



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA – CT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL - DECA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LUCAS FIGUEIREDO LOPES

ESCORAMENTO DE LAJE TRELIÇADA UTILIZANDO A LINGUAGEM DE
PROGRAMAÇÃO DYNAMO

João Pessoa – PB
Novembro de 2022

LUCAS FIGUEIREDO LOPES

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Universidade Federal da
Paraíba, para obtenção do grau de
Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal
Pimentel

João Pessoa

2022

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

L864e Lopes, Lucas Figueiredo.

Escoramento de laje treliçada utilizando a linguagem de programação Dynamo / Lucas Figueiredo Lopes. - João Pessoa, 2022.

57 f. : il.

Orientação: Roberto Leal Pimentel.
Monografia (Graduação) - UFPB/CT.

1. Dimensionamento. 2. Vigota. 3. BIM. I. Pimentel, Roberto Leal. II. Título.

UFPB/CT

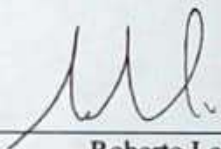
CDU 624(043.2)

FOLHA DE APROVAÇÃO

LUCAS FIGUEIREDO LOPES

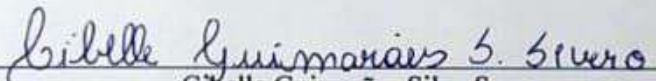
ESCORAMENTO DE LAJE TRELIÇADA UTILIZANDO A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO DYNAMO

Trabalho de Conclusão de Curso em 28/11/2022 perante a seguinte Comissão Julgadora:



Roberto Leal Pimentel
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Cibelle Guimarães Silva Severo
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Givanildo Alves de Azeredo
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

APROVADO



Prof. Andrea Brasiliano Silva
Matrícula Siape: 1549557
Coordenadora do Curso de Graduação em Engenharia Civil

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que apesar de todas as dificuldades me permitiu chegar até aqui.

Aos meus pais, Huilma e Jairo, por todo o incentivo, suporte, carinho e proteção ao longo de toda essa trajetória.

Aos meus irmãos, Maria Regina, José Luiz, João Paulo e Rafael, que dão razão à minha existência e que apesar da distância, sempre me deram forças.

À minha namorada, Aline Dantas, que divide comigo os momentos bons e ruins e por todo o apoio pessoal e profissional.

Às minhas avós, Regina (Mãe) e Maria (Lopinha), por todo o carinho, suporte e por acreditarem sempre em mim.

A Ana, Josemar e Alcides, que me acolheram como família.

A Ediliane, Remédios, José e Rodolfo por toda a hospitalidade nos primeiros anos da minha graduação.

Aos amigos, Rodrigo Brito, Júnior Ribeiro, Palmério Júnior e a todos que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade e apoio ao longo de toda essa jornada.

Ao professor Roberto Pimentel pelas orientações e ensinamentos fornecidos.

RESUMO

Um dos principais problemas a respeito do escoramento de lajes treliçadas está relacionado ao espaçamento entre suas linhas que servem de apoio para as vigotas. Esse dimensionamento carece de estudos aprofundados sobre o tema. Assim, trabalhos utilizando a capacidade portante das vigotas, podem ser empregados para o cálculo desse espaçamento, atendendo aos requisitos normativos e aliados à tecnologia de automatização de projetos em BIM, ganhando, assim, produtividade e segurança na elaboração de um projeto de escoramento. Partindo desses estudos acerca dos esforços resistentes de vigotas treliçadas, o método matricial dos deslocamentos foi utilizado para análise estrutural da vigota, com combinações de ações em fase de construção. Para o estudo foram utilizadas as linguagens de programação Python e Dynamo, aquele para análise estrutural e dimensionamento e este para reconhecimento das lajes e desenho das linhas. Como resultado, comparando-se uma treliça TR 12645 com outra TR 16745, para um mesmo vão, percebe-se um crescimento do espaçamento das linhas de vigota com o aumento da altura da treliça e do diâmetro do banzo superior, gerando economia e eficiência.

Palavras Chave: Dimensionamento, Vigota, BIM

ABSTRACT

One of the main problems regarding the shoring of lattice slabs is the spacing between their lines that serve as support for the joists. This dimensioning, according to Torres (2018, p.16) lacks in-depth studies on the subject. Thus, the works of Sartorti (2013, 2016) can be used to calculate this spacing, using the bearing capacity of the joists, the normative requirements and allied to the automation technology of BIM projects and gain productivity and security in the elaboration of a project. of shoring. With these studies on the resistant efforts of trussed joists, the matrix method of displacements was used for the structural analysis of the joist, with combinations of actions in the construction phase. The structural analysis and design algorithm was done in Python while the slab recognition and line drawing code was done in Dynamo. The results comparing a TR 12645 truss with another TR 16745, for the same 6m span, an increase in the spacing of the joist lines can be seen with the increase of the height of the truss and the diameter of the upper chord, generating savings and efficiency.

Keywords: Dimensioning, lattice slab, BIM.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Execução de escoramento de linhas de escora	16
Figura 2 - Ambiente de trabalho padrão da linguagem Dynamo	18
Figura 3 - Exemplo de nó de código na linguagem Dynamo	18
Figura 4 - Seção transversal da vigota	21
Figura 5 - Esquema de forças na ruptura por momento fletor positivo	24
Figura 6 - Esquema de forças na ruptura por esforço cortante	25
Figura 7 - Vigota treliçada com dimensões	30
Figura 8 - Elemento de enchimento cerâmico	31
Figura 9 - Elemento de EPS	31
Figura 10 - Algoritmo de verificação de esforços solicitantes abaixo dos esforços resistentes	33
Figura 11 - Barra de viga com deslocamentos incógnitos	33
Figura 12 - Fluxograma do método matricial dos deslocamentos	34
Figura 13 - Esquema da matriz de incidência de barra	35
Figura 14 - Esquema da matriz P0 de cargas	36
Figura 15 - Esquema do vetor de esforços nos nós {P}	37
Figura 16 - Vetor de esforços nos nós {D}	38
Figura 17 - Barra com esforços positivos de acordo com a convenção de sinais do método dos deslocamentos	40
Figura 18 - Barra com esforços positivos de acordo com a convenção de sinais da análise de estruturas	40
Figura 19 - Nó de código (Code Block) com cálculo dos esforços resistentes da vigota (cortante e momento fletor), deslocamento limite e ruptura de solda	43
Figura 20 - Nó Python Script	43
Figura 21 - Nós Categories e All Elements of Category	44
Figura 22 - Nó Element.Geomery	44
Figura 23 - Nó Geometry.Explode	45
Figura 24 - Nó Surface.NormalAtParameter	45
Figura 25 - Nó Surface.NormalAtParameter	46
Figura 26 - Nó de comparação de valores “==”	47

Figura 27 - Nó List.FilterByBoolMask	48
Figura 28 - Nós Range e Math.RemapRange	49
Figura 29 - Nós Surface.GetIsoline	49
Figura 30 - Nó StructuralFraming.BeamByCurve e nós Levels e Family Types	50
Figura 31 - Linhas de escoramento modeladas visíveis na vista 3D do projeto	50
Figura 32 - Linhas de escoramento modeladas visíveis na planta	51
Figura 33 - Código Elaborado na linguagem de programação Dynamo	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Média do comprimento efetivo de flambagem considerando o momento resistente real do teórico	21
Tabela 2 - Média do comprimento efetivo de flambagem considerando o cortante resistente real do teórico	22
Tabela 3 - Média do produto de rigidez à flexão EI considerando os resultados reais com os a rigidez teórica	23
Tabela 4 - Resultados da TR 12645	53
Tabela 5 - Resultados da TR 16745	54

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. OBJETIVOS	13
2.1. OBJETIVO GERAL	13
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3. JUSTIFICATIVA	14
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
4.1. IMPORTÂNCIA DO PROJETO DE ESCORAMENTO	15
4.1.1. Obrigatoriedade do projeto de escoramento	15
4.1.2. Efeitos decorrentes da fase de construção na estrutura	15
4.2. ESCORAMENTO DE LAJES PRÉ FABRICADAS	16
4.3. AUTOMAÇÃO DE PROJETOS BIM COM DYNAMO	17
5. METODOLOGIA	20
5.1. CÁLCULO DO ESPAÇAMENTO ENTRE AS LINHAS DE ESCORA	20
5.1.1. Momento fletor positivo resistente	23
5.1.2. Cortante resistente	25
5.1.3. Ruptura de solda	26
5.1.4. Flecha limite	27
5.2. COMBINAÇÃO DE AÇÕES EM FASE DE CONSTRUÇÃO	29
5.2.1. Ações permanentes	29
5.2.2. Ações variáveis	32
5.3. ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS	32
5.3.1. Matriz de rigidez de barra	34
5.3.2. Matriz de incidência de barra	35
5.3.3. Matriz de rigidez da estrutura	35
5.3.4. Vetor P_0	36
5.3.5. Resolução de deslocamentos incógnitos	36
5.3.6. Resolução das reações de apoio	38
5.3.7. Esforços máximos e mínimos	39
5.4. UTILIZAÇÃO DO DYNAMO PARA DESENHO DAS LINHAS DE ESCORA	42
6. RESULTADOS	52
7. CONCLUSÃO	56
REFERÊNCIAS	56
ANEXO	59

1. INTRODUÇÃO

Um dos principais problemas a respeito do escoramento de lajes treliçadas é quanto ao espaçamento entre suas linhas que servem de apoio para as vigotas. Esse dimensionamento, segundo Torres (2018, p.16) carece de estudos aprofundados sobre o tema.

Com base nos trabalhos de Sartorti (2013, 2016), a distância entre linhas pode ser calculada aproveitando-se da capacidade portante das vigotas treliçadas que compõem a laje, oferecendo uma economia maior na compra ou aluguel, montagem e desmontagem da estrutura provisória que suporta a laje na fase de construção.

Dessa forma, com o uso da linguagem de programação Dynamo nativa do software Autodesk Revit, é possível automatizar o processo de projeto de escoramento de laje treliçada com o uso dos ensaios de resistência das vigotas de Sartorti (2013, 2016), garantindo mais eficiência a esse sistema, dentro de um ambiente BIM.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem por intuito a demonstração da possibilidade de aplicação de tecnologias para automatização de projetos, utilizando para esse fim a linguagem de programação Dynamo na realização de projeto de escoramento.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A fim de que o trabalho seja conduzido de melhor forma, faz-se necessário objetivos específicos, tais como:

- Analisar a importância e dificuldades enfrentadas para realização de projetos de escoramento;
- Desenvolver programa utilizando a ferramenta Dynamo no Autodesk Revit para dimensionamento de linhas de escora para lajes treliçadas;
- Analisar as vantagens e desvantagens da ferramenta elaborada.

3. JUSTIFICATIVA

Na ausência da publicação da parte 4 da norma de lajes pré fabricadas de concreto, a NBR 14859-1/2002 considera que “o espaçamento entre linhas de escoramento deve ser determinado no projeto de execução da laje, considerando o tipo de vigota e as cargas na fase de montagem e concretagem” (ABNT, 2002, p. 9).

Segundo Torres (2018, p. 16), apesar de existir recomendações do cálculo do espaçamento entre linhas de escora estabelecendo a segurança na fase de construção, existem apenas alguns estudos na literatura técnica que efetivamente abordam o assunto e poucos dão parâmetros práticos sobre seu dimensionamento.

Assim, os trabalhos de Sartorti (2013, 2016) podem ser empregados para o cálculo desse espaçamento, utilizando a capacidade portante das vigotas, os requisitos normativos e aliados à tecnologia de automatização de projetos em BIM e ganhar produtividade e segurança na elaboração de um projeto de escoramento, que por vezes são realizados apenas por meio de tabelas ou recomendações técnicas de fabricantes.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1. IMPORTÂNCIA DO PROJETO DE ESCORAMENTO

4.1.1. Obrigatoriedade do projeto de escoramento

O projeto de escoramento é uma necessidade nas obras de concreto armado. Segundo a norma de projeto de estruturas de concreto armado, NBR 6118:2014, “São necessários projetos complementares de escoramento e fôrmas, que não fazem parte do projeto estrutural” (ABNT, 2014, p.14) e ainda conforme NBR 14931:2004, no item 7.2 que trata dos requisitos para a execução do sistema de fôrmas de estruturas de concreto, consta que o “o escoramento deve ser projetado de modo a não sofrer (...) durante a execução da estrutura de concreto, deformações prejudiciais ao formato da estrutura ou que possam causar esforços não previstos no concreto.” (ABNT, 2004, p. 6).

Por ainda não existir a publicação da parte 4 da norma de lajes pré fabricadas que trata acerca do projeto desse sistema de lajes, é possível encontrar na norma antiga NBR 14859-1:2002 que “o espaçamento entre linhas de escoramento deve ser determinado no projeto de execução da laje, considerando o tipo de vigota e as cargas na fase de montagem e concretagem” (ABNT, 2002, p. 9).

