

Ellen Victória Soares da Silva

A física de áxions e partículas tipo-áxion

João Pessoa - PB

2025

Ellen Victória Soares da Silva

A física de áxions e partículas tipo-áxion

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Centro de Ciências Exatas e da Natureza – CCEN

Departamento de Física – DF

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

João Pessoa - PB

2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586f Silva, Ellen Victória Soares da.
A física de áxions e partículas tipo-áxion / Ellen
Victória Soares da Silva. - João Pessoa, 2025.
67 f. : il.

Orientação: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Física. 2. Áxions. 3. Partículas tipo-áxion. 4.
Matéria escura. I. Silva, Paulo Sérgio Rodrigues da.
II. Título.

UFPB/BC

CDU 53(043)



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

Ata da Sessão Pública da Defesa de dissertação de **Mestrado** da aluna **Ellen Victorya Soares da Silva**, candidata ao Título de Mestre em Física na Área de Concentração Física das Partículas Elementares e Campos.

Aos vinte e oito dias do mês de fevereiro do ano de dois mil e vinte e cinco, às 14h00, na sala virtual meet.google.com/amp-zjvb-iba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora constituída para avaliar a dissertação de Mestrado, na área de Física das Partículas Elementares e Campos, de **Ellen Victorya Soares da Silva**. A banca foi composta pelos(as) professores(as) doutores(as): Paulo Sérgio Rodrigues da Silva (UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Paulo José Ferreira Porfírio da Silva (UFPB) e Bruce Lehmann Sánchez Vega (UFMG). Dando início aos trabalhos, o Prof. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra para a candidata para que a mesma fizesse, oralmente, a exposição da pesquisa de dissertação intitulada “*A física de áxions e partículas tipo-áxion*”. Concluída a exposição, a candidata foi arguida pela Banca Examinadora, que emitiu o parecer “**aprovada**”. Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Mestre em Física na forma da lei. E para constar, Ana Beatriz Cândido Vieira, Assistente em Administração, redigiu a presente ata que vai assinada pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **28 de fevereiro de 2025**.

Documento assinado digitalmente
 **PAULO SERGIO RODRIGUES DA SILVA**
Data: 28/02/2025 16:06:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
Orientador - PPGF/UFPB

Documento assinado digitalmente
 **PAULO JOSE FERREIRA PORFIRIO DA SILVA**
Data: 28/02/2025 17:24:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Paulo José Ferreira Porfírio da Silva
PPGF/UFPB

Documento assinado digitalmente
 **BRUCE LEHMANN SANCHEZ VEGA**
Data: 05/03/2025 10:09:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Bruce Lehmann Sánchez Vega
UFMG

À minha mãe.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder forças nos momentos de dificuldade e por iluminar meu caminho ao longo desta trajetória acadêmica.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva, pela orientação gentil e solícita. Sua ajuda e confiança foram fundamentais para a realização desta dissertação.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba, cujos ensinamentos contribuíram significativamente para minha formação.

Aos meus familiares, em especial à minha mãe, por sempre me apoiar e acreditar em mim.

Aos meus amigos de longas datas, que me acompanham e me apoiam em tudo desde o ensino médio.

Aos colegas do grupo de pesquisa, que compartilharam comigo os desafios e aprendizados do mestrado.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro, sem o qual este trabalho não teria sido possível.

*Nature uses only the longest threads to weave her patterns,
so each small piece of her fabric reveals the organization of the entire tapestry.*
(Richard P. Feynman)

Resumo

Os áxions são partículas neutras, muito leves e pouco interagentes, que foram originalmente propostas como solução para o problema de CP forte da QCD. Além de seu potencial para constituir a matéria escura fria do universo, devido ao seu mecanismo de produção não térmico, os áxions, e partículas tipo-áxion (ALPs), também desempenham um papel relevante na evolução estelar, podendo atuar como um novo canal de perda de energia. Este trabalho tem, por objetivo, esclarecer como os áxions solucionam o problema de CP forte, explorar os modelos clássicos, seus mecanismos de produção e, por fim, seu papel na cosmologia e na astrofísica.

Palavras-chave: Áxions; Partículas tipo-áxion; Matéria escura.

Abstract

Axions are very light, feebly interacting neutral particles that were originally proposed as a solution to the strong CP problem in quantum chromodynamics (QCD). In addition to their potential to constitute the cold dark matter of the universe, due to their non-thermal production mechanism, axions, and axion-like particles (ALPs), also play a significant role in stellar evolution, potentially acting as a new channel for energy loss. This work aims to clarify how axions solve the strong CP problem, to explore the classical models, their production mechanisms, and, ultimately, their role in cosmology and astrophysics.

Keywords: Axions; Axion-like particles; Dark matter.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de Feynman de ordem mais baixa que leva à anomalia. . . .	18
Figura 2 – Ilustração da atuação da operação de inversão temporal em uma partícula com momento de dipolo elétrico: enquanto o momento de dipolo elétrico permanece na mesma direção, o spin inverte sua orientação. . .	19
Figura 3 – Diagramas de Feynman que contribuem para o momento de dipolo elétrico do nêutron. O "×" indica uma interação em que há violação de CP, induzida pelo parâmetro Θ	20
Figura 4 – Diagrama de loop triangular para a interação entre áxions e glúons. . .	21
Figura 5 – Acoplamento entre o áxion e o nucleon (próton ou nêutron).	23
Figura 6 – Acoplamento direto entre o áxion e o elétron.	24
Figura 7 – Acoplamento entre o áxion e o elétron via loop de quarks.	24
Figura 8 – Acoplamento entre o áxion e dois fótons através de um loop de quarks. .	24
Figura 9 – Bremsstrahlung de nucleons.	25
Figura 10 – Espalhamento tipo-Compton.	25
Figura 11 – Processo Primakoff.	26
Figura 12 – Aniquilação elétron-pósitron.	26
Figura 13 – Conversão pión-áxion.	27
Figura 14 – Diagrama que representa o acoplamento do áxion ao quark ordinário q através do quark pesado Q	34
Figura 15 – Acoplamento do majoron aos férmions através do bóson de calibre neutro. .	42
Figura 16 – Acoplamento do majoron ao elétron através do bóson de calibre carregado. .	42
Figura 17 – Contribuição de um loop para $g_{\chi\gamma\gamma}$ através do processo Primakoff. . . .	43
Figura 18 – Contribuição de um loop para $g_{\chi\gamma\gamma}$ através do processo tipo-Compton. .	43
Figura 19 – Ilustração do experimento ALP II com o respectivo diagrama de Feynman. Fonte: (ISLEIF; COLLABORATION, 2022).	51
Figura 20 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, incluindo CROWS, ALP I e OSQAR. As sensibilidades esperadas para o ALPS-II e ALPS-III também são mostradas. Fonte: (IRASTORZA; REDONDO, 2018).	52
Figura 21 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, incluindo RBF, UF e ADMX. Fonte: (GIANNOTTI, 2024).	53
Figura 22 – Ilustração da formação das protoestrelas a partir de uma nuvem molecular. Fonte: < http://www.astro.iag.usp.br/~dalpino/AGA215/APOSTILA/cap10new.pdf >	54

Figura 23 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, como o CAST. As sensibilidades esperadas para o IAXO, Baby IAXO e ALPS-II também são mostradas. Fonte:(CRESWICK; AVIGNONE, 2022).	56
Figura 24 – Ilustração da estrutura interna semelhante a uma cebola para uma estrela de $25M_{\odot}$ antes do início do colapso. Fonte: (GIUNTI; KIM, 2007)	59

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
2	ÁXIONS	14
2.1	O problema $U(1)_A$ e sua resolução	14
2.2	O problema de CP forte e sua resolução	19
2.3	Propriedades dos áxions	22
3	MODELOS DE ÁXIONS	28
3.1	PQWW	28
3.2	Modelos de áxions invisíveis	32
3.2.1	KSVZ	32
3.2.2	DFSZ	34
3.3	Partículas tipo-Áxion	37
4	MECANISMOS DE PRODUÇÃO DOS ÁXIONS	45
4.1	Produção térmica	45
4.2	Desalinhamento do vácuo	47
4.2.0.1	Áxion como matéria escura	48
5	BUSCAS PELOS ÁXIONS E ALPS	51
5.1	Experimentos laboratoriais	51
5.2	Restrições cosmológicas	52
5.3	Restrições astrofísicas	52
5.3.1	Sequência principal	53
5.3.2	Gigantes vermelhas	56
5.3.3	Supernovas	57
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
A	PARTÍCULAS DE MAJORANA	61
B	DIAGONALIZAÇÃO DA MATRIZ DE MASSA M	63
	REFERÊNCIAS	65

1 Introdução

O Modelo Padrão da física de partículas (MP) é a base da nossa compreensão das interações fundamentais. Além de ser matematicamente consistente, ele teve a maior parte de suas previsões confirmadas experimentalmente, incluindo a previsão precisa das propriedades das partículas, a descoberta do bóson de Higgs, a unificação eletrofraca, a eletrodinâmica quântica (QED) e a cromodinâmica quântica (QCD) (CRUZ et al., 2024). No entanto, há algumas questões que este modelo não explica. Entre elas, destacam-se a origem das massas e a natureza dos neutrinos, a assimetria matéria-antimatéria, a natureza da matéria escura e a possível violação de CP nas interações fortes.

Um princípio orientador do Modelo Padrão é que todos os processos consistentes com suas simetrias devem ser observáveis (CERN EP News, 2024). Um desses processos envolve a violação da simetria CP, associada ao termo $\bar{\Theta}$, que geraria um momento de dipolo elétrico para o nêutron (MDEN). No entanto, a ausência de um MDEN mensurável sugere que $|\bar{\Theta}| \leq 10^{-10}$. O motivo pelo qual este parâmetro é tão pequeno é conhecido como o problema de CP forte.

Existem algumas propostas para resolver o problema de CP forte, mas a solução apontada como fenomenologicamente mais interessante, e abordada neste trabalho, implica na existência de uma partícula pseudoescalar, leve, neutra e que interage muito fracamente com a matéria ordinária, o áxion. A proposta de áxions motiva o estudo de partículas tipo-áxion, como os majorons e os familons, que possuem características análogas aos áxions, mas que não necessariamente se vinculam ao problema de CP forte e, assim, possuem propriedades menos restritivas.

Dependendo das características dessas partículas, as estratégias de busca variam muito, abrangendo desde experimentos terrestres com colisores, como o BaBar, CLEO, LEP, Tevatron e LHC (CERN EP News, 2024), até experimentos celestes que podem envolver tanto a observação de astros como estrelas, como o sol, gigantes vermelhas e supernovas, quanto a análise de possíveis modificações para a nucleossíntese do big bang. A ausência de quaisquer sinais de áxions nestes experimentos impõe fortes limites às suas propriedades.

Este trabalho visa abordar os principais tópicos que envolvem a física de áxions e ALPs. Para tal, iniciaremos no capítulo 2, abordando o problema $U(1)_A$, os detalhes do problema de CP forte e sua possível resolução, além das características gerais, independentes do modelo, dos áxions, incluindo possíveis interações. Em seguida, no capítulo 3, revisaremos os principais modelos de áxions (PQWW, KSVZ, DFSZ) além do modelo mais simples de majoron, o majoron CMP, bem como as condições para que ele interaja com fótons e seja

considerado uma ALP. No capítulo 4, estudaremos os mecanismos de produção, térmica e não térmica, dos áxions e sua proposta como matéria escura. Por fim, no capítulo 5, trataremos das principais restrições às propriedades dessas partículas.

2 Áxions

2.1 O problema $U(1)_A$ e sua resolução

Neste capítulo, discutiremos a origem do problema $U(1)_A$, também conhecido como o problema do méson ausente, que leva a predição de uma partícula leve extra que não está presente no espectro hadrônico, buscando compreender como o termo de massa dos N quarks quebra a simetria quiral $U(N)_L \otimes U(N)_R$ e explorar as consequências dessa quebra.

Apesar da QCD ser bem descrita pela simetria de cor $SU(3)_C$, há outras simetrias e leis de conservação que desempenham papéis importantes em tal teoria. Como exemplo, podemos citar algumas simetrias contínuas, como a simetria de isospin forte dos hadrons e a simetria de sabor $U(N)_L \otimes U(N)_R$, e algumas simetria discretas, como a paridade (P), a conjugação de carga (C) e a inversão temporal (T).

A simetria de isospin foi introduzida pela primeira vez para descrever a similaridade entre prótons e nêutrons. Percebeu-se que tais partículas apresentam uma quase degenerescência em suas massas, de modo que o que as diferenciam são suas cargas elétricas. Ou seja, se "desligamos" as interações eletromagnéticas e olhamos apenas do ponto de vista das interações fortes, o próton e o nêutron são indistinguíveis. Isso significa que é possível ver tais partículas como componentes de um mesmo multiplete de isospin forte (I), ou seja,

$$\psi_s = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

tal que, nesse caso, ψ descreve os nucleons através da lagrangiana de Dirac. Similarmente, tendo em vista que os quarks também apresentam uma quase degenerescência em suas massas, isto é,

$$m_u \approx m_d \approx 0, \quad (2.2)$$

também podemos tratá-los como componentes de um mesmo multiplete de isospin fraco (I_3):

$$\psi_w = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

cujas respectivas componentes de I_3 são indicadas na Tabela (2.1).

A lagrangiana da QDC é dada por:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}, \quad (2.4)$$

Quark	I_3
u	$\frac{1}{2}$
d	$-\frac{1}{2}$
s	0

Tabela 1 – Componentes de isospin dos quarks leves.

onde q é o espinor tripleto de cor:

$$q = \begin{pmatrix} q_{\text{red}} \\ q_{\text{green}} \\ q_{\text{blue}} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + igB_\mu$ é uma matriz 3×3 formada a partir dos oito campos de gauge de cor, b_μ^l , e dos geradores do grupo de calibre $SU(3)$, $\lambda^l/2$, isto é $B_\mu = \frac{1}{2}\lambda^l b_\mu^l$, onde λ^l são as matrizes de Gell-Mann. Ademais, $G_{\mu\nu} = \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu + gf_{abc}B_\mu^b B_\nu^c$ é o tensor de campo dos glúons. g é a constante de acoplamento forte e f_{abd} a constante de estrutura do grupo $SU(3)$. Considerando, portanto, a situação em que as massas dos quarks são aproximadamente nulas, a lagrangiana da QCD torna-se:

$$\mathcal{L} = \bar{q}i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}. \quad (2.6)$$

O termo cinético pode ser escrito explicitamente como:

$$\mathcal{L} = \bar{q}_L i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_L + \bar{q}_R i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_R, \quad (2.7)$$

onde q_L e q_R são os operadores quiralidade, que separam as componentes direita e esquerda, isto é,

$$\begin{cases} q_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q; \\ q_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)q. \end{cases} \quad (2.8)$$

É fácil perceber que, neste caso, existe uma **simetria quiral** $U(N)_R \otimes U(N)_L$. Aqui, N representa o número de sabores de quarks leves considerados, de modo que $U(N)_R$ e $U(N)_L$ correspondem a simetrias de sabor separadas para os N quarks de mão direita e esquerda, respectivamente. Podemos decompor $U(N)_R \otimes U(N)_L$ em $SU(N)_R \otimes SU(N)_L \otimes U(1)_R \otimes U(1)_L$ que, por sua vez, pode ser expressa em termos das componentes vetorial e axial, cujo termo vetorial surge quando $R = L$ e o termo axial emerge quando $R \neq L$ (CRUZ et al., 2024).

No limite em que consideramos um modelo com os três sabores de quarks leves, up, down e strange, com massa zero¹, a lagrangiana da Eq.(2.7) exhibe a simetria quiral $U(3)_R \otimes U(3)_L$, isto é, $SU(3)_R \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_R \otimes U(1)_L$. Entretanto, podemos olhar

¹ Tendo em vista que $m_s \gg m_u, m_d$, pode parecer estranho assumir um limite em que suas massas são nulas, no entanto, essa afirmação é perfeitamente justificada se estamos interessados em escalas de energia muito altas, da ordem de $\Lambda_{QCD} \sim 200$ MeV.

para tais grupos de simetria separadamente. No caso em que a simetria $SU(3)_R \otimes SU(3)_L$ é exata, as correntes vetorial e axial associadas a ela,

$$J^\mu = J_V^\mu + J_A^\mu, \quad (2.9)$$

são conservadas. Tais correntes axiais exatamente conservadas podem ser organizadas em um octeto de sabor, que está associado aos oito mésons: píons (π^+, π^0, π^-), kaons ($K^+, K^0, \bar{K}^0, K^-$) e eta (η). Para melhor justificar esta afirmação, podemos definir os operadores de campo compostos pseudoescalares (LANGACKER, 2017) da forma:

$$\pi^i = -i\bar{q}\frac{\lambda^i}{2}\gamma^5 q \quad (2.10)$$

do qual obtemos as combinações da Tab.(2).

Meson	Combinação
π^+	$-i\bar{d}\gamma^5 u$
π^0	$-i\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}\gamma^5 u - \bar{d}\gamma^5 d)$
π^-	$-i\bar{u}\gamma^5 d$
K^+	$-i\bar{s}\gamma^5 u$
K^0	$-i\bar{s}\gamma^5 d$
$\bar{K}^0$	$-i\bar{d}\gamma^5 s$
K^-	$-i\bar{u}\gamma^5 s$
η	$-\frac{i}{\sqrt{6}}(\bar{u}\gamma^5 u + \bar{d}\gamma^5 d - 2\bar{s}\gamma^5 s)$

Tabela 2 – Combinações de quarks associadas aos mésons pseudoescalares

Diante disso, para descrever o mundo real, em que os quarks adquirem uma pequena massa devido à quebra espontânea da simetria do modelo padrão eletrofraco, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, a simetria quiral deve ser quebrada², isto é,

$$SU(3)_R \otimes SU(3)_L \longrightarrow SU(3)_V, \quad (2.11)$$

e, como consequência, surgem oito pseudo-bósons de Goldstone, que identificamos como o octeto de pseudoescalares, referidos na Tab.(2).

No caso da simetria $U(1)_R \otimes U(1)_L$, enquanto a sua componente vetorial está associada a conservação do número bariônico, a sua componente axial está associada ao quebra cabeça do méson singlete de sabor. A simetria $U(1)$ axial corresponde a uma transformação global dos campos dos quarks da forma

$$q_f \longrightarrow e^{i\alpha\gamma^5/2} q_f; \quad (2.12a)$$

$$\bar{q}_f \longrightarrow \bar{q}_f e^{i\alpha\gamma^5/2}. \quad (2.12b)$$

² Examinando evidências experimentais, não encontramos nenhuma indicação que apoie um sistema de classificação de hadrons que distinga entre componentes canhotos e destros, de modo que, para ser consistente com as observações experimentais, os geradores axiais devem ser espontaneamente quebrados (CRUZ et al., 2024).

