



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RAFFAEL ANDRADE LEOBINO

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DE SAPATAS: REVISÃO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E  
ESTUDOS SOBRE ESPAÇO DE SOLUÇÕES**

JOÃO PESSOA

2024

RAFFAEL ANDRADE LEOBINO

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DE SAPATAS: REVISÃO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E  
ESTUDOS SOBRE ESPAÇO DE SOLUÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Engenharia Civil do  
Centro de Tecnologia da Universidade Federal  
da Paraíba, como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Tavares da Silva

JOÃO PESSOA

2024

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

L576a Leobino, Raffael Andrade.

Análise paramétrica de sapatas: revisão de métodos clássicos e estudos sobre espaço de soluções / Raffael Andrade Leobino. - João Pessoa, 2024.  
74 f. : il.

Orientação: Felipe Tavares da Silva.  
TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Sapatas centradas. 2. Fundações. 3. Método dos Elementos Finitos. 4. Modelagem Paramétrica. 5. Grasshopper. 6. Simulações Computacionais. I. Silva, Felipe Tavares da. II. Título.

UFPB/BSCT

CDU 624(043.2)

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**RAFFAEL ANDRADE LEOBINO**

### **ANÁLISE PARAMÉTRICA DE SAPATAS: REVISÃO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E ESTUDOS SOBRE ESPAÇO DE SOLUÇÕES**

**Trabalho de Conclusão de Curso em 29/10/2024 perante a seguinte Comissão Julgadora:**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Felipe Tavares da Silva**

APROVADO

**Departamento de Arquitetura e Urbanismo  
CT/UFPB**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Hidelbrando Jose Farkat Diogenes**  
**Universidade Federal da Paraíba/ UFPB**

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Enildo Tales Ferreira**  
**Universidade Federal da Paraíba/ UFPB**

APROVADO

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho e toda a minha trajetória aos meus pais, Jacy Viana de Andrade Leobino e Rivaldo Leobino da Costa Silva, que me proporcionaram os valores e a educação essenciais para chegar até aqui. Sou profundamente grato por cada gesto de confiança e por todos os ensinamentos, sendo o principal deles a humildade.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder paciência e paz de espírito ao longo de todos esses anos de curso, independentemente dos obstáculos e desafios que surgiram, foi graças a Ele que me mantive firme e com forças para me levantar após cada entrave.

À minha família, agradeço por tudo. Foram incontáveis ensinamentos ao longo desta jornada, ensinamentos que moldaram meu ser e me permitiram viver o que estou vivendo hoje. Poder ver todos vocês trabalhando e se esforçando diariamente foi minha maior inspiração, a educação pelo exemplo, aos meus olhos, sempre irá superar a das palavras.

À minha mãe, Jacy, agradeço pelos seus conselhos e apoio em tantas decisões que tomei durante a vida, sem eles não teria base para correr atrás de tudo que aspiro, você é incrível. Ao meu pai, Rivaldo, agradeço a compreensão e confiança, sua resiliência foi uma das minhas maiores motivações. Raíssa, minha irmã, obrigado pela sua companhia e conversas. À minha tia Jeanne, agradeço por ter sido presente na minha vida e pelo apoio contínuo. Ao meu tio Janilton, obrigado pelas conversas motivadoras, você sempre foi uma grande inspiração, agradeço pelo seu apoio quando me mudei para João Pessoa pela primeira vez. Finalmente, aos meus avós Geraldo e Bernadete, agradeço muito pelo carinho e por todos os finais de semana que pude ter o prazer de compartilhar com vocês em Araçagi. A todos, muito obrigado, essa conquista é tanto minha quanto de todos vocês.

Aos meus colegas da faculdade, agradeço imensamente por cada momento, vocês foram fundamentais na obtenção deste diploma. Aos que saíram antes do fim do curso, Gabriel, João Victor e Marcos, fico feliz por terem participado deste percurso. Aos que permaneceram até hoje, Bruna, Caio, Cairo, Giuseppe, Pedro, Rebeca, Walberg, muito obrigado pela companhia, trabalhos em equipe e por todas as conversas e discussões ao longo dessa trajetória, essas memórias estão guardadas. Em especial, agradeço a Marcelo e a Rodrigo pela amizade, vocês me mostraram o que é, realmente, ter um amigo; e o poder que isso traz. Tive a oportunidade de dividir histórias e cooperar em inúmeros projetos. Espero manter esse convívio e respeito mesmo após o fim desta jornada, podem contar comigo. A todos, desejo sucesso e que possamos nos reencontrar no futuro.

Aos amigos que fiz antes da UFPB, em Guarabira e Araçagi, agradeço por todos os momentos, sou muito grato ao revê-los e perceber que o respeito ainda existe para ambas as partes, é sempre uma alegria relembrar o que foi vivido.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Felipe Tavares da Silva. Agradeço primeiramente por me auxiliar no desenvolvimento deste trabalho, todas as reuniões foram extremamente esclarecedoras e produtivas; ainda que tenha sido um período breve, foi de muito aprendizado. Em seguida gostaria de agradecer por ter me apresentado ao conceito do design paramétrico e ao poder da programação na transformação da profissão Engenheiro Civil. Graças a esse direcionamento, pude me aprofundar mais nessa área e descobrir essa vocação pessoal, a qual me permitiu inovar em todos os lugares que trabalhei até hoje, espero continuar nesse caminho e espero que o senhor inspire mais alunos no futuro.

Aos professores que tive durante a graduação, agradeço por todos os ensinamentos, não só os didáticos, mas também os princípios repassados. No último semestre do curso, tive a oportunidade de cursar a disciplina de modelagem da informação da construção com o Prof. Hidelbrando Diogenes, juntamente com dois colegas; o tema BIM associado a uma turma reduzida permitiu que tivéssemos ótimas discussões, tanto sobre o futuro da engenharia quanto na forma de se ensinar, agradeço por ter tido essa oportunidade única. Na volta às aulas presenciais após a pandemia, tive a oportunidade de cursar Análise I com o Prof. Ângelo Mendonça, a partir dessa disciplina desenvolvi um maior apreço pela área de estruturas, o que me inspirou a cursar a disciplina de Pontes em seguida, agradeço ao professor por ter me instigado e, também, por ter me convidado a assistir algumas aulas sobre o método dos elementos finitos juntamente com sua orientanda de PIBIC.

No eixo profissional, agradeço ao Eng. Murilo Filho, que concedeu minha primeira oportunidade de estágio na Secretária de Infraestrutura de Guarabira, levo seus conselhos até hoje. Pela CAGEPA, agradeço muito aos Engenheiros Kahlil Gibran e Iltônio Nitão pelas oportunidades e confiança crescente ao longo de cada mês na instituição, os aprendizados estão comigo. Finalmente, gostaria de demonstrar minha imensa gratidão ao meu local de estágio atual, este que me permite atuar no estudo e no design de estruturas, área que sempre aspirei, agradeço aos Engenheiros David MacKenzie e Paulo Rezende por essa oportunidade, há muita bondade em vocês dois, espero que a M&R Engenharia siga crescendo. Desejo sucesso a todos.

Enfim, é um momento de muita gratidão. Além de todos mencionados, queria agradecer a mim mesmo; por ter tido resiliência e paciência durante esse percurso. Agradeço pela humildade em reconhecer os erros e corrigi-los, agradeço sobretudo à vontade de seguir aproveitando o que a vida tem a oferecer. Agradeço por compreender que o valor de todas as coisas é fruto do esforço dedicado à sua conquista, e, sem dúvida, eu exerci um grande esforço.

*“The world needs more dreamers and doers, not  
just talkers.”*

- Jensen Huang

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise aprofundada sobre o dimensionamento de sapatas isoladas centradas, utilizando métodos clássicos e o Método dos Elementos Finitos (MEF) como base para simulações. A metodologia envolve a criação de um ambiente computacional paramétrico com o uso de ferramentas como Rhino, Grasshopper, e plugins especializados (Tetrino e FErret). A pesquisa compara os resultados de simulações geradas via MEF com os obtidos através de métodos clássicos, avaliando a coerência entre eles. Além disso, este trabalho apresenta uma revisão bibliográfica sobre fundações e os processos de cálculo de sapatas. O objetivo principal é verificar a acurácia dos métodos clássicos e explorar a utilização de simulações para gerar grandes volumes de dados que suportem análises estruturais mais complexas. O estudo conclui que a metodologia computacional pode ser uma ferramenta eficaz na prática da engenharia estrutural, permitindo avanços no desempenho e na precisão dos projetos de fundações.

**Palavras-chaves:** Sapatas centradas, Fundações, Método dos Elementos Finitos, Modelagem Paramétrica, Grasshopper, Simulações Computacionais.

## ABSTRACT

This work presents an in-depth analysis of the design of isolated footings, using classical methods and the Finite Element Method (FEM) as a basis for simulations. The methodology involves creating a parametric computational environment with tools like Rhino, Grasshopper, and specialized plugins (Tetrino and FERret). The research compares the results of FEM-generated simulations with those obtained through classical methods, evaluating their consistency. Additionally, this work includes a literature review on foundations and footing design processes. The main objective is to verify the accuracy of classical methods and explore the use of simulations to generate large data sets that support more complex structural analyses. The study concludes that the computational methodology can be an effective tool in structural engineering practice, enabling advances in performance and precision in foundation design.

**Keywords:** Footings, Foundations, Finite Element Method, Parametric Modeling, Grasshopper, Computational Simulations.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Exemplos de elementos de fundação. ....                                       | 21 |
| Figura 2 – Fundação Rasa X Fundação Profunda. ....                                       | 22 |
| Figura 3 – Sapata de fundação com armadura principal As. ....                            | 22 |
| Figura 4 – Bloco de fundação rasa ....                                                   | 23 |
| Figura 5 - Ângulo $\beta$ nos blocos de fundação rasa ....                               | 24 |
| Figura 6 – Dimensões da sapata. ....                                                     | 25 |
| Figura 7 – Dimensões da Sapata ....                                                      | 27 |
| Figura 8 – Dimensões da Sapata ....                                                      | 29 |
| Figura 9 – Referência do cálculo de armadura (Botelho).....                              | 30 |
| Figura 10 – Área de Cisalhamento da Sapata por Yopanan.....                              | 31 |
| Figura 11 – Divisão da carga na sapata ....                                              | 32 |
| Figura 12 – Distribuição da força axial na sapata ....                                   | 32 |
| Figura 13 – Dimensionamento de sapatas isoladas (Alonso).....                            | 34 |
| Figura 14 – Conceituação dos elementos finitos. ....                                     | 36 |
| Figura 15 – Malha de elementos finitos em uma região retangular com um furo central..... | 37 |
| Figura 16 – Tipos de Elementos Finitos.....                                              | 38 |
| Figura 17 – Tetraedro. ....                                                              | 39 |
| Figura 18 – Divisão da seção em partes ....                                              | 43 |
| Figura 19 – Distâncias dx e dy ....                                                      | 44 |
| Figura 20 – Diagrama de Tensões Típico.....                                              | 45 |
| Figura 21 – Exemplo de Algoritmo Grasshopper.....                                        | 46 |
| Figura 22 – Exemplo de geração de geometria 3D via Grasshopper. ....                     | 47 |
| Figura 23 – Interface do Grasshopper. ....                                               | 48 |
| Figura 24 – Exemplo de componentes de armazenamento de dados. ....                       | 49 |
| Figura 25 – Fluxo de dados no Grasshopper. ....                                          | 50 |

|                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 26 – Componente Script.....                                            | 51 |
| Figura 27 – Script em Python para dimensionamento das sapatas.....            | 52 |
| Figura 28 – Uso do “TriRemesh” e “Tetrahedralize” na geração de malhas .....  | 53 |
| Figura 29 – Requisitos para MEF via Plug-in FERret.....                       | 54 |
| Figura 30 – Tabela do espaço de soluções .....                                | 55 |
| Figura 31 – Script que verifica o erro do modelo Ansys.....                   | 56 |
| Figura 32 – Comparação FERret Ansys – Estresse Negativo (Mpa).....            | 57 |
| Figura 33 - Comparação FERret Ansys – Cisalhamento (Mpa).....                 | 57 |
| Figura 34 – Código completo do Grasshopper.....                               | 58 |
| Figura 35 – Relação entre carga e base da sapata.....                         | 59 |
| Figura 36 – Mapa de Calor de Correlação de Variáveis.....                     | 60 |
| Figura 37 – Conjunto 1 de Tração, Compressão e Cisalhamento .....             | 61 |
| Figura 38 - Conjunto 2 de Tração, Compressão e Cisalhamento .....             | 62 |
| Figura 39 - Conjunto 3 de Tração, Compressão e Cisalhamento .....             | 63 |
| Figura 40 – Mapa de Calor de Correlação de Tensões.....                       | 64 |
| Figura 41 – Influência da Carga do Pilar na Taxa Média de Armadura.....       | 65 |
| Figura 42 – Influência da Carga do Pilar na Dimensão da Base da Sapata.....   | 66 |
| Figura 43 - Influência da Carga do Pilar na Dimensão da Altura da Sapata..... | 66 |
| Figura 44 – Exemplo de Uso de Ábaco.....                                      | 67 |
| Figura 45 – Ábaco Filtrado.....                                               | 68 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Pressões básicas ( $\sigma_0$ ). .....                   | 27 |
| Tabela 2 – Exemplo de metodologia de comparação FERRET x Ansys..... | 58 |

## SUMÁRIO

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                 | <b>16</b> |
| 1.1      | JUSTIFICATIVA .....                                     | 18        |
| 1.2      | OBJETIVOS .....                                         | 19        |
| 1.2.1    | OBJETIVO GERAL .....                                    | 19        |
| 1.2.2    | OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....                             | 19        |
| 1.3      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....                           | 19        |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>                      | <b>20</b> |
| 2.1      | PROJETO/CÁLCULO DE SAPATAS .....                        | 20        |
| 2.1.1    | Introdução .....                                        | 20        |
| 2.1.2    | Definições .....                                        | 21        |
| 2.1.3    | Classificação Relativa à Rigidez .....                  | 24        |
| 2.1.4    | Método de Dimensionamento 1 – Botelho E Marchetti ..... | 25        |
| 2.1.5    | Método de Dimensionamento 2 – Yopanan .....             | 31        |
| 2.1.6    | Método de Dimensionamento 3 – Alonso .....              | 34        |
| 2.2      | MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....                      | 35        |
| 2.2.1    | Introdução .....                                        | 35        |
| 2.2.2    | Funcionamento do MEF .....                              | 36        |
| 2.2.3    | Elemento Finito Tridimensional - Tetraedro .....        | 39        |
| <b>3</b> | <b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>                        | <b>42</b> |
| 3.1      | ANÁLISE DE TENSÕES VIA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS .....  | 43        |
| 3.1.1    | Cálculo do Momento de Inércia .....                     | 43        |
| 3.1.2    | Cálculo das Tensões .....                               | 45        |
| 3.2      | MODELAGEM .....                                         | 46        |
| 3.2.1    | Rhino/Grasshopper .....                                 | 46        |
| 3.2.2    | Interface do Grasshopper .....                          | 48        |

|          |                                                               |           |
|----------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.2.3    | Componentes e Fluxo do Grasshopper                            | 49        |
| 3.2.4    | Dimensionamento das Sapatas                                   | 51        |
| 3.2.5    | Modelagem e Análise das Sapatas                               | 52        |
| 3.2.6    | Armazenamento dos Dados                                       | 55        |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS E ANÁLISES</b>                                  | <b>56</b> |
| 4.1      | COMPARAÇÃO FERRET E ANSYS                                     | 56        |
| 4.2      | COMPARAÇÃO FERRET E CÁLCULOS SIMPLIFICADOS                    | 58        |
| 4.2.1    | Análise 1: Ferret Vs Yopanan e Botelho                        | 58        |
| 4.2.2    | Análise 2: Métodos Simplificados                              | 65        |
| 4.3      | ÁBACOS DE RESULTADOS E UTILIDADE DA METODOLOGIA COMPUTACIONAL | 67        |
| <b>5</b> | <b>CONCLUSÃO</b>                                              | <b>70</b> |
| <b>6</b> | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>                             | <b>71</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Na análise estrutural de um edifício, suas cargas verticais são aplicadas nas coberturas e nas lajes, para serem então transferidas às vigas, que, por sua vez, são transferidas aos pilares e, finalmente, aos elementos de fundação (BOTELHO; MARCHETTI, 2019).

As fundações são componentes estruturais cuja função é transferir as cargas de uma construção para o solo. Elas podem ser classificadas como Fundações Profundas ou Fundações Rasas (NASCIMENTO et al., 2019).

De acordo com a NBR 6122 (2022), fundações rasas (diretas ou superficiais) são classificadas como elementos de fundação cuja base está assentada em profundidade inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação, recebendo aí as tensões distribuídas que equilibram a carga aplicada; para esta definição adota-se a menor profundidade, caso esta não seja constante em todo o perímetro da fundação.

Os procedimentos clássicos para o projeto de sapatas isoladas são amplamente fundamentados nas investigações experimentais conduzidas por Talbot (1913) e Richart (1948). Esses estudos têm sido revisados por pesquisas mais recentes, com foco nos efeitos da força cortante e da tração diagonal (NILSON; DARWIN; DOLAN, 2010).

O trabalho de Talbot, “Reinforced concrete wall footings and column footings. Bulletin n. 67”, realizado em 1913, consistiu em ensaios experimentais com 197 sapatas, marcando um importante avanço na compreensão do comportamento estrutural das sapatas, mecanismos de ruptura e a importância da força cortante. Em 1948, Richart publicou os resultados de ensaios realizados com 156 sapatas de diferentes formas e detalhes construtivos. Em 1962, o Instituto Americano do Concreto (ACI), juntamente com a Sociedade Americana de Engenheiros Civis (ASCE), disponibilizaram publicamente sínteses sobre diversos estudos experimentais e metodologias conservadoras para projetos de fundação (ACI-ASCE, 1962).

A partir disso, entende-se que os dados experimentais são essenciais para fundamentar os projetos de sapatas; geralmente os dados obtidos são utilizados com o intuito de determinar um padrão de desempenho das estruturas, utilizam-se métodos estatísticos como regressão linear, quadrática, polinomial, logística, entre outras; quanto mais dados, mais acurados são as equações e abacos gerados, muitas vezes esse agregado de informações pode ser utilizado para criação de um espaço de soluções (CHOU; TSAI, 2012). Apesar da eficácia dos métodos experimentais, sua execução consome uma quantidade considerável de tempo e recursos financeiros, o que inviabilizam testes em larga escala.

No Brasil, duas bibliografias são amplamente utilizadas em projetos de dimensionamento de sapatas, o livro Concreto Armado - Eu Te Amo, de Botelho (2019); e o livro Fundações Guia Prático de Projeto, Execução e Dimensionamento, de Yopanan (2008). Ambos, apesar de consolidados e utilizarem metodologias conservadoras, se baseiam em métodos simplificados.

No último século, com o desenvolvimento de novas tecnologias e o avanço no poder computacional dos aparelhos domésticos e comerciais, a Engenharia Civil passou por reformas, a forma de representar projetos foi aprimorada com a inserção do CAD (Computer Aided Design) (JOSHI; LAUER, 1998), cálculos estruturais facilitados com scripts/software de análise (VITAL et al., 2023), ferramentas de planejamento expandiram amplamente a produtividade das empresas (IKEDIASHI et al, 2016).

Mais recentemente, as ferramentas de Building Information Modelling (BIM) surgiram com o intuito de criar representações digitais de objetos físicos, com características atreladas (volume, massa, propriedades em geral); a filosofia BIM também engloba a facilidade de compartilhar, modificar e conectar projetos de diferentes profissionais durante diferentes etapas do desenvolvimento das atividades AEC (Arquitetura, Engenharia e Construção) (BORRMANN et al., 2018).

Outro conceito emergente é o Projeto Paramétrico, que substitui o método manual de desenhar/modelar objetos pelo ato de orientar o computador no desenvolvimento dessa tarefa, por meio da definição de inputs e lógicas algorítmicas que gerem o objeto final, possibilitando a criação de geometrias e associações que seriam inviáveis ou até impossíveis de serem feitas via métodos CAD tradicionais, tanto por limitações de software quanto humanas (TEDESCHI et al., 2018). Esse método de projeto é chamado de modelagem paramétrica ou modelagem baseada em parâmetros.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Dado que é possível gerar geometrias a partir de inputs, via modelagem paramétrica, o foco deste trabalho é utilizar os principais parâmetros de entrada de um projeto de fundações para calcular e modelar a geometria (via métodos clássicos) de diferentes sapatas isoladas centradas; além da modelagem, também implementar um script de Análise de Elementos Finitos (MEF) para estudar seu comportamento sob os parâmetros iniciais de cada uma, ou seja, checar via MEF se o dimensionamento clássico é coerente.

A fim de garantir o bom desenvolvimento da Engenharia Civil, tanto na academia quanto no livre mercado, é crucial revisar e aprimorar os métodos existentes, nesse contexto, este trabalho de conclusão de curso visa verificar a acurácia dos métodos clássicos e propor novos métodos para a obtenção de dados para estimativas de performance de sapatas isoladas centradas.