4.1.2. Efeitos decorrentes da fase de construção na estrutura

Durante a fase de construção, o concreto em estado ainda não endurecido da alma e capa da laje ainda não garantem resistência e os elementos que oferecem algum suporte para a laje é dado pelos banzos inferiores e superior e pela pequena sapata de concreto da base da vigota. Esse conjunto de banzos e sapata deve ser solicitado pelos carregamentos atuantes e em função do espaçamento das escoras até que a peça de concreto atinja uma resistência adequada.

Segundo Torres (2018, p. 59) o escoramento deve ser projetado a fim de que durante a sua solicitação em fase de construção, não possa causar deformações prejudiciais ao concreto.

Além do formato, função, aparência e durabilidade da estrutura de concreto não deve ser perturbado por problemas de natureza com fôrmas e escoramento.

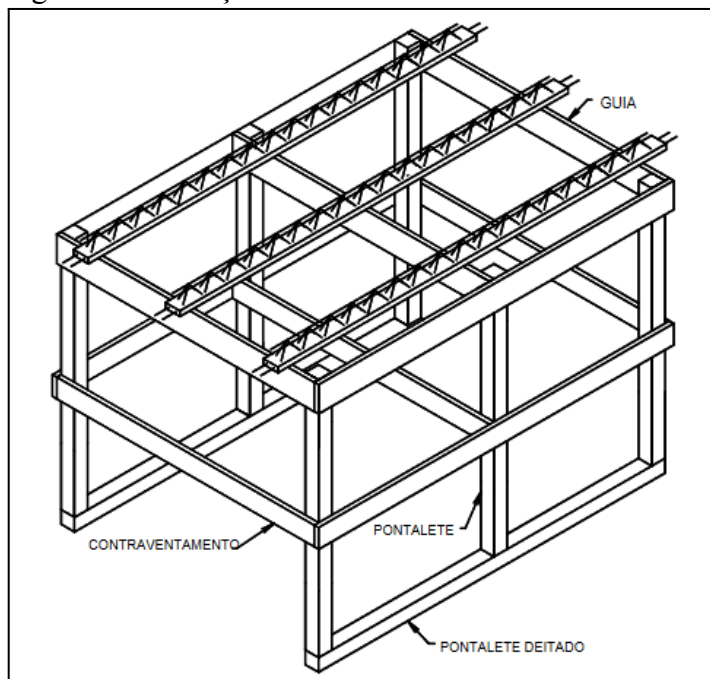
Além disso, a flecha imediata durante a fase de construção, decorrente de mau escoramento, pode ser somada à deformação plástica da laje treliçada e romper o estado limite de serviço (TORRES, 2018, p. 37).

Segundo Marek (2005, p. 21), os escoramentos podem ocasionar patologias nas estruturas de concreto com sua retirada prematura de escoramentos, ocasionando a deformação excessiva e até mesmo a fissuração, além da remoção inadequada das escoras especialmente em balanços, o que provoca o surgimento de trincas, devido à solicitação da peça a um esquema estático não previsto.

4.2. ESCORAMENTO DE LAJES PRÉ FABRICADAS

Conforme NBR 15.696:2009, o escoramento é a estrutura provisória capaz de garantir a capacidade portante de uma estrutura durante a fase de construção (ABNT, 2009, p. 2). Para a concepção desse escoramento, o sistema mais recomendado é o de posicionamento de tábuas na direção perpendicular às vigotas, conforme Figura 01.

Figura 1 - Execução de escoramento de linhas de escora



Fonte – GASPAR (1997)

Os materiais para esse sistema contendo fôrmas e escoramentos podem ser de madeira, elementos metálicos ou outros materiais, como plásticos e placas de madeira, nos quais podem ser utilizados, desde que atendam as normas técnicas com efetiva comprovação de laboratórios.

Segundo Gaspar (1997, p. 25), os fabricantes recomendam que as linhas de escoramento, quando de madeira, sejam de pelo menos 250 a 300mm de largura, com fixação em pontaletes, contraventadas nas duas direções.

Após a montagem da estrutura de escoramento, é feita a colocação das vigotas espaçadas cada uma por um elemento inerte. Inicialmente é colocado pelo menos um bloco entre cada uma das vigotas para se definir o espaçamento entre as vigotas e então fazer a instalação dos demais blocos.

Com a estrutura provisória montada, as lajes treliçadas e demais peças são concretadas, posteriormente curadas e assim poderão ser retirados os escoramentos, obedecendo sempre o plano de desforma previamente estabelecido, com ciclo de remoção de no mínimo 14 dias, conforme orientações da norma de escoramento NBR 15696:2009 (ABNT, 2009, p. 11).

4.3. AUTOMAÇÃO DE PROJETOS BIM COM DYNAMO

Segundo Sacks, Eastman, Lee e Teicholz (2021, p. 7), o *Building Information Modeling* (BIM) é uma atividade que compreende um sistema socio tecnológico que envolve mudanças no processo de projeto, construção e gestão de edificações, com a vantagem para a sociedade de que o processo de construção como um todo é feito de forma mais econômica, eficiente e sustentável.

Nesse contexto, um dos avanços promovidos pelo uso da metodologia BIM é o da utilização de projetos paramétricos, na qual cada objeto virtual carrega consigo informações sobre sua geometria, dimensões, especificações e detalhes construtivos. Esses parâmetros de cada objeto são controláveis e alteram os elementos de maneira a gerar bastante produtividade com sua manipulação.

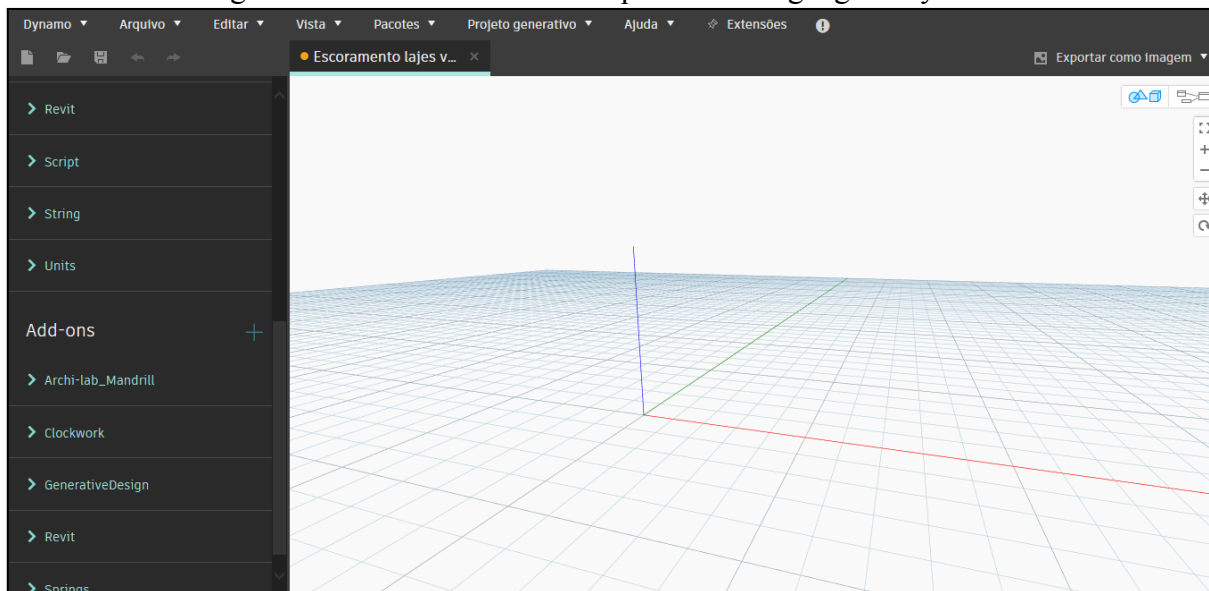
As informações contidas em um projeto BIM são particularmente úteis para a automação de projetos, pois segundo Sena (2019, p. 23), ficam armazenadas em um banco de dados do modelo, sendo possível modificar esses dados com o uso de algoritmos com vista a otimizar tarefas, criar ou modificar elementos.

Uma das formas de alterar e criar rotinas de trabalho com o software Autodesk Revit é o Dynamo, uma linguagem de programação de código aberto que utiliza uma estrutura de programação chamada “programação visual”. Com esse tipo de programação, o usuário tem acesso a uma plataforma mais amigável e pode desenvolver sem conhecimentos mais aprofundados sobre programação.

O Dynamo é uma linguagem de programação nativa do Revit desde a sua versão 2020 e pode ser acessada através da guia “Gerenciar” da faixa de opções dentro do grupo “Programação Visual”.

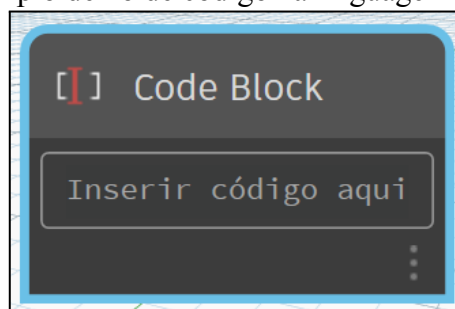
O ambiente do Dynamo é mostrado conforme a Figura 02, onde o espaço é denominado “espaço de trabalho” (workspace) onde são colocados os blocos de código chamados “nós” (nodes), conforme a Figura 03, que representam uma caixa correspondente a uma função desse código e ao fundo o modelo tridimensional trabalhado.

Figura 2 - Ambiente de trabalho padrão da linguagem Dynamo



Fonte – Autoria própria

Figura 3 - Exemplo de nó de código na linguagem Dynamo



Fonte – Autoria própria

Cada um desses nós, pode ser ligado formando um encadeamento entre as variáveis, compreendendo um fluxo para o programa e permitindo a criação de algoritmos e a manipulação dos objetos virtuais no ambiente Revit, possibilitando a automação com relevante ganho de produtividade.

5. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho está dividida em quatro partes: a primeira, é relativa às equações e dos cálculos envolvidos para o cálculo do espaçamento entre as linhas de escora para lajes treliçadas; a segunda parte diz respeito às combinações de ações em fase de construção e seus coeficientes utilizados nos cálculos; a terceira contém o algoritmo utilizado para a análise estrutural das vigotas e, por fim, a quarta parte corresponde ao algoritmo utilizado para o desenho e projeto de escoramento.

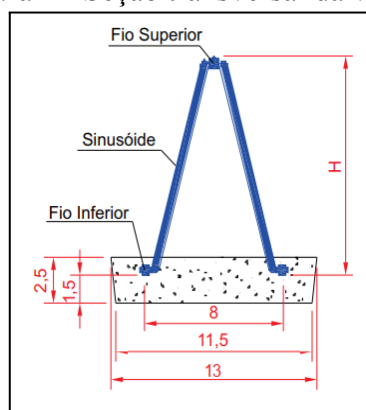
5.1. CÁLCULO DO ESPAÇAMENTO ENTRE AS LINHAS DE ESCORA

Para o cálculo do espaçamento máximo entre linhas de escoras de lajes pré-fabricadas, é necessário conhecer a capacidade resistente da vigota seja em relação ao seu processo de fabricação como a sua solda, como também se os fios ou barras que compõem a armadura e a base de concreto resistem aos esforços atuantes durante a fase de montagem.

Uma armadura treliçada eletrossoldada é formada por um banzo superior, um sinusóide e dois banzos inferiores, conforme a Figura 04. As armaduras são normatizadas pela terceira parte da norma de lajes pré-fabricadas, NBR 14.859-3:2017, da qual recebem uma denominação “TR” seguida das informações, em centímetros, da altura, diâmetros nominais do banzo superior, diagonal (sinusóide) e banzo inferior, respectivamente.

Além da armadura, a vigota treliçada é constituída de uma base de concreto, também chamada de sapata de concreto, cuja largura é de 13cm, segundo a primeira parte da norma de lajes pré-fabricadas, NBR 14.859-1:2016. O cobrimento desse tipo de laje pré fabricada pode ser reduzido devido à fabricação em ambiente industrial, conforme a norma de Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, NBR 6118:2014.

Figura 4 - Seção transversal da vigota



Fonte – adaptado de Sartorti (2013)

Com a análise dos resultados dos ensaios de flexão e cisalhamento em vigotas treliçadas realizados por Sartorti (2013, p. 3), o autor recomenda que para o cálculo da capacidade portante sejam considerados os coeficientes de flambagem entre os nós da treliça, já que a consideração de nós rotulados perfeitamente da mecânica clássica não se aplica aos nós eletrosoldados, conforme as Tabelas 01 e 02.