É fácil perceber que, sob essa transformação, a lagrangiana da Eq.(2.4) se transforma de maneira não trivial, ou seja,

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' \propto \bar{q}_f e^{i\alpha\gamma_5/2} i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e^{i\alpha\gamma_5/2} q_f - \bar{q}_f e^{i\alpha\gamma_5/2} m_f e^{i\alpha\gamma_5/2} q_f. \quad (2.13)$$

Assim, enquanto o termo cinético se mantém invariante, o termo de massa viola esta simetria. Em outras palavras, se os quarks não possuem massa ($m_f = 0$), a corrente associada a esta simetria é conservada,

$$\partial_\mu J_5^\mu = 0. \quad (2.14)$$

No entanto, considerando o termo de massa dos quarks, a corrente axial não se conserva,

$$\partial_\mu J_5^\mu = 2i \sum_r m_r \bar{q}_r \gamma^5 q_r, \quad (2.15)$$

isto é,

$$U(1)_R \otimes U(1)_L \longrightarrow U(1)_V. \quad (2.16)$$

Como consequência, obtemos um pseudo bóson de Nambu-Goldstone, o estado singlete definido por

$$\eta' = -\frac{i}{\sqrt{3}}(\bar{u}\gamma^5 u + \bar{d}\gamma^5 d + \bar{s}\gamma^5 s), \quad (2.17)$$

com massa da mesma ordem de magnitude da massa do pión,

$$m_{\eta'} \leq m_\pi \sqrt{3} \sim 243 \text{ MeV}, \quad (2.18)$$

como mostrado na referência (WEINBERG, 1975). O problema, no entanto, reside no fato de que esse estado leve não existe, sendo, o candidato óbvio associado a ele, o méson $\eta'(958)$, com uma massa de $957.78 \pm 0.06 \text{ MeV}$ (NAVAS et al., 2024). Essa discrepância é conhecida como **Problema** $U(1)_A$.

Diante disso, uma solução formal foi proposta por Gerard 't Hooft (HOOFT, 1976), que argumentou que a simetria $U(1)_A$ é uma simetria anômala. Uma anomalia ocorre quando uma simetria é respeitada em nível clássico, ou seja, em nível de árvore, mas não é preservada em nível quântico, isto é, quando consideramos os diagramas de loop, como os da Fig.(1), em que um loop de quarks esta acoplado a duas correntes vetoriais (γ^α e γ^β) e a uma corrente axial ($\gamma^\mu \gamma^5$). Ou seja, a natureza anômala da simetria $U(1)_A$ está intimamente relacionada à estrutura do vácuo da teoria.

Nas teorias quânticas de campos, o conceito de vácuo vai contra o censo comum do "nada" ou "espaço vazio". Ele perde suas características triviais, pois está sujeito a flutuações quânticas, que possibilitam a criação e a aniquilação de partículas virtuais a todo instante. Em teorias de calibre não abelianas, como a QCD, sua estrutura é ainda mais complicada devido às configurações topológicas dos campos. Neste caso, há múltiplas configurações possíveis para o vácuo que são equivalentes em energia mas que possuem

características topológicas distintas. O vácuo da QCD é caracterizado pelo coeficiente Θ e é, assim, nomeado como " Θ -vácuo".

À luz disso, por meio dos diagramas de triângulos como os da Fig.(1) (BURDMAN, 2023), é possível calcular esta anomalia (PECCEI, 2008):

$$\partial_\mu J_5^\mu = \frac{g_s^2 N}{32\pi^2} G_a^{\mu\nu} \tilde{G}^{a\mu\nu} \quad (2.19)$$

onde $\tilde{G}^{a\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}G_a^{\alpha\beta}$ é o tensor dual do campo do glúon. Com base nisso, ainda que a lagrangiana da QCD seja invariante pelas transformações globais, dadas pelas Eqs.(2.12), a anomalia quiral afeta a ação, conforme mostrado na referência (KUSTER; RAFFELT; BELTRÁN, 2007), ou seja, as correções quânticas violam a simetria quiral. Como resultado da natureza anômala da simetria $U(1)_A$, é possível verificar que o méson η' ganha um termo de massa adicional, ou massa topológica, que não é devido à quebra de simetria (GIANNUZZI; NICOTRI, 2021) (OTTNAD; URBACH; COLLABORATION), 2018).

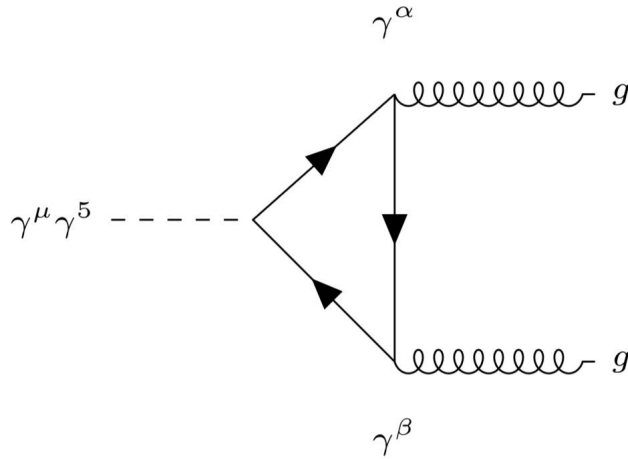


Figura 1 – Diagrama de Feynman de ordem mais baixa que leva à anomalia.

Para incorporar, finalmente, a anomalia à lagrangiana da QCD, adiciona-se o termo

$$\mathcal{L}_\Theta = \frac{\Theta g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (2.20)$$

Ao analisar esse termo, percebe-se que ele viola a simetria CP, pois G e $\tilde{G}$ se transformam de maneira oposta por paridade. Ademais, é possível incluir, ainda, as interações fracas. Nesse caso, a matriz de massa (M) dos quarks,

$$\mathcal{L}_{mass} = \bar{q}_{iR} M_{ij} q_{jL} + h.c., \quad (2.21)$$

pode ser complexa e, portanto, fonte de violação de CP. Ao se diagonalizar esta matriz, isto é,

$$M \rightarrow U M U^\dagger \quad (2.22)$$

sendo U a transformação unitária que diagonaliza M , a fase complexa que estava presente é refletida na fase de seu determinante. Após a diagonalização, a contribuição efetiva do parâmetro topológico Θ precisa ser ajustada para levar em conta a fase do determinante da matriz de massa. A nova forma do parâmetro topológico é, então:

$$\bar{\Theta} = \Theta + \text{Arg Det } M. \quad (2.23)$$

Portanto, a Eq.(2.20) pode ser redefinida como

$$\mathcal{L}_\Theta = \frac{\bar{\Theta} g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad (2.24)$$

cujo parâmetro $\bar{\Theta}$ está relacionado ao grau em que essa simetria é quebrada. Assim, não havendo violação de CP nas interações fortes, $\bar{\Theta} = 0$.

2.2 O problema de CP forte e sua resolução

Embora as interações fortes sejam, em princípio, invariantes por CP, o termo $\bar{\Theta}$ introduz uma possível fonte de violação desta simetria. Uma das principais estratégias para investigar esta violação envolve a medição do momento de dipolo elétrico do nêutron (MDEN).

O momento de dipolo elétrico (MDE) é definido pela separação entre uma carga positiva (q^+) e uma carga negativa (q^-), ambas de mesma magnitude, dentro de um sistema, como uma molécula, um átomo, ou uma partícula subatômica. Ele pode ser calculado pela relação:

$$p = qd, \quad (2.25)$$

onde q é a magnitude das cargas e d é a distância que as separa. No caso de uma partícula como o nêutron, cujo MDE deve ser paralelo ao eixo do seu spin, é fácil perceber que não há invariância sob uma transformação de inversão temporal, como ilustrado na Fig.(2), evidenciando a violação desta simetria.

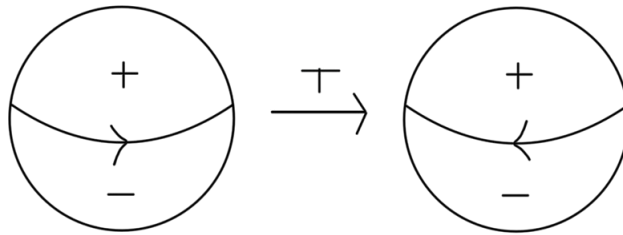


Figura 2 – Ilustração da atuação da operação de inversão temporal em uma partícula com momento de dipolo elétrico: enquanto o momento de dipolo elétrico permanece na mesma direção, o spin inverte sua orientação.

O teorema CPT, da teoria quântica de campos, afirma que a operação combinada de reversão temporal, conjugação de carga e paridade (em qualquer ordem) é uma simetria exata de qualquer interação (GRIFFITHS, 2008). Assim, se T for violado, deve haver uma violação compensatória de CP. Posto isto, o momento de dipolo elétrico do nêutron e, equivalentemente, a dimensão da violação de CP, pode ser estimado a partir de diagramas como o da Fig.(3), conforme a referência (CREWETHER et al., 1979).

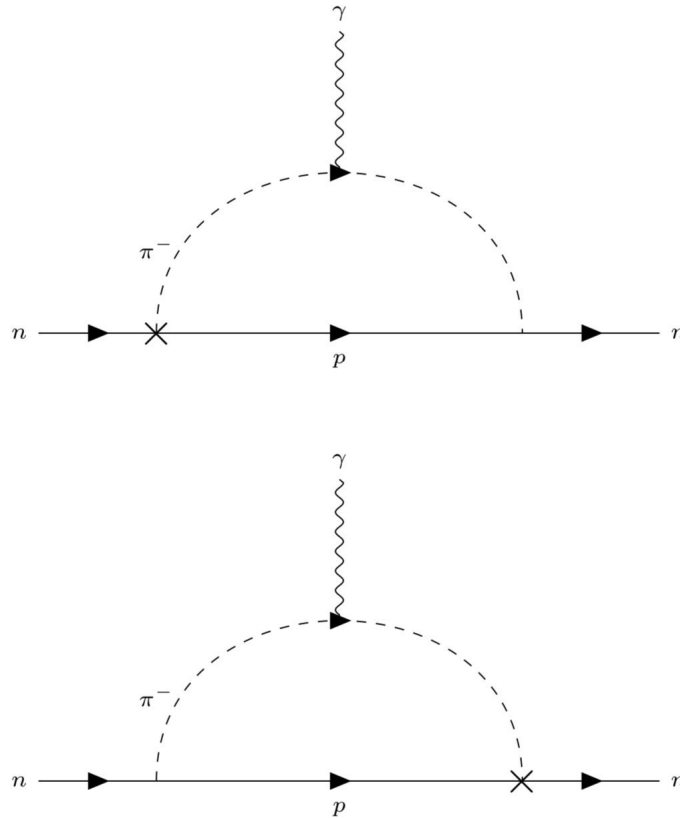


Figura 3 – Diagramas de Feynman que contribuem para o momento de dipolo elétrico do nêutron. O "×" indica uma interação em que há violação de CP, induzida pelo parâmetro Θ .

Os resultados experimentais, como os obtidos pela colaboração nEDM (NEDM...), incluindo as contribuições do Institut Laue-Langevin e outras instituições (BAKER et al., 2006), indicam que

$$|p_{\text{experimental}}| \leq 0.29 \times 10^{-25} \text{ e.cm} \quad (2.26)$$

que se traduz em

$$|\bar{\Theta}| \leq 10^{-10}. \quad (2.27)$$

Ou seja, esse parâmetro que, à princípio, é arbitrário, podendo assumir qualquer valor entre 0 e 2π , parece ser extremamente pequeno, ou nulo. Assim, o **Problema de CP Forte**, nada mais é do que um problema de naturalidade: por que $\bar{\Theta}$ não é naturalmente nulo ou tão pequeno?

Algumas soluções, como a violação da simetria CP de maneira espontânea (FERRO-HERNANDEZ; MORISI; PEINADO, 2024), e a adição de uma nova simetria quiral, são propostas para resolver o problema de CP forte. Entretanto, a maior parte da literatura aposta na última como a proposta fenomenologicamente mais interessante. Essa teoria, na qual adiciona-se uma nova simetria, nomeada $U(1)_{PQ}$, foi formulada por Roberto Peccei e Helen Quinn (PECCEI; QUINN, 1977). Tal simetria é necessariamente quebrada de maneira espontânea, em uma escala f_{PQ} , quando o campo escalar associado, ϕ , adquire um valor esperado no vácuo (VEV) diferente de zero,

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{PQ} e^{ia/f_{PQ}}, \quad (2.28)$$

resultando em um bóson de Nambu-Goldstone (NG), o áxion, $a(x)$, que atua como um campo dinâmico que anula, ou minimiza, o parâmetro efetivo de violação de CP de tal maneira que coincida, naturalmente, com os resultados experimentais.

Para este fim, o novo campo $a(x)$ deve ser um pseudoescalar que se acopla aos glúons de acordo com a Eq.(2.24), com $\langle a \rangle = -\bar{\Theta} f_{PQ}$, e com a Fig.(4). O áxion deve ser sem massa para que todos os efeitos observáveis permaneçam inalterados sob uma mudança global na forma:

$$a(x) \rightarrow a(x) + a_0, \quad (2.29)$$

onde a_0 é uma constante. Caso contrário, um termo de massa como $m_a^2 a^2/2$ estragaria esta possibilidade.

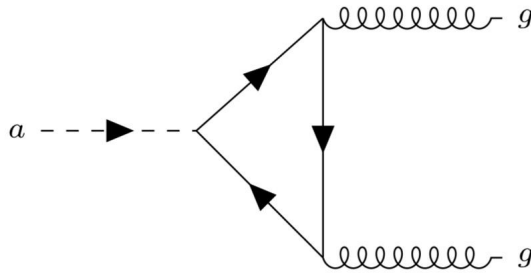


Figura 4 – Diagrama de loop triangular para a interação entre áxions e glúons.

Embora os áxions tenham sido construídos para serem sem massa, na transição de fase da QCD, $\Lambda_{QCD} \sim 200$ MeV (SIKIVIE, 2008), quando os efeitos não perturbativos, como os instantons, tornam-se relevantes, o áxion adquire uma massa,

$$m_a \approx \frac{\Lambda_{QCD}^2}{f_{PQ}}, \quad (2.30)$$

característica dos instantons, e um potencial (BRAATEN; ZHANG, 2019),

$$V(a) = m_a^2 f_{PQ}^2 (1 - \cos[\bar{\Theta} + a/f_{PQ}]). \quad (2.31)$$

Assim, quando o campo do áxion encontra-se em seu mínimo, equivalente à $\langle a \rangle = -\bar{\Theta}f_{PQ}$, o problema de CP forte é resolvido. Incluindo um termo cinético, a Eq.(2.24) é substituída por:

$$\mathcal{L}_\Theta \rightarrow \mathcal{L}_a = \frac{1}{2}(\partial_\mu a)^2 - \frac{a}{f_{PQ}} \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}. \quad (2.32)$$

Este termo, por sua vez, conserva CP porque os áxions foram considerados pseudoescalares.

2.3 Propriedades dos áxions

Como consequência da anomalia da simetria $U(1)_{PQ}$, os áxions não são bósons de Nambu-Goldstone exatos, mas adquirem uma massa na escala Λ_{QCD} , que pode ser expressa na forma:

$$m_a = \frac{\sqrt{z}}{1+z} \frac{f_\pi m_\pi}{f_{PQ}/N} = 0.62 eV \frac{10^7 \text{ GeV}}{f_{PQ}/N} \quad (2.33)$$

onde $m_\pi = 135 \text{ MeV}$ é a massa do pión, $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ é a constante de decaimento do pión, $z \equiv m_u/m_d \approx 0.56$ é a razão entre as massas dos quarks up e down e N é um fator de normalização que depende do modelo e da forma como a simetria é introduzida. As propriedades dos áxions são comumente expressas em termos das propriedades dos píons pois ambos possuem um papel análogo na QCD, isto é, enquanto o áxion é o bóson de Nambu-Goldstone associado à quebra da simetria $U(1)_{PQ}$, os píons são os bósons de Nambu-Goldstone associados à quebra da simetria quiral. Além disso, ambos possuem os mesmos números quânticos, de tal forma que seus estados de propagação podem se misturar (CAO; HUANG; BOYANOVSKY, 2023).

Visando a detecção dos áxions, é necessário compreender como eles interagem com a matéria ordinária. A lagrangiana efetiva, portanto, independente do modelo, que descreve os áxions, incluindo todas as suas possíveis interações é (RAFFELT, 2008):

$$\mathcal{L}_{int} = C_a \frac{a}{f_{PQ}} \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} + \frac{g_{aNN}}{2m_N} \partial_\mu a (\bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 N) + i \frac{g_{aee}}{2m_e} \partial_\mu a (\bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e) + g_{a\gamma\gamma} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \quad (2.34)$$

Esta caracteriza, respectivamente, as interações dos áxions com os glúons (Fig.(4)), nucleons (Fig.(5)), elétrons (Fig.(6) e Fig.(7)) e fótons (Fig.(8)). Neste último, $F_{\mu\nu}$ é o tensor eletromagnético e $\tilde{F}^{\mu\nu}$ é o seu dual. Exemplos de cálculos das correspondentes constante de acoplamento podem ser vistos nas referências (KOLB; TURNER; SILK, 1991) e (RAFFELT, 2008).

O acoplamento dos férmions, na Eq.(2.34), foi dividido em dois termos, referentes aos nucleons (prótons e nêutrons) e aos elétrons, pois o acoplamento áxion-nucleon tem contribuições tanto de interações diretas dos áxions com os quarks, quanto da sua possível mistura com os píons, visto que as interações fortes podem ser descritas por meio da troca de píons (ANANTHANARAYAN; GHOSH, 2018). Como veremos no capítulo seguinte,

enquanto os áxions propostos pelo modelo DFSZ podem interagir diretamente com os férmions, os áxions do modelo KSVZ não possuem esta interação. Todavia, os áxions KSVZ admitem um acoplamento aos nucleons comparável ao obtido em áxions DFSZ.

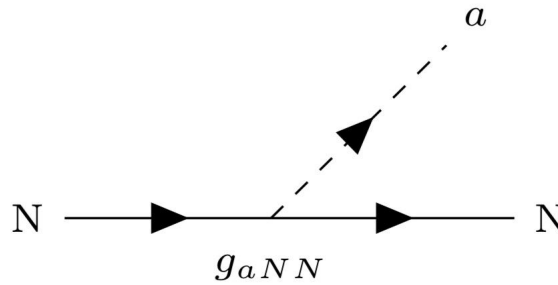


Figura 5 – Acoplamento entre o áxion e o nucleon (próton ou nêutron).

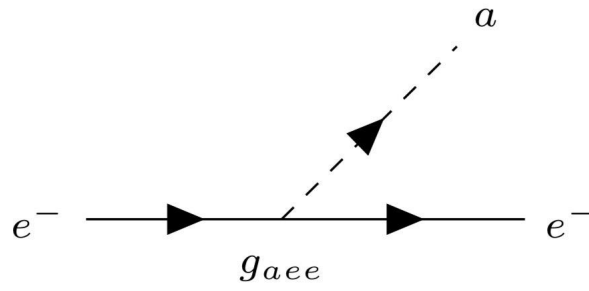


Figura 6 – Acoplamento direto entre o áxion e o elétron.

