



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA (UFPB)
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS (CCSA)
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE (DFC)
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS (CCA)

MARIA EDUARDA CONSTANTINO LOPES

**SISTEMAS HÍBRIDOS PARA PREVISÃO DE VOLATILIDADE EM
INVESTIMENTOS: GARCH E MLP NO MERCADO BRASILEIRO**

JOÃO PESSOA
2025

MARIA EDUARDA CONSTANTINO LOPES

**SISTEMAS HÍBRIDOS PARA PREVISÃO DE VOLATILIDADE EM
INVESTIMENTOS: GARCH E MLP NO MERCADO BRASILEIRO**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao curso de Ciências Atuariais da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Atuariais.

Área de concentração: Modelagem de Risco.

Orientador: Prof. Dr. Filipe Coelho de Lima Duarte.

**João Pessoa, PB
2025**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

L864s Lopes, Maria Eduarda Constantino.

Sistemas híbridos para previsão de volatilidade em investimentos: GARCH e MLP no mercado brasileiro / Maria Eduarda Constantino Lopes. - João Pessoa, 2025. 59 f. : il.

Orientação: Filipe Coelho de Lima Duarte.
TCC (Graduação) - UFPB/CCSA.

1. Volatilidade financeira. 2. Modelos híbridos. 3. Aprendizado de máquina. I. Duarte, Filipe Coelho de Lima. II. Título.

UFPB/CCSA

CDU 368(043)

MARIA EDUARDA CONSTANTINO LOPES

**SISTEMAS HÍBRIDOS PARA PREVISÃO DE VOLATILIDADE EM
INVESTIMENTOS: GARCH E MLP NO MERCADO BRASILEIRO**

Trabalho de Conclusão de Curso como
requisito parcial à obtenção do título de
Bacharel em Ciências Atuariais pela
Universidade Federal da Paraíba.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **FILIFE COELHO DE LIMA DUARTE**
Data: 06/10/2025 17:46:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Filipe Coelho de Lima Duarte
Orientador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Documento assinado digitalmente
 **JORGE HENRIQUE NORÕES VIANA**
Data: 06/10/2025 17:56:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Jorge Henrique Norões Viana
Membro Avaliador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Documento assinado digitalmente
 **LUIZ CARLOS SANTOS JÚNIOR**
Data: 06/10/2025 18:15:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Luiz Carlos Santos Júnior
Membro Avaliador
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

AGRADECIMENTOS

Algumas jornadas vão muito além das páginas escritas ou das metas cumpridas — são construídas em silêncios partilhados, abraços silenciosos, mãos estendidas e olhares que dizem “vai, eu estou com você”. Este trabalho é fruto de muitos corações e de uma fé que nunca me deixou sozinha.

Agradeço primeiramente a Deus, meu guia, meu abrigo constante. Foi em meio ao caos, quando as palavras não bastavam e os dias pareciam longos demais, que senti a Tua presença. Obrigada, meu Deus, por cada renascimento, por cada manhã em que me levantaste. Sem Ti, eu não teria chegado até aqui.

À minha família, que é raiz, sustento e ternura. Meu mais profundo agradecimento à minha avó Margarida, ao meu pai Danilo, à minha tia Daniele e ao meu avô Luiz. Vocês andaram sob o sol escaldante, suportaram dores e silêncios, para que eu pudesse caminhar em segurança, à sombra do amor que sempre me ofereceram. Vocês renunciaram, trabalharam, cuidaram e oraram — e eu senti tudo isso em cada passo que dei. Este trabalho é tanto de vocês quanto meu. Obrigada.

Aos colegas e amigos que encontrei ao longo da graduação, cada encontro foi uma partilha de mundo, cada amizade, uma âncora em meio ao mar revolto da vida acadêmica. A todos que riram comigo, estudaram ao meu lado, torceram por mim — deixo aqui minha gratidão mais verdadeira.

À Carla Nayara, minha amiga de alma. Obrigada por ser presença viva nos meus dias, por celebrar comigo as conquistas e me abraçar nas derrotas. Por dividir não só a sala de aula, mas também as dores mais íntimas, os sonhos mais altos, e os silêncios mais pesados. Sua amizade foi farol em noites longas e alegria em tardes nubladas. Em você encontrei não só uma amiga, mas uma irmã de jornada.

A Carlos Alberto, que estive ao meu lado com simplicidade e generosidade, tornando as coisas mais leves com sua presença tranquila. Sua ajuda constante, seu cuidado espontâneo e sua amizade sincera foram fundamentais. Obrigada por ser apoio nos bastidores, por ser presença silenciosa que tanto fez diferença.

Ao meu querido amigo Lucas Casado, pelas risadas compartilhadas, pelos momentos de descontração no meio da correria, pelas conversas que descansavam a mente e aqueciam o coração. Sua amizade foi uma pausa bonita em dias cheios, uma lembrança de que rir também é resistência.

E ao meu amor, Daniel — não há palavras que alcancem a profundidade do que você representa nesta caminhada. Obrigada por acreditar em mim até quando eu não consegui. Por me acolher com paciência, por ouvir meus desabafos mais cansados e enxugar lágrimas com doçura. Você foi força quando tudo em mim era dúvida, e foi calma quando tudo ao redor era tempestade. Seu amor foi o lugar onde eu descansei, mesmo nos dias em que o mundo parecia demais. Obrigada por caminhar comigo, não só neste projeto, mas em tudo o que estou me tornando.