Tabela 1 - Média do comprimento efetivo de flambagem considerando o momento resistente real do teórico

Vigota	Mensaio (kN.cm)	Mteórico (kN.cm)	Mensaio / Mteórico	l ensaio / l teórico	Média
VT 08	61,6578	26,3708	2,34	0,65	0,65
	62,0457	26,3708	2,35	0,65	
VT 12	74,8154	39,5563	1,89	0,73	0,745
	68,6195	39,5563	1,73	0,76	
VT 16	127,9018	97,7105	1,31	0,87	0,89
	118,5826	97,7105	1,21	0,91	
VT 20	148,1706	122,1281	1,21	0,91	0,90
	155,0002	122,1381	1,27	0,89	
VT 25	142,7549	152,6726	0,94	1,03	1,045
	136,7996	152,6726	0,90	1,06	
VT 30	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	

Fonte – adaptado de Sartorti (2013)

onde:

Mensaio é o momento de ensaio encontrado no ensaio de flexão, em kN.cm;

Mteórico é o momento resistente teórico considerando a ruptura por flambagem com os nós perfeitamente rotulados da treliça clássica, em kN.cm;

l teórico / l ensaio é a razão entre os comprimentos de flambagem dos banzos superiores considerando os momentos teórico e de ensaio, respectivamente;

Tabela 2 - Média do comprimento efetivo de flambagem considerando o cortante resistente real do teórico

Vigota	Nteórico (kN.cm)	Nensaio (kN)	Nensaio / Nteórico	l ensaio / l teórico	Média
VT 08	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	
VT 12	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	
VT 16	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	
VT 20	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	
VT 25	0,9054	0,8581	1,06	0,97	0,98
	0,8684	0,8581	1,01	0,99	
VT 30	1,3074	0,6259	2,09	0,69	0,69
	1,2911	0,6259	2,06	0,70	

Fonte – adaptado de Sartorti (2013)

onde:

Nensaio é o momento de ensaio encontrado no ensaio de flexão, em kN;

Nteórico é o momento resistente teórico considerando a ruptura por flambagem com os nós perfeitamente rotulados da treliça clássica, em kN;

l teórico / l ensaio é a razão entre os comprimentos de flambagem das diagonais comprimidas considerando os momentos teórico e de ensaio, respectivamente;

Além disso, foi observado uma diferença nos valores teórico e real dos deslocamentos das vigotas estudadas, levando a resultados de valores médios de correção para o produto de

rigidez à flexão (EI) corresponder efetivamente ao deslocamento observado na prática, conforme a Tabela 03.

Tabela 3 - Média do produto de rigidez à flexão EI considerando os resultados reais com os a rigidez teórica

Vigota	EI teórico (kN.cm ²)	EIensaio (kN.cm ²)	EI ensaio / EI teórico	Média
VT 08	81253	3898997	1	0,99
	3881253	3857008	0,99	
VT 12	8311565	6379359	0,77	0,75
	8311565	6034448	0,73	
VT 16	19062852	13297379	0,70	0,66
	19062852	11957924	0,63	
VT 20	29681592	151017151	0,51	0,53
	29681592	61958331	0,55	
VT 25	46360733	43225151	0,31	0,28
	46360733	20419021	0,26	
VT 30	84751225	824119071	0,22	0,20
	84751225	6448368	0,19	

Fonte – adaptado de Sartorti (2013)

onde:

EI teórico é o produto de rigidez à flexão considerando a inércia homogeneizada da mecânica clássica, em kN.cm²;

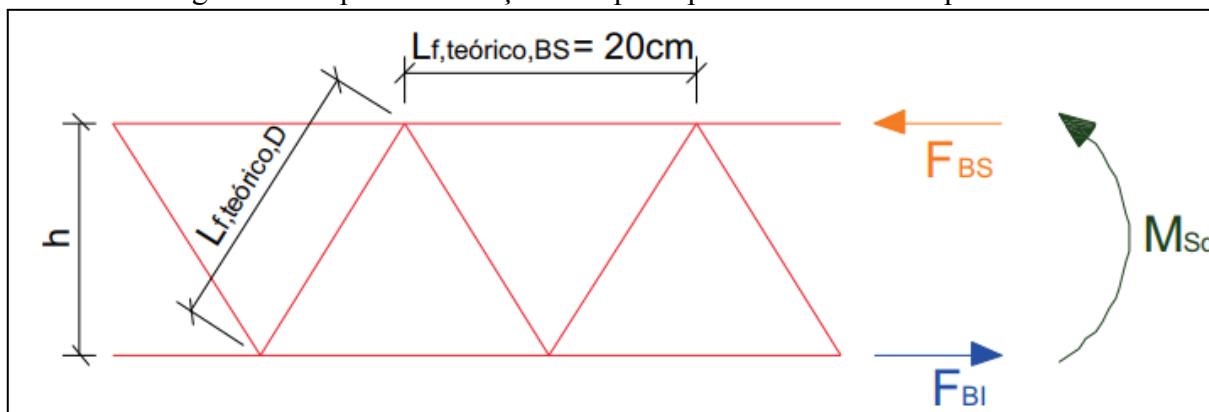
EI ensaio é o produto de rigidez à flexão encontrado a partir das deformações reais de ensaio, em kN.cm²;

A utilização dessas tabelas permite uma aproximação do comportamento real da vigota em fase de montagem utilizando as fórmulas e fundamentos da mecânica clássica.

5.1.1. Momento fletor positivo resistente

Sabendo que a ruptura por flexão positiva nas vigotas treliçadas ocorre por flambagem do banzo superior, pode-se relacionar esse momento resistente positivo da treliça com a carga crítica de ruptura atuante no banzo superior, conforme a Figura 05.

Figura 5 - Esquema de forças na ruptura por momento fletor positivo



Fonte – Sartorti (2013)

Sabendo que o momento solicitante é igual à força atuante no banzo (superior ou inferior) multiplicada pelo braço de alavanca h que é a altura da armadura treliçada é possível obter o momento resistente conforme a Equação 01.

$$M_{res} = P_{cr} \cdot h \text{ (Eq. 01)}$$

onde:

M_{res} é o momento resistente da treliça;

P_{cr} é a carga crítica de flambagem;

h é a distância entre as duas forças do binário, que corresponde à altura da treliça;

Dessa forma, pode-se também obter a carga crítica de Euler conforme a Equação 02.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_s I_{BS}}{l_{f, ensaio}^2} \text{ (Eq. 02)}$$

onde:

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

I_{BS} é o momento de inércia do banzo superior;

$l_{f, \text{ensaio}}$ é o comprimento efetivo de flambagem obtido no ensaio, que corresponde a distância entre dois nós eletrosoldados ou o passo.

Com as médias representadas por Sartorti (2013, p.9), é possível substituir o $l_{f, \text{ensaio}}$ da Equação 02 para se obter a Equação 03.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_s I_{BS}}{(\mu \cdot l_{\text{teórico}})^2} \quad (\text{Eq 03})$$

onde:

μ é a média dos valores entre os comprimentos efetivos de flambagem real e teórico conforme a Tabela 01.

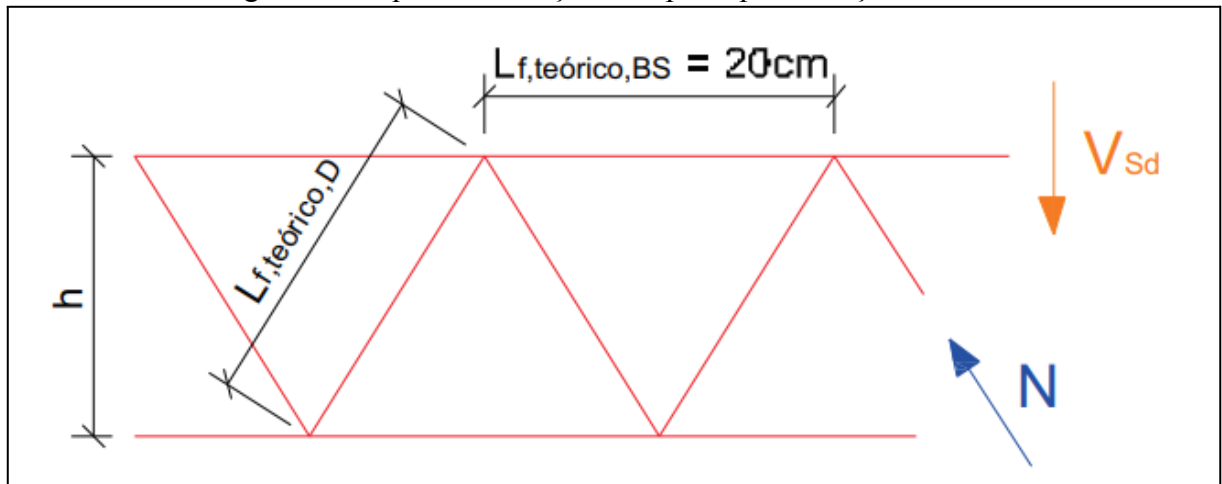
Com essas equações, pode-se chegar no cálculo do momento resistente conforme a Equação 04.

$$M_{res} = \frac{\pi^2 E_s I_{BS}}{(\mu \cdot l_{\text{teórico}})^2} \cdot h \quad (\text{Eq 04})$$

5.1.2. Cortante resistente

Sabendo que a ruptura por esforço cortante nas vigotas treliçadas ocorre por flambagem da diagonal (sinusóide), é possível relacionar esse cortante resistente da treliça com a carga crítica de ruptura atuante na diagonal, conforme a Figura 6.

Figura 6 - Esquema de forças na ruptura por esforço cortante



Fonte – Sartorti (2013)

Sabendo que o cortante deve ser igual à soma das componentes verticais e sabendo que a componente vertical da força da diagonal é a altura h dividido pelo comprimento de flambagem teórico de uma diagonal, pode-se obter o valor do cortante solicitante no sinusóide conforme a Equação 05.

$$V_{res} = \frac{2P_{cr} \cdot h}{l_{f,teórico,D}} \quad (\text{Eq. 05})$$

onde:

V_{res} é o cortante resistente da treliça;

$l_{f,teórico,D}$ é o comprimento efetivo de flambagem obtido no ensaio, que corresponde a distância entre dois nós eletrosoldados da diagonal.

Com a carga crítica de Euler, é possível obter o valor máximo da força que resulta na flambagem da diagonal da armadura treliçada, conforme a Equação 06.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_s I_D}{l_{fensaio}^2} \quad (\text{Eq. 06})$$

onde:

I_D é o momento de inércia da diagonal;

Com as médias representadas por Sartorti (2013, p. 9), pode-se substituir o $l_{fensaio}$ pelo produto do comprimento teórico pela média, na Equação 06 anterior para se obter a Equação 07.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_s I_D}{(\mu \cdot l_{teórico})^2} \quad (\text{Eq. 07})$$

Com as equações apresentadas, é possível então obter a equação de verificação ao esforço cortante conforme a Equação 08.

$$V_{res} = \frac{2\pi^2 E_s I_D h}{(\mu \cdot l_{teórico})^3} \quad (\text{Eq. 08})$$

5.1.3. Ruptura de solda

Os fios e barras de aço da armadura treliçada devem ser unidos através de solda por eletrofusão para o oferecimento do produto ao mercado, conforme a norma NBR 14.859-3:2017 (ABNT, p. 3). Portanto, essa verificação é feita conforme apresentado por Sartorti (2013, p. 15) na qual relaciona o cortante máximo resistente para que se tenha a ruptura da solda, conforme a Equação 09.

$$V_{res, solda} = \frac{15 \cdot \pi \cdot \phi_{BS}^2 \cdot h}{4l_{nó}} \text{ (Eq. 09)}$$

onde:

ϕ_{BS} é o diâmetro do banzo superior sujeito ao cisalhamento;

$l_{nó}$ é o comprimento entre dois nós eletrosoldados do banzo superior, que corresponde ao passo.

5.1.4. Flecha limite

Segundo a norma de fôrmas e escoramentos NBR 15.696:2009 (ABNT, 2009, p. 13), a recomendação é que as flechas de laje em fase de construção tenham um valor máximo conforme a Equação 10.

$$f_{max} = 1 + \frac{l}{500} \text{ (Eq. 10)}$$

onde:

f_{max} é a flecha máxima inicial positiva admitida para imediatamente após montagem da peça individual sob ação do seu peso próprio, segundo NBR 15.696:2009, em milímetros;

l é o vão entre dois apoios na direção da vigota estudada, em milímetros.

Para o cálculo do deslocamento das vigotas, pode-se utilizar a fórmula de deslocamento máximo em vigas biapoiadas conforme a Equação 11.

$$f_{viga} = \frac{5pl^4}{384(EI)_{real}} \text{ (Eq. 11)}$$

Para se obter a rigidez real da vigota estudada, é possível observar os valores estudados por Sartorti (2013) apresentados na Tabela 03 e calculados conforme a Equação 12.

$$(EI)_{real} = (EI)_{teórico} \cdot média \text{ (Eq. 12)}$$

onde:

$(EI)_{real}$ é o produto de rigidez à flexão real;

$(EI)_{teórico}$ é o produto de rigidez à flexão teórico;

média é o valor de razão encontrada entre $(EI)_{real}$ e $(EI)_{teórico}$.