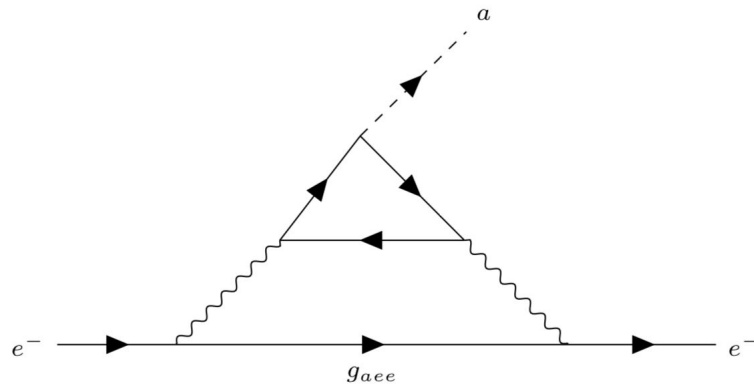


Figura 7 – Acoplamento entre o áxion e o elétron via loop de quarks.

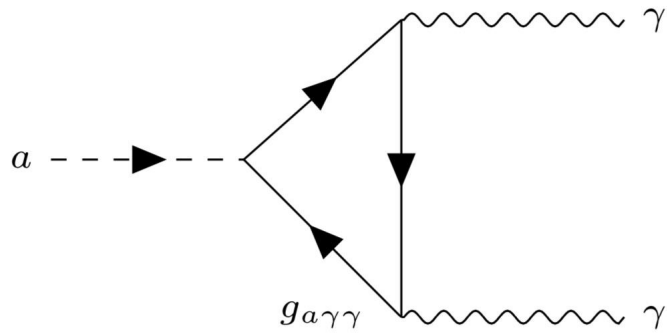


Figura 8 – Acoplamento entre o áxion e dois fótons através de um loop de quarks.

Alguns dos processo importantes na busca pelo áxion são:

- Bremsstrahlung de nucleons: $N + N \rightarrow N + N + a$;
- Espalhamento tipo Compton: $e^- + \gamma \rightarrow e^- + a$;
- Efeito Primakoff: $e^- + \gamma^* \rightarrow e^- + a$;

- Aniquilação elétron-pósitron: $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + a$;
- Conversão píon-áxion: $N + \pi \rightarrow N + a$.

Tais processos, ilustrados nas Figs. (9), (10), (11), (12) e (13), respectivamente, podem estar envolvidos na produção de áxions e ALPs, a depender do modelo investigado. No capítulo seguinte revisaremos alguns destes modelos.

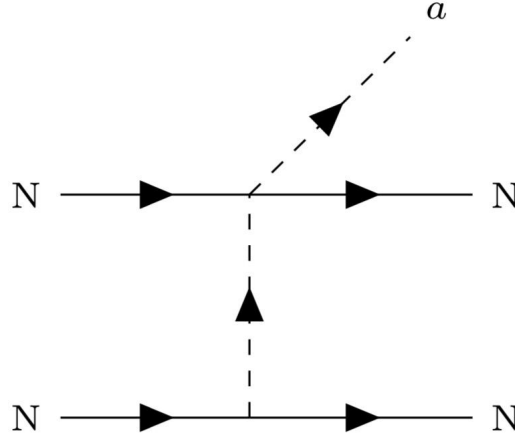


Figura 9 – Bremsstrahlung de nucleons.

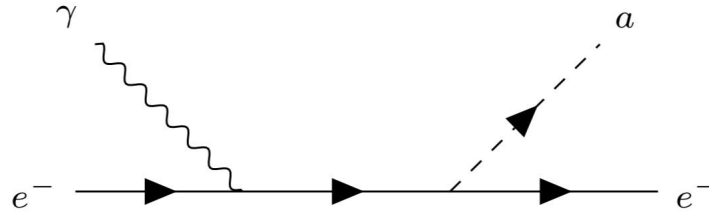


Figura 10 – Espalhamento tipo-Compton.

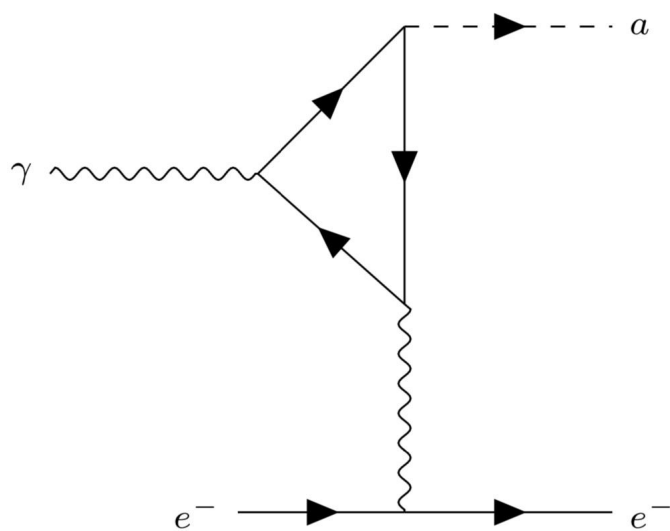


Figura 11 – Processo Primakoff.

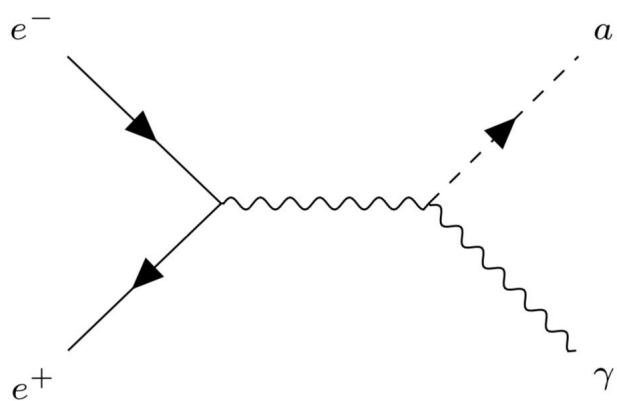


Figura 12 – Aniquilação elétron-pósitron.

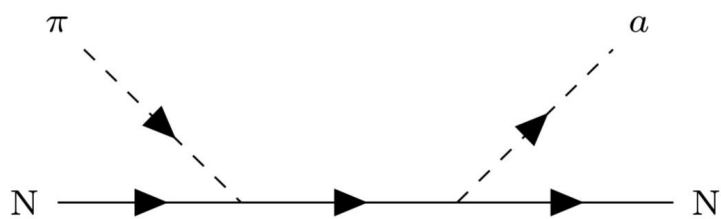


Figura 13 – Conversão píon-áxion.

3 Modelos de áxions

No modelo originalmente proposto por Steven Weinberg (WEINBERG, 1978) e Frank Wilczek (WILCZEK, 1978), a violação da simetria que dá origem ao áxion coincide com a escala eletrofraca, isto é $f_{PQ} \sim v_F = 246$ GeV. No entanto, f_{PQ} é um parâmetro livre. Desta forma, qualquer valor de f_{PQ} numa escala entre 100 GeV e 10^{19} GeV resolve o problema de CP forte. Neste sentido, se a escala $f_{PQ} \gg 246$ GeV, o áxion torna-se mais leve e fracamente acoplado. Ou seja, tais parâmetros dependem dos modelos e o sucesso de tais modelos é limitado aos vínculos observacionais.

Nos mais diversos modelos, os áxions e as partículas tipo-áxion podem surgir de diferentes formas. Por exemplo, eles podem surgir como uma combinação das fases dos dubletos de Higgs do Modelo Padrão, como no caso do modelo PQWW, ou na fase de um campo escalar singleto por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, como no caso de alguns modelos de áxions invisíveis e de partículas tipo-áxions. Assim, é importante explorar as diferentes características dos principais modelos de áxions.

3.1 PQWW

Neste modelo, a simetria $U(1)_{PQ}$ é introduzida por meio de dois dubletos de Higgs, h_u e h_d , descritos pela lagrangiana:

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu h_u)^\dagger (\mathcal{D}^\mu h_u) + (\mathcal{D}_\mu h_d)^\dagger (\mathcal{D}^\mu h_d) - V(h_u, h_d). \quad (3.1)$$

A derivada covariante é definida por:

$$\mathcal{D}_\mu h_i = (\partial_\mu - ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y_{h_i}}{2} B_\mu) h_i, \quad (3.2)$$

e o potencial é definido como:

$$V(h_u, h_d) = -\mu_u^2 h_u^\dagger h_u + \mu_d^2 h_d^\dagger h_d + \sum_{i,j} (A_{ij} h_i^\dagger h_i h_j^\dagger h_j + B_{ij} h_i^\dagger h_j h_j^\dagger h_i), \quad (3.3)$$

sendo A_{ij} e B_{ij} matrizes reais e simétricas e a soma realizada sobre os dois tipos de campos de Higgs. Os campos h_u e h_d acomplam, respectivamente, aos quarks tipo up e aos quarks tipo down. A lagrangiana de Yukawa que descreve tal interação é (KIMBALL; BIBBER, 2023):

$$\mathcal{L}_Y = Y_i^u \bar{Q}_{Li} h_u u_{Ri} + Y_i^d \bar{Q}_{Li} h_d d_{Ri} + h.c., \quad (3.4)$$

com,

$$Q_{Li} = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}, \quad h_u = \begin{pmatrix} h_u^0 \\ h_u^- \end{pmatrix}, \quad h_d = \begin{pmatrix} h_d^+ \\ h_d^0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

onde u_i representa os quarks tipo up e d_i os quarks tipo down, os índices L e R indicam suas quiralidades esquerda e direita e Y_i são os acoplamentos de Yukawa. A invariância da simetria $U(1)_{PQ}$ é manifestada através das seguintes transformações:

$$u_L \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_u/2}u_L; \quad (3.6a)$$

$$u_R \longrightarrow e^{-i\alpha\Gamma_u/2}u_R; \quad (3.6b)$$

$$d_L \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_d/2}d_L; \quad (3.6c)$$

$$d_R \longrightarrow e^{-i\alpha\Gamma_d/2}d_R; \quad (3.6d)$$

$$h_u \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_u}h_u; \quad (3.6e)$$

$$h_d \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_d}h_d, \quad (3.6f)$$

sendo α uma constante e Γ_u e Γ_d as cargas associadas a simetria PQ.

Neste modelo, quando o universo esfria para a escala eletrofraca, isto é, da ordem de $v_F = 246$ GeV, as componentes neutras, h_u^0 e h_d^0 , adquirem valores esperados no vácuo,

$$\langle h_u^0 \rangle = \frac{v_u}{\sqrt{2}}; \quad (3.7a)$$

$$\langle h_d^0 \rangle = \frac{v_d}{\sqrt{2}}. \quad (3.7b)$$

Quando isso acontece, observamos, simultaneamente, a quebra das simetrias de calibre $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e da simetria global $U(1)_{PQ}$, isto é:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_{PQ} \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}, \quad (3.8)$$

que, pelo teorema de Nambu-Goldstone, resulta em quatro bósons de Nambu-Goldstone sem massa, dos quais, três serão absorvidos pelos bósons de calibre W^+ , W^- e Z^0 e o outro será o áxion.

Supondo que dois desses bósons de NG já foram absorvidos por W^+ e W^- , é possível redefinir h_u^0 e h_d^0 por meio das transformações de Kibble:

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u)e^{iP_u/v_u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u + iP_u); \quad (3.9a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d)e^{iP_d/v_d} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d + iP_d), \quad (3.9b)$$

onde P_u e P_d são os campos de Nambu-Goldstone e η_u e η_d são os campos de Higgs reais associados. Podemos escrever combinações lineares destas fases na forma:

$$\chi_z = P_u \cos(\theta) - P_d \sin(\theta); \quad (3.10a)$$

$$a = P_u \sin(\theta) + P_d \cos(\theta). \quad (3.10b)$$

Como ficará claro adiante, a primeira combinação será absorvida pelo bóson de calibre Z^0 e a segunda permanecerá como um grau de liberdade físico, o áxion. Portanto, invertendo

as relações acima, obtemos:

$$P_u = a \sin(\theta) + \chi_z \cos(\theta); \quad (3.11)$$

$$P_d = a \cos(\theta) - \chi_z \sin(\theta). \quad (3.12)$$

Logo, as Eqs.(3.9) tornam-se:

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u)e^{\frac{i}{v_u}[(a+\lambda)\sin(\theta)+\chi_z\cos(\theta)]}, \quad (3.13a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d)e^{\frac{i}{v_d}[(a+\lambda)\cos(\theta)-\chi_z\sin(\theta)]}. \quad (3.13b)$$

Das equações (3.13a), (3.13b), (3.6e) e (3.6f), é possível determinar que:

$$\alpha\Gamma_u = \frac{\lambda \sin(\theta)}{v_u}; \quad (3.14a)$$

$$\alpha\Gamma_d = \frac{\lambda \cos(\theta)}{v_d}. \quad (3.14b)$$

Assim, dividindo a Eq.(3.14b) pela Eq.(3.14a), verifica-se que:

$$\cos(\theta) = \frac{\Gamma_d v_d \sin(\theta)}{\Gamma_u v_u} \quad (3.15)$$

e, da relação $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$, pode-se deduzir que

$$\sin(\theta) = \frac{\Gamma_u v_u}{\sqrt{\Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2}}, \quad (3.16)$$

e similarmente,

$$\cos(\theta) = \frac{\Gamma_d v_d}{\sqrt{\Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2}}. \quad (3.17)$$

A partir disso, é possível reescrever o termo que será absorvido pelo bóson Z^0 , dado pela Eq.(3.10a) na forma:

$$\chi_z = \frac{P_u \Gamma_d v_d - P_d \Gamma_u v_u}{\sqrt{\Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2}} \quad (3.18)$$

e o termo do áxion, dado pela Eq.(3.10b), como:

$$a = \frac{P_u \Gamma_u v_u + P_d \Gamma_d v_d}{\sqrt{\Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2}}. \quad (3.19)$$

É útil ressaltar neste momento que, assim como no modelo PQWW, em outros modelos, como o DFSZ, o áxion advém da combinação linear dos múltiplos campos de Higgs. Desta forma, a expressão para o áxion apresentada na Eq.(3.10b) pode ser generalizada como (KIM, 1987):

$$a = \frac{\sum_i v_i \Gamma_i P_i}{(\sum_i v_i^2 \Gamma_i^2)^{1/2}}. \quad (3.20)$$

Ademais, buscando simplificar a relação (3.13), adotam-se as seguintes definições: $\Gamma_d = v_u/v_d$, $\Gamma_u = v_d/v_u$ e $f = \sqrt{v_d^2 + v_u^2}$, tal que $\sin(\theta) = v_d/f$ e $\cos(\theta) = v_u/f$. Assim,

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u)e^{\frac{i}{f}(\Gamma_u a + \chi_z)}; \quad (3.21a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d)e^{\frac{i}{f}(\Gamma_d a - \chi_z)}. \quad (3.21b)$$

Por uma transformação local, é útil passar para o gauge unitário, eliminando o campo χ_z do espectro, o que resulta em:

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u)e^{\frac{i}{f}\Gamma_u a}; \quad (3.22a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d)e^{\frac{i}{f}\Gamma_d a}. \quad (3.22b)$$

Considerando que as componentes neutras, h_u^0 e h_d^0 , adquirem VEVs e, portanto, são responsáveis pelas massas dos quarks, podemos reescrever a lagrangiana da Eq.(3.4) na forma:

$$-\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}}m_i^u \bar{u}_{Li} e^{\frac{i}{f}\Gamma_u a} u_{Ri} + \frac{1}{\sqrt{2}}m_i^d \bar{d}_{Li} e^{\frac{i}{f}\Gamma_d a} d_{Ri} + \frac{1}{\sqrt{2}}Y_i^u \bar{u}_{Li} \eta_u e^{\frac{i}{f}\Gamma_u a} u_{Ri} + \frac{1}{\sqrt{2}}Y_i^d \bar{d}_{Li} \eta_d e^{\frac{i}{f}\Gamma_d a} d_{Ri}, \quad (3.23)$$

cujos dois primeiros termos correspondem às massas dos quarks, de onde define-se,

$$m_i^u = Y_i^u v_u; \quad (3.24a)$$

$$m_i^d = Y_i^d v_d. \quad (3.24b)$$

Tendo em vista que a quebra da simetria $U(1)_{PQ}$ desse modelo ocorre na escala eletrofraca, o áxion resultante possui massa e acoplamento que o tornam descartados por experimentos. Por exemplo, o limite experimental mais rigoroso para esses áxions foi obtido pela organização japonesa High Energy Accelerator Research Organization, ou KEK, que impôs um limite superior à taxa de ramificação do decaimento de kaons (NAVAS et al., 2024):

$$BR(K^+ \rightarrow \pi^+ + \text{invisível}) < 3.8 \times 10^{-8}, \quad (3.25)$$

onde uma forma possível de "estado invisível" é o áxion (HAGELIN; LITTENBERG, 1989). Entretanto, as estimativas teóricas nos fornecem (KIM, 1987):

$$BR(K^+ \rightarrow \pi^+ + a) \geq 1.3 \times 10^{-5}. \quad (3.26)$$

Ou seja, os resultados obtidos experimentalmente são incompatíveis com o modelo em questão. Entretanto, tal resultado não exclui modelos em que $f_{PQ} \gg v_F$. Neste caso, os áxions são extremamente leves e fracamente acoplados e, por este motivo, tais modelos são conhecidos como **modelos de áxions invisíveis**.

3.2 Modelos de áxions invisíveis

Os modelos de áxions invisíveis propõem a separação da escala de violação espontânea da simetria PQ da escala eletrofraca. Para tal, o áxion não mais advém da fase associada aos campos de Higgs dubletos por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ mas sim de novos campos escalares que carregam as cargas PQ mas que são singletos por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Os dois modelos mais famosos são o **KSVZ**, desenvolvido por Jihn E. Kim (KIM, 1979) e por Mikhail Shifman, Alexander Vainshtein e Valentin Zakharov (SHIFMAN; VAINSHTEIN; ZAKHAROV, 1980), de maneira independente, e o **DFSZ**, formulado por Michael Dine, Willy Fischler e Mark Srednicki (DINE; FISCHLER; SREDNICKI, 1981) e por Anatoly Zhitnisky (ZHITNITSKII, 1980), também de maneira independente. Discutiremos brevemente estes dois modelos a seguir.

3.2.1 KSVZ

O modelo de áxions invisíveis mais simples é o KSVZ. Nele, o conteúdo de matéria é idêntico ao do Modelo Padrão, exceto pela adição de um novo campo escalar complexo, σ , e de um novo quark pesado, Q , singletos pelo grupo de calibre $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. O quark pesado Q é assumido como um tripleto de cor. Ou seja, agora obtém-se um espectro ampliado, contendo todos os férmions do MP mais um quark pesado, bem como um campo escalar dubleto (h_d), dado pela Eq.(3.5), mais um campo escalar singlete (σ).