A cada um de vocês, meu amor, minha memória e minha eterna gratidão. Que este trabalho seja mais do que uma entrega acadêmica — que ele seja uma homenagem silenciosa a tudo que vivemos juntos, e um lembrete de que nenhum sonho é possível sem o amor que nos sustenta.

“Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos.”

Friedrich Nietzsche

RESUMO

Nas últimas décadas, o mercado de capitais brasileiro tem se caracterizado por alta participação de investidores pessoa física e por episódios recorrentes de alta volatilidade, ampliando a demanda por previsões mais precisas de risco de mercado. Para enfrentar desafios impostos por dinâmicas lineares e não lineares das séries financeiras, este trabalho propõe um modelo híbrido que integra o GARCH — capaz de capturar a heterocedasticidade condicional — com uma rede neural MLP, voltada a padrões não lineares. Utilizam-se dados diários dos índices Ibovespa (IBOV), Índice Brasil 100 (IBRX100), Índice Dividendos (DIVI), Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISEE) e Índice Small Cap (SMLL), no período 2017–2023, com retornos logarítmicos e estimação de volatilidade condicional. A acurácia é avaliada por MSE, MAE e QLIKE. Os resultados mostram $MSE \approx 0$ e que o GARCH mantém o menor MAE na maior parte dos índices (IBOV, IBRX100, ISEE e SMLL), enquanto o MLP reduz o MAE apenas no DIVI ($\sim +3,09\%$ vs. GARCH). Em QLIKE, o híbrido apresenta os menores valores em todos os índices, indicando melhor cobertura de picos; o MLP também melhora o QLIKE em quatro séries (com leve piora apenas no DIVI). Esses achados sugerem uso complementar: GARCH como âncora de calibração/escala e menor erro típico na maioria dos casos, com MLP/Híbrido para maior cobertura de picos e caudas (melhor QLIKE) e maior reatividade. No escopo deste estudo — séries univariadas de volatilidade — tal escolha é adequada à temática e aos objetivos. Limitações incluem o uso de uma única arquitetura de rede neural não linear (MLP) e a ausência de variáveis exógenas. Pesquisas futuras podem explorar modelos de combinação/aprendiz de combinação, seleção dinâmica de preditores e arquiteturas de *deep learning* (p.ex., LSTM, N-BEATS, Transformers), além de enriquecer o insumo com informações macro e de sentimento, visando ampliar robustez e aplicabilidade prática em ambientes de mercado dinâmicos.

Palavras-chave: Volatilidade Financeira, Modelos Híbridos, Aprendizado de Máquina

ABSTRACT

Over recent decades, Brazil's capital market has seen growing retail participation and recurrent volatility episodes, heightening the demand for more accurate market-risk forecasts. To address linear and nonlinear dynamics in financial time series, this study proposes a hybrid model that integrates GARCH—which captures conditional heteroskedasticity—with an MLP neural network aimed at nonlinear patterns. We use daily data for Ibovespa (IBOV), Brazil 100 (IBRX100), Dividend Index (DIVI), Corporate Sustainability Index (ISEE), and Small Cap (SMLL) from 2017–2023, computing log returns and estimating conditional volatility. Accuracy is assessed via MSE, MAE, and QLIKE. Results show $MSE \approx 0$ and that GARCH achieves the lowest MAE for most indices (IBOV, IBRX100, ISEE, SMLL), while MLP reduces MAE only for DIVI ($\sim+3.09\%$ vs. GARCH). For QLIKE, the hybrid model attains the lowest values across all indices, indicating better coverage of volatility spikes; MLP also improves QLIKE for four series (with a slight deterioration only for DIVI). These findings support a complementary use: GARCH as the scale-calibration anchor with lower typical error in most cases, and MLP/Hybrid for better tail and spike coverage (lower QLIKE) with higher responsiveness. Within the scope of univariate volatility series, this choice aligns with the study's objectives. Limitations include using a single nonlinear neural network architecture (MLP) and no exogenous variables. Future work can explore model-combination learners, dynamic predictor selection, and complementary deep-learning architectures (e.g., LSTM, N-BEATS, Transformers), while enriching inputs with macro and sentiment information to enhance robustness and practical applicability in dynamic markets.

Keywords: Financial Volatility, Hybrid Models, Machine Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema Simplificado do Funcionamento MLP.....	24
Figura 2 – Séries de preço dos índices DIVI, ISEE e SMLL (2017–2023).....	29
Figura 3 – Séries de preço do índice IBOV (2017–2023).....	30
Figura 4 – Séries de preço do índice IBrX100 (2017–2023).....	30
Figura 5 – Volatilidade do IBOV (2017-2023).....	31
Figura 6 – Volatilidade do IBrX100 (2017-2023).....	31
Figura 7 – Volatilidade do DIVI (2017-2023).....	31
Figura 8 – Volatilidade do ISEE (2017-2023).....	32
Figura 9 – Volatilidade do SMLL (2017-2023).....	32
Figura 10 – Previsão de volatilidade: IBOV (2023).....	36
Figura 11 – Previsões de volatilidade DIVI (2023).....	37
Figura 12 – Previsões de Volatilidade IBrX100 (2023).....	37
Figura 13 – Previsões de Volatilidade ISEE (2023).....	38
Figura 14 – Previsões de Volatilidade SMLL (2023).....	38

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Informações sobre os dados de coleta.....	22
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas descritivas da volatilidade realizada.....	33
Tabela 2 – Resultados comparativos entre GARCH, MLP e Híbrido por índice e métrica (MSE, MAE)	34
Tabela 3 – Resultados comparativos entre GARCH, MLP e Híbrido por índice e métrica (Ganhos% e QLIKE).....	35