Para o cálculo do produto de rigidez à flexão teórico, pode-se utilizar as Equações 13, 14, 15 e 16 de inércia homogeneizada.

$$(EI)_{teórico} = E_{cs} \cdot I_H \text{ (13)}$$

$$I_H = \frac{\pi \phi_{BS}^4}{64} + \frac{\pi \phi_{BI}^4}{32} + \left[\frac{\phi_{BS}^2}{4} \left(h + c_{nom} - x - \frac{\phi_{BS}}{2} \right)^2 + \frac{\phi_{BI}^2}{2} \left(x - \frac{\phi_{BI}}{2} - c_{nom} \right)^2 \right] \pi \alpha_E + \frac{h_s^3 b_s}{12} + h_s b_s (x - \frac{\phi_{BI}}{2} - c_{nom})^2 \text{ (Eq 14)}$$

$$x = \frac{\left[\frac{\phi_{BS}^2}{4} \left(h - \frac{\phi_{BS}}{2} + c_{nom} \right) + \frac{\phi_{BI}^2}{2} \left(\frac{\phi_{BI}}{2} + c_{nom} \right) \right] \pi \alpha_E + \frac{h_s^2 b_s}{2}}{\left(\frac{\phi_{BS}^2}{4} + \frac{\phi_{BI}^2}{2} \right) \pi \alpha_E + h_s b_s} \text{ (Eq 15)}$$

$$\alpha_E = \frac{E_{cs}}{E_s} \text{ (Eq 16)}$$

onde:

h_s é a altura da sapata da vigota;

b_s é a largura da base da sapata da vigota;

c_{nom} é o cobrimento nominal;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto;

ϕ_{BI} é o diâmetro do banzo inferior.

O módulo de elasticidade do aço possui o valor de 210 GPa conforme NBR 6118:2014 e o módulo de elasticidade secante do concreto possui a fórmula conforme a Equação 17, para concretos de resistência à compressão de até 50 MPa, que é a faixa de resistência usualmente adotada para sapatas de vigotas treliçadas.

$$E_{cs} = 5600 \cdot \alpha_E \left(0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \right) \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Eq. 17})$$

onde:

α_E é o parâmetro modificador do módulo de elasticidade em função do agregado graúdo, variando de 0,7 a 1,2, conforme a NBR 6118:2014.

5.2. COMBINAÇÃO DE AÇÕES EM FASE DE CONSTRUÇÃO

Além dos esforços resistentes da vigota, outro dado de entrada importante é a combinação de ações atuantes na vigota. De acordo com a NBR 6118:2014, as combinações de ações especiais ou de construção para verificação do estado limite último (ELU) e combinação de ações quase permanente para verificação do estado limite de serviço (ELS) são obtidas conforme as Equações 18 e 19.

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \Sigma \Psi_{0j} F_{qjk}) \quad (\text{Eq. 18})$$

$$F_{d,ser} = F_{gk} + \Sigma \Psi_{2j} F_{qjk} \quad (\text{Eq. 19})$$

onde:

γ_g é o coeficiente de ponderação de ações permanentes, para combinações especiais ou de construção no ELU;

γ_q é o coeficiente de ponderação de ações variáveis, de valor 1,2 para combinações especiais ou de construção no ELU;

Ψ_{0j} é o coeficiente de ponderação de ações variáveis, que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea das demais ações no ELU;

Ψ_{2j} é o coeficiente de ponderação de ações variáveis, que considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea das demais ações no ELS, de valor 0,4

5.2.1. Ações permanentes

A ação permanente distribuída linearmente depende de fatores como geometria da vigota e do enchimento, tipo de enchimento e altura da capa, além da distância entre duas vigotas sucessivas, conforme a Equação 20.

$$F_{gk} = pp_{vigota} \cdot A_{vigota} + pp_{enchimento} \cdot A_{enchimento} + I \cdot pp_{capa} \cdot h_{capa} \quad (\text{Eq. 20})$$

onde:

pp_{vigota} é o peso próprio da vigota, em kN/m³

$pp_{enchimento}$ é o peso próprio do enchimento, em kN/m³;

pp_{capa} é o peso próprio da capa, em kN/m³;

A_{vigota} é a área da vigota, em m²;

$A_{enchimento}$ é a área do enchimento. em m²;

I é a distância entre duas vigotas sucessivas, o entreixo, em m;

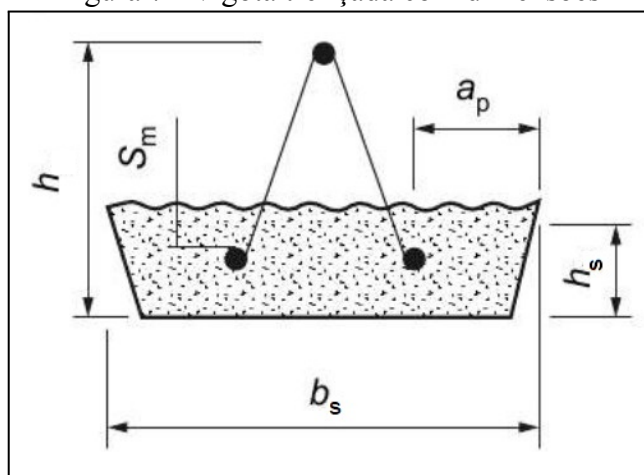
h_{capa} é a altura da capa, em metros

Segundo a norma de ações para o cálculo de estruturas de edificações, NBR 6120/2019, o peso próprio utilizado em estruturas de concreto armado é de 25 kN/m³, material que coincide com os materiais da vigota e da capa e estabelece-se conforme a Equação 21.

$$pp_{vigota} = pp_{capa} = 25 \text{ kN/m}^3 \quad (\text{Eq. 21})$$

Para a obtenção da geometria da vigota treliçada, pode-se utilizar as dimensões mínimas obtidas através da NBR 14.859-1:2016, e esquematizadas conforme a Figura 07 e obtidas através da Equação 22. Percebe-se que a geometria da vigota compreende uma pequena inclinação nas laterais da base da sapata para facilitar seu desmolde da calha metálica ao final de sua confecção o que torna a seção na verdade trapezoidal, mas que para fins de simplificação será considerada retangular.

Figura 7 - Vigota treliçada com dimensões



Fonte - adaptado de NBR 14.859-1 (2016)

$$A_{vigota} = b_s \cdot h_s \text{ (Eq. 22)}$$

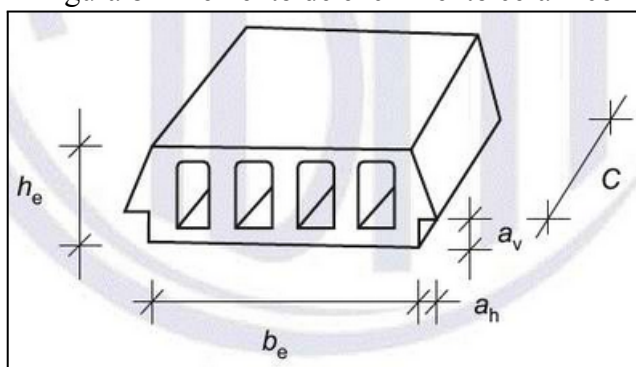
Os elementos de enchimento utilizados para reduzir o consumo de concreto e o peso próprio mais comuns são os de material cerâmico e EPS. Segundo a NBR 6120:2019, o peso próprio desses tipos de elementos pode ser utilizado sob os valores no caso de lajota cerâmica ou EPS, respectivamente pelas equações 23 e 24:

$$pp_{enchimento} = 18 \text{ kN/m}^3 \text{ (Eq. 23)}$$

$$pp_{enchimento} = 2 \text{ kN/m}^3 \text{ (Eq. 24)}$$

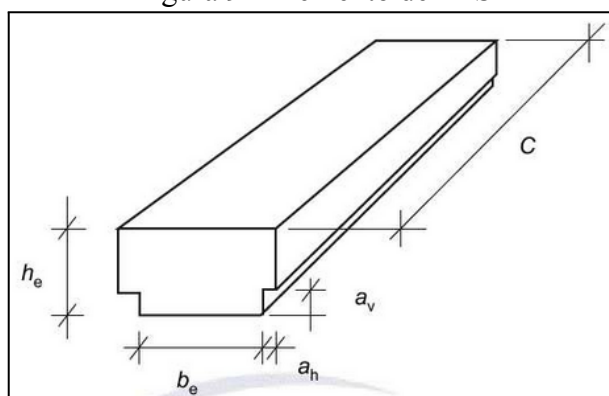
A geometria dos tipos usuais de lajota estão esquematizados com suas dimensões conforme as Figuras 08 e 09. Devido à necessidade de compatibilidade de alturas entre o elemento de enchimento e a vigota, o elemento de enchimento pode ser calculado, também considerando sua geometria retangular, com a altura da vigota h a partir da Equação 25.

Figura 8 - Elemento de enchimento cerâmico



Fonte - NBR 14.859-3 (2017)

Figura 9 - Elemento de EPS



Fonte - NBR 14.859-3 (2017)

$$A_{enchimento} = b_e \cdot h \text{ (Eq. 25)}$$

onde:

b_e é a largura do elemento de enchimento.

5.2.2. Ações variáveis

Segundo uma análise do valor da ação variável de vários autores por Torres (2018, p. 61), a ação variável devido à fase de construção é difícil de ser prevista, compreendendo a ação dos operários, máquinas, cujas divergências variam entre uma carga distribuída ou carga concentrada e também a respeito dos seus valores nominais.

A fim de adotar um valor único para este estudo, a NBR 15696:2009 de escoramentos e fôrmas, a ação variável utilizada para simular o peso de operários, jericas e outras eventuais cargas durante a fase de construção para verificação de atendimento de conformidade da vigota treliçada não pode ser menor do que 2,00 kN/m², conforme mostrado na Equação 26.

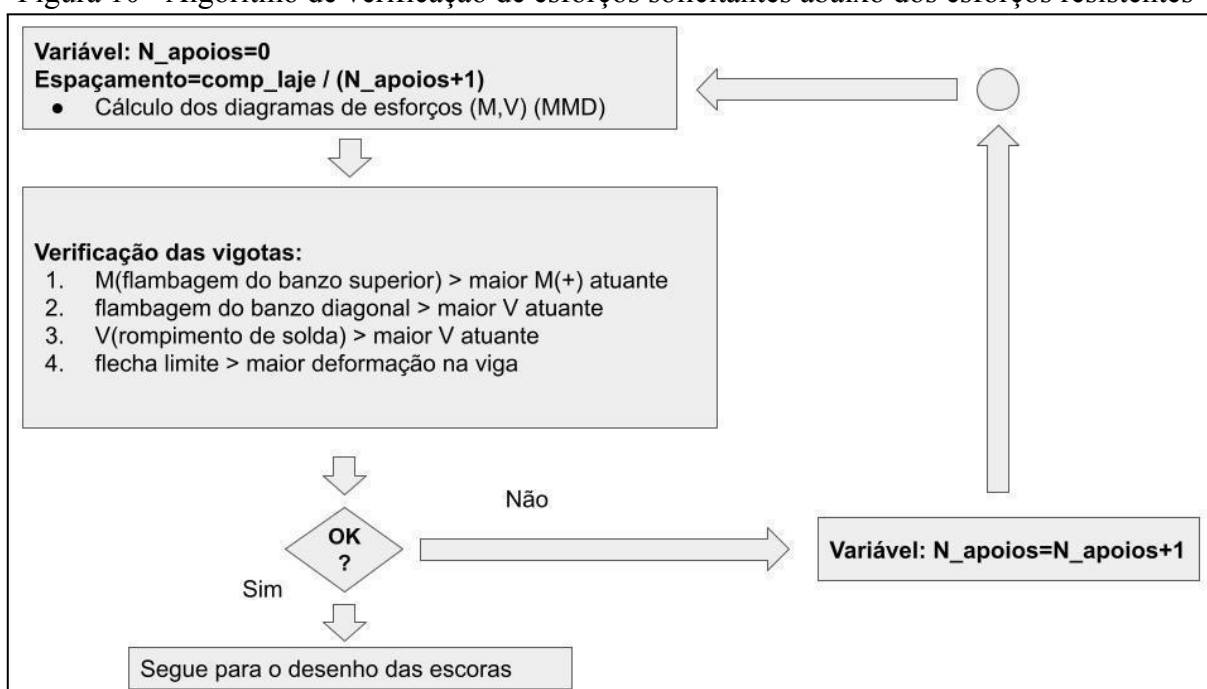
$$F_{qk}=2,00 \text{ kN/m}^2 \text{ (Eq. 26)}$$

5.3. ANÁLISE ESTRUTURAL E VERIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS

Com todos os esforços resistentes da vigota e as combinações de ações em fase de construção, a análise estrutural pode ser feita para se calcular os esforços máximos atuantes e comparar com os esforços resistentes da vigota.