O papel do campo dubleto h_d continua sendo gerar as massas dos férmions através do acoplamento de Yukawa e portanto o seu VEV, dado pela Eq.(3.7b), continua associado à escala eletrofraca. Entretanto, o campo σ é um singlete, o que significa que não se transforma por $SU(2)_L$ e possui hipercarga nula ($Y = 0$) e, conseqüentemente, não interage diretamente com os bósons de calibre do modelo padrão ($W^\pm$ e Z). Por este motivo, se $\langle \sigma \rangle = v_\sigma \gg v_F$, introduz-se uma nova escala de energia, totalmente independente da escala eletrofraca.

A lagrangiana que descreve o campo σ é:

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma - V(\sigma), \quad (3.27)$$

onde,

$$V(\sigma) = -\mu_\sigma^2 \sigma^* \sigma + \lambda_\sigma (\sigma^* \sigma)^2. \quad (3.28)$$

Sob a simetria $U(1)_{PQ}$, σ se transforma como:

$$\sigma \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_\sigma} \sigma, \quad (3.29)$$

tal que α é uma constante e Γ_σ é a carga PQ do campo. Ademais, visto que σ é singlete por $SU(2)_L$, um acoplamento direto aos férmions do Modelo Padrão não é permitido. Em

princípio, isto pode parecer problemático, visto que é justamente a conexão com o setor da QCD que resolve o problema de CP forte, no entanto, podemos obter um acoplamento entre o campo σ e o quark Q ,

$$-\mathcal{L}_Y = Y_{\sigma Q} \bar{Q}_L \sigma Q_R + Y^* \bar{Q}_R \sigma^* Q_L, \quad (3.30)$$

sendo $Y_{\sigma Q}$ a constante de acoplamento associada aos campos σ e Q . Sob a simetria $U(1)_{PQ}$, o quark pesado transforma-se como:

$$Q_L \rightarrow e^{i\alpha\Gamma_\sigma/2} Q_L; \quad (3.31a)$$

$$Q_R \rightarrow e^{-i\alpha\Gamma_\sigma/2} Q_R. \quad (3.31b)$$

Além disso, podemos obter um acoplamento do campo σ ao campo escalar h_d , cujo potencial de Higgs mais geral, consistente com a simetria PQ , é:

$$V(h_d, \sigma) = -\mu_\sigma^2 \sigma^* \sigma + \lambda_\sigma (\sigma^* \sigma)^2 - \mu_{h_d}^2 h_d^\dagger h_d + \lambda_{h_d} (h_d^\dagger h_d)^2 + \lambda_{h_d \sigma} h_d^\dagger h_d \sigma^* \sigma. \quad (3.32)$$

Nesse modelo, quando o universo esfria para uma escala de energia v_σ , o campo σ desenvolve um VEV:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{v_\sigma}{\sqrt{2}}, \quad (3.33)$$

que pode ser redefinido da maneira usual:

$$\sigma = \frac{e^{ia/v_\sigma} (v_\sigma + \eta_\sigma)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\sigma + \eta_\sigma + ia). \quad (3.34)$$

Ao substituir tal parametrização na Eq.(3.30), obtemos:

$$-\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{\sigma Q} v_\sigma \bar{Q}_L Q_R + \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{\sigma Q} \bar{Q}_L \eta_\sigma Q_R + \frac{i}{\sqrt{2}} Y_{\sigma Q} \bar{Q}_L a Q_R, \quad (3.35)$$

cujo primeiro termo fornece a massa do quark pesado, $m_Q = Y v_\sigma / \sqrt{2}$, e o segundo e o terceiro termos fornecem, respectivamente, o seu acoplamento ao campo escalar η_σ e ao áxion a . Por meio deste último acoplamento, o áxion pode interagir, indiretamente, com os glúons e com os quarks ordinários, conforme a Fig.(14), possibilitando a resolução do problema de CP forte. O quark Q recebe o adjetivo "pesado" pois, buscando concordar com a fenomenologia, a escala da quebra de simetria v_σ é estimada em $v_\sigma \gtrsim 10^9$ GeV (VEGA; LEHMANN, 2011). Assim, sua massa é extremamente grande, inviabilizando a sua produção e detecção através dos experimentos de baixas energias disponíveis atualmente.

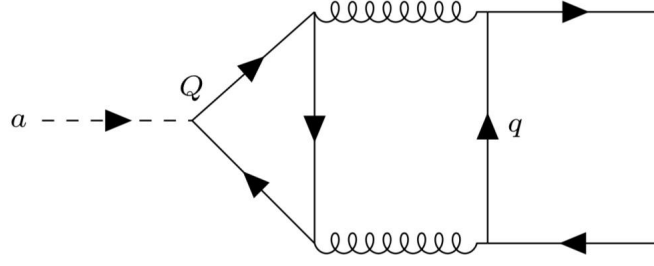


Figura 14 – Diagrama que representa o acoplamento do áxion ao quark ordinário q através do quark pesado Q .

3.2.2 DFSZ

O modelo de áxions invisíveis DFSZ carrega aspectos tanto do modelo PQWW quanto do modelo KSVZ. Nesse sentido, a simetria $U(1)_{PQ}$ é introduzida por meio dos dois campos escalares dubletos, h_u e h_d , mais um campo escalar singleto, σ . Ademais, o espectro de férmions se mantém idêntico ao do MP.

O papel dos campos h_u e h_d continua sendo gerar as massas dos férmions através do acoplamento de Yukawa da Eq.(3.4) e, portanto, os seus VEVs, dados pelas Eqs.(3.7) continuam associados a escala eletrofraca. Entretanto, bem como apresentado no modelo KSVZ, o campo σ não se transforma por $SU(2)_L$ e possui hipercarga nula ($Y = 0$), logo $\langle \sigma \rangle$ está associado a uma escala de energia independente da escala eletrofraca.

Neste caso, os campos de Higgs são descritos por:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma + (\mathcal{D}_\mu h_u)^\dagger (\mathcal{D}^\mu h_u) + (\mathcal{D}_\mu h_d)^\dagger (\mathcal{D}^\mu h_d) - V(\sigma, h_u, h_d), \quad (3.36)$$

e a invariância da simetria $U(1)_{PQ}$ se reflete nas seguintes transformações:

$$h_u \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_u} h_u; \quad (3.37a)$$

$$h_d \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_d} h_d; \quad (3.37b)$$

$$\sigma \longrightarrow e^{i\alpha\Gamma_\sigma} \sigma. \quad (3.37c)$$

De maneira similar ao modelo KSVZ, o campo σ não interage com os férmions do MP, mas o faz com os dubletos de Higgs h_u e h_d . Este acoplamento pode ser cúbico:

$$\mu h_u^i \epsilon_{ij} h_d^j \sigma + h.c., \quad (3.38)$$

ou quártico:

$$\lambda h_u^i \epsilon_{ij} h_d^j \sigma^2 + h.c. \quad (3.39)$$

Enquanto o termo cúbico é facilmente eliminado impondo uma simetria discreta $\sigma \rightarrow -\sigma$, para que o termo quártico seja invariante pela simetria PQ , ele deve obedecer a relação

de carga:

$$\Gamma_\sigma = -\frac{1}{2}(\Gamma_u + \Gamma_d), \quad (3.40)$$

logo,

$$\sigma \longrightarrow e^{-\frac{i}{2}\alpha(\Gamma_u + \Gamma_d)}\sigma. \quad (3.41)$$

Assim, podemos escrever o potencial geral dos campos de higgs como:

$$V(\sigma, h_u, h_d) = V_\sigma + V_{h_u, d} + \lambda h_u^i \epsilon_{ij} h_d^j \sigma^2 + h.c., \quad (3.42)$$

onde $V_{h_u, d}$ é dado pela Eq.(3.3) e

$$V_\sigma = -\mu_\sigma^2 \sigma^\dagger \sigma + \lambda_\sigma (\sigma^\dagger \sigma)^2. \quad (3.43)$$

Tal acoplamento entre os campos h_u , h_d e σ é de extrema importância pois é ele quem, mesmo de forma indireta, permite que o campo σ interaja com os quarks possibilitando a resolução do problema de CP forte.

Após as quebras espontâneas das simetrias $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e $U(1)_{PQ}$, o campos adquirem VEVs que podem ser escritos da maneira usual:

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u)e^{iP_u/v_u}; \quad (3.44a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d)e^{iP_d/v_d}; \quad (3.44b)$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\sigma + \eta_\sigma)e^{iP_\sigma/v_\sigma}. \quad (3.44c)$$

Como σ é um singlete, a combinação linear que será absorvida pelo bóson Z^0 continuará sendo dada pela Eq.(3.18), isto é,

$$\chi_z = \frac{P_u \Gamma_d v_d - P_d \Gamma_u v_u}{\sqrt{\Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2}} = \frac{P_u \Gamma_d v_d - P_d \Gamma_u v_u}{f^{1/2}}, \quad (3.45)$$

com $f = \Gamma_d^2 v_d^2 + \Gamma_u^2 v_u^2$. No entanto, o campo do áxion também deve introduzir a fase P_σ . A generalização imediata, consistente com a Eq.(3.20), é

$$a = \frac{v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma + v_u \Gamma_u P_u + v_d \Gamma_d P_d}{(v_\sigma^2 \Gamma_\sigma^2 + v_u^2 \Gamma_u^2 + v_d^2 \Gamma_d^2)^{1/2}} = \frac{v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma + v_u \Gamma_u P_u + v_d \Gamma_d P_d}{N^{1/2}}, \quad (3.46)$$

onde $N = (v_\sigma^2 \Gamma_\sigma^2 + v_u^2 \Gamma_u^2 + v_d^2 \Gamma_d^2)$. Invertendo as Eqs.(3.45) e (3.46), obtemos as relações abaixo:

$$P_d = \frac{1}{f} N^{1/2} v_d \Gamma_d a - \frac{1}{f^{1/2}} v_u \Gamma_u \chi_z - \frac{1}{f} v_d \Gamma_d v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma; \quad (3.47a)$$

$$P_u = \frac{1}{f} N^{1/2} v_u \Gamma_u a + \frac{1}{f^{1/2}} v_d \Gamma_d \chi_z - \frac{1}{f} v_u \Gamma_u v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma \quad (3.47b)$$

que podem ser substituídas na Eq.(3.44a) e na Eq.(3.44b), respectivamente:

$$; \quad (3.48a)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d) \exp\left[\frac{i}{f} \frac{v_u}{v_d} (N^{1/2}a - v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma)\right] \exp\left(-\frac{i}{f^{1/2}} \chi_z\right); \quad (3.48b)$$

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u) \exp\left[\frac{i}{f} \frac{v_d}{v_u} (N^{1/2}a - v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma)\right] \exp\left(\frac{i}{f^{1/2}} \chi_z\right), \quad (3.48c)$$

onde utilizamos:

$$\Gamma_d = v_u/v_d; \quad (3.49a)$$

$$\Gamma_u = v_d/v_u. \quad (3.49b)$$

Ademais, podemos efetuar uma transformação local para o calibre unitário e eliminar o campo χ_z , o que resulta em:

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \eta_d) \exp\left[\frac{i}{f} \frac{v_u}{v_d} (N^{1/2}a - v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma)\right]; \quad (3.50a)$$

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \eta_u) \exp\left[\frac{i}{f} \frac{v_d}{v_u} (N^{1/2}a - v_\sigma \Gamma_\sigma P_\sigma)\right]. \quad (3.50b)$$

Finalmente, por meio das Eqs.(3.40), (3.49) e (3.46) podemos reescrever a combinação do áxion na forma:

$$a = \frac{v_u P_d + v_d P_u - \frac{f}{2} \frac{v_\sigma P_\sigma}{v_u v_d}}{f \left[\frac{1}{f} + \frac{1}{4} \frac{v_\sigma^2}{v_u^2 v_d^2} \right]}. \quad (3.51)$$

No limite em que $v_\sigma \gg v_u, v_d$, o campo do áxion pode ser escrito como

$$a \sim -P_\sigma \quad (3.52)$$

Ou seja, o campo do áxion é composto, principalmente, pela fase P_σ associada ao campo singlete σ .

Dada a ligação ao problema de CP forte, as propriedades, como massas e acoplamentos, dos áxions invisíveis são muito restritas. Remover estas restrições motiva o estudo de partículas tipo-áxion.

3.3 Partículas tipo-Áxion

Com a consolidação dos modelos de áxions associados ao mecanismo PQ, passaram a ser exploradas ideias de partículas com características análogas às dos áxions, mas que não necessariamente se vinculam ao problema de CP forte. De maneira geral, tais partículas, nomeadas axion-like particles (ALPs), ou partículas tipo-áxion, são os bósons pseudo Nambu-Goldstone (pNG) que surgem naturalmente em teorias com uma simetria global quebrada espontaneamente. Isto é, são bósons de spin zero, extremamente leves que se acoplam a dois fótons (ANGELIS; GALANTI; RONCADELLI, 2011).

Como exemplos de ALPs, podemos citar os familons, associados à quebra de simetrias de família (WILCZEK, 1982), e os majorons, originados da quebra espontânea do número leptônico, cuja motivação está na física de neutrinos. No entanto, é válido ressaltar que nem todos os familons e majorons podem ser classificados como ALPs. Sua classificação como ALP depende de fatores como a forma à qual a simetria é introduzida, a massa desse bóson pNG e suas possíveis interações.

Por simplicidade, trataremos do modelo de majoron CMP, proposto por Y. Chikashige, R.N. Mohapatra e R.D. Peccei (CHIKASHIGE; MOHAPATRA; PECCEI, 1981). Como veremos, tal bóson de Nambu-Goldstone não possui acoplamentos significativos aos fótons ou outros setores além dos neutrinos, não possuindo, portanto, o caráter de ALP. Posteriormente, discutiremos como esse caráter pode ser atribuído ao majoron.

Com a observação do fenômeno de oscilação de sabor, sabemos hoje que os neutrinos possuem uma massa pequena e ainda indefinida. Para explicá-la, é necessário estender o Modelo Padrão. Uma das possíveis formas é nomeada "extensão mínima" e se dá por meio da introdução de um neutrino de mão direita, ν_R , nomeado como estéril por ser singlete pelo grupo de calibre $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, na forma:

$$-\mathcal{L}_1 = g_1 [\bar{\psi}_L \tilde{h}_d \nu_R + \bar{\nu}_R \tilde{h}_d^\dagger \psi_L], \quad (3.53)$$

sendo g_1 o acoplamento de Yukawa, $\psi_L = (\nu_L \ e_L)^T$ e $\tilde{h}_d \equiv i\sigma_2 h_d^*$. Isto é, partindo da Eq.(3.5),

$$\tilde{h}_d = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_d^- \\ h_d^{0*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_d^{0*} \\ -h_d^- \end{pmatrix}, \quad (3.54)$$

com $Y(h_d^*) = -1$. Portanto, após a quebra espontânea eletrofraca, quando o campo escalar $\tilde{h}_d$ adquire um valor esperado no vácuo,

$$\langle \tilde{h}_d \rangle = \begin{pmatrix} v/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.55)$$

a lagrangiana da Eq.(3.53) torna-se:

$$\mathcal{L}_1 = \frac{vg_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L \nu_R + \frac{vg_1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_R \nu_L = m \bar{\nu}_L \nu_R + m \bar{\nu}_R \nu_L, \quad (3.56)$$

e o neutrino adquire uma massa, nomeada massa de Dirac, $m = \frac{vg_1}{\sqrt{2}}$. Para que esta massa corresponda ao valor observado experimentalmente, de aproximadamente 10^{-1} eV, a constante de acoplamento deve ser da ordem de $g_1 \approx \mathcal{O}(10^{-13})$, ou seja, muito menor do que os acoplamentos típicos das outras partículas do Modelo Padrão, que, à priori, são aleatórios. Este valor, além de não natural, torna as interações dos neutrinos estéreis às partículas do Modelo Padrão extremamente suprimidas. Assim este mecanismo não é fenomenologicamente interessante e pode ser uma indicação de que os neutrinos não são férmions de Dirac como as outras partículas do MP.

Outra possibilidade é que os neutrinos sejam partículas de Majorana. Dizemos que uma partícula é de Majorana quando ela é idêntica à sua antipartícula. Isso pode ocorrer em dois casos: se a partícula possui todos os números quânticos nulos, como no caso do fóton, ou se algum número quântico for violado. Como os neutrinos carregam número leptônico, caso tenham natureza de Majorana ($\nu = \bar{\nu}$), isso implicaria violação do número leptônico, como mostrado no Apêndice A. Esse é o cenário proposto pelo modelo de Majoron CMP.

Neste modelo, o espectro de partículas permanece igual ao do Modelo Padrão, mas agora inclui um neutrino de mão direita, ν_R , assim como na extensão mínima, e um campo escalar complexo singlete pelos grupos de simetria do MP, σ . Consequentemente, obtém-se dois acoplamentos de Yukawa diferentes:

$$-\mathcal{L}_1 = g_1[\bar{\psi}_L \tilde{h}_d \nu_R + \bar{\nu}_R \tilde{h}_d^\dagger \psi_L]; \quad (3.57a)$$

$$-\mathcal{L}_2 = g_2[\sigma(\nu_R^c)^C \nu_R + \sigma^\dagger \bar{\nu}_R(\nu_R)^C]. \quad (3.57b)$$

Enquanto o neutrino, ν , carrega número leptônico $L(\nu) = +1$, para que a simetria global de número leptônico seja inicialmente conservada, o campo escalar σ deve possuir $L(\sigma) = -2$.