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	12
1.2 OBJETIVOS	14
1.2.1 Objetivo geral.....	14
1.2.2 Objetivos específicos	14
1.3 JUSTIFICATIVA	14
2 REVISÃO DA LITERATURA	16
2.1 MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO, ÍNDICES E VOLATILIDADE.....	16
2.2 MODELOS DE PREVISÃO DE VOLATILIDADE	18
3 METODOLOGIA	21
3.1 TIPOS DE PESQUISA	21
3.2 DADOS DA PESQUISA.....	22
3.3 CONSTRUÇÃO DOS MODELOS HÍBRIDOS	23
3.4 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS	25
3.5 FERRAMENTAS E <i>SOFTWARES</i> UTILIZADOS.....	27
4 RESULTADOS	29
4.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DE DADOS.....	29
4.2 AVALIAÇÃO COMPARATIVA DOS MODELOS GARCH, MLP E HÍBRIDO	33
4.3 DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS	38
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	42
APÊNDICES	47
APÊNDICE A - CÓDIGO	48

1 INTRODUÇÃO

1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nos últimos anos, o número de investidores na bolsa de valores brasileira tem aumentado substancialmente, contribuindo de forma significativa para o crescimento econômico do país. Segundo dados da B3 (2024), o total de investidores pessoa física passou de 600 mil em 2017 para mais de 5 milhões em 2022.

Esse aumento está fortemente associado à geração *millennial*, que tem demonstrado maior engajamento com plataformas de investimento e buscado ferramentas que otimizem suas decisões financeiras (B3, 2023). Machado (2023) confirma esse movimento ao destacar que os *millennials* se caracterizam por maior familiaridade com plataformas digitais e maior disposição para buscar informações e alternativas de investimento.

Em suma, o mercado de capitais brasileiro tem assumido um papel cada vez mais relevante no desenvolvimento econômico do país, impulsionado principalmente pelo crescimento da base de investidores e pela popularização de plataformas digitais de investimento, refletindo uma transformação no perfil dos participantes do mercado, que demonstram maior preocupação com práticas de gestão de risco.

O aumento do número de investidores, especialmente daqueles com menor experiência, intensifica a necessidade de previsões mais robustas por parte dos gestores de portfólio e investidores, a fim de mitigar riscos e otimizar retornos em um ambiente de alta volatilidade (Souza, 2021; Machado, 2023).

A volatilidade, nesse contexto, refere-se à magnitude e à frequência das variações nos preços dos ativos financeiros ao longo do tempo, sendo um dos principais indicadores de risco nos mercados (Kristjanpoller; Minutolo, 2018). Em um ambiente volátil, os preços tendem a oscilar de maneira imprevisível, o que eleva substancialmente os riscos associados às decisões de investimentos (Di Persio *et al.*, 2023).

As abordagens tradicionais de previsão de volatilidade, como os modelos estatísticos da família *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), são comumente utilizadas devido à sua robustez na modelagem de séries temporais financeiras (Bollerslev, 1986; Engle, 1982). No entanto, tais técnicas enfrentam dificuldades em capturar padrões não lineares e eventos extremos que frequentemente ocorrem nos mercados, especialmente em economias emergentes (Hajirahimi; Khashei, 2022).

Essas abordagens muitas vezes não conseguem capturar essas complexidades, o que torna a adoção de metodologias híbridas uma solução interessante (Souza, 2021), pois permitem a integração de modelos tradicionais com técnicas modernas de aprendizado de máquina, atendendo à demanda por maior precisão preditiva em mercados emergentes (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

Contudo, a adoção de metodologias híbridas no Brasil ainda é restrita. Segundo Nti, Adekoya e Weyori (2020), apenas 11 % dos estudos em previsão de mercado combinam análise fundamentalista, técnica e métodos de aprendizado de máquina, o que evidencia a limitação do uso dessas abordagens no contexto prático, especialmente em países em desenvolvimento.

No Brasil, Palazzi *et al.* (2023) demonstram que a aplicação de técnicas híbridas, como a combinação de *Singular Spectrum Analysis* (SSA) com redes neurais, ocorre de forma pontual e ainda restrita a nichos específicos, como o mercado de *commodities*. Esse estudo reforça que, apesar de seu potencial, as metodologias híbridas permanecem subutilizadas, abrindo espaço para sua expansão no setor financeiro nacional.

As metodologias híbridas combinam diferentes abordagens analíticas, como os modelos tradicionais de séries temporais e técnicas modernas de aprendizado de máquina.

Essa combinação permite captar tanto as dinâmicas lineares quanto as não lineares dos dados, aumentando a precisão preditiva e tornando os modelos mais adaptáveis a cenários complexos (Kristjanpoller; Minutolo, 2018). A combinação dessas técnicas, ainda, pode fornecer uma vantagem competitiva importante, especialmente em mercados emergentes.

O Aprendizado de Máquina (AM) é uma subárea da inteligência artificial que permite que algoritmos aprendam padrões e realizem previsões a partir de dados, sem depender de equações predefinidas. Essa característica é especialmente útil em ambientes financeiros, onde os dados apresentam ruído, não linearidade e alta variabilidade. O mesmo autor ressalta que técnicas como redes neurais se destacam pela flexibilidade e capacidade de adaptação a esses cenários complexos, superando limitações dos modelos estatísticos convencionais (Di Persio *et al.*, 2023).

As metodologias híbridas surgem, portanto, como solução ao combinarem modelos tradicionais, como o Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH), com algoritmos de AM, como o MLP, explorando as suas complementaridades (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

Com base nesse contexto, o presente estudo visa responder à seguinte pergunta de pesquisa: Qual é a acurácia preditiva de metodologias híbridas comparada aos modelos Garch e MLP para a previsão de séries de volatilidade do mercado de capitais brasileiro?