A análise estrutural da vigota pode ser efetuada através de um algoritmo que possui a estrutura conforme a Figura 10. Primeiro é feita uma verificação de autoportância da vigota, com o número de apoios de linhas de escora (N_{apoios}) igual a 0 e adicionando apoios sucessivos até que a verificação de esforços solicitantes menor ou igual a esforços resistentes seja cumprida.

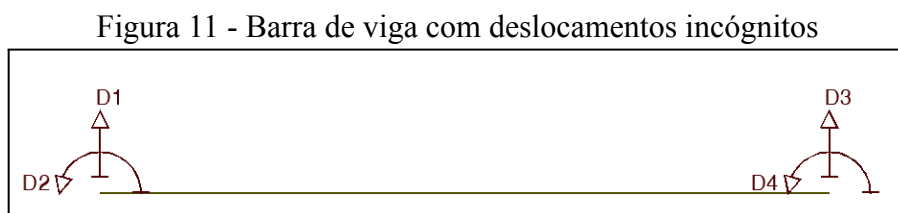
Figura 10 - Algoritmo de verificação de esforços solicitantes abaixo dos esforços resistentes



Fonte – Autoria própria

Como a vigota é uma estrutura reticulada linear, é possível obter os esforços na vigota utilizando todas as equações para se obter os esforços e nomenclaturas em uma viga hiperestática.

Para a análise dos esforços atuantes no sistema, utilizou-se o método matricial dos deslocamentos (MMD), que fornece um algoritmo programável através de operações matriciais para se obter os esforços nas extremidades de uma barra de viga, conforme a Figura 11.

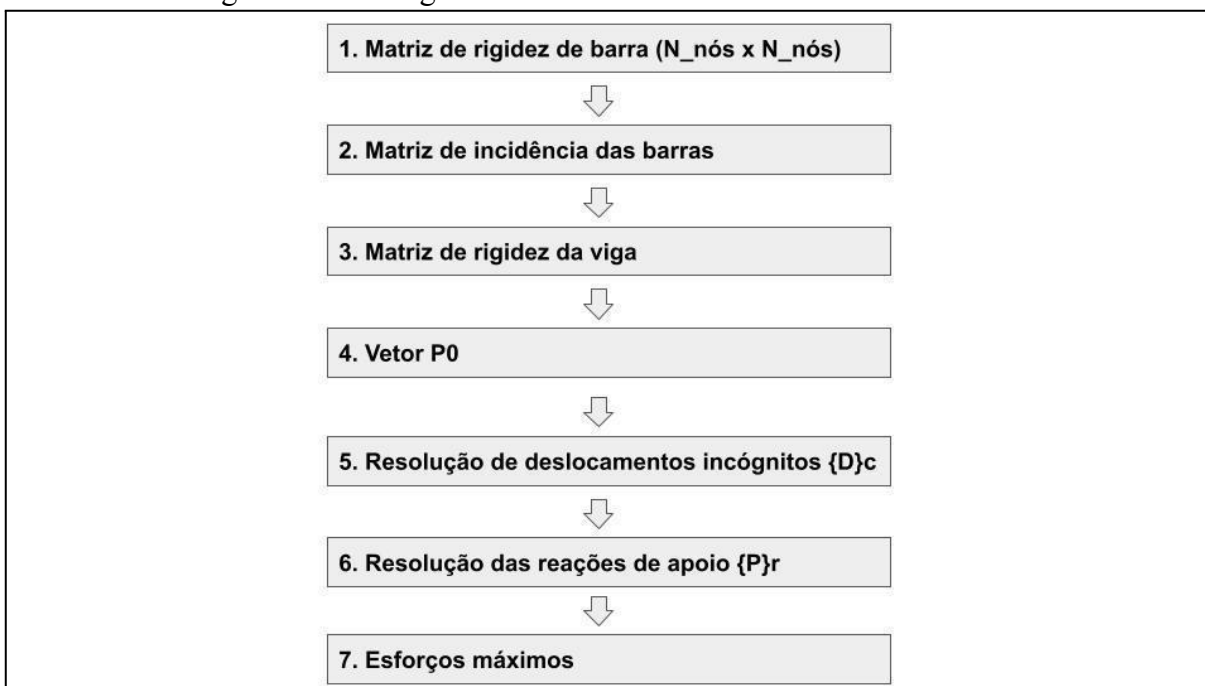


Fonte – Autoria própria

O grau de liberdade acerca do movimento ao longo do eixo da barra foi omitido por não haver forças externas em situação durante a fase de montagem e também requerer menor processamento da máquina.

Considerando essa barra de viga com 4 graus de liberdade, dois rotacionais e dois translacionais, pode-se então calcular os esforços na vigota como viga utilizando as equações do MMD conforme fluxograma mostrado na Figura 12.

Figura 12 - Fluxograma do método matricial dos deslocamentos



Fonte – Autoria própria

5.3.1. Matriz de rigidez de barra

Conforme apresentado na Figura 11 dos graus de liberdade, a matriz de rigidez de barra pode ser obtida conforme a Equação 27 seguir.

$$k = \frac{EI}{L^3} [12 \ 6L \ -12 \ 6L \ 6L \ 4L^2 \ -6L \ 2L^2 \ -12 \ -6L \ 12 \ -6L \ 6L \ 2L^2 \ -6L \ 4L^2] \quad (\text{Eq. 27})$$

onde:

L é o comprimento de uma barra de viga;

E é o módulo de elasticidade à flexão de uma barra de viga;

I é o momento de inércia à flexão de uma barra de viga.

5.3.2. Matriz de incidência de barra

A matriz de incidência de cada uma das barras é uma matriz formada por zeros e uns que faz a correspondência entre as extremidades de cada barra com as coordenadas dos nós da estrutura. Essa matriz possui uma dimensão 4 linhas x 2*(número de nós) colunas, na qual cada elemento terá o valor 1 quando coincidir a extremidade da barra com o nó e valor 0 para os demais casos. Um esquema de formação da matriz de incidência de uma barra pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 - Esquema da matriz de incidência de barra

	nó 1					nó n		
a(m)=	1	0	0	0	...	0	0	extremidade 1 barra (m)
	0	1	0	0		0	0	extremidade 1 barra (m)
	0	0	0	0		1	0	extremidade 2 barra (m)
	0	0	0	0		0	1	extremidade 2 barra (m)

Fonte – Autoria própria

5.3.3. Matriz de rigidez da estrutura

Com as matrizes de rigidez de barra e matriz de incidência, pode-se obter a matriz de rigidez da estrutura, que pode ser calculada pela soma conveniente dos produtos matriciais da transposta da matriz de incidência pela matriz de rigidez da barra seguida da própria matriz de incidência dessa barra, conforme a Equação 28.

$$K = \sum_{i=1}^n [a]_{(i)}^t \cdot [k]_{(i)} \cdot [a]_{(i)} \quad (\text{Eq. 28})$$

onde:

K é a matriz de rigidez da estrutura;

$[a]$ é a matriz de incidência de uma barra i ;

$[a]_{(i)}^t$ é a matriz transposta de incidência de uma barra i ;

$[k]_{(i)}$ é a matriz de rigidez de uma barra i ;

5.3.4. Vetor P0

O vetor P0 é o vetor dos carregamentos nos nós resultantes do carregamento distribuído ao longo das barras. Como no problema das vigotas se tem apenas um carregamento distribuído linearmente a partir das combinações de construção, é mister o cálculo desse vetor. O vetor P0 possui dimensões 2 * (Número de nós) linhas x 1 colunas, conforme a Figura 14.

Figura 14 - Esquema da matriz P0 de cargas

$$P0 = \begin{bmatrix} qL/2 \\ qL^3/12 \\ \vdots \\ qL/2 \\ -qL^3/12 \end{bmatrix}$$

Fonte – Autoria própria

5.3.5. Resolução de deslocamentos incógnitos

Com a matriz de rigidez da estrutura calculada e o vetor da resultante no nós dos carregamentos distribuídos ao longo das barras $\{P0\}$, pode-se então montar a equação do método matricial dos deslocamentos, conforme a Equação 29.

$$\{P\} = [K]\{D\} + \{P0\} \text{ (Eq 29)}$$

onde:

$\{P\}$ é o vetor de esforços nos nós da estrutura;

$\{D\}$ é o vetor de de deslocamentos nos nós da estrutura.

Vale destacar que o vetor $\{P\}$ é o vetor dos esforços verticais e de momento fletor em cada nó e o vetor $\{D\}$ é o vetor dos deslocamentos de translação e rotação de cada nó, na qual ambos possuem uma dimensão $2 * \text{número de nós linhas} \times 1 \text{ coluna}$.

O vetor $\{P\}$ dos esforços assume um valor incógnito quando possui um esforço desconhecido (quando possui um apoio travando o nó em determinada coordenada) ou nulo quando o nó é livre na determinada coordenada. No caso da vigota, todos os nós foram considerados apoiados, situação esta que todas as coordenadas de índice ímpar são incógnitas, pois os índices ímpares representam as reações verticais dos nós apoiados, e todas as coordenadas de índice par são nulas, pois as linhas de escora não oferecem travamento à rotação, conforme a Figura 15.

Figura 15 - Esquema do vetor de esforços nos nós $\{P\}$

$$P = \begin{bmatrix} P1 \\ 0 \\ \vdots \\ Pn-1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fonte – Autoria própria

O vetor $\{D\}$ dos deslocamentos assume um valor incógnito quando possui uma rotação ou translação desconhecida, nas situações na qual está livre nessa direção, ou nulo quando o nó é travado nessa coordenada e não pode se deslocar. Como todos os nós foram considerados apoiados, situação esta que todas as coordenadas de índice par são incógnitas, pois os índices pares representam as direções dos nós travados apoiados, e todas as coordenadas de índice ímpares são nulas, pois as linhas de escora oferecem travamento à translação, conforme Figura 16.

Figura 16 - Vetor de esforços nos nós $\{D\}$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ D_2 \\ \vdots \\ 0 \\ D_n \end{bmatrix}$$

Fonte – Autoria própria

Os deslocamentos incógnitos do vetor $\{D\}$ apresentado são justamente os deslocamentos disponíveis para resolução a partir da equação geral do método matricial dos deslocamentos. Separando apenas os índices pares desse vetor $\{D\}$, pode-se tratar a equação geral apenas com os índices pares e obter esses deslocamentos incógnitos conforme a Equação 30.

$$\{D\}_c = [K]_{cc}^{-1}(\{P\}_c - \{P0\}_c) \text{ (Eq 30)}$$

onde:

$\{D\}_c$ é o vetor de deslocamentos particionado com os índices pares;

$[K]_{cc}^{-1}$ é a inversa da matriz da estrutura particionada com índices pares;

$\{P\}_c$ é o vetor das cargas nos nós da estrutura particionada com os índices pares;

$\{P0\}_c$ é o vetor da resultante nos nós da carga aplicada ao longo das barras particionada com os índices pares.

5.3.6. Resolução das reações de apoio

Com os deslocamentos incógnitos obtidos, pode-se fazer a resolução das reações de apoio, utilizando a Equação 31.

$$\{P\}_r = [K]_{rc}\{D\}_c + \{P0\}_r \text{ (Eq. 31)}$$

onde:

$\{P\}_r$ é o vetor das cargas nos nós da estrutura particionada com os índices ímpares;

$[K]_{rc}$ é a matriz da estrutura particionada com as colunas pares e as linhas ímpares.

Para a obtenção das matrizes e vetores da Equação 31, foram preservados os índices ímpares das linhas referentes ao cálculo dos esforços incógnitos das reações em cada uma das linhas dos vetores $\{P\}$, $\{D\}$ e da matriz $[K]_{rc}$, ao passo que como os deslocamentos referentes às colunas ímpares são multiplicadas pelos deslocamentos nulos (travados na direção vertical), as colunas de índice ímpar são suprimidas da matriz de rigidez da estrutura particionada $[K]_{rc}$.

