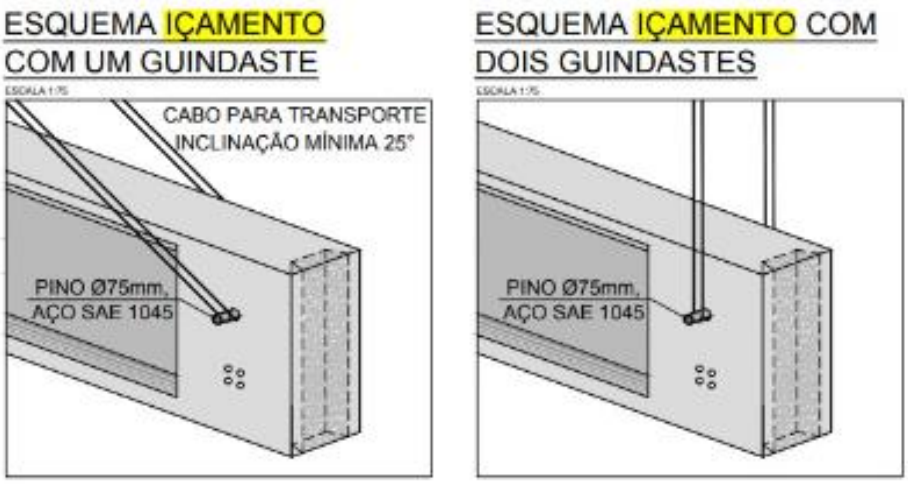


Figura 85 – Esquema do içamento feito com um ou dois guindastes.
Fone: IGUATEMI, 2018.

12.22 Detalhamento da seção transversal e longitudinal

A tabela 37 trás o resumo das armaduras de protensão, passiva e de pele adotadas ao longo do processo do dimensionamento da viga V1.

Tabela 37 - Resumo das Armaduras adotadas no detalhamento da viga V1.

Tipo	Barras	Área
Armadura de Protensão	5 cabos de 11ø12,7 mm	55,55 cm²
Armadura Passiva	8ø20 mm	25,13 cm²
Estribos	3ø10 mm	4,8 cm²/m
Armadura de Pele	6ø10 mm em cada face	4,71 cm²/m
Estribos de contorno	ø10c/25	-
Armadura construtiva	ø10mm	-
Armadura de torção	ø20mm	-

Fonte: Autor.

Foram verificadas para o detalhamento das armaduras as especificações normativas para espaçamento entre barras e cobrimento, além de valores de referência adotados para cálculo dados na tabela 38.

Tabela 38 - Verificações sobre o detalhamento das armaduras.

Recomendações		**Verificação**	**Espaçamentos**		
Cobrimento (cm)	5,5		ep mín (cm)	3,8	OK
Altura da última camada (cm)	19,3	OK	ep máx (cm)	40	
Altura imite da última camada [0,2 h] (cm)	44		ep adotado (cm)	5,25	
d'p (cm)	11,6	OK	e mín (cm)	2	OK
d'p adotado (cm)	15		ep máx (cm)	40	
Camada mais afastada do Ycgp (cm)	7,7	OK	ep adotado (cm)	2.075	
Limite da camada mais afastada (cm)	22		Área de aço		
dp (altura útil) (cm)	208,4	OK	A_{tot} máx (cm²)	442	OK
dp (altura útil) adotado(cm)	205		A_{tot} (cm²)	80,68	

Fonte: Autor.

Após o dimensionamento e verificação das armaduras é preciso elaborar os detalhamentos dos cabos e das armaduras calculadas. Para ancoragem dos cabos utilizou-se a ancoragem tipo “E” do catalogo da Rudloff, assim para uma bainha com 11 cordoalhas as dimensões da placa é 245 mm x 245 mm. Na Figura 86 é mostrado o esquema do conjunto da ancoragem utilizada no projeto e na Figura 87 exemplifica o esquema longitudinal.

Figura 86- Ancoragem ativa Rudloff tipo “E” (VISTA DO CONJUNTO)
Fonte: Catálogo Rudloff, 2015.

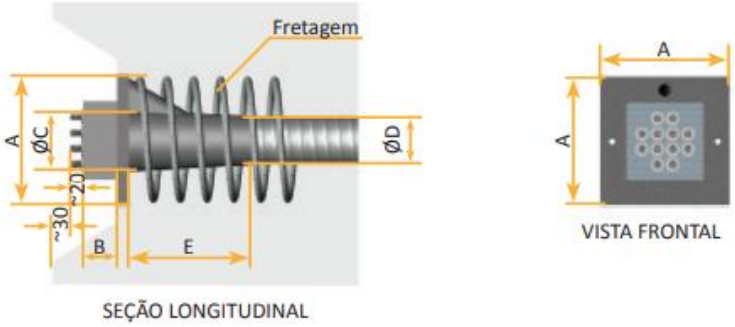


Figura 87- Vista longitudinal e frontal da ancoragem ativa.
Fonte: Catálogo Rudloff, 2015.

No detalhamento da Figura 88 e 89 é mostrado o perfil longitudinal de todos os cabos (cabos 1,2,3,4 e 5) e as respectivas alturas na seção do apoio e no meio do vão. Já na figura 90 é apresentado o perfil da seção no apoio junto com os detalhes da ancoragem e nichos, é possível observar que na seção S0 houve um alargamento, que ocorreu justamente para facilitar a ancoragem dar armaduras através da fixação das placas.

Na figura 91 tem-se o detalhe longitudinal dos nichos, espaçamento entre cabos e esquema da ancoragem na viga, percebe-se ainda a existência de um furo para içamento da peça para a fase de transporte e montagem.

Na figura 92 é mostrado o corte transversal da viga no meio do vão onde é visualizado as principais armaduras para a montagem da peça estrutural (onde tem-se as armaduras de montagem, passiva, de pele e torção).

A figura 93 trás o detalhamento dos ferros para a montagem no canteiro de obras, exibindo seu espaçamento comprimento e quantidade ao longo da viga, além das especificações dos tipos de estribos de contorno na estrutura utilizada e a detalhe da ancoragem da armadura transversal.

O detalhe mostrado da Figura 94 indica as armaduras de fretagem na cabeça do apoio das vigas, onde se tem a armadura para controle de fissuração e armadura para fendilhamento feita por espiras.

Já nas Figuras 95, 96 e 97 é mostrado o detalhamento longitudinal das armaduras, isto é, armaduras passivas, construtivas e armadura de pele, além do comprimento de traspasse para armadura tracionada e comprimida e a ancoragem na região tracionada da viga, na camada 1 de armadura passiva optou-se por evitar mais do que duas armaduras de traspasse na mesma seção, afim de evitar que tenha-se excesso de armadura e venha trazer problemas no lançamento do concreto, as demais seções são semelhantes devido a simetria da viga.

Na Figura 98 mostra o esquema da armadura para o posterior içamento da peça durante a fase de transporte.