Em síntese, os resultados indicam que o GARCH obtém o menor MAE na maior parte dos índices (exceto no DIVI, em que o MLP reduz o MAE em ~3,09%), enquanto o modelo híbrido (GARCH-MLP) apresenta o menor QLIKE de forma consistente em todos os índices. Esses achados sugerem uso complementar: GARCH como âncora de calibração/escala e menor erro típico na maioria dos casos, com MLP/Híbrido para maior cobertura de picos e caudas (melhor QLIKE) e maior reatividade.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Avaliar a acurácia preditiva de sistemas híbridos comparativamente aos modelos Garch e MLP para previsão de séries de volatilidade do mercado de capitais brasileiro.

1.2.2 Objetivos específicos

- Prever a volatilidade do mercado de capitais brasileiro por meio do modelo tradicional GARCH;
- Prever a volatilidade do mercado de capitais brasileiro por meio do modelo de aprendizagem de máquina conhecido como *Multi-Layer Perceptron* (MLP);
- Prever a volatilidade do mercado de capitais brasileiro por meio do modelo híbrido (GARCH-MLP);
- Comparar as acurácias dos três modelos de previsão utilizados.

1.3 JUSTIFICATIVA

A relevância prática deste estudo transcende o âmbito acadêmico. A aplicação de modelos híbridos no mercado financeiro brasileiro pode fornecer uma ferramenta poderosa para investidores e gestores de risco, permitindo uma alocação de ativos mais eficiente, a minimização de riscos e a maximização de retornos em um ambiente caracterizado pela alta volatilidade (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

Com previsões mais precisas, os tomadores de decisão estarão melhor equipados para ajustar as suas estratégias de forma ágil e eficaz, o que é crucial em mercados emergentes, onde

as incertezas econômicas e políticas representam desafios significativos (García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

Nesse contexto, é importante destacar que nos mercados emergentes, como o brasileiro, a volatilidade elevada, a menor liquidez e a maior assimetria de informações agravam os desafios da modelagem preditiva (Souza *et al.*, 2022). Lesmond (2002) identificou que os retornos nesses mercados podem superar 75 % ao ano, com *spreads* variando entre 1 % e 47 %, revelando alta fricção de negociação.

Contudo, fatores comportamentais, como o sentimento do investidor, exercem forte influência sobre a volatilidade, especialmente em períodos de pessimismo (Souza *et al.*, 2022). Diante desse cenário, as abordagens híbridas apresentam potencial para superar as limitações dos modelos tradicionais e para responder de forma mais eficaz à complexidade desses mercados (García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

Além disso, o estudo responde à crescente demanda por inovação no campo da gestão de portfólios. A precisão da previsão da volatilidade permite aos gestores ajustarem rapidamente as suas posições, protegendo-se contra perdas e explorando oportunidades de mercado com maior confiança. Em momentos de grande instabilidade, como crises econômicas ou flutuações nas taxas de juros, essa capacidade de antecipação oferece uma vantagem competitiva para os investidores (Di Persio *et al.*, 2023).

Assim, a proposta de aplicar metodologia híbridas para a previsão de volatilidade no mercado de capitais brasileiro se justifica pela necessidade urgente de melhorar a precisão preditiva em um ambiente repleto de incertezas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, realiza-se uma revisão da literatura relacionada aos principais conceitos e modelos usados para a previsão de volatilidade nos mercados financeiros. Primeiramente, abordam-se o funcionamento do mercado de capitais brasileiro, os índices selecionados e o conceito de volatilidade. Em seguida, são discutidos os principais modelos utilizados para a previsão de volatilidade, com foco em abordagens estatísticas, técnicas de aprendizado de máquina e metodologias híbridas. Ao longo das subseções, apresentam-se os principais estudos que embasam essas metodologias, detalhando as suas vantagens e limitações.

2.1 MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO, ÍNDICES E VOLATILIDADE

O mercado de capitais brasileiro é composto por instituições e instrumentos que possibilitam o financiamento de empresas por meio da emissão e negociação de valores mobiliários, como ações, debêntures, fundos imobiliários e derivativos, sendo regulamentado pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) e operacionalizado principalmente pela B3 – Brasil, Bolsa, Balcão –, desempenhando papel fundamental na alocação de recursos e no desenvolvimento econômico nacional (Machado, 2023).

Em outubro de 2022, a B3 listava aproximadamente 475 empresas, além de contar com cerca de 5,27 milhões de investidores pessoa física, com crescimento superior a 23 % em relação ao ano anterior (B3, 2023). Esse crescimento só reforça o papel central da bolsa como mecanismo de inclusão e democratização do mercado financeiro no país.

Dentre os principais indicadores utilizados para mensurar o desempenho do mercado acionário brasileiro, destacam-se: o Índice Bovespa, que reflete o desempenho das ações mais negociadas da bolsa; o Índice de Dividendos, que reúne empresas com histórico consistente de distribuição de dividendos; e o Índice Brasil 100, que representa as 100 ações mais líquidas e representativas setorialmente, sendo utilizados como *benchmarks* por investidores institucionais e individuais (B3, 2022). O Índice Bovespa segue metodologia ponderada por valor de mercado ajustado ao *free float*¹, recalculada periodicamente para manter sua representatividade.

A volatilidade dos mercados financeiros, por sua vez, representa a magnitude e a frequência das variações nos preços de ativos, como ações e derivativos, ao longo do tempo.