## **1.2 OBJETIVOS**

### *1.2.1 OBJETIVO GERAL*

Este trabalho visa modelar e analisar, em larga escala, diversas sapatas isoladas centradas, sob a classificação de rígidas, utilizando-se de conceitos clássicos de dimensionamento de fundações, modelagem paramétrica e método elementos finitos; para isso, serão utilizados softwares e plug-ins propícios para tal. Em seguida, será feita uma análise comparativa entre o comportamento teórico das sapatas (via métodos clássicos), com o comportamento via MEF. E, finalmente, os dados levantados serão utilizados para geração de gráficos a fim de entender o desempenho das sapatas sob diferentes condições.

### *1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS*

- Estudar os métodos de modelagem paramétrica e o desempenho da ferramenta aplicada à análise de fundações;
- Desenvolver algoritmos que conectem dados de entrada, dimensionamento de sapatas rígidas centradas e análise via MEF;
- Aplicar algoritmo de geração e armazenamento de dados que performe análises de sapatas rígidas centradas;
- Utilizar os dados levantados para a conclusão do estudo, verificando os métodos clássicos e gerando espaços de solução para diferentes tipos de dados de entrada em projetos de sapata.

## **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

A primeira parte do texto define a introdução, com os principais tópicos diretores do estudo e o contexto em que ele se situa. A segunda parte é a revisão bibliográfica, que discute a base teórica dos conhecimentos envolvidos: Projeto/Cálculo de Sapatas isoladas rígidas e centradas, Análise dos Elementos Finitos. A terceira parte consiste em descrever as ferramentas/métodos utilizados no desenvolvimento do estudo, em especial os conceitos de modelagem paramétrica. A quarta parte contará com o levantamento final dos dados e comparações/análises entre os métodos estudados. Finalmente, nos dois últimos tópicos constam a conclusão do projeto e as referências bibliográficas.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

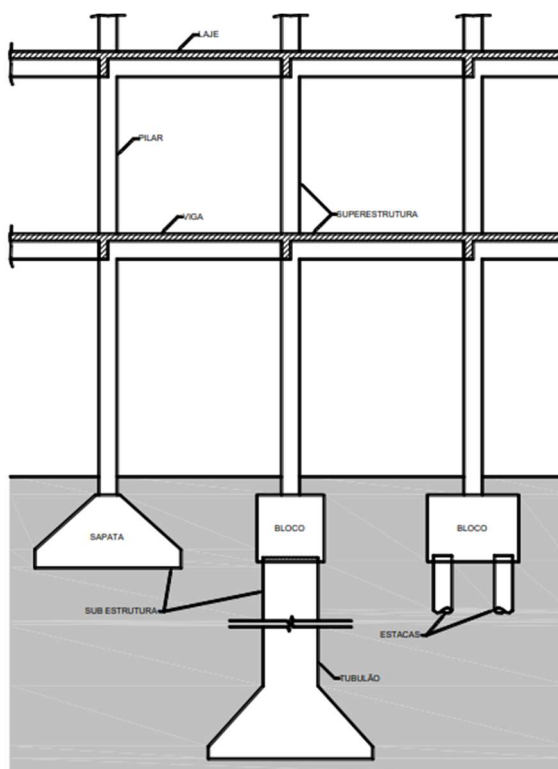
### **2.1 PROJETO/CÁLCULO DE SAPATAS**

#### *2.1.1 Introdução*

A subestrutura, também conhecida como fundação ou infraestrutura, é a parte de uma construção formada por componentes estruturais, geralmente localizados abaixo do nível do solo. Sua principal função é transmitir ao terreno todas as forças e cargas que atuam sobre a edificação, como peso próprio e força do vento.

Acima da subestrutura, encontra-se a superestrutura, que se apoia diretamente sobre ela. As cargas que incidem sobre a superestrutura são transferidas para a subestrutura, normalmente através de pilares ou paredes de concreto. Como o solo, em geral, possui uma resistência bem menor que a do concreto dos pilares, é necessário utilizar elementos intermediários para distribuir as cargas adequadamente ao terreno. Os componentes mais comuns que desempenham essa função são as sapatas e os blocos, que atuam como elementos de transição, transmitindo as forças dos pilares para as estacas ou tubulões (Figura 1).

Figura 1 – Exemplos de elementos de fundação.



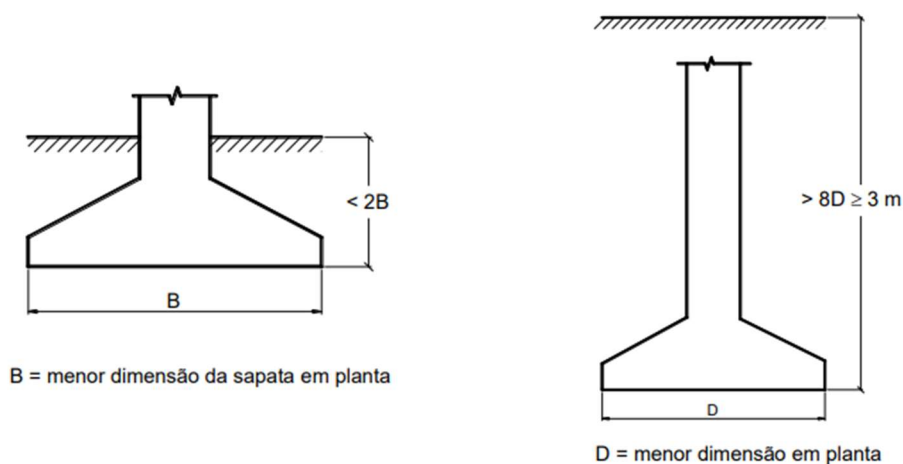
Fonte: (BASTOS, 2023)

### 2.1.2 Definições

A fundação rasa, também chamada de fundação direta ou superficial, é definida pela NBR 6122 (item 3.28): é um elemento de fundação cuja base está localizada a uma profundidade inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação. Nessa profundidade, as tensões se distribuem de forma a equilibrar a carga aplicada. Quando a profundidade varia ao longo do perímetro da fundação, utiliza-se o menor valor para essa definição. O tipo mais comum de fundação rasa é a sapata, que transmite as cargas verticais e outras ações diretamente para o solo por meio da área de contato entre a base e o terreno (conforme ilustrado na Figura 2, onde B representa a menor dimensão em planta).

Já a fundação profunda (Figura 2) é definida pela NBR 6122 (item 3.27) como um elemento de fundação que transmite a carga ao solo, seja pela base (resistência de ponta), pela superfície lateral (resistência de fuste), ou por uma combinação de ambas. Esse tipo de fundação tem sua base localizada a uma profundidade maior que oito vezes a menor dimensão em planta e, no mínimo, 3,0 metros. Caso a profundidade não atinja o valor de oito vezes, a classificação da fundação pode ser justificada. Exemplos comuns de fundações profundas são as estacas e os tubulões.

Figura 2 – Fundação Rasa X Fundação Profunda.

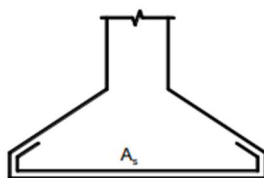


Fonte: (BASTOS, 2023)

A sapata é descrita na NBR 6122 (item 3.38) como um elemento de fundação rasa feito de concreto armado, projetado de forma que as tensões de tração resultantes sejam suportadas por uma armadura disposta especificamente para esse propósito. Já na NBR 6118 (item 22.6.1), a sapata é definida como uma estrutura volumétrica usada para transferir ao solo as cargas de fundação, no caso de fundação direta.

A maior tensão de tração normal ocorre na superfície da base da sapata e, como essa tensão excede a resistência do concreto à tração, é necessária a instalação de uma armadura resistente ( $A_s$ ), normalmente disposta em forma de malha (Figura 3). Recomenda-se que a altura da sapata seja suficiente para evitar a necessidade de armadura transversal (vertical) para resistir às forças cortantes que também atuam na sapata. Isso é desejável porque os estribos, que seriam necessários para essa função, teriam alturas variáveis em função da inclinação das superfícies superiores.

Figura 3 – Sapata de fundação com armadura principal  $A_s$ .



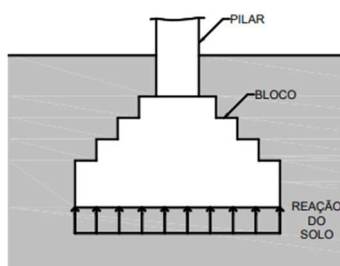
Fonte: (BASTOS, 2023)

Quando o elemento é projetado com uma altura elevada, as tensões de tração diminuem, podendo ser suportadas apenas pelo concreto, sem a necessidade de armadura adicional. Esse

tipo de elemento é chamado de bloco de fundação rasa, conforme definido na NBR 6122 (item 3.3), que o descreve como um "elemento de fundação rasa feito de concreto ou outros materiais, como alvenaria ou pedras, dimensionado de maneira que as tensões de tração sejam suportadas pelo próprio material, sem a necessidade de armadura".

Para que o concreto ou outro material resista às tensões de tração, essas tensões devem ser baixas, o que exige que o bloco tenha uma altura relativamente grande. Assim, o bloco trabalha predominantemente à compressão. Para otimizar o uso de material, os blocos geralmente possuem formato de pedestal ou apresentam superfícies laterais inclinadas (Figura 4). No entanto, na prática, os blocos são menos comuns do que as sapatas, que são mais amplamente utilizadas.

Figura 4 – Bloco de fundação rasa

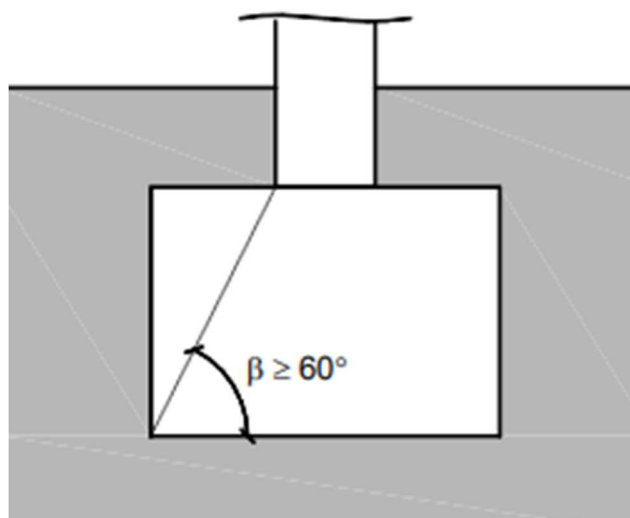


Fonte: (BASTOS, 2023)

A NBR 6122 (item 7.8.2) determina que "os diagramas de tensão sob os blocos de fundação devem ser obtidos de forma semelhante aos das sapatas."

Além disso, a norma também especifica que os blocos de fundação devem ser projetados de modo que o ângulo  $\beta$  (o ângulo formado pelas superfícies laterais inclinadas do bloco com a horizontal) seja maior ou igual a  $60^\circ$ , conforme ilustrado na Figura 5. Essa inclinação garante uma distribuição adequada das tensões e um melhor desempenho estrutural do bloco.

Figura 5 - Ângulo  $\beta$  nos blocos de fundação rasa



Fonte: (BASTOS, 2023)

No que diz respeito ao dimensionamento, as fundações rasas devem ser projetadas considerando dois aspectos principais: o dimensionamento geométrico e o cálculo estrutural. O dimensionamento geométrico envolve a definição das dimensões da fundação, como a área de contato, altura e a profundidade da base em relação ao solo. Já o cálculo estrutural refere-se à determinação das armaduras necessárias para resistir às tensões e ao detalhamento dos elementos estruturais, garantindo que a fundação seja capaz de suportar as cargas aplicadas e transferi-las de forma segura para o solo. Ambos os processos são fundamentais para garantir a estabilidade e a segurança da edificação.

### 2.1.3 Classificação Relativa à Rigidez

A classificação das sapatas em relação à sua rigidez é fundamental, pois orienta a maneira de considerar a distribuição de tensões na interface entre a base da sapata e o solo, além de influenciar o método de dimensionamento estrutural a ser adotado.

De acordo com a NBR 6118 (item 22.6.1), as sapatas podem ser classificadas como rígidas ou flexíveis. Uma sapata é considerada rígida quando satisfaz a seguinte equação:

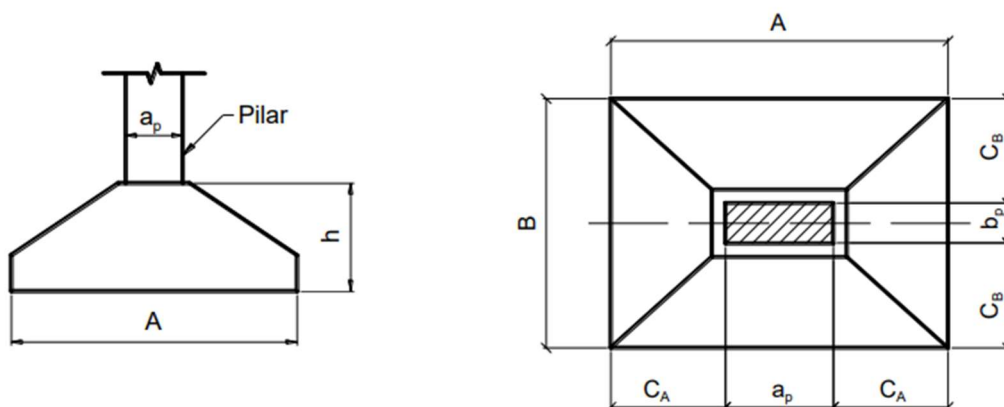
$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \quad (1)$$

Onde:

- $h$  é a altura da sapata;
- $A$  é dimensão da sapata em uma determinada direção;
- $a_p$  é a dimensão do pilar na mesma direção.

A Equação 1 deve ser verificada em ambas as direções da sapata, somente quando as duas direções atenderem ao critério de classificação, a sapata será considerada rígida (Figura 6).

Figura 6 – Dimensões da sapata.



Fonte: (BASTOS, 2023)

#### 2.1.4 Método de Dimensionamento I – Botelho E Marchetti

No livro Concreto armado eu te amo, os autores Botelho e Marchetti desenvolvem o cálculo estrutural completo de um edifício, partindo das lajes e indo até as fundações.

Segundo o livro, seria inviável descarregar as cargas de um prédio, ao solo, diretamente pelos pilares, uma vez que a tensão gerada por uma área de contato tão pequena comprometeria

toda a estabilidade do prédio. A solução rege na engenharia das fundações, onde comumente se utilizam fundações rasas para transferir tais cargas ao solo.

A fundação rasa adotada no livro é a sapata rígida, que obedece ao critério estabelecido na Equação 1.

A primeira dimensão da sapata a ser calculada é a base, esta que gerará a área na qual a carga do pilar será distribuída seguindo a Equação 2:

$$\sigma = \frac{P}{A_{sap}} \quad (2)$$

Segundo o item 3.45 da NBR 6122 de 2019, tensão admissível (do solo), é “máxima tensão que, aplicada ao terreno pela fundação rasa ou pela base de tubulão, atende, com fatores de segurança predeterminados, aos estados limites últimos (ruptura) e de serviço (recalques, vibrações etc)”.

Ou seja, a área da base da sapata deve ser:

$$A_{sap} \geq \frac{P}{\sigma_{adm}} \quad (3)$$

A versão de 1996 da NBR 6122 cita valores típicos de tensão admissível do solo:

Tabela 1 – Pressões básicas ( $\sigma_0$ ).

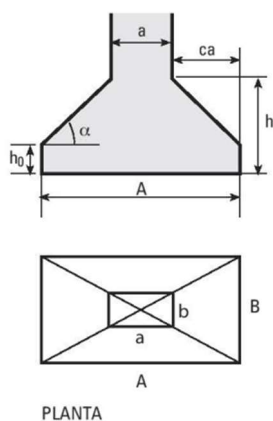
| Classe | Descrição                                                | Valores (MPa) |
|--------|----------------------------------------------------------|---------------|
| 1      | Rocha sã, maciça, sem laminação ou sinal de decomposição | 3,0           |
| 2      | Rochas laminadas, com pequenas fissuras, estratificadas  | 1,5           |
| 3      | Rochas alteradas ou em decomposição                      | ver nota c)   |
| 4      | Solos granulares concrecionados - conglomerados          | 1,0           |
| 5      | Solos pedregulhosos compactos a muito compactos          | 0,6           |
| 6      | Solos pedregulhosos fofos                                | 0,3           |
| 7      | Areias muito compactas                                   | 0,5           |
| 8      | Areias compactas                                         | 0,4           |
| 9      | Areias medianamente compactas                            | 0,2           |
| 10     | Argilas duras                                            | 0,3           |
| 11     | Argilas rijas                                            | 0,2           |
| 12     | Argilas médias                                           | 0,1           |
| 13     | Siltos duros (muito compactos)                           | 0,3           |
| 14     | Siltos rijos (compactos)                                 | 0,2           |
| 15     | Siltos médios (medianamente compactos)                   | 0,1           |

Fonte: (NBR 6122, 1996)

Conforme a NBR 6118, item 22.6.4.1.2, “A sapata deve ter altura suficiente para permitir a ancoragem da armadura de arranque”.

De acordo com o livro, que cita os diversos critérios da NBR 6118, as dimensões da sapata devem ser calculadas a partir da Figura 7 e das Equações 4, 5, 6, 7, 8 e 9; obedecendo aos critérios de sapata rígida:

Figura 7 – Dimensões da Sapata



Fonte: (BOTELHO; MARCHETTI, 2019)

$$h \geq \frac{2}{3}C_a \quad (4)$$

$$h \geq \frac{2}{3}C_b$$

$$h \geq \frac{A-a}{3} \quad (5)$$

$$h \geq \frac{B-b}{3}$$

$$C_a \geq \frac{A-a}{2} \quad (6)$$

$$C_b \geq \frac{B-b}{2}$$

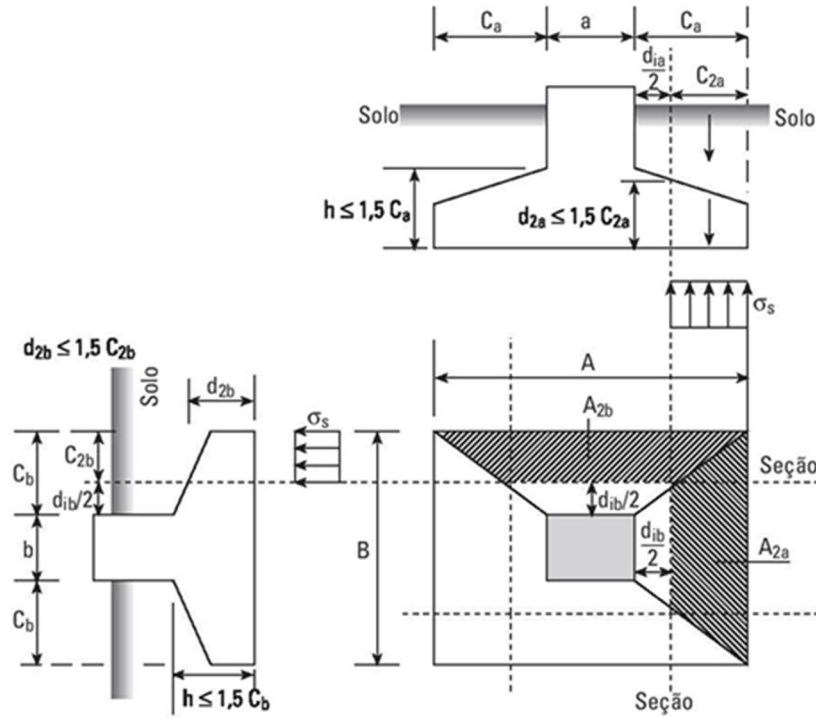
$$h \geq lb \text{ pilar} \quad (7)$$

$$h_0 \geq \frac{h}{3} \quad (8)$$

$$h_0 \geq 20 \text{ (cm)} \quad (9)$$

É possível realizar o cálculo do cisalhamento da sapata, seguindo a Figura 8 e as seguintes equações:

Figura 8 – Dimensões da Sapata



Fonte: (BOTELHO; MARCHETTI, 2019)

$$\tau_{2a} = \frac{V_{2d}}{b_2 * d_2} \leq \tau_{2u} = \left\{ 0.63 * \frac{\sqrt{fck}}{\gamma_c} \text{ ou } 0.15 fcd \right\} \quad (10)$$

$$V_{2a} = \text{Resultante sobre a área } A_{2a} \quad (11)$$

$$V_{2b} = \text{Resultante sobre a área } A_{2b}$$

$$d_{ia} = d_{ib} = h - 5cm \quad (12)$$

Na seção S<sub>2</sub>, força cortante devida à tensão no solo ↑ V<sub>σ<sub>s</sub></sub>, força cortante devida ao peso da aba (além da seção S<sub>2</sub>) ↓ V<sub>pa</sub>, força cortante devida ao peso do solo na aba (além da seção S<sub>2</sub>) ↓ V<sub>ps</sub>.

$$V_2 = V_{\sigma_s} - V_{pa} - V_{ps} \quad (13)$$

Pelo livro, é possível efetuar o cálculo das armaduras, em  $\text{cm}^2$ , considerando as seguintes equações e Figura 9:

$$d = h - 5 \text{ cm (altura útil)} \quad (14)$$

$$As_{min} = (0,10 / 100) \times 100 \times h \quad (15)$$

$$Ma = \frac{\sigma_s \times Cia^2}{2} \times B \quad (16)$$

$$Mb = \frac{\sigma_s \times Cib^2}{2} \times A$$

$$As_a = \frac{Ma \times d}{(0.8 \times d \times f_{yd})} \quad (17)$$

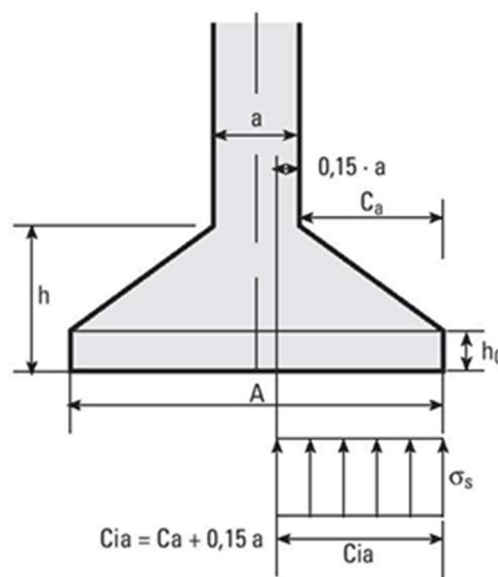
$$As_b = \frac{Mb \times d}{(0.8 \times d \times f_{yd})}$$

$$Cia = Ca + 0.15 \times (\text{lado "a" do pilar}) \quad (18)$$

$$Cib = Cb + 0.15 \times (\text{lado "a" do pilar})$$

$$Md = 1.4 \times M \quad (19)$$

Figura 9 – Referência do cálculo de armadura (Botelho)



Fonte: (BOTELHO; MARCHETTI, 2019)

### 2.1.5 Método de Dimensionamento 2 – Yopanan

Em seu livro, Yopanan adota a mesma equação (3), para o dimensionamento da área da base da sapata, focando em distribuir a tensão na base de acordo com a tensão admissível do solo.