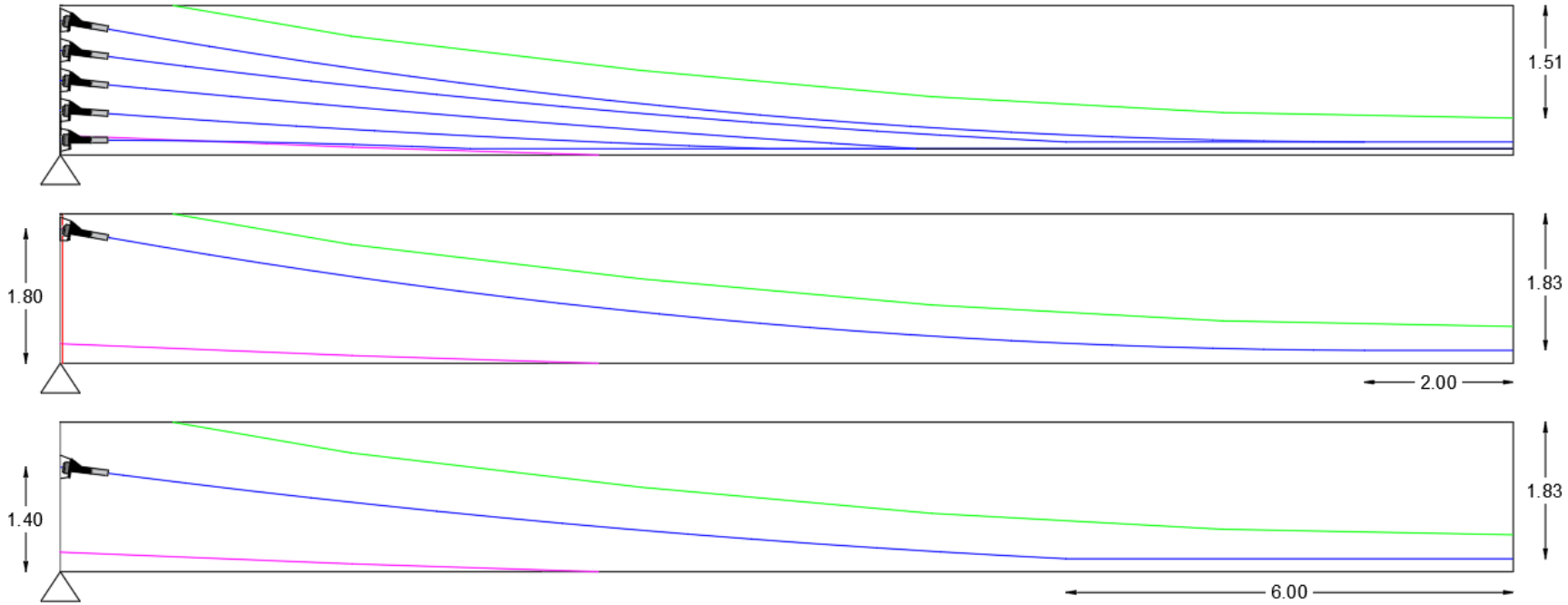


Figura 88 – Traçado longitudinal dos Cabos 1 e 2.
Fonte: Autor.

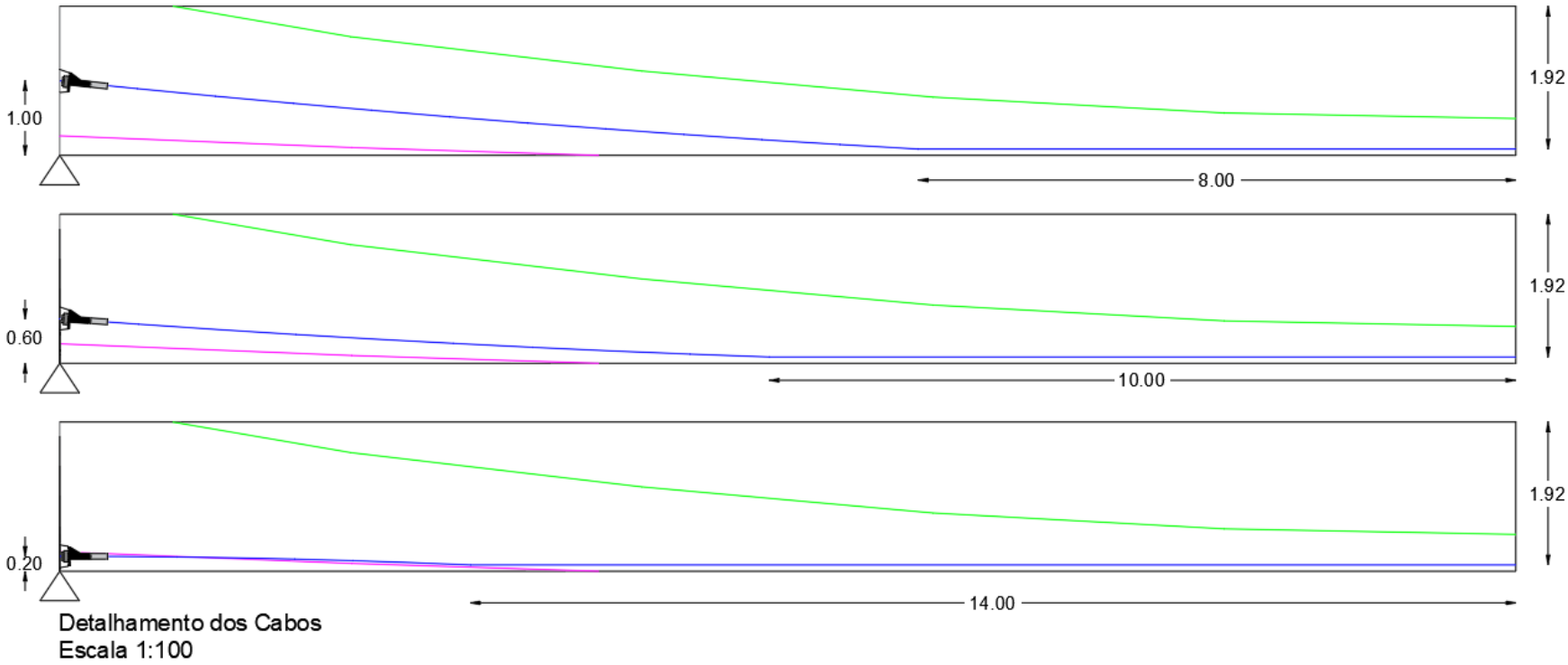


Figura 89– Traçado longitudinal dos Cabos 3, 4 e 5.
Fonte: Autor.

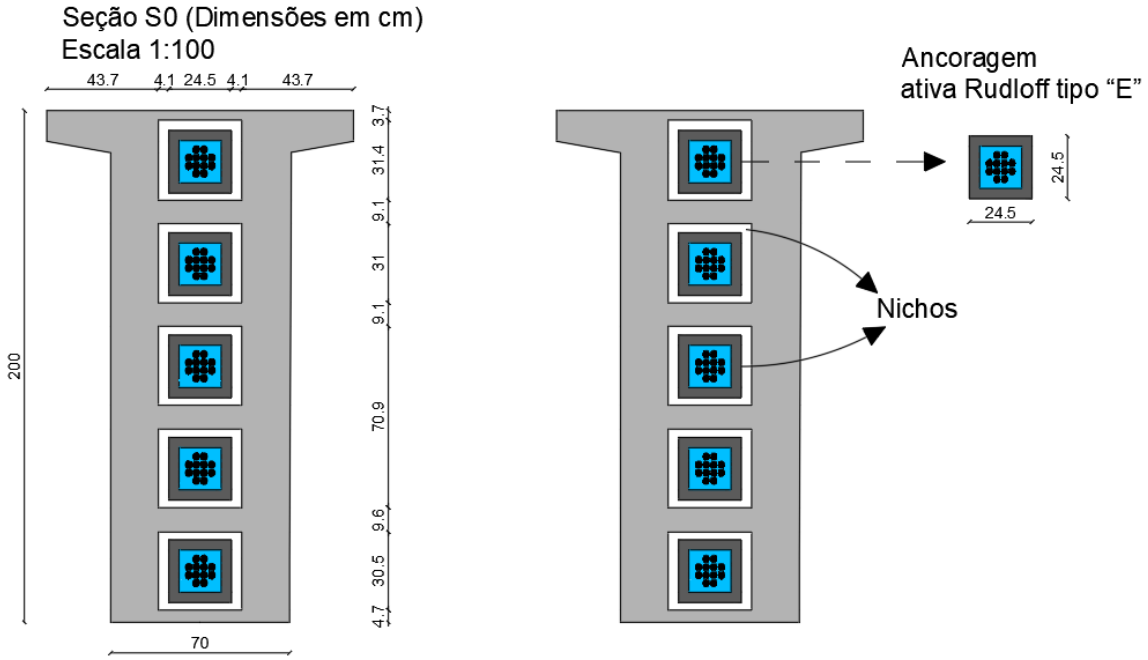


Figura 90– Detalhe da Ancoragem e nichos na seção S0.
Fonte: Autor.