¹ Parcela de ações efetivamente negociável (exclui controladores/*insiders*).

Ela é comumente estimada a partir das séries de retornos dos ativos, que são calculados a partir da observação dos preços de fechamento de um ativo em dois períodos consecutivos.

Portanto, para tornar a exposição contínua, primeiro definimos o retorno — a variação relativa do preço entre dois instantes — pois é a partir da série de retornos que a volatilidade é estimada; em seguida, apresentamos suas duas formas usuais de mensuração (simples e logarítmica), formalizadas nas expressões (1) e (2) que servirão de base para a mensuração da volatilidade como dispersão desses retornos ao longo do tempo. O retorno simples é definido na expressão (1):

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

em que R_t é o retorno simples no tempo t , P_t é o preço do ativo no tempo t e P_{t-1} é o preço no período anterior (Brooks, 2014).

E o retorno logarítmico, definido conforme a expressão (2):

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2)$$

em que r_t é o retorno logarítmico no tempo t e \ln representa o logaritmo natural (Alexander, 2001). Para retornos diários pequenos, os retornos simples e logarítmico são numericamente próximos, mas o segundo é preferível por ser aditivo no tempo e mais adequado para aplicações estatísticas (Hull, 2017).

A volatilidade, ainda, pode ser interpretada como uma medida de risco: quanto maior a volatilidade, maior a incerteza sobre o valor futuro do ativo, o que aumenta o risco associado ao investimento. Em finanças, a volatilidade pode ser calculada utilizando diferentes métodos, sendo o GARCH um dos mais populares para modelar a variância condicional (Bollerslev, 1986; Engle, 1982).

Nesta linha, a volatilidade histórica é estimada a partir do desvio padrão dos retornos, por meio da equação (3):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r})^2 \quad (3)$$

em que $\hat{\sigma}^2$ é a variância amostral dos retornos, r_t é o retorno no tempo t , \bar{r} é o retorno médio da amostra e n é o número de observações (Brooks, 2014).

Para o GARCH(m,n), a variância condicional é semelhante a equação (4), em que a inovação ϵ_t é decomposta como $\sigma_t z_t$ e σ_t^2 , equação (7), segue um processo autorregressivo sobre choques passados e a própria variância, como Engle (1982) e Bollerslev (1986).

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

em que σ_t^2 é a variância condicional no tempo t , ϵ_{t-1}^2 é o quadrado do erro defasado, σ_{t-1}^2 é a variância condicional no tempo anterior, e ω são parâmetros a serem estimados, com $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ e $\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j < 1$ (Bollerslev, 1986; Engle, 1982; Brooks, 2014).

Um modelo particular do GARCH é o GARCH(1,1) sendo utilizado para modelar a variância condicional dos retornos financeiros. Sua formulação é expressa por (4):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (4.1)$$

em que r_{t-1}^2 é o quadrado do retorno defasado, tendo as mesmas condições de α e β , onde $\alpha + \beta < 1$ (Bollerslev, 1986; Engle, 1982; Brooks, 2014).

Uma previsão precisa da volatilidade permite que os agentes de mercado tomem decisões mais informadas, sejam em termos de alocação de portfólios ou de estratégias de negociação (Brooks, 2014; Poon; Granger, 2003). A importância da previsão de volatilidade vai além da gestão de riscos: ela afeta diretamente a precificação de opções e outros derivativos, assim como o custo de *hedge*², tornando sua previsão crucial para o funcionamento eficiente dos mercados de capitais. Estudos indicam que a capacidade de prever com precisão a volatilidade pode ajudar a mitigar perdas significativas e melhorar o desempenho do portfólio em ambientes de alta incerteza (García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

2.2 MODELOS DE PREVISÃO DE VOLATILIDADE

Modelos estatísticos tradicionais, como o GARCH, e abordagens mais recentes baseadas em inteligência artificial, como a AM, têm sido amplamente utilizados e combinados

² Estratégia de proteção via posições compensatórias.

para lidar com a natureza complexa e imprevisível dos mercados financeiros (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

O modelo GARCH, proposto por Bollerslev (1986), é amplamente utilizado para modelar a volatilidade condicional de séries temporais financeiras, conforme demonstrado por Engle (1982), Bollerslev (1986), Marisetty (2024) e Ali, Suri, Kaur e Bisht (2022). Sua robustez e flexibilidade mantêm a sua relevância em estudos empíricos e aplicações em mercados emergentes. A formulação matemática padrão do modelo GARCH é dada pelas equações (5), (6) e (7):

$$r_t = \mu + \epsilon_t \quad (5)$$

$$\epsilon_t | F_{t-1} \sim N(0, \sigma_t) \quad (6)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t \quad (7)$$

r_t é o retorno no tempo t ; μ é a média dos retornos; ϵ_t é o termo de erro no tempo t ; σ_t é o desvio padrão condicional, sendo a raiz quadrada da variância condicional demonstrada na equação (4) e (4.1); z_t representa uma variável aleatória independente e identicamente distribuída (i.i.d.) com média zero e variância 1.

O GARCH tem sido aplicado em diversos mercados emergentes, como o brasileiro, onde a volatilidade é mais pronunciada devido às condições econômicas e políticas instáveis. Sua principal limitação reside na dificuldade de capturar dinâmicas não lineares e mudanças bruscas no comportamento do mercado (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

Nesse contexto, o AM surge como uma alternativa poderosa. Trata-se de um campo da Inteligência Artificial focado em algoritmos capazes de aprender com dados e melhorar seu desempenho ao longo do tempo (Mitchell, 1997). Em finanças, o AM tem sido amplamente aplicado à previsão de volatilidade devido à sua capacidade de processar grandes volumes de dados e identificar padrões não lineares (Zhuo; Morimoto, 2024; Mademlis; Dritsakis, 2021).