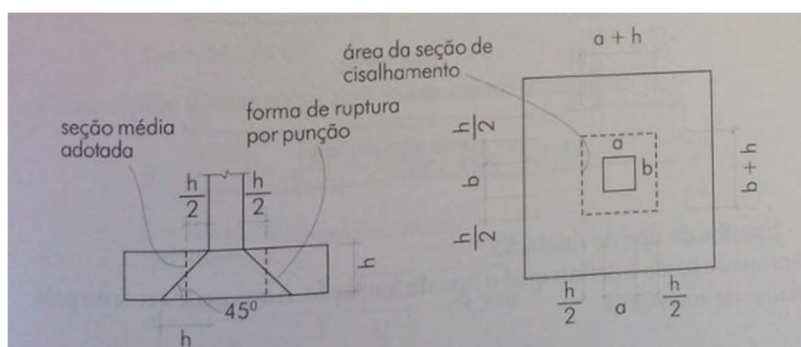
As dimensões referentes a altura da sapata partem do mesmo princípio citado no tópico anterior e nas NBR 6118 / 6122, obedecendo aos critérios de sapata rígida.

Em relação ao cálculo do cisalhamento devido às cargas, a seção de cisalhamento adotada é a média, uma vez que é considerado um ângulo de 45° em sua geometria.

$$\tau = \frac{P}{A_{\text{punção}}} \quad (20)$$

$$A_{\text{punção}} = 2 * [(a + h) + (b + h)] * h \quad (21)$$

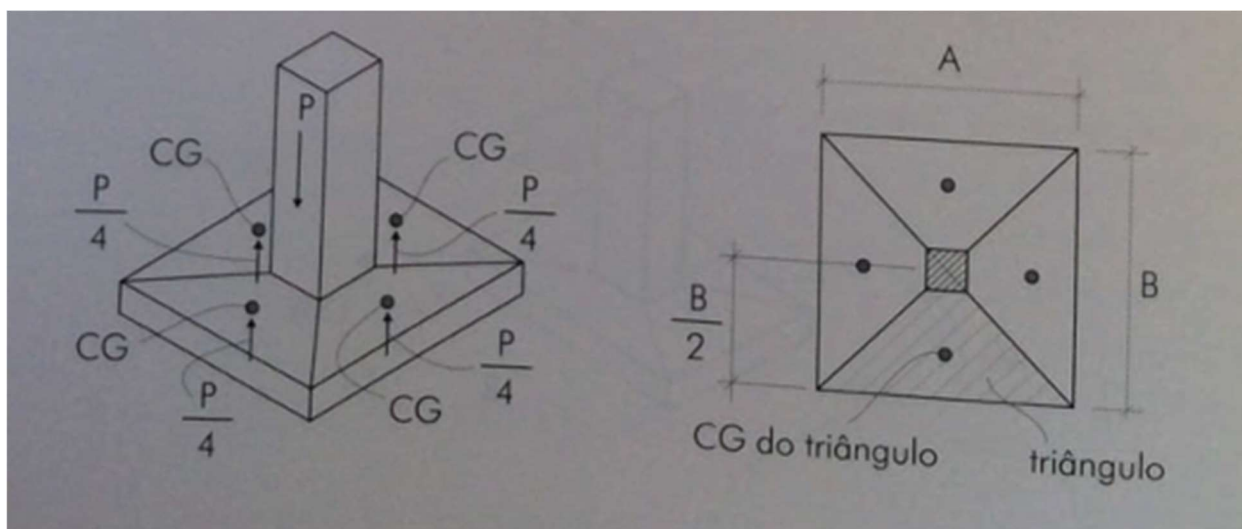
Figura 10 – Área de Cisalhamento da Sapata Centrada por Yopanan



Fonte: (YOPANAN, 2008)

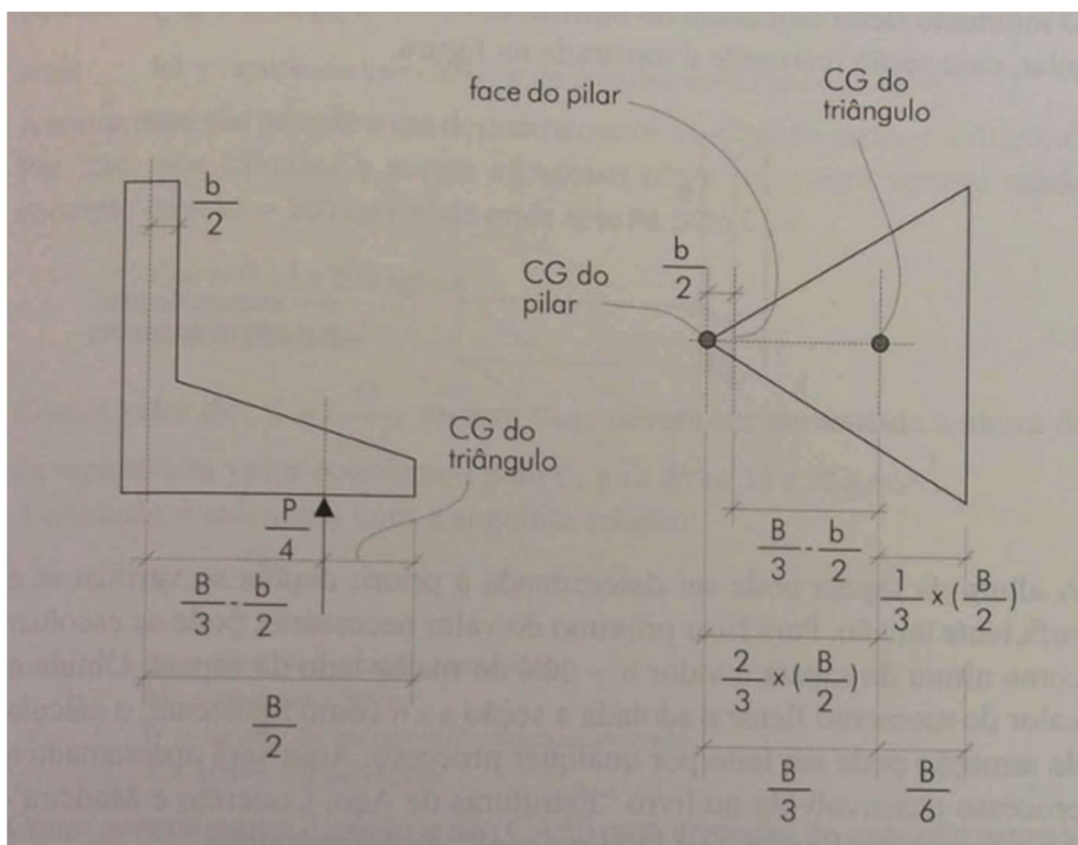
Para o cálculo dos momentos fletores, o método simplificado citado por Yopanan consiste em dividir a sapata em quatro triângulos, cada um recebendo ¼ carga P.

Figura 11 – Divisão da carga na sapata



Fonte: (YOPANAN, 2008)

Figura 12 – Distribuição da força axial na sapata



Fonte: (YOPANAN, 2008)

Dessa forma, a equação do momento se dá por:

$$M_a = \frac{P}{4} \times \left( \frac{B}{3} - \frac{b}{2} \right) \quad (22)$$

Onde:

P = Carga da sapata no centro

B = Base da sapata

b = Base do pilar

No livro, o cálculo da armadura necessária para combater o momento se dá por:

$$Af = \frac{2 \times M}{f_y \times d} \quad (23)$$

Onde:

Af = Área de armação necessária

M = Momento Fletor

f<sub>y</sub> = Tensão de escoamento do aço utilizado

d = Altura útil da seção

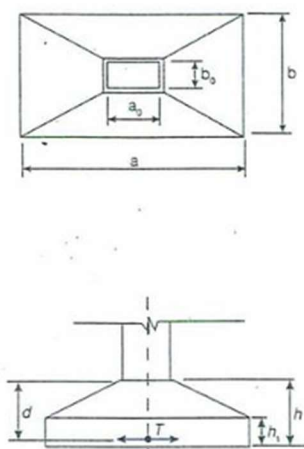
### 2.1.6 Método de Dimensionamento 3 – Alonso

Alonso adota a mesma equação (3), para o dimensionamento da área da base da sapata, focando em distribuir a tensão na base de acordo com a tensão admissível do solo.

As etapas seguintes divergem em relação aos outros dois métodos, tanto na determinação da altura, quanto nos esforços utilizados para o cálculo das armaduras.

Em relação à altura da sapata, Alonso adota seguinte metodologia das bielas:

Figura 13 – Dimensionamento de sapatas isoladas (Alonso)



$$d \geq \begin{cases} \frac{a - a_0}{4} \\ \frac{b - b_0}{4} \\ 1,44 \sqrt{\frac{P}{\sigma_a}} \end{cases} \quad \text{em que } \sigma_a = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,96}$$

$$T_x = \frac{P(a - a_0)}{8d}$$

$$T_y = \frac{P(b - b_0)}{8d}$$

$$A_{sx} = \frac{1,61 T_x}{f_{yk}} \quad (\text{armadura paralela ao lado } a)$$

$$A_{sy} = \frac{1,61 T_y}{f_{yk}} \quad (\text{armadura paralela ao lado } b)$$

Fonte: (ALONSO, 2010)

$$d \geq \max\left\{\frac{a - a_0}{4}; \frac{b - b_0}{4}; 1,44 \times \left(\sqrt{\frac{P}{\sigma_a}}\right)\right\} \quad (24)$$

$$T_x = \frac{P(a - a_0)}{8d} \quad (25)$$

O cálculo das armaduras depende, então, de  $T_x$  e  $T_y$ :

$$A_{sx} = \frac{1,61 \times T_x}{f_{yk}} \quad (26)$$

## 2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 2.2.1 Introdução

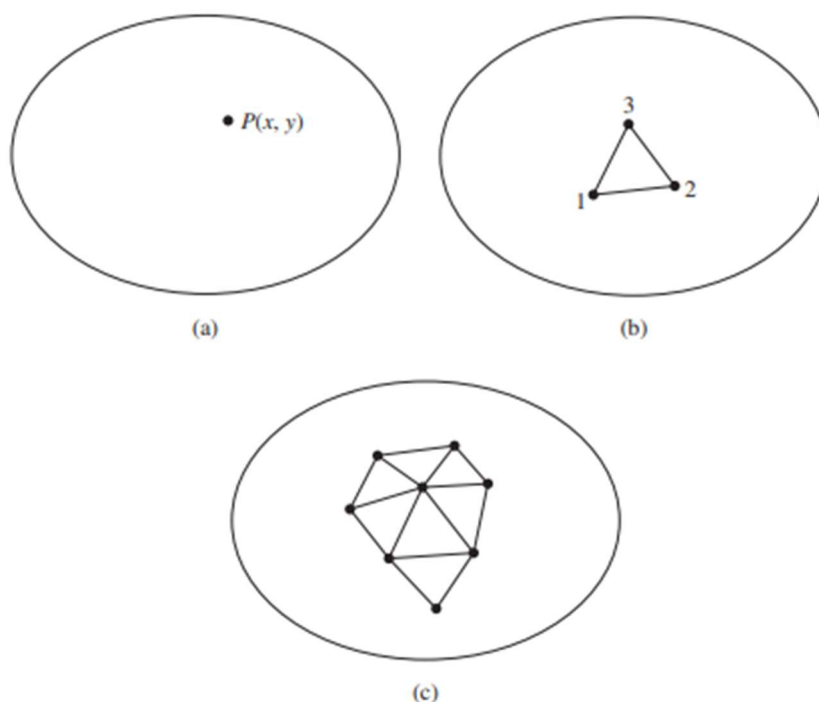
As origens do método dos elementos finitos datam do século passado, dando seus primeiros passos com a utilização de métodos matriciais para análise de forças, mais conhecidos como método das forças, onde os deslocamentos são conhecidos e as forças desconhecidas. Nos seus moldes atuais, o método se assimila ao método dos deslocamentos, em que as incógnitas são os deslocamentos do sistema em resposta ao sistema de forças aplicadas. (HUTTON, 2004)

O termo “elemento finito”, foi utilizado pela primeira vez em 1960, por Clough, no contexto de análise de estresse em planos, desde então a terminologia vem sendo utilizada em artigos, pesquisas, softwares de análise e afins. De forma geral, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método matemático em que um meio contínuo é subdividido em pequenos elementos discretos, os quais preservam as propriedades do material original. Esses elementos são representados por equações diferenciais e solucionados através de modelos matemáticos, permitindo a obtenção dos resultados esperados (LOTTI et al., 2006).

Em suma, o método dos elementos finitos (MEF), também conhecido como análise de elementos finitos, é uma técnica computacional utilizada para obter soluções aproximadas de problemas de valor de contorno em problemas de engenharia. De maneira simples, um problema de valor de contorno é um problema matemático no qual uma ou mais variáveis dependentes devem satisfazer uma equação diferencial em toda a extensão de um domínio conhecido de variáveis independentes, além de cumprir condições específicas nas fronteiras desse domínio. Esses problemas de valor de contorno são, por vezes, chamados de problemas de campo. O campo é o domínio de interesse e, na maioria das vezes, representa uma estrutura física. As variáveis de campo são as variáveis dependentes que obedecem à equação diferencial. As condições de contorno são os valores específicos dessas variáveis de campo (ou de variáveis relacionadas, como suas derivadas) nas fronteiras do campo. Dependendo do tipo de problema físico em análise, as variáveis de campo podem incluir deslocamento físico, temperatura, fluxo de calor e velocidade de fluidos, entre outros. (HUTTON, 2004).

### 2.2.2 Funcionamento do MEF

Figura 14 – Conceituação dos elementos finitos.



Fonte: (HUTTON, 2004)

A Figura 14 demonstra o volume de um dado material com características físicas conhecidas. Tal volume representa o domínio de um problema de valor de contorno a ser resolvido, na maioria dos casos, o domínio é simplesmente uma estrutura. Assumindo uma estrutura plana, onde temos apenas os eixos X e Y para analisar o problema, podemos assumir uma única variável de campo  $\phi(x, y)$  para cada ponto  $P(x, y)$  (como mostrado em 14.a), de forma que uma (ou mais) equação diferencial governante conhecida seja satisfeita exatamente em cada ponto.

Em termos simples, a variável de campo possuirá um valor a depender da sua posição nesse domínio, podendo ser transformada de acordo com a situação atual. Uma variável comum nos problemas de análise estrutural é o deslocamento, então, a depender do material, forças aplicadas e condições de contorno, a variável “deslocamento” poderá subir ou descer.

Apesar das equações diferenciais proporem uma solução exata, o MEF não trabalha dessa forma, os elementos finitos não são elementos diferenciais, ou seja, as áreas delimitadas entre os nós (como o triângulo da Figura 14.b), não são infinitesimais e, por sua vez, apresentam resultados aproximados aos serem resolvidos. Mesmo com a precisão reduzida, a alta

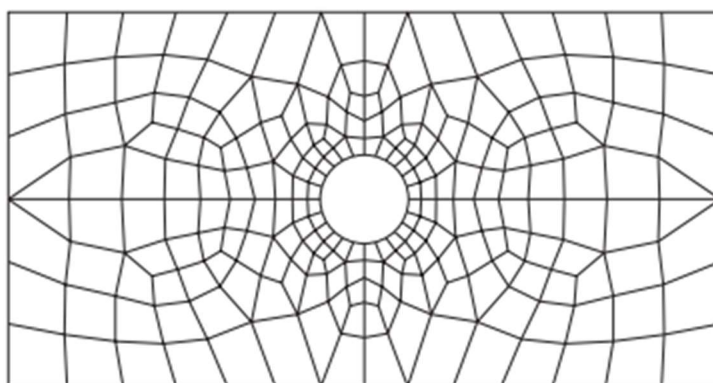
complexidade de certos sistemas estruturais exige que técnicas numéricas avançadas sejam empregadas no MEF, algoritmos mais avançados e softwares comerciais geralmente utilizam cálculos iterativos a fim de fornecer todos os resultados das variáveis de campo.

Os pontos arbitrados de um domínio são chamados de nós, e os resultados obtidos pelas equações estão armazenados neles, de forma explícita. Ainda assim, o MEF é capaz de determinar os resultados em pontos não nodais por meio da interpolação dos valores nodais. Para o caso de um triângulo formado por três nós, temos a seguinte equação:

$$\phi(x,y) = N_1(x,y)\phi_1 + N_2(x,y)\phi_2 + N_3(x,y)\phi_3 \quad (27)$$

Onde  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  e  $\phi_3$  são os valores das variáveis de campo nos nós e  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$  são as funções interpoladoras. Sabendo-se das condições iniciais do sistema, essas funções interpoladoras já são conhecidas e pré-determinadas para as variáveis independentes, estas funções descrevem a variação da variável de campo dentro do elemento finito. (HUTTON, 2004)

Figura 15 – Malha de elementos finitos em uma região retangular com um furo central.

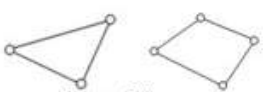
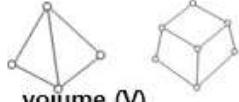


Fonte: (HUTTON, 2004)

Sempre que a estrutura analisada for um domínio finito, é possível distribuir pontos e criar uma malha que englobe todo o domínio, quanto maior a quantidade de pontos, mais precisa a análise (CALIRI; FERREIRA; TITA, 2016), um exemplo de distribuição de malha pode ser visto na Figura 15.

Além dos elementos finitos distribuídos em superfícies (2 dimensões), existem também os elementos finitos em sistemas 1 dimensão e 3 dimensões, como pode ser visto na Figura 16.

Figura 16 – Tipos de Elementos Finitos.

| Type | Actual Models                                                                                                                             | Finite Element Expressions<br>(Geometric Properties Defined by Nodes)                             |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1D   | <br>Rod (Truss)      Beam                                | <br>Length (L) |
| 2D   | <br>Shell, Plane Stress, Plane Strain, Axisymmetric, etc | <br>Area (A)   |
| 3D   | <br>Solid                                                | <br>volume (V) |

Fonte: FEA for All (2015)

O MEF funciona a partir das equações diferenciais e é complementado pelas funções interpoladoras, os elementos finitos podem existir em várias dimensões e as variáveis de campo podem ser inúmeras; neste estudo, foram utilizados os elementos de volume, com foco em encontrar as variáveis de campo tensão e cisalhamento em sapatas.

Resumidamente, o processo se dá nos seguintes passos:

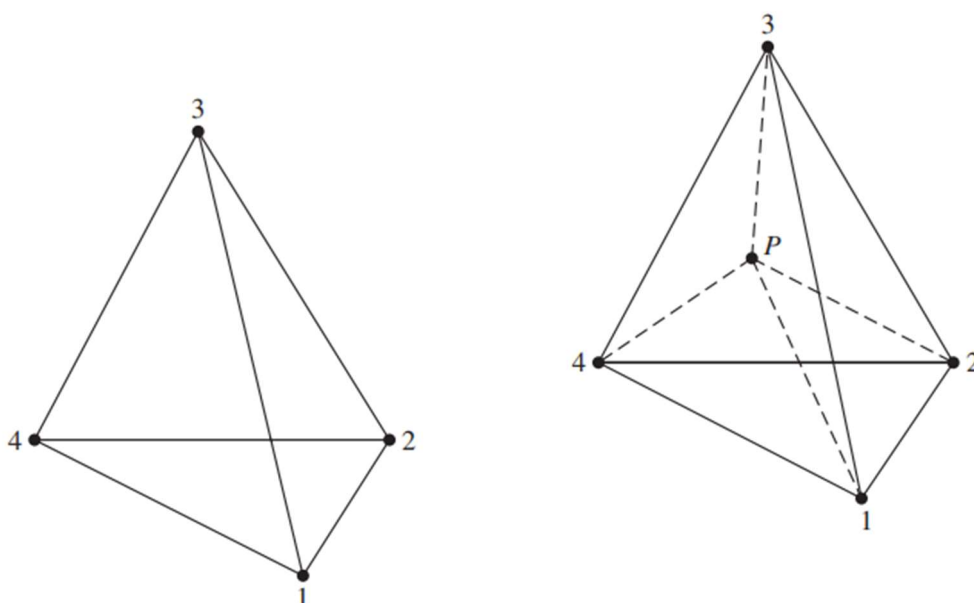
- Definição da geometria do objeto;
- Definição das propriedades físicas do objeto;
- Discretizar a malha do objeto;
- Discretização das condições de contorno;
- Aplicar carregamentos;
- Montagem da matriz de rigidez local dos elementos;
- Montagem da matriz de rigidez global dos elementos;
- Montagem do vetor de cargas global do sistema;
- Montagem da matriz de deslocamentos global do sistema;
- Resolução do sistema de equações;
- Pós-processamento dos resultados.

