



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CLARISSA PESSOA BORGES FERNANDES

**UMA APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA
PARA O PLANEJAMENTO ÓTIMO EM OPERAÇÕES DE
PERFURAÇÃO DIRECIONAL**

**JOÃO PESSOA
2024**

Clarissa Pessoa Borges Fernandes

**Uma aplicação de programação inteira mista para o planejamento
ótimo em operações de perfuração direcional**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da
Paraíba como parte dos requisitos para obtenção do
título de Doutora em Engenharia Mecânica. Área
de Concentração: Dinâmica e Controle de Sistemas
Mecânicos. *EXEMPLAR DE DEFESA*

Orientador: Prof. Dr. Moisés Dantas dos Santos

**João Pessoa - PB
Agosto de 2024**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

F363a Fernandes, Clarissa Pessoa Borges.

Uma aplicação de programação inteira mista para o planejamento ótimo em operações de perfuração direcional / Clarissa Pessoa Borges Fernandes. - João Pessoa, 2024.

64 f. : il.

Orientação: Moisés Dantas dos Santos.

Tese (Doutorado) - UFPB/CT.

1. Perfuração de poços. 2. Produção de óleo. 3. Unidades de fluxo hidráulico. 4. Programação linear mista. 5. Reservatório de petróleo. I. Santos, Moisés Dantas dos. II. Título.

UFPB/BC

CDU 622.25(043)

Clarissa Pessoa Borges Fernandes

**A mixed integer programming application for optimal planning in
directional drilling operations**

Thesis submitted to the Graduate Program in
Mechanical Engineering of Federal University of
Paraíba as part of the requirements for obtaining
the degree of Doctor in Mechanical Engineering.
Concentration Area: Dynamics and Control of
Mechanical Systems. *EXAMINATION BOARD
PRESENTATION COPY*

Advisor: Prof. Dr. Moisés Dantas dos Santos

**João Pessoa - PB
August 2024**

UMA APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA PARA O PLANEJAMENTO ÓTIMO EM OPERAÇÕES DE PERFURAÇÃO DIRECIONAL

por

CLARISSA PESSOA BORGES FERNANDES

Tese aprovada em 30 de agosto de 2024

Prof. Dr. Moisés Dantas dos Santos
Orientador – UFPB

Prof. Dr. Alisson Vasconcelos de Brito
Examinador Interno – UFPB

Prof. Dr. Gustavo Charles Peixoto de Oliveira
Examinador Interno – UFPB

Prof. Dr. ANTHONY ANDREY RAMALHO DINIZ
Examinador Externo – UNICAMP

Prof. Dr. THIAGO JOSE MACHADO
Examinador Externo – FAPESQ

Documento assinado digitalmente



WALTON PEREIRA COUTINHO
Data: 19/11/2024 15:29:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. WALTON PEREIRA COUTINHO
Examinador Externo – UFPE

João Pessoa - PB
2024

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus.

Aos meus pais Maria Hosana e Cesar que são referência de luta para nunca desistir.

Ao meu esposo Manoel por todo amor, compreensão e apoio em todos os momentos.

Aos meus filhos Carlos Eduardo e Mariah que são tudo pra mim e me motivam todos os dias.

Aos meus irmãos, sobrinhos, tios e demais familiares pelo afeto, amizade e apoio nos momentos de lazer.

Ao meu amigo e orientador Moisés Dantas dos Santos, pela amizade, orientação, ensinamentos e compreensão com minhas ausências, que não desistiu de mim e acreditou mais que eu.

Aos colegas do laboratório Tril, em especial a José Wilker, Thiago e Tatiana pelo apoio e grande ajuda.

Aos professores do PPGEM, em especial ao Prof. Gustavo Peixoto pelas aulas e contribuições ao trabalho.

Ao professor Walton Coutinho pelas contribuições e desenvolvimento na implementação do problema.

Às minhas amigas de infância, da universidade, de trabalho acadêmico e do clube por estarem me proporcionando momentos leves de amizade e sorrisos.

Ao CNPq, pois foi com recursos de projeto que obtemos a licença do CMG, viabilizando a realização das simulações possibilitando a conclusão da tese.

À FAPESQ pelo apoio financeiro.

Por fim, a todos que contribuíram para a realização desse trabalho!!!

RESUMO

FERNANDES, C.P.B. **Uma aplicação de programação inteira mista para o planejamento ótimo em operações de perfuração direcional.** 2024. 64pp. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2024.

A crescente demanda por métodos eficientes e precisos na exploração de hidrocarbonetos impulsionou o desenvolvimento de técnicas avançadas de perfuração direcional. Este trabalho aborda essa necessidade ao apresentar uma aplicação inovadora de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o planejamento ótimo de operações de perfuração direcional. A perfuração direcional é uma técnica fundamental para acessar reservas de petróleo que seriam inacessíveis por métodos convencionais, mas seu planejamento requer uma abordagem cuidadosa para maximizar a recuperação de óleo e minimizar os custos operacionais. O estudo foca na exploração de Unidades de Fluxo Hidráulico (HFUs), as quais são regiões que compartilham propriedades petrofísicas semelhantes e desempenham papel crucial como alvos das trajetórias de perfuração. A metodologia proposta baseia-se no Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e no Problema de Orientação de Equipe (POE), duas abordagens clássicas na teoria da otimização que foram adaptadas para identificar as melhores coordenadas de referência para a trajetória de perfuração. Os resultados mostram que a aplicação da metodologia proposta aumenta consideravelmente o fator de recuperação de óleo, demonstrando sua eficácia na otimização das operações de perfuração. Esta pesquisa contribui significativamente para a Engenharia de poço, fornecendo uma ferramenta robusta para o planejamento estratégico de poços direcionais, e abre caminho para futuros estudos e aplicações em contextos ainda mais complexos.

Palavras-chave: produção de óleo, perfuração de poços, unidades de fluxo hidráulico, programação linear inteira mista.

ABSTRACT

FERNANDES, C.P.B. **A mixed integer programming application for optimal planning in directional drilling operations.** 2024. 64pp. Thesis (Doctoral Degree in Mechanical Engineering) – Graduate Program in Mechanical Engineering, Federal University of Paraíba, João Pessoa, 2024.

The growing demand for efficient and accurate methods in hydrocarbon exploration has driven the development of advanced directional drilling techniques. This thesis addresses this need by introducing an innovative application of Mixed Integer Programming (MIM) for optimal planning in directional drilling operations. Directional drilling is a fundamental technique for accessing oil reserves that would be inaccessible by conventional methods, but its planning requires a careful approach to maximize oil recovery and minimize operational costs. This study exploits on identifying Hydraulic Flow Units (HFUs) within the reservoir, which are regions that share similar petrophysical properties and play a crucial role as targets of the drilling trajectory. The proposed methodology is based on two classical approaches from Optimization Theory the Traveling Salesman Problem (PCV) and the Team Orientation Problem (POE), both adapted to identify the best reference coordinates for the drilling route. The results show that the application of the proposed methodology considerably increases the oil recovery factor, thus corroborating its effectiveness in optimizing drilling operations. This research contributes significantly to reservoir engineering, providing a robust tool for the strategic planning of directional wells, and paves the way for future studies and applications in even more complex scenarios.

Keywords: exploration and production, well drilling, hydraulic flow unit, mixed-integer linear programming.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Perfuração Direcional (Adaptada de Deng (2022)).	15
Figura 2 – Metodologia (Elaborada pela autora).	20
Figura 3 – Campo UNISIM-I-D (Elaborada pela autora).	23
Figura 4 – Exemplo de duas regiões de HFU. DRT= 13 (esquerda), DRT= 14 (direita). Adaptado de (OLIVEIRA <i>et al.</i> , 2016)	25
Figura 5 – Métrica de centralidade de proximidade nos volumes de HFU. Adaptado de (OLIVEIRA <i>et al.</i> , 2016)	26
Figura 6 – Seleção de um poço a partir do ponto de máxima proximidade em uma HFU. Fonte: (NETO <i>et al.</i> , 2021)	26
Figura 7 – PMP's distribuídos no reservatório (Elaborada pela autora).	28
Figura 8 – Esquema do prêmio (Fonte:(FERNANDES <i>et al.</i> , 2023)).	30
Figura 9 – Ângulo em relação ao eixo vertical (Fonte: (FERNANDES <i>et al.</i> , 2023)).	31
Figura 10 – Produção acumulada dos poços direcionais (Elaborada pela autora).	39
Figura 11 – Fator de recuperação dos poços direcionais (Elaborada pela autora).	40
Figura 12 – Trajetória do POPD70 (Elaborada pela autora).	41
Figura 13 – Produção acumulada de todos os poços (Elaborada pela autora).	43
Figura 14 – Fator de recuperação de todos os poços (Elaborada pela autora).	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – PMP identificados no reservatório UNISIM-I-D.	27
Tabela 2 – Poços de Orientação Direcional com seu respectivo ângulo.	38
Tabela 3 – Rotas dos poços direcionais de 1000m, 2000m e 3000m com ângulo de 70°.	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANP	Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis
B&B	<i>Branch-and-bound</i>
B&C	<i>Branch-and-cut</i>
CMG	<i>Computer Modelling Group</i>
COP	Produção Acumulada de Óleo
DRT	Tipagem de rocha discreta
FES	<i>Formation Evaluation Score</i>
FZI	Indicador de Zona de Fluxo
HFU	Unidade de Fluxo Hidráulico
MaxC	Máxima Proximidade
MOPSO	<i>Multi-Objective Particle Swarm Optimization Algorithm</i>
MTZ	restrições de Miller-Tucker-Zemlin
ORF	Fator de Recuperação de Óleo
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PIM	Programação Inteira Mista
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PMP	Pontos de Máxima Proximidade
POE	Problema de Orientação em Equipe
POPD	Problema de Orientação de Perfuração Direcional
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
RQI	Índice de Qualidade do Reservatório
UNISIM-I-D	Modelo de reservatório sintético

LISTA DE SÍMBOLOS

k_x	permeabilidade horizontal
k_y	permeabilidade vertical
ν	viscosidade do fluido, cP
cP	centipoise
σ	densidade, kg/m ³
C	cluster
k	permeabilidade absoluta da rocha,
mD	milidarcy
φ_e	porosidade efetiva do meio
φ_z	porosidade normalizada
F_s	fator de forma do grão
τ	tortuosidade da rede de poros
$S_{V_{gr}}$	área de superfície por unidade de volume do grão, cm ²
V_p	volume poroso, cm ³
V_s	volume ocupado por partículas sólidas, cm ³
γ	medida de centralidade de proximidade
n_q	número de células do cluster
$d(v_q, v_q^i)$	distância mais curta entre os vértices
$C_{a,b}$	clusters indicados pelo respectivo PMP
A	conjunto das conexões entre os PMP's gerados
μ_{ij}	variáveis de decisão
u_i	variáveis auxiliares
K	conjunto de trajetórias de perfuração
r_k	trajetória de perfuração
d^s	distância mínima de segurança
$d(r_{k^1}, r_{k^2})$	distância mínima entre seus arcos mais próximos
$\bar{A}$	conjunto de colisões entre os arcos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Perfuração Direcional	15
1.2	Unidades de Fluxo Hidráulico (HFU's)	16
1.3	Trajectoria da Perfuração	16
1.4	Restrições de ângulo e comprimento	18
1.5	Objetivos Geral e Específicos	19
2	METODOLOGIA	20
2.1	Modelo Físico do Reservatório	22
2.2	Identificação e Agrupamento das HFUs	23
2.3	Cálculo dos PMP's	25
3	MÉTODOS	29
3.1	Descrição do Modelo de Orientação de Perfurações Direcionais (POPD)	29
3.2	Generalização do POPD	32
3.2.1	<i>Formulação compacta</i>	33
3.2.2	<i>Formulação não compacta e algoritmo branch-and-cut</i>	35
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	37
4.1	Discussão do comportamento do POPD	37
4.2	Discussão da generalização do POPD	41
5	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS	46
APÊNDICE A	CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS	50
ANEXO A	MATERIAL SUPLEMENTAR	51

1 INTRODUÇÃO

1.1 Perfuração Direcional

A perfuração direcional é uma técnica essencial na indústria de petróleo e gás, permitindo a exploração eficiente de reservas que seriam inacessíveis por métodos de perfuração vertical tradicionais. Introduzida na década de 1920, essa técnica evoluiu significativamente, aproveitando avanços tecnológicos para melhorar a precisão e a eficiência da perfuração (BASHIR; PIASKOWY; ALUSTA, 2021). A perfuração direcional permite alcançar reservas localizadas em áreas urbanas, protegidas ambientalmente ou em águas profundas, conforme ilustrado na Figura 1.

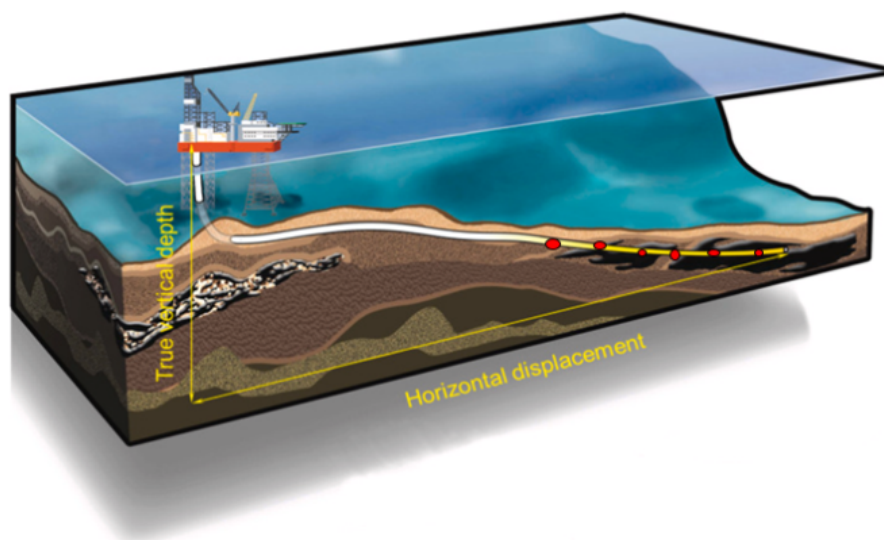


Figura 1 – Perfuração Direcional (Adaptada de Deng (2022)).

O projeto de poços direcionais requer um planejamento cuidadoso da trajetória, com uma especificação precisa das áreas-alvo, levando em consideração os equipamentos de geodirecionamento disponíveis. Tais caminhos geralmente devem considerar restrições operacionais como ângulos de giro, comprimento máximo e distâncias de segurança (FERNANDES *et al.*, 2023). A capacidade de perfurar em vários ângulos aumenta a área de drenagem de cada poço, reduzindo a necessidade de múltiplos poços verticais e, conseqüentemente, os custos operacionais (EREN; SUICMEZ, 2020). Poços complexos, com profundidade vertical de 12.260m e horizontal de 15.000m, demonstram a viabilidade técnica da perfuração direcional moderna (EREN; SUICMEZ, 2020).

Embora haja literatura sobre a otimização de caminhos de perfuração, a maioria dos estu-

dos não considera suficientemente os fatores petrofísicos, cruciais na seleção preliminar de alvos de perfuração (ALMEDALLAH *et al.*, 2021). Várias técnicas heurísticas foram introduzidas para conceber os caminhos de perfuração mais eficientes, desde um ponto de origem até um destino especificado. Exemplos incluem Particle Swarm Optimization (PSO) (ATASHNEZHAD *et al.*, 2014a), algoritmos baseados em população (HUANG *et al.*, 2020) e restauração de gradiente sequencial (MCCANN; SURYANARAYANA, 2001). No entanto, a literatura é escassa quando se trata de otimizar múltiplos caminhos em vários locais-alvo dentro de um campo petrolífero.

1.2 Unidades de Fluxo Hidráulico (HFU's)

As Unidades de Fluxo Hidráulico (HFUs) são regiões dentro do reservatório que compartilham características de fluxo em decorrência de propriedades petrofísicas similares, tais como permeabilidade e porosidade. As HFUs são definidas com base em propriedades geológicas e petrofísicas (análise de dados de perfuração, amostras de rochas e testemunhos, testes de pressão) que influenciam o comportamento do fluxo de fluidos. A identificação das HFUs permite uma análise detalhada e precisa, essencial para o planejamento de perfuração (OLIVEIRA *et al.*, 2016; ROQUE *et al.*, 2017), uma vez que contribuem para entender como os fluidos (petróleo, água e gás) se movem dentro do reservatório. Sendo assim, a segmentação de um reservatório em HFUs facilita a modelagem e a previsão de produção, contribuindo para uma estratégia de perfuração mais eficiente.

Estudos recentes demonstram que a triagem de alvos utilizando HFUs melhora significativamente a eficiência da perfuração e a recuperação de petróleo. Por exemplo, em (YOUSEF-ZADEH; AHMADI; KAZEMI, 2022) e (BISWAS *et al.*, 2022) foram exploradas metodologias que incorporaram dados de campo e algoritmos avançados para otimizar o posicionamento de poços em reservatórios complexos.

Os pontos de máxima proximidade são locais dentro de um reservatório de petróleo onde há um maior contato entre diferentes unidades de fluxo hidráulico ou entre o poço e as zonas de alta produtividade. Logo, a identificação e análise desses pontos é essencial para otimizar as trajetórias de perfuração e concordância de desenvolvimento do campo, o que maximiza a produção.

1.3 Trajetória da Perfuração

O planejamento da trajetória de perfuração direcional é uma das tarefas mais desafiadoras no desenvolvimento de campos de petróleo e gás, impactando diretamente a eficiência da perfuração, a segurança e a controlabilidade. Uma trajetória inadequada pode resultar em graves acidentes, como aprisionamento da coluna de perfuração e colapso do poço, tornando a otimização da trajetória essencial para aprimorar a precisão do controle e mitigar os riscos na

engenharia de perfuração. Levando em conta as restrições das ferramentas de perfuração e o ambiente geológico, é necessário otimizar os parâmetros da trajetória através da definição de uma função objetivo para aumentar a taxa de sucesso e reduzir custos (HUANG; WU; CHEN, 2018).

Tradicionalmente, os modelos de perfuração focam na otimização da trajetória visando apenas o menor custo de perfuração ou o menor comprimento da trajetória. Por exemplo, o algoritmo de otimização de voo de morcego híbrido (WOOD, 2016a) e o algoritmo de otimização de busca de cuco híbrido (WOOD, 2016b) para otimizar o comprimento da trajetória. Subsequentemente, uma variedade de algoritmos evolutivos híbridos foram aplicados aos modelos de trajetória de perfuração (WOOD, 2016c), oferecendo soluções confiáveis com rápida velocidade de cálculo e convergência. Por exemplo, em (XU; CHEN, 2018) foi utilizado o algoritmo de morcego para otimizar o comprimento da trajetória e alcançar estabilidade na trajetória do poço, enquanto que em (SHA; PAN, 2018) foi aplicado o algoritmo genético quântico baseado na sequência de Fibonacci para obter a taxa de convergência ideal do comprimento da trajetória. Além disso, em (HALAFAWI; AVRAM, 2019) calculou-se o comprimento usando o método de curvatura mínima, otimizando a trajetória do poço horizontal e em (ATASHNEZHAD *et al.*, 2014b) foi empregado um novo algoritmo de otimização de enxame de partículas, melhorando o desempenho do algoritmo através da meta-otimização. Por fim, em (XU; LI; WANG, 2019) utilizou-se o algoritmo de colônia de formigas para otimizar o comprimento com rápida convergência.

(CHEN *et al.*, 2023) tomaram a estabilidade do furo como condição de restrição para atingir o torque de atrito de comprimento mínimo e a deformação de perfuração com base no algoritmo de otimização de enxame de partículas multiobjetivo (MOPSO). (CHEN *et al.*, 2024) propuseram um método de inteligência artificial para avaliar o efeito de contato entre uma trajetória e um reservatório afim de processar e pontuar o perfil geológico, identificando a formação alvo do reservatório com formação elevada saturação de hidrocarbonetos. gerando automaticamente uma matriz de avaliação da área de enriquecimento de hidrocarbonetos que, ao definir uma pontuação de avaliação de formação (FES) caracteriza o contato da trajetória do poço e da *Netpay* avaliando a eficácia da trajetória atingindo o alvo geológico.

Apesar da aplicação eficaz de diversos métodos de otimização, é crucial considerar de forma abrangente vários índices e condições de restrição na avaliação dos planos de perfuração na prática. O comprimento total da perfuração, o torque, a energia de deformação e a precisão do acerto do alvo são as principais funções com objetivo de otimizar a trajetória de perfuração para reduzir a possibilidade de acidentes de perfuração e aumentar a eficiência (BISWAS *et al.*, 2021). Alguns estudos têm considerado simultaneamente esses índices, além de restrições como a prevenção de colisão entre poços adjacentes, para atender à crescente demanda por modelos de otimização de perfuração (WANG; GAO; LIU, 2016). Em (LI *et al.*, 2019) combinou-se o algoritmo de otimização de enxame de partículas com o processo de hierarquia analítica para

otimizar a função objetivo, considerando simultaneamente o comprimento da trajetória, o torque, o custo de perfuração e a precisão do acerto do alvo.

As coordenadas de referência são pontos específicos na trajetória do poço que devem ser seguidos para maximizar a recuperação de petróleo. Estas coordenadas são determinadas utilizando modelos matemáticos e algoritmos de otimização, que consideram fatores como ângulos de deriva, limites de comprimento do poço e propriedades do reservatório (STRØMHAUG, 2014). A modelagem do Problema de Orientação de Perfuração Direcional (POPD) é uma abordagem rigorosa para determinar essas coordenadas, garantindo que a trajetória do poço passe pelas regiões mais produtivas do reservatório. A trajetória do poço é planejada segmento por segmento, começando na cabeça do poço e seguindo até o alvo final. Cada ponto ao longo do caminho é descrito por coordenadas tridimensionais (x , y , z), permitindo uma navegação precisa através do reservatório (STRØMHAUG, 2014). Este planejamento detalhado é suportado por algoritmos matemáticos rigorosos que garantem a otimização da trajetória (DROUVEN; CAFARO; GROSSMANN, 2023).