Modelos como Redes Neurais Artificiais (ANN) e Máquinas de Vetores de Suporte (SVM) são amplamente utilizados para prever volatilidade com base em séries temporais passadas (Hajirahimi; Khashei, 2022). Apesar de essas técnicas permitirem lidar com interações complexas entre variáveis econômicas e financeiras, o seu uso isolado pode levar ao sobreajuste, especialmente quando o modelo se adapta excessivamente aos dados históricos. Isso pode ser mitigado com validação cruzada, regularização e hibridização com modelos estatísticos (Souza, 2021).

As metodologias híbridas surgem como uma solução para combinar os pontos fortes dos modelos estatísticos e das técnicas de AM. O modelo GARCH pode ser utilizado para modelar a componente linear da volatilidade condicional, enquanto uma rede neural é responsável por capturar os padrões não lineares. Essa estrutura tem se mostrado eficaz em mercados emergentes, onde as séries financeiras apresentam características complexas e instáveis (Mademlis; Dritsakis, 2021).

Outra vantagem das metodologias híbridas é a redução do risco de sobreajuste, que é uma preocupação comum quando se utiliza AM isoladamente. O GARCH, por sua estrutura estatística mais rígida, atua como um regulador, evitando que o modelo fique excessivamente ajustado aos dados de treinamento, o que aumenta a sua capacidade de generalizar para novos dados (Hajirahimi; Khashei, 2022). Essa abordagem é especialmente útil em mercados voláteis, onde mudanças súbitas podem afetar a precisão das previsões.

Além disso, a aplicação de metodologias híbridas permite uma análise mais abrangente dos dados financeiros, o que é crucial para a tomada de decisões estratégicas em ambientes de mercado voláteis. A combinação de previsões de volatilidade com técnicas de otimização de portfólio permite uma alocação mais eficaz de ativos, garantindo que os gestores de portfólio possam se adaptar rapidamente às mudanças de mercado e minimizar riscos (García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

Como sugerido por Emanoele (2023), a união de metodologias distintas, como redes neurais e modelos GARCH, pode gerar previsões mais robustas e eficientes, superando as limitações dos métodos tradicionais. Moura (2023) concorda que a adoção de uma metodologia híbrida permite que diferentes abordagens sejam integradas de forma eficaz, otimizando a precisão dos resultados, especialmente em contextos financeiros onde a variabilidade e a complexidade dos dados são desafiadoras.

Os estudos mais recentes sobre metodologias híbridas mostram que essa abordagem pode melhorar significativamente a acurácia preditiva e oferecer uma vantagem competitiva para os investidores. Em mercados emergentes, onde as incertezas são maiores, o uso de metodologias híbridas tem se tornado cada vez mais comum, oferecendo uma ferramenta eficaz para a gestão de riscos e otimização de retornos (Di Persio *et al.*, 2023).

Com a revisão da literatura finalizada, este trabalho segue para a aplicação prática das metodologias descritas, de modo a investigar, com base empírica, de forma comparativa o desempenho dos modelos e verificando em que medida os híbridos oferecem ganhos sobre os referenciais tradicionais.

3 METODOLOGIA

Este capítulo descreve os procedimentos metodológicos adotados para a realização da presente pesquisa. São apresentados os tipos de pesquisa, a origem e o tratamento dos dados, além dos critérios de seleção dos índices analisados, a construção dos modelos preditivos e as métricas utilizadas para avaliação comparativa de desempenho. O intuito é oferecer transparência e rigor científico ao processo de análise, assegurando a reprodutibilidade do estudo e a coerência entre os objetivos propostos e as técnicas aplicadas.

3.1 TIPOS DE PESQUISA

Quanto à abordagem, esta pesquisa é de natureza quantitativa, uma vez que utiliza dados numéricos e técnicas estatísticas para analisar padrões de volatilidade e mensurar a acurácia preditiva de diferentes modelos. A análise quantitativa é fundamental para garantir a objetividade dos resultados e possibilitar a comparação entre os métodos aplicados.

Quanto à natureza, trata-se de uma pesquisa aplicada, pois visa utilizar conhecimentos consolidados da estatística e da ciência de dados — como modelos GARCH e redes neurais — para propor soluções práticas no contexto do mercado de capitais. O estudo busca fornecer subsídios que possam ser utilizados por investidores, analistas e gestores de risco na tomada de decisão.

Em relação aos objetivos, o estudo teve caráter comparativo-descritivo, já que comparou diferentes modelos de previsão quanto à acurácia, descrevendo o desempenho relativo destes métodos, sem identificar explicitamente variáveis explicativas para a volatilidade.

Quanto aos procedimentos técnicos, adotou-se uma estratégia experimental-comparativa, com a construção, calibração e avaliação de diferentes modelos de previsão. Os modelos foram aplicados sobre uma base de dados comum, permitindo que suas performances fossem comparadas com base em métricas padronizadas. Esse procedimento é usual em estudos que envolvem séries temporais e técnicas de *machine learning*.

Por fim, a delimitação temporal da pesquisa é de natureza longitudinal, já que os dados analisados abrangem um período contínuo de 7 anos (2017 A 2023). Essa escolha permite capturar os efeitos de diferentes ciclos econômicos sobre a volatilidade e testar a robustez dos modelos em diferentes contextos de mercado, como crises e períodos de recuperação.