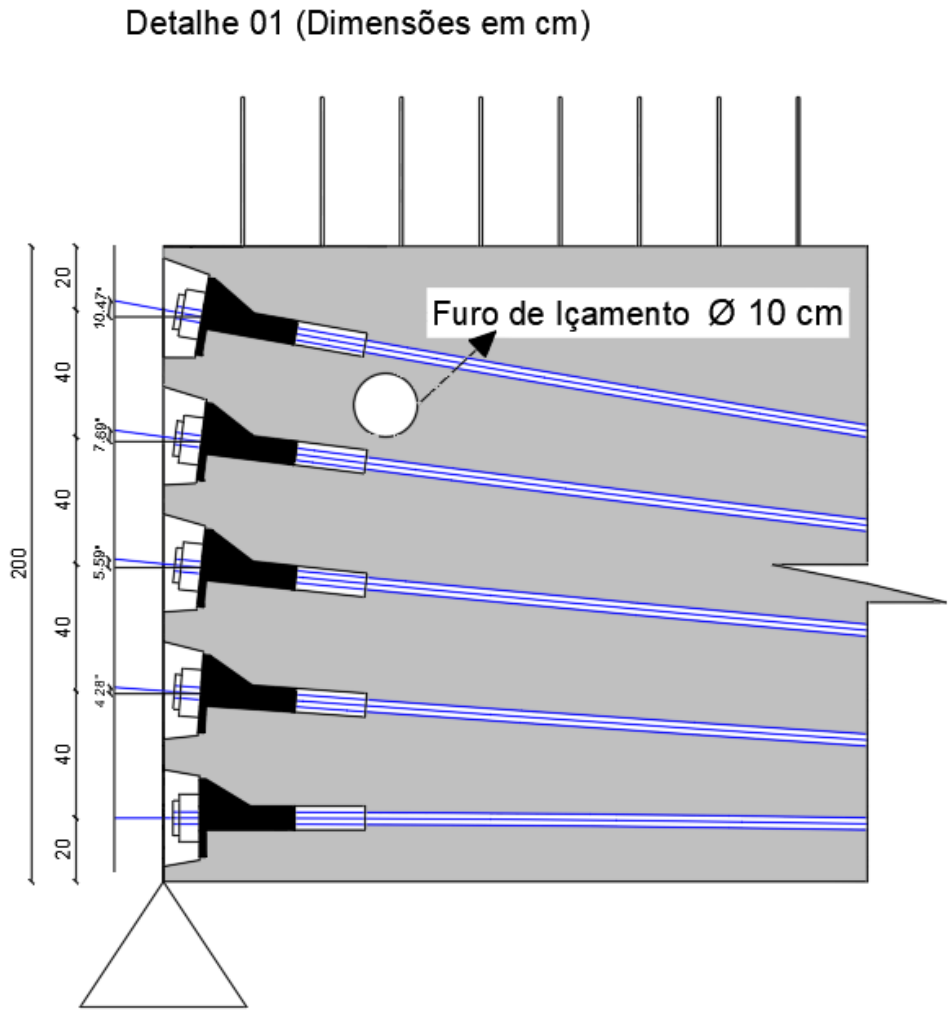


Figura 91 – Detalhe longitudinal da ancoragem.
Fonte: Autor.

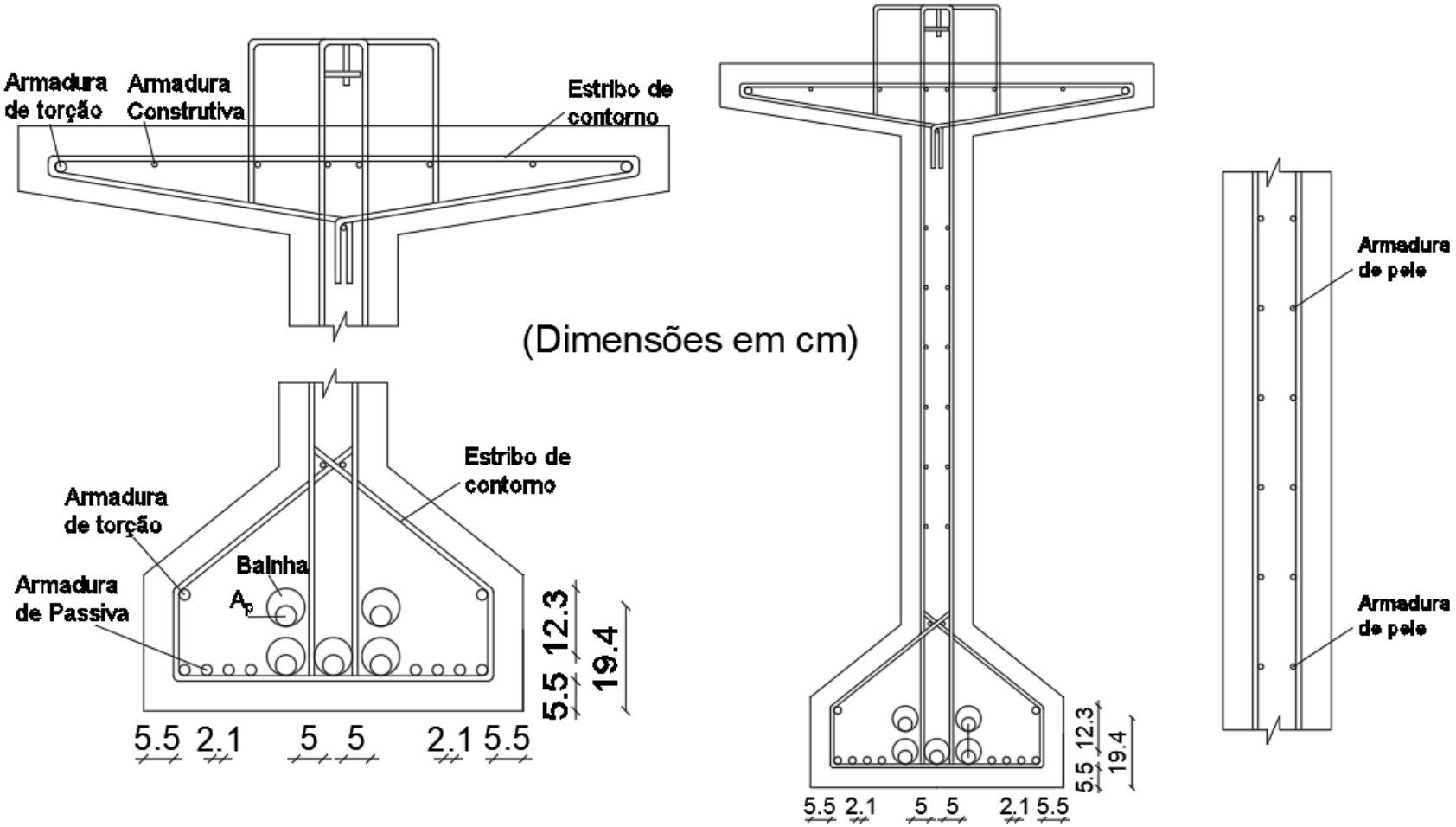


Figura 92 – Detalhamento da seção transversal no meio do vão.
Fonte: Autor.