1.4 Restrições de ângulo e comprimento

A perfuração direcional deve respeitar certas restrições de ângulo para garantir a segurança e a eficiência do processo. Uma restrição comum é um ângulo máximo de 70° , que é considerado seguro e eficiente para a maioria dos cenários de perfuração (BASHIR; PIASKOWY; ALUSTA, 2021). A gestão dos ângulos ao longo da trajetória do poço é essencial para evitar problemas operacionais como aprisionamento da broca e colapso do poço. A partir de tal restrição, busca-se evitar problemas estruturais e otimizar a trajetória para maximizar o contato com as zonas produtivas do reservatório.

Com relação às restrições de comprimento do poço, são consideradas tanto a profundidade vertical verdadeira quanto os limites de comprimento do poço, os quais são fundamentais para garantir a viabilidade da perfuração. Essas restrições são baseadas tanto na literatura quanto nas características específicas do reservatório em estudo. Em muitos casos, é realista assumir valores menores para essas restrições, dependendo das condições geológicas e operacionais do reservatório (STRØMHAUG, 2014).

As coordenadas de referência e a sequência de perfuração são validadas para garantir que as restrições de ângulo e comprimento sejam respeitadas. Além disso, a produção acumulada de óleo e o fator de recuperação são analisados para verificar a eficácia da metodologia em diferentes ângulos de perfuração (30° , 40° , 50° , 60° , 70° e 80°). Esta fase de simulação e análise é fundamental para ajustar e refinar a trajetória do poço, assegurando a maximização da produção.

Caso as restrições operacionais não sejam satisfeitas, a equipe técnica ajusta os parâmetros e o modelo POPD recalcula as novas coordenadas de referência. Esta abordagem iterativa permite ajustes contínuos, melhorando a precisão e eficiência da perfuração ao longo do tempo.

A reavaliação constante das restrições e dos resultados operacionais assegura que a trajetória do poço seja otimizada continuamente, adaptando-se às condições específicas do reservatório e às necessidades operacionais.

1.5 Objetivos Geral e Específicos

Objetivo Geral:

Propor uma metodologia para definir a melhor trajetória para perfurar um poço direcional em um reservatório de petróleo, maximizando a eficiência da extração ao seguir os caminhos mais favoráveis dentro do reservatório.

Objetivos Específicos:

- **Identificação dos pontos de máxima proximidade:** aplicar métricas de centralidade e algoritmos de otimização para mapear e selecionar os pontos de máxima proximidade (PMP's) dentro das HFU's.
- **Determinação das coordenadas de referência:** implementar modelos matemáticos e algoritmos de otimização, como Programação Inteira Mista (PIM), para definir as coordenadas precisas de perfuração.
- **Aplicação de restrições de ângulo e comprimento:** incorporar restrições de ângulo e comprimento nos modelos de otimização, ajustando as trajetórias de perfuração para cumprir com as condições operacionais.
- **Validação da metodologia:** realizar testes comparativos de produção e recuperação, aplicando a nova metodologia e comparando os resultados com dados históricos e métodos tradicionais.

2 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta uma descrição abrangente do reservatório estudado, destacando a importância das Unidades de Fluxo Hidráulico (HFUs) na caracterização das propriedades petrofísicas e de fluxo.

Primeiramente, é apresentado o modelo computacional UNISIM-I-D, que representa um reservatório o campo de Namorado, utilizado como ferramenta de base para os estudos de caso, fornecendo uma visão detalhada das características geológicas e petrofísicas que influenciam o comportamento do fluxo de fluidos. Em seguida, são discutidos os métodos utilizados para identificar e agrupar as HFU's, enfatizando como essas unidades facilitam a modelagem e previsão de produção.

Essa caracterização detalhada é essencial para o desenvolvimento de estratégias de perfuração mais eficazes, permitindo a otimização das trajetórias de perfuração para maximizar a produção de petróleo e minimizar os custos operacionais. O entendimento profundo das HFUs e suas propriedades permite uma abordagem mais precisa e informada no planejamento das operações de perfuração, contribuindo para a eficiência geral do processo.

A Figura 2 contém o fluxograma com as etapas da metodologia utilizada para desenvolver o estudo de planejamento de perfuração direcional.

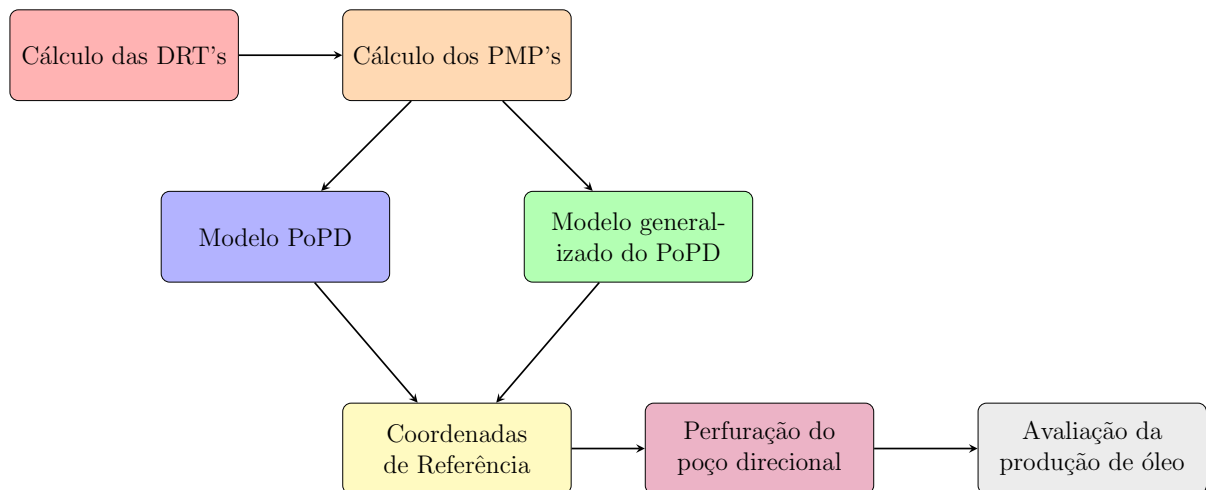


Figura 2 – Metodologia (Elaborada pela autora).

Descrevendo detalhadamente cada etapa da metodologia, temos o seguinte:

1. Cálculo dos DRTs (Discrete Rock Types)

- **Descrição:** Os DRTs (Tipos de Rocha Discreta) são categorias que classificam diferentes regiões do reservatório com base nas suas propriedades petrofísicas, como permeabilidade e porosidade. Essas propriedades são essenciais para entender como os fluidos (petróleo, gás, água) se movem no reservatório.
- **Objetivo:** Identificar as diferentes regiões do reservatório e classificá-las em DRTs permite um melhor planejamento das operações de perfuração, focando nas áreas com maior potencial produtivo.

2. Cálculo dos PMPs (Pontos de Máxima Proximidade)

- **Descrição:** Os Pontos de Máxima Proximidade (PMPs) são locais no reservatório onde há maior potencial teórico de concentração de escoamento em UFHs distintas.
- **Objetivo:** Identificar zonas com alto potencial de produtividade.

3. Modelo POPD (Problema de Orientação de Perfuração Direcional)

- **Descrição:** Este modelo matemático é utilizado para determinar a trajetória ótima de perfuração que maximiza a eficiência na extração de petróleo. O modelo leva em consideração as DRTs e os PMPs identificados nas etapas anteriores.
- **Objetivo:** A partir do modelo POPD, é possível planejar a rota de perfuração do poço a fim de maximizar a recuperação de óleo, respeitando as restrições operacionais (como ângulos e comprimento de perfuração).

4. Modelo Generalizado do POPD

- **Descrição:** Este é uma extensão do modelo POPD, que considera múltiplas rotas de perfuração ao mesmo tempo. Além disso, introduz restrições adicionais, como a distância mínima de segurança entre os poços para evitar colisões.
- **Objetivo:** O modelo generalizado permite planejar várias trajetórias de perfuração simultaneamente, garantindo que todas as rotas respeitem as restrições operacionais e maximizem a eficiência da extração.

5. Coordenadas de Referência

- **Descrição:** As coordenadas de referência são os pontos específicos no reservatório que a trajetória de perfuração deve seguir. Essas coordenadas são calculadas usando os modelos POPD e POPD generalizado.
- **Objetivo:** Definir essas coordenadas é crucial para garantir que a perfuração seja realizada nas áreas mais produtivas do reservatório, otimizando a recuperação de petróleo.

6. Perfuração do Poço Direcional

- **Descrição:** Esta etapa envolve a execução física da perfuração do poço seguindo as coordenadas de referência determinadas nas etapas anteriores.
- **Objetivo:** Realizar a perfuração do poço através do simulador de acordo com o planejamento, assegurando que o POPD siga a trajetória ótima para maximizar a produção.

7. Avaliação da Produção de Óleo

- **Descrição:** Após a perfuração, é realizada uma avaliação da produção de óleo para verificar se as metas de recuperação foram atingidas.
- **Objetivo:** Avaliar se a metodologia e o planejamento adotados foram eficazes, permitindo ajustes e refinamentos nas operações futuras.

Cada etapa é interdependente e contribui para o sucesso da operação final, que é maximizar a produção de petróleo de forma eficiente e segura.

2.1 Modelo Físico do Reservatório

Neste trabalho, utilizou-se como estudo de caso o modelo sintético UNISIM-I-D, um reservatório petrolífero *offshore*, baseado no Campo de Namorado, que localiza-se na Bacia de Campos, no Brasil. O reservatório é representado por uma malha com resolução de $81 \times 58 \times 20$, totalizando 93.960 blocos, com 36.739 células ativas. A escala UNISIM-I-D corresponde a células com volume característico de $100 \times 100 \times 8 \text{ m}^3$. O modelo computacional fornece os valores médios aritméticos da permeabilidade horizontal k_x e da permeabilidade vertical k_y , dos quais a permeabilidade direcional absoluta é $\frac{k_x}{k_y} \approx 1,68$. Para todas as simulações de *black oil* realizadas neste trabalho, adotam-se propriedades de fluido equivalentes ao óleo leve, a saber, $\nu = 1,1 \text{ cp}$ para viscosidade do óleo e $\sigma = 29.876 \text{ kg/m}^3$ para densidade.

Na Figura 3, é possível observar uma vista 3D deste campo com a distribuição de porosidade, a qual varia entre 0 e 30%, e os poços perfurados, ou seja, canhoneados estrategicamente em PMP.

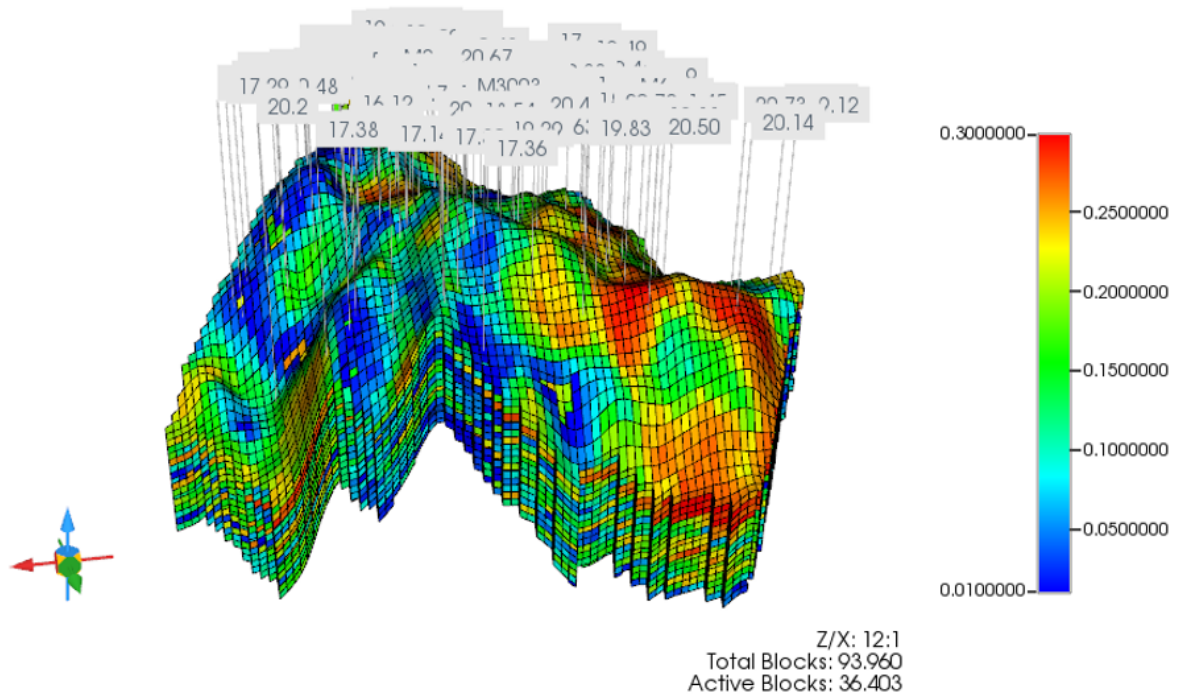


Figura 3 – Campo UNISIM-I-D (Elaborada pela autora).

2.2 Identificação e Agrupamento das HFUs

A identificação das HFUs em um reservatório é crucial para caracterizá-lo e otimizar a produção de petróleo. Vários métodos podem ser utilizados para realizar essa identificação, cada um com suas vantagens e limitações. Os principais métodos utilizados incluem: análise petrofísica, análise de testes de formação, análise de rochas, modelagem geológica e geofísica, análise de log de produção, técnicas de *machine learning* e, por fim, indicadores RQI (Índice de Qualidade do Reservatório) e FZI (Indicador de Zona de Fluxo), sendo estes, utilizados neste trabalho.

Tanto o Índice de Qualidade do Reservatório quanto o Indicador de Zona de Fluxo servem para classificar zonas de fluxo com base em propriedades petrofísicas, sendo que o RQI relaciona permeabilidade e porosidade, enquanto o FZI é comumente utilizado para a descrição do reservatório (OLIVEIRA *et al.*, 2016). Em termos matemáticos, temos que

$$RQI = 0,0314 \sqrt{\frac{k}{\phi_e}} \quad (2.1)$$

$$FZI = \frac{1}{\sqrt{F_s \tau S_{V_{gr}}}}, \quad (2.2)$$

onde k é a permeabilidade absoluta da rocha (em milidarcies, mD), a constante 0,0314 é o fator de conversão para milidarcy, ϕ_e é a porosidade efetiva do meio, F_s é o fator de forma

do grão, τ é a tortuosidade da rede de poros e $S_{V_{gr}}$ é a área de superfície por unidade de volume do grão. De acordo com o Sistema Internacional(SI) a permeabilidade é expressa em metros quadrados, porém, na indústria do petróleo, a permeabilidade recebe a unidade Darcy (D), sendo $1D = 0,987 \times 10^{-12} m^2$.

Em (AMAEFULE *et al.*, 1993) foi introduzido o modelo de Amaefule, o qual é definido como

$$0,0314 \sqrt{\frac{k}{\phi_e}} = \frac{1}{\sqrt{F_s \tau S_{V_{gr}}}} \cdot \frac{\phi_e}{1 - \phi_e}. \quad (2.3)$$

Dessa forma, o modelo de Amaefule representa uma relação direta entre o RQI e o FZI. Das equações (2.1), (2.2) e (2.3), segue que:

$$RQI = FZI \cdot \phi_z, \quad (2.4)$$

sendo $\phi_z = \frac{\phi_e}{1 - \phi_e}$ definido como a porosidade normalizada ou índice de vazios que é a razão entre o volume poroso (V_p) e o volume ocupado pelas partículas sólidas de uma amostra (V_s). Aplicando o logaritmo em ambos os lados da equação (2.4), obtém-se:

$$\log(RQI) = \log(FZI) + \log(\phi_z) \quad (2.5)$$

Em um gráfico $\log - \log$ do RQI versus ϕ_z , todas as amostras com valores de FZI similares estarão localizadas ao redor de uma reta com inclinação unitária, o que significa que correspondem a uma amostra de rocha com atributos semelhantes e, daí, constituem uma HFU, segundo (ROQUE *et al.*, 2017). Sendo o FZI de cada modelo uma variável contínua, ela pode ser discretizada através do Padrão de Rocha Discreta (DRT), formulada por (GUO *et al.*, 2007), onde cada valor de DRT caracteriza um HFU no reservatório. Esta caracterização é descrita através da seguinte equação:

$$DRT = \text{round}(2 \cdot \ln(FZI) + 10, 6), \quad (2.6)$$

onde *round* é o arredondamento do resultado obtido pela operação realizada para um número inteiro. Dessa forma, cada DRT é um número inteiro que define distintas HFUs. Contudo, quanto maior é a complexidade da formação geológica de um reservatório, mais ampla é a gama de valores de DRT, de acordo com (OLIVEIRA *et al.*, 2016).

As regiões de HFUs são formadas a partir de valores estimados do DRT de cada célula do reservatório e, em seguida, agrupados com a finalidade de avaliar como a conectividade das HFUs pode auxiliar na seleção de áreas de perfuração com melhor recuperação de óleo. A Figura 4 ilustra duas regiões de HFU, onde a esquerda apresenta 111 células com DRT igual a 13, e a direita um agrupamento com 4.989 células com DRT igual a 14.

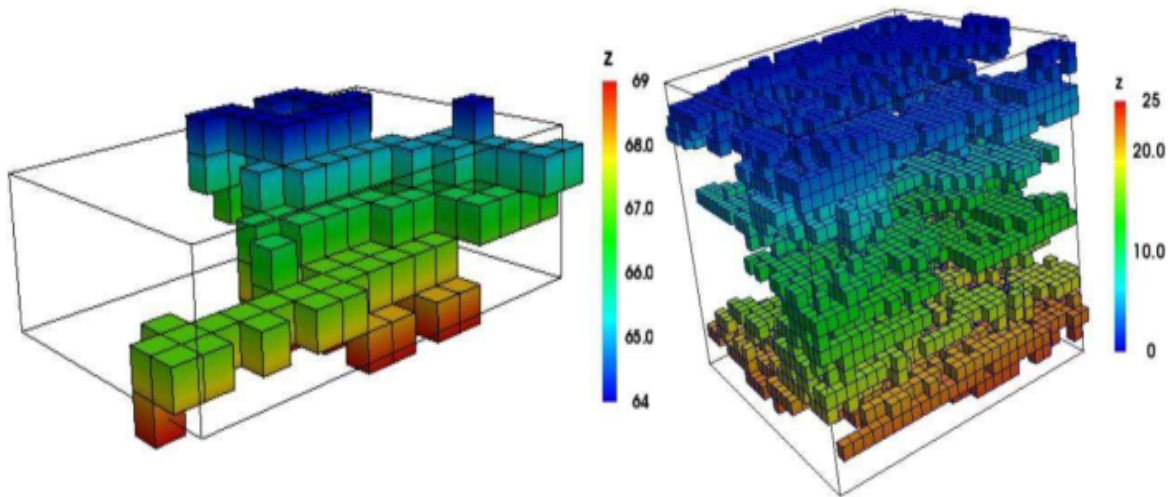


Figura 4 – Exemplo de duas regiões de HFU. DRT= 13 (esquerda), DRT= 14 (direita). Adaptado de (OLIVEIRA *et al.*, 2016)

2.3 Cálculo dos PMP's

O processo de triagem para perfuração direcional pode ser resumido nas seguintes etapas. A abordagem começa identificando *clusters* com base em DRT. Subsequentemente, cada *clusters* é mapeado de maneira biunívoca a um grafo, de modo que cada célula do *clusters* pode ser identificada como um nó do grafo. A terceira etapa envolve o cálculo da centralidade de proximidade para cada nó do grafo.

As medidas de centralidade foram usadas por (OLIVEIRA *et al.*, 2016) para determinar o posicionamento das zonas de perfurações. Tais medidas são métricas utilizadas para classificar vértices e demonstrar funções especiais exercidas por eles em relação a outros vértices do volume. Dentre essas funções, a centralidade de proximidade gerou melhores resultados de recuperação, visto que fornece a distância acumulada de todas as células do volume à célula, sendo descrita através da equação a seguir:

$$\gamma(v_q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_q} d(v_q, v_q^i)}, \quad (2.7)$$

onde n_q representa o número de células do *cluster* e $d(v_q, v_q^i)$ a distância mais curta entre os vértices v_q e v_q^i . Embora o grau v_q descreva o número de arestas que são adjacentes a ele, γ é o inverso da propriedade de distanciamento, dada pela distância acumulada de todos os vértices do grafo até v_q . A partir da equação (2.7), os pontos de máxima proximidade e de mínima proximidade foram avaliados por (OLIVEIRA *et al.*, 2016), onde foi verificado que o ponto de máxima proximidade retorna um ótimo fator de recuperação de óleo em todas as regiões de HFU. A Figura 5 mostra o uso da centralidade de proximidade para os volumes da Figura 4, onde o ponto de máxima proximidade (PMP) está localizado na região mais avermelhada.

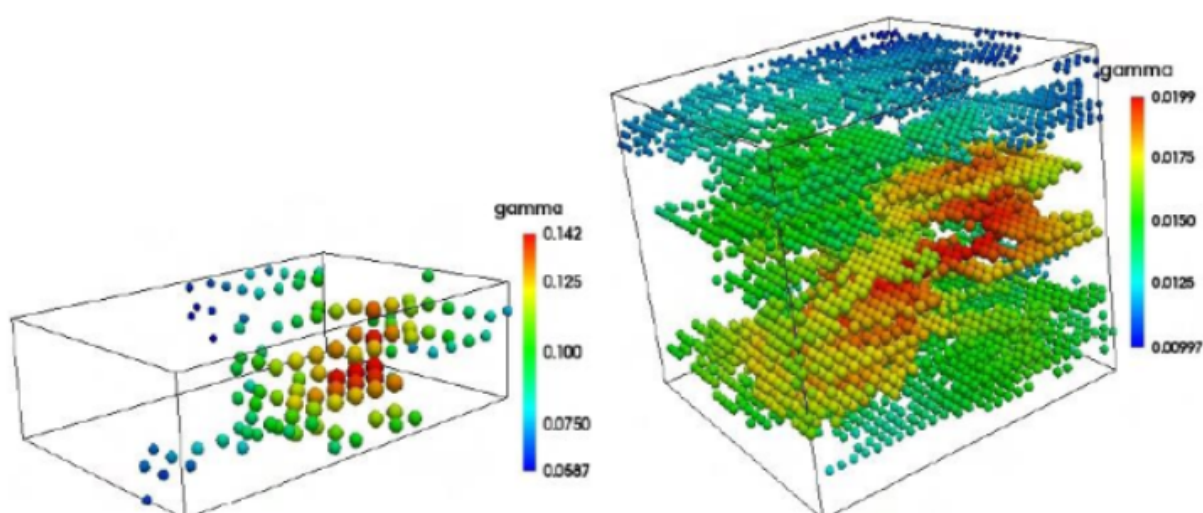


Figura 5 – Métrica de centralidade de proximidade nos volumes de HFU. Adaptado de (OLIVEIRA *et al.*, 2016)

Como o volume de HFU gerado no reservatório é numeroso, fazendo com que necessite de um grande esforço nas simulações, são necessárias estratégias eficientes para o gerenciamento e identificação das regiões que retornem as maiores produções de óleo.