5.3.7. Esforços máximos e mínimos

A partir da obtenção dos esforços atuantes nos nós, é possível obter os esforços a nível de extremidade de barra, a partir da compatibilidade de deslocamentos entre os nós da estrutura e as extremidades das barras. Para obtenção desses esforços, utiliza-se a Equação 32, cuja dimensão do vetor $\{p\}_{(i)}$ é 4 linhas x 1 coluna, na qual os dois primeiros índices

correspondem ao esforço vertical e momento fletor no nó da extremidade esquerda, respectivamente e para os índices 3 e 4 o esforço vertical e momento fletor do nó da extremidade direita da barra.

$$\{p\}_{(i)} = [k]_{(i)}[a]_{(i)}\{D\} \text{ (Eq. 32)}$$

onde:

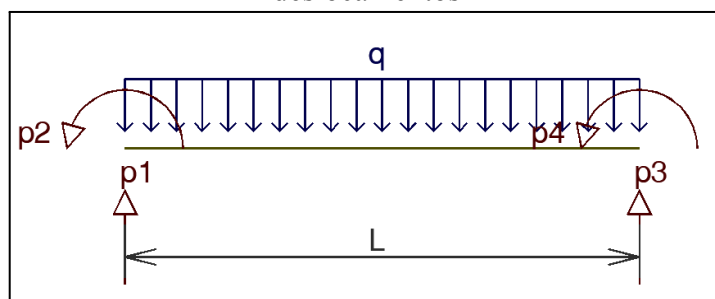
$\{p\}_{(i)}$ é o vetor das cargas nos nós da extremidade de uma barra i ;

Para a correta correspondência dos sinais dos esforços de extremidade de barra com os esforços utilizados na análise de estruturas, é necessário fazer a troca de sinal dos esforços, dado que a convenção de sinal do método dos deslocamentos não corresponde à convenção de sinal da análise de estruturas, conforme observado nas Figuras 17 e 18. Troca-se o sinal dos esforços com índice 2 (momento fletor anti horário) pois na convenção de esforços esse momento na extremidade esquerda traciona as fibras superiores como também os esforços de índice 3 (esforço vertical para cima) pois na convenção de sinal esse esforço vertical para cima na extremidade direita representa um esforço cortante negativo, conforme as Equações 33 e 34.

$$p_2 = - p_2 \text{ (Eq. 33)}$$

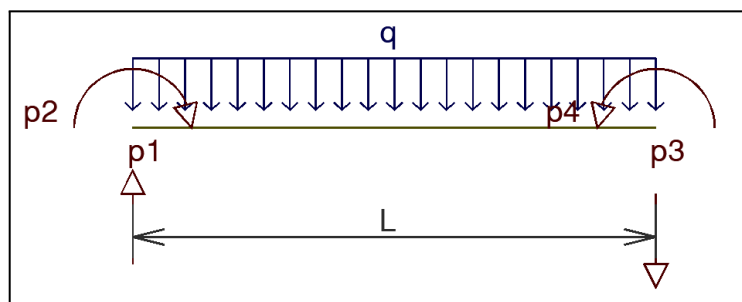
$$p_3 = - p_3 \text{ (Eq. 34)}$$

Figura 17 - Barra com esforços positivos de acordo com a convenção de sinais do método dos deslocamentos



Fonte – Autoria própria

Figura 18 - Barra com esforços positivos de acordo com a convenção de sinais da análise de estruturas



Fonte – Autoria própria

Com os esforços atuantes nas extremidades da barra, devido a todas as barras possuírem um mesmo carregamento distribuído, pode-se utilizar das equações do equilíbrio de uma viga submetida a um carregamento uniformemente distribuído para se obter a função momento em função da distância x do apoio da extremidade direita até um ponto qualquer, conforme a Equação 35.

$$M(x) = \frac{-qx^2}{2} + p_1x + p_2 \text{ (Eq. 35)}$$

onde:

$M(x)$ é a função momento na posição x em relação à extremidade esquerda da barra;

q é a carga distribuída ao longo da barra;

x é a distância entre a extremidade esquerda de uma barra e a posição estudada;

p_1 é o esforço vertical na extremidade esquerda da barra;

p_2 é o momento fletor atuante na extremidade esquerda da barra.

Utilizando da derivação da função momento em função de x para encontrar a posição onde a função momento atinge valores críticos (valor máximo ou mínimo) resulta-se na Equação 36.

$$x = \frac{p_1}{q} \text{ (Eq. 36)}$$

Substituindo os valores de x encontrados na Equação 36 na Equação 35 de função momento anterior, obtêm-se o valor crítico da função momento fletor em uma barra.

Conhecendo a distribuição de momento em uma barra com apoios igualmente espaçados e com mesma carga distribuída uniformemente ao longo de toda a viga, sabe-se que os

momentos nas extremidades são negativos e esse momento crítico encontrado será um momento positivo ou negativo, dependendo da distância entre os apoios.

Portanto, o momento fletor de dimensionamento será o maior valor absoluto entre os valores das extremidades (negativos) e o valor crítico obtido anteriormente, conforme a Equação 37.

$$M_{sdim} = \max\{M(\frac{p_1}{q}), p_2, p_4\} \text{ (Eq. 37)}$$

onde:

M_{sdim} é o momento fletor de dimensionamento da barra estudada.

Para o cálculo do esforço cortante máximo basta observar as reações de apoio em cada trecho de barra de vigota, que se obterá os cortantes de valores extremos, independentemente do sinal, para essa barra. Dessa forma, utiliza-se o cortante de dimensionamento conforme a Equação 38.

$$V_{sdim} = \max\{|p_1|, |p_3|\} \text{ (Eq. 38)}$$

onde:

V_{sdim} é o cortante solicitante de dimensionamento da barra estudada.

Com esses valores máximos em cada barra, pode-se então fazer a verificação barra por barra, do atendimento aos esforços resistentes. Caso a verificação não seja cumprida, um novo apoio adicionar-se-á para dividir o vão em quantos trechos se fizerem iguais e uma nova análise será feita com uma nova verificação até que essa verificação final esteja satisfeita, conforme algoritmo apresentado na Figura 12.

Com todas as verificações satisfeitas, o algoritmo é encerrado e a distância entre linhas de escoras serve como dado de entrada para o algoritmo de desenho das linhas de escora no ambiente Revit.

5.4. UTILIZAÇÃO DO DYNAMO PARA DESENHO DAS LINHAS DE ESCORA

Para o cálculo do espaçamento das linhas de escoras com base nos ensaios de autoportância, utilizou-se algoritmos no Dynamo para cálculo do momento resistente negativo das vigotas, cortante resistente máximo, cortante limite para ruptura de solda e flecha máxima. Para a análise estrutural, utilizou-se um algoritmo em Python devido à facilidade dessa linguagem para trabalhar com operações com matrizes e pela interoperabilidade com a linguagem Dynamo.

Os dados de entrada relativos à armadura, f_{ck} do concreto da vigota, altura de capa e todas as informações que não puderam ser extraídas do modelo do projeto estrutural usualmente exportado pelos principais softwares de cálculo estrutural foram inseridos no ambiente Dynamo, através de nós de entrada.

A partir dos dados iniciais, pode se fazer o cálculo dos esforços resistentes da vigota, a partir das Equações 4 e 8 citadas anteriormente, além do limite do deslocamento excessivo conforme a Equação 10 e do esforço necessário para ruptura da solda conforme a Equação 9, com um nó de código, conforme a Figura 19.

Figura 19 - Nó de código (Code Block) com cálculo dos esforços resistentes da vigota (cortante e momento fletor), deslocamento limite e ruptura de solda

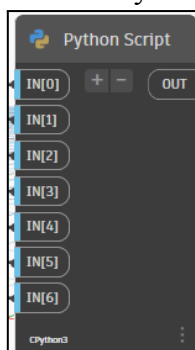
```

1 alturatrelca=String.ToNumber(String.Remove(trelca, 0, 2));
2 //0.dados iniciais
3 //vão da laje
4 l;
5
6 //rigidez
7 EI;
8
9 //1. momento resistente máximo (Nm)
10 coeflambagemM = trelca=="TR08" ? 0.65 : trelca=="TR12" ? 0.74 : trelca=="TR16" ? 0.85 : trelca=="TR20" ? 0.95;
11 lefetivoM = coeflambagemM*passo;
12 iba = Math.PI*Math.Pow(banzosup/1000,4)/64;
13 Mrea = Math.Pow(Math.PI,2)*2100000000/1.15*iba/Math.Pow(lefetivoM,2)*alturatrelca/100;
14
15 //2. cortante resistente máximo (N)
16 coeflambagemV = trelca=="TR08" ? 0.61 : trelca=="TR12" ? 0.61 : trelca=="TR16" ? 0.61 : trelca=="TR20" ? 0.61;
17 ldiagonal=Math.Sqrt(Math.Pow(alturatrelca,2)+Math.Pow(abertura/2,2)+Math.Pow(passo/2,2));
18 lefetivoV = coeflambagemV*ldiagonal/100;
19 id = Math.PI*Math.Pow(banzodiagonal/1000,4)/64;
20 Vrea = 2*Math.Pow(Math.PI,2)*2100000000/1.15*id/Math.Pow(lefetivoV,3)*alturatrelca/100;
21
22 //3. flecha máxima (m)
23 //na fase transitória, recomenda-se deslocamento máximo da vigota < L/500
24 coeficienteInercia = trelca=="TR08" ? 0.99 : trelca=="TR12" ? 0.75 : trelca=="TR16" ? 0.75 : trelca=="TR20" ? 0.75;
25 flechamax=L/500*coeficienteInercia;
26
27
28 //4. ruptura da solda (N)
29
30 // a verificação da ruptura de solda se encontra na norma
31 // geralmente a trelca já deve ter essa verificação cumprida
32 // fórmula professor arthur lenz (*VER ARTIGO*)
33
34 Vsolda=15*800000000*Math.PI*Math.Pow((banzosup/1000),2)*alturatrelca/100/(4*passo);
35
36 // fórmula NBR 14859-3/2017
37
38 Vsolda2=0.25*800*Math.Pow((banzosup),2);
  
```

Fonte – Autoria própria

Com os esforços resistentes no ambiente Dynamo, esses dados de entrada seguem para um nó de Python, conforme a Figura 20. Esse nó permite que códigos nessa linguagem sejam carregados para dentro do ambiente Dynamo, permitindo o trabalho com operações mais complexas entre matrizes.

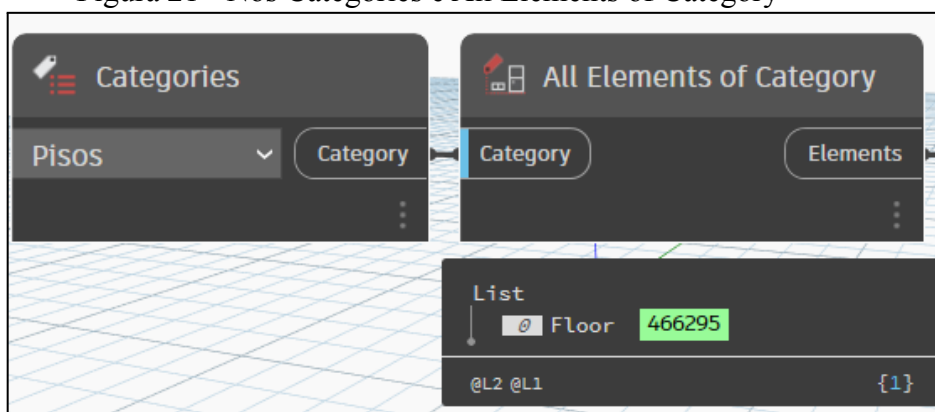
Figura 20 - Nó Python Script



Fonte – Autoria própria

Os primeiros nós são o “Categories”, que permite a escolha de uma categoria dentre as várias do Revit, e o “All elements of category”, que seleciona todos os elementos dessa categoria presentes no projeto, conforme a Figura 21. Essa função permite que sejam obtidas todas as instâncias de uma determinada categoria. Como o projeto de escoramento será modelado de acordo com o projeto estrutural, todos os pisos do Revit serão lajes e esse nó selecionará todas as lajes presentes no projeto, independente do tipo de laje.

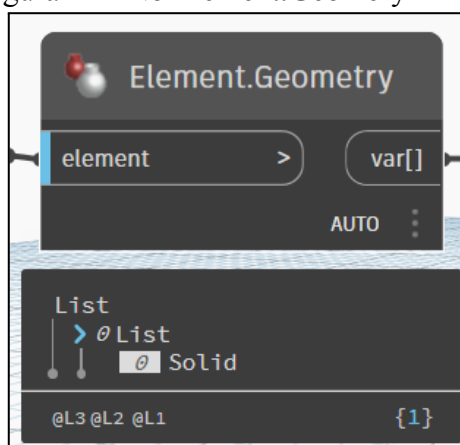
Figura 21 - Nós Categories e All Elements of Category



Fonte – Autoria própria

Conectada a saída do nó “All Elements of Category”, o nó “Element.Geometry” é conectado, para se obter uma lista contendo todas as geometrias (no caso das lajes, um volume sólido) de todas esses elementos de laje, conforme a Figura 22.

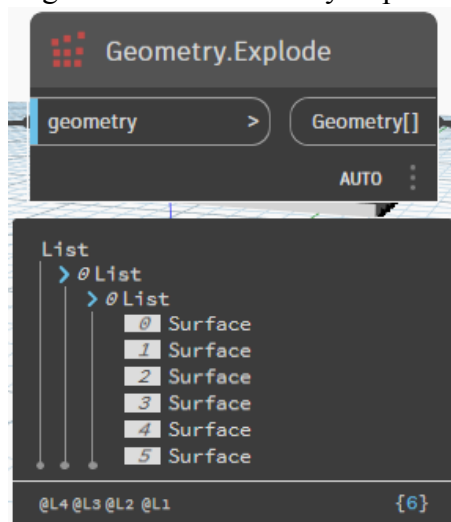
Figura 22 - Nó Element.Geometry



Fonte – Autoria própria

Após a obtenção de todas as geometrias das lajes, necessita-se de uma conversão desses volumes em planos utilizando nó “Geometry.Explode”, conforme a Figura 23, que possui como entrada a lista de sólidos e possui como saída a lista de superfícies de cada laje, que são 06 devido à geometria de um paralelepípedo reto ser de seis faces.