Bem como no modelo de extensão mínima, quando o campo $\tilde{h}_d$ adquire um VEV, dado pela Eq.(3.55), surge o termo de massa de Dirac, dado pela Eq.(3.56). Por outro lado, quando o campo σ assume um VEV diferente de zero,

$$\langle \sigma \rangle = \frac{v_\sigma}{\sqrt{2}}, \quad (3.58)$$

origina-se o termo de massa de majorana,

$$-\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2}M(\nu_R^c)^C \nu_R + \frac{1}{2}M\bar{\nu}_R(\nu_R)^C, \quad (3.59)$$

onde $M = \frac{2v_\sigma g_2}{\sqrt{2}}$. Consequentemente, a simetria de número leptônico inicial é espontaneamente violada. Ao escrever a lagrangiana de massa completa,

$$-\mathcal{L}_{mass} = m\bar{\nu}_R\nu_L + m\bar{\nu}_L\nu_R + \frac{M}{2}(\nu_R^c)^C \nu_R + \frac{M}{2}\bar{\nu}_R(\nu_R)^C \quad (3.60)$$

ou ainda,

$$-\mathcal{L}_{mass} = \frac{m}{2}\bar{\nu}_R\nu_L + \frac{m}{2}\bar{\nu}_R\nu_L + \frac{m}{2}\bar{\nu}_L\nu_R + \frac{m}{2}\bar{\nu}_L\nu_R + \frac{M}{2}(\nu_R^c)^C \nu_R + \frac{M}{2}\bar{\nu}_R(\nu_R)^C, \quad (3.61)$$

é possível notar que, das Eqs.(A.16), apresentadas no apêndice A,

$$\bar{\nu}_R \nu_L = (\nu_L^\dagger)^C (\nu_R)^C; \quad (3.62a)$$

$$\bar{\nu}_L \nu_R = (\nu_R^\dagger)^C (\nu_L)^C, \quad (3.62b)$$

obtem-se:

$$-\mathcal{L}_{mass} = \frac{m}{2} \bar{\nu}_R \nu_L + \frac{m}{2} (\nu_L^\dagger)^C (\nu_R)^C + \frac{m}{2} \bar{\nu}_L \nu_R + \frac{m}{2} (\nu_R^\dagger)^C (\nu_L)^C + \frac{M}{2} (\nu_R^\dagger)^C \nu_R + \frac{M}{2} \bar{\nu}_R (\nu_R)^C. \quad (3.63)$$

Rearranjando os termos da equação acima, é possível escrevê-la na forma matricial:

$$-\mathcal{L}_{mass} = \frac{1}{2} [(\nu_L^\dagger)^C \quad \bar{\nu}_R] \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^C \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_L \quad (\nu_R^\dagger)^C) \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^C \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad (3.64)$$

cuja matriz de massa,

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}, \quad (3.65)$$

é não diagonal, o que implica que ν_L , ν_R , $(\nu_L)^C$ e $(\nu_R)^C$ se misturam. Desta forma, estes campos não correspondem a autoestados de massa, mas sim a autoestados de interação.

Para obter os autoestados de massa, é necessário diagonalizar tal matriz, conforme o Apêndice B. Como resultado, pode-se escrever os autoestados de massa na forma:

$$D_L = \frac{M}{\sqrt{M^2 + m^2}} \nu_L - \frac{m}{\sqrt{M^2 + m^2}} (\nu_R)^C, \quad (3.66a)$$

$$(D_L)^C = \frac{M}{\sqrt{M^2 + m^2}} (\nu_L)^C - \frac{m}{\sqrt{M^2 + m^2}} \nu_R, \quad (3.66b)$$

com massas:

$$M_{\text{leve}} = \frac{m^2}{M} \quad (3.67)$$

e

$$\eta_R = \frac{M}{\sqrt{M^2 + m^2}} \nu_R + \frac{m}{\sqrt{M^2 + m^2}} (\nu_L)^C, \quad (3.68a)$$

$$(\eta_R)^C = \frac{M}{\sqrt{M^2 + m^2}} (\nu_R)^C + \frac{m}{\sqrt{M^2 + m^2}} \nu_L, \quad (3.68b)$$

com massas

$$M_{\text{pesado}} = M. \quad (3.69)$$

A partir desse resultado, vemos que, diferente do modelo de extensão mínima, a massa do estado leve não depende do acoplamento g_1 , mas sim do valor da escala M , resolvendo, assim, a falta de naturalidade apresentada anteriormente. Além disso, existe uma mistura entre as componentes de mão direita e esquerda dos neutrinos. Dependendo da magnitude dessa mistura, perceberíamos oscilações entre os neutrinos ativos e estéreis, que podem deixar assinaturas em experimentos como o LHC e o LEP (JESUS, 2020).

Para que a massa dos neutrinos leves seja aproximadamente $\frac{m^2}{M} \sim 10^{-1} eV$, coincidindo com os experimentos, a massa dos neutrinos pesados deve ser da ordem de $M \sim 10^{14} \text{ GeV}$ (SAMPLERI et al., 2012), que está bem acima da escala da quebra espontânea da simetria eletrofraca, sendo próxima da escala das teorias de grande unificação (GUT). Assim, considerando o caso de interesse físico em que $M \gg m$, é possível derivar os autoestados leves,

$$D_L = \nu_L - \frac{m}{M}(\nu_R)^C, \quad (3.70a)$$

$$(D_L)^C = (\nu_L)^C - \frac{m}{M}\nu_R, \quad (3.70b)$$

e os autoestados pesados,

$$\eta_R = \nu_R + \frac{m}{M}(\nu_L)^C, \quad (3.71a)$$

$$(\eta_R)^C = (\nu_R)^C + \frac{m}{M}\nu_L. \quad (3.71b)$$

Será útil realizar uma parametrização em termos de um ângulo de mistura, θ , tal que:

$$c_\theta \equiv \frac{M}{\sqrt{M^2 + m^2}} \approx 1; \quad (3.72a)$$

$$s_\theta \equiv \frac{m}{\sqrt{M^2 + m^2}} \approx \frac{m}{M}, \quad (3.72b)$$

onde $c_\theta = \cos(\theta)$ e $s_\theta = \sin(\theta)$. Tal identificação permite reescrever os autoestados de interação em termos dos autoestados de massa na forma:

$$\nu_R = c_\theta \eta_R - s_\theta (D_L)^C; \quad (3.73a)$$

$$(\nu_R)^C = c_\theta (\eta_R)^C - s_\theta D_L; \quad (3.73b)$$

$$\nu_L = c_\theta D_L + s_\theta (\eta_R)^C; \quad (3.73c)$$

$$(\nu_L)^C = c_\theta (D_L)^C + s_\theta \eta_R. \quad (3.73d)$$

Embora o mecanismo seesaw tenha, por objetivo principal, explicar como as massas dos neutrinos são geradas, sua quebra espontânea de simetria também introduz um bóson de Nambu-Goldstone, conhecido como majoron. Ao escrever a Eq.(3.58) na forma usual,

$$\sigma = \frac{e^{i\chi/v_\sigma}(v_\sigma + \rho)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\sigma + \rho + i\chi) \quad (3.74)$$

temos que ρ é o campo escalar massivo e χ é o majoron. A partir disso, é fácil perceber que o majoron acopla aos neutrinos. Portanto, para calcular tal acoplamento, substituímos a Eq.(3.74) na Eq.(3.57b) e obtemos:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_2 = & \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \chi \{ [c_\theta (\eta_R)^C - s_\theta \bar{D}_L] [c_\theta \eta_R - s_\theta (D_L)^C] - \\ & [c_\theta \bar{\eta}_R - s_\theta (\bar{D}_L)^C] [c_\theta (\eta_R)^C - s_\theta D_L] \}. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Efetutando a multiplicação e utilizando as relações (A.16), calculamos:

$$-\mathcal{L}_2 = \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \chi \{ c_\theta^2 (\eta^{\bar{C}})_L \eta_R - c_\theta s_\theta (\eta^{\bar{C}})_L (D^C)_R - c_\theta s_\theta \bar{D}_L \eta_R + s_\theta^2 \bar{D}_L (D^C)_R - \\ c_\theta^2 \bar{\eta}_R (\eta^C)_L + c_\theta s_\theta \bar{\eta}_R D_L + c_\theta s_\theta (D^{\bar{C}})_R (\eta^C)_L - s_\theta^2 (D^{\bar{C}})_R D_L \}. \quad (3.76)$$

Olhando atentamente, por exemplo, para o primeiro termo da lagrangiana acima, percebemos que:

$$\begin{aligned} (\eta^C)_L &= P_L (\eta^C) \\ \therefore (\eta^{\bar{C}})_L &= P_L (\eta^{\bar{C}}) \\ &= [P_L (\eta^C)]^\dagger \gamma^0 \\ &= (\eta^C)^\dagger P_L \gamma^0 \\ &= (\eta^C)^\dagger \gamma^0 P_R \\ &= (\eta^{\bar{C}}) P_R. \end{aligned} \quad (3.77)$$

Portanto,

$$(\eta^{\bar{C}})_L \eta_R = (\eta^{\bar{C}}) P_R P_R \eta = (\eta^{\bar{C}}) P_R \eta. \quad (3.78)$$

Assim, a Eq.(3.76) torna-se:

$$-\mathcal{L}_2 = \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \chi \{ c_\theta^2 (\eta^{\bar{C}}) P_R \eta - c_\theta s_\theta (\eta^{\bar{C}}) P_R D^C - c_\theta s_\theta \bar{D} P_R \eta + s_\theta^2 \bar{D} P_R D^C - \\ c_\theta^2 \bar{\eta} P_L \eta^C + c_\theta s_\theta \bar{\eta} P_L D + c_\theta s_\theta (\bar{D}^C) P_L \eta^C - s_\theta^2 P_L D \}. \quad (3.79)$$

Ademais, é possível checar que:

$$D = D_L + (D^C)_R = D^C; \quad (3.80a)$$

$$\eta = \eta_R + (\eta^C)_L = \eta^C, \quad (3.80b)$$

logo,

$$-\mathcal{L}_2 = \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \chi \{ c_\theta^2 \bar{\eta} (P_R - P_L) \eta - c_\theta s_\theta \bar{\eta} (P_R - P_L) D - \\ c_\theta s_\theta \bar{D} (P_R - P_L) \eta + s_\theta^2 \bar{D} (P_R - P_L) D \}. \quad (3.81)$$

Considerando que $P_R - P_L = \gamma_5$ e retornando à notação original dada pelas Eqs.(3.72), podemos escrever o acoplamento do majoron aos neutrinos na forma:

$$-\mathcal{L}_2 = \frac{ig_2}{\sqrt{2}} \chi \{ \bar{\eta} \gamma_5 \eta - \frac{m}{M} \bar{\eta} \gamma_5 D - \frac{m}{M} \bar{D} \gamma_5 \eta + (\frac{m}{M})^2 \bar{D} \gamma_5 D \}. \quad (3.82)$$

Ou seja, por mais que um acoplamento direto entre os majorons e a matéria ordinária, como, por exemplo, com os elétrons na forma $\mathcal{L} \sim \chi \bar{e}_R e_L + h.c.$, não seja permitido pelas simetrias de calibre do MP, os majorons acoplam-se aos neutrinos, o que lhes permite

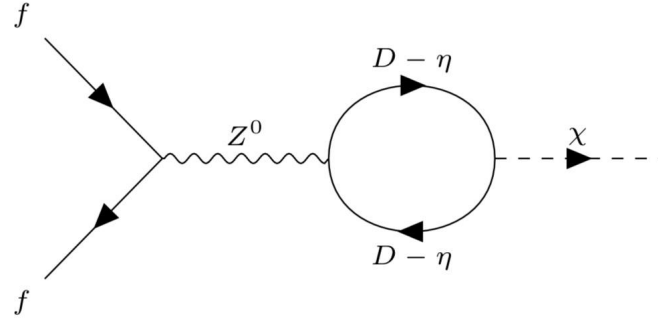


Figura 15 – Acoplamento do majoron aos férmions através do bóson de calibre neutro.

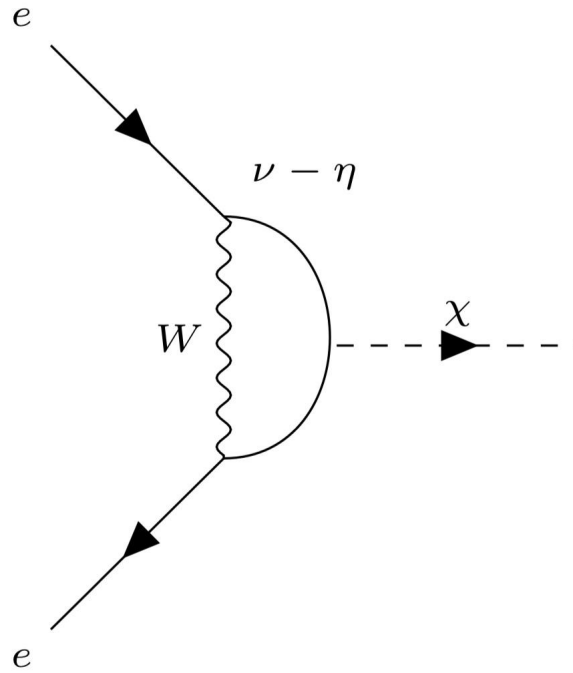


Figura 16 – Acoplamento do majoron ao elétron através do bóson de calibre carregado.

interagir, indiretamente, com a matéria ordinária por meio de processos como os ilustrados nas Figs.(15) e (16). Tais interações, no entanto, são extremamente suprimidas pela alta escala de quebra de simetria. Assim, os majorons do modelo CMP não possuem o caráter de ALP.

Diferentemente do Majoron CMP, o Majoron proposto na referência (CUESTA et al., 2022) apresenta o caráter de ALP. Neste modelo, o majoron está associado a um mecanismo do tipo seesaw inverso, uma variante do seesaw canônico. As partículas transformam-se sob uma simetria $U(1)_X$ e carregam cargas Q_X , indicadas na Tab.(3.3). O diferencial deste modelo é a introdução de singletos de léptons pesados, nomeados E_1 e E_{-4}^C . Tais léptons podem se acoplar ao majoron através do acoplamento de Yukawa $y_E s_3 E_1 E_{-4}^C$, cujo s_3 é um campo escalar singlete complexo, conforme indicado na Tab.(3.3). Além disso,

os léptons ordinários também podem se acoplar aos majorons por meio de sua mistura com o setor pesado. Por exemplo, $s_3 h^0 l E_{-4}^C$ induz um termo $m' l E_{-4}^C$, com $m' = v v_x / 2$, e um termo $i \lambda_l \chi l' l'^C + h.c.$, com $\lambda_l = m' / v_x (m_l / m_E)^2$, onde l' e l'^C são combinações dos estados leves e pesados. Tal acoplamento induz, em um loop, o operador

$$-\mathcal{L} \supset g_{\chi\gamma\gamma} \chi \tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (3.83)$$

que leva às interações das Figs.(17) e (18).

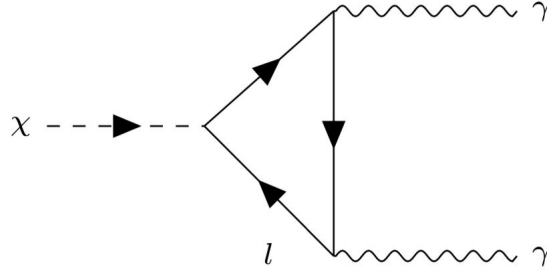


Figura 17 – Contribuição de um loop para $g_{\chi\gamma\gamma}$ através do processo Primakoff.

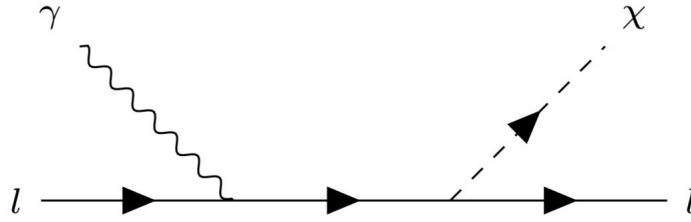


Figura 18 – Contribuição de um loop para $g_{\chi\gamma\gamma}$ através do processo tipo-Compton.

$U(1)_X$	$(\nu \ e)$	e^C	N	N^C	n	$(h^+ \ h^0)$	$s_1, s_2, \dots$	E_1	E_{-4}^C
Q_X	+1	-1	-2	-1	0	0	1, 2, \dots	+1	+4

Tabela 3 – Cargas Q_X das partículas sob a simetria $U(1)_X$. N , N^C e n são singletos de férmions e $s_1, s_2, \dots$ são singletos escalares complexos.

Em modelos cujos majorons possuem um termo efetivo de interação com os fótons, dado pela Eq.(3.83), eles podem decair em dois fótons com energias $E_\gamma \approx m_\chi / 2$. Isso leva a uma emissão monoenergética de fótons, formando uma linha espectral característica que poderia, em princípio, ser detectada tanto no fundo difuso de raios X, quanto na emissão de regiões dominadas por matéria escura, por telescópios de raios X, como XMM-Newton, Chandra, ou futuros detectores (BAZZOCCHI et al., 2008).

Para compreender o papel cosmológico dessas partículas, é essencial compreender os mecanismos responsáveis por sua produção no universo primordial. Neste contexto, dois

mecanismos de produção se destacam: a produção térmica, que depende da interação dos áxions com o plasma primordial, e a produção não térmica, conhecida como desalinhamento, que está associada à evolução do campo do áxion em um universo em expansão. No capítulo seguinte, abordaremos os detalhes destes mecanismos.

4 Mecanismos de produção dos áxions

4.1 Produção térmica

Tendo em vista que os áxions e ALPs interagem com a matéria ordinária, mesmo que fracamente, eles devem ser produzidos no universo primordial, com uma energia cinética muito maior do que sua massa, através de processos do tipo

$$a + 1 \leftrightarrow 2 + 3, \quad (4.1)$$

onde 1, 2 e 3 são outras partículas em equilíbrio térmico. A população resultante de tais processos caracteriza os "áxions térmicos". Enquanto esta população de áxions permanece relativística, ela se comporta como radiação.

O conteúdo de radiação advindo do período primordial é medido através do estudo da formação de núcleos leves via Nucleossíntese do Big Bang (BBN) e da radiação cósmica de fundo (CMB). A abundância da radiação além dos fótons é normalmente parametrizada pelo número efetivo de graus de liberdade relativísticos (N_{eff}) na forma (D'ERAMO, 2023):

$$\rho_r = [1 + \frac{7}{8}(\frac{4}{11})^{4/3}N_{eff}]\rho_\gamma, \quad (4.2)$$

onde ρ_γ é a densidade de fótons. O Modelo Cosmológico Padrão (Λ_{CDM}) prevê $N_{eff} = 3.044$, associado às três espécies de neutrinos ativos (ν_e, ν_μ, ν_τ). Assim, um desvio neste valor, dado por:

$$\Delta N_{eff} = N'_{eff} - 3.044 \quad (4.3)$$

fornece espécies relativísticas adicionais. Ou seja, uma população de áxions quentes produziria um N'_{eff} , afetando diretamente o espectro de potência da CMB e, portanto, a determinação de parâmetros cosmológicos. Alguns estudos apontam para valores do número efetivo de $N_{eff} = 3.68^{+0.80}_{-0.70}$ (IZOTOV; THUAN, 2010) e $N_{eff} = 5.3 \pm 1.3$ (DUNKLEY et al., 2011), comumente associados a espécies de neutrinos estéreis.