### 2.2.3 Elemento Finito Tridimensional - Tetraedro

A adoção de cada tipo de modelo de elemento finito depende de uma série de fatores e é muito discutido entre os profissionais de Engenharia Civil, para o caso de sapatas, sua natureza pode ser mais bem avaliada com o uso de elementos de volume.

Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas global, um elemento tetraédrico com quatro nós é ilustrado na Figura 17.

Figura 17 – Tetraedro.



Fonte: (HUTTON, 2004)

Os nós são numerados de 1 a 4, seguindo a convenção em que o nó 1 é selecionado arbitrariamente e os nós 2 a 4 são especificados em uma direção anti-horária a partir do nó 1. (Essa convenção é a mesma usada pela maioria dos softwares comerciais de análise por elementos finitos e é muito importante para garantir que os tetraedros estejam corretamente orientados geometricamente. No entanto, a definição dos elementos tetraédricos para modelos de elementos finitos é tão complexa que, na maioria das vezes, é realizada por meio das capacidades de malhagem automática dos softwares específicos).

Dentro do MEF em elementos de volume, existe o conceito de coordenadas de volume, nesse caso, o ponto  $P(x,y,z)$ , é um ponto arbitrário do tetraedro definido pelos quatro nós, como é indicado pelas linhas pontilhadas da figura 17; o ponto P e os quatro nós definem quatro outros tetraedros. Estes que possuem os seguintes volumes:

$$V_1 = \text{vol}(P234) \quad (28)$$

$$V_2 = \text{vol}(P134)$$

$$V_3 = \text{vol}(P124)$$

$$V_4 = \text{vol}(P123)$$

Onde as coordenadas de volume são definidas como:

$$L_1 = \frac{V_1}{V} \quad (29)$$

$$L_2 = \frac{V_2}{V}$$

$$L_3 = \frac{V_3}{V}$$

$$L_4 = \frac{V_4}{V}$$

Onde V é o volume total do elemento dado por:

$$V = \frac{1}{6} * \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (30)$$

Nota-se que as coordenadas de volume não são independentes, dado que:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V$$

Examinando a variação das coordenadas de volume no decorrer do elemento, pode-se dizer que, caso o ponto P corresponder ao nó 1, temos que  $V_1 = V$ , e  $V_2 = V_3 = V_4 = 0$ . Consequentemente,  $L_1 = 1$ ,  $L_2 = L_3 = L_4 = 0$ , no nó 1.

Dado que o ponto P se afasta do nó 1 durante as possíveis análises,  $V_1$  irá reduzir de forma linear, uma vez que o volume do tetraedro é diretamente proporcional à sua altura e a área de sua base. Em qualquer plano paralelo à base do triângulo dos nós 2, 3, 4, o valor de  $L_1$  é constante. Isso é importante porque caso P decaia no plano dos nós 2, 3 e 4, o valor de  $L_1$  é zero.

A mesma analogia pode ser aplicada para os outros nós do tetraedro, dessa forma, as coordenadas de volume satisfazem todos os requisitos necessários para receberem a classificação de funções interpoladoras. Finalmente, é possível expressar a variável de campo interna como:

$$\phi(x, y, z) = L_1\phi_1 + L_2\phi_2 + L_3\phi_3 \quad (31)$$

Devido à natureza tridimensional do tetraedro, certas análises dispensam o uso de funções interpoladoras, sendo as coordenadas de volume suficientes para representar o comportamento da estrutura.

Para o desenvolvimento das matrizes características e vetores de cargas, é necessário integrar as funções das coordenadas de volume:

$$\int \int \int_V L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dV$$

Onde a, b, c e d são números inteiros positivos e V o volume total do elemento, que existe em diversos problemas físicos de formulação de elementos; Integrando, temos:

$$\int \int \int_V L_1^a L_2^b L_3^c L_4^d dV = \frac{a! b! c! d!}{(a + b + c + d + 3)!} (6V) \quad (32)$$

De posse desses conceitos, é possível discretizar, com mais precisão, malhas tridimensionais de objetos de geometrias irregulares (HUTTON, 2004).

Em elementos tridimensionais, a mesma metodologia apresentada na introdução do tópico de elementos finitos é aplicada, ou seja, a geometria original será discretizada em elementos menores, serão definidas as condições de contorno e as cargas. Com as informações do modelo, serão geradas as matrizes locais, que serão transformadas em globais e solucionadas, obtendo-se resultados nodais e, a partir deles, resultados para sistema inteiro (com o uso das funções interpoladoras).

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esse estudo adota uma metodologia de pesquisa descritiva e aplicada para seu desenvolvimento. De acordo com a classificação descritiva, o estudo revisa a bibliografia existente para apresentar um ambiente computacional voltado à modelagem e análise de sapatas, um tipo específico de fundação, classificado por sua geometria e comportamento estrutural. O foco principal está no estudo dos métodos clássicos de dimensionamento de sapatas e revisão dos conceitos aplicados em análise dos elementos finitos.

Em seguida, a aplicação dos métodos computacionais é realizada por meio da modelagem paramétrica das geometrias das sapatas, permitindo criar modelos tridimensionais a partir de parâmetros de entrada. Além disso, o estudo engloba a análise estrutural dessas fundações utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), que proporciona uma compreensão detalhada do comportamento físico da estrutura sob suas respectivas condições de carregamento.

Esta pesquisa se limita à modelagem paramétrica, análise de sapatas e estudos comparativos de desempenho entre métodos clássicos e MEF em elementos de fundação. O processo de desenvolvimento da pesquisa é descrito a seguir de forma sequencial:

- **1º Passo:** Revisão bibliográfica sobre os métodos de dimensionamento de sapatas; Revisão bibliográfica sobre método dos elementos finitos;
- **2º Passo:** Estudo sobre o software Rhino 8 + Grasshopper como ferramenta para modelagem paramétrica, juntamente com os plug-ins Tetrino (Para transformar a geometria em um modelo de tetraedros) e FErret (Plug-in de MEF);
- **3º Passo:** Desenvolvimento de um algoritmo no Grasshopper que crie a geometria a partir dos parâmetros de entrada de uma fundação superficial, conectar o modelo aos plug-ins do passo anterior a fim de analisar a geometria;
- **4º Passo:** Elaboração de um algoritmo que armazene os resultados calculados;
- **5º Passo:** Utilizar outra ferramenta de MEF (Ansys) para validar os resultados do FErret
- **6º Passo:** Apresentar e discutir o algoritmo final, bem com os dados obtidos. Realizar análise comparativa entre os resultados do FErret e os resultados dos métodos clássicos. Gerar gráficos que demonstrem o desempenho de sapatas a partir do MEF.

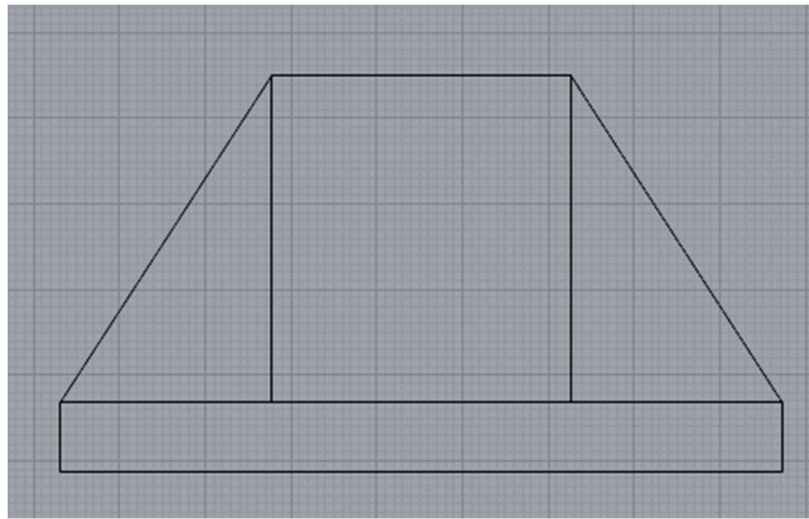
### 3.1 ANÁLISE DE TENSÕES VIA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

#### 3.1.1 Cálculo do Momento de Inércia

A fim de realizar a comparação entre os métodos clássicos e o MEF, é necessário obter as tensões no topo e na base, para isso, serão levantados os momentos calculados e os momentos de inércia para cada sapata.

A seção crítica será dividida em partes:

Figura 18 – Divisão da seção em partes



Fonte: (AUTOR, 2024)

Tomando a base da sapata como eixo de referência e dividindo a seção em dois retângulos e dois triângulos, é calculado o centroide da seção inteira:

$$Z_{barra} = \frac{(A1 \times z1 + A2 \times z2 + 2 \times A3 \times z3)}{(A1 + A2 + 2 \times A3)} \quad (33)$$

Sendo  $z1$  e  $z2$  a metade da altura dos respectivos retângulos e  $z3$  um terço da altura dos triângulos.

Para seção retangular, o momento de inércia a partir do centroide é:

$$Ix' = \frac{b \times h^3}{12} \quad (34)$$

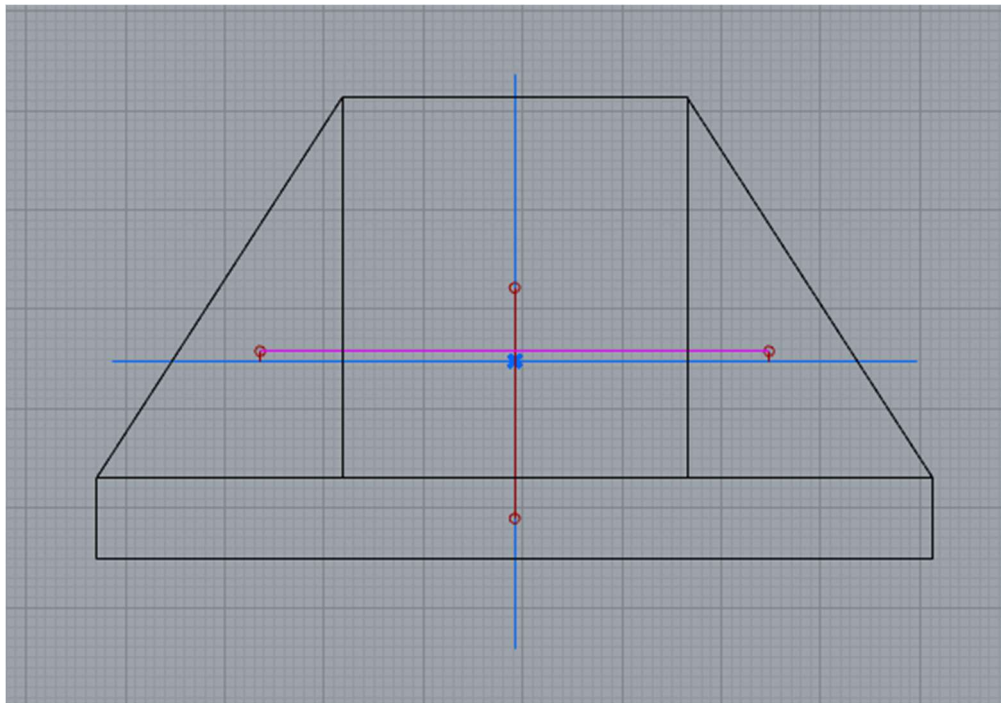
Para um triângulo qualquer, o momento de inércia em relação ao centroide é:

$$I_{x'} = \frac{b \times h^3}{36} \quad (35)$$

Pelo teorema dos eixos paralelos, é possível associar as diferentes geometrias:

$$I_{x'_{parcial}} = I_{x'} + A \times d_y^2 \quad (36)$$

Figura 19 – Distâncias dx e dy



Fonte: (AUTOR, 2024)

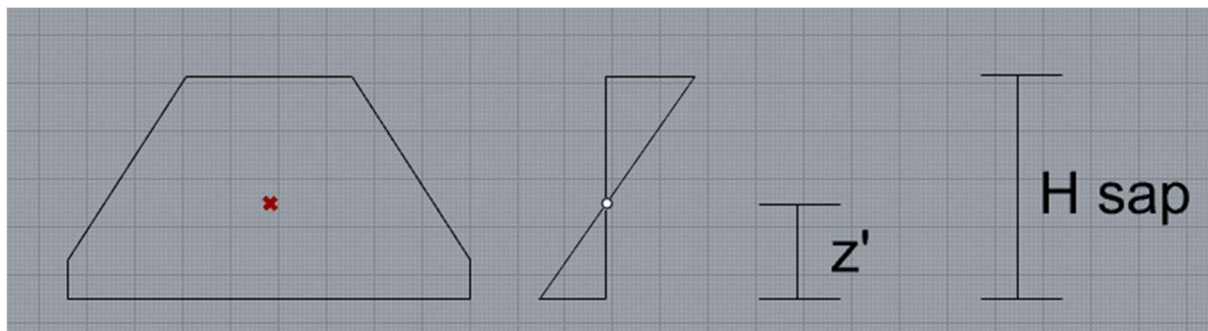
Logo o momento de inércia da seção se dá por:

$$I_{x'_{total}} = I_{x'1} + I_{x'2} + 2 \times I_{x'3} + A1 \times d_y1^2 + A2 \times d_y2^2 + 2 \times (A3 \times d_y3^2) \quad (37)$$

### 3.1.2 Cálculo das Tensões

De posse do momento fornecido, é possível gerar o diagrama de tensões da seção crítica da sapata:

Figura 20 – Diagrama de Tensões Típico.



Fonte: (AUTOR, 2024)

Pela resistência dos materiais, a fórmula da tensão se dá por:

$$\sigma = \frac{My}{Ix'} \quad (38)$$

No caso da sapata:

$$Tensão\ de\ Compressão = \frac{M \times (H_{sap} - z')}{Ix'}$$

$$Tensão\ de\ Tração = \frac{M \times z'}{Ix'}$$

Desta forma, a tensão de compressão e a tensão de tração pode ser calculadas para os métodos de dimensionamento especificados nas seções 2.1.4 e 2.1.5.

## 3.2 MODELAGEM

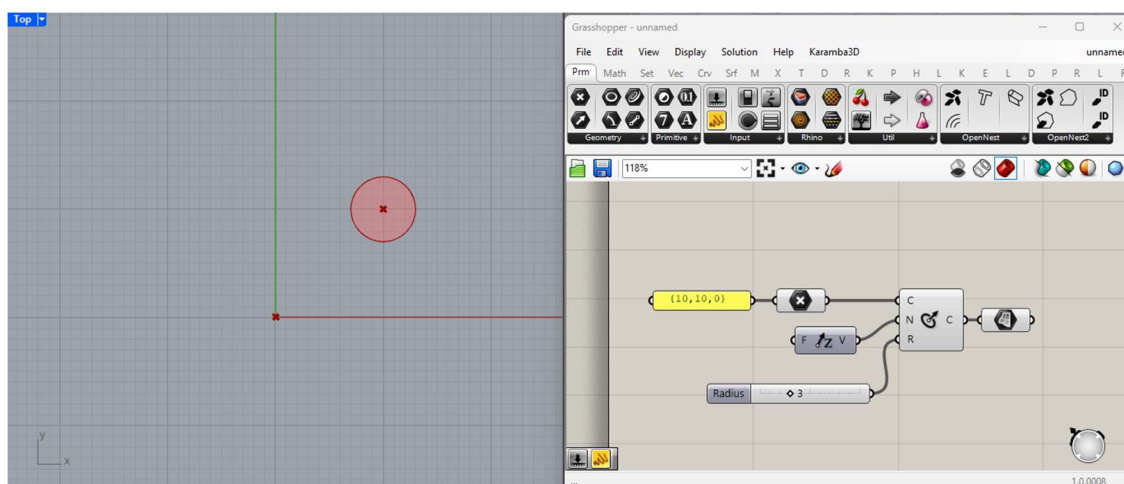
### 3.2.1 Rhino/Grasshopper

O Grasshopper é uma plataforma de programação visual criada por David Rutten, que funciona em conjunto com o software de modelagem 3D Rhinoceros. A construção de algoritmos no Grasshopper acontece através da manipulação de componentes em um painel, onde as saídas desses componentes são conectadas às entradas de outros componentes subsequentes. Originalmente, o Grasshopper foi desenvolvido para criar algoritmos generativos em projetos artísticos.

Seus componentes, ou funções, são capazes de gerar geometrias tridimensionais, além de algoritmos numéricos, textuais e audiovisuais para diversas finalidades. Ao longo do tempo, o uso da plataforma se expandiu, permitindo aplicações em modelagem estrutural paramétrica, design arquitetônico, análise de eficiência energética, entre outras.

A interface principal para o desenvolvimento de algoritmos no Grasshopper é baseada em um editor de nós, onde as informações são transmitidas de componente para componente por meio de conexões (fios) que sempre ligam uma saída a uma entrada, da esquerda para a direita. Os dados de entrada também podem ser fornecidos por outros softwares ou arquivos armazenados no computador, e são organizados em parâmetros que podem ser independentes ou conectados a outros componentes ou objetos.

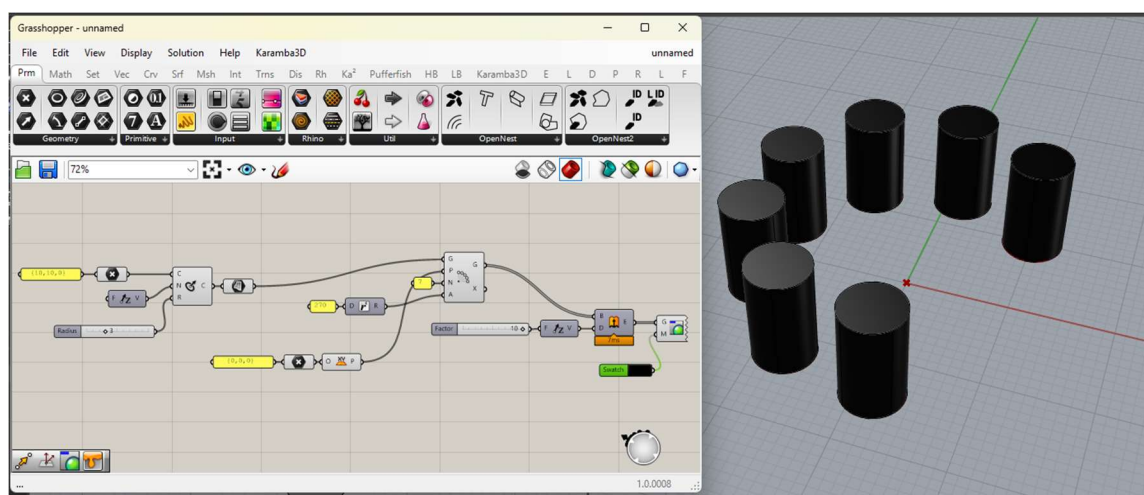
Figura 21 – Exemplo de Algoritmo Grasshopper.



Fonte: (AUTOR, 2024)

O editor do Grasshopper funciona em conjunto com o ambiente de modelagem 3D do Rhinoceros. Nesse editor, o usuário pode criar algoritmos visuais conectando diferentes elementos gráficos, chamados de componentes. Na Figura 21, é mostrado um exemplo de um algoritmo que define e controla uma geometria 2D, a qual é visualizada na janela do Rhinoceros. Nesse exemplo, temos o componente “Circle CNR”, que define um círculo a partir do seu centro, vetor normal e raio. Como pode ser visto, o centro se localiza na coordenada (10,10,0) do plano cartesiano, o raio é de 3 metros e o vetor normal do plano do círculo é o eixo Z. No final, o círculo é conectado ao parâmetro “Surface”, que o converte em um elemento de área.

Figura 22 – Exemplo de geração de geometria 3D via Grasshopper.