A Figura 6 mostra como um poço produtor é montado cruzando o HFU verticalmente sobre a coluna na qual o MaxC (Maxcloseness, cor vermelha) se encontra. É importante ressaltar que o HFU geralmente tem uma estrutura irregular. Embora algumas células ao longo da coluna possam não pertencer ao *cluster* (as não preenchidas), as perfurações são aplicadas em toda a coluna.

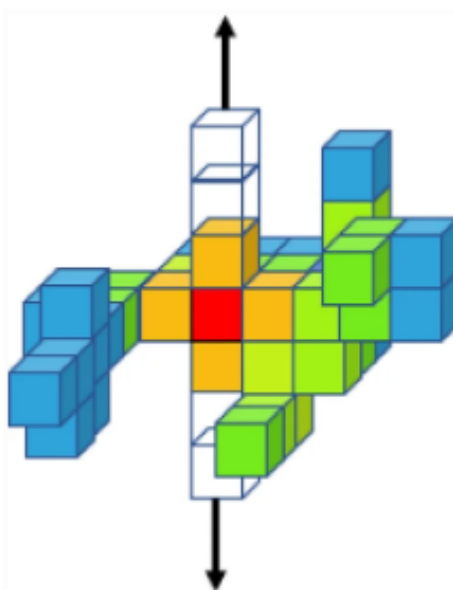


Figura 6 – Seleção de um poço a partir do ponto de máxima proximidade em uma HFU. Fonte: (NETO *et al.*, 2021)

Tabela 1 – PMP identificados no reservatório UNISIM-I-D.

DRT 16	DRT 17	DRT 18	DRT19	DRT20	DRT21
C8 - 44 20 17	C1 - 42 21 8	C10 - 55 26 2	C11 - 21 41 6	C1 - 23 35 2	C12 - 48 15 2
C9- 19 29 7	C11 - 49 27 9	C17- 52 25 9	C12- 4 41 2	C11-42 31 2	C15- 35 31 9
C12- 56 30 12	C14 - 53 40 7	C26- 44 25 3	C13- 61 17 17	C14- 11 45 15	C26- 56 22 10
C17- 25 32 7	C22 - 41 25 19	C29- 48 27 2	C17-49 28 12	C19- 43 10 10	C3- 27 22 17
	C23- 50 13 8	C37- 51 15 19	C19- 63 36 12	C2-67 29 2	C38- 56 23 1
	C28- 43 18 15	C39- 28 35 3	C20- 33 20 7	C20- 46 34 16	C45- 19 37 11
	C29- 70 22 7	C44- 59 11 1	C29- 40 41 7	C22- 50 5 12	C5- 49 20 10
	C30- 47 42 8	C49- 24 40 9	C32- 37 26 16	C27- 47 16 10	C8- 64 22 2
	C31- 55 27 11	C54- 42 35 3	C35- 68 17 19	C29- 36 31 16	
	C35- 47 25 17	C59- 56 16 7	C36- 47 19 6	C30- 50 21 19	
	C36- 43 46 7	C6- 36 22 2	C4- 56 21 17	C33- 31 25 1	
	C38- 61 37 8		C48- 5 40 8	C37- 71 21 10	
	C4- 28 41 7		C49- 24 18 15	C38- 44 39 12	
	C44- 58 37 13		C51- 52 5 15	C4- 34 35 10	
	C46- 66 19 15		C58- 39 29 17	C43- 40 14 12	
	C51- 28 15 16		C59- 36 23 10	C46- 25 25 7	
	C52- 38 20 18		C63- 69 20 15	C48- 64 23 16	
	C6- 20 35 7		C67- 52 11 15	C50- 22 44 6	
	C62- 27 30 11		C70- 57 36 6	C52- 59 14 1	
	C63- 36 41 13		C77- 47 8 7	C57- 59 10 15	
	C64- 25 35 16		C8- 45 34 17	C64- 60 21 18	
	C65- 37 34 19		C82- 35 29 19	C65- 42 7 18	
	C7- 50 28 16		C83- 30 43 10	C67- 42 21 10	
	C75- 64 17 12			C72- 25 36 10	
	C77- 47 41 15			C73- 10 40 12	
	C78- 47 5 17			C9- 51 20 13	
	C9- 18 37 15				
	C92- 45 29 15				
	C95- 59 9 18				

Na Tabela 1 são apresentados os DRTs com os *clusters* indicados por (Ca,b), e seus respectivos PMP representados pelas coordenadas *ijk*. Todos estes resultados foram obtidos a partir do trabalho proposto por (ROQUE *et al.*, 2017), usando a base de dados do modelo sintético UNISIM-I-D.

Apesar de todas as células ou coordenadas apontadas na Tabela 1 pertencerem a regiões com alta capacidade de escoamento de fluido, fica inviável, do ponto de vista técnico e econômico, a perfuração de poços verticais interceptando todas as células, como mostrado no esquema da Figura 3. Para atingir o número máximo de coordenadas ou ponto alvo indicadas nas diferentes camadas do modelo com o número limitado de poços, é necessária a perfuração de um poço

direcional, sujeito às restrições operacionais da coluna de perfuração e da broca. Na Figura 7, é apresentada uma imagem para ilustrar como as coordenadas dos PMP estão distribuídas espacialmente no reservatório.

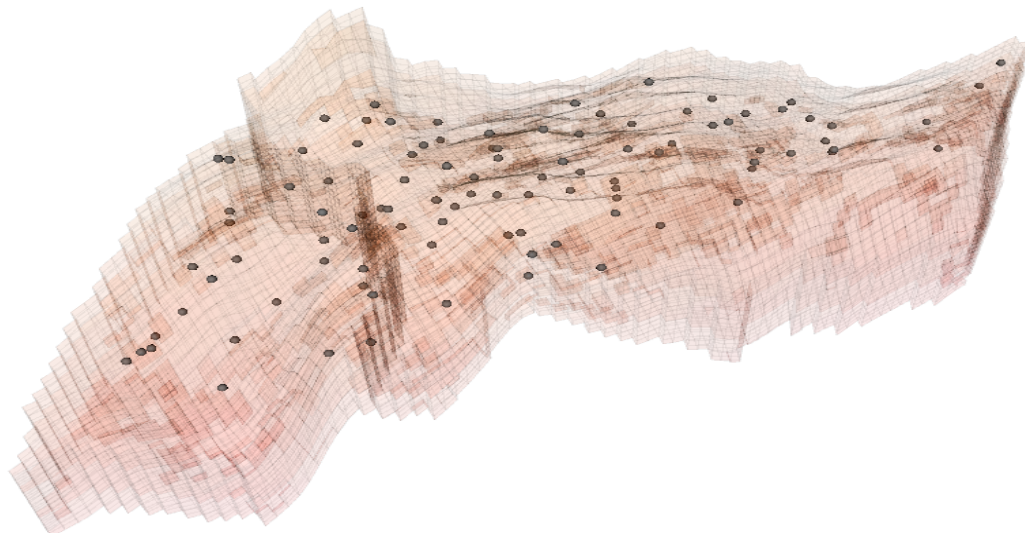


Figura 7 – PMP's distribuídos no reservatório (Elaborada pela autora).

Portanto, fica evidente a necessidade da geração de um algoritmo de otimização específico que passe pela maior quantidade de coordenadas alvo respeitando as restrições operacionais para execução de uma perfuração direcional.

Com as HFUs identificadas e os pontos de máxima proximidade determinados, podemos aplicar técnicas avançadas de programação inteira mista para planejar as rotas de perfuração de maneira eficiente e precisa. Essa transição da análise detalhada do reservatório para a aplicação de métodos de otimização é fundamental para garantir que as trajetórias de perfuração sejam projetadas para maximizar a recuperação de petróleo e minimizar os custos operacionais. No próximo capítulo, discutiremos em detalhes a metodologia e as técnicas de programação inteira mista utilizadas para resolver o Problema de Orientação de Perfurações Direcionais (POPD), baseando-se nas informações e caracterizações apresentadas neste capítulo.

3 MÉTODOS

Neste trabalho foi utilizada uma metodologia que fornece as coordenadas de referência e a sequência de perfuração para a rota do poço direcional passando pela maior quantidade de PMP's em HFU's no reservatório, sujeito às restrições operacionais para execução de uma perfuração direcional. Para esta metodologia foram desenvolvidas duas formulações, a primeira para uma única rota e a segunda generaliza a primeira, onde são consideradas várias rotas e é incluída a restrição de colisão dos poços perfurados.

A segunda formulação avalia o desempenho de poços direcionais compreendendo duas fases principais: (i) um processo de triagem de alvos que identifica regiões de fluxo potencial máximo; e (ii) duas formulações de programação mista inteira (PIM) para a seleção e sequenciamento de alvos identificados na etapa anterior. A primeira formulação, que é compacta, requer uma etapa de pré-processamento e visa maximizar uma pontuação baseada na qualidade dos alvos. Em seguida, um modelo baseado em corte, projetado para cenários do mundo real, introduz restrições de distância de segurança iterativamente. Ambos os modelos levam em conta fatores como ângulos de deriva, limites de comprimento do poço e margens de segurança. Caso as restrições não sejam satisfeitas, a equipe técnica pode ajustar os parâmetros e assim resolver o problema.

3.1 Descrição do Modelo de Orientação de Perfurações Direcionais (POPD)

Seja n o número de PMP's do reservatório. Desta forma, o conjunto de PMP's pode ser descrito tanto pelos índices $V = \{1, \dots, n\}$ ou por suas coordenadas, que são denotadas por $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^3, i \in V$. Considere também o conjunto das células limite, aquelas que fazem parte da borda ou limite externo do reservatório. Vamos denotar por $\mathcal{B}$ o conjunto das coordenadas dos centróides dessas células. Para cada $i \in V$, o prêmio p_i associado ao ponto $\mathbf{x}_i$ é definido da seguinte forma:

$$p_i = \min_{\mathbf{x}_j \in \mathcal{B}} \log(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|).$$

Em outras palavras, o prêmio p_i corresponde à menor distância possível entre $\mathbf{x}_i$ e a borda do reservatório, conforme ilustrado na Figura 8. Quanto maior o valor de p_i , maior a prioridade dada ao ponto $\mathbf{x}_i$ no planejamento da perfuração, uma vez que as células internas, que geralmente têm um prêmio maior, são preferidas em relação às células mais externas, as quais apresentam menor potencial de produção.

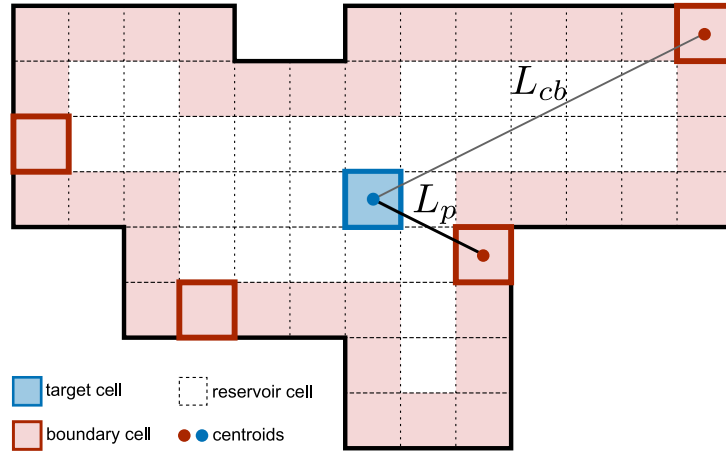


Figura 8 – Esquema do prêmio (Fonte:(FERNANDES *et al.*, 2023)).

O Problema de Orientação de Perfurações Direcionais (POPD) pode ser descrito da seguinte maneira: determine uma rota descrita pela sequência $r = (i_1, \dots, i_q)$, onde $q \leq n$ e $i_j \in V$ para cada $j \in \{1, \dots, q\}$, de modo a maximizar o número de células interceptadas pelo poço, sujeita ao ângulo máximo de perfuração da broca e ao comprimento máximo do poço direcional, denotados por α e L_{max} , respectivamente.

De modo a simplificar a notação, define-se uma célula artificial (ou vértice artificial), denotada por 0, e um conjunto $V' = V \cup \{0\}$. O POPD pode então ser definido sob um grafo $G = (V', A')$, tal que $A' = A \cup \{(0, i), (i, 0) : i \in V\}$ represente as conexões entre os PMP's em V e o vértice artificial e, por sua vez, $A = \{(i, j) \in V \times V : \alpha_{ij} \leq \alpha\}$ representa as conexões entre os PMP's gerados. Por fim, o ângulo α_{ij} representa o ângulo em relação ao eixo vertical entre os PMP's $i, j \in V$ medido de acordo com a Figura 9 mostrando que o caminho começa em T_r , move-se para T_s e depois para T_t obedecendo à restrição do ângulo de deriva $\alpha_{rs}(\alpha_{st}) \leq \alpha$, onde α é o ângulo de desvio máximo permitido pelo usuário. Neste trabalho, foi testado planejamentos de caminho para $\alpha = \{30, 40, 50, 60, 70, 80\}$. Dessa forma, o grafo G possuirá apenas os arcos (conexões) viáveis do ponto de vista da operação de perfuração direcional do poço.

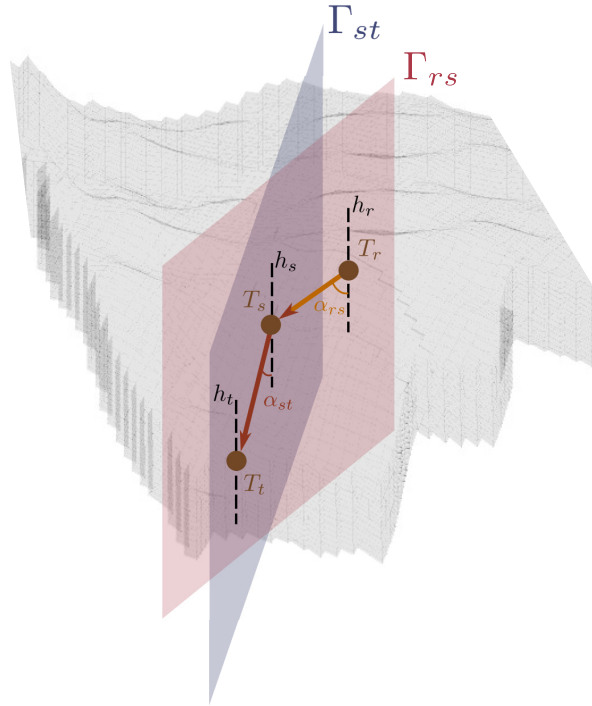


Figura 9 – Ângulo em relação ao eixo vertical (Fonte: (FERNANDES *et al.*, 2023)).

A partir do problema formalmente definido acima, modelou-se o POPD como um Problema de Orientação (PO) de acordo com (VANSTEENWEGEN; SOUFFRIAUX; OUDHEUSDEN, 2011) e (GUNAWAN; LAU; VANSTEENWEGEN, 2016). No PO, dado um conjunto de vértices, cada um com uma pontuação, o objetivo é determinar um caminho de comprimento limitado que visite um subconjunto dos vértices dados e maximize a soma das pontuações coletadas. O PO consiste em uma variante do Problema do Caixeiro Viajante (PCV) como cita (TOTH; VIGO, 2014a) e (GAVISH; GRAVES, 1978) que por sua vez é um dos problemas mais conhecidos nas literaturas de Otimização Combinatória e Programação Inteira Mista.

Para cada $i, j \in V'$, definem-se as variáveis $\mu_{ij} \in \{0, 1\}$ da seguinte forma: ela será diferente de zero se, e somente se, a rota definida para a broca intercepte a célula i e, subsequentemente, a célula j . Estas são chamadas de variáveis de decisão. Além disso, para cada $i \in V'$, definem-se as variáveis $u_i \in \mathbb{Z}$, que servem para manter a ordem correta dos pontos da rota e sobre as quais serão impostas restrições a fim de evitar a formação de subciclos.

Dessa forma, o POPD pode ser descrito através da seguinte formulação para o PO:

$$\max \sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} p_i \mu_{ij} \quad (3.1a)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in V} \mu_{0j} = \sum_{i \in V} \mu_{i0} = 1 \quad (3.1b)$$

$$\sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq j}} \mu_{ij} \leq 1, \forall j \in V \quad (3.1c)$$

$$\sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} \mu_{ij} \leq 1, \forall i \in V \quad (3.1d)$$

$$\sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq k}} \mu_{ik} - \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq k}} \mu_{kj} = 0, \forall k \in V \quad (3.1e)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} L_{ij} \mu_{ij} \leq L \quad (3.1f)$$

$$u_j \leq u_i + 1 - n(1 - \mu_{ij}), \forall i, j \in V \quad (3.1g)$$

$$2 \leq u_i \leq |V'|, \forall i \in V \quad (3.1h)$$

Na formulação acima, a função objetivo (3.1a) maximiza o prêmio total de visitação dos PMP nas células. A restrição (3.1b) garante que o vértice artificial 0 seja usado como ponto inicial e final da rota. As restrições (3.1c) - (3.1e) garantem que a rota passe, no máximo, uma vez em cada ponto x_i dentro do conjunto de PMP's. A restrição (3.1f) determina o comprimento máximo do poço, determinado por características técnicas da broca de perfuração. Por fim, conforme mencionado anteriormente, tem-se que as restrições impostas sobre as variáveis auxiliares (equações (3.1g) e (3.1h)) servem para evitar a formação de subciclos dentro da rota. Essas restrições de subciclos, chamadas de MTZ, são bastante conhecidas na literatura do PCV e, ao leitor interessado, recomenda-se a leitura de (MILLER; TUCKER; ZEMLIN, 1960) e (TOTH; VIGO, 2014a).

3.2 Generalização do POPD

Generalizando a formulação acima, foi considerado o problema de projetar um número predefinido de trajetórias de perfuração direcional que passam pelas células alvo mais promissoras em um reservatório, sujeito a várias restrições operacionais, como comprimento máximo do poço, ângulo de deriva e distâncias de segurança. Este problema foi modelado como um problema de orientação em equipe (POE), uma variante bem estudada do problema de roteamento de veículos (PRV) (APPLEGATE *et al.*, 2006), que por sua vez é um dos mais famosos na literatura de otimização combinatória e MIP (JÜNGER *et al.*, 2009).

O PRV é um problema clássico de otimização combinatória, que envolve a determinação das rotas mais eficientes para uma frota de veículos e deve atender a um conjunto de clientes. O objetivo é minimizar o custo total de transporte, que pode ser medido em termos de distância, tempo ou outra métrica, enquanto se respeitam restrições como a capacidade dos veículos, as janelas de tempo para atendimento aos clientes e a necessidade de retornar ao depósito ao final de cada rota. O POE é uma variação do PRV, em que o objetivo é maximizar a pontuação coletada ao visitar um conjunto de pontos em um tempo limitado, utilizando uma equipe de veículos ou rotas. Cada ponto tem uma pontuação associada, e a equipe deve decidir quais pontos visitar para maximizar a soma das pontuações, respeitando as restrições de tempo ou distância total percorrida por cada rota.

Usando as definições da seção 3.1 do grafo G e do conjunto dos arcos A , define-se também o conjunto $K = \{0, \dots, m-1\}$ para representar o conjunto de trajetórias de perfuração $r_k = (i_0, i_1, \dots, i_q)_k, i \in V, q < n, k \in K$, de modo que para qualquer $k^1, k^2 \in K, r_{k^1} \cap r_{k^2} = \emptyset$. Uma distância mínima de segurança d^s entre quaisquer duas trajetórias deve ser imposta para garantir uma operação segura e eficiente. Assim, a distância $d(r_{k^1}, r_{k^2})$ entre as trajetórias r_{k^1} e r_{k^2} é calculada como a distância mínima entre seus arcos mais próximos $(i, j) \in r_{k^1}$ e $(l, k) \in r_{k^2}$. Diz-se que ocorre uma colisão se quaisquer duas trajetórias r_{k^1} e r_{k^2} violarem esta restrição, ou seja, $d(r_{k^1}, r_{k^2}) < d^s$.

Por fim, define-se um conjunto de tuplas auxiliares $\bar{A} = \{(i, j, l, m) : \|(i, j), (l, m)\| < d^s, (i, j), (l, k) \in A\}$, em que $\|\cdot\|$ denota a distância mínima entre quaisquer dois arcos. Portanto, o conjunto $\bar{A}$ representa o conjunto de todas as colisões entre os arcos do conjunto A . Destacando que a construção deste conjunto requer o cálculo de $\mathcal{O}(n^4)$ distâncias.

Seguindo as definições acima, o problema pode ser formalmente definido como o cálculo de m trajetórias sobre o grafo G que maximizam o prêmio total coletado $\sum_{k \in K} \sum_{i \in r_k} p_i$ das células visitadas, sujeito a $\sum_{(i,j) \in r_k} L_{ij} \leq L$ e $d(r_{k^1}, r_{k^2}) \geq d^s, k^1, k^2 \in K$. Nesta definição, L é a profundidade máxima permitida de uma dada trajetória de perfuração, dada pela soma de todas as distâncias euclidianas L_{ij} entre cada par de células i e j .

A seguir, são introduzidas duas formulações de Programação inteira mista (PIM) para o problema mencionado. A primeira consiste em um modelo compacto, ou seja, o número de variáveis e restrições pode ser descrito por uma expressão polinomial no número de células alvo. A segunda formulação não é compacta, pois é baseada em um número exponencial de restrições e deve ser resolvida por um procedimento iterativo para garantir a viabilidade.