Para que uma população de áxions esteja em equilíbrio térmico, a sua taxa de interação deve ser maior do que a taxa de expansão do universo, isto é,

$$\Gamma > H(T), \quad (4.4)$$

onde H é o parâmetro de Hubble que, para o universo dominado por radiação, pode ser escrito na forma $H = T^2/M_P$, com T sendo a temperatura do universo e $M_P = 2.13 \times 10^{18}$ GeV a massa de Planck, e

$$\Gamma = \sum_i n_i < \sigma_i v_i > \quad (4.5)$$

é a taxa de interação dos áxions com as demais i partículas. Aqui, n_i é a densidade numérica das partículas alvo e $\sigma_i v_i$ é a seção de choque vezes a velocidade relativa. Este fator é totalmente dependente do modelo analisado. No caso do áxion da QCD, seu acoplamento aos glúons, por meio da interação anômala dada na Eq.(2.32), já é suficiente para mediar a produção térmica discutida aqui. Neste caso, obtém-se um processo na forma

$$G + G \leftrightarrow G + a, \quad (4.6)$$

onde G é o campo do glúon, cuja amplitude de espalhamento aproximada é:

$$M \sim \frac{g_s \sqrt{s}}{f_a}, \quad (4.7)$$

sendo g_s o acoplamento forte e s o parâmetro de Mandelstam, isto é, a soma dos 4 – momentos dos estados iniciais ou finais, que define a energia total disponível no centro de massa $\sqrt{s}$. Assim, é possível extrair que:

$$n < \sigma v > = \frac{T^3}{8\pi s} |M|^2 = \frac{T^3 g_s^2}{8\pi f_a^2} = \frac{T^3 \alpha_s}{2f_a^2}, \quad (4.8)$$

onde definiu-se $\alpha_s = g_s^2/4\pi$. A partir da condição de equilíbrio térmico, descrita na Eq.(4.4), deduz-se:

$$\frac{T^3 \alpha_s}{2f_a^2} > \frac{T^2}{M_P} \quad (4.9)$$

que permite calcular a temperatura em que os áxions desacoplam:

$$T_d \sim \frac{2f_a^2}{\alpha_s M_P}. \quad (4.10)$$

Ademais, considerando o limite inferior do fator f_a advindo de observações astronômicas em raio-X:

$$f_a > 1.5 \times 10^{15} \left(\frac{m_a}{140} \text{ eV} \right) \text{ GeV}, \quad (4.11)$$

obtém-se:

$$T_d > 10^{12} \text{ GeV}. \quad (4.12)$$

Entretanto, esta temperatura é maior do que a temperatura máxima do plasma primordial, considerando que o plasma primordial é produzido a partir do decaimento do inflaton (MAMBRINI, 2021). Ou seja, a produção de áxions por processos térmicos é ineficiente, o que impede que eles tenham tido tempo para alcançar o equilíbrio térmico. Entretanto, há outro mecanismo de produção de áxions que ocorre de maneira não térmica, nomeado desalinhamento do vácuo, onde considera-se o campo do áxion como um campo homogêneo que varia com o tempo.

4.2 Desalinhamento do vácuo

No universo primordial, o campo do áxion não necessariamente se encontrava em seu valor esperado que minimiza a violação de CP-forte, no entanto, à medida que o universo expande, sua temperatura decai e, em torno de $T \sim \Lambda_{QCD}$, os efeitos não perturbativos da QCD, como os instantons, tornam-se relevantes, de modo que a massa do áxion "liga" e passa a dominar a dinâmica do campo. Este processo é conhecido como **relaxamento do ângulo** $\bar{\Theta}$ pois o campo do áxion começa a evoluir, ou "relaxar" em direção ao seu mínimo, equivalente à $\bar{\Theta} = 0$. Nesse processo, conforme o campo oscila, ele gera uma densidade de energia que se comporta como matéria escura.

Para estimar a densidade da população de áxions criada a partir desse processo, podemos olhar para como o campo do áxion evolui com o tempo em um universo em expansão. Para tal, tomemos a equação de movimento,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + m_a^2\phi = 0, \quad (4.13)$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble e m_a é a massa do áxion, e ambas as quantidades dependem da temperatura ou, equivalentemente, do tempo. Podemos analisar a equação acima em dois regimes diferentes: o primeiro ocorre quando $H \gg m_a$, típico dos instantes iniciais do universo, cuja temperatura era extremamente elevada ($T \gg \Lambda_{QCD}$) e o áxion efetivamente não possuía massa. O segundo regime é quando $m_a \gg H$, que corresponde a um momento posterior, em que a temperatura do universo já havia diminuído o suficiente para que o áxion adquirisse uma massa bem definida a qual passa a dominar a dinâmica do campo, tornando a taxa de expansão do universo praticamente irrelevante.

No primeiro caso, a Eq.(4.13) torna-se:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = 0. \quad (4.14)$$

Como solução, obtemos $\phi = \text{constante}$. Isto significa que, na ausência de massa, o campo se mantém desalinhado e, consequentemente, a QCD continua apresentando violação de CP. Quando o universo atinge uma temperatura $T \sim \Lambda_{QCD}$, a massa dos áxions "liga", tornando-se comparável a expansão do universo e, como consequência, o campo começa a oscilar. Posteriormente, quando $T \ll \Lambda_{QCD}$, que corresponde ao segundo caso, o campo entra em um regime de oscilações harmônicas. Essas oscilações produzem uma densidade de energia.

Para facilitar o cálculo da densidade de energia, é possível multiplicar a Eq.(4.13) por $\dot{\phi}$:

$$\dot{\phi}\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}^2 + m_a^2\phi\dot{\phi} = 0. \quad (4.15)$$

Assim, reescrevendo o primeiro e o terceiro termo da forma:

$$\dot{\phi}\ddot{\phi} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \dot{\phi}^2; \quad (4.16a)$$

$$\phi\dot{\phi} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \phi^2, \quad (4.16b)$$

obtem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \dot{\phi}^2 + 3H\dot{\phi} + \frac{1}{2} m^2 \frac{d}{dt} \phi^2 = 0, \quad (4.17)$$

ou ainda:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \right] - m\dot{\phi}\phi + 3H\dot{\phi}^2 = 0. \quad (4.18)$$

Em uma oscilação harmônica, o valor médio da energia cinética $\langle \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \rangle$ é igual ao valor médio da energia potencial $\langle \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \rangle$ logo, tomando a média da Eq.(4.18), calcula-se que:

$$\frac{d}{dt} [m^2 \phi^2] - \frac{\dot{m}}{m} m^2 \phi^2 + 3H\dot{\phi}^2 = 0. \quad (4.19)$$

Esta equação pode ser facilmente relacionada a densidade de energia (MAMBRINI, 2021),

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 = m^2 \phi^2 = \dot{\phi}^2, \quad (4.20)$$

conforme:

$$\frac{d\rho}{dt} - \frac{\dot{m}}{m} \rho + 3H\rho = 0. \quad (4.21)$$

A solução da equação acima é dada por:

$$\rho = \frac{m}{a^3}. \quad (4.22)$$

Este resultado mostra que o número de áxions em um volume próprio é conservado, de modo que, à medida que o universo expande, sua densidade diminui com o fator de escala cúbico, a^{-3} . Isso é consistente com o comportamento de uma componente de matéria não relativística. Portanto, o áxion é um candidato à matéria escura fria.

4.2.0.1 Áxion como matéria escura

Observações astrofísicas e cosmológicas sugerem que cerca de 85% da matéria do universo é matéria escura não bariônica, que não emite nem reflete luz. Sua existência é inferida apenas através de seu efeito gravitacional na matéria luminosa. Algumas das maiores evidências de sua existência e de suas características vêm das curvas de rotação de galáxias, lentes gravitacionais, radiação cósmica de fundo e da formação de estruturas em largas escalas. Como a matéria escura não emite ou reflete luz, sua detecção é desafiadora e, até o momento, ainda não foi realizada. Assim, sua composição ainda é uma questão em aberto.

A matéria escura pode ser classificada como quente ou fria. A matéria escura quente consiste em partículas que eram relativísticas no momento em que desacoplaram.

Tais partículas são leves e viajam com velocidades próximas à velocidade da luz. Já a matéria escura fria consiste em partículas que não eram relativísticas no momento em que desacoplaram. Estas partículas, por sua vez, são mais pesadas e, portanto, se propagam a uma velocidade muito inferior à velocidade da luz. No que diz respeito ao padrão de formação de estruturas, enquanto em um universo preenchido por matéria escura quente seria válido um cenário conhecido como "de cima para baixo", em que as primeiras estruturas formadas seriam os aglomerados e superaglomerados de galáxias, um universo formado por matéria escura fria apresentaria um cenário "de baixo para cima", cujas primeiras estruturas a serem formadas seriam as menores, como as galáxias.

Neste sentido, observa-se que enquanto as galáxias existem desde que o universo tinha menos de um bilhão de anos, os superaglomerados apenas estão entrando em colapso agora (RYDEN, 2017). Assim, visando a concordância com a fenomenologia, a maior parte da matéria escura do universo deve ser fria.

Os primeiros candidatos propostos à compor a matéria escura foram os neutrinos padrão, dado que, além de serem partículas massivas que interagem apenas fracamente com a matéria, são as partículas mais abundantes do universo após os fótons. Entretanto, devido às suas características de matéria escura quente, os neutrinos não são bons candidatos à matéria escura. Assim como os neutrinos, os áxions são partículas extremamente leves e fracamente interagentes. Então, por que eles são bons candidatos à matéria escura? A resposta para esta pergunta está no seu mecanismo de produção não térmico, apresentado na seção anterior. Este mecanismo permite que os áxions sejam não relativísticos mesmo quando o universo se encontra a uma temperatura muito maior que sua massa.

Como apontado na referência (ROSENFELD, 1985), quando a massa dos áxions é gerada dinamicamente pelos efeitos instantâneos a $t(T = 1 \text{ GeV}) \sim 10^{-4}s$, eles não estão acoplados à radiação e seu momento médio é dado pelo princípio da incerteza como:

$$\langle p_a \rangle \sim \frac{1}{t} \sim \frac{1}{10^{-4}s}. \quad (4.23)$$

Assim, comparando seu momento a sua massa, observa-se que,

$$\langle p_a \rangle \sim \frac{1}{10^{-4}s} \ll m_a \sim \frac{1}{10^{-14}s}. \quad (4.24)$$

A partir disso, é possível calcular a velocidade média destas partículas,

$$\langle v_a \rangle \sim \frac{\langle p_a \rangle}{m_a} = 10^{-10}. \quad (4.25)$$

Assim, conclui-se que os áxions já "nascem" não relativísticos.

Dessa forma, os mecanismos de produção discutidos neste capítulo não apenas fornecem uma base para entender o papel dos áxions como matéria escura fria, mas também ressaltam sua relevância em fenômenos cosmológicos e astrofísicos. O próximo

capítulo discutirá alguns dos experimentos que buscam sinais da existência dos áxions. Como veremos, esses experimentos podem ser divididos em três categorias: os experimentos puramente laboratoriais, os experimentos cosmológicos e os experimentos astrofísicos.

5 Buscas pelos áxions e ALPs

5.1 Experimentos laboratoriais

Os experimentos puramente laboratoriais são aqueles que não dependem de fontes astrofísicas ou cosmológicas. Como exemplo, temos os experimentos da categoria Light-Shining-Through-Walls (LSW), em que um feixe de luz atravessa um campo magnético transversal e, neste processo, alguns fótons podem ser convertidos em áxions por meio do processo Primakoff. Dada a fraca interação dos áxions, eles podem atravessar uma barreira óptica e podem ser convertidos, novamente, em fótons através do efeito Primakoff reverso, ou seja, $a + \gamma^* \rightarrow \gamma$, isto é, o áxion interage com um fóton virtual fornecido pelo campo magnético transversal e é reconvertido em um fóton real. Assim, temos, basicamente, o processo: $\gamma \rightarrow a \rightarrow \gamma$, conforme a Fig.(19).

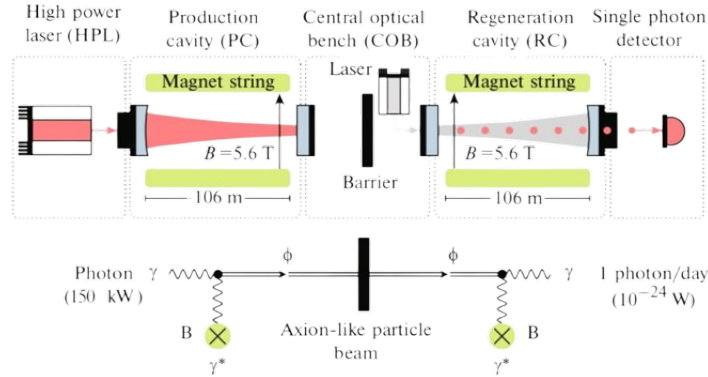


Figura 19 – Ilustração do experimento ALP II com o respectivo diagrama de Feynman. Fonte: (ISLEIF; COLLABORATION, 2022).

Experimentos como o CERN Resonant Weakly Interacting sub-eV Particle Search (CROWS) (BETZ et al., 2013), o ALPS-I e o OSQAR (BALLOU et al., 2014) conseguiram sondar acoplamentos de $g_{a\gamma\gamma} = 5 \times 10^{-8} \text{ GeV}^{-1}$. O CROW conseguiu, ainda, impor um limite interior à este acoplamento de $g_{a\gamma\gamma} = 4.5 \times 10^{-8} \text{ GeV}^{-1}$ para massas de $m_a = 7.2 \mu\text{eV}$. Há propostas de experimentos ainda mais sensíveis, como o ALPS-II, que visa aumentar sua sensibilidade para $g_{a\gamma\gamma}$ em mais de três ordens de magnitude, chegando a $g_{a\gamma\gamma} = 2 \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$ (GRAHAM et al., 2015). Estes resultados são mostrados na Fig.(20).

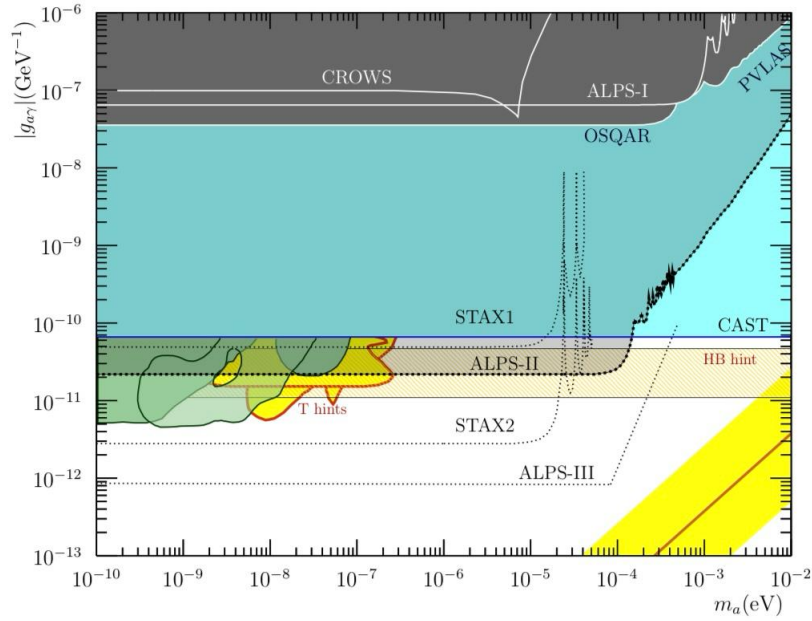


Figura 20 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, incluindo CROWS, ALP I e OSQAR. As sensibilidades esperadas para o ALPS-II e ALPS-III também são mostradas. Fonte: (IRASTORZA; REDONDO, 2018).

5.2 Restrições cosmológicas

As restrições cosmológicas envolvem experimentos que investigam áxions e ALPs provenientes do halo de matéria escura da Via Láctea. A proposta destes experimentos é que essas partículas interajam com um campo magnético e convertam-se em fótons, através do efeito Primakoff, em uma cavidade ressonante de microondas. Este método é utilizado por experimentos realizados no Brookhaven National Laboratory (BNL) e na Universidade da Flórida (UF). Ademais, um dos experimentos mais sensíveis para a detecção de áxions através desse mecanismo é o ADMX (STERN, 2016), que foi projetado para detectar áxions do modelo KSVZ e, assim, cobriu um espectro de massa de $1.9 - 3.65 \mu\text{eV}$, conforme mostrado na Fig.(21). Há propostas de experimentos ainda mais sensíveis e tecnológicos, como a extensão do ADM, o ADMX-HF (BIBBER; CAROSI, 2013).

5.3 Restrições astrofísicas

As restrições astrofísicas investigam os efeitos de áxions ou ALPs baseando-se na ideia de que eles podem ser emitidos por estrelas, em suas diversas fases, podendo afetar seus processos evolutivos.

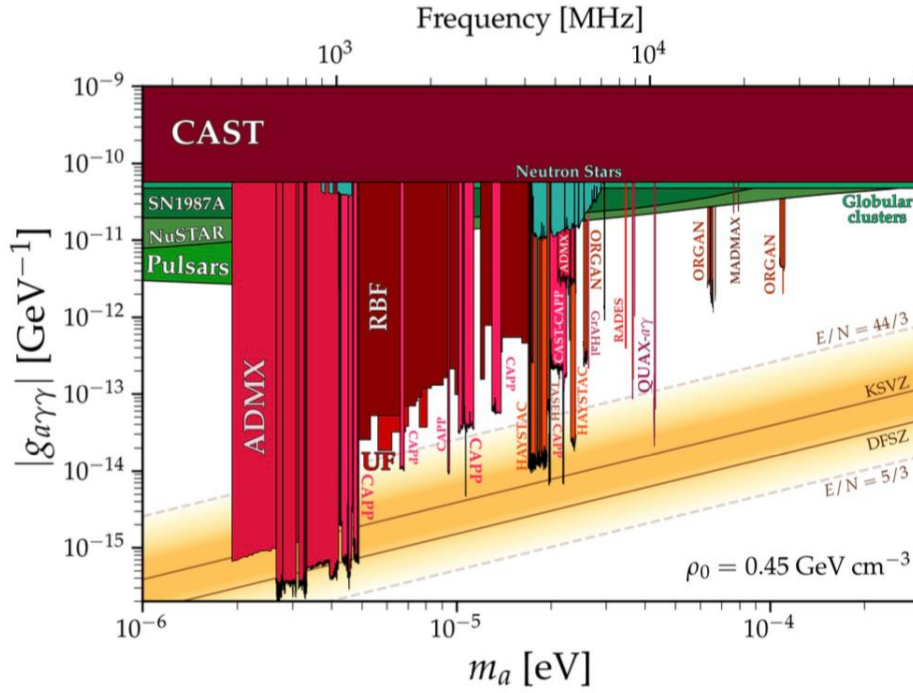


Figura 21 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, incluindo RBF, UF e ADMX. Fonte:(GIANNOTTI, 2024).

Há muito tempo as estrelas são consideradas como laboratórios de física de partículas. Foi a partir do Sol, por exemplo, que concluiu-se que os neutrinos oscilam entre si e, portanto, são massivos. Ou seja, as estrelas são fontes naturais de partículas que podem ser detectadas na Terra. Assim, se novas partículas elementares de fraca interação, como áxions e ALPs, existirem, as estrelas devem perder energia muito mais rápido. Isso gera consequências distintas às estrelas, dependendo de suas fases evolutivas. Portanto, a comparação com as propriedades estelares observadas permite estabelecer limites restritivos à inclusão de um novo mecanismo de perda de energia. Nesta seção, identificaremos essas fases evolutivas e o papel dos áxions e ALPs nas propriedades observáveis de cada uma dessas fase.