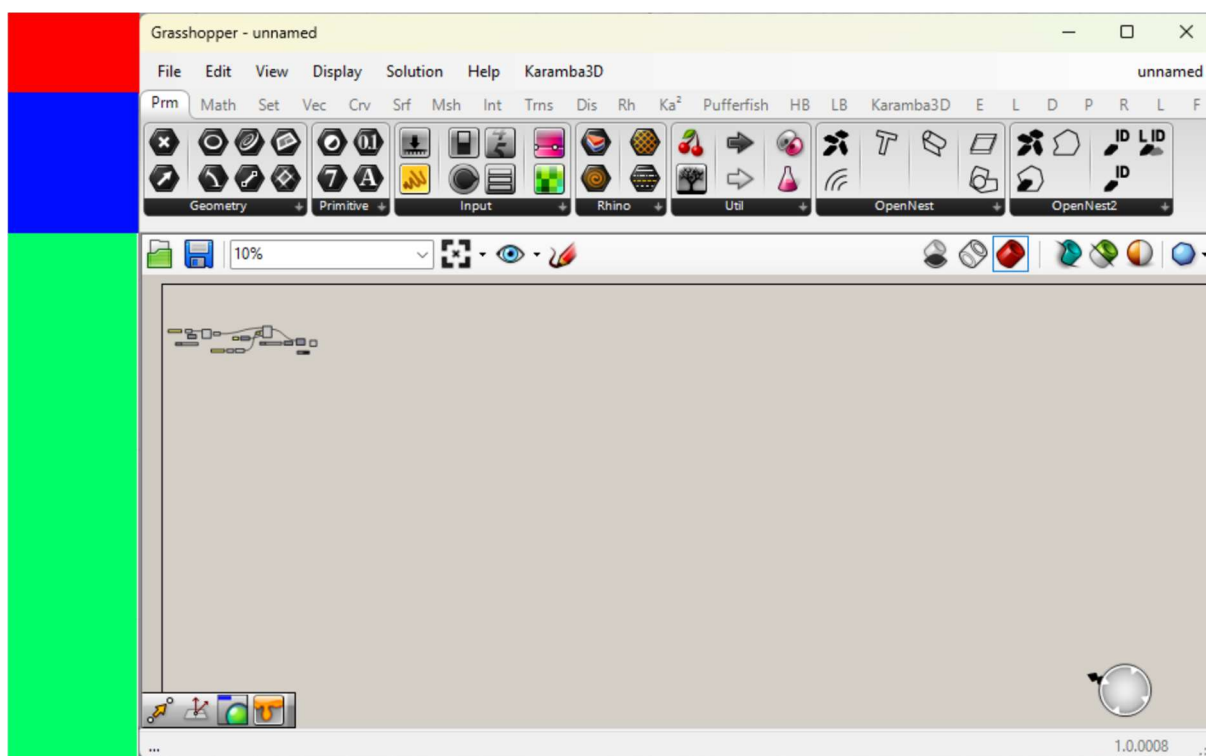
Fonte: (AUTOR, 2024)

Seguindo o fluxo típico de trabalho no Grasshopper (da esquerda para a direita), a Figura 22 apresenta mais componentes típicos da ferramenta, a primeira parte é a geração de um círculo; Em seguida é apresentado o componente “Polar Array”, que tem como parâmetro de entrada a geometria, o plano de referência, a quantidade réplicas desejadas e o domínio angular donde serão distribuídas. Finalmente, o componente Polar Array gera um dado de saída, o qual é conectado ao componente “Extrude”, que solicita uma geometria de entrada e um vetor que defina a direção e o comprimento a ser extrudado.

À direita da Figura 22, no Rhino 8, é possível ver a geometria resultante do algoritmo, 7 cilindros dispostos ao redor do plano XY do eixo cartesiano, percorrendo um ângulo de 270° a partir da posição do círculo original, no eixo anti-horário.

### 3.2.2 Interface do Grasshopper

Figura 23 – Interface do Grasshopper.



Fonte: (AUTOR, 2024)

Pela Figura 23, é possível ver que a interface do Grasshopper se divide em três partes, a parte superior, como na maioria dos softwares de computador, apresenta as operações básicas de abrir arquivos, salvá-los, mudar opções de visualização, opções de suporte, entre outros.

Na parte intermediária, é apresentada ao usuário a barra de componentes, que contém todas as ferramentas de inserção de parâmetros, processamento de dados e visualização de resultados. Além dos componentes clássicos, é possível adicionar novos componentes por meio de plug-ins; essa prática é comum entre os usuários do programa e várias bibliotecas podem ser encontradas na plataforma online “food4Rhino”.

Na parte inferior, está a área de trabalho; os componentes do Grasshopper podem ser inseridos de duas formas: arrastando-os da barra de componentes até a área de trabalho ou clicando duas vezes na área de trabalho e pesquisando o nome do componente em uma caixa de texto.

### 3.2.3 Componentes e Fluxo do Grasshopper

Um algoritmo é um conjunto de instruções que divide tarefas complexas em etapas simples e bem definidas. O Grasshopper oferece ao usuário uma interface intuitiva de componentes para construir essas instruções através de um algoritmo visual. Existem três tipos principais de componentes no Grasshopper:

#### a) Componentes padrão:

Esses componentes executam operações sobre os dados. Eles exigem um conjunto de dados de entrada, que são processados para gerar um dado de saída. Por exemplo, na criação de um cilindro, as funções "Circle CNR" e "Extrude" são componentes padrão que processam dados de entrada para produzir resultados. Esses resultados, por sua vez, podem servir como entrada para outros componentes à medida que o algoritmo se desenvolve.

#### b) Componentes de entrada:

Esses componentes fornecem dados, como números, cores, letras ou coordenadas, que podem ser ajustados pelo usuário. Eles estão localizados na barra de componentes, na subseção "Inputs" dentro da aba "Params". Diferente dos componentes padrão, os componentes de entrada não precisam de dados iniciais para operar.

#### c) Componentes de armazenamento de dados:

Esses componentes funcionam como "caixas" para armazenar dados. Eles podem coletar informações de várias fontes e servir como entrada para outros componentes. Esses componentes são identificados por um ícone hexagonal preto, como pode ser visto na Figura 24.

Figura 24 – Exemplo de componentes de armazenamento de dados.

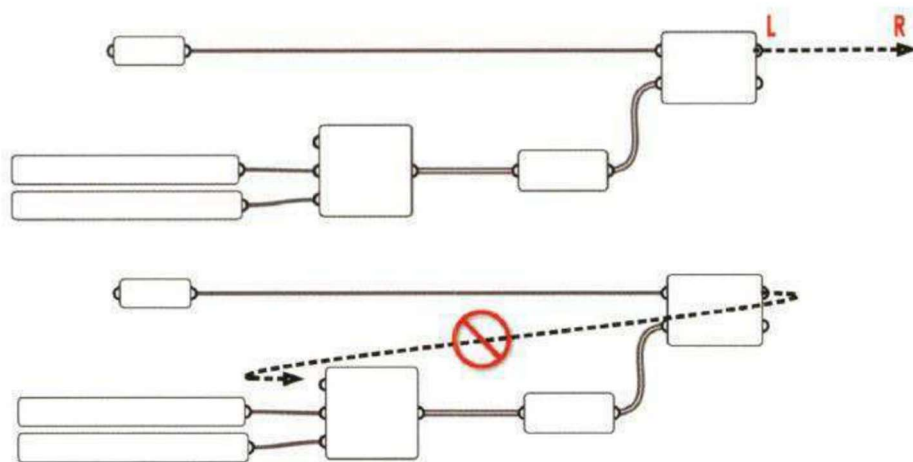


Fonte: (AUTOR, 2024)

As informações no Grasshopper são transmitidas entre os componentes por meio de conexões de fios. Esses fios conectam a saída de um componente à entrada de outro, desde que este componente não preceda o anterior na sequência do algoritmo. Essa regra é essencial, pois garante que o fluxo de informações ocorra sempre em uma única direção, mantendo a lógica consistente.

De forma análoga, os dados podem ser comparados a um fluido que flui pelos componentes, sempre da esquerda para a direita. Por isso, não é possível criar um loop no Grasshopper de forma direta, a menos que sejam utilizados componentes especiais, como aqueles do plug-in Kangaroo2, que operam e resolvem os algoritmos de forma iterativa (TEDESCHI, 2014). A Figura 25 ilustra de maneira intuitiva como funciona a sequência lógica do fluxo de dados no Grasshopper na prática.

Figura 25 – Fluxo de dados no Grasshopper.

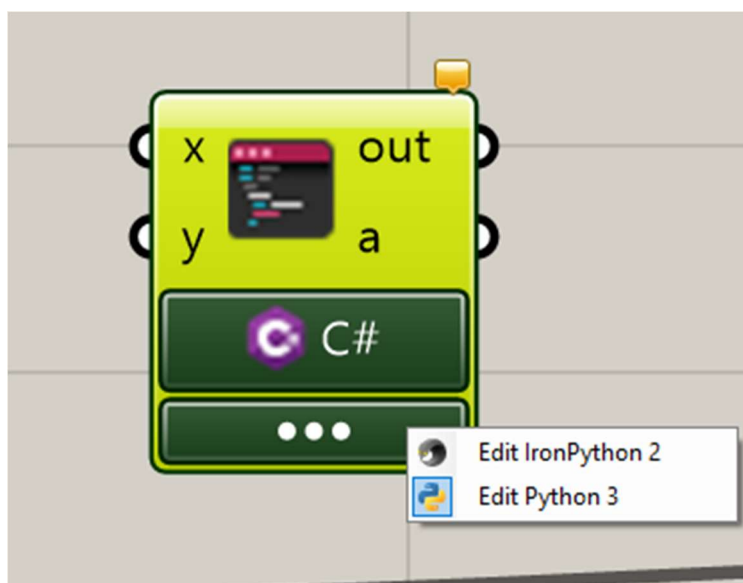


Fonte: (TEDESCHI, 2014)

### 3.2.4 Dimensionamento das Sapatas

Dentro do Grasshopper, além dos plug-ins, outra forma de criar rotinas personalizadas é com auxílio do componente “Script”, que permite criar funções com o uso de linguagens de programação mais tradicionais, como Python e C#.

Figura 26 – Componente Script

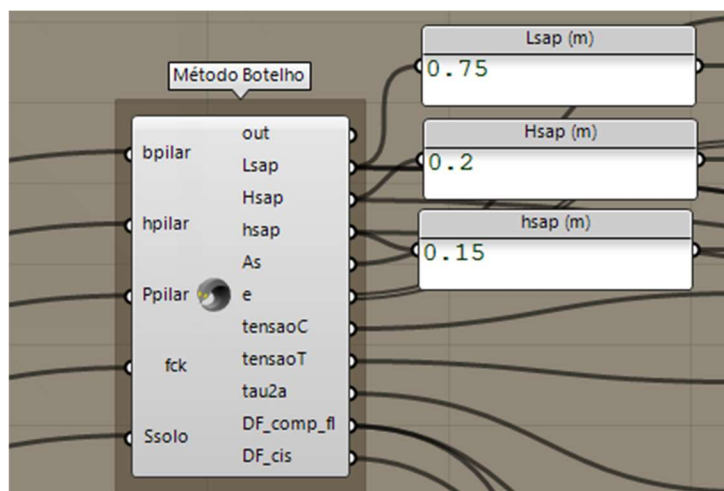


Fonte: (AUTOR, 2024)

A linguagem Python foi utilizada por ser mais prática (SWACHA; MUSZYŃSKA, 2011).

De posse dos conceitos apresentados nas seções anteriores, foi elaborado um script dentro Grasshopper que modela sapatas isoladas de forma que elas possam ser classificadas como rígidas, mesmo princípio utilizado pelos autores Yopanan e Botelho, ademais, os métodos convencionais consideram apenas a carga do pilar para o dimensionamento da base, enquanto no script elaborado o peso próprio da sapata foi inserido no cálculo. Para os fins deste trabalho comparativo, foi arbitrado que os pilares e as sapatas tivessem a geometria quadrada.

Figura 27 – Script em Python para dimensionamento das sapatas



Fonte: (AUTOR, 2024)

Dados de entrada:

Bpilar = Dimensão da base do pilar;

Hpilar = Dimensão da altura do pilar;

Ppilar = Carga do pilar (aplicada no centro da sapata);

Fck = Fck do concreto;

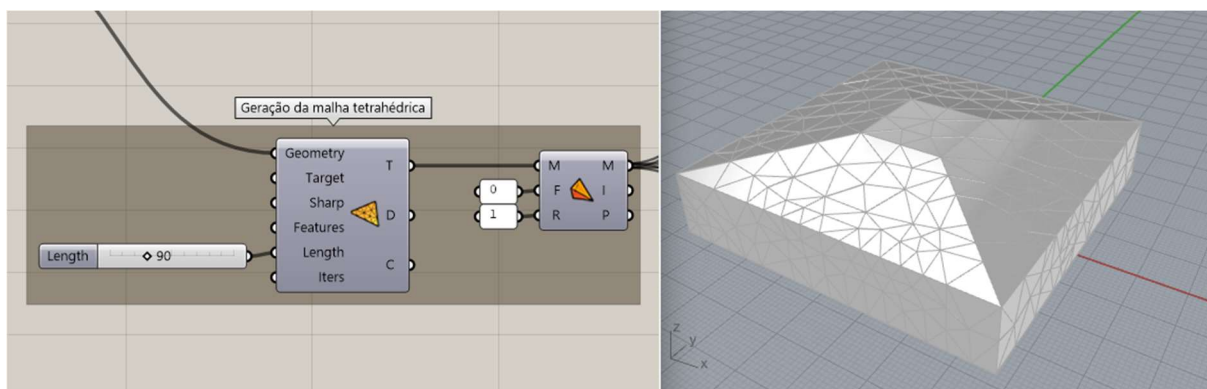
Ssolo = Tensão admissível do solo.

### 3.2.5 Modelagem e Análise das Sapatas

Após a obtenção das dimensões necessárias, o fluxo de trabalho consiste em modelar a geometria tridimensional da sapata, discretizar a malha da geometria, inserir a malha no plugin de MEF e extrair os resultados.

Para a geração da malha, foi utilizada uma associação de dois componentes, “TriRemesh” e “Tetrahedralize”, o primeiro já existe na biblioteca do Grasshopper e atua nas faces da geometria, convertendo-as em malhas de triângulos quase equiláteros, enquanto o segundo faz parte da biblioteca Tetgen, criada por Tom Svilans e disponibilizada na plataforma “food4rhino”. Tetrahedralize irá transformar a geometria em vários pequenos tetraedros, que servirá como elemento finito para posterior análise, conforme explicado na seção 2.2.2.

Figura 28 – Uso do “TriRemesh” e “Tetrahedralize” na geração de malhas



Fonte: (AUTOR, 2024)

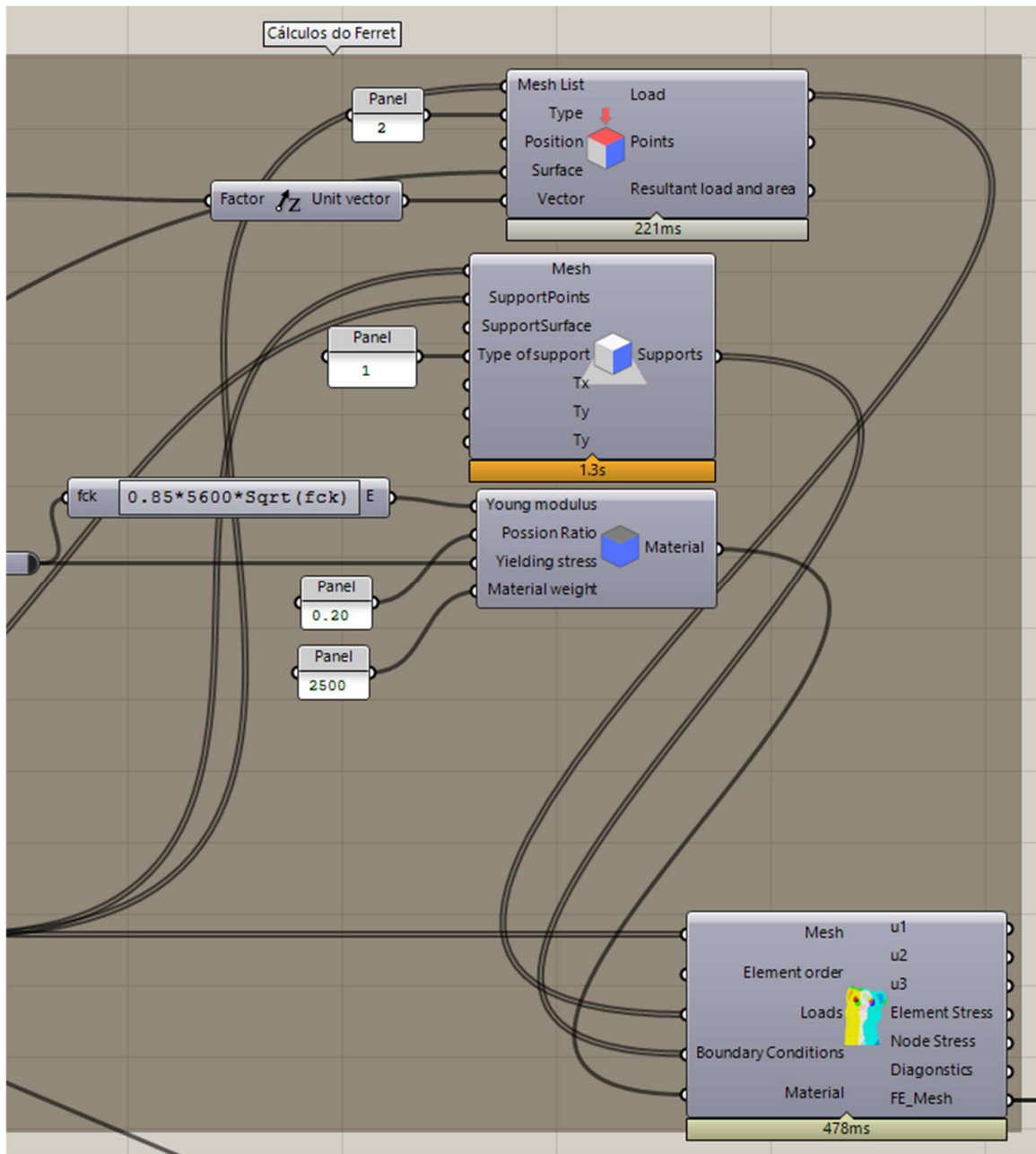
Conforme visto na Figura 29 e comentado na seção 2.2.2, para a análise ser executada, o componente “FEMSolver” precisa de uma lista de malhas do Rhino. Essas malhas podem ser tetraedros ou hexaedros.

É necessário especificar os pontos da malha onde serão aplicadas as condições de contorno. O componente “Support” recebe a lista de malhas como entrada, junto com os pontos que devem ser restringidos de se deslocarem nas direções especificadas pelo usuário. Por padrão, as três direções de translação são restringidas, mas isso pode ser alterado modificando os valores booleanos de Tx, Ty e Tz no componente. A saída do componente é uma lista de 0's e 1's, onde 0 indica que o nó está livre para se mover e 1 indica que ele está restringido.

Naturalmente, é preciso especificar os locais onde serão aplicadas as cargas. Podem ser aplicadas cargas tanto em pontos quanto em superfícies. As entradas necessárias são: a lista de malhas, o tipo de carga (0 para carga em superfície e 1 para carga pontual), as superfícies ou pontos onde as cargas serão aplicadas e o vetor que especifica a direção da carga. A saída é uma lista que corresponde ao vetor de carga global e uma lista de pontos na malha onde a carga está atuando, permitindo que o usuário verifique os resultados.

Por fim, é necessário definir o material do objeto usando o componente “Material”. O Plug-in suporta apenas materiais isotrópicos, sendo obrigatório fornecer as seguintes propriedades: Módulo de Elasticidade, o Coeficiente de Poisson, a Tensão de Escoamento e o Peso do Material (HAAKONSEN et al., 2022).

Figura 29 – Requisitos para MEF via Plug-in FERret



Fonte: (AUTOR, 2024)

Para concreto com  $f_{ck}$  entre 20 e 50 Mpa, a NBR 6118 indica que o módulo de elasticidade do concreto se dá por:

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (39)$$

Onde o  $\alpha_E$  varia de acordo com o agregado, no caso deste estudo, foi utilizado um valor de 0,85.

Com todos os parâmetros necessários definidos, a análise é realizada conectando todas as entradas mencionadas ao FEMSolver. Após a execução da análise, os resultados são armazenados na classe FEMesh, que também é uma saída do solver. Essa classe pode ser utilizada posteriormente para a visualização dos resultados.

Além disso, o solver gera listas com os deslocamentos nodais nas direções u, v e w, bem como listas com as tensões nodais e elementares. A saída final é uma lista de strings contendo informações sobre a análise realizada (HAAKONSEN et al., 2022).

### 3.2.6 Armazenamento dos Dados

O script “Persistant Python Data Counter”, criado por Dharman Gersch, foi adaptado e utilizado no processo de geração e análise de múltiplas sapatas. O resultado de cada sapata foi armazenado em um arquivo .csv.