3.2.1 Formulação compacta

De acordo com as definições acima, o problema de otimização de trajetórias de perfuração multi-direcional pode ser definido como na Formulação (3.2a)–(3.2j), com $u_{0k} := 0, k \in K$.

$$\max \sum_{i \in V'} \sum_{k \in K} p_i \mu_{ik} \quad (3.2a)$$

$$\text{s.t.} \sum_{j \in V'} \sum_{k \in K} x_{0jk} = \sum_{i \in V'} \sum_{k \in K} x_{i(n-1)k} = m \quad (3.2b)$$

$$\sum_{k \in K} \mu_{ik} \leq 1, \forall i \in V \quad (3.2c)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{n-1\}} x_{ijk} \geq \mu_{jk}, \forall j \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (3.2d)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{ijk} \geq \mu_{ik}, \forall i \in V \setminus \{n-1\}, k \in K \quad (3.2e)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{n-1\}} \sum_{j \in V \setminus \{0\}} L_{ij} x_{ijk} \leq L, \forall k \in K \quad (3.2f)$$

$$x_{ijk} + x_{lmk} \leq 1, \forall (i, j, l, m) \in \bar{A} \quad (3.2g)$$

$$u_{jk} \geq u_{ik} + 1 - (n-1)(1 - x_{ijk}), \forall i, j \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (3.2h)$$

$$x_{ijk}, \mu_{ik} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V, k \in K \quad (3.2i)$$

$$u_{ik} \in \mathbb{Z}^+. \quad (3.2j)$$

Nesta formulação, a função objetivo (3.2a) maximiza o prêmio total coletado pelos caminhos projetados entre as células PMPs visitadas. A restrição (3.2b) garante que exatamente m caminhos sejam gerados. A restrição (3.2c) permite que cada célula seja visitada no máximo uma vez por qualquer caminho, enquanto as restrições (3.2d) e (3.2e) controlam quais células são visitadas ou não. O comprimento medido máximo permitido para cada caminho é limitado pela restrição (3.2f). Colisões são evitadas por meio das restrições (3.2g), que requerem $\mathcal{O}(n^4)$ cálculos. Restrições MTZ (3.2h) impõe a ordem correta dos pontos visitados evitando a geração de subciclos.

A aplicabilidade da formulação (3.2a)–(3.2j) se estende a qualquer conjunto arbitrário de parâmetros gerais L , m , α e d^s , juntamente com os parâmetros específicos da célula p_i e L_{ij} , $i, j \in V$. A consideração de incertezas relacionadas a esses parâmetros é omitida em nossa análise, pois abordar tais incertezas exigiria metodologias de otimização distintas, como otimização robusta ou estocástica (BEN-TAL; GHAOUI; NEMIROVSKI, 2009; SCHNEIDER; KIRKPATRICK, 2007). Tais abordagens estão além do escopo do presente trabalho. A equipe técnica envolvida no campo de exploração é responsável por selecionar valores adequados para os parâmetros acima.

Formulações clássicas para POEs geralmente sofrem de simetrias dentro de sua região viável (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2014). Para fins de completude, foi discutido o tipo de simetrias que mais afetam a formulação (3.2a)–(3.2h) usando um exemplo. Suponha que uma solução ótima para este problema consista em $m = 5$ caminhos visitando qualquer subconjunto de V , existem $m! = 5! = 120$ maneiras possíveis de reindexar os caminhos enquanto se obtêm

soluções equivalentes. As restrições de simetria não são restrições necessárias para encontrar a solução do modelo, mas ajuda a encontrar a solução mais rápido.

O espaço de busca dessa formulação pode ser reduzido incorporando duas restrições de quebra de simetria bem conhecidas na literatura (MIOLATO, 2022). A primeira garante que o caminho k deve ser atribuído antes do caminho $k + 1$ (equação (3.3)). Portanto, uma ordenação natural dos caminhos é garantida. O segundo conjunto de restrições de quebra de simetria também introduz uma ordem entre os caminhos, mas emprega um mecanismo diferente (equação (3.4)). Em (MIOLATO, 2022), observa-se que o prêmio total coletado por cada caminho está diminuindo com o número de caminhos m . Portanto, ao impor tal ordenação, os caminhos não são intercambiáveis entre si e soluções reindexadas equivalentes podem ser descartadas.

$$\mu_{0k} \geq \mu_{0(k+1)}, \forall k \in K \setminus \{m-1\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in V'} p_i \mu_{ik} - \sum_{i \in V'} p_i \mu_{i(k-1)} \geq 0, \forall k \in K \setminus \{0\} \quad (3.4)$$

Do ponto de vista prático, a formulação (3.2a)–(3.2h) apresenta algumas vantagens, como ser relativamente fácil de entender e implementar. Além disso, um modelo compacto permite o uso de linguagens de modelagem populares e *software* de otimização prontos para uso para resolver problemas do mundo real de tamanho moderado. No entanto, para esse estudo de caso, o modelo de reservatório UNISIM-I, tais formulações podem apresentar alguns desafios. O principal é a necessidade de pré-processar todo o conjunto $\bar{A}$ para implementar as restrições (3.2g). Lembrando que o procedimento PMP resultou em $|V| := 101$ células alvo que podem ser potencialmente visitadas em uma solução ótima. Portanto, para pré-processar completamente o conjunto $\bar{A}$, seria necessário o cálculo de 104.060.401 distâncias, no pior caso. Isso é uma tarefa não trivial, demorada e computacionalmente cara que deve ser evitada se pretender resolver instâncias do mundo real maiores.

3.2.2 Formulação não compacta e algoritmo branch-and-cut

Seja $\mathcal{R}$ o conjunto de todas as rotas inviáveis com relação às restrições de distância de segurança e eliminação de subciclos (ou seja, (3.2g) e (3.2h), respectivamente). Além disso, seja $A(r)$ o conjunto de arcos na rota $r \in \mathcal{R}$. Usando esta notação, tem-se a formulação não-compacta como em (3.5).

$$\max \sum_{i \in V'} \sum_{k \in K} p_i \mu_{ik} \quad (3.5a)$$

$$\text{s.t. (3.2b) – (3.2f)} \quad (3.5b)$$

$$\sum_{(i,j) \in A(r)} x_{ijr} \leq |A(r)| - 1, \quad \forall r \in \mathcal{R}. \quad (3.5c)$$

Assim como na formulação (3.2), a função objetivo (3.5a) tem como objetivo maximizar o prêmio total coletado. As restrições de colisões e subciclos, (3.2g) e (3.2h) foram omitidas porque são implícitas a partir de (3.5c).

A seguir, um algoritmo de *branch-and-cut* (B&C) é descrito baseado na relaxação combinatória da formulação (3.5) com relação às restrições (3.5c), essa formulação é padrão na literatura como pode ser visto em (TOTH; VIGO, 2002).

O algoritmo *branch-and-bound* (B&B) é uma técnica de otimização combinatória usada para resolver problemas de decisão e programação inteira. Ele funciona dividindo o problema original em subproblemas menores (*branching*) e calculando limites superiores e inferiores para a solução ótima (*bounding*). Caso um subproblema não apresente uma melhor solução até então, ele é descartado (*pruning*). Isso reduz o espaço de busca, tornando o processo de encontrar a solução ótima mais eficiente. O B&B é amplamente utilizado em problemas como o problema do caixeiro viajante e o problema de alocação de recursos. O *branch-and-cut* (B&C) é uma extensão do algoritmo Branch and Bound, combinando-o com técnicas de corte (*cutting planes*) para resolver problemas de programação inteira, especialmente aqueles que podem ser modelados como problemas de programação linear inteira. Após o *branching*, cortes (restrições lineares adicionais) são adicionados para remover soluções fracionárias que não são viáveis na programação inteira, restringindo ainda mais o espaço de busca. Essa abordagem é particularmente eficaz em problemas grandes e complexos, como o problema de roteamento de veículos e problemas de planejamento em redes de telecomunicações. Ambos os algoritmos são fundamentais na otimização combinatória, permitindo a resolução de problemas complexos que seriam inviáveis de resolver por métodos de força bruta.

No B&C proposto, essas restrições são separadas para cada solução inteira candidata incumbente, com este processo começando com a verificação de subtours existentes em cada rota desta solução. Para cada subciclo detectado, gera uma desigualdade válida (corte) usando as restrições (3.5c) onde R é o conjunto das soluções inviáveis (com subciclo), então para cada uma, é colocada uma restrição impedindo que o subciclo ocorra e adiciona ao modelo (3.5). Durante a inspeção, todas as rotas que compõem esta solução são armazenadas. A segunda etapa desse procedimento de separação verifica possíveis colisões entre os caminhos. Ou seja, para quaisquer dois caminhos r_{k^1} e r_{k^2} na solução inteira atual, $k^1, k^2 \in K$, se verifica $d(r_{k^1}, r_{k^2}) < d^s$. Se tal colisão for verificada, é adicionada uma restrição do tipo $x_{ij} + x_{lm} \leq 1$ para os arcos correspondentes $(i, j) \in r_{k^1}$ e $(l, m) \in r_{k^2}$, evitando a colisão entre os caminhos. Este procedimento iterativo tende a evitar o cálculo do conjunto inteiro $\bar{A}$.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta neste estudo. O desenvolvimento do Problema de Otimização de Perfuração Direcional (POPD), cujas formulações foram introduzidas no capítulo anterior, é abordado em detalhes, juntamente com a implementação e desempenho das soluções propostas.

4.1 Discussão do comportamento do POPD

Inicialmente, a formulação básica do POPD (equações (3.1a) - (3.1h)) foi implementada utilizando a linguagem de modelagem Pyomo (v. 6.4.4), acessada via interface Python (v. 3.8). A resolução do problema foi realizada pelo software CPLEX (v. 12.7), executado em um sistema com processador Intel i7 a 3,60 GHz e 24 GB de RAM, operando no sistema operacional Linux Mint 20.2 64 bits. Nesta configuração, a solução dos seis pontos de perfuração (DPs) foi alcançada em uma média de aproximadamente 1 segundo, o que demonstra a eficiência e a adequação da abordagem proposta para aplicações práticas. A literatura especializada no Problema do Caixeiro Viajante (PVC) sugere que, com pequenas modificações na formulação, estudos de caso maiores e mais complexos também podem ser resolvidos de maneira eficiente (APPLEGATE *et al.*, 2006; TOTH; VIGO, 2014b).

Adicionalmente, foram realizadas simulações de recuperação de petróleo para um período de 40 anos, utilizando o *software* IMEX da CMG. Estas simulações permitiram avaliar a eficácia das soluções de perfuração propostas no contexto de operações reais de recuperação de petróleo, fornecendo *insights* valiosos sobre a viabilidade e a eficiência das estratégias de perfuração otimizadas.

Os resultados obtidos indicam que a metodologia proposta não apenas é eficiente para a resolução de problemas de perfuração direcionada, mas também é suficientemente flexível para ser aplicada a problemas mais complexos e variados, conforme evidenciado pela literatura existente. A capacidade de resolver instâncias maiores e mais desafiadoras com pequenas adaptações à formulação inicial reforça a aplicabilidade prática e a relevância da abordagem desenvolvida neste estudo.

A partir da formulação básica do POPD, foram determinadas as coordenadas dos pontos alvo, ou coordenadas de referência, conforme ilustrado na Tabela 2. Esta análise abrangeu seis perfurações distintas, cada uma sujeita a diferentes ângulos de inclinação em relação ao eixo vertical, especificamente 30°, 40°, 50°, 60°, 70° e 80°, considerando um comprimento máximo do poço de até 10.000 m. Por exemplo, na coluna designada como POPD30, estão indicadas as coordenadas de referência para o poço direcional com ângulo de inclinação de 30°. Observa-se

que o número crescente de pontos alvo é uma consequência direta do relaxamento do ângulo de inclinação. Este relaxamento permite uma maior cobertura das unidades geológicas, ampliando, assim, a área potencialmente acessível para a perfuração e extração.

Esta abordagem demonstra a flexibilidade e a adaptabilidade da metodologia proposta, permitindo a otimização das perfurações em diferentes condições geológicas e operacionais. É importante destacar que, caso as restrições operacionais não sejam satisfeitas, a equipe técnica de engenheiros geológicos e engenheiros de reservatórios indica novas restrições e o modelo POPD calcula as novas coordenadas de referência.

Tabela 2 – Poços de Orientação Direcional com seu respectivo ângulo.

POPD30	POPD40	POPD50	POPD60	POPD70	POPD80
44 25 3	47 19 6	47 8 7	47 8 7	47 8 7	47 8 7
47 19 6	47 16 10	50 5 12	50 5 12	50 5 12	50 5 12
50 5 12	52 25 9	50 13 8	50 13 8	50 13 8	50 13 8
50 13 8	49 20 10	47 16 10	47 16 10	47 16 10	47 16 10
47 5 17	49 28 12	42 21 8	42 21 8	42 21 8	42 21 8
47 16 10	47 25 17	42 21 10	49 27 9	49 27 9	49 27 9
52 25 9	46 34 16	49 28 12	52 25 9	52 25 9	52 25 9
49 20 10	44 39 12	47 25 17	49 20 10	49 20 10	49 20 10
49 28 12	43 46 7	46 34 16	45 29 15	49 28 12	45 29 15
51 20 13	47 41 15	44 39 12	42 21 10	51 20 13	49 28 12
55 27 11	56 30 12	55 27 11	49 28 12	56 22 10	50 28 16
56 30 12	61 37 8	56 30 12	56 22 10	55 27 11	55 27 11
58 37 13	71 21 10	61 37 8	64 17 12	56 30 12	56 30 12
	63 36 12	70 22 7	66 19 15	66 19 15	56 21 17
		71 21 10	70 22 7	70 22 7	66 19 15
		63 36 12	71 21 10	71 21 10	70 22 7
			63 36 12	69 20 15	71 21 10
				64 23 16	69 20 15
					64 23 16

Para avaliar a viabilidade técnica e econômica da metodologia proposta, realizamos testes de Produção Acumulada de Óleo (COP) e do Fator de Recuperação de Óleo (ORF). A Figura 10 apresenta os resultados da produção acumulada de óleo para as perfurações variando de POPD30 a POPD80. Em todos os casos analisados, os poços demonstraram alta produção de óleo, pois foram estrategicamente posicionados para interceptar regiões com alta capacidade de escoamento. Estas regiões são caracterizadas como PMP em HFU saturados em óleo.

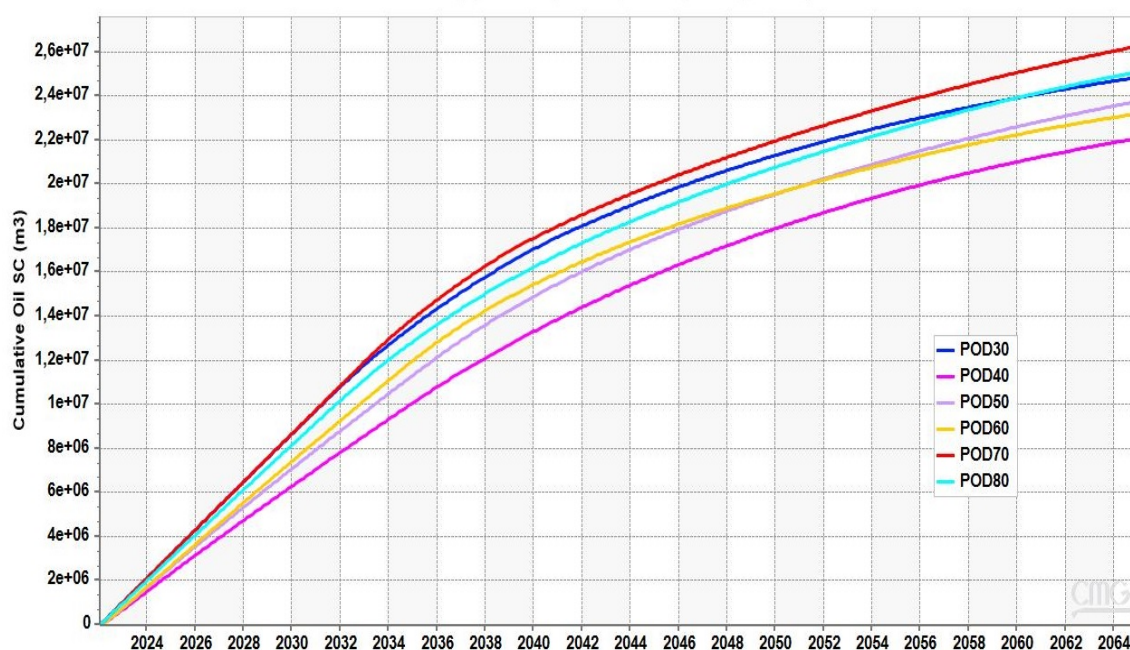


Figura 10 – Produção acumulada dos poços direcionais (Elaborada pela autora).

Observa-se que a maior produção acumulada foi obtida pelo poço com inclinação de 70°(POPD70), enquanto a menor produção foi verificada no poço com inclinação de 40°(POPD40). Este resultado destaca a importância do ângulo de inclinação na maximização da produção de óleo, uma vez que ângulos mais favoráveis podem permitir uma interceptação mais eficiente das unidades geológicas com maior potencial de escoamento. Portanto, a escolha adequada dos ângulos de inclinação pode otimizar a produção de óleo, ao mesmo tempo em que assegura a viabilidade técnica e econômica das operações de perfuração.

A Figura 11 revela que o poço com o menor valor do fator de recuperação de óleo (ORF) é o POPD40, com um ORF superior a 16%. Por outro lado, o poço com o maior valor de ORF é o POPD70, atingindo aproximadamente 20%. Este valor é significativamente superior ao ORF médio da Bacia de Campos, que é por volta de 16%, conforme dados fornecidos pela Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP).

Com base nesses dados, pode-se observar que a metodologia empregada eleva o ORF em cerca de 25%, demonstrando-se, assim, tecnicamente e economicamente viável. Esses resultados ressaltam a eficácia da abordagem proposta na otimização da recuperação de petróleo, proporcionando um aumento substancial na eficiência das operações de extração em comparação com os métodos tradicionais utilizados na Bacia de Campos.

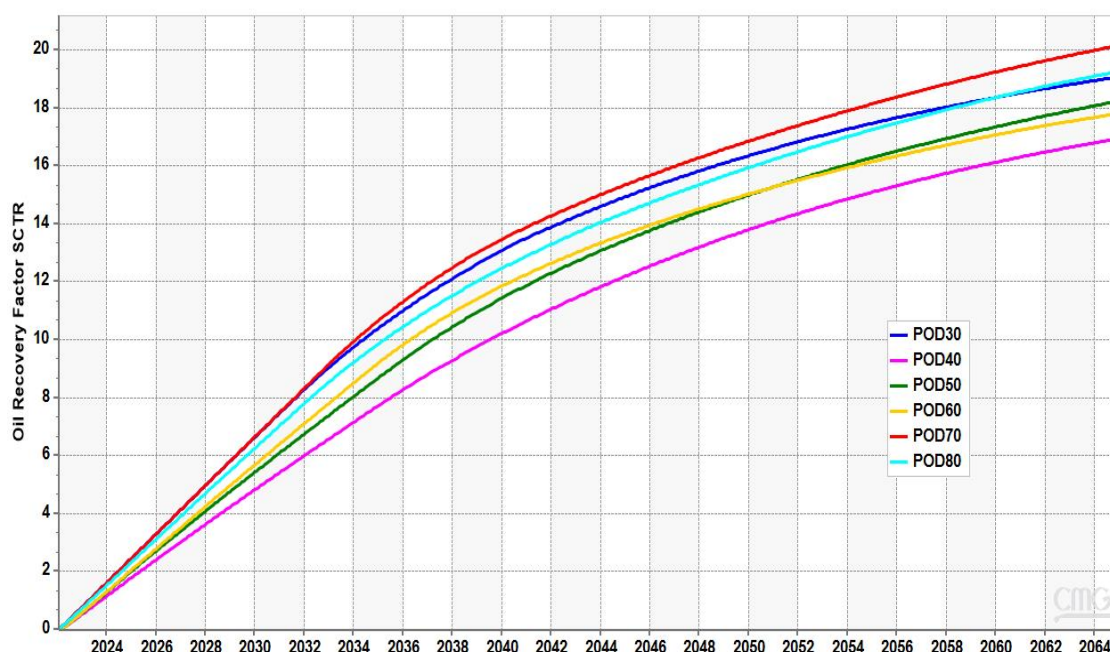


Figura 11 – Fator de recuperação dos poços direcionais (Elaborada pela autora).

A Figura 12 apresenta a trajetória do poço POPD70 e está estrategicamente localizada na região de maior saturação de óleo. Apesar deste poço ter demonstrado a maior produção de óleo, é importante destacar que ele não passa pela maior quantidade de PMP's nem possui o maior ângulo de perfuração. Este fato permite concluir que uma maior quantidade de PMPs e/ou um ângulo de perfuração mais elevado não garantem, necessariamente, uma maior produção de óleo, confirmando que ele está passando por uma região de grande saturação de óleo.

Portanto, a análise indica que outros fatores, como a localização estratégica do poço em relação às zonas de alta saturação de óleo, desempenham um papel crucial na maximização da produção. Isso reforça a importância de uma abordagem holística na definição das estratégias de perfuração, onde a consideração da geologia local e a otimização da trajetória do poço são fundamentais para o sucesso das operações de extração.