5.3.1 Sequência principal

O processo de formação estelar tem início com uma nuvem de gás e poeira, nomeada de nuvem molecular, formada principalmente por hidrogênio molecular (H_2) e monóxido de carbono (CO). Essas nuvens são regiões com temperaturas extremamente baixas, tipicamente entre $10K$ e $30K$, e favorecem o acúmulo de gás, formando regiões mais densas. Quando uma dessas regiões mais densas sofre uma perturbação, intensifica-se o efeito da gravidade, aumentando a probabilidade de colapso. Conforme a gravidade "puxa" o material da nuvem para o centro, a energia potencial, $U = -\frac{GMm}{r}$, diminui, sendo

convertida em energia térmica. À partir desta nuvem molecular, algumas regiões mais densas se formam e se fragmentam em diferentes núcleos, nomeados de **protoestrelas**, conforme a Fig.(22). Este processo de contração e formação da protoestrela leva milhares de anos, e depende de fatores como a massa da nuvem.

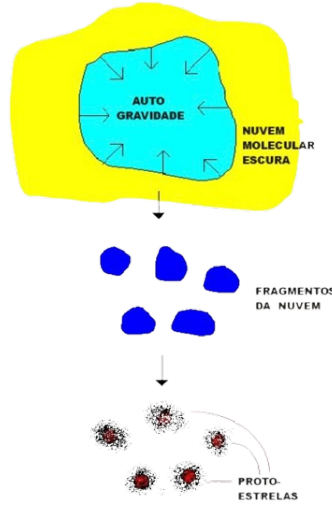


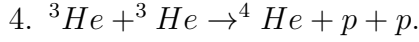
Figura 22 – Ilustração da formação das protoestrelas a partir de uma nuvem molecular. Fonte: <<http://www.astro.iag.usp.br/~dalpino/AGA215/APOSTILA/cap10new.pdf>>

Conforme a protoestrela acumula massa, torna-se mais densa e quente, de tal forma que, quando sua temperatura e pressão são suficientemente altas, os núcleos de hidrogênio começam a se fundir. É neste momento que a estrela real, ou estrela de **sequência principal** é formada. Porém, se uma protoestrela se formar com $m \leq 0.08M_{\odot}$ ³, ela nunca atingirá a temperatura necessária para que a fusão do hidrogênio se inicie e se tornará uma anã marrom. Por esse motivo, muitos astrônomos classificam esses objetos como "estrelas fracassadas".

De maneira geral, o interior das estrelas pode ser dividido em três regiões: o núcleo, a zona radiativa e a zona convectiva. O tamanho relativo destas zonas depende da massa da estrela (FRANÇA, 2015). É principalmente no núcleo que ocorrem os processos de fusão nuclear, sendo o principal deles o ciclo próton-próton:

1. $p + p \rightarrow D + e^+ + \nu_e$;
2. $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$;
3. $p + D \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$;

³ $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$ é o símbolo que representa massa solar. É uma unidade de medida padrão usada em astronomia para expressar massas de outros corpos celestes, como estrelas, planetas e até galáxias.



À medida que o hidrogênio se esgota no núcleo, deixando principalmente núcleos de hélio como subprodutos da fusão, os processos de fusão diminuem. Consequentemente, a gravidade passa a superar a pressão térmica, causando a contração da estrela. Esta contração, por sua vez, provoca o aumento da temperatura da estrela, permitindo o início da fusão de hidrogênio nas camadas externas. Uma vez iniciada, a queima de hidrogênio aumenta a pressão térmica, causando a expansão da estrela. Neste caso, a estrela se tornará mais luminosa e mais fria. Em outras palavras, a estrela se tornará mais vermelha, podendo ser classificada como:

- Gigante Vermelha: Estrelas de média e baixa massa (até $m \approx 8M_{\odot}$);
- Supergigante Vermelha: Estrelas de alta massa (com $m > 8M_{\odot}$).

Se a estrela de sequência principal emitir áxions ou ALPs de maneira efetiva, ela resfria mais rápido e, portanto, brilha por um tempo mais curto. Este resfriamento excessivo é uma assinatura importante para investigar as propriedades dessas partículas. Por exemplo, é possível calcular, teoricamente, o fluxo esperado de áxions na Terra a partir da conversão Primakoff no Sol. Caso a emissão de áxions excedesse a emissão de fótons, o combustível nuclear do Sol teria sido gasto antes de atingir 4.5×10^9 anos (RAFFELT, 1996). Assim, como estima-se que o Sol está na metade de sua evolução estelar, é possível impor uma limitação ao seu acoplamento aos fótons.

O experimento "CERN Axion Solar Telescope", ou "CAST", foi projetado para detectar áxions solares. A ideia é que, por meio de um forte campo magnético, possíveis áxions emitidos pelo sol sejam convertidos em fótons de raios X, por meio do efeito Primakoff (CERN Axion Solar Telescope (CAST), 2025). Esses fótons podem ser detectados e analisados. Em sua primeira fase (2003-2004), o CAST estabeleceu um limite para o acoplamento áxion-fóton de

$$g_{a\gamma\gamma} < 8.8 \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-1} \quad (5.1)$$

para massas de áxions de até $m_a \sim 0.02\text{eV}$ e na sua segunda fase (2005-2011) impôs um novo limite médio para este acoplamento de

$$g_{a\gamma\gamma} < 2.3 \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-1} \quad (5.2)$$

para a faixa de massa $0.02\text{eV} < m_a < 0.64\text{eV}$, e de

$$g_{a\gamma\gamma} < 3.3 \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-1} \quad (5.3)$$

para a faixa de massa $0.64\text{eV} < m_a < 1.17\text{eV}$. Há propostas de experimentos mais sensíveis, como o IAXO, que visa explorar limites abaixo de $5 \times 10^{-11}\text{eV}^{-1}$ para massas de até $m_a \sim 0.01\text{eV}$. Esses resultados são mostrados na Fig.(23).

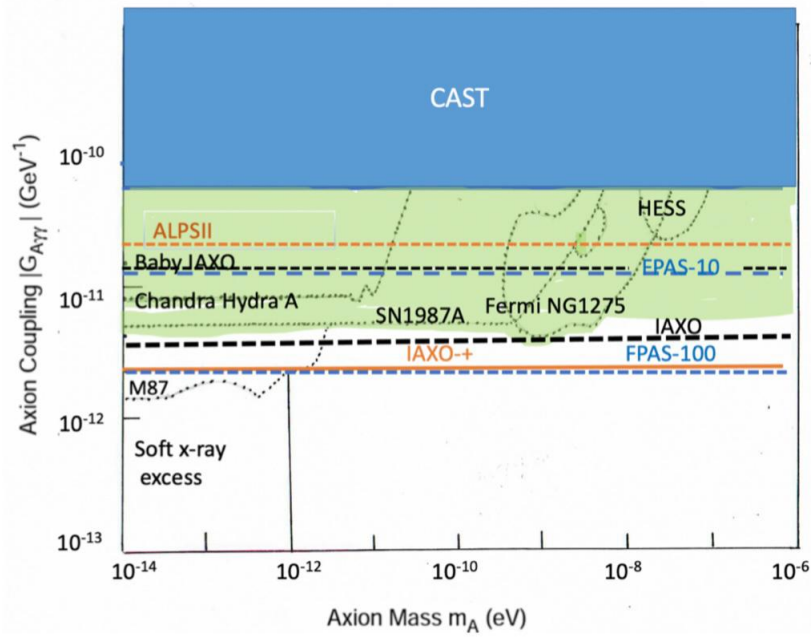


Figura 23 – As linhas sólidas representam as regiões de acoplamentos e massas excluídas pelos experimentos atuais, como o CAST. As sensibilidades esperadas para o IAXO, Baby IAXO e ALPS-II também são mostradas. Fonte:(CRESWICK; AVIGNONE, 2022).

5.3.2 Gigantes vermelhas

Formada a gigante vermelha, após a exaustão do caroço central encontraremos um núcleo rico em hélio, extremamente quente e denso, e um envoltório rico em hidrogênio. À medida que o hidrogênio é queimado na camada externa, produzindo hélio, o núcleo de hélio aumenta. Quando a densidade deste núcleo é muito grande, ocorre um fenômeno chamado de "degenerescência dos elétrons".

A degenerescência dos elétrons está intimamente relacionada ao princípio de exclusão de Pauli. O princípio de exclusão de Pauli afirma que dois elétrons não podem ocupar simultaneamente o mesmo estado quântico. Como os elétrons possuem spin $\pm 1/2$, no máximo dois elétrons podem ocupar o mesmo estado quântico, sendo um com spin pra cima ($+1/2$) e um com spin pra baixo ($-1/2$). Assim, se considerarmos elétrons confinados ao volume de um núcleo, apenas dois podem ocupar o estado fundamental, dois podem ocupar o primeiro estado excitado, e assim sucessivamente. Isso força os elétrons a possuírem energias mais altas do que o previsto pela temperatura do plasma, levando a um fenômeno nomeado como "pressão de degenerescência" (Queen Mary University of London, 2025). Esta pressão pode ser calculada como $P_d \propto \rho^{5/3}$ (RAFFELT, 1996), sendo ρ a densidade do meio. Assim, a pressão de degenerescência não depende da temperatura, mas sim da densidade do meio. Portanto, ainda que a estrela não apresente uma temperatura suficiente para que a fusão dos núcleos de hélio aconteça, a pressão de degenerescência impedirá que

o núcleo se contraía. Assim, o caroço cetral aumenta sua temperatura, sem se expandir ou contrair.

Nesse processo, o núcleo pode atingir uma temperatura de aproximadamente $10^8 K$, criando um ambiente propício para que a fusão de hélio em carbono aconteça através do **processo de triplo alfa** (Ohio State University Astronomy Department, 2025), que pode ser dividido em dois estágios:

1. ${}^4\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^8\text{Be}$;
2. ${}^4\text{He} + {}^8\text{Be} \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$.

A fase de queima de hélio desempenha um papel crucial no estudo de áxions e ALPs. Se o acoplamento dos áxions aos fótons e elétrons for muito forte, o transporte intenso de energia pode resfriar o núcleo de forma que o hélio nunca se inflama e o processo triplo alfa nunca ocorre. Para garantir consistência com os dados observacionais, Deaborn et al. (DEARBORN; SCHRAMM; STEIGMAN, 1986) estabeleceram um limite para a massa dos áxions DFSZ de $m_a \leq 0.1\text{eV}$, para seu acoplamento aos elétrons de $g_{ae} \leq 1.4 \times 10^{-13}$ e para seu acoplamento aos fótons de $g_{a\gamma} \leq 2.4 \times 10^{-13}$.

Outro aspecto importante desta fase é a sua duração. Em aglomerados estelares, como o M67, o número de gigantes vermelhas queimando hélio é diretamente influenciado pelo tempo que elas permanecem nesta fase: quanto menor o tempo, menos gigantes vermelhas são vistas nessa fase (KOLB; TURNER; SILK, 1991). Assim, qualquer encurtamento na fase de queima de hélio altera a proporção de estrelas em diferentes estágios evolutivos dentro de um mesmo aglomerado. Para garantir a consistência com as observações, Raffelt e Dearborn (RAFFELT; DEARBORN, 1987) impuseram um limite para o acoplamento entre áxions hadrônicos e fótons de $g_{a\gamma} \leq 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$.

5.3.3 Supernovas

A energia liberada pelo processo triplo alfa leva ao rápido aumento da temperatura do núcleo da estrela. Em circunstâncias normais, este aquecimento levaria à elevação da pressão, causando a expansão e resfriamento do núcleo. No entanto, a ignição de hélio ocorre quando a pressão de degenerescência sustenta o núcleo, então o aumento da temperatura não altera, inicialmente, a pressão. Como consequência, a estrela se mantém nesse processo "bola de neve", em que o seu interior se torna cada vez mais quente, produzindo cada vez mais energia, mas não se expandindo. Tal processo, no entanto, chega ao fim quando a estrela atinge uma temperatura de aproximadamente $3 \times 10^8 K$, momento no qual ocorre o "surto de hélio", um processo explosivo que libera uma quantidade de energia por segundo de aproximadamente 10^{11} vezes a luminosidade do sol. Entretanto, essa grande quantidade

de energia liberada não é lançada ao vácuo, ela é utilizada para remover a degenerescência dos elétrons.

A fusão do hélio no núcleo, incluindo processos como $^{12}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow \text{O} + \gamma$, dura cerca de cem milhões de anos. Quando o hélio esgota, o núcleo passa a ser composto, principalmente, por carbono e oxigênio. Como consequência da exaustão do hélio, o núcleo contrai e aquece. Se a massa da estrela for maior do que aproximadamente oito massas solares ($m > 8M_{\odot}$), o núcleo continua a colapsar e aquecer, permitindo a fusão de elementos sucessivamente mais pesados, como carbono, oxigênio, neônio e silício, formando, por fim, um núcleo de ferro. Como o ferro é o elemento com maior energia de ligação nuclear por nucleon (8.5 MeV/nucleon), não há energia suficiente para que sua fusão ocorra. Nesse estágio, a estrela adquire uma estrutura semelhante a uma cebola, conforme a Fig.(24), com um núcleo de ferro envolvido por camadas de elementos cada vez mais leves à medida que nos distanciamos do centro.

Como o ferro não libera energia em reações de fusão, o núcleo é inicialmente sustentado pela pressão de degenerescência dos elétrons. O acúmulo de ferro continua e a densidade do núcleo torna-se muito grande, favorecendo a captura de elétrons pelos prótons, com a consequente produção de nêutrons e neutrinos, ou seja: $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$. A conversão dos elétrons faz com que a pressão que sustenta o núcleo contra a ação de sua própria gravidade diminua. Assim, o núcleo da estrela começa a colapsar, aumentando ainda mais sua densidade e a eficiência da captura eletrônica e, como consequência, a produção massiva de nêutrons, nomeada neutrolização (SOUZA, 2021). Assim, quando o núcleo de ferro perde energia suficiente, atingindo uma massa crítica, conhecida como limite de Chandrasekhar, ele colapsa. Como consequência, as camadas externas começam a "cair" em direção ao núcleo, e ao colidir com ele, são rebatidas a velocidades muito altas, da ordem de 10^3 km/s (RAFFELT, 1996). À esse evento, cuja liberação de energia é imensa e cujo brilho pode ultrapassar a luminosidade de toda uma galáxia, dá-se o nome de **Supernova**.

O núcleo que restou continua em colapso até que a pressão de degenerescência dos nêutrons, produzidos através do processo de neutralização, equilibre a atração gravitacional do próprio núcleo, interrompendo o colapso. Este novo objeto é a estrela de nêutrons (SOUZA, 2021).

Alguns dos limites inferidos para a massa dos áxions e constantes de acoplamento vêm da detecção de neutrinos associados à supernova SN 1987A, observada em 1987 na Grande Nuvem de Magalhães. Estes neutrinos foram detectados pelo Kamiokande II (HIRATA et al., 1988) e pelo Irvine-Brookhaven-Michigan (IMB)(BIONTA et al., 1987). Existem duas formas principais pelas quais esses neutrinos restringem as propriedades dos áxions. Primeiro, a medida da energia total emitida em neutrinos impõe restrições sobre quanta energia pode ser emitida pelos áxions. Segundo, a duração do sinal associado

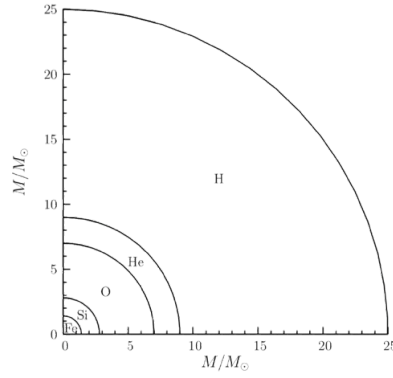


Figura 24 – Ilustração da estrutura interna semelhante a uma cebola para uma estrela de $25M_{\odot}$ antes do início do colapso. Fonte: (GIUNTI; KIM, 2007)

à emissão de neutrinos revela a taxa de resfriamento da protoestrela de nêutrons, o que também limita a emissão de áxions, pois eles atuam como um canal de resfriamento alternativo, reduzindo o tempo de resfriamento e, portanto, a duração do sinal de neutrinos observados.

Existem alguns modelos teóricos que estudam o resfriamento dessa protoestrela de nêutrons (BURROWS; LATTIMER, 1986) através de neutrinos sozinhos. Tais modelos preveem um tempo de emissão de neutrinos consistente com as observações realizadas por KII e IMB. Isso significa que emissão de áxions não deve encurtar o tempo de emissão de neutrinos de maneira significativa. Isso ocorre se os áxions se acoplam muito fracamente ou forte o suficiente, de modo que ficam "aprisionados" no interior da estrela. Assim enquanto a detecção, dos neutrinos advindos da SN 1987A, feita pelos detectores KII e IMB descartam massas entre $0.001eV$ e $0.02eV$ (KOLB; TURNER; SILK, 1991), Burrows et. al (BURROWS; LATTIMER, 1986) aponta que tais detecções não impedem, de forma alguma, uma massa de áxion tão pequena quanto $10^{-4}eV$ e Turner afirma que massas maiores ou iguais a $2.2eV$ também são possíveis. Além disso, Georg G. Raffelt (RAFFELT, 2008) impôs um limite para o acoplamento das ALPs aos nucleons de $g_{aN} \leq 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$ (GRAHAM; RAJENDRAN, 2013).

6 Considerações finais

Ao longo deste trabalho revisamos os aspectos fundamentais da física de áxions e partículas tipo-áxion (ALPs). Inicialmente, abordamos o contexto teórico que motivou a proposta dessas partículas. Em seguida, discutimos suas propriedades fundamentais e revisamos os principais modelos de áxions, como o PQWW, DFSZ e KSVZ. Por questões de simplicidade, também abordamos o modelo mais básico de majoron, o majoron CMP. A partir desse modelo, explicamos as massas dos neutrinos e introduzimos um bóson de Nambu-Goldstone, o majoron. Neste modelo, no entanto, o majoron não possui o caráter de ALP. Posteriormente, analisamos as condições para que um majoron interaja com os fótons e possa, portanto, ser considerado uma ALP. Em seguida, estudamos alguns dos mecanismos de produção dessas partículas e vimos que os áxions, assim como as ALPs, são promissores candidatos à matéria escura.

Do ponto de vista experimental, analisamos as diferentes técnicas empregadas na busca por áxions e ALPs. Vimos que a maior parte desses experimentos são baseados no efeito Primakoff reverso, isto é, $a + \gamma^* \rightarrow \gamma$, sendo γ^* um fóton virtual fornecido por um campo magnético intenso. Em particular, destacamos as restrições astrofísicas advindas da análise da evolução estelar. Para tal, consideramos os áxions e ALPs como um novo mecanismo de perda de energia. Neste contexto, destacamos os principais experimentos atuais, como o CAST, e futuros, como o IAXO. Além disso, discutimos as restrições cosmológicas que utilizam haloscópios, como o ADMX e o ADMX-HF e as restrições puramente laboratoriais, baseadas nos experimentos de Light-Shining-Through-Walls.