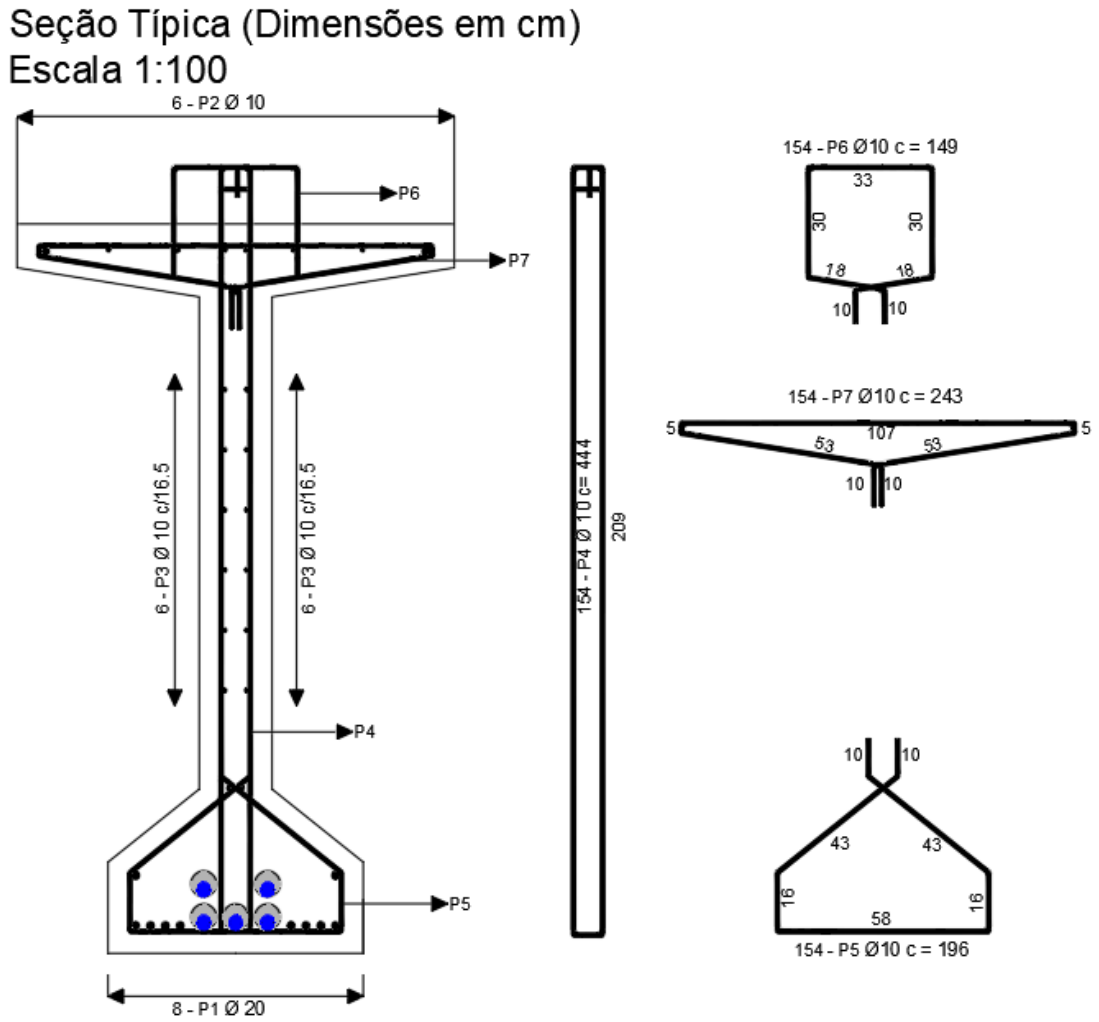


Figura 93 – Detalhes da montagem das armaduras no meio do vão para execução no canteiro de obra.

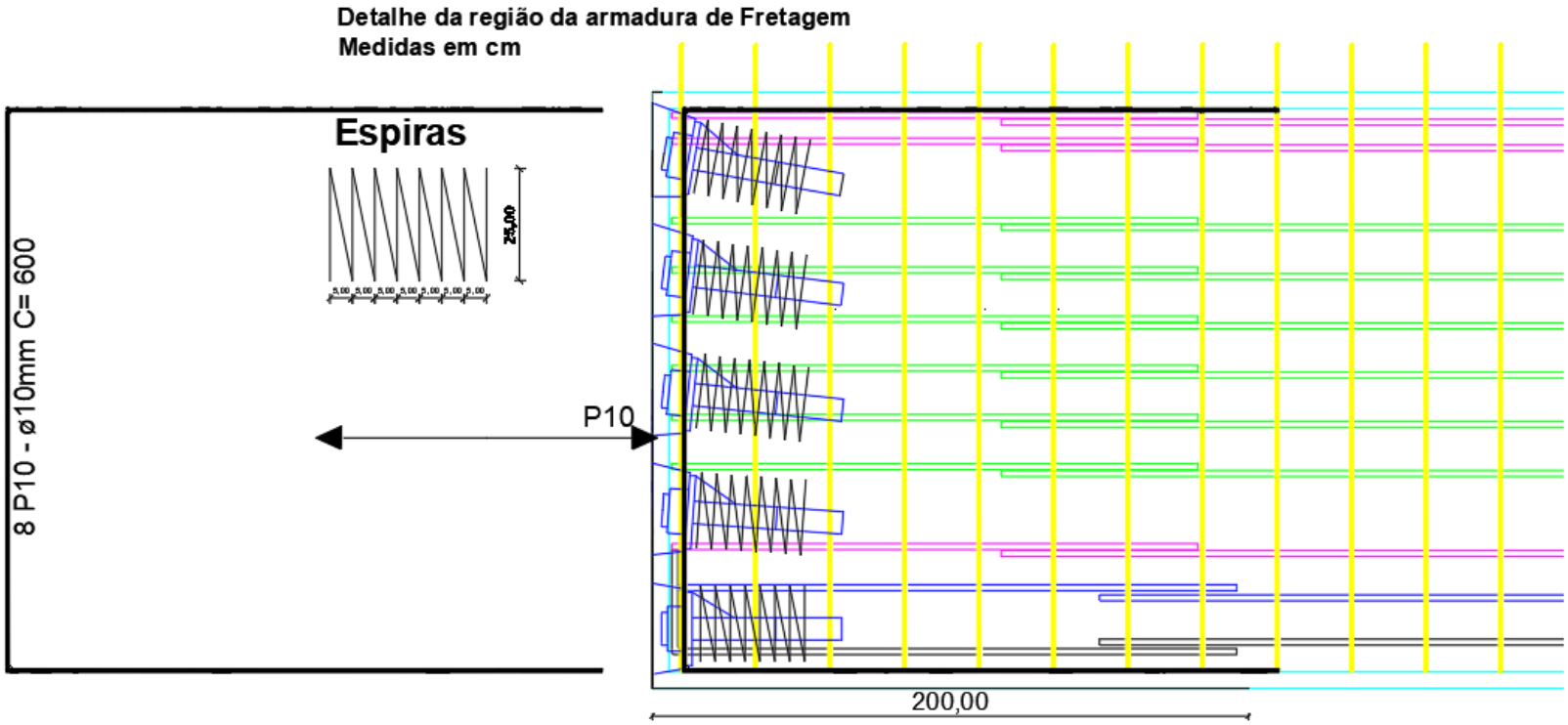


Figura 94 – Detalhe das armaduras de fretagem para controle de fissuração e fendilhamento
Fonte: Autor.