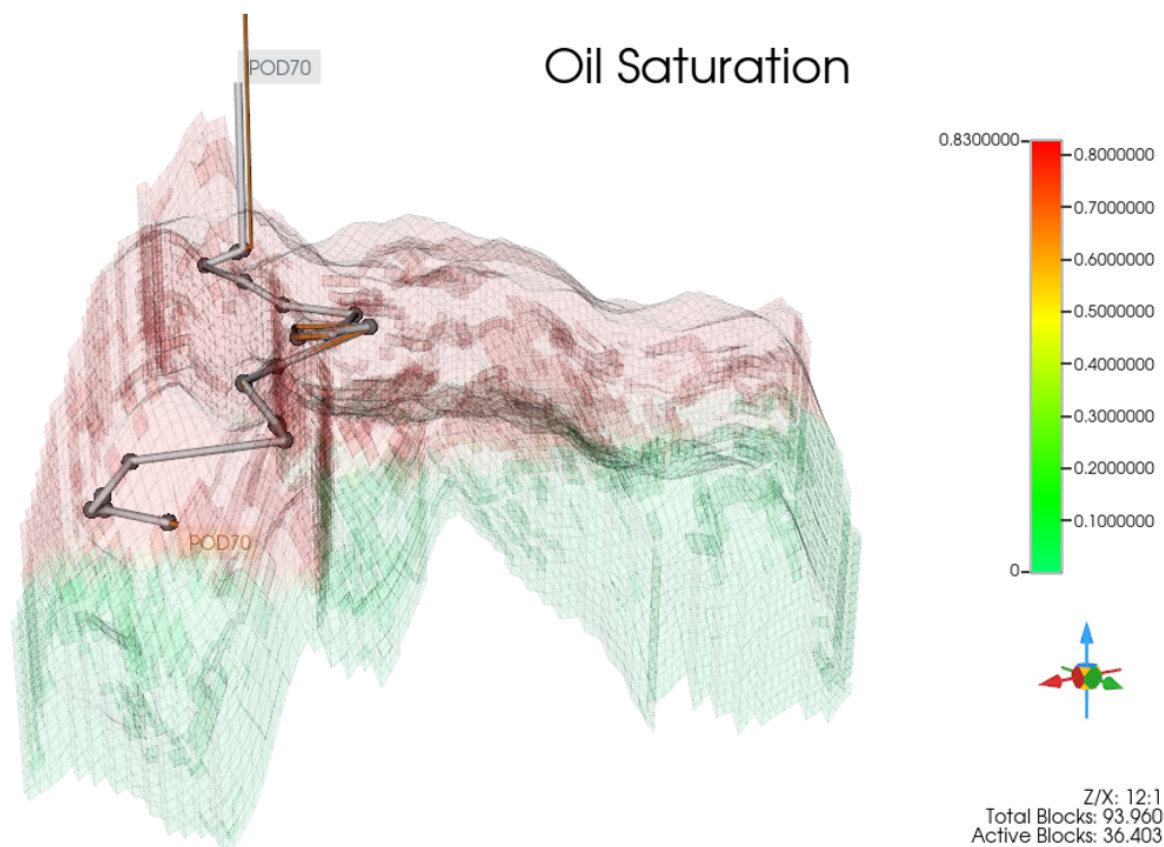


Figura 12 – Trajetória do POPD70 (Elaborada pela autora).

4.2 Discussão da generalização do POPD

Para avaliar a robustez e a adaptabilidade da metodologia, foi realizada uma generalização da formulação original, que foi dividida em duas versões: compacta (equações (3.2a) - (3.2j)) e não compacta (equações (3.5a) - (3.5c)). Ambas as versões foram implementadas utilizando Pyomo (v. 6.4.4) e resolvidas com CPLEX (v. 12.7) sob as mesmas condições de hardware e software mencionadas anteriormente. Durante essas simulações, um limite de tempo de 1 hora foi estabelecido para cada execução de otimização, garantindo que todas as instâncias fossem resolvidas até a otimização completa.

Ao analisar a generalização da formulação anterior, utiliza-se o poço POPD70 com várias rotas e menores tamanhos, além de acrescentar a restrição de colisão. Desta forma, a abordagem proposta neste trabalho gerou três grupos distintos de poços direcionais, denominados well1000, well2000 e well3000. Cada um desses grupos contém quatro poços direcionais, com comprimentos de 1000 m, 2000 m e 3000 m, respectivamente como mostra a Tabela 3. Para fins de comparação, também foram considerados: o grupo de quatro poços verticais originais perfurados na Bacia de Campos (AVANSI; SCHIOZER, 2015); o grupo M1M2M3M4, que representa os quatro poços verticais com maior produção posicionados nas HFU's, cujas posições

foram obtidas pela metodologia descrita em (SIMÕES, 2017); e DP70, que representa um único poço direcional com 10.000m de comprimento, conforme apresentado em (FERNANDES *et al.*, 2023).

Tabela 3 – Rotas dos poços direcionais de 1000m, 2000m e 3000m com ângulo de 70°.

	R0	R1	R3	R4
well1000	22 44 6	47 16 10	64 17 12	48 27 2
	24 40 9	42 21 8	66 19 15	49 27 9
	25 36 10	42 21 10	70 22 7	49 28 12
	25 35 16	44 20 17	71 21 10	47 25 17
				50 28 16
well2000	23 35 2	48 27 2	59 10 15	48 15 2
	21 41 6	49 27 9	50 13 8	50 13 8
	22 44 6	52 25 9	64 17 12	47 16 10
	24 40 9	56 22 10	66 19 15	42 21 8
	25 36 10	55 27 11	70 22 7	42 21 10
	25 35 16	56 30 12	71 21 10	43 18 15
			69 20 15	44 20 17
well3000	28 35 3	64 22 2	47 8 7	48 27 2
	25 32 7	64 17 12	50 5 12	49 27 9
	27 30 11	66 19 15	50 13 8	52 25 9
	20 35 7	70 22 7	47 16 10	56 22 10
	24 40 9	71 21 10	42 21 8	55 27 11
	25 36 10	69 20 15	42 21 10	56 30 12
	25 35 16	64 23 16	43 18 15	61 37 8
		67 29 2	44 20 17	63 36 12

As figuras 13 e 14 trazem, respectivamente, as produções acumuladas e os fatores de recuperação de óleo de todos os grupos descritos acima. Com relação às COP's, note que os poços well2000 e well3000 apresentam performances superiores aos demais, com a exceção de well1000, que foi superado por DP70. Porém, quando comparados com os poços originais, temos uma superioridade absoluta em todos os casos. Destaca-se o resultado obtido pelo poço well2000, que superou em aproximadamente 50% a produção acumulada dos poços originais (Figura 13).

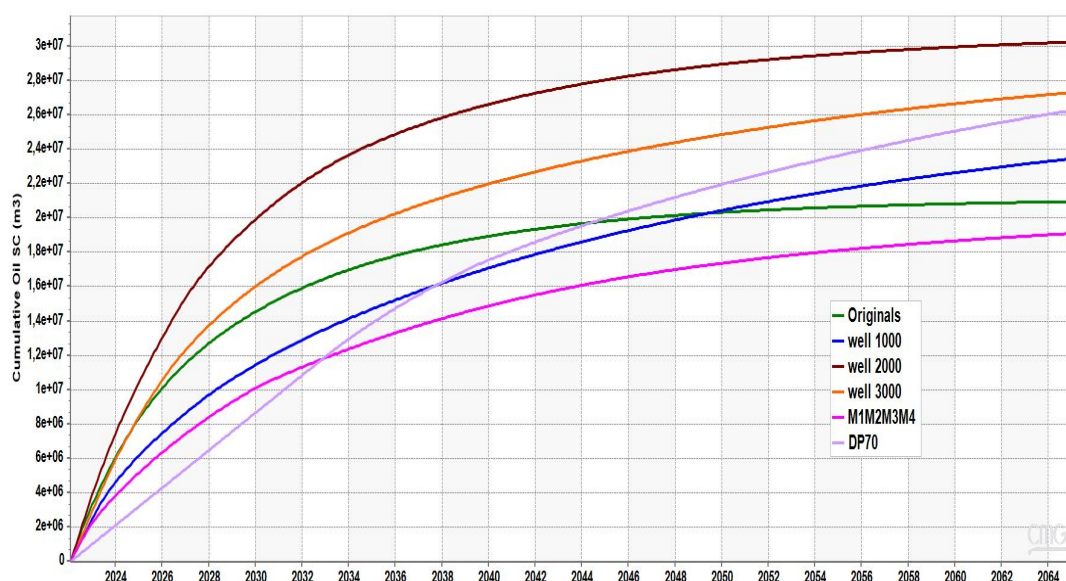


Figura 13 – Produção acumulada de todos os poços (Elaborada pela autora).

Observando agora as ORF's de cada poço, os poços well1000, well2000 e well3000 mostraram total superioridade. Mais uma vez, o poço well2000 apresentou melhor desempenho dentre todos, com um aumento do fator de recuperação aproximadamente 50% maior que os poços originais (Figura 14).

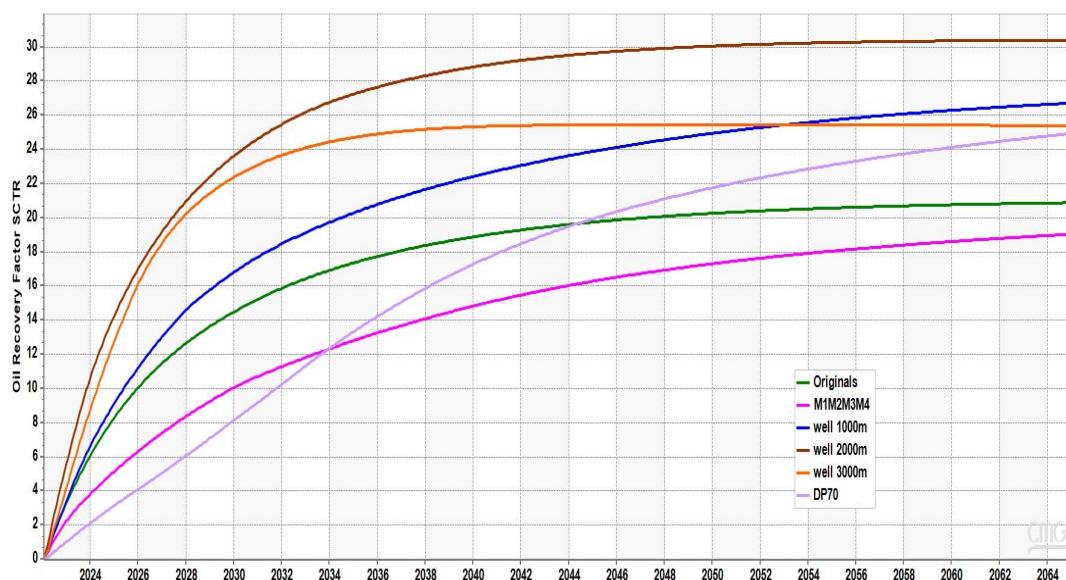


Figura 14 – Fator de recuperação de todos os poços (Elaborada pela autora).

A partir dos resultados apresentados acima, pode-se concluir que a abordagem introduzida neste trabalho é robusta, eficiente e promissora para otimizar o processo de perfuração e extração de petróleo, oferecendo *insights* valiosos para melhorar futuras pesquisas e práticas industriais.

É importante ressaltar que a análise de simulação foi feita apenas com poços produtores dentro do reservatório, podendo portanto, aumentar a produção e o fator de recuperação a partir do momento que insere poços injetores.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma aplicação inovadora de Programação Inteira Mista (PIM) para o planejamento ótimo em operações de perfuração direcional, focando na maximização da recuperação de óleo em reservatórios complexos. As metodologias propostas, baseadas no Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e no Problema de Orientação de Equipe (POE), demonstraram ser eficazes na identificação das melhores coordenadas de referência para a trajetória de perfuração. Os resultados obtidos confirmam que a abordagem proposta aumenta significativamente o fator de recuperação de óleo, otimizando as operações de perfuração e contribuindo para a eficiência e sustentabilidade das operações na indústria de petróleo e gás. A integração de métricas de centralidade e algoritmos de otimização permitiu a construção de rotas de perfuração que não só respeitam as restrições operacionais, como também maximizam o contato com as zonas mais produtivas do reservatório. Apesar dos desafios enfrentados, como a complexidade na modelagem das Unidades de Fluxo Hidráulico (HFUs) e a necessidade de dados geológicos precisos, o trabalho demonstra que a metodologia é robusta e pode ser aplicada em diferentes contextos e tipos de reservatórios. Este estudo também revela que, embora as técnicas utilizadas tenham apresentado bons resultados, há espaço para melhorias e inovações futuras, especialmente na incorporação de novas tecnologias e metodologias. Por fim, as contribuições deste trabalho fornecem uma base sólida para o desenvolvimento de estratégias mais eficazes e eficientes na perfuração direcional, com potencial para aplicação em operações reais de campo. Acredita-se que as abordagens discutidas possam ser expandidas e aprimoradas, contribuindo de forma significativa para o avanço da engenharia de reservatórios e para a exploração sustentável de recursos naturais. Pesquisas futuras poderão expandir este trabalho ao integrar mapas de potencial de produtividade, poços multilaterais, restrições geológicas *in situ*, e análise econômica. Além disso, será interessante explorar a associação de outros métodos de estímulo para aumentar a produtividade, como a utilização de poços injetores de água e outras configurações de poços. Finalmente, a aplicação do Valor Presente Líquido (VPL) como função objetivo no modelo permitirá uma avaliação mais detalhada da viabilidade econômica das operações, garantindo que a maximização da produção esteja alinhada com o retorno financeiro esperado.

REFERÊNCIAS

- ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, v. 26, n. 1, p. 103–120, 2014. Citado na página 34.
- ALMEDALLAH, M.; MUDHAFAR, A. A.; CLARK, S.; WALSH, S. Vector-based three-dimensional (3d) well-path optimization assisted by geological modelling and borehole-log extraction. **Upstream Oil and Gas Technology**, v. 7, 2021. Citado na página 16.
- AMAEFULE, J. O.; ALTUNBAY, M.; TIAB, D.; KERSEY, D. G.; KEELAN, D. K. Enhanced reservoir description: using core and log data to identify hydraulic (flow) units and predict permeability in uncored intervals/wells. In: ONEPETRO. **SPE annual technical conference and exhibition**. [S.l.], 1993. Citado na página 24.
- APPLEGATE, D. L.; BIXBY, R. E.; CHVATÁL, V.; COOK, W. J. **The Traveling Salesman Problem: A Computational Study**. Princeton University Press, 2006. ISBN 9780691129938. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/j.ctt7s8xg>>. Citado nas páginas 32 e 37.
- ATASHNEZHAD, A.; WOOD, D. A.; FEREIDOUNPOUR, A.; KHOSRAVANI, R. Designing and optimizing deviated wellbore trajectories using novel particle swarm algorithms. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 21, p. 1184–1204, 2014. Citado na página 16.
- _____. Designing and optimizing deviated wellbore trajectories using novel particle swarm algorithms. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 21, p. 1184–1204, 2014. Citado na página 17.
- AVANSI, G. D.; SCHIOZER, D. J. Unisim-i: synthetic model for reservoir development and management applications. **International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry**, Brazil, v. 9, n. 1, p. 21–30, 2015. Citado na página 41.
- BASHIR, B.; PIASKOWY, M.; ALUSTA, G. Overview on directional drilling wells. **ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences**, Asian Research Publishing Network (ARPN), v. 16, n. 22, p. 2305–2316, 2021. Citado nas páginas 15 e 18.
- BEN-TAL, A.; GHAOUI, L. E.; NEMIROVSKI, A. **Robust optimization**. Princeton: Princeton university press, 2009. v. 28. Citado na página 34.
- BISWAS, K.; RAHMAN, M. T.; ALMULIHI, A. H.; ALASSERY, F.; ASKARY, M. A. H. A.; HAI, T. B.; KABIR, S. S.; KHAN, A. I.; AHMED, R. Uncertainty handling in wellbore trajectory design: a modified cellular spotted hyena optimizer-based approach. **Journal of Petroleum Exploration and Production Technology**, Springer, v. 12, n. 10, p. 2643–2661, 2022. Citado na página 16.
- BISWAS, K.; VASANT, P. M.; VINTANED, J. A. G.; WATADA, J. Cellular automata-based multi-objective hybrid grey wolf optimization and particle swarm optimization algorithm for wellbore trajectory optimization. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 85, p. 103695, 2021. Citado na página 17.

- CHEN, B.; WEN, G.; HE, X.; LIU, X.; LIU, H.; CHENG, S. Application of adaptive grid-based multi-objective particle swarm optimization algorithm for directional drilling trajectory design. **Geoenergy Science and Engineering**, Elsevier, v. 222, p. 211431, 2023. Citado na página 17.
- CHEN, D.; MAO, K.; YE, Z.; LI, W.; YAN, W.; WANG, H. An artificial intelligent well trajectory design method combining both geological and engineering objectives. **Geoenergy Science and Engineering**, Elsevier, v. 236, p. 212736, 2024. Citado na página 17.
- DENG, K. A. **Blog Directional Drilling**. 2022. <<https://directionaldrillingkon.blogspot.com/2016/10/introduction-directional-drilling-has.html>>. Citado nas páginas 10 e 15.
- DROUVEN, M. G.; CAFARO, D. C.; GROSSMANN, I. E. Mathematical programming models for shale oil & gas development: a review and perspective. **Computers & Chemical Engineering**, Elsevier, p. 108317, 2023. Citado na página 18.
- EREN, T.; SUICMEZ, V. S. Directional drilling positioning calculations. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 73, p. 103081, 2020. Citado na página 15.
- FERNANDES, C. P. B.; COUTINHO, W. P.; SILVA, J. W. L.; SANTOS, M. D.; OLIVEIRA, G. P. Optimal path planning for directional wells across flow units' many-targets. **Journal of Petroleum Exploration and Production Technology**, Springer, p. 1–13, 2023. Citado nas páginas 10, 15, 30, 31 e 42.
- GAVISH, B.; GRAVES, S. C. The travelling salesman problem and related problems. Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1978. Citado na página 31.
- GUNAWAN, A.; LAU, H. C.; VANSTEENWEGEN, P. Orienteering problem: A survey of recent variants, solution approaches and applications. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 255, n. 2, p. 315–332, 2016. Citado na página 31.
- GUO, G.; DIAZ, M. A.; PAZ, F.; SMALLEY, J.; WANINGER, E. A. Rock typing as an effective tool for permeability and water-saturation modeling: a case study in a clastic reservoir in the oriente basin. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, OnePetro, v. 10, n. 06, p. 730–739, 2007. Citado na página 24.
- HALAFAWI, M.; AVRAM, L. Wellbore trajectory optimization for horizontal wells: the plan versus the reality. **J Oil Gas Petrochem Sci**, v. 2, n. 1, p. 49–54, 2019. Citado na página 17.
- HUANG, W.; WU, M.; CHEN, L. Multi-objective drilling trajectory optimization with a modified complexity index. In: **2018 37th Chinese Control Conference (CCC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 2453–2456. Citado na página 17.
- HUANG, W.; WU, M.; CHEN, L.; SHE, J.; HASHIMOTO, H.; KAWATA, S. Multiobjective drilling trajectory optimization considering parameter uncertainties. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, v. 52, n. 2, p. 1224–1233, 2020. Citado na página 16.
- 50 years of integer programming 1958-2008: From the early years to the state-of-the-art. Springer Science & Business Media, 2009. Citado na página 32.
- LI, J.; MANG, H.; SUN, T.; SONG, Z.; GAO, D. Method for designing the optimal trajectory for drilling a horizontal well, based on particle swarm optimization (pso) and analytic hierarchy process (ahp). **Chemistry and Technology of Fuels and Oils**, Springer, v. 55, p. 105–115, 2019. Citado na página 17.

MCCANN, R.; SURYANARAYANA, P. Horizontal well path planning and correction using optimization techniques. **Journal of Energy Resources Technology, Transactions of the ASME**, v. 123, n. 3, p. 187–193, 2001. Citado na página 16.

MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Integer programming formulation of traveling salesman problems. **Journal of the ACM (JACM)**, ACM New York, NY, USA, v. 7, n. 4, p. 326–329, 1960. Citado na página 32.

MIOLATO, M. **Exact and heuristic algorithms for multi-robot system routing, oriented to underwater monitoring**. Tese (Doutorado) — Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”, Università di Padova, 2022. Citado na página 35.

NETO, E. F.; OLIVEIRA, G. P.; MAGALHÃES, R. M.; BATISTA, L. V.; CABRAL, L. A.; SANTOS, M. D. Cumulative oil production in flow unit-crossing wells estimated by multilayer perceptron networks. **Journal of Petroleum Exploration and Production Technology**, Springer, v. 11, n. 5, p. 2259–2270, 2021. Citado nas páginas 10 e 26.

OLIVEIRA, G. *et al.* Competitive placement of oil perforation zones in hydraulic flow units from centrality measures. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier B.V., v. 147, p. 282 – 291, 2016. ISSN 09204105. Citado nas páginas 10, 16, 23, 24, 25 e 26.

ROQUE, W.; OLIVEIRA, G.; SANTOS, M.; SIMÕES, T. Production zone placements based on maximum closeness centrality as strategy for oil recovery. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 156, p. 430–441, 2017. Citado nas páginas 16, 24 e 27.

SCHNEIDER, J.; KIRKPATRICK, S. **Stochastic optimization**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2007. Citado na página 34.

SHA, L.; PAN, Z. Fsqga based 3d complexity wellbore trajectory optimization. **Oil & Gas Sciences and Technology–Revue d’IFP Energies nouvelles**, EDP Sciences, v. 73, p. 79, 2018. Citado na página 17.

SIMÕES, T. A. **Identificação de zonas de produção e recuperação de óleo baseadas em unidades de fluxo hidráulico e simulações computacionais**. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, 2017. Citado na página 42.

STRØMHAUG, A. H. **Directional drilling-advanced trajectory modelling**. Dissertação (Mestrado) — Institutt for petroleumsteknologi og anvendt geofysikk, 2014. Citado na página 18.

TOTH, P.; VIGO, D. **The vehicle routing problem**. [S.l.]: SIAM, 2002. Citado na página 36.

_____. **Vehicle routing: problems, methods, and applications**. [S.l.]: SIAM, 2014. Citado nas páginas 31 e 32.

_____. **Vehicle routing: problems, methods, and applications**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014. Citado na página 37.

VANSTEENWEGEN, P.; SOUFFRIAU, W.; OUDHEUSDEN, D. V. The orienteering problem: A survey. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 209, n. 1, p. 1–10, 2011. Citado na página 31.

WANG, Z.; GAO, D.; LIU, J. Multi-objective sidetracking horizontal well trajectory optimization in cluster wells based on ds algorithm. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 147, p. 771–778, 2016. Citado na página 17.

WOOD, D. A. Hybrid bat flight optimization algorithm applied to complex wellbore trajectories highlights the relative contributions of metaheuristic components. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 32, p. 211–221, 2016. Citado na página 17.

_____. Hybrid cuckoo search optimization algorithms applied to complex wellbore trajectories aided by dynamic, chaos-enhanced, fat-tailed distribution sampling and metaheuristic profiling. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 34, p. 236–252, 2016. Citado na página 17.

_____. Metaheuristic profiling to assess performance of hybrid evolutionary optimization algorithms applied to complex wellbore trajectories. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, Elsevier, v. 33, p. 751–768, 2016. Citado na página 17.