Figura 30 – Tabela do espaço de soluções

| Nome das colunas - tabela do espaço de soluções                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre> ===== DADOS DE ENTRADA: D1 = h_pilar D2 = fck D3 = Ppilar D4 = Ssolo ===== DADOS DE SAÍDA: D5 = Lsap D6 = Hsap D7 = hsap D8 = AS_Botelho D9 = tensao_comp_Botelho D10 = tensao_tracao_Botelho D11 = tensao_cis_Botelho D12 = DF_comp_fl_Botelho D13 = DF_cis_Botelho D14 = DF_biela_Botelho D15 = As_Yopanan D16 = tensao_comp_Yopanan D17 = tensao_tracao_Yopanan D18 = tensao_cis_Yopanan D19 = DF_comp_fl_Yopanan D20 = DF_cis_Yopanan D21 = DF_biela_Yopanan D22 = tensao_comp_Ferret D23 = tensao_tracao_Ferret D24 = tensao_cis_Ferret D25 = DF_comp_fl_Ferret D26 = DF_cis_Ferret </pre> |

Fonte: (AUTOR, 2024)

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

### 4.1 COMPARAÇÃO FERRET E ANSYS

Qualquer análise por elementos finitos (FEA) realizada por um engenheiro está sujeita a diversos tipos de erros que podem comprometer a validade dos resultados. Esses erros podem ser classificados em três categorias principais: 1) erro do usuário – uso incorreto do software de FEA ou inserção de dados errada pelo analista, 2) erros devido a suposições e simplificações no modelo, e 3) erros causados pela discretização inadequada da malha. Os erros do usuário podem ser evitados por meio de um checklist abrangente de pré e pós-processamento, além de treinamento adequado nos fundamentos da análise por elementos finitos e no uso do software. Os erros relacionados a suposições e simplificações no modelo podem ser mitigados ao adicionar mais complexidade, tornando o modelo mais fiel à física do problema analisado. Já os erros relacionados à malha insuficiente ou grosseira são frequentemente ignorados pelos analistas. Esses erros de discretização podem ser corrigidos avaliando-se a qualidade da malha e desenvolvendo critérios que garantam a precisão da solução obtida pelo método de elementos finitos (SHAH, 2002).

A fim de verificar a acurácia do FERret, algumas sapatas foram analisadas tanto no plug-in do Grasshopper quanto no consolidado software Ansys.

De forma complementar, foi utilizado um script que mede a porcentagem de possíveis erros no modelo. Foi adotada uma tolerância de 10% nos estudos.

Figura 31 – Script que verifica o erro do modelo Ansys

```
! Entrada no pós-processador
/post1

! Seleção da solução
set,first

! Selecionar os elementos a serem considerados
!esel,S,ename,,181
!esel,S,all

! Ligar os gráficos
/GRAPHICS, FULL

!plot ! plot elements[/indent]

! captação do erro da energia dos elementos selecionados
*get,U,PRERR,0,SENSM

! Captação da energia de deformação dos elementos selecionados
*get,e,PRERR,0,SERSM

! Normalização do erro da energia em relação a energia de deformação
MY_SEPC=100*SQRT(e/(e+U))

! Colocar o SEPC no arquivo de saída. Verificar se está compatível com o MY_SEPC
PRERR

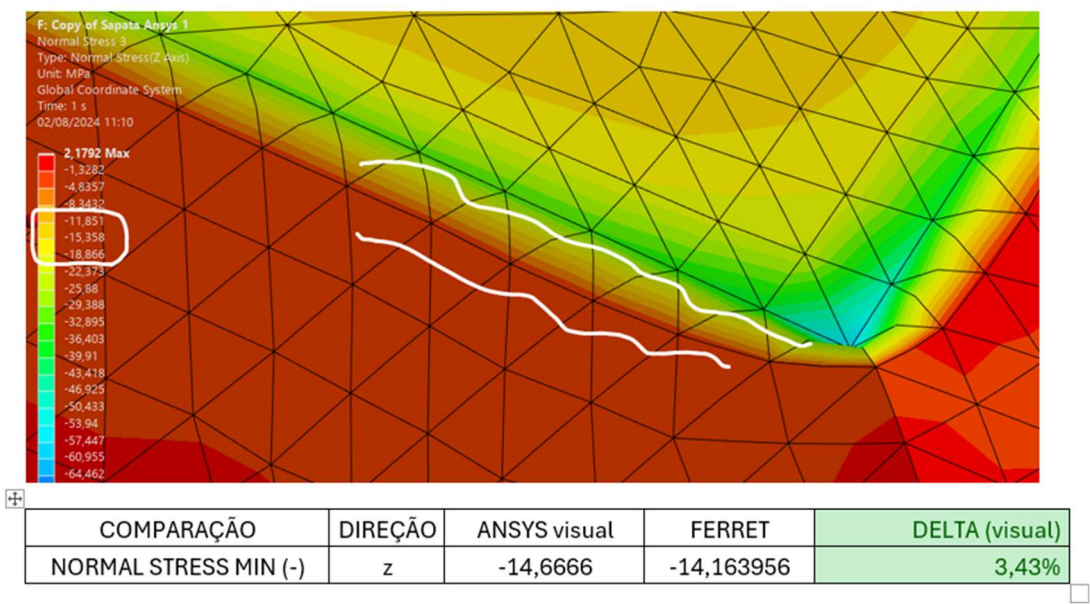
!Seleção total do modelo
!allsel

! Finalização do batch e do /post1
finish
```

Fonte: (AUTOR, 2024)

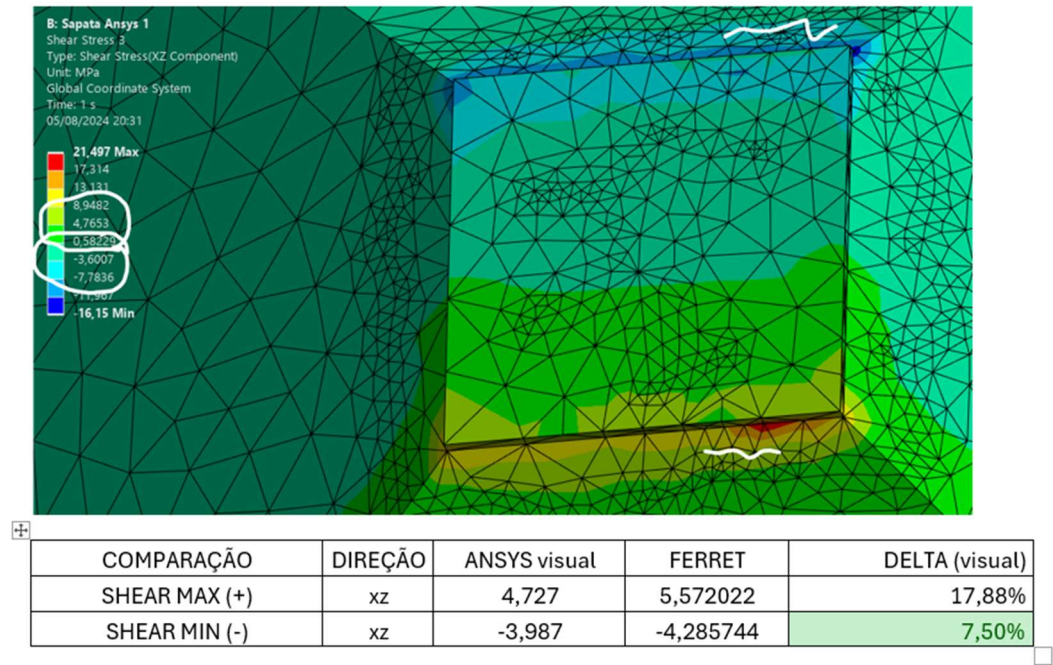
De posse dos valores fornecidos pela análise do Ansys e do FERret, identificou-se que o plug-in do Grasshopper foi capaz de fornecer bons resultados.

Figura 32 – Comparação FERret Ansys – Estresse Negativo (Mpa)



Fonte: (AUTOR, 2024)

Figura 33 - Comparação FERret Ansys – Cisalhamento (Mpa)



Fonte: (AUTOR, 2024)

Tabela 2 – Exemplo de metodologia de comparação FERret x Ansys

| Sapata | bpilar (Cm) | hpilar (Cm) | P pilar (kN) | Lsap (m) | Tensão adm (kN/m2) | hsap | Hsap | Tensão na base (MPa) | COMPARAÇÃO            | DIREÇÃO | ANSYS visual | FERRET     | DELTA (visual) |
|--------|-------------|-------------|--------------|----------|--------------------|------|------|----------------------|-----------------------|---------|--------------|------------|----------------|
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MAX (+) | x       | 3,5259       | 3,457693   | 1,93%          |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MIN (-) | x       | -6,833333333 | -6,066159  | 11,23%         |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MAX (+) | y       | 3,5258       | 3,395602   | 3,69%          |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MIN (-) | y       | -6,166666667 | -5,481011  | 11,12%         |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MAX (+) | z       | 2,1792       | -0,05165   | 102,37%        |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | NORMAL STRESS MIN (-) | z       | -14,6666     | -14,163956 | 3,43%          |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MAX (+)         | xy      | 1,293        | 1,632685   | 26,27%         |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MIN (-)         | xy      | -1,55        | -1,250715  | 19,31%         |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MAX (+)         | xz      | 4,727        | 5,572022   | 17,88%         |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MIN (-)         | xz      | -3,987       | -4,285744  | 7,50%          |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MAX (+)         | yz      | 5,5          | 5,099844   | 7,28%          |
| 1      | 30          | 30          | 1500         | 2,3      | 300                | 0,15 | 0,7  | 0,2836               | SHEAR MIN (-)         | yz      | -4,5         | -5,119923  | 13,78%         |

Fonte: (AUTOR, 2024)

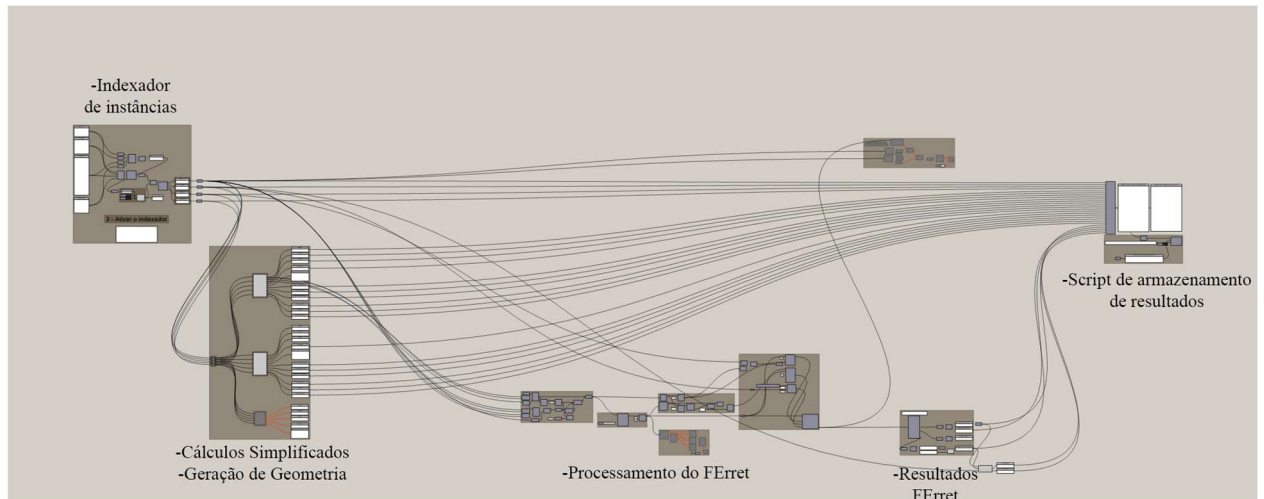
A mesma verificação foi realizada em outras quatro sapatas, validando a utilização do plug-in FERret para o estudo proposto.

## 4.2 COMPARAÇÃO FERRET E CÁLCULOS SIMPLIFICADOS

### 4.2.1 Análise 1: FERret Vs Yopanan e Botelho

Como citado na seção 3.2.5, a modelagem tridimensional das sapatas tomou como base os cálculos dos livros de Yopanan e Botelho, os dados foram armazenados conforme a seção 3.2.6.

Figura 34 – Código completo do Grasshopper



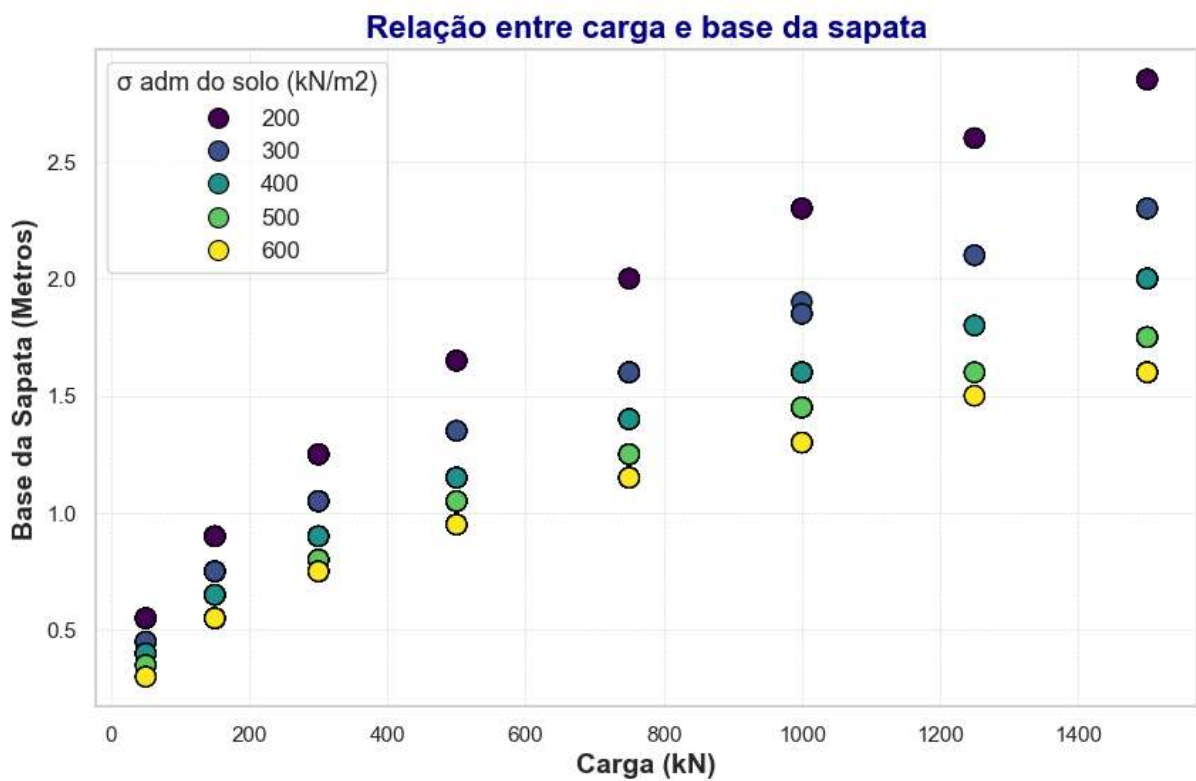
Fonte: (AUTOR, 2024)

Alguns dados de entrada têm uma alta influência na geometria final da sapata, sendo os mais notáveis a carga do pilar e tensão admissível do solo, a carga do pilar é diretamente proporcional ao volume da sapata e a tensão admissível inversamente proporcional ao mesmo. Tal correlação deve ser considerada no processo de definição dos dados de entrada, uma vez que permitir cargas elevadas poderá inferir em sapatas de volume elevado e, consequentemente, alta demanda computacional.

A carga máxima considerada foi de 1500 kN, juntamente com variados  $f_{ck}$ 's, base do pilar e tensão admissível do solo. O conjunto de dados possibilitou o desenvolvimento de um banco de dados dotado de 786 sapatas distintas.

Como mostrado na Figura 30, os dados de entrada e saída foram armazenados em um arquivo .csv. Este arquivo foi lido pelo Python com o auxílio da biblioteca Pandas, as seguintes informações foram extraídas:

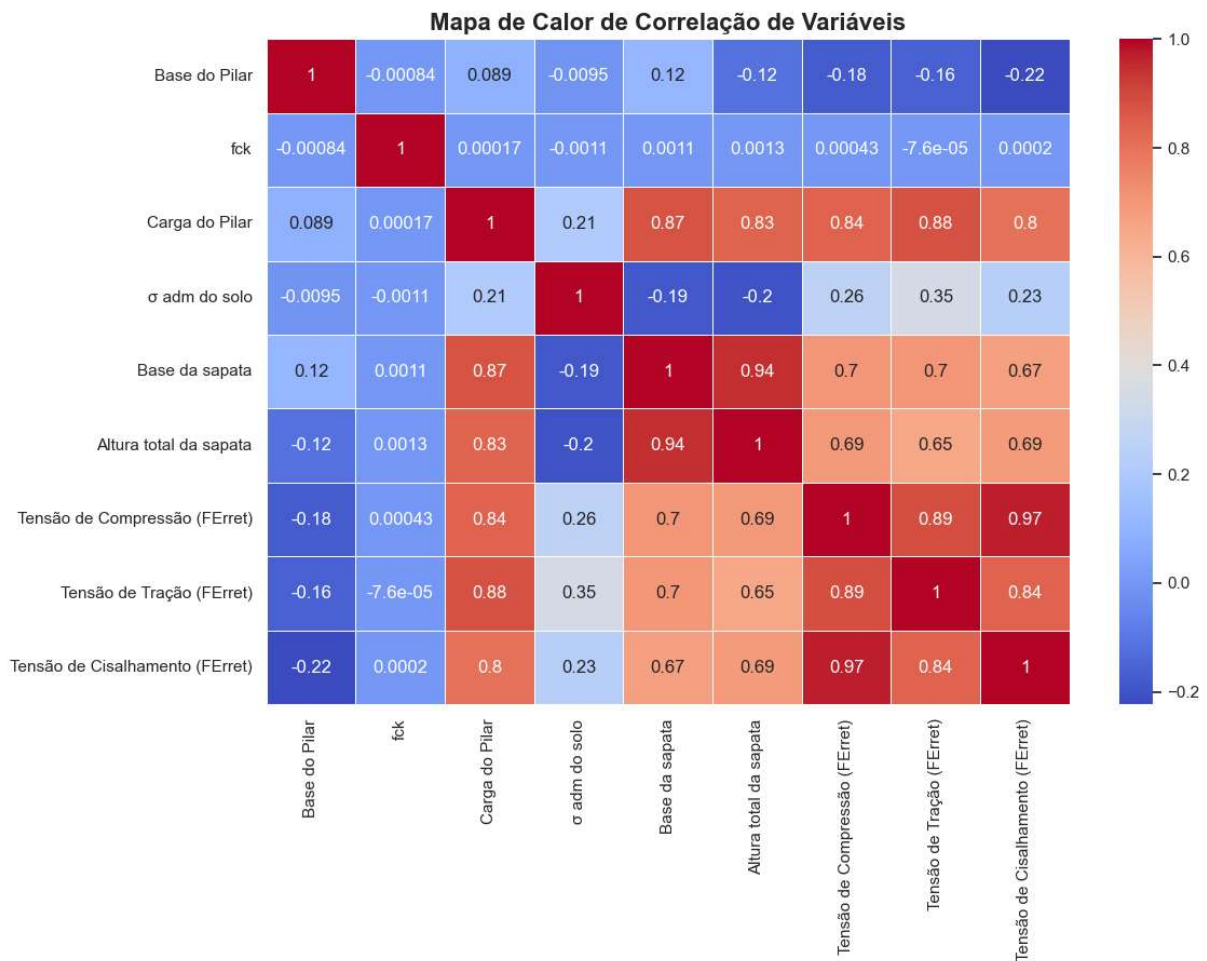
Figura 35 – Relação entre carga e base da sapata



Fonte: (AUTOR, 2024)

Para uma mesma tensão admissível do solo, a base da sapata tende a crescer com o aumento da carga aplicada na sapata.

Figura 36 – Mapa de Calor de Correlação de Variáveis



Fonte: (AUTOR, 2024).

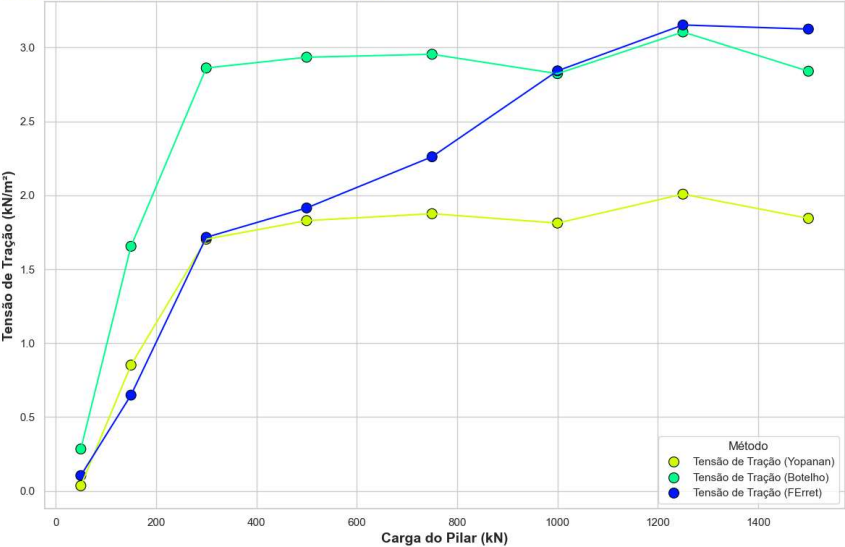
Do gráfico infere-se que existe uma correlação entre a carga do pilar e diversos outros dados, tais como altura e base da sapata, reforçando a importância da geometria no desenvolvimento estrutural deste elemento de fundação. Além da geometria, é possível ver que altas cargas se relacionam com altas tensões.

No banco de dados elaborado existem três resultados diferentes para os mesmos dados de entrada, foi criado dessa forma com a intenção de comparar os métodos de Yopanan e Botelho contra o FERret.