3.2 DADOS DA PESQUISA

Os dados utilizados neste estudo foram coletados por meio do site da Bolsa de Valores Brasileira (B3) e consistem em séries históricas dos cinco principais índices do mercado de capitais brasileiro, abrangendo o período de 2017 a 2023. O período foi escolhido com base em três critérios principais: (i) disponibilidade e consistência dos dados com qualidade histórica; (ii) inclusão de ciclos econômicos distintos, como o crescimento pré-2015, a crise econômica brasileira entre 2015–2016, a pandemia de COVID-19 em 2020 e a recuperação pós-pandêmica; e (iii) uma janela temporal suficientemente longa para que os modelos de previsão possam identificar padrões robustos, conforme recomendado por Di Persio *et al.* (2023) e Souza (2021).

Além disso, esse recorte foi adotado por representar um período recente e homogêneo (microestrutura moderna da B3), com amplitude suficiente para capturar estabilidade e choques (inclui 2020–2021), e por permitir teste *out-of-sample* completo em 2023. O ano de 2024 foi excluído por ser incompleto à época do congelamento da base, para evitar vazamentos temporais e preservar um horizonte independente para validação externa.

Quadro 1 – Informações sobre os dados de coleta

Índice	Descrição	Período de Coleta
Índice Bovespa (IBOV)	Principal índice do mercado de ações brasileiro, representando as ações mais negociadas.	2017 a 2023
Índice Brasil 100 (IBrX100)	Índice das 100 ações mais negociadas no Brasil.	2017 a 2023
Índice Dividendos (DIVI)	Ações com histórico de pagamento consistente de dividendos.	2017 a 2023
Índice Small Cap (SMLL)	Empresas de menor capitalização, com grande potencial de crescimento.	2017 a 2023
Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISEE)	Empresas com práticas sustentáveis, mais resilientes em crises financeiras.	2017 a 2023

Fonte: Elaboração Própria, a partir dos dados coletados.

A escolha dos índices reflete o objetivo de capturar a diversidade estrutural do mercado acionário brasileiro. Com base em B3 (2022) e em Machado (2023), destacam-se a seguir as principais características dos índices utilizados no estudo:

- O Índice Bovespa (IBOV) representa o indicador mais amplo e líquido da bolsa brasileira, servindo como uma *proxy* do mercado acionário geral.
- O Índice Brasil 100 (IBrX100) contempla uma carteira mais diversificada, com menor concentração, refletindo o desempenho de um conjunto ampliado de ativos.

- O Índice Dividendos (DIVI) se destaca por reunir empresas com histórico consistente de pagamento de dividendos, apresentando menor volatilidade e perfil conservador.
- O Índice Small Cap (SMLL) é composto por ações de empresas de menor capitalização, geralmente mais voláteis e sensíveis aos ciclos econômicos.
- Já o Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISEE) acompanha o desempenho de empresas comprometidas com práticas sustentáveis, um fator cada vez mais relevante na análise de risco e retorno de longo prazo.

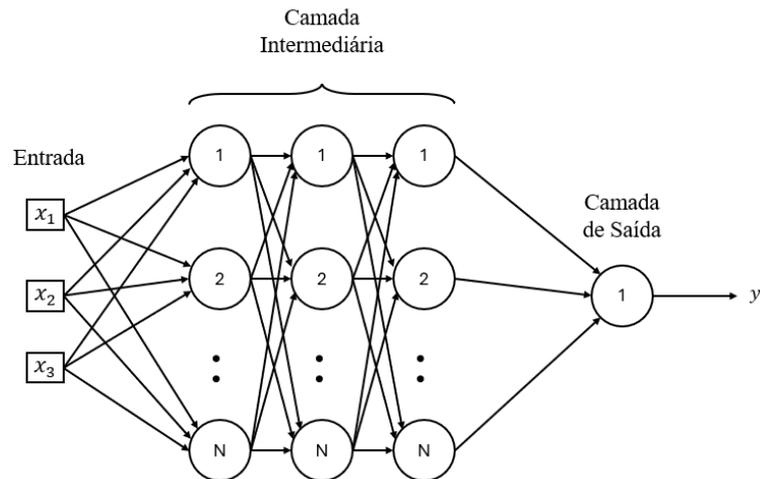
Cada um desses índices oferece uma perspectiva distinta sobre os padrões de volatilidade no mercado nacional, o que enriquece a avaliação dos modelos propostos neste trabalho e amplia a validade dos resultados.

As volatilidades foram calculadas a partir dos retornos logarítmicos diários desses índices, utilizando as equações (2), (3) e (4.1), com base nos preços de fechamento ajustados, respeitando os procedimentos usuais para séries temporais financeiras (Kristjanpoller; Minutolo, 2018).

3.3 CONSTRUÇÃO DOS MODELOS HÍBRIDOS

Para aplicar o sistema híbrido proposto às séries de volatilidade do mercado de capitais brasileiro, foram utilizados dados históricos provenientes da B3, processados previamente para assegurar sua integridade e qualidade estatística. A modelagem híbrida foi desenvolvida com a combinação de um modelo GARCH e uma Rede Neural Artificial do tipo MLP, seguindo uma abordagem em duas etapas.

A escolha da MLP se justifica por sua capacidade de capturar padrões não lineares complexos nos resíduos do GARCH, o que aprimora a previsão da volatilidade condicional. A MLP é composta por uma camada de entrada, uma ou mais camadas intermediárias (ocultas) e uma camada de saída, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Esquema Simplificado do Funcionamento MLP

Fonte: Elaboração Própria (2025), adaptado de Zhang; Patuwo; Hu (1998).