XU, J.; CHEN, X. Bat algorithm optimizer for drilling trajectory designing under wellbore stability constraints. In: IEEE. **2018 37th Chinese Control Conference (CCC)**. [S.l.], 2018. p. 10276–10280. Citado na página 17.

XU, Y.; LI, C.; WANG, L. Research on well trajectory optimization design based on ant colony algorithm. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2019. v. 1237, n. 2, p. 022056. Citado na página 17.

YOUSEFZADEH, R.; AHMADI, M.; KAZEMI, A. Toward investigating the application of reservoir opportunity index in facilitating well placement optimization under geological uncertainty. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 215, p. 110709, 2022. Citado na página 16.

APÊNDICE A - CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS

Abaixo estão listadas as publicações produzidas durante o período de doutorado.

1. **FERNANDES, C. P. B.** ; COUTINHO, W. P. ; SILVA, J. W. L. ; SANTOS, M. D. ; OLIVEIRA, G. P. . Optimal path planning for directional wells across flow units ´ many-targets. In: **JOURNAL OF PETROLEUM EXPLORATION AND PRODUCTION TECHNOLOGY**, v. 1, p. 1, 2023.
2. **FERNANDES, C. P. B.** ; COUTINHO, W. P. ; SILVA, J. W. L. ; SANTOS, M. D. ; OLIVEIRA, G. P. . Optimal planning of directional drilling operations: A mixed-integer programming formulation. In: **27th International of Mechanical Engineering (COBEM)**. Brazillian Association of Mechanical Engineering and Sciences(ABCM). Florianópolis, Brazil.2023.
3. COUTINHO, W. P. ; **FERNANDES, C. P. B.** ; MACHADO, T. J.; SANTOS, M. D. ; OLIVEIRA, G. P. ; OMOYEMIL, P. A. Mixed-integer programming formulations for the optimisation of directional drilling operations. In:**Mecânica Computacional em Petróleo e Energia (MeComPe)**. Recife, Brazil.2024
4. COUTINHO, W. P. ; **FERNANDES, C. P. B.** ; MACHADO, T. J.; SANTOS, M. D. ; FERNANDES, M.P. Mixed-integer programming formulations for the optimisation of multi-directional petroleum exploration. In: **XLIII Congresso Nacional de Matemática Computacional (CNMAC)**. Porto de Galinhas/PE, Brazil, 2024

ANEXO A - MATERIAL SUPLEMENTAR

Optimal path planning for directional wells across flow units' many-targets



Optimal path planning for directional wells across flow units' many-targets

C. P. B. Fernandes¹ · W. P. Coutinho² · J. W. L. Silva¹ · M. D. Santos¹ · G. P. Oliveira¹

Received: 17 April 2023 / Accepted: 26 September 2023 / Published online: 24 October 2023
© The Author(s) 2023

Abstract

Over the past decades, directional drilling has continuously advanced to increase hydrocarbon recovery by effectively targeting high-productivity reservoirs. However, many existing approaches primarily focus on heuristic optimization algorithms. Moreover, existing models often neglect the incorporation of petrophysical attributes that can significantly impact the selection of production targets, such as the reservoir quality indicator. This article introduces a novel application of mixed-integer programming to define directional drilling paths, considering practical aspects of interest. The paths are subject to drift angle constraints and reference coordinates that align with the optimal reservoir targets. Such targets are identified using the authors' proposed technique of maximum closeness centrality and the geologic model of hydraulic flow units. In order to evaluate the effectiveness of this approach, a realistic model of the Campos Basin in Brazil is studied. The results reveal that the highest recovery factors obtained with the proposed methodology (17%) exceed the historical average recovery factor of the studied reservoir (15.66%). We believe this study can contribute to the ongoing efforts to enhance directional drilling and maximize the production potential of offshore oil and gas reservoirs.

Keywords Exploration and production · Well drilling · Hydraulic flow units · Mixed-integer programming

List of symbols

c	Cells	k	Permeability
$C_{D,q}$	Rock cluster domain	L	Maximum measured depth
c_s	Seed cell	L_{ij}	Euclidean norm
F_s	Grain shape factor	MCC	Maximum closeness centrality
$G_{D,q}$	Graph	$M_{D,q}$	Maximum closeness centrality cell (MaxC)
		n_p	Active cells
		p_i	“Prize”
		S_{Vgr}	Surface area per unit grain volume
		T_i	Drilling targets
		u_i	Auxiliary variables
		v	Node
		α	Drift angles
		β	Mapping
		ϕ	Porosity
		γ	Closeness centrality
		Ω	Oilfield domain
		σ	Density, kg/m^3
		τ	Pore tortuosity
		μ_{ij}	Decision variables
		ν	Oil viscosity unity, centipoise

W. P. Coutinho, J. W. L. Silva and M. D. Santos have contributed equally to this work.

✉ C. P. B. Fernandes
borgesclarissa@gmail.com

W. P. Coutinho
walton.coutinho@ufpe.br

J. W. L. Silva
jose.wilker@academico.ufpb.br

M. D. Santos
mdantas@ci.ufpb.br

G. P. Oliveira
gustavo.oliveira@ci.ufpb.br

¹ TRIL Lab, Federal University of Paraíba, João Pessoa, Paraíba, Brazil

² Department of Technology, Federal University of Pernambuco, Av. Marielle Franco, s/n, km 59, Caruaru, Pernambuco, Brazil

Abbreviations

ANP	Petroleum National Agency
COP	Cumulative Oil Production

DDSP	Directional Drilling Steering Problem
DP	Drilling Paths
DRT	Discrete Rock Typing
ERW	Extended-Reach Well
FZI	Flow Zone Indicator
HFUs	Hydraulic Flow Units
MCC	Cell Maximum Closeness Centrality Cell
MCC-HFU	Maximum Closeness Centrality sites in Hydraulic Flow Units
ORF	Oil Recovery Factor
PDTs	Possible Drilling Targets
RQI	Reservoir Quality Index
TVD	True Vertical Depth
UNISIM-I-D	Namorado sandstone oilfield (Campos Basin, Brazil)

Introduction

Directional drilling became part of the oil and gas (O &G) industry in the 1950 s. Revived three to four decades later, bolder and smarter structures were designed as a response to the challenges of reaching reserves at increasing depths, circumventing geologic obstacles, and optimizing engineering costs (Short 1993). Most of the wells drilled worldwide roughly fall into one of the following categories: vertical, horizontal, directional, or multilateral (Fig. 1).

Vertical wells theoretically extend downwards at a 0-degree azimuth angle from the trunk axis. However, this idealized configuration is practically infeasible in reservoirs due to physical factors that slant the well to some extent. Horizontal wells usually hold a long horizontal displacement at a given depth. Directional wells are determined by any intentional deviation of its trajectory by an azimuth angle generally within 20 to 80 degrees from the trunk (Ma et al. 2016). Multilateral wells are structures split into branches

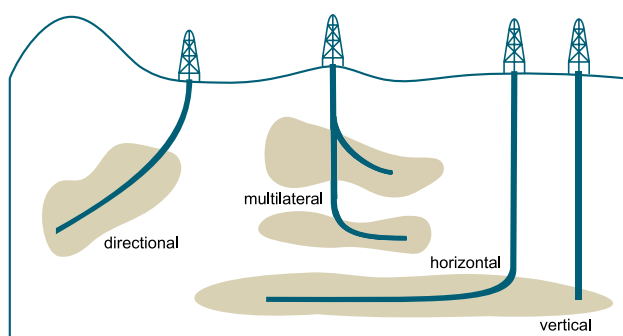


Fig. 1 Usual direction categories of well drilling from azimuth angle variation in relation to the trunk: vertical (permanent 0-degree); horizontal (long near 90-degree displacement); directional (variable 20 to 80-degree deviation); multilateral (variable-angle directional ramifications)

that follow independent directions. Since the directionality features a deviation from the well's trunk, directional wells are, in fact, a superclass that abridges all others.

In order to succeed, directional wells require careful trajectory planning, accurate specification of target zones and stations, and geosteering devices. This is usually done by a multidisciplinary team of geologists, reservoir engineers and completion technicians. Well trajectories depart from the wellhead and usually deviate from the kick-off point toward fixed locations. Such trajectories must usually obey curvature constraints in the form of “build,” “hold,” and “drop”-like segments, cutting the reservoir 3D space into convenient reference frames and coordinate systems. That said, directional drilling's golden goal is to reach targets accurately and safely at the lowest possible cost (Griffiths 2009).

As they cover a larger perforated surface area, they can reach measured depths above 10,000 m even with smaller true vertical depths (Fig. 2) and eventually leverage the oil-field's production volume (Eren and Suicmez 2020). On the other hand, such distinctions may not ensure high expected recovery rates in all reservoirs because of natural hindrances, operational inaccuracies, or even bad screening of sweet spots.

Considering all the Brazilian basins, the global average recovery factor closed, in 2021, around 13.5% (Fig. 3). The Campos Basin, for example, the country's top producer both in oil and gas resources, comprised around 1360 directional wells in 2021, i.e., 39% of all 3524 (1281 vertical + 883 horizontal) wells. Even so, the recovery factor for the basin stagnated close to 15.66%, considered low compared to its oil-in-place volume.

Although there is no dominant justification for this uneven performance, sub-economic and dry wells are certainly two villains that restrain this number to achieve higher plateaus. Looking at this fact, we find indications of the realistic gap found in the O &G industry regarding well placement and production strategies involving directional drilling. In

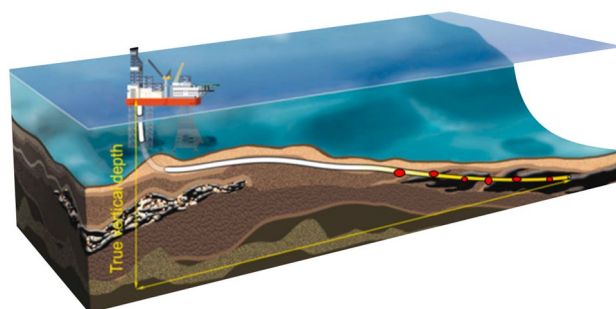
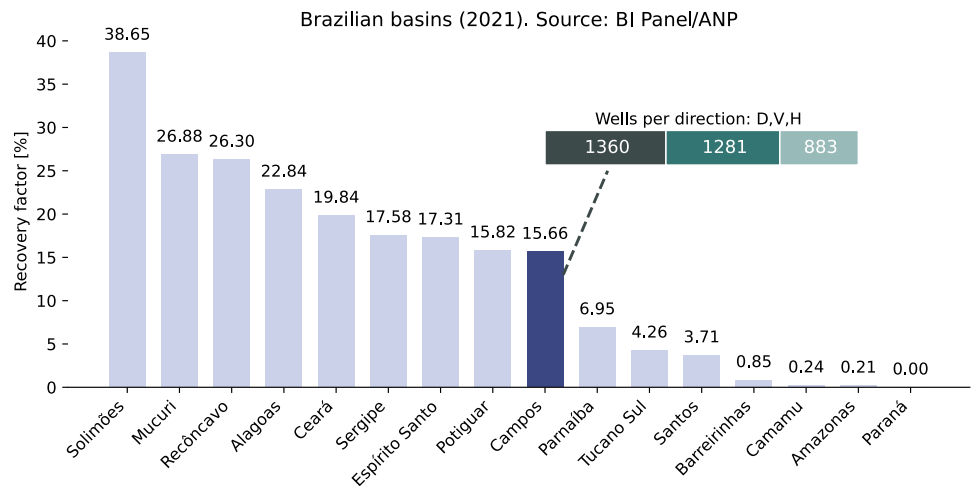


Fig. 2 Sketch of extended-reach well (ERW) drilling. ERWs have a horizontal departure at least twice the true vertical depth (TVD) and a hold-like segment that allows reaching targets with large horizontal displacement from the source. Source: adapted from K. A. Deng's blog (available at <https://t.ly/dFMIE>)

Fig. 3 Global recovery factor of all Brazilian petroleum basins for 2021. Highlight is given to Campos Basin's outcome and its number of wells per direction: directional (D), vertical (V), and horizontal (H)



particular, we identified that integrated approaches combining well placement, sweet spot screening and directional well trajectory optimization are not broadly available, mainly when offshore deep-water environments are under focus.

Of abundant literature, methods and techniques that cope with well trajectory optimization have been largely studied within the theoretical framework. However, most existing approaches give less consideration to petrophysical aspects that can play a determinant role in pre-selecting production targets.

A number of heuristic algorithms have been proposed for computing optimal drilling trajectories from one source point to a single target location. In Atashnezhad et al. (2014), a novel heuristic approach for drilling trajectory design, based on Particle Swarm Optimization (PSO), is proposed to find the optimal measured drilling depth for directional and horizontal wells in a 3D space. A similar approach is employed by Zheng et al. (2019) to solve the established three-objective well trajectory design problem. Huang et al. (2020) developed an algorithm based on the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA) in order to solve a multi-objective optimization problem with parameter uncertainties. In Huang et al. (2021), a drilling trajectory design problem is addressed. With the purpose of ensuring safety and increasing efficiency in industrial drilling processes, a new optimization algorithm based on penalty functions and an evolutionary paradigm is developed. An evaluation approach based on fuzzy entropy is further employed to determine a satisfactory solution from the obtained solution set. Finally, in Biswas et al. (2022), a nature-inspired heuristic algorithm is proposed to optimize drilling trajectories so as to reduce the risk of accidents and improve efficiency.

Optimization methods are present in uncountable O & G operations from upstream to downstream (Tavallali et al. 2016; Khor et al. 2017). Regarding the specific problem of determining optimal well trajectories, one observes that constrained curvature based on the Dubins vehicle model

predominates. Other theory-centered approaches cover a sequential gradient-restoration algorithm (McCann and Suryanarayana 2001), dynamic systems (Gong et al. 2016), multi-objective optimization (Wang and Gao 2016; Wang et al. 2016), vector-algebra (Wang et al. 2019), improved tangentials (Eren and Suicmez 2020), the Hooke-Jeeves algorithm (Liu et al. 2022), the Dubins model (Liu et al. 2022), and evolutionary search subject to Pareto optimality (D'Angelo et al. 2022). We highlight however that the aforementioned approaches only consider well trajectories between one source location and a single target.

Practice-centered methods seek to minimally embody elements inherent to the reservoir which may affect the correctness of path planning. Rock's resistance to drill bit penetration (Almedallah et al. 2021), obstructing fracturing in tight formations (Gu et al. 2022) and productivity potential maps (Lyu et al. 2021) are included in recent attempts. While it is true that optimization algorithms were not left aside in all these cases, we stress that the addition of subjacent field variables as part of their input data is crucial for determining their targets.

The selection of targets can be seen as a screening task in preparation for assisted drilling. Several heuristic algorithms have been proposed in the literature to tackle this problem. The combination of several PSO algorithms and quality maps is applied for well placement optimization in (Ding et al. 2014). Cellular automata, gray wolf optimization and PSO are integrated by (Biswas et al. 2021) in order to solve a multi-objective problem. Operational constraints such as true vertical depth and casing, along with the bounds of tuning variables, are considered during optimization. In (Yousefzadeh et al. 2021), a method is proposed that combines the fast-marching method and PSO to reduce the number of function evaluations in optimizing the location of vertical injection wells. Sun and Ertekin (2022) present a class of expert systems based on trained and tested artificial neural networks using field data collected from a North American oilfield. These systems are

capable of generating artificial well profiles and evaluating hydrocarbon productivity under hypothetical conditions. In (Yousefzadeh et al. 2022), a workflow based on the so-called reservoir opportunity index maps is employed to optimize the location of production wells under geological uncertainty.

The main argument for this paper is the following: *providing foreknown sweet spots as targets to whatsoever optimization algorithms help to alleviate the algorithmic burden in searching optimal solutions subject to many dynamic constraints, i.e., those stemming from porous media's reaction during real-time drillings, such as dogleg control, sidetracking extension, casing wear, and bit penetration rate.*

The literature is scarce about practice-centered approaches combining screening and optimization to find optimal trajectories for directional wells respecting the medium's petrophysical features. Except for an earlier study that considered a 3D "shoebox" model to find optimal solutions for a single horizontal well (Kharghoria et al. 2003), to the best of our knowledge, there is no parallel case reported for directional drilling in realistic models endowed with multiple targets.

In this paper, we introduce a methodology for directional well drilling that combines target screening from maximum closeness centrality sites in hydraulic flow units (MCC-HFU) (Oliveira et al. 2016), (Roque et al. 2017), (Oliveira et al. 2020b), (Oliveira et al. 2020a) with mixed-integer programming (MIP) to determine optimal trajectories for directional wells. This core idea allows for the implementation of a Directional Drilling Steering Problem (DDSP) mathematical formulation subject to piecewise drift angle constraints.

We tested the DDSP over UNISIM-I (Avansi and Schiozer 2015), a widely known 3D corner-grid point model of the Namorado sandstone oilfield (Campos Basin, Brazil). By running black-oil simulations, the highest production well obtained an index above 17%, which is considered satisfactory. We highlight that this recovery factor exceeds the historical overall factor for the studied reservoir.

We believe that this study significantly contributes to the existing knowledge in the field of well drilling by providing valuable insights for individuals involved in well path planning, well layout modeling and offshore oil and gas exploration. The integration of petrophysical considerations with an optimization model represents a notable advance in directional drilling practices. By incorporating practical aspects into the decision-making process, this methodology offers the potential to optimize well placement and improve hydrocarbon recovery rates.

The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 brings the proposed methodological framework. Sections 2.1 and 2.2 provide details about the studied reservoir and HFU identification, respectively. Sections 2.3 and 2.4 present the proposed approaches for reservoir discretization and target screening. In Sect. 2.5, a mixed-integer programming model for directional well path planning is shown. Numerical results from our computational experiments followed by discussion remarks are carried out in 3. Finally, Sect. 4 concludes this paper.

Methodology

The methodological framework encompasses: (i) reservoir setup; (ii) flow unit identification; (iii) target screening; (iv) well path planning; and (v) production analysis (Fig. 4). We will discuss the former four steps below and the last step in Sect. 3.

Reservoir setup

UNISIM-I-D is a corner-point grid model for the offshore sandstone *Namorado* formation (Avansi and Schiozer 2015). With about 36600 cells of individual resolution of $100 \times 100 \times 8 \text{ m}^3$, it is considered a successful benchmark for the Brazilian O & G industry. The porosity ranges from 0 to 30% as can be seen in the color scale of Fig. 5. In addition, the computational model provides the arithmetic mean values of horizontal permeability k_x and vertical permeability k_y from which the absolute directional permeability is obtained $k_x/k_y \approx 1.68$. For all black-oil simulations performed in this paper, we adopted fluid properties equivalent to light oil, namely $\nu = 1.1 \text{ cp}$ for oil viscosity and $\sigma = 29876 \text{ Kg/m}^3$ for density.

The UNISIM-I-D model is a well-known representation of the *Namorado* formation that has been extensively studied in the literature. We refer the interested reader to, e.g., (Avansi and Schiozer 2015; Oliveira et al. 2016; Roque et al. 2017; Oliveira et al. 2020b, a; Sun and Ertekin 2022) for further information about this model.

Hydraulic flow unit identification

Hydraulic Flow Units (HFUs) are regions inside a reservoir with particular attributes. Such features are listed, for instance,



Fig. 4 Diagram of the major methodological steps adopted in this paper. Source: prepared by the authors

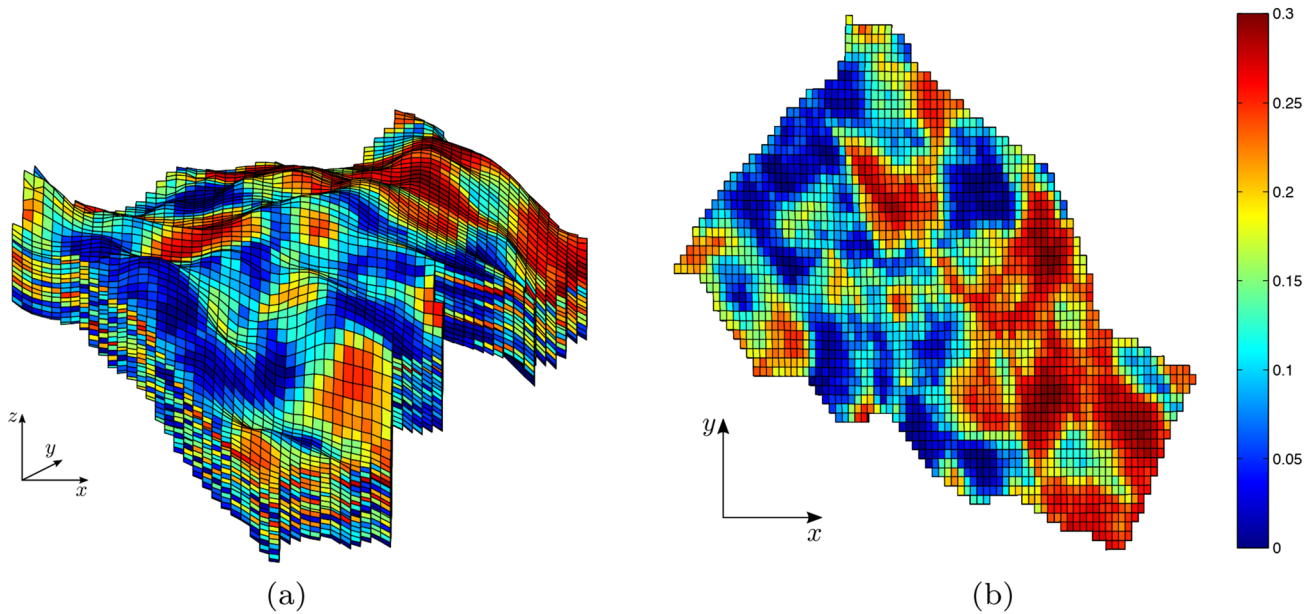


Fig. 5 UNISIM-I-D's porosity field: **a** 3D view and **b** top surface areal view. Source: Roque et al. (2017)

in (Tiab and Donaldson 2015). Tiab and Donaldson (2011) summarize an HFU as being a specific volume of the reservoir, correlative, mappable and recognizable on the wire-line log with the possibility of intercommunication to other HFUs defined in the same way. Among the different definitions of an HFU, we cite Hearn et al. (1984), which says that an HFU is both a laterally and vertically continuous reservoir zone whose permeability, porosity and bedding characteristics are similar.