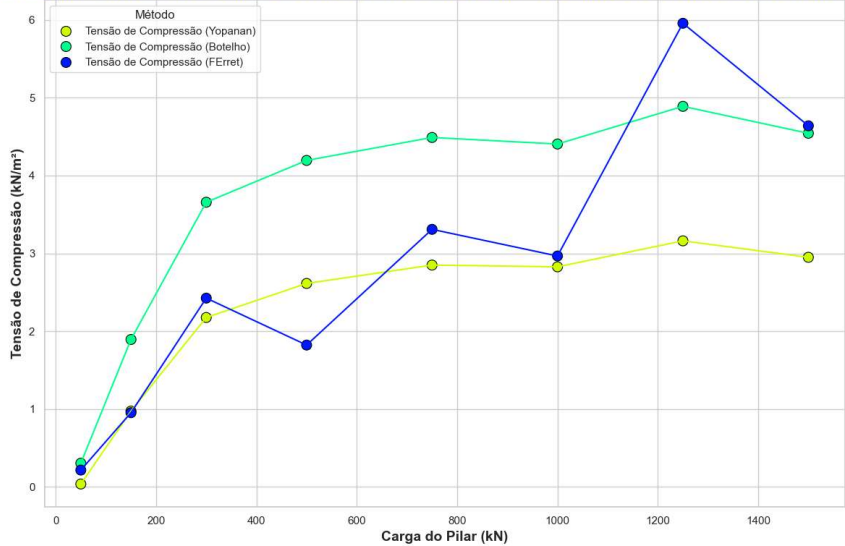
Para melhor inspecionar o desempenho da seção crítica das sapatas entre os diferentes métodos, foram criados três conjuntos de análise, onde a tensão admissível do solo, fck e base do pilar foram fixados, enquanto a carga do pilar permanecia variável. Como pode ser visto nas figuras seguintes:

Figura 37 – Conjunto 1 de Tração, Compressão e Cisalhamento

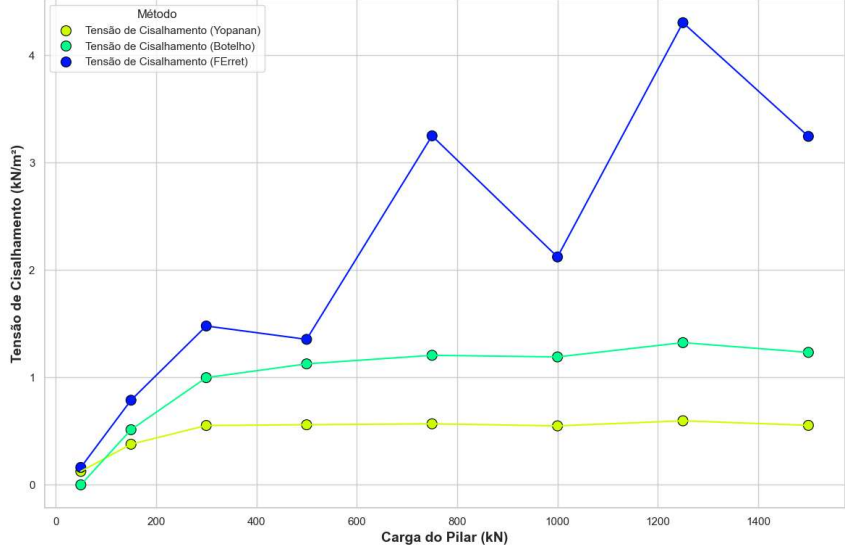
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Tração ( $\sigma_{adm}$  do solo = 300 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Compressão ( $\sigma_{adm}$  do solo = 300 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



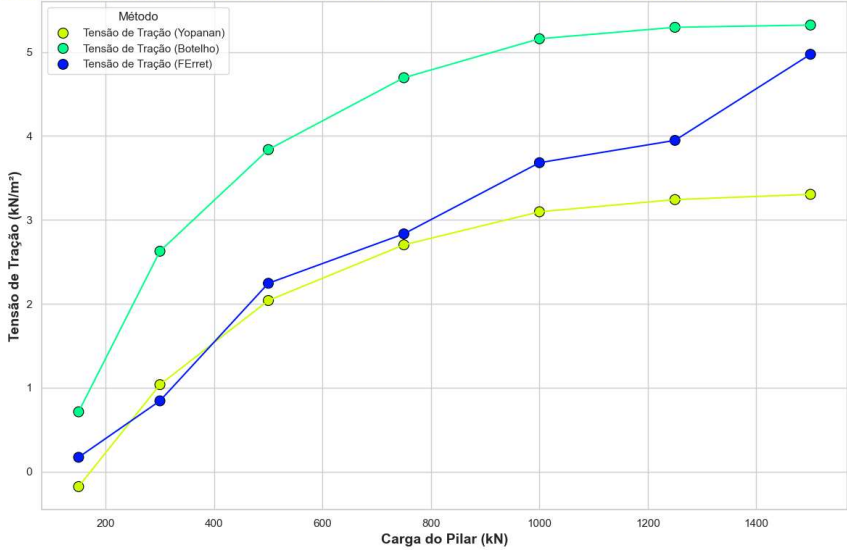
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Cisalhamento ( $\sigma_{adm}$  do solo = 300 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



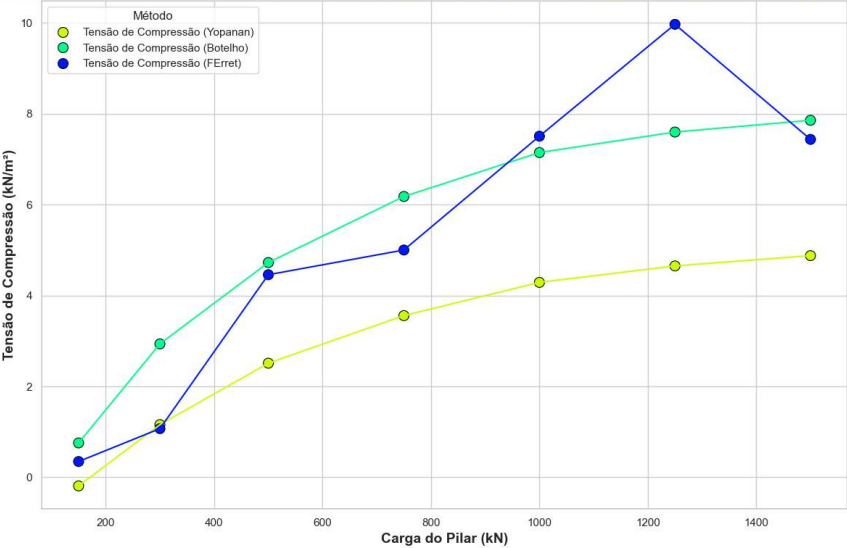
Fonte: (AUTOR, 2024).

Figura 38 - Conjunto 2 de Tração, Compressão e Cisalhamento

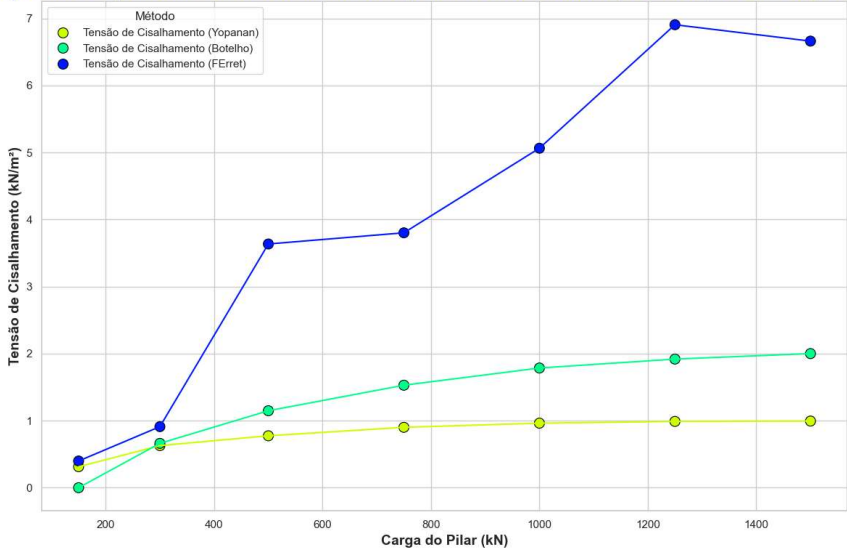
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Tração ( $\sigma_{adm}$  do solo = 500 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 40 Mpa & Base do pilar = 40 cm)



Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Compressão ( $\sigma_{adm}$  do solo = 500 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 40 Mpa & Base do pilar = 40 cm)



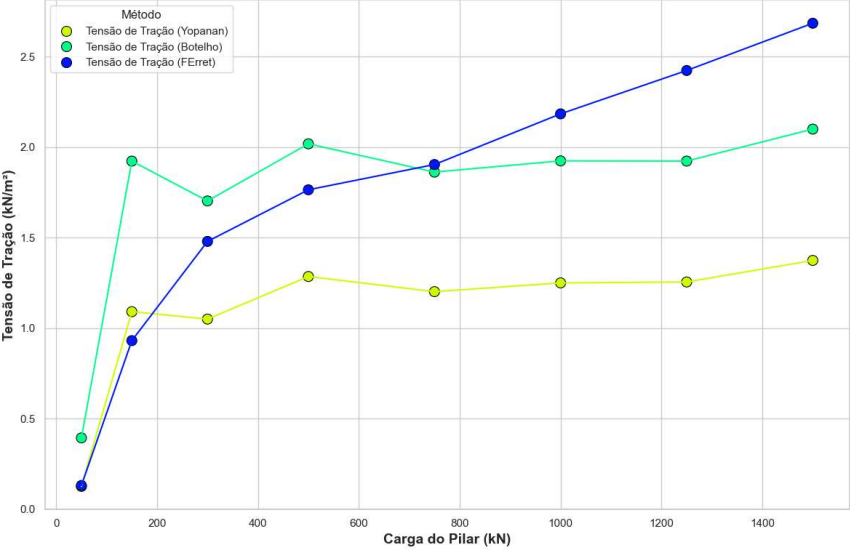
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Cisalhamento ( $\sigma_{adm}$  do solo = 500 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 40 Mpa & Base do pilar = 40 cm)



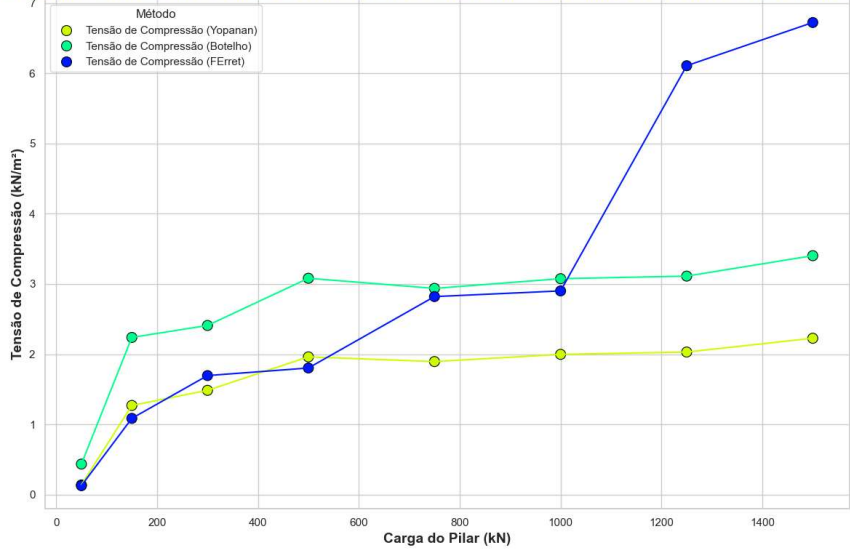
Fonte: (AUTOR, 2024)

Figura 39 - Conjunto 3 de Tração, Compressão e Cisalhamento

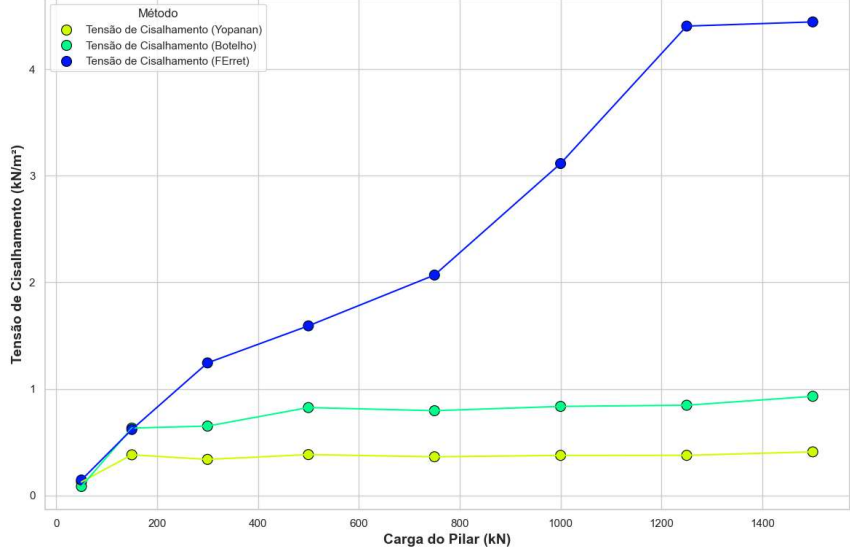
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Tração ( $\sigma_{adm}$  do solo = 200 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Compressão ( $\sigma_{adm}$  do solo = 200 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



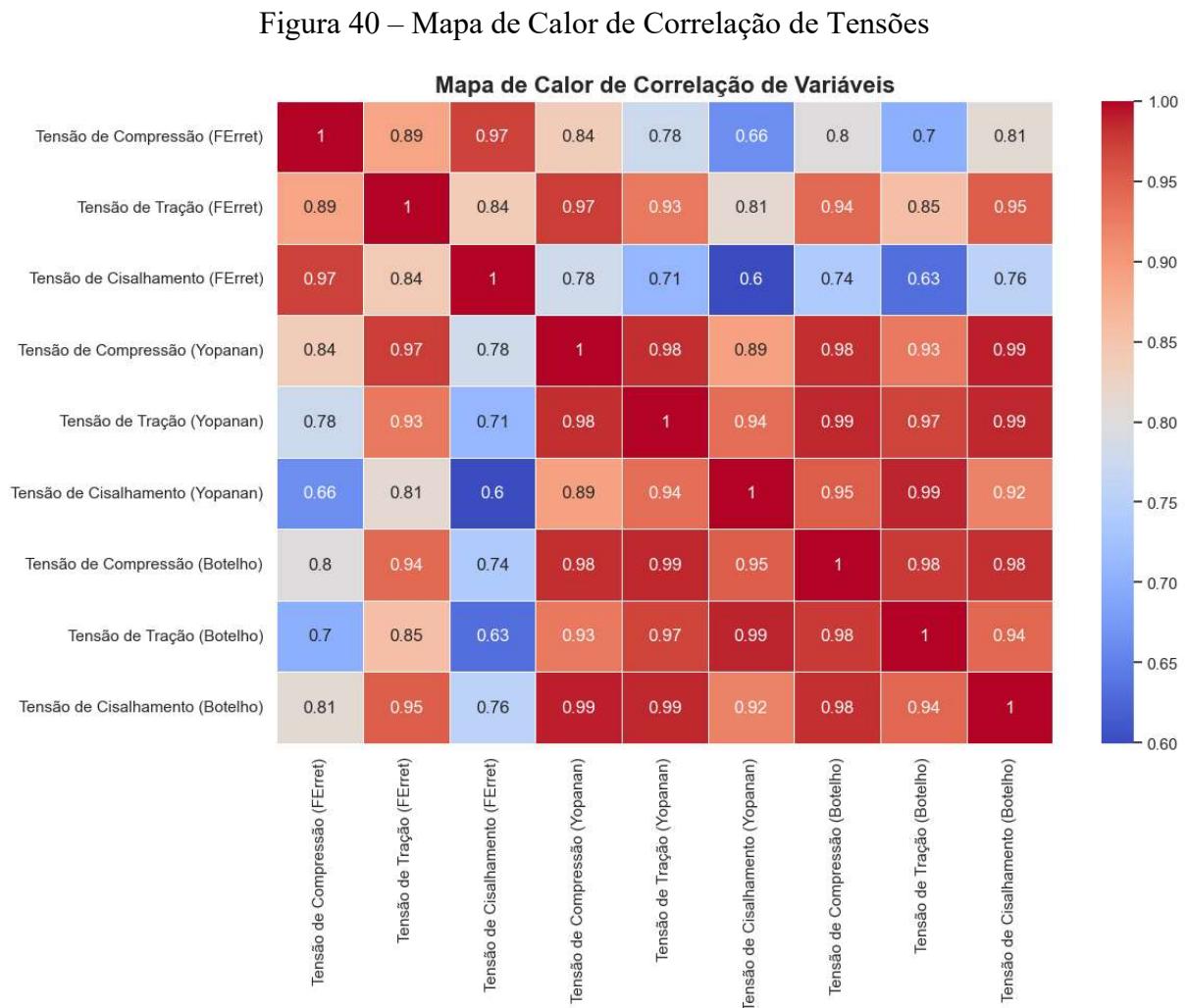
Relação entre Carga do Pilar e Tensão de Cisalhamento ( $\sigma_{adm}$  do solo = 200 kN/m<sup>2</sup>,  $f_{ck}$  = 30 Mpa & Base do pilar = 30 cm)



Fonte: (AUTOR, 2024)

Nas Figura 37, Figura 38 e Figura 39, é possível observar que os resultados obtidos pelos três métodos se encontram na mesma ordem de grandeza. Os métodos de Botelho e Yopanan, mesmo oriundos de pesquisas experimentais e simplificações, tendem a se aproximar dos cálculos via MEF. Nota-se que, em geral, o método de Botelho apresenta tensões maiores em comparação ao de Yopanan, mas permanecem abaixo das do FERret em várias instâncias.

Na figura 40, é apresentado outro mapa de calor das 786 sapatas, focando na análise de proximidade dos resultados entre as tensões dos três métodos.



Fonte: (AUTOR, 2024)

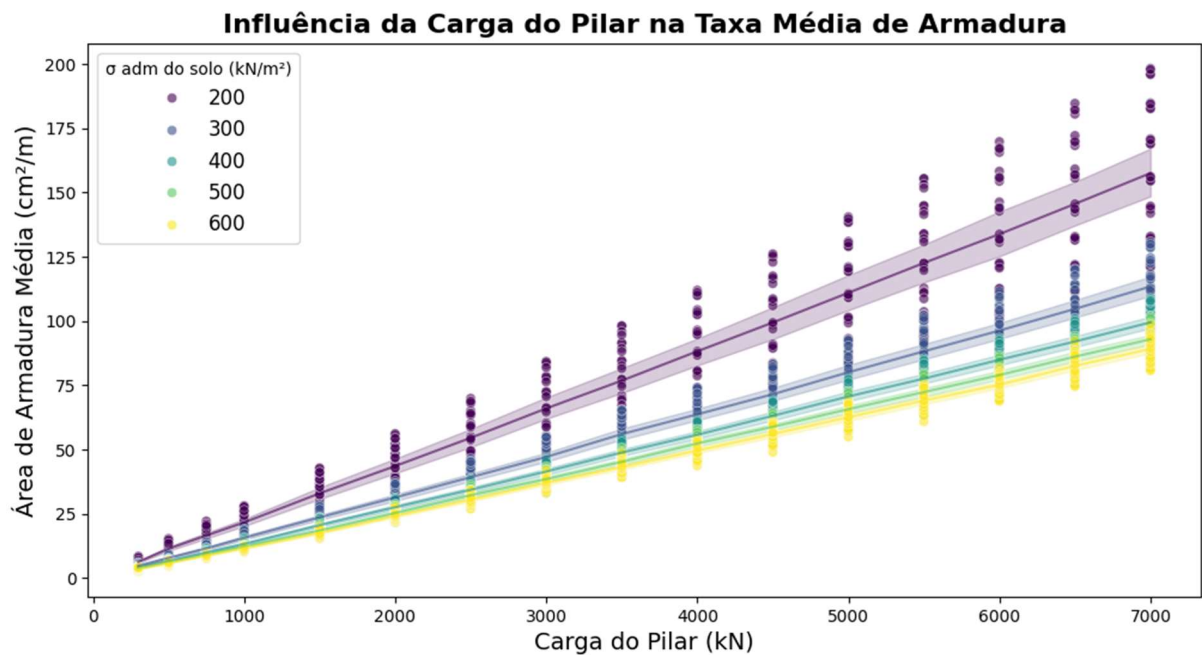
#### 4.2.2 Análise 2: Métodos Simplificados

Como discutido na seção 3.2.3, a natureza do Grasshopper permite uma fácil edição e reestruturação dos seus códigos. Dito isso, uma nova versão do Script foi elaborada, considerando apenas os métodos tradicionais, o que permitiu o cálculo e dimensionamento de 3024 sapatas.

A estratégia de armazenar os dados em um arquivo .csv se manteve, possibilitando sua leitura pela linguagem de programação Python, posterior análise e elaboração gráficos.

O principal dado de saída analisado nesse segmento foi a taxa de armadura requerida em  $\text{cm}^2$  por metro, considerando a média dos métodos de Yopanan, Botelho e Alonso.