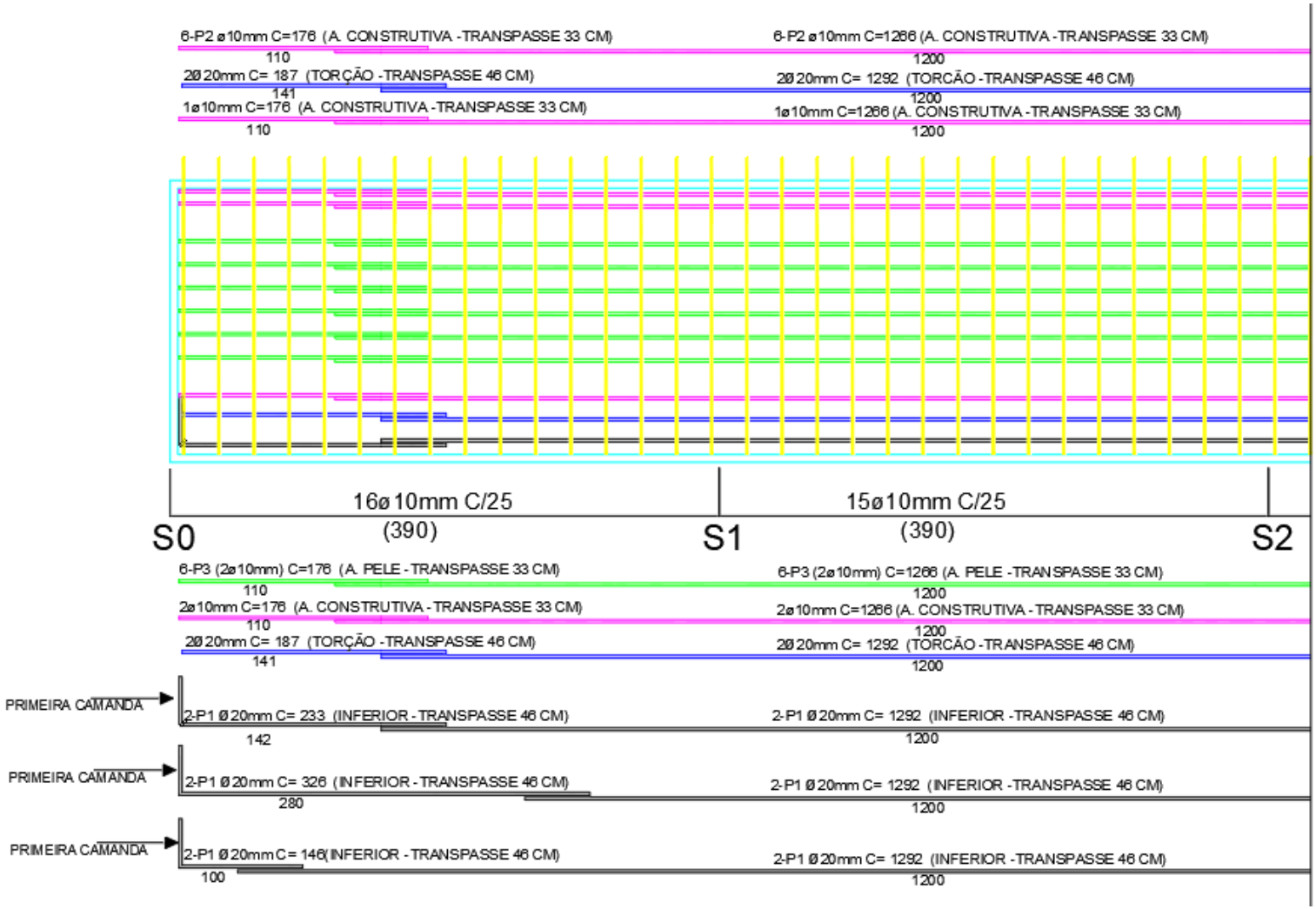


Figura 95 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S0 à S2.
Fonte: Autor.

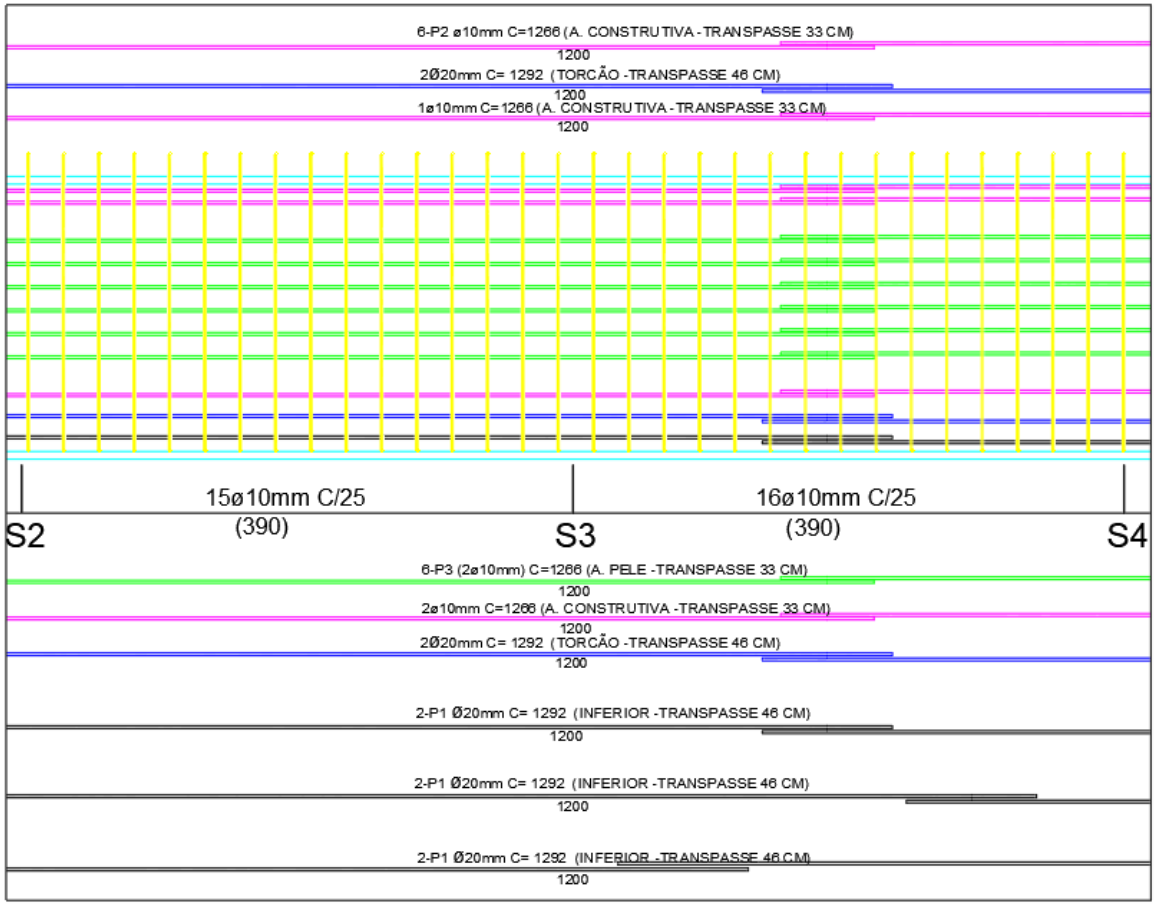


Figura 96 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S2 à S4.
Fonte: Autor.