In a series of earlier papers (Oliveira et al. 2016; Roque et al. 2017; Oliveira et al. 2020b, a), the authors expounded the HFU-maximum closeness centrality (MCC-HFU) approach, its elementary corpus of notation and taxonomy, as well as and how it can be used for well placement strategies. In this paper, we bring a shortened version of the essay to the reader.

HFUs are identified from integrated information of core sampling, wellbore logging, and statistical–petrophysical correlation (Riazi 2018). The current analysis considers Amaefule et al.'s model (AM) to determine HFUs (Amaefule et al. 1993), which rewrites the Kozeny-Carman equation as

$$RQI = FZI \phi_z, \quad (1)$$

where ϕ_z is called the pore-to-matrix ratio, RQI is the reservoir quality index, and FZI is the flow zone indicator, respectively, defined as

$$\phi_z = \frac{\phi_e}{1 - \phi_e}, \quad RQI = 0.0314 \sqrt{\frac{k}{\phi_e}}, \quad \text{and} \quad FZI = \frac{1}{\sqrt{F_s} \tau S_{vgr}}. \quad (2)$$

A log-log equation is then obtained from Eq. 1 as

$$\log(RQI) = \log(FZI) + \log(\phi_z), \quad (3)$$

which says that each sample with similar FZI should lie on a straight line of slope equals to 1.0.

The FZI points resulting from this correlation are mapped into a set of discrete cells and used as input to a connected component algorithm that joins cells whose pore throat attributes at the physical domain are similar into “clusters”. All these resulting clusters define theoretical flow units, i.e., volumes over which the FZI multimodal distribution varies slightly from a local average (mode).

To convert FZI values from a continuous distribution to a discrete one that associates integer numbers to each rock type detectable over the reservoir model, arbitrary constants a_1 and a_2 fit the following nearest integer function (Guo et al. 2005)

$$DRT = \lfloor a_1 \log(FZI) + a_2 \rfloor, \quad a_1, a_2 \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

to establish *discrete rock typing*.

The main challenge regarding the MCC-HFU approach is mapping the porosity and permeability fields of a given reservoir into the computational model. This method is less efficient if not enough data is available about a given reservoir. This is not the case for the UNISIM-I-D model though. Therefore, as shown in (Oliveira et al. 2016; Roque et al. 2017; Oliveira et al. 2020b, a), the MCC-HFU method is suitable for a satisfactory representation of the reservoir's physical properties.

Reservoir discretization

Flow units are like a set of neighboring cells on a 3D corner-point grid. Each cell c of the model is addressed by a triplet of logical indices, such that the oilfield domain is defined by the set (Avansi and Schiozer 2015)

$$\bar{\Omega} = \{c_{(i,j,k)}; 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K\}, I, J, K \in \mathbb{Z}_+^*, \quad (5)$$

for a total number of n_p active cells. Here, $\bar{\Omega}$ plays the role of the discrete version of an entire oilfield (major instance). Reservoirs are subsets of $\bar{\Omega}$ (minor instances), all-connected, but with fewer computational cells. Depending on the quantities of interest, the instances can be endowed with finite tuples attributes $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$ so that, for example,

$$\beta_a(\bar{\Omega}) = \beta_a(c_{(i,j,k)}) \in \mathbb{R}, a = 1, 2, \dots, m, \forall i, j, k \quad (6)$$

holds. These attributes are scalar fields like porosity, pressure, and fluid saturations. Likewise, vector or tensor quantities, such as velocity or permeability, are treatable by storing their components individually.

Target screening

In a seminal paper, a few years ago, the authors have proposed a type of pore network model to locate prospective points for well placement in reservoirs (Oliveira et al. 2016). We took advantage of the main steps of such method to guide the screening process for directional drilling. In the end, those prospective points will play the role of drilling targets.

First, the method searches for DRT-based clusters defined by

$$C_{D,q} := \{c \in \bar{\Omega}; \text{DRT}(c) = D \text{ and } c \in N_6(c_s)\}, \quad q = 1, 2, \dots, Q, \quad (7)$$

where c is an arbitrary cell of the instance $\bar{\Omega}$, N_6 is a 6-neighbor face-connected aggregator which provides the dynamic connectivity among the cells, N_6 a structuring element formed by a seed cell c_s plus its six neighbor cells (in the sense of a Moore's neighborhood) which provides the dynamic connectivity, q is the cluster index and Q is the total amount of distinct clusters generated per DRT value. That is to say, each cluster has a varying number n_q of inter-connected cells and form a family of disjoint rock volumes petrophysically similar.

Second, the cluster $C_{D,q}$ associates to a graph $G_{D,q}$ through the one-to-one function

$$\mathcal{F} : C_{D,q} \rightarrow G_{D,q} \\ c_q^i \mapsto v_q^i.$$

that maps the cluster's cell c_q^i onto the graph's node v_q^i , for $i = 1, 2, \dots, n_q$, thus establishing a local connectivity among the neighboring cells (Fig. 6). Since $G_{D,q}$ is an undirected graph, its adjacency matrix is symmetric and sparse.

Third, one computes the closeness centrality of each node $v_q \in G_{D,q}$ as

$$\gamma(v_q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_q} d(v_q, v_n)}, \quad \forall v_n \in G_{D,q}, v_n \neq v_q, \quad (8)$$

where $d(v_q, v_n)$ is the shortest path distance between v_q and v_n (Newman 2010), so that this metric gives a measure of the influence of HFU's interior to transport fluid masses. As with closeness centrality relates to communication control in network theory (Freeman 1978), we interpreted it as a gauge of potential fluid flow “hubs”. For horizontal and directional wells, this concept is relevant because it exploits wells' ability to capture near-field influx, which is superior to vertical configurations given the larger wells' surface coverage area.

Finally, we compute the *maximum closeness centrality cell* (MCC cell) of the cluster $C_{D,q}$ from its most central isomorphic node v_M , thereby setting $\gamma(v_M) = \max\{\gamma(v)\}, v \in G_{D,q}$ (Fig. 7).

In other words, all v_M nodes correspond to multiple locations of MCC cells over the reservoir model, which, in this paper, are taken as the targets. By denoting a MCC cell location by $M_{D,q}$, we can define the set of possible drilling targets by the family $\{M_{D,q}\}$. In Roque et al. (2017), we called it the maximum closeness network. However, for the algorithmic usage and purposes of this paper, it will be referred to as *possible drilling targets* (PDTs). With natural ordering, we can denote the PDT set to simply

$$T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}, \quad (9)$$

where n is the total number of MCC cells identified. Since n depends both on the number of rock types and clusters per rock type, the ordering is a consequence of the cardinalities

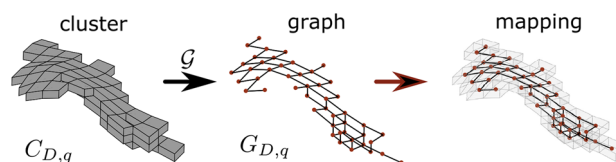


Fig. 6 Geometric interpretation of the cluster-to-graph mapping for a sample volume (flow unit model): $C_{D,q}$ is a cluster formed by face-connected cells of the grid whose cells are mapped onto nodes of the graph $G_{D,q}$. Edges establish the connectivity among the cells. The function $\mathcal{G}$ is one-to-one, so that the final representation is an isomorphism between cluster and graph. Source: Oliveira et al. (2021)

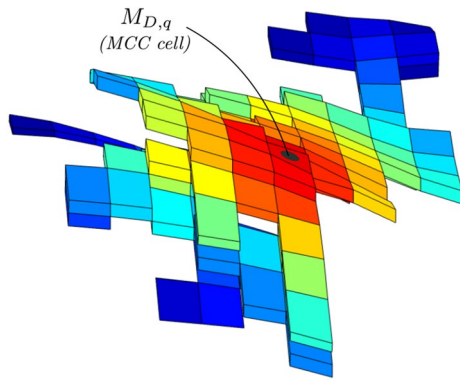


Fig. 7 Example of closeness centrality (γ) distribution over a cluster as a scalar field varying from colder colors (lower γ values) to hotter colors (higher γ values). The central black mark indicates the maximum closeness centrality (MCC) cell denoted by $M_{D,q}$ in harmony with the paper's notation

of both parameters. For instance, for a reservoir model endowed with 3 rock types, let us say $D = \{1, 2, 3\}$, and a cluster distribution per D such as $n_q = \{2, 1, 3\}$, we would have the following correspondences: $T_1 \rightarrow M_{1,1}$, $T_2 \rightarrow M_{1,2}$, $T_3 \rightarrow M_{2,1}$, $T_4 \rightarrow M_{3,1}$, $T_5 \rightarrow M_{3,2}$, and $T_6 \rightarrow M_{3,3}$, since $n = n_1 + n_2 + n_3 = 2 + 1 + 3 = 6$.

Well path planning

Let us consider: $V = \{1, \dots, n\}$ the indices of the associated MCC cells T_i (Eq. 9), with 3D spatial coordinates $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)$ spread over the reservoir (Fig. 8); and $p_i = \log(L_p)$, a cell-weighting parameter, the “prize”, $\forall i \in V$, where L_p is the centroid-to-centroid Euclidean distance from a given target cell to its nearest boundary (see Eq. 10d) among all distances L_{cb} from it to each boundary cell (Fig. 9). The values of p_i , $\forall i \in V$, represent yet another measure of the quality of the MCC cells as one seeks to find

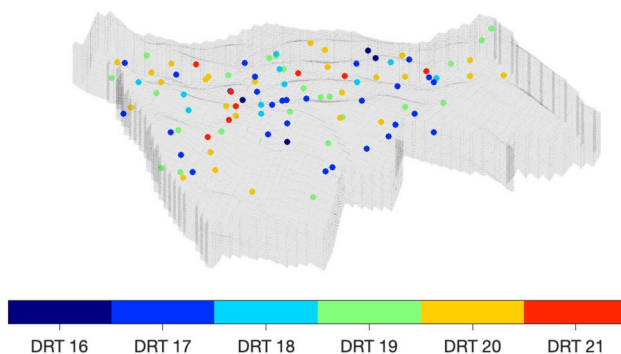


Fig. 8 3D colored scatter plot of all the possible drilling targets (PDTs) categorized by DRT. Depthwise, the PDTs vary along the range 2947.5 – 3192.1 m. As seen in Table 1, there are 101 PDTs

a path over a subset of V that maximizes the potential of petroleum extraction.

For the sake of simplicity, let us also define the set $V' = V \cup \{0\}$, where 0 represents a dummy vertex. The Directional Drilling Steering Problem (DDSP) can be formally stated as follows: find the drilling path $r = (i_1, i_2, \dots, i_q)$, $i \in V$, $q \leq n$ that maximizes total collected prize $\sum_{i \in r} p_i$ of the visited cells, subject to $\alpha_{ij} \leq \alpha$, $\forall (i, j) \in s$, and $\sum_{(i,j) \in s} L_{ij} \leq L$, where α is the maximum drift angle between two sequential MCC cells and L is the maximum well's measured depth, given by the sum of all Euclidean distances L_{ij} between each pair T_i, T_j (Fig. 10). We point out that, according to our definition, a path describes an ordered subset of drilling targets T_i . This definition should not be misinterpreted as the definition of trajectory, which in this context consists of a function of time describing the well's movement through the oilfield under the action of given forces.

In this paper, the DDSP is modeled as an orienteering problem (Vansteenwegen et al. 2011), (Gunawan et al. 2016), a graph-based approach whose objective is to determine a limited-length route which visits a subset of vertices of a given superset and maximizes the total prize. In fact, the orienteering problem is a variant of the classic Traveling Salesman Problem (Applegate et al. 2006), one of the most famous in the literature of Combinatorial Optimization and Mixed Integer Linear Programming (Jünger 2009). In this paper, all the 101 PDTs play the same role as the salesman's customers (Table 1).

The DDSP's decision variables are: μ_{ij} (binary), which is valued 1 if the path reaches the MCC cells T_i and T_j , subsequently, and 0 otherwise; and $u_i \in \mathbb{Z}^+$, for $i \in V'$, which plays the auxiliary role in representing the cell-visiting order

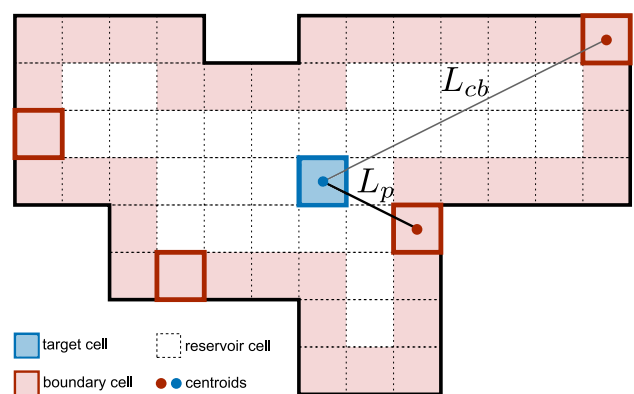


Fig. 9 Scheme that explains the “prize” (p_i) computed over the 3D space. Discrete active cells form the reservoir model from inner cells and boundary cells (shaded stripe). The prize per target cell (shaded in blue) is determined by computing all centroid-to-centroid Euclidean distances (L_{cb}) to the boundary and taking the logarithm of the shortest distance to the boundary, L_p

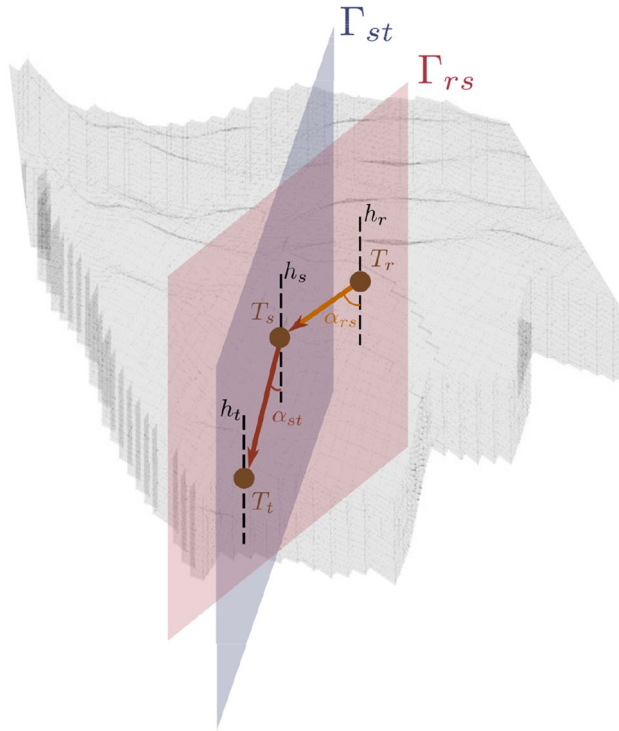


Fig. 10 Scheme of the MILP algorithm applied to reservoir's 3 targets, namely T_r , T_s , and T_t . The plane Γ_{rs} (Γ_{st}) cuts the targets subscripted by r and s (s and t) in parallel to the vertical axes h_r and h_s (h_s and h_t). In the figure, the path starts at T_r , moves to T_s , then to T_t obeying the drift angle constraint $\alpha_{rs}(\alpha_{st}) \leq \alpha$, where α is the maximum drift angle allowable by the user. In this paper, we tested path plannings for $\alpha = \{30, 40, 50, 60, 70, 80\}$

and avoiding *subcycles* (Miller et al. 1960). For the sake of clarity, we expand on the meaning of the decision variables with the following example. Let $r = (0, 2, 4, 1, 3)$ be an optimal drilling path from an arbitrary set of MCC cells (or PDTs). The values of the μ variables associated with this path are $\mu_{02} = \mu_{24} = \mu_{41} = \mu_{13} = 1$, while the remaining μ variables are set to 0. This means that the MCC cells T_0, T_2, T_4, T_1, T_3 are visited in this specific order. In turn, variables u are auxiliary variables used for subcycle elimination. For more information, we refer the interested reader to any literature on vehicle routing problems (Applegate et al. 2006; Vansteenwegen et al. 2011; Toth and Vigo 2014; Gunawan et al. 2016). Since

$$\mu_{ij} \in \{0, 1\} \quad (\text{decision variables}) \quad (10a)$$

$$u_i \in \mathbb{Z}^+ \quad (\text{auxiliary variables}) \quad (10b)$$

$$p_i = \log(L_p) \quad (\text{constant prize}) \quad (10c)$$

$$L_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|_2 \quad (\text{Euclidean norm}) \quad (10d)$$

$$L = 10,000 [m] \quad (\text{max. measured depth}), \quad (10e)$$

the DDSP is formally posed as:

$$\max \sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} p_i \mu_{ij} \quad (11a)$$

$$\sum_{j \in V} \mu_{0j} = \sum_{i \in V} \mu_{i0} = 1 \quad (11b)$$

$$\sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq j}} \mu_{ij} \leq 1, \forall j \in V \quad (11c)$$

$$\sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq i}} \mu_{ij} \leq 1, \forall i \in V \quad (11d)$$

$$\sum_{\substack{i \in V' \\ i \neq k}} \mu_{ik} - \sum_{\substack{j \in V' \\ j \neq k}} \mu_{kj} = 0, \forall k \in V \quad (11e)$$

$$u_j \leq u_i + 1 - n(1 - \mu_{ij}), \forall i, j \in V \quad (11f)$$

$$2 \leq u_i \leq |V'|, \forall i \in V \quad (11g)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} L_{ij} \mu_{ij} \leq L \quad (11h)$$

with $u_0 = 1$. The objective function (11a) maximizes the total collected prize of the visited cells. The constraints to which the objective function are subject encompass single interception, path continuity, the path's maximum measured depth and avoiding solutions having subcycles (Miller et al. 1960). Further detail is available in any literature on routing problems, e.g., (Toth and Vigo 2014). One can observe that formulation (11a)–(11h) is valid for any set of general parameters V , L and α , and cell-dependent parameters p_i and L_{ij} , i and $j \in V$. We do not consider uncertainties regarding these parameters as it would require different optimization techniques (e.g., robust (Ben-Tal et al. 2009) or stochastic optimization (Schneider and Kirkpatrick 2007)) which are considered out of the scope of this paper. In our approach, the appropriate choice of such parameters is left to the technical team working in the field.

Table 1 Set of all possible drilling targets (PSTs) and their associations with maximum closeness centrality point organized by DRT

DRT 16	DRT 17	DRT 18	DRT 19	DRT 20	DRT 21
$M_{16,8} \rightarrow T_1$	$M_{17,1} \rightarrow T_5$	$M_{18,10} \rightarrow T_{34}$	$M_{19,11} \rightarrow T_{45}$	$M_{20,1} \rightarrow T_{68}$	$M_{21,12} \rightarrow T_{94}$
$M_{16,9} \rightarrow T_2$	$M_{17,11} \rightarrow T_6$	$M_{18,17} \rightarrow T_{35}$	$M_{19,12} \rightarrow T_{46}$	$M_{20,11} \rightarrow T_{69}$	$M_{21,15} \rightarrow T_{95}$
$M_{16,12} \rightarrow T_3$	$M_{17,14} \rightarrow T_7$	$M_{18,26} \rightarrow T_{36}$	$M_{19,13} \rightarrow T_{47}$	$M_{20,14} \rightarrow T_{70}$	$M_{21,26} \rightarrow T_{96}$
$M_{16,17} \rightarrow T_4$	$M_{17,22} \rightarrow T_8$	$M_{18,29} \rightarrow T_{37}$	$M_{19,17} \rightarrow T_{48}$	$M_{20,19} \rightarrow T_{71}$	$M_{21,3} \rightarrow T_{97}$
	$M_{17,23} \rightarrow T_9$	$M_{18,37} \rightarrow T_{38}$	$M_{19,19} \rightarrow T_{49}$	$M_{20,2} \rightarrow T_{72}$	$M_{21,38} \rightarrow T_{98}$
	$M_{17,28} \rightarrow T_{10}$	$M_{18,39} \rightarrow T_{39}$	$M_{19,20} \rightarrow T_{50}$	$M_{20,20} \rightarrow T_{73}$	$M_{21,45} \rightarrow T_{99}$
	$M_{17,29} \rightarrow T_{11}$	$M_{18,44} \rightarrow T_{40}$	$M_{19,29} \rightarrow T_{51}$	$M_{20,22} \rightarrow T_{74}$	$M_{21,5} \rightarrow T_{100}$
	$M_{17,30} \rightarrow T_{12}$	$M_{18,49} \rightarrow T_{41}$	$M_{19,32} \rightarrow T_{52}$	$M_{20,27} \rightarrow T_{75}$	$M_{21,8} \rightarrow T_{101}$
	$M_{17,31} \rightarrow T_{13}$	$M_{18,54} \rightarrow T_{42}$	$M_{19,35} \rightarrow T_{53}$	$M_{20,29} \rightarrow T_{76}$	
	$M_{17,35} \rightarrow T_{14}$	$M_{18,59} \rightarrow T_{43}$	$M_{19,36} \rightarrow T_{54}$	$M_{20,30} \rightarrow T_{77}$	
	$M_{17,36} \rightarrow T_{15}$	$M_{18,6} \rightarrow T_{44}$	$M_{19,4} \rightarrow T_{55}$	$M_{20,33} \rightarrow T_{78}$	
	$M_{17,38} \rightarrow T_{16}$		$M_{19,48} \rightarrow T_{56}$	$M_{20,37} \rightarrow T_{79}$	
	$M_{17,4} \rightarrow T_{17}$		$M_{19,49} \rightarrow T_{57}$	$M_{20,38} \rightarrow T_{80}$	
	$M_{17,44} \rightarrow T_{18}$		$M_{19,51} \rightarrow T_{58}$	$M_{20,4} \rightarrow T_{81}$	
	$M_{17,46} \rightarrow T_{19}$		$M_{19,58} \rightarrow T_{59}$	$M_{20,43} \rightarrow T_{82}$	
	$M_{17,51} \rightarrow T_{20}$		$M_{19,59} \rightarrow T_{60}$	$M_{20,46} \rightarrow T_{83}$	
	$M_{17,52} \rightarrow T_{21}$		$M_{19,63} \rightarrow T_{61}$	$M_{20,48} \rightarrow T_{84}$	
	$M_{17,6} \rightarrow T_{22}$		$M_{19,67} \rightarrow T_{62}$	$M_{20,50} \rightarrow T_{85}$	
	$M_{17,62} \rightarrow T_{23}$		$M_{19,70} \rightarrow T_{63}$	$M_{20,52} \rightarrow T_{86}$	
	$M_{17,63} \rightarrow T_{24}$		$M_{19,77} \rightarrow T_{64}$	$M_{20,57} \rightarrow T_{87}$	
	$M_{17,64} \rightarrow T_{25}$		$M_{19,8} \rightarrow T_{65}$	$M_{20,64} \rightarrow T_{88}$	
	$M_{17,65} \rightarrow T_{26}$		$M_{19,82} \rightarrow T_{66}$	$M_{20,65} \rightarrow T_{89}$	
	$M_{17,7} \rightarrow T_{27}$		$M_{19,83} \rightarrow T_{67}$	$M_{20,67} \rightarrow T_{90}$	
	$M_{17,75} \rightarrow T_{28}$			$M_{20,72} \rightarrow T_{91}$	
	$M_{17,77} \rightarrow T_{29}$			$M_{20,73} \rightarrow T_{92}$	
	$m_{17,78} \rightarrow T_{30}$			$M_{20,9} \rightarrow T_{93}$	
	$M_{17,9} \rightarrow T_{31}$				
	$m_{17,92} \rightarrow T_{32}$				
	$M_{17,95} \rightarrow T_{33}$				

Results and discussion

Directional paths

From formulation (11a–11h), we generated 6 distinct drilling paths (DP) subject to drift angles $\alpha = \{30, 40, 50, 60, 70, 80\}$ (Table 2). One verifies that they cross 12, 13, 15, 16, 17, and 18 flow unit targets, respectively. The increasing number of targets is a consequence of the drift angle relaxation, which allows for enlarged coverage of the geologic units.