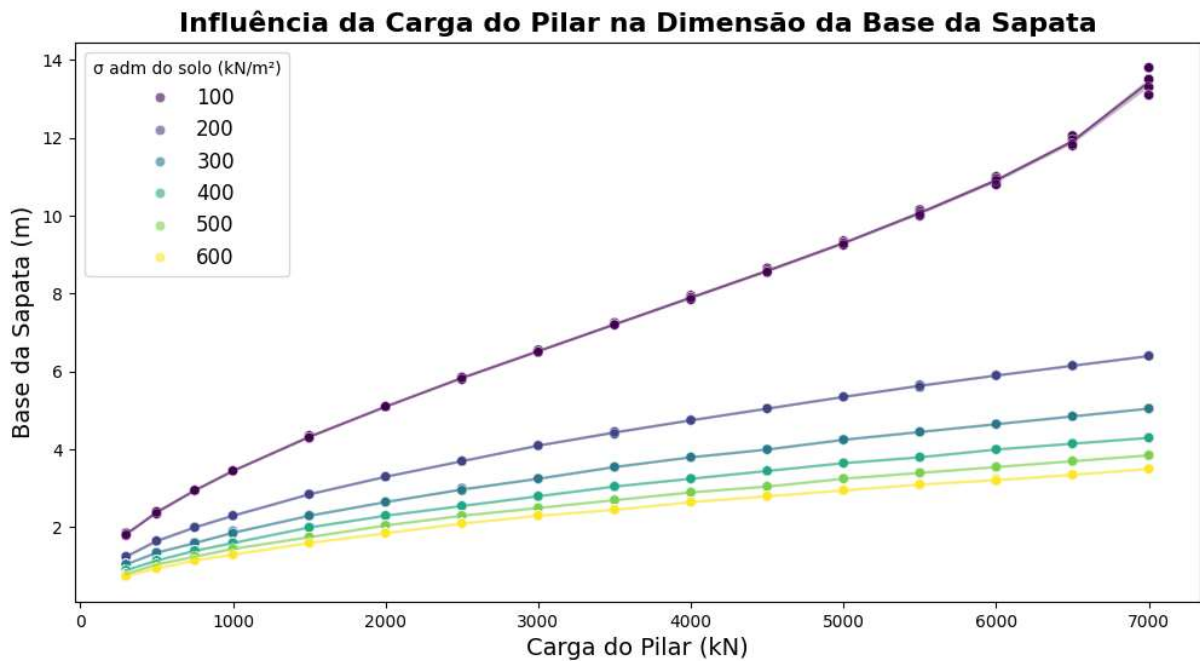
Figura 41 – Influência da Carga do Pilar na Taxa Média de Armadura



Fonte: (AUTOR, 2024)

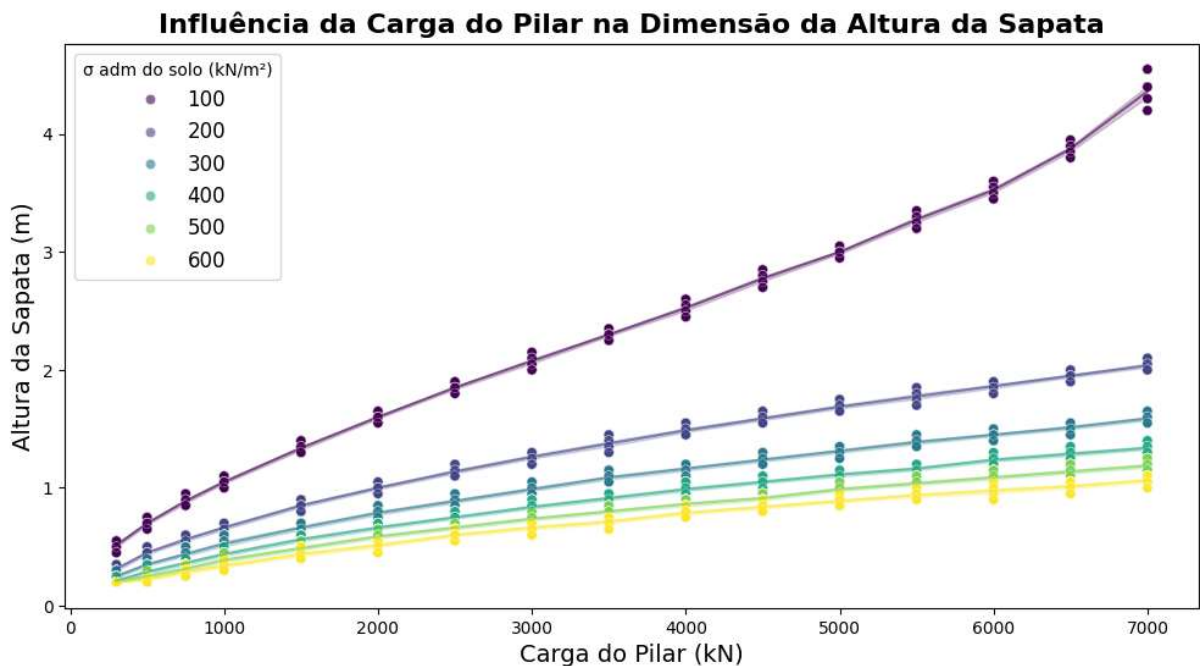
Tem-se então uma relação diretamente proporcional entre a carga do pilar e a taxa de armadura, desde que sejam analisadas sapatas em um mesmo tipo de solo.

Figura 42 – Influência da Carga do Pilar na Dimensão da Base da Sapata



Fonte: (AUTOR, 2024)

Figura 43 - Influência da Carga do Pilar na Dimensão da Altura da Sapata



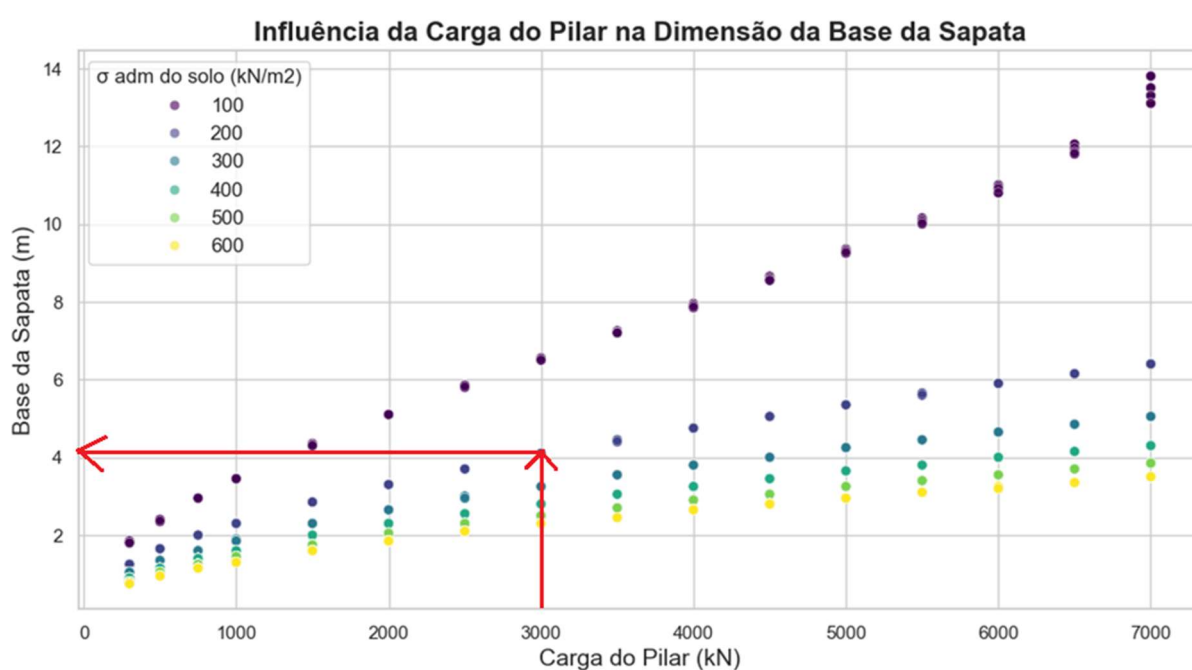
Fonte: (AUTOR, 2024)

As figuras 42 e 43 exibem a relação entre a carga do pilar e suas principais dimensões requeridas, altura e largura, dito isso, essa plotagem também serve como “ábaco”, uma vez que é possível utilizá-la para encontrar resultados de forma rápida.

### 4.3 ÁBACOS DE RESULTADOS E UTILIDADE DA METODOLOGIA COMPUTACIONAL

Um ábaco é essencialmente um gráfico de fácil consulta que relaciona parâmetros fundamentais para o projeto de elementos estruturais. Os ábacos são gerados a partir dos dados experimentais ou de análises teóricas e podem ser usados para dimensionar componentes sem a necessidade de cálculos detalhados. No caso de sapatas, as dimensões são os principais dados de interesse; como citado na seção 4.2.2, algumas figuras de seções anteriores podem ser utilizadas como diretoras em tarefas de dimensionamento.

Figura 44 – Exemplo de Uso de Ábaco



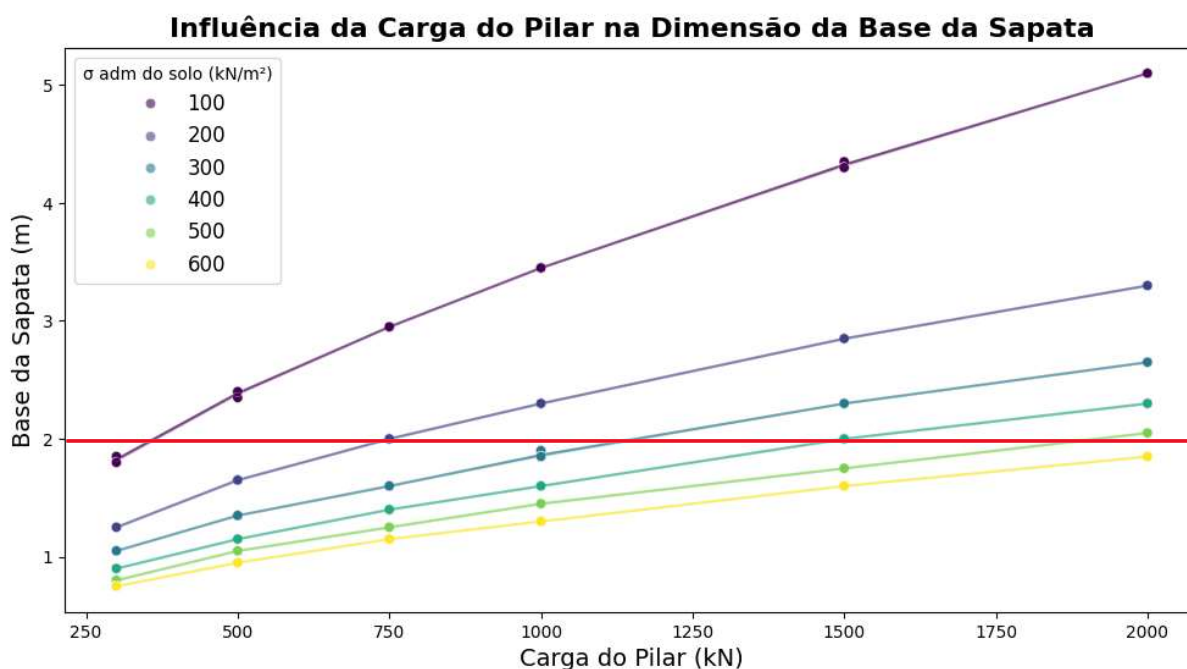
Fonte: (AUTOR, 2024)

A Figura 44 exemplifica a utilização de um gráfico como ábaco, onde os dados conhecidos seriam a carga do pilar e a tensão admissível do solo. Percorrendo o caminho denotado, encontra-se a dimensão da base da sapata. A mesma metodologia pode ser utilizada para obtenção da altura da sapata e expectativas de taxa de armação.

É possível ainda filtrar os dados de acordo com diferentes critérios e gerar ábacos personalizados para cada tipo de projeto/estudo.

Em uma situação hipotética onde o usuário deseje limitar a dimensão máxima da sapata em 2 metros, é possível elaborar um novo gráfico onde as cargas máximas são menores, gerando assim um espaço de soluções personalizado para a situação imposta:

Figura 45 – Ábaco Filtrado



Fonte: (AUTOR, 2024).

Desta forma, além de possibilitar cálculos e simulações em larga escala, a modelagem computacional permite a criação de novas referências personalizadas especificamente para cada tipo de projeto, possibilitando a visualização de soluções de uma forma mais dinâmica e engenhosa.

A coleta sistemática de dados é um pilar fundamental para o avanço de qualquer teoria ou pesquisa científica (BORMIDA, 2021). Tradicionalmente, dados são gerados por experimentos práticos/físicos, ainda que muitas vezes limitados em escala e escopo (PECK, 2004). Entretanto, com a chegada da era digital e o uso de computadores, essa dinâmica se transforma. Na Engenharia Civil, a utilização de metodologias computacionais não só complementa, mas expande as capacidades dos métodos convencionais (HADAVI; ALIZADEHSALEHI, 2024). Simulações computacionais permitem a criação de vastos conjuntos de dados com alto nível de detalhe, algo que seria inviável através de experimentos físicos (HENS; SOLNOSKY; BROWN, 2021). Seguindo metodologias consagradas, como as publicadas pela ACI/ASCE e a tradição iniciada por estudiosos como Talbot e Richart, centenas de experimentos foram realizados para embasar métodos de dimensionamento de sapatas. A força das ferramentas computacionais está na sua capacidade de produzir e analisar dados em larga escala com fidelidade, oferecendo resultados consistentes e permitindo uma análise detalhada e rápida de diversas condições de projeto (LIU et al., 2022).

Desde que os critérios, dados de entrada e de saída sejam bem discretizados, processados e armazenados, essa metodologia de pesquisa pode se estender para outros segmentos da indústria AEC (Arquitetura, Engenharia e Construção Civil). O desenvolvimento de simulações em larga escala produz bancos de dados muito mais robustos e volumosos, possibilita a revisão de métodos clássicos e a criação de novos, promovendo assim novas descobertas e conceitos que poderão ser passados para os futuros profissionais da indústria.

## 5 CONCLUSÃO

Através deste trabalho, foi possível avaliar o desempenho estrutural de sapatas isoladas por meio de métodos clássicos de dimensionamento e análises numéricas com o auxílio do Método dos Elementos Finitos (MEF). A abordagem proposta mostrou-se eficiente para comparar e validar os resultados entre os diferentes métodos, sendo capaz de identificar as limitações e vantagens de cada um.

O uso do Grasshopper e dos plug-ins desenvolvidos para a modelagem paramétrica e a aplicação do MEF trouxeram uma nova perspectiva à análise de fundações, permitindo simulações detalhadas e ajustes rápidos nas variáveis de entrada. A comparação com softwares consolidados, como o Ansys, confirmou a confiabilidade dos resultados obtidos com o script FERRET, demonstrando que esta ferramenta pode ser integrada à prática de engenharia estrutural com certa precisão e flexibilidade.

Além disso, o estudo mostrou a relevância de integrar novos conceitos como o Projeto Paramétrico na Engenharia Civil, proporcionando um avanço na maneira como projetos de fundações podem ser avaliados e otimizados. Os gráficos e ábacos desenvolvidos a partir dos dados coletados servem como uma ferramenta de consulta prática, que pode ser aplicada no estudo de sapatas em diferentes condições de solo e cargas.

Assim, conclui-se que a metodologia desenvolvida neste TCC oferece uma nova perspectiva para a análise de sapatas rígidas, alinhada com as demandas tecnológicas atuais.

No quesito sugestões para pesquisas futuras, métodos computacionais encontram seu valor na produção de dados em larga escala, tal metodologia pode ser aplicada na análise sistemática de outros elementos estruturais, como fundações profundas, vigas, lajes e pilares, iterando suas geometrias e cargas aplicadas, assim como foi feito com as sapatas deste estudo.

Em pesquisas mais complexas, é possível ainda utilizar os dados obtidos para o treinamento de inteligências artificiais, que podem estabelecer excelentes critérios de classificação e prever melhor os comportamentos físicos de diversos tipos de estrutura; dentre os plug-ins disponíveis para o Grasshopper, o “LunchBox” possui uma biblioteca de machine learning que pode ser utilizada para este fim.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **NBR 6122 Projeto e execução fundações**. ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1996.

ABNT. **NBR 6122 Projeto e execução fundações**. ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2022.

ABNT. **NBR 6118 Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2023.

ACI-ASCE. **Report of committee on shear and diagonal tension**. American Concrete Institute, 1962.

ALONSO, U. **Exercícios de Fundações**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BASTOS, P. **2133 - ESTRUTURAS DE CONCRETO III - SAPATAS DE FUNDAÇÃO**. Bauru, 2023.

BORMIDA, M. DA. The Big Data World: Benefits, Threats and Ethical Challenges. p. 71–91, 9 dez. 2021.

BORRMANN, A. et al. Building Information Modeling: Why? What? How? **Building Information Modeling: Technology Foundations and Industry Practice**, p. 1–24, 19 set. 2018.

BOTELHO, M.; MARCHETTI, O. **Concreto armado - Eu Te Amo**. [s.l.] Editora Blucher, 2019.

CALIRI, M. F.; FERREIRA, A. J. M.; TITA, V. A review on plate and shell theories for laminated and sandwich structures highlighting the Finite Element Method. **Composite Structures**, v. 156, p. 63–77, 15 nov. 2016.

CHOU, J. S.; TSAI, C. F. Concrete compressive strength analysis using a combined classification and regression technique. **Automation in Construction**, v. 24, p. 52–60, 1 jul. 2012.

CLOUGH, R. W. “The Finite Element Method in Plane Stress Analysis.” Second Conference on Electronic Computation. **Anais...Pittsburgh**: American Society of Civil Engineers, 1960.

HAAKONSEN, S. M. et al. A Grasshopper Plugin for Finite Element Analysis with Solid Elements and Its Application on Gridshell Nodes. **Applied Sciences** 2022, Vol. 12, Page 6037, v. 12, n. 12, p. 6037, 14 jun. 2022.

HADAVI, A.; ALIZADEHSALEHI, S. From BIM to metaverse for AEC industry. **Automation in Construction**, v. 160, p. 105248, 1 abr. 2024.

HENS, I.; SOLNOSKY, R.; BROWN, N. C. Design space exploration for comparing embodied carbon in tall timber structural systems. **Energy and Buildings**, v. 244, 1 ago. 2021.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1. ed. [s.l.] McGraw-Hill, 2004.

IKEDIASHI, D. I.; OGWUELEKA, A. C. Assessing the use of ICT systems and their impact on construction project performance in the Nigerian construction industry. **Journal of Engineering, Design and Technology**, v. 14, n. 2, p. 252–276, 2016.

JOSHI, K.; LAUER, T. W. Impact of information technology on users' work environment: A case of computer aided design (CAD) system implementation. **Information & Management**, v. 34, n. 6, p. 349–360, 21 dez. 1998.

LIU, L. et al. GAN-MDF: An Enabling Method for Multifidelity Data Fusion. **IEEE Internet of Things Journal**, v. 9, n. 15, p. 13405–13415, 1 ago. 2022.

LOTTI, R. S. et al. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial**, v. 11, n. 2, p. 35–43, abr. 2006.

NASCIMENTO, A. S. A.; PADILHA, C. L. DA S.; SOUZA CID, M. M. Software educacional para dispositivos móveis para cálculo de capacidade de carga em sapatas isoladas. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 10, p. 17460–17471, 2019.

NILSON, A. H.; DARWIN, D.; DOLAN, C. W. **Design of concrete structures**. 14. ed. [s.l.] McGraw Hill Higher Education, 2010.

PECK, S. L. Simulation as experiment: A philosophical reassessment for biological modeling. **Trends in Ecology and Evolution**, v. 19, n. 10, p. 530–534, 1 out. 2004.

RICHART, F. E. Reinforced Concrete Wall and Column Footings. **Journal Proceedings**, v. 45, n. 10, p. 97–127, 1 out. 1948.

SHAH, C. **Mesh Discretization Error and Criteria for Accuracy of Finite Element Solutions**. [s.l.: s.n.].

SVILANS, T. **tsvilans/tetrino: A .NET wrapper for Tetgen**.

SWACHA, J.; MUSZYŃSKA, K. Python and C#: a comparative analysis from Students' perspective. **Annales UMCS, Informatica**, n. 1, 7 abr. 2011.

TALBOT, A. N. **Reinforced concrete wall footings and column footings. Bulletin n. 67.** Urbana University of Illinois Engineering Experiment Station, , 1913.

TEDESCHI, A. **AAD ALGORITHMS-AIDED DESIGN PARAMETRIC STRATEGIES USING GRASSHOPPER.** 1. ed. Potenza: Le Penseur Edizioni, 2014.

TEDESCHI, A.; LOMBARDI, D. The Algorithms-Aided Design (AAD). **Informed Architecture: Computational Strategies in Architectural Design**, p. 33–38, 19 jul. 2018.

VITAL, W. et al. Application of bridge information modelling using laser scanning for static and dynamic analysis with concrete damage plasticity. **Alexandria Engineering Journal**, v. 79, p. 608–628, 15 set. 2023.

**Why do FEA engineers use 1D, 2D, 3D elements? - FEA for All.** Disponível em: <<https://feaforall.com/why-do-fea-engineers-use-1d-2d-3d-elements/>>. Acesso em: 13 set. 2024.

YOPANAN, R. **Fundações Guia Prático de projeto, execução e dimensionamento.** 4. ed. [s.l.] Zigurate, 2008.