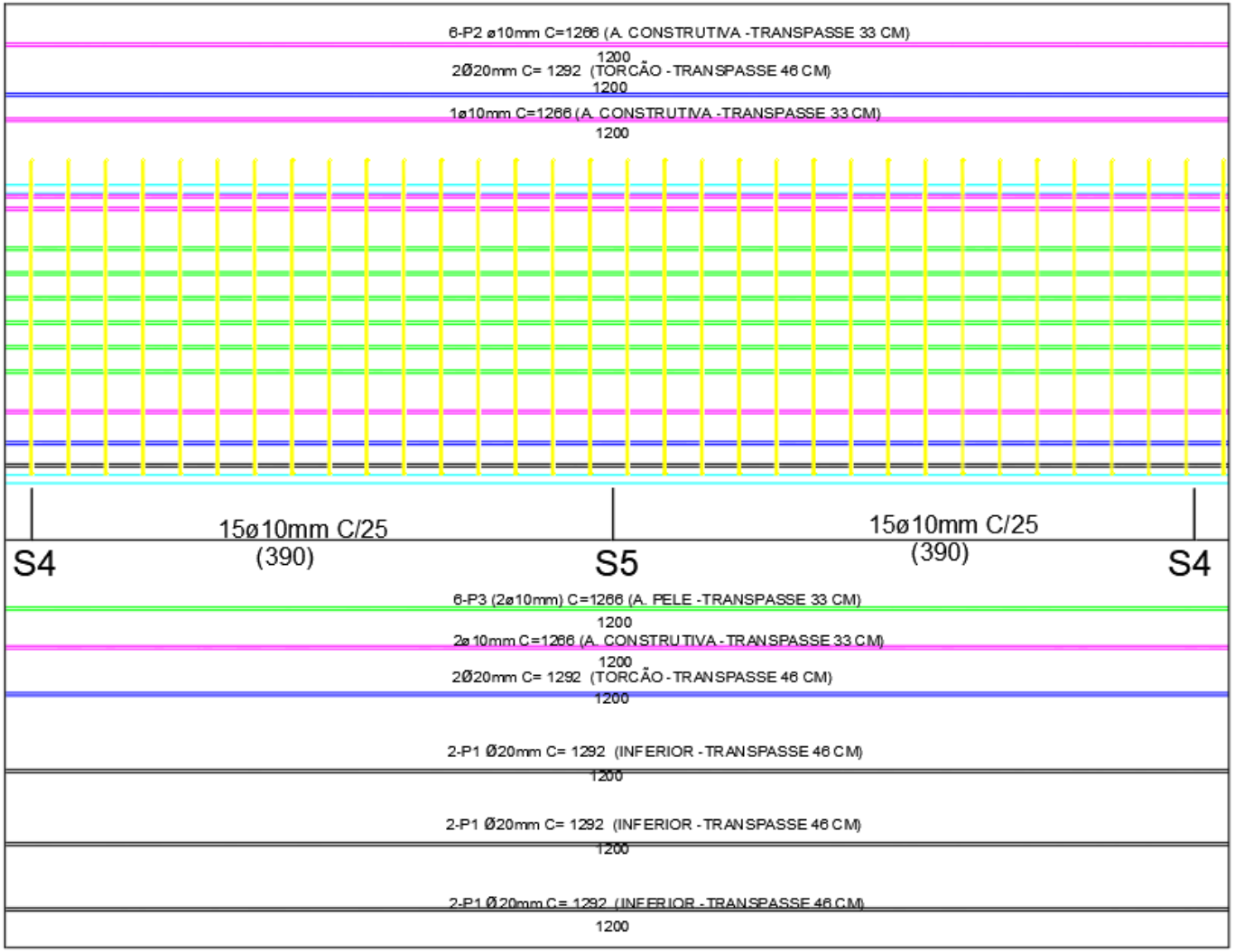


Figura 97 – Detalhe das armaduras longitudinais das seções S4 à S5.
Fonte: Autor.

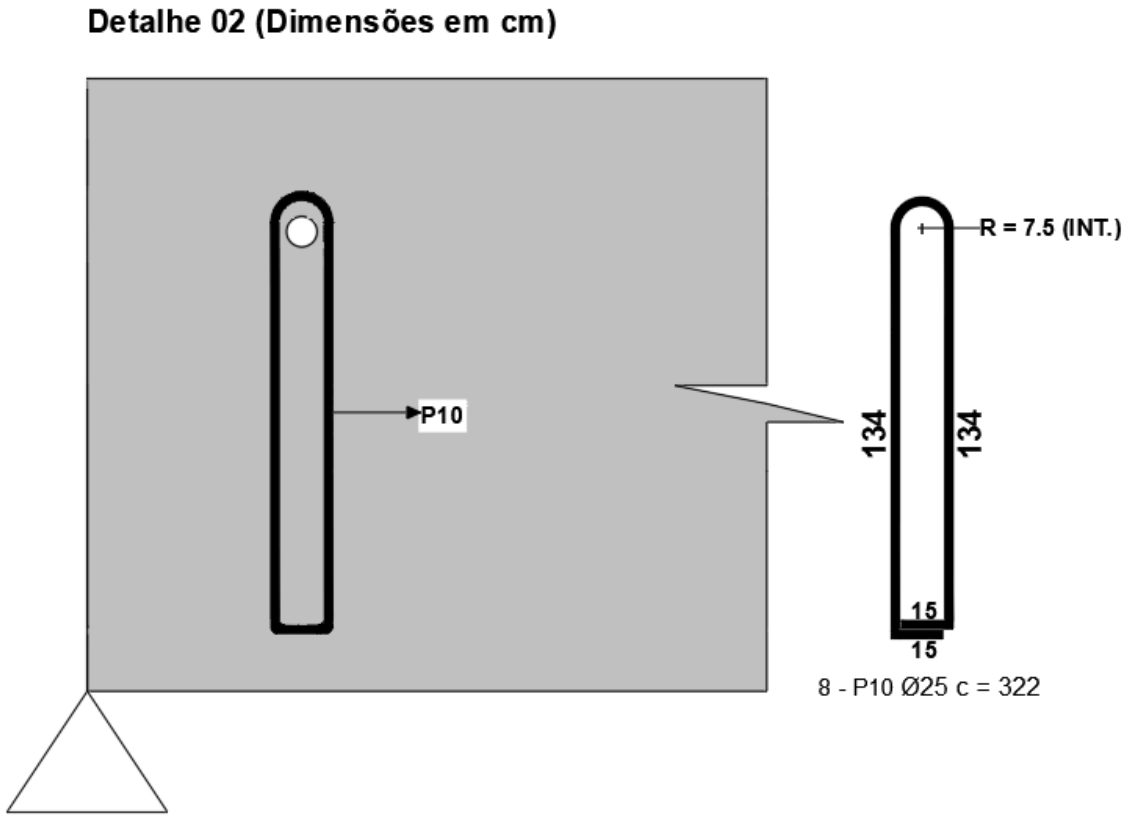


Figura 98 – Detalhe da armadura de içamento
Fonte: Autor

13 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho foram estudados os fundamentos para o projeto de vigas protendidas pós-tracionadas. O estudo de caso específico foi direcionado para a longarina de extremidade de uma ponte integrada em longarinas múltiplas pós-tracionadas. O projeto, inicialmente discutido em Stucchi & Skaf (2006) na realidade de São Paulo capital e Dutra (2019) nas condições de Uberlândia-MG, foi covenientemente adaptado para a cidade de João Pessoa-PB. As principais alterações se deram no tipo de agregado e a classe de agressividade ambiental. Além disso, para obtenção dos trem-tipo longitudinais que atuam sobre a longarina, foram utilizados os métodos de repartição de carga de Leonhardt, Engesser-Courbon e Fauchart, sendo os dois últimos sendo também utilizados nos trabalhos de Stucchi & Skaf (2006) e Dutra (2019), respectivamente. Na Tabela 39 mostra os valores do momento fletor devido às cargas móveis. Por meio dos dados percebe-se uma aproximação dos resultados provenientes desses processos de repartição de cargas no exemplo estudado, de forma que a Tabela 40 confirma esta hipótese, onde é comparado a variação percentual para os métodos de Engesser-Courbon e Fauchart em relação ao método de Leonhartd. Nota-se que os valores de momento máximo variaram da ordem de 0,55% para o método de Engesser-Courbon e na ordem de 1,64% para o processo de Fauchart.

Tabela 39 – Momento fletor devido às cargas móveis nos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd.

Distância (m)	Métodos					
	Leonhartd		Engesser-Courbon		Fauchart	
	Mq máx (kNm)	Mq Mín (kNm)	Mq máx (kNm)	Mq Mín (kNm)	Mq máx (kNm)	Mq Mín (kNm)
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3,9	1352,62	0,00	1345,21	0,00	1372,33	-128,44
7,8	2394,07	0,00	2381,91	0,00	2433,13	-227,87
11,7	3131,50	0,00	3115,68	0,00	3182,39	-298,28
15,6	3582,37	0,00	3596,66	0,00	3639,84	-341,10
19,5	3734,38	0,00	3716,55	0,00	3795,60	-355,61
23,4	3582,37	0,00	3596,66	0,00	3639,84	-341,10
27,3	3131,50	0,00	3115,68	0,00	3182,39	-298,28
31,2	2394,07	0,00	2381,91	0,00	2433,13	-227,87
35,1	1352,62	0,00	1345,21	0,00	1372,33	-128,44
39,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autor.

Tabela 40 – Variação percentual do momento fletor máximo

Distância (m)	Métodos		
	Leonhartd	Engesser-Courbon	Fauchart
	Mq máx (kNm)		
0,0	0	0,00%	0,00%
3,9	1352,62	0,55%	-1,46%
7,8	2394,07	0,51%	-1,63%
11,7	3131,5	0,51%	-1,63%
15,6	3582,37	-0,40%	-1,60%
19,5	3734,38	0,48%	-1,64%

Fonte: Autor.