Assim, este trabalho contribui para a compreensão do papel dos áxions e ALPs no contexto da física de partículas e da cosmologia, bem como para o entendimento do atual status das buscas por essas partículas e dos futuros experimentos, que vêm atingindo sensibilidades cada vez maiores e devem, em breve, confirmar ou refutar a existência dessas partículas.

Como perspectivas futuras, pretendemos investigar modelos mais avançados com áxions e ALPs, avaliando seu potencial para explicar a matéria escura do universo. Além disso, pretendemos explorar seu papel em fenômenos astrofísicos.

A Partículas de majorana

A natureza dos neutrinos — se são de Majorana, ou seja, se neutrinos e antineutrinos são a mesma partícula, ou de Dirac, caso contrário — é um dos grandes mistérios da física que ainda não foram resolvidos. Para estudarmos as propriedades de partículas de majorana precisamos definir o operador conjugação de carga, C , cuja função é inverter todos os números quânticos do campo ao qual ele é aplicado, transformando, consequentemente, partícula em antipartícula:

$$\psi^C = C\gamma^0\psi^* = C\bar{\psi}^T \quad (\text{A.1})$$

onde

$$C = i\gamma^2\gamma^0 \quad (\text{A.2})$$

sendo γ^2 e γ^0 matrizes de Dirac e,

$$\psi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

um espinor de Dirac. α e β possuem duas componentes cada, representando partículas e antipartículas com spins $\pm 1/2$. Seu conjugado de carga correspondente é:

$$\psi^C = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^* \\ \beta^* \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \sigma^2\beta^* \\ -\sigma^2\alpha^* \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Na representação de Weyl, a matriz γ_5 pode ser definida como:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

logo, podemos definir os operadores de projeção:

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.6a})$$

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6b})$$

e buscando visualizar como os operadores de projeção atuam sobre o conjugado de carga do espinor de Dirac da Eq.(A.4) temos que,

$$P_L(\psi^C) = (\psi^C)_L = i \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma^2\beta^* \\ -\sigma^2\alpha^* \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \sigma^2\beta^* \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

e

$$P_R(\psi^C) = (\psi^C)_R = i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma^2\beta^* \\ -\sigma^2\alpha^* \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} 0 \\ -\sigma^2\alpha^* \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

De maneira similar, podemos olhar para como o operador conjugado de carga atua nas componentes de quiralidade do espinor de Dirac. Para tal, calculamos quem são as componentes de mão esquerda, ψ_L , e de mão direita, ψ_R , do espinor da Eq.(A.4):

$$\psi_L = P_L \psi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

e

$$\psi_R = P_R \psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

logo os respectivos conjugados são

$$(\psi_L)^C = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^* \\ 0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} 0 \\ -\sigma^2 \alpha^* \end{pmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

e

$$(\psi_R)^C = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \beta^* \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \sigma^2 \beta^* \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Assim, para um espinor de Dirac, podemos concluir que:

$$(\psi_L)^C = (\psi^C)_R; \quad (\text{A.13a})$$

$$(\psi_R)^C = (\psi^C)_L. \quad (\text{A.13b})$$

Ademais, dada a condição de majorana,

$$\psi_M = \psi_M^C, \quad (\text{A.14})$$

que para as componentes de quiralidade implica:

$$\psi_L = (\psi^C)_L; \quad (\text{A.15a})$$

$$\psi_R = (\psi^C)_R, \quad (\text{A.15b})$$

temos que,

$$\psi_L = (\psi^C)_L = (\psi_R)^C; \quad (\text{A.16a})$$

$$\psi_R = (\psi^C)_R = (\psi_L)^C, \quad (\text{A.16b})$$

que nos permite construir termos de massa de majorana, os quais podem ser expressos com apenas uma helicidade, nas formas:

$$M(\bar{\psi}_R)^C \psi_R + h.c.; \quad (\text{A.17a})$$

$$M(\bar{\psi}_L)^C \psi_L + h.c. \quad (\text{A.17b})$$

Tendo em vista que todos os léptons e anti-léptons carregam número leptônico +1 e -1, respectivamente, podemos perceber que tal termo de massa viola o número leptônico em duas unidades. Ou seja, ao introduzirmos um termo de massa de majorana à teoria, temos violação de número leptônico. Além disso, M nos indicará a escala em que tal simetria é violada.

B Diagonalização da matriz de massa $\mathcal{M}$

Uma matriz quadrada $\mathcal{M}$ é diagonalizável se for semelhante a uma matriz diagonal D , ou seja, se existir uma matriz invertível Z tal que $\mathcal{M} = Z^T D Z$. Nesse caso, dizemos que Z é a matriz diagonalizante de $\mathcal{M}$ (UNICAMP, 2024).

Tomando que a matriz de massa é:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

podemos determinar os autovalores λ 's a partir da equação secular $\text{Det}(\mathcal{M} - \lambda I) = 0$:

$$\text{Det}\left[\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}\right] = 0 \quad (\text{B.2})$$

que resulta em

$$\lambda = \frac{M}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{m^2}{M^2}} \right]. \quad (\text{B.3})$$

Considerando que $M \gg m$, podemos expandir o termo da raiz na forma $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$, de maneira que podemos escrever,

$$\lambda = \frac{M}{2} \left[1 \pm \left(1 + 2 \frac{m^2}{M^2} \right) \right]. \quad (\text{B.4})$$

do qual obtemos,

$$\lambda_+ = M, \quad (\text{B.5a})$$

$$\lambda_- = -\frac{m^2}{M}. \quad (\text{B.5b})$$

Tendo determinado os autovalores λ 's, podemos calcular os respectivos autovetores, a partir da relação de autovalor $\mathcal{M}|\vec{r}\rangle = \lambda|\vec{r}\rangle$, isto é:

a. Para $\lambda_- = -\frac{m^2}{M}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = -\frac{m^2}{M} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

que resulta em

$$\vec{r}_- = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{m}{M} \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

ou ainda, após normalização,

$$\hat{r}_- = \begin{pmatrix} \frac{M}{\sqrt{M^2+m^2}} \\ -\frac{m}{\sqrt{M^2+m^2}} \end{pmatrix}; \quad (\text{B.8})$$

b. Para $\lambda_+ = M$:

$$\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

cujo resultado é:

$$\vec{r}_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{M}{m} \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

e após normalização,

$$\hat{r}_+ = \begin{pmatrix} \frac{m}{\sqrt{M^2+m^2}} \\ \frac{M}{\sqrt{M^2+m^2}} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Como o autovalor $\lambda_- = -m^2/M$ é negativo, ele não pode ser interpretado como um termo de massa. Portanto, para garantir que ele seja positivo, realizamos uma transformação biunitária na forma: $D = Z^T \mathcal{M} Z$, a qual definimos $Z = U \zeta$, sendo U a matriz dos autovetores e $\zeta = \text{diag}(i, 1)$. Ou seja, considerando que $M \gg m$,

$$Z = \begin{pmatrix} \frac{M}{\sqrt{M^2+m^2}} & \frac{m}{\sqrt{M^2+m^2}} \\ -\frac{m}{\sqrt{M^2+m^2}} & \frac{M}{\sqrt{M^2+m^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} i & \frac{m}{M} \\ -i \frac{m}{M} & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.12})$$

A matriz de massa diagonal com autovalores reais é, então:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{m^2}{M} & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Disso, é fácil verificar que $Z^T \mathcal{M} Z = D$.

Referências

- ANANTHANARAYAN, B.; GHOSH, S. Pion Interactions and the Standard Model at High Precision. *arXiv*, 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1901.11061>>.
- ANGELIS, A. D.; GALANTI, G.; RONCADELLI, M. Relevance of axionlike particles for very-high-energy astrophysics. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, APS, v. 84, n. 10, p. 105030, 2011.
- BAKER, C. A. et al. Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron. *Physical Review Letters*, American Physical Society, v. 97, p. 131801, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.131801>>.
- BALLOU, R. et al. Latest results of the osqar photon regeneration experiment for axion-like particle search. *arXiv preprint arXiv:1410.2566*, 2014.
- BAZZOCCHI, F. et al. X-ray photons from late-decaying majoron dark matter. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2008, n. 08, p. 013, 2008.
- BETZ, M. et al. First results of the cern resonant weakly interacting sub-ev particle search (crows). *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, APS, v. 88, n. 7, p. 075014, 2013.
- BIBBER, K. van; CAROSI, G. Status of the admx and admx-hf experiments. *arXiv preprint arXiv:1304.7803*, 2013.
- BIONTA, R. et al. Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova 1987a in the large magellanic cloud. *Physical Review Letters*, APS, v. 58, n. 14, p. 1494, 1987.
- BRAATEN, E.; ZHANG, H. Colloquium: The physics of axion stars. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 91, n. 4, p. 041002, 2019.
- BURDMAN, G. *Lecture Notes on Quantum Field Theory 2 - Lecture 21*. 2023. Acessado em: 7 de novembro de 2024. Disponível em: <https://fma.if.usp.br/~burdman/QFT2/lecture_21.pdf>.
- BURROWS, A.; LATTIMER, J. M. The birth of neutron stars. *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 307, Aug. 1, 1986, p. 178-196., v. 307, p. 178–196, 1986.
- CAO, S.; HUANG, W.; BOYANOVSKY, D. Dynamics of axion-neutral pseudoscalar mixing. *Physical Review D*, APS, v. 108, n. 2, p. 025012, 2023.
- CERN Axion Solar Telescope (CAST). *CERN Axion Solar Telescope Experiment*. 2025. Acessado em: 7 de janeiro de 2025. Disponível em: <<https://home.cern/science/experiments/cast>>.
- CERN EP News. *Axion Particle Searches at the LHC*. 2024. Accessed: 2024-12-04. Disponível em: <<https://ep-news.web.cern.ch/content/axion-particle-searches-lhc>>.
- CHIKASHIGE, Y.; MOHAPATRA, R. N.; PECCEI, R. D. Are there real goldstone bosons associated with broken lepton number? *Physics Letters B*, Elsevier, v. 98, n. 4, p. 265–268, 1981.

- CRESWICK, R.; AVIGNONE, F. T. Alp search using precessing light in a magnetized fabry perot cavity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2022, n. 04, p. 005, 2022.
- CREWETHER, R. et al. Chiral estimate of the electric dipole moment of the neutron in quantum chromodynamics. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 88, n. 1-2, p. 123–127, 1979.
- CRUZ, G. d. S. P. M. et al. Solar axions: theory, production and detection. Universidade Federal de Minas Gerais, 2024.
- CUESTA, A. J. et al. Cosmology of an axion-like majoron. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2022, n. 04, p. 009, 2022.
- DEARBORN, D. S.; SCHRAMM, D. N.; STEIGMAN, G. Astrophysical constraints on the couplings of axions, majorons, and familons. *Physical Review Letters*, APS, v. 56, n. 1, p. 26, 1986.
- D'ERAMO, F. Axions in the early universe. *SciPost Physics Proceedings*, n. 12, p. 005, 2023.
- DINE, M.; FISCHLER, W.; SREDNICKI, M. A simple solution to the strong cp problem with a harmless axion. *Physics letters B*, Elsevier, v. 104, n. 3, p. 199–202, 1981.
- DUNKLEY, J. et al. The atacama cosmology telescope: cosmological parameters from the 2008 power spectrum. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 739, n. 1, p. 52, 2011.
- FERRO-HERNANDEZ, R.; MORISI, S.; PEINADO, E. Axionless strong cp problem solution: the spontaneous cp violation case. *arXiv preprint arXiv:2407.18161*, 2024.
- FRANÇA, V. A. de. *A Evolução do Momentum Angular de Estrelas do Tipo Solar segundo o Modelo de Kawaler*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Física)) — Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, Mossoró, RN, 2015. Orientador: Prof. Dr. Bráulio Batista Soares. Disponível em: <https://ppgf.uern.br/files/Dissertacao/Dissertao_Vanessa_Frana.pdf>.
- GIANNOTTI, M. Status and perspectives on axion searches. *arXiv preprint arXiv:2412.08733*, 2024.
- GIANNUZZI, F.; NICOTRI, S. U (1) a axial anomaly, η , and topological susceptibility in the holographic soft-wall model. *Physical Review D*, APS, v. 104, n. 1, p. 014021, 2021.
- GIUNTI, C.; KIM, C. W. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. [S.l.]: Oxford university press, 2007.
- GRAHAM, P. W. et al. Experimental searches for the axion and axion-like particles. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 65, n. 1, p. 485–514, 2015.
- GRAHAM, P. W.; RAJENDRAN, S. New observables for direct detection of axion dark matter. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, APS, v. 88, n. 3, p. 035023, 2013.
- GRIFFITHS, D. J. *Introduction to Elementary Particles*. 2nd. ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2008. ISBN 978-3-527-40601-2.

- HAGELIN, J. S.; LITTENBERG, L. S. Rare kaon decays. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier, v. 23, p. 1–40, 1989.
- HIRATA, K. et al. Observation in the kamiokande-ii detector of the neutrino burst from supernova sn1987a. *Physical Review D*, APS, v. 38, n. 2, p. 448, 1988.
- HOOFT, G. t. Symmetry breaking through bell-jackiw anomalies. *Physical Review Letters*, v. 37, n. 1, p. 8–11, 1976.
- IRASTORZA, I. G.; REDONDO, J. New experimental approaches in the search for axion-like particles. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier, v. 102, p. 89–159, 2018.
- ISLEIF, K.-S.; COLLABORATION, A. The any light particle search experiment at desy. *Moscow University Physics Bulletin*, Springer, v. 77, n. 2, p. 120–125, 2022.
- IZOTOV, Y. I.; THUAN, T. X. The primordial abundance of 4he: evidence for non-standard big bang nucleosynthesis. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 710, n. 1, p. L67, 2010.
- JESUS, Á. S. d. Fenomenologia do mecanismo seesaw tipo-i. 2020.
- KIM, J. E. Weak-interaction singlet and strong cp invariance. *Physical Review Letters*, APS, v. 43, n. 2, p. 103, 1979.
- KIM, J. E. Light pseudoscalars, particle physics and cosmology. *Physics Reports*, Elsevier, v. 150, n. 1-2, p. 1–177, 1987.
- KIMBALL, D. F. J.; BIBBER, K. V. *The search for ultralight bosonic dark matter*. [S.l.]: Springer Nature, 2023.
- KOLB, E. W.; TURNER, M. S.; SILK, J. *The Early Universe*. [S.l.]: American Institute of Physics, 1991.
- KUSTER, M.; RAFFELT, G.; BELTRÁN, B. *Axions: Theory, cosmology, and experimental searches*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007. v. 741.
- LANGACKER, P. *The standard model and beyond*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2017.
- MAMBRINI, Y. *Particles in the dark Universe*. [S.l.]: Springer, 2021.
- NAVAS, S. et al. Review of particle physics. *Physical Review D*, APS, v. 110, n. 3, p. 030001, 2024.
- NEDM Experiment at PSI. Accessed: 2024-11-07. Disponível em: <<https://www.psi.ch/en/nedm>>.
- Ohio State University Astronomy Department. *Lecture 15: Stellar Structure and Evolution*. 2025. Acessado em: 7 de janeiro de 2025. Disponível em: <<https://www.astronomy.ohio-state.edu/thompson.1847/1144/Lecture15.html>>.
- OTTNAD, K.; URBACH, C.; COLLABORATION), E. Flavor-singlet meson decay constants from $n_f = 2+1+1$ twisted mass lattice qcd. *Physical Review D*, APS, v. 97, n. 5, p. 054508, 2018.

- PECCEI, R. D. The strong cp problem and axions. In: *Axions: Theory, Cosmology, and Experimental Searches*. [S.l.]: Springer, 2008. p. 3–17.
- PECCEI, R. D.; QUINN, H. R. Constraints imposed by cp conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review D*, APS, v. 16, n. 6, p. 1791, 1977.
- Queen Mary University of London. *PHY-101: Week 10 - Stellar Structure and Evolution*. 2025. Acessado em: 7 de janeiro de 2025. Disponível em: <<https://ph.qmul.ac.uk/sites/default/files/courses/PHY-101/Week10.pdf>>.
- RAFFELT, G. G. *Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles*. [S.l.]: University of Chicago press, 1996.
- RAFFELT, G. G. Astrophysical axion bounds. In: *Axions: Theory, Cosmology, and Experimental Searches*. [S.l.]: Springer, 2008. p. 51–71.
- RAFFELT, G. G.; DEARBORN, D. S. Bounds on hadronic axions from stellar evolution. *Physical Review D*, APS, v. 36, n. 8, p. 2211, 1987.
- ROSENFELD, R. Axions. 1985.
- RYDEN, B. *Introduction to cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.
- SAMPIERI, A. R. et al. O seesaw inverso como mecanismo de geração de pequenas massas para os neutrinos. Universidade Federal da Paraíba, 2012.
- SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A.; ZAKHAROV, V. I. Can confinement ensure natural cp invariance of strong interactions? *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 166, n. 3, p. 493–506, 1980.
- SIKIVIE, P. Axion cosmology. In: *Axions: Theory, Cosmology, and Experimental Searches*. [S.l.]: Springer, 2008. p. 19–50.
- SOUZA, T. J. S. G. de. Relaxação térmica de estrelas de nêutrons próximas da ativação do processo urca direto. 2021.
- STERN, I. Admx status. *arXiv preprint arXiv:1612.08296*, 2016.
- UNICAMP, I. *Diagonalização de Operadores*. 2024. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~marcia/AlgebraLinear/diag_operadores.html#:~:text=Defini%C3%A7%C3%A3o%3A%20Uma%20matriz%20quadrada%20A,%3D%20UDU%5E%7B%2D1%7D%20.>>
- VEGA, S.; LEHMANN, B. Áxions, májorons e neutrinos em extensões do modelo padrão. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2011.
- WEINBERG, S. The u (1) problem. *Physical Review D*, APS, v. 11, n. 12, p. 3583, 1975.
- WEINBERG, S. A new light boson? *Physical Review Letters*, APS, v. 40, n. 4, p. 223, 1978.
- WILCZEK, F. Problem of strong p and t invariance in the presence of instantons. *Physical Review Letters*, APS, v. 40, n. 5, p. 279, 1978.

WILCZEK, F. Axions and family symmetry breaking. *Physical Review Letters*, APS, v. 49, n. 21, p. 1549, 1982.

ZHITNITSKII, A. Possible suppression of axion-hadron interactions. *Sov. J. Nucl. Phys. (Engl. Transl.); (United States)*, Institute of Nuclear Physics, Siberian Division, USSR Academy of Sciences, v. 31, n. 2, 1980.