The DDSP formulation was coded using the Pyomo (v. 6.4.4) modeling language through its Python interface (v. 3.8) and solved by the software CPLEX (v. 12.7) in an Intel i7 CPU with 3.60GHz and 24GB of RAM running under Linux Mint 20.2 64bits. The 6 generated DPs were computed in about 1 s on average, showing that the proposed approach scales well in practice. The TSP literature shows that larger and more complex case studies can be efficiently solved with minor modifications to the proposed formulation

Applegate et al. (2006); Toth and Vigo (2014) (Figs. 11, 12 and 13).

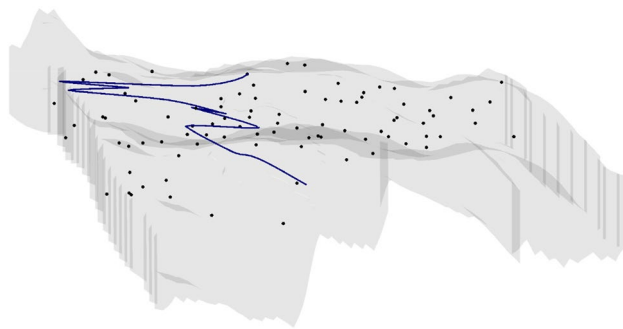
Production analysis

In order to analyze the technical and economic feasibility of the proposed methodology, we carried out tests of cumulative oil production (COP) and oil recovery factor (ORF). The ORF measures how much of the oil-in-place can be extracted using the available technology over a time period. Both COP and ORF metrics are commonly used by the scientific literature and industry (Hersir et al. 2022). Fig. 14 is a plot of COP curves for all paths. In all cases, the wells reached high oil production, as they are strategically intercepting oil-saturated HFUs. One observes that the highest production was obtained for DP70 and the lowest one for DP40.

Our experiments indicate that there is no direct relationship between the number of visited HFUs and metrics such as COP and ORF. Meaning that shorter paths visiting a smaller number of HFUs might present better oil

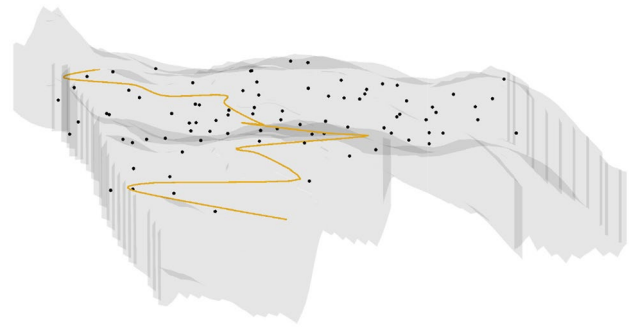
Table 2 Optimum solutions for directional paths generated from the MILP algorithm

ID	α	$M_{D,q}$	T
DP30	30	$M_{19,36}, M_{20,22}, M_{17,23}, M_{17,78}, M_{20,27}, M_{18,17}, M_{21,5}, M_{19,17}, M_{20,9}, M_{17,31}, M_{16,12}, M_{17,44}$	$T_{54}, T_{74}, T_9, T_{30}, T_{75}, T_{35}, T_{100}, T_{48}, T_{93}, T_{13}, T_3, T_{18}$
DP40	40	$M_{20,27}, M_{18,17}, M_{21,5}, M_{19,17}, M_{17,35}, M_{20,20}, M_{20,38}, M_{17,36}, M_{17,77}, M_{16,12}, M_{17,38}, M_{20,37}, M_{19,19}$	$T_{75}, T_{35}, T_{100}, T_{48}, T_{14}, T_{73}, T_{80}, T_{15}, T_{29}, T_3, T_{16}, T_{79}, T_{49}$
DP50	50	$M_{20,22}, M_{17,23}, M_{20,27}, M_{17,1}, M_{20,67}, M_{19,17}, M_{17,35}, M_{20,20}, M_{20,38}, M_{17,31}, M_{16,12}, M_{17,38}, M_{17,29}, M_{20,37}, M_{19,19}$	$T_{74}, T_9, T_{75}, T_5, T_{90}, T_{48}, T_{14}, T_{73}, T_{80}, T_{13}, T_3, T_{16}, T_{11}, T_{79}, T_{49}$
DP60	60	$M_{20,22}, M_{17,23}, M_{20,27}, M_{17,1}, M_{17,11}, M_{18,17}, M_{21,5}, M_{17,92}, M_{20,67}, M_{19,17}, M_{21,26}, M_{17,75}, M_{17,46}, M_{17,29}, M_{20,37}, M_{19,19}$	$T_{74}, T_9, T_{75}, T_5, T_6, T_{35}, T_{100}, T_{32}, T_{90}, T_{48}, T_{96}, T_{28}, T_{19}, T_{11}, T_{79}, T_{49}$
DP70	70	$M_{20,22}, M_{17,23}, M_{20,27}, M_{17,1}, M_{17,11}, M_{18,17}, M_{21,5}, M_{19,17}, M_{20,9}, M_{21,26}, M_{17,31}, M_{16,12}, M_{17,46}, M_{17,29}, M_{20,37}, M_{19,63}, M_{20,48}$	$T_{74}, T_9, T_{75}, T_5, T_6, T_{35}, T_{100}, T_{48}, T_{93}, T_{96}, T_{13}, T_3, T_{19}, T_{11}, T_{79}, T_{61}, T_{84}$
DP80	80	$M_{20,22}, M_{17,23}, M_{20,27}, M_{17,1}, M_{17,11}, M_{18,17}, M_{21,5}, M_{17,92}, M_{19,17}, M_{17,7}, M_{17,31}, M_{16,12}, M_{19,4}, M_{17,46}, M_{17,29}, M_{20,37}, M_{19,63}, M_{20,48}$	$T_{74}, T_9, T_{75}, T_5, T_6, T_{35}, T_{100}, T_{32}, T_{48}, T_{27}, T_{13}, T_3, T_{55}, T_{19}, T_{11}, T_{79}, T_{61}, T_{84}$

**Fig. 11** 3D view of selected well trajectories generated by the MILP algorithm for DP30. The paths cross flow unit targets among all possible drilling targets (black points). For the sake of visualization, the generated paths have been smoothly interpolated through the application of 3D splines over the generated paths

production than longer paths visiting a different set of HFUs (Figures 3.2 and 3.2). For example, solution DP30 shows better performance than DP40, DP50 and DP60 in all experiments. However, a careful analysis of the generated drilling paths indicates that higher production metrics are achieved by paths that intercept target points with better flow capacity.

HFUs primarily indicate regions with the highest flow capacity, regardless of the specific fluid type. In the case of HFUs located in completely oil-saturated regions, production is expected to be significantly higher. Since the target points (18 points) of path DP70 intersect regions with high oil saturation, higher oil production is consequently

**Fig. 12** 3D view of selected well trajectories generated by the MILP algorithm for DP50. The paths cross flow unit targets among all possible drilling targets (black points). For the sake of visualization, the generated paths have been smoothly interpolated through the application of 3D splines over the generated paths**Fig. 13** 3D view of selected well trajectories generated by the MILP algorithm for DP70. The paths cross flow unit targets among all possible drilling targets (black points). For the sake of visualization, the generated paths have been smoothly interpolated through the application of 3D splines over the generated paths

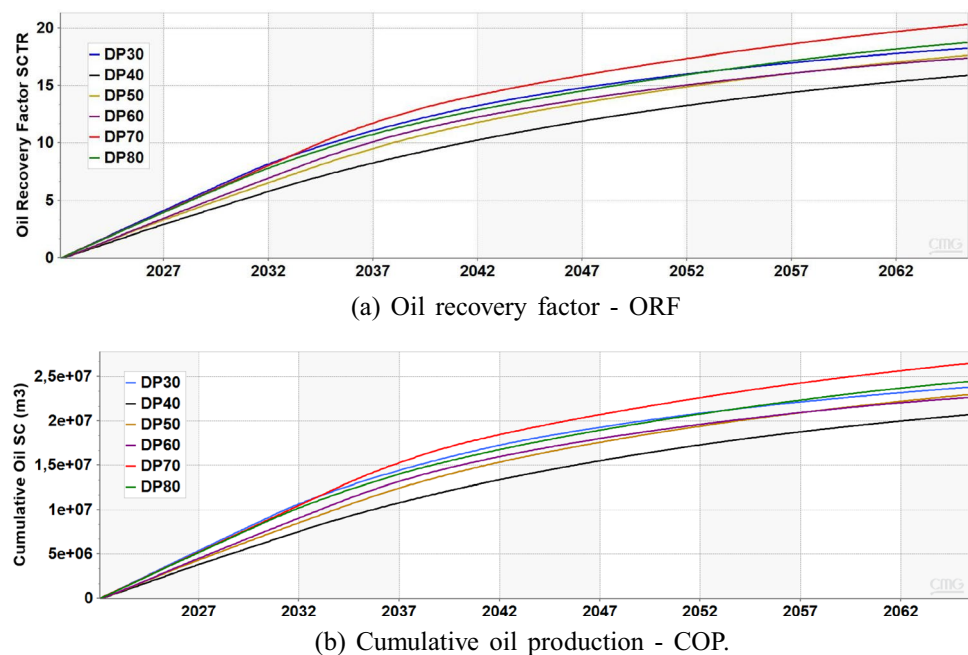
achieved. Compared to the DP70, DP40 intercepts a smaller number of high saturated target points (13 points), which results in lower oil production metrics (Figures 3.2 and 3.2).

Also, we identified that the lowest ORF is given by DP40, with ORF greater than 10%, whereas the highest one is associated with DP70, reaching about 17%, which is a value higher than the Campos Basin's ORF, which reached approximately 15.6% (Fig. 3). Therefore, from these numbers, we can observe that the methodology used here increases the ORF by about 8%.

Conclusions

- This research paper focuses on the development of directional well paths using a variant of the Traveling Salesman problem.

Fig. 14 Production curves for all drilling paths simulated from CMG Imex software



- The objective was to establish optimal drilling paths that pass through multiple potential targets, identified based on flow units.
- The optimization process considered drift angle constraints ranging from 30 to 80 degrees and a measured depth limit of 10,000 ms. As a case study, a synthetic model was created to resemble the characteristics of the Namorado oilfield.
- The performance of the optimized well paths was evaluated using oil recovery factor and cumulative oil production as metrics. These metrics were compared with data from the Brazilian Campos Basin to validate the results.
- The results of the study demonstrated that the well with the highest production achieved a recovery factor index above 17%, which is considered satisfactory. This result outperforms the average recovery factor of Brazilian basins, which stood at around 13.5% in 2021. Moreover, it exceeds the recovery factor of the Campos Basin, which was reported to be 16.5%. These findings highlight the effectiveness of the proposed methodology in enhancing oil recovery.
- Future research directions involve the integration of additional factors into the framework. This includes incorporating productivity potential maps, generating well trajectories considering in situ geologic constraints, exploring the feasibility of multilateral wells, and conducting economic analysis. These enhancements aim to further optimize well planning and maximize hydrocarbon production in complex reservoirs.

Funding Partial financial support was received from FAPESQ-PB, Brazil.

Declarations

Conflict of interest The authors have no competing interests to declare that are relevant to the content of this article.

Open Access This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License, which permits use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons licence, and indicate if changes were made. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons licence, unless indicated otherwise in a credit line to the material. If material is not included in the article's Creative Commons licence and your intended use is not permitted by statutory regulation or exceeds the permitted use, you will need to obtain permission directly from the copyright holder. To view a copy of this licence, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

References

- Almedallah M, Al Mudhifar A, Clark S, Walsh S (2021) Vector-based three-dimensional (3d) well-path optimization assisted by geological modelling and borehole-log extraction. *Upstream Oil Gas Technol*. <https://doi.org/10.1016/j.upstre.2021.100053>
- Amaefule JO, Altunbay M, Tiab D, Kersey DG, Keelan DK (1993). Enhanced reservoir description: using core and log data to identify hydraulic (flow) units and predict permeability in uncored intervals/wells. *Spe annual technical conference and exhibition* (p. SPE-26436-MS)
- Applegate DL, Bixby RE, Chvátal V, Cook WJ (2006). *The traveling salesman problem: A computational study*. Princeton University

- Press. Retrieved 2022-10-27, from <http://www.jstor.org/stable/j.ctt7s8xg>
- Atashnezhad A, Wood DA, Fereidounpour A, Khosravanian R (2014) Designing and optimizing deviated wellbore trajectories using novel particle swarm algorithms. *J Nat Gas Sci Eng* 21:1184–1204
- Avansi GD, Schiozer DJ (2015) Unisim-i: synthetic model for reservoir development and management applications. *Int J Model Simul Petroleum Ind* 9(1):21–30
- Ben-Tal A, El Ghaoui L, Nemirovski A (2009) Robust optimization, vol 28. Princeton University Press, Princeton
- Biswas K, Rahman MT, Almulih AH, Alassery F, Al Askary MAH, Hai TB, Ahmed R (2022) Uncertainty handling in wellbore trajectory design: a modified cellular spotted hyena optimizer-based approach. *J Petroleum Exploration Product Technol* 12(10):2643–2661
- Biswas K, Vasant PM, Vintaned JAG, Watada J (2021) Cellular automata-based multi-objective hybrid grey wolf optimization and particle swarm optimization algorithm for wellbore trajectory optimization. *J Nat Gas Sci Eng* 85:103695
- D'Angelo J, Khaled M, Ashok P, van Oort E (2022) Pareto optimal directional drilling advisory for improved real-time decision making. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.110031>
- Ding S, Jiang H, Li J, Tang G (2014) Optimization of well placement by combination of a modified particle swarm optimization algorithm and quality map method. *Comput Geosci* 18:747–762
- Eren T, Suicmez V (2020) Directional drilling positioning calculations. *J Nat Gas Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2019.103081>
- Freeman L (1978) Centrality in social networks conceptual clarification. *Soc Netw* 1(3):215–239
- Gong Z, Loxton R, Yu C, Teo K (2016) Dynamic optimization for robust path planning of horizontal oil wells. *Appl Math Comput* 274:711–725. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.11.038>
- Griffiths R (2009) Well placement fundamentals. Schlumberger, Boston
- Gu Y, Gao D, Diao B, Yang J, Nie S (2022) Optimization design method of infill well trajectory with bypassing obstacles in the fractured area of shale gas reservoir. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109779>
- Gunawan A, Lau HC, Vansteenwegen P (2016) Orienteering problem: a survey of recent variants, solution approaches and applications. *Eur J Oper Res* 255(2):315–332. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.059>
- Guo G et al. (2005). Rock typing as an effective tool for permeability and watersaturation modeling: a case study in a clastic reservoir in the oriente basin. *Spe annual technical conference and exhibition* (p. SPE 97033- PA)
- Hearn C, Ebanks W Jr, Tye R, Ranganathan V (1984) Geological factors influencing reservoir performance of the hartzog draw field, wyoming. *J Petrol Technol* 36(08):1335–1344
- Hersir G, Guðnason EA, Flóvenz OG (2022). 7.04 - geophysical exploration techniques. T.M. Letcher (Ed.), *Comprehensive renewable energy* (second edition) (Second Edition ed., p. 26-79). Oxford: Elsevier
- Huang W, Wu M, Chen L, Chen X, Cao W (2021) Multi-objective drilling trajectory optimization using decomposition method with minimum fuzzy entropybased comprehensive evaluation. *Appl Soft Comput* 107:107392
- Huang W, Wu M, Chen L, She J, Hashimoto H, Kawata S (2020) Multiobjective drilling trajectory optimization considering parameter uncertainties. *IEEE Trans Syst, Man, and Cybernetics: Syst* 52(2):1224–1233
- Jünger M et al. (Eds.). (2009). 50 years of integer programming 1958–2008: From the early years to the state-of-the-art
- Kharghoria A, Cakici M, Narayanasamy R, Kalita R, Sinha S, Jalali Y (2003). Productivity-based method for selection of reservoir drilling target and steering strategy. *Spe/iadc middle east drilling technology conference and exhibition* (pp.SPE-85341)
- Khor C, Elkamel A, Shah N (2017) Optimization methods for petroleum fields development and production systems: a review. *Optim Eng* 18:907–941
- Liu H, Gjersvik T, Faanes A (2022) Subsea field layout optimization (part i)- directional well trajectory planning based on 3d dubins curve. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109450>
- Liu S-J, Zhou X-M, Zhang J-W, Xie Z-D (2022) The optimization algorithm for application in directional drilling trajectories of energy field. *Energy Rep* 8:1212–1217. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.01.235>
- Lyu Z, Lei Q, Yang L, Heaney C, Song X, Salinas P, Pain C (2021) A novel approach to optimising well trajectory in heterogeneous reservoirs based on the fast-marching method. *J Nat Gas Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2021.103853>
- Ma T, Chen P, Zhao J (2016) Overview on vertical and directional drilling technologies for the exploration and exploitation of deep petroleum resources. *Geomech Geophys Geo-Energy Geo-Resour* 2(4):365–395. <https://doi.org/10.1007/s40948-016-0038-y>
- McCann R, Suryanarayana P (2001) Horizontal well path planning and correction using optimization techniques. *J Energy Resour Technol, Trans ASME* 123(3):187–193. <https://doi.org/10.1115/1.1386390>
- Miller CE, Tucker AW, Zemlin RA (1960) Integer programming formulation of traveling salesman problems. *J ACM (JACM)* 7(4):326–329
- Newman M (2010) *Networks: An introduction*. Oxford University Press, New York
- Oliveira G, Araújo E, Santos M, Roque W (2020) Non-uniform injector/producer well pattern designs induced by morphology and anisotropy of flow units. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.106680>
- Oliveira G, Roque W, Araújo E, Diniz A, Simões T, Santos M (2016) Competitive placement of oil perforation zones in hydraulic flow units from centrality measures. *J Petrol Sci Eng* 147:282–291. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.06.008>
- Oliveira G, Santos M, Roemers-Oliveira E (2021) Well placement subclustering within partially oil-saturated flow units. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107730>
- Oliveira G, Santos M, Roque W (2020) Constrained clustering approaches to identify hydraulic flow units in petroleum reservoirs. *J Petroleum Sci Eng*. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.106732>
- Riazi Z (2018) Application of integrated rock typing and flow units identification methods for an Iranian carbonate reservoir. *J Petrol Sci Eng* 160:483–497. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.10.025>
- Roque W, Oliveira G, Santos M, Simões T (2017) Production zone placements based on maximum closeness centrality as strategy for oil recovery. *J Petrol Sci Eng* 156:430–441. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.06.016>
- Schneider J, Kirkpatrick S (2007) *Stochastic optimization*. Springer Science & Business Media, Berlin
- Short JA (1993) *Introduction to directional and horizontal drilling*. Pennwell Corporation, Tulsa
- Sun Q, Ertekin T (2022) Structure of an artificial-intelligence-assisted reservoir characterization and field development protocol. *Fuel* 324:124762
- Tavallali M, Karimi I, Baxendale D (2016) Process systems engineering perspective on the planning and development of oil fields. *AIChE J* 62(8):2586–2604. <https://doi.org/10.1002/aic.15209>

- Tiab D, Donaldson E (2011). *Petrophysics: Theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties*: Elsevier science
- Tiab D, Donaldson EC (2015) *Petrophysics: theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties*. Gulf professional publishing, Waltham
- Toth P, Vigo D (2014) *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia
- Vansteenwegen P, Souffriau W, Oudheusden DV (2011) The orienteering problem: a survey. *Eur J Oper Res* 209(1):1–10. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.03.045>
- Wang Z, Gao D (2016) Multi-objective optimization design and control of deviation-correction trajectory with undetermined target. *J Nat Gas Sci Eng* 33:305–314. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2016.05.028>
- Wang Z, Gao D, Liu J (2016) Multi-objective sidetracking horizontal well trajectory optimization in cluster wells based on ds algorithm. *J Petrol Sci Eng* 147:771–778. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.09.046>
- Wang Z, Gao D, Yang J (2019) Design and calculation of complex directional-well trajectories on the basis of the minimum-curvature method. *SPE Drill Complet* 43(2):173–188. <https://doi.org/10.2118/194511-PA>
- Yousefzadeh R, Ahmadi M, Kazemi A (2022) Toward investigating the application of reservoir opportunity index in facilitating well placement optimization under geological uncertainty. *J Petrol Sci Eng* 215:110709
- Yousefzadeh R, Sharifi M, Rafiei Y (2021) An efficient method for injection well location optimization using fast marching method. *J Petrol Sci Eng* 204:108620
- Zheng J, Lu C, Gao L (2019) Multi-objective cellular particle swarm optimization for wellbore trajectory design. *Appl Soft Comput* 77:106–117

Publisher's Note Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.