Os dados foram produzidos para o esforço cortante. Na Tabela 41 são mostrados os valores de esforço cortante devido às cargas móveis para os métodos utilizados. Já na Tabela 42 percebe-se que houve uma variação percentual de 0,83% no cortante máximo para o método de Engesser-Courbon, enquanto houve uma variação de até 18,24 % para o processo de Fauchart.

Tabela 41 – Esforço cortante devido às cargas móveis nos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd.

Distância (m)	Métodos					
	Leonhardt		Engesser-Courbon		Fauchart	
	Vq máx (kN)	Vq Mín (kN)	Vq máx (kN)	Vq Mín (kN)	Vq máx (kN)	Vq Mín (kN)
0,00	393,68	0,00	389,91	0,00	391,82	-36,65
3,90	332,25	-12,78	329,50	-12,83	333,91	-32,89
7,80	275,60	-36,02	273,72	-36,24	280,51	-54,67
11,70	223,73	-64,01	222,56	-64,24	231,61	-81,05
15,60	176,63	-96,77	176,04	-96,88	208,84	-111,93
19,50	134,31	-134,31	134,14	-134,14	147,32	-129,06
23,40	176,63	-96,77	176,04	-96,88	208,84	-111,93
27,30	223,73	-64,01	222,56	-64,24	231,61	-81,05
31,20	275,60	-36,02	273,72	-36,24	280,51	-54,67
35,10	332,25	0,00	329,50	-12,83	333,91	-32,89
39,00	393,68	0,00	389,91	0,00	391,82	-36,65

Fonte: Autor.

Tabela 42 - Variação percentual do esforço cortante máximo

Distância (m)	Métodos		
	Leonhartd	Engesser-Courbon	Fauchart
	Vq máx (kN)		
0,0	393,68	0,00%	0,00%
3,9	332,25	0,83%	-0,50%
7,8	275,6	0,68%	-1,78%
11,7	223,73	0,52%	-3,52%
15,6	176,63	0,33%	-18,24%
19,5	134,31	0,13%	-9,69%

Fonte: Autor

Na Figura 99 mostra o gráfico do momento máximo ao longo do vão para os processos utilizados. Nota-se que há uma sobreposição das linhas representativas, isso significa os valores estão consideravelmente próximos.

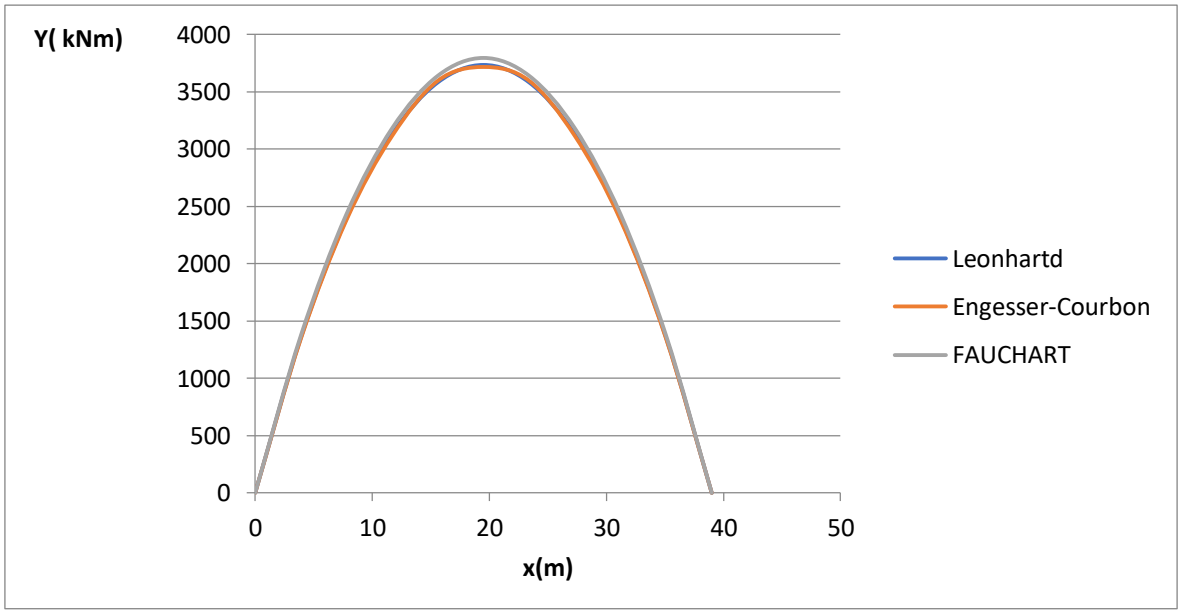


Figura 99- Momento máximo ao longo do vão obtidos a partir dos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhardt.
Fonte: Autor.

Na Figura 100 mostra o comparativo dos valores do cortante máximo devido às cargas acidentais. A curva representando o processo de Leonhartd e Engesser-Courbon são praticamente coincidente, enquanto a curva de Fauchart há uma maior dispersão.

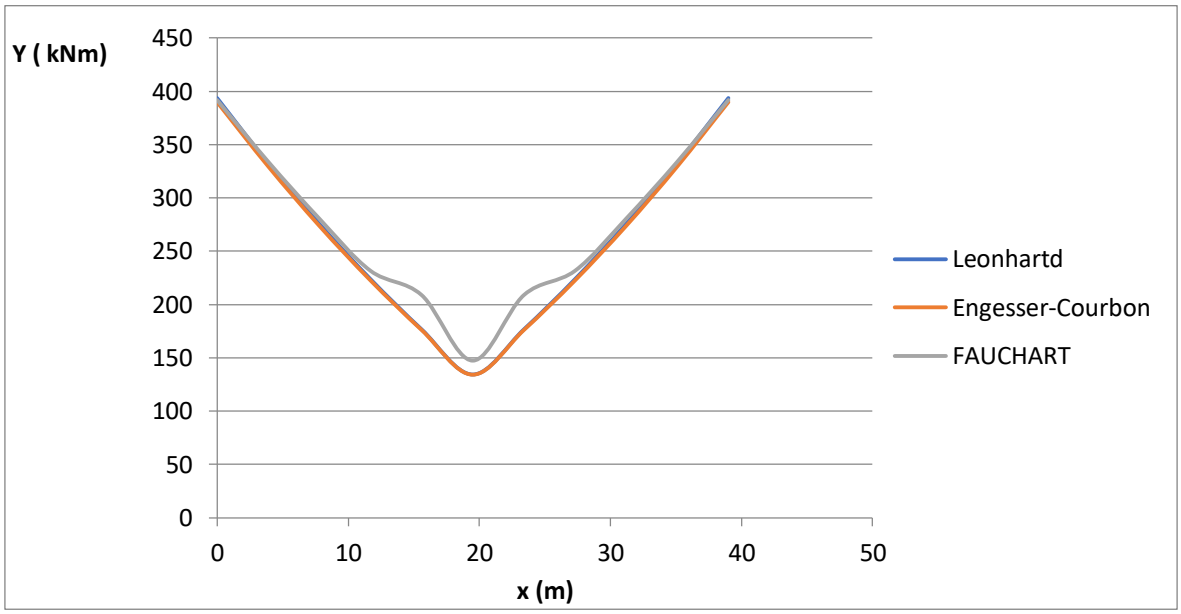


Figura 100 - Esforço cortante máximo ao longo do vão obtidos a partir dos processos de Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhartd.
Fonte: Autor

Devido à grande rigidez da transversina em relação à longarina calculada no projeto, percebe-se que os métodos de Engesser-Courbon e Leonhardt aproximam mais efetivamente, que suas comparações com o processo de Fauchart. Isto devido às hipóteses

utilizadas nos dois primeiros métodos. Isto é, quanto maior a rigidez da transversina, mais os valores de Leonhardt tendem a se aproximar do de Engesser-Courbon.