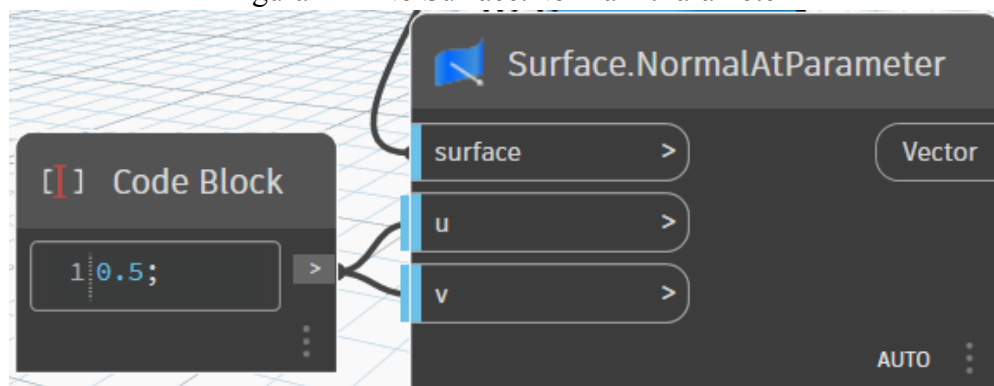
Figura 23 - Nó Geometry.Explode



Fonte – Autoria própria

Após a obtenção das superfícies das lajes, é preciso isolar a superfície inferior da laje onde serão assentadas as linhas de escoramento com o auxílio do nó “Surface.NormalAtParameter”, cuja entrada é justamente a lista de superfícies obtidas, juntamente com os parâmetros relativos u e v, dados neste exemplo para retornar um vetor central à superfície retornar o vetor normal a esse plano, conforme a Figura 24.

Figura 24 - Nó Surface.NormalAtParameter

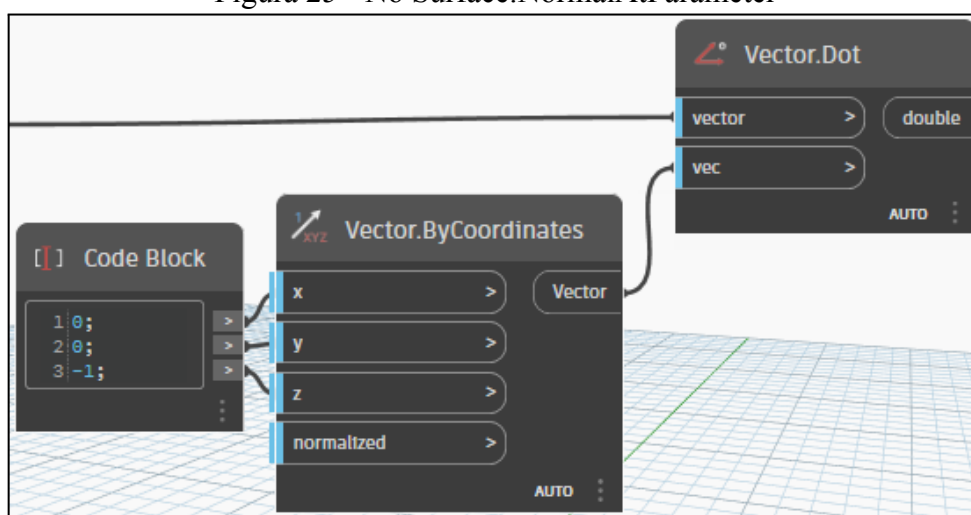


Fonte – Autoria própria

Com a lista de todos os vetores normais às superfícies de todas as lajes, foi feito o cálculo do produto interno dos vetores normais às superfícies das lajes utilizando o nó `Vector.dot` com o vetor de coordenadas x, y e z de $0, 0, -1$, criado com o nó `Vector.ByCoordinates`, conforme a Figura 25.

O vetor criado para se calcular o produto interno com os normais às superfícies das lajes é um vetor canônico de direção Z e sentido para baixo. Com isso, o produto interno retornará igual ao número 1 quando a superfície tiver direção e sentido exatamente igual a esse vetor, que é o caso da superfície inferior das lajes, onde serão assentadas as linhas de escoras.

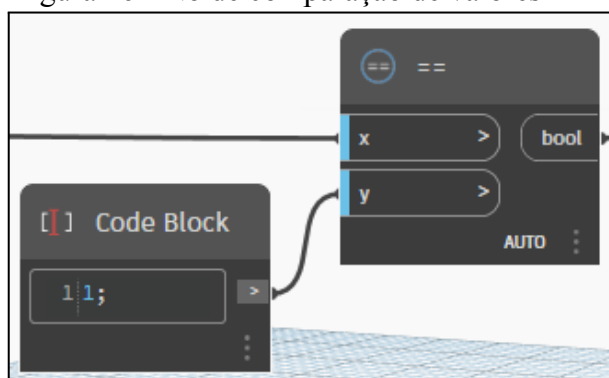
Figura 25 - Nó `Surface.NormalAtParameter`



Fonte – Autoria própria

Após o cálculo do produto interno, utilizou-se o nó de comparação de valores iguais “==”, conforme a Figura 26, para comparar os resultados do produto interno dos vetores normais às superfícies das lajes com o vetor canônico Z de sentido negativo. Caso a comparação seja satisfeita, o nó retornará no mesmo índice da lista o valor booleano “True”, caso contrário, retornará “False”.

Figura 26 - Nó de comparação de valores “==”

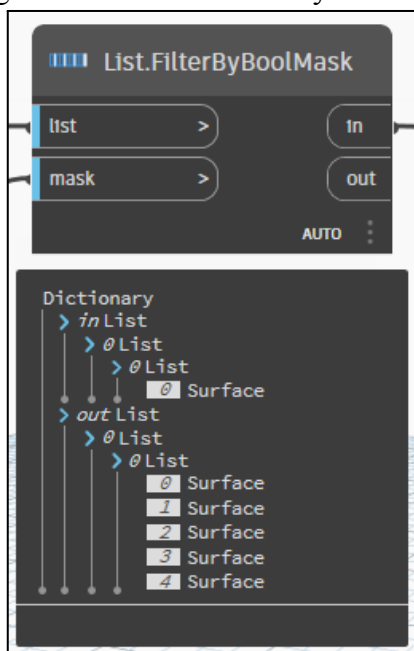


Fonte – Autoria própria

Com o resultado dessa comparação, a lista booleana contendo os valores “True” para as superfícies inferiores das lajes e “False” para as demais é dado de entrada para o nó “List.ByFilterByBoolMask” conforme a Figura 27, na qual a lista booleana é utilizada com máscara para filtrar os valores da lista de superfícies na lista “in” para os índices “True” e “False” para os demais na lista “out”.

Na Figura 27, existe uma lista “in” contendo a única superfície inferior da única laje no exemplo em questão e as cinco superfícies remanescentes na lista “out”.

Figura 27 - Nó List.FilterByBoolMask

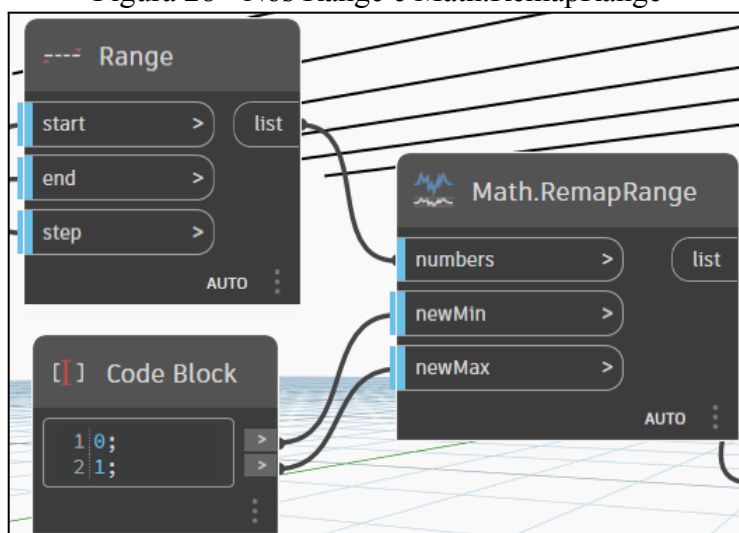


Fonte – Autoria própria

Com o comprimento da laje na direção principal, as linhas de escoramento estarão mapeadas nas posições entre zero e o comprimento da laje nessa direção, espaçadas a cada valor calculado com base nos ensaios de autoportância de Sartori (2013, 2016); são os dados de entrada para o nó “Range”, conforme a Figura 28, que retornará uma lista com uma sequência de zero ao comprimento da laje, igualmente espaçadas pelo valor do calculado do espaçamento, contendo todas as posições das linhas de escoramento.

No entanto, para o Dynamo gerar isolinhas ao longo de sua superfície, essa sequência deverá ser remapeada para os novos valores mínimo 0 e máximo 1 com o nó “Math.RemapRange”, conforme a Figura 28, que retornará a lista com a sequência de 0 a 1 mantendo a proporção das posições dada na lista anterior.

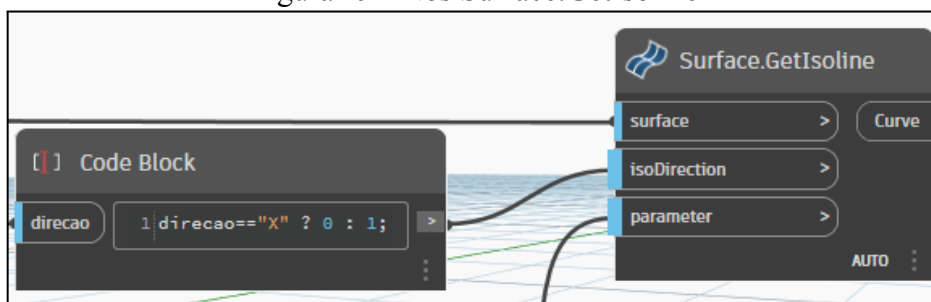
Figura 28 - Nós Range e Math.RemapRange



Fonte – Autoria própria

Com as posições relativas das linhas de escoramento, é possível enfim fazer o desenho das linhas de escoramento com o nó “Surface.GetIsoline” conforme a Figura 29. A entrada das posições no nó é o dado de entrada na caixa “parameter”, a direção das linhas de escoramento, perpendicular às vigotas, entra na caixa “isoDirection” na qual tem o valor de 0 para a direção x e 1 para a direção y e na caixa “surface” tem-se a introdução das próprias superfícies inferiores das lajes obtidas anteriormente.

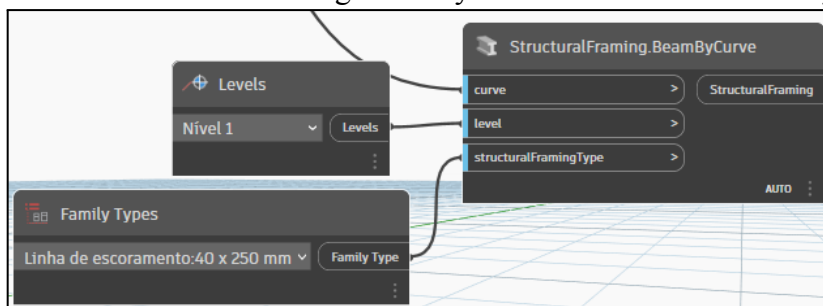
Figura 29 - Nós Surface.GetIsoline



Fonte – Autoria própria

Com isso, para o desenho das linhas de escoramento ao longo das curvas obtidas utiliza-se o nó “StructuralFraming.BeamByCurve” conforme a Figura 30. As entradas desse nó são as próprias curvas, o nível relativo das lajes e tipo de família de linha de escoramento que na figura 30 está a tábua de madeira Pinus.