Outra diferença observada são as linhas de influência. Nas Figuras 101, 102 e 103 mostram as linhas de influência para cada método. Nota-se para Engesser-Courbon é uma reta, enquanto para Leonhartd são trechos retos escalonados e Fauchart é uma curva.

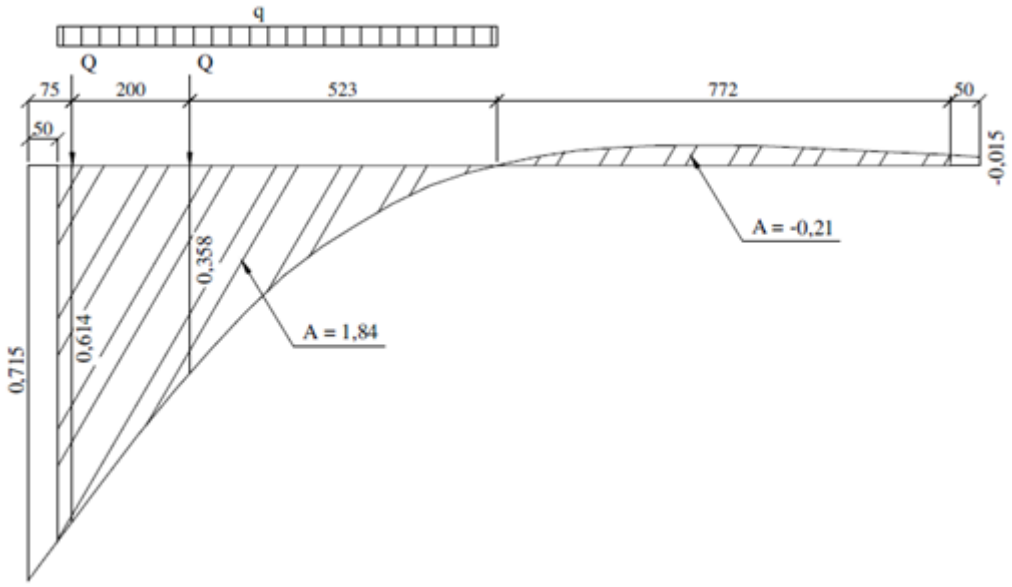


Figura 101 Linhas de influência do processo de Fauchart.
Fonte: Stucchi & Skaf , 2006.

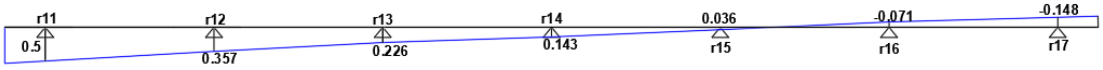


Figura 102 - Linhas de influência do processo de Leonhardt.
Fonte: Autor

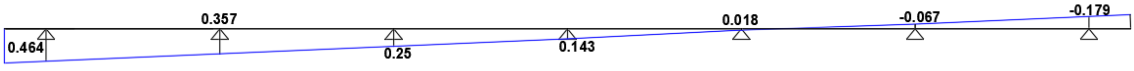


Figura 103 Linhas de influência do processo de Engesser-Courbon.
Fonte: Autor

Embora essas linhas levarem a coeficientes diferentes, principalmente no processo de Fauchart, os momentos fletores e esforço cortante possui valores próximos nos métodos,

isso se deve a consideração de carga da transversina que aumenta o valor das cargas permanentes.

Convém notar ainda que, do ponto de vista de formação profissional, o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso teve papel relevante na consolidação de conceitos de projetos de estruturas de concreto nas habilidades do autor deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. V et al. Método de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. ENGEVISTA, 2004.

ANDREATTA, L. **Concreto Protendido: Manual para execução de Estruturas Protendidas com cordoalhas engraxada**s. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2005. 168p

ARCELORMITTAL. **Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido** – Aços Longos. Catálogo, s/d, 12p. Disponível em: https://brasil.arcelormittal.com/produtos-solucoes/construcao-civil/fios-e-cordoalhas. Acessado em: 10/09/2022.

ARGENTA, M. A. **Resistência dos Materiais I**. UFPR. Paraná, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido: procedimento**. Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estrutura**s. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7482: Fios de aço para estruturas de concreto protendido**. Rio de Janeiro, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: **Cordoalhas de aço para concreto protendido**: requisitos. Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: **Ações e segurança nas estruturas: procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8953: Concreto para fins estruturais – classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência**. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017.

BASTOS, P. S. **Apostila de Concreto Protendido**. UNESP- UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. Bauru - SP, 2021.

BASTOS, P. S. **Ancoragem e Emenda de armaduras**. UNESP- UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. Bauru-SP, 2018.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido: Cálculo e detalhament**o. São Paulo, 2012.

CASTRO, S. V. **Concreto Protendido - Vantagens e desvantagens dos diferentes processos de protensão do concreto nas estruturas**. UFMG, Belo Horizonte, 2011.

CHOLFE, L; BONILHA, L. **Concreto protendido: teoria e prática**. 2ª ed. Pini. São Paulo, 2015.

DUTRA, L. R. **Dimensionamento de uma ponte em vigas múltiplas (ponte em grelha) em concreto protendido**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA. Uberlândia, 2019.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar estruturas de concreto**. Pini. São Paulo, 1995.

GONDIM, J. J. **Avaliação de viga de concreto pré-moldado para pontes rodoviárias com vão entre 15 e 35 metros**. Universidade federal do Ceará. Fortaleza, 2016.

IGUATEMI. **ELABORAÇÃO DO PROJETO BÁSICO DE ENGENHARIA DA PONTE CENTRO (LIGAÇÃO DAS RUAS PADRE NÓBREGA A RUA URUGUAI). Tubarão-SC**, 2018. 131p

MARTIN, F.J.S. **Cálculo de tabuleiros de pontes**. Livraria Ciência e Tecnologia Editora. São Paulo, 1981.

MELGES, J. L. P. **Blocos de Transição ou de coroamento**. Universidade Estadual Paulista. São Paulo, 2004.

NETO. G. M. P. **Projeto de execução de vigas protendidas com monocordoalhas engraxada em edificações.** Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2015.

OLIVEIRA, N. C. **Concreto Protendido no Brasil.** Revista O Empreiteiro. Rio de Janeiro. 2015.

PEREIRA, A. *et al*. **. As engenharias e seu papel no desenvolvimento Autossustentado: CÁLCULO VIA DISCRETIZAÇÃO DE PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DE FIGURAS PLANAS.** Editora Atena, cap. 7. João Pessoa-PB, 2020.

PINHEIRO. I. **Tudo sobre protensão**. Inova Civil. São Paulo, 2019. Disponível em: https://www.inovacivil.com.br/tipos-de-protensao/. Acessado em: 10/11/2022.

PROTENFOR. **Protensão Não Aderente- Edifícios**. Maringá-PR, 2017. Disponível em: https://www.protenfor.com.br/Obras/Protens%C3%A3o-n%C3%A3o-aderente-Edif%C3%AD cios/36/. Acessado em: 10/11/2022.

RUDLOFF. **Concreto protendido**. São Paulo, 2015. Catálogo, s/d, 32p Disponível em: https://www.rudloff.com.br/downloads/catalogo_concreto_protendido_rev-06.pdf. Acessado em: 18/11/2022.

SCHMID, M. T. **Perdas de força de protensão**. 2ª ed. Rudloff. São Paulo, 1998.

STUCCHI, F.R.; SKAF, K.J. **Pontes e grandes estruturas: projeto de superestrutura em concreto protendid**o. USP. São Paulo, 2006.

VASCONCELOS, A. C. **O concreto no Brasil: Recordes, realizações e História**. Rio de Janeiro, 1992. Volume 1.

VERÍSSIMO, G; CÉSAR JR. K. **Concreto protendido: fundamentos Básicos**. Universidade Federal de Viçosa, 1998.

VITÓRIO, J.A. P; BARROS, R.C. **Reforço e Alargamento de pontes rodoviárias com a utilização de Protensão Externa.** 7º Congresso Internacional sobre Patologia e Reabilitação de Estruturas. Fortaleza - CE, 2011. 14p.