Figura 30 - Nó StructuralFraming.BeamByCurve e nós Levels e Family Types

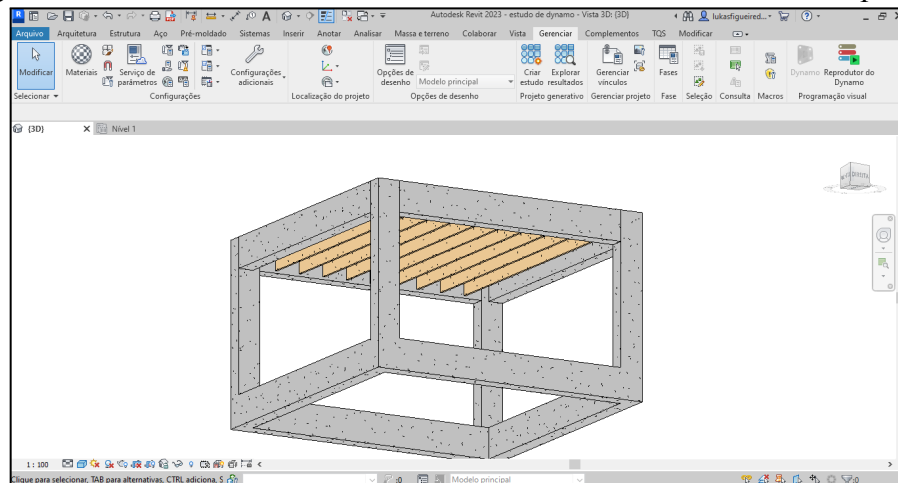


Fonte – Autoria própria

6. RESULTADOS

Uma vez executada a rotina, as linhas de escoramento podem ser modeladas e visíveis ao fundo da laje pré fabricada, conforme exemplo da vista 3D no ambiente Revit na Figura 31.

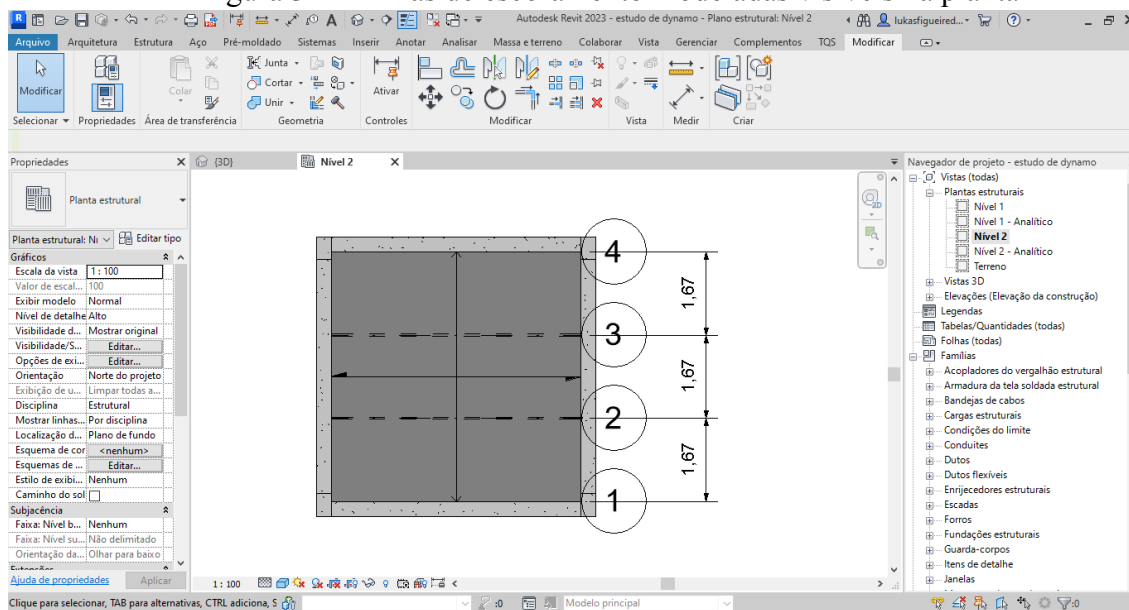
Figura 31 - Linhas de escoramento modeladas visíveis na vista 3D do projeto



Fonte – Autoria própria

As linhas de escora modeladas podem ser utilizadas para também um detalhamento, com desenho de eixos e as respectivas cotas entre as vigas e as linhas de escoras, conforme a Figura 32.

Figura 32 - Linhas de escoramento modeladas visíveis na planta



Fonte – Autoria própria

Os resultados do espaçamento entre as linhas de escora podem ser evidenciados comparativamente com estudo entre duas treliças distintas, para uma mesma laje sob uma mesma combinação de ações.

Dessa forma, a laje estudada, dados dos materiais e comuns a ambas as vigotas, para efeito comparativo, possuem as seguintes características:

- Dimensões: 6m x 6m;
- Tipo de enchimento: EPS;
- altura da capa: 5cm
- f_{ck} de capa = 25 MPa;
- largura da vigota: 13cm
- largura do enchimento: 36cm;
- Intereixo: 0,49m;
- material do agregado graúdo: granito;
- cobrimento nominal: 3 cm;
- abertura horizontal da treliça: 10cm
- distância entre dois nós eletrosoldados consecutivos: 20cm

Tomando as treliças de altura 12 e 16 para essas características, as ações permanentes e variáveis, distribuídas ao longo de cada vigota, são as seguintes:

- Ação permanente (para TR12): 1,09 kN/m
- Ação permanente (para TR16): 1,25 kN/m
- Ação variável (para ambas as lajes): 0,98 kN/m

Com a numeração preconizada pela NBR 14.859-1:2016, começando pelas iniciais “TR” e seguindo pela altura em centímetros e os diâmetros nominais dos banzos superior, diagonal e inferior, em milímetros, respectivamente, tem-se os seguintes valores:

- Treliça de altura 12: TR 12645
 - Altura: 12cm
 - Diâmetro do banzo superior: 6,0 mm
 - Diâmetro da diagonal: 4,2 mm
 - Diâmetro do banzo inferior: 5,0 mm
- Treliça de altura 16: TR 16745

- Altura: 16cm
- Diâmetro do banzo superior: 7,0 mm
- Diâmetro da diagonal: 4,2 mm
- Diâmetro do banzo inferior: 5,0 mm

6.1. RESULTADOS TR12

Com a treliça TR 12645, tem-se os seguintes resultados para as combinações atuantes e os esforços resistentes:

- Combinação ELU: 2,59 kN/m
- Combinação ELS: 1,58 kN/m
- Momento fletor positivo resistente: 0,63 kNm
- Cortante resistente: 16,04 kN
- Cortante de ruptura da solda resistente: 152.681,40 kN
- Rigidez à flexão real: 152.648,34 kNm²
- Flecha máxima: 13 mm

Com as iterações do algoritmo apresentado na figura 10, tem-se os resultados e cada iteração conforme a Tabela 04:

Tabela 4 - Resultados da TR 12645

N	Ne	L	Ma	Mr	Va	Vr	Vr,solda	f	fmax	Verificação
1	0	6,00	11,66	0,63	7,77	16,04	152.681,40	0,17	13	Ma>Mr
2	1	3,00	1,63	0,63	4,86	16,04	152.681,40	$1,10 \times 10^{-5}$	13	Ma>Mr
3	2	2,00	0,83	0,63	3,11	16,04	152.681,40	$2,16 \times 10^{-6}$	13	Ma>Mr
4	3	1,50	0,45	0,63	2,36	16,04	152.681,40	$6,82 \times 10^{-7}$	13	OK

Fonte - Autoria própria

onde:

N é o número da iteração realizada pelo algoritmo;

Ne é o número de linhas de escora em análise;

L é o vão estudado, entre duas escoras consecutivas ou o próprio comprimento da laje, em metros;

M_a é o momento positivo atuante na vigota máximo, em kNm;

M_r é o momento resistente, devido à flambagem do banzo superior em kNm;

V_a é o cortante atuante máximo, em kN;

V_r é o cortante resistente, devido à flambagem da diagonal comprimida, em kN;

$V_{r, solda}$ é o cortante resistente, devido ao rompimento da solda, segundo a NBR 14.859-3:2017, em kN;

f é a flecha elástica máxima em milímetros;

f_{max} é a flecha máxima admissível segundo a NBR 15.696:2017, em milímetros.

6.2. RESULTADOS TR16

Com a treliça TR 16745, tem-se os seguintes resultados para as combinações atuantes e os esforços resistentes:

- Combinação ELU: 2,80 kN/m
- Combinação ELS: 1,74 kN/m
- Momento fletor positivo resistente: 1,07 kNm
- Cortante resistente: 9,02 kN
- Cortante de ruptura da solda resistente: 277.088,47 kN
- Rigidez à flexão real: 149.363,66 kNm²
- Flecha máxima: 13 mm

Com as iterações do algoritmo apresentado na figura 10, tem-se os resultados e cada iteração conforme a Tabela 05:

Tabela 5 - Resultados da TR 16745

N	Ne	L	M_a	M_r	V_a	V_r	$V_{r,solda}$	f	f_{max}	Verificação
1	0	6,00	12,60	1,07	8,40	9,02	277.088,47	0,20	13	$M_a > M_r$
2	1	3,00	1,77	1,07	5,25	9,02	277.088,47	$1,23 \times 10^{-5}$	13	$M_a > M_r$
3	2	2,00	0,90	1,07	3,36	9,02	277.088,47	$2,43 \times 10^{-6}$	13	OK

Fonte - Autoria própria

6.3. DISCUSSÕES

Comparando-se resultados de duas treliças escolhidas (TR12 e TR16), pode-se notar que para um mesmo vão, o aumento da altura e dos diâmetros das barras utilizadas para confecção das armaduras das vigotas fez com que se precisasse de menos apoios e consequentemente maior espaçamento entre as linhas de escoramento.

As vantagens do método são a agilidade e precisão na obtenção do espaçamento entre as linhas de escora, bem como auxiliar no desenvolvimento de projeto de escoramento com o desenho automático das linhas de escora no ambiente Revit.

Uma das desvantagens do algoritmo apresentado é, num contexto de ainda baixa adesão à metodologia BIM, requerer o uso da modelagem das lajes feita em plataforma BIM, além de um profissional especializado para a configuração do programa e correta introdução dos dados.

7. CONCLUSÃO

O projeto de escoramento é uma etapa fundamental para garantir a segurança e economia, pois usualmente esse projeto ainda carece de estudos e visibilidade por conta dos projetistas e podem levar super dimensionamentos, onerando a estrutura provisória desse sistema.

Os resultados dos estudos de Sartorti (2013, 2016) empregados para o cálculo do espaçamento de linhas de escora para laje treliçada, utilizando a ferramenta Dynamo, conforme visto no presente trabalho, podem ser utilizadas para o cálculo e desenho de um projeto de escoramento, garantindo uma boa eficiência e produtividade para a sua elaboração.

Uma sugestão para trabalhos futuros é do aprofundamento de ensaios comparativos entre deformações teóricas e reais de vigotas do tipo volterrana, expandindo a abordagem do programa e as aplicações do algoritmo.

Também poderiam ser incluídas em uma aplicação futura a inclusão da opção de armaduras inferiores adicionais, comumente utilizadas para situações que exigem reforço da vigota durante o seu dimensionamento. Essa inclusão seria interessante, pois traria uma dimensão mais realista das deformações elásticas durante a fase de construção.

Além disso, outra melhoria seria a possibilidade de reconhecimento de lajes treliçadas pelo algoritmo desenvolvido no Dynamo, com a utilização de parâmetros nos pisos ou alguma outra ferramenta para essa seleção, para o caso de projetos estruturais com mais de um tipo de laje a ser utilizada, pois essa ainda é uma desvantagem do algoritmo desenvolvido que seleciona todos os tipos de laje, sem distinção.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1**: Lajes pré-fabricadas de concreto Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis - Requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1**: Laje pré-fabricada - Requisitos Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-2**: Lajes pré-fabricadas de concreto Parte 2: Elementos inertes para enchimento e fôrma - Requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-2**: Lajes pré-fabricadas de concreto Parte 3: Armadura treliçadas eletrossoldadas para lajes pré-fabricadas - Requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.

MAREK, Carla Fernanda. **Patologias em Estruturas de Concreto Armado com ênfase na Qualidade na Execução**. 2005. 72f. Monografia - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2005.

SACKS, Rafael, et al. **Manual de BIM: um guia de modelagem da informação da construção para arquitetos, engenheiros, gerentes, construtores e incorporadores**. 3º ed. Porto Alegre: Bookman, 2021.

STORCH, I. S. et al. Análise da fase de montagem de lajes treliçadas. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, [s. l.], ano 2013, v. 6, n. 4, p. 623-660, 27 ago. 2013. DOI 10.1590/S1983-41952013000400008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/riem/a/mDjWXDJWWfR9knJW4JSDs8Q/?lang=pt>. Acesso em: 26 ago. 2022.

STORCH, I. S. et al. Self-supporting tests in lattice joists subject to negative bending. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, [s.l.]. 2017, v. 10, n. 06, p. 1366-1395. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952017000600011>. Acesso em: 22 ago. 2021

TORRES, Ana Paula Vedoato. **Contribuição Ao Dimensionamento De Lajes Treliçadas Em Concreto Pré-Fabricado**. Orientador: Armando Lopes Moreno Junior. 2018. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

SENA, Paulo César Peixoto de. **Automação de processos de projeto e programação em BIM: Dynamo, Python e C#**. Orientador: Anja Pratschke. 2019. 203 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, 2019.