Cada neurônio em uma camada é conectado a todos os neurônios da camada seguinte, permitindo o aprendizado de relações complexas entre as variáveis. As entradas x_1, x_2, \dots, x_n representam os dados de entrada (como resíduos ou variáveis derivadas do GARCH), enquanto o neurônio final fornece a previsão ajustada de volatilidade y .

Essa arquitetura permite que a MLP aprenda os padrões implícitos nos dados sem necessidade de especificação funcional, o que a torna uma ferramenta poderosa e complementar à abordagem estatística tradicional (Di Persio *et al.*, 2023; Zhang *et al.*, 1998).

A formulação matemática do modelo GARCH e os seus fundamentos já foram apresentados na Seção 2.2. Nesta etapa, ele é aplicado às séries de retornos logarítmicos r_t das ações, modelando a variância condicional σ_t^2 e gerando previsões de volatilidade com base em sua estrutura autoregressiva. Os resíduos estimados ε_t e a própria previsão de volatilidade $\hat{\sigma}_t$ foram então utilizados como entradas para a Rede Neural Artificial do tipo MLP, responsável por capturar padrões não lineares não explicados pelo modelo estatístico.

A MLP foi estruturada com uma camada de entrada contendo os resíduos $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$, e as previsões $\hat{\sigma}_{t-1}, \hat{\sigma}_{t-2}, \dots$, duas camadas ocultas com funções de ativação não lineares (ReLU ou tanh), e uma camada de saída que gera a previsão final da volatilidade ajustada. O treinamento foi realizado por meio de retropropagação com minimização do erro quadrático médio (MSE), apropriado para problemas de regressão (Mitchell, 1997).

A escolha pela MLP justifica-se por seu bom desempenho em tarefas de previsão financeira, conforme evidenciado por García-Medina e Aguayo-Moreno (2023), e pelo menor custo computacional quando comparado a modelos mais complexos como LSTM (*Long Short-Term Memory*). Embora outras estruturas também sejam exploradas na literatura, como CNN

(*Convolutional Neural Networks*) e SVR (*Support Vector Regression*) (Zhuo; Morimoto, 2024), optou-se pela MLP por oferecer um bom equilíbrio entre acurácia, interpretabilidade e simplicidade de implementação.

A combinação entre os modelos se dá pela integração sequencial: o GARCH modela as dinâmicas lineares e fornece os insumos para a MLP, que, por sua vez, refina a previsão ao capturar não linearidades residuais. Para calibrar o desempenho, foram testadas diferentes combinações de hiperparâmetros. O melhor resultado, baseado nas métricas de erro apresentados na Seção 3.4, foi obtido com duas camadas ocultas com 64 e 32 neurônios, ativação tanh, otimizador Adam, função de perda MSE e técnica de *Early Stopping* com paciência de 10 épocas para evitar sobreajuste.

3.4 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

Foi feita a comparação da acurácia de previsão dos sistemas híbridos (GARCH-MLP) em relação aos modelos da literatura. Após a construção dos modelos híbridos, foi conduzida uma análise comparativa entre os sistemas híbridos e os modelos tradicionais isolados (GARCH e MLP aplicados separadamente).

A divisão dos dados adotada neste estudo foi de 60% para treinamento, 20% para validação e 20% para teste, seguindo uma metodologia semelhante à utilizada por Moreira (2006). A inclusão de uma etapa específica de validação, utilizando 20% dos dados, tem como objetivo garantir uma calibração adequada dos hiperparâmetros dos modelos, especialmente relevante para modelos híbridos como o GARCH combinado com redes neurais artificiais. Essa abordagem auxilia na prevenção do sobreajuste (*overfitting*) e na melhoria da capacidade de generalização dos modelos preditivos, assegurando resultados mais robustos e confiáveis em contextos de alta variabilidade e complexidade do mercado financeiro.

A comparação foi desenvolvida com base em métricas de avaliação de desempenho amplamente utilizadas: o Erro Quadrático Médio (MSE) e o Erro Absoluto Médio (MAE)

O MSE é uma métrica que calcula a média dos quadrados dos erros entre os valores previstos e os valores reais, sendo que quanto menor o valor, melhor o desempenho do modelo (Di Persio *et al.*, 2023).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (8)$$

Onde y_i é o valor real e \hat{y}_i é o valor previsto. Um menor MSE indica melhor desempenho do modelo, pois significa que os erros quadráticos são menores.

Já o MAE, calcula a média dos valores absolutos dos erros entre as previsões e os dados reais, onde um valor mais baixo indica um modelo mais preciso (Kristjanpoller & Minutolo, 2018). Essa métrica mede o erro absoluto médio entre as previsões e os valores reais. Assim como o MSE, quanto menor o valor, melhor a previsão.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|. \quad (9)$$

Ou seja, tem-se que o MSE dá mais peso aos grandes erros devido ao seu cálculo quadrático, enquanto o MAE é mais robusto a grandes desvios.

Para avaliação das previsões de variância/volatilidade, utiliza-se a QLIKE³ (*Quasi-Likelihood*) por ser padrão na verificação de modelos de volatilidade e penalizar de forma assimétrica a subprevisão (situação crítica em gestão de risco). Seja y_t a proxy observada de variância e \hat{f}_t a previsão do modelo, a perda QLIKE é dada por:

$$QLIKE(y_t, \hat{f}_t) = \frac{y_t}{\hat{f}_t} - \ln\left(\frac{y_t}{\hat{f}_t}\right) - 1, \quad y_t > 0, \quad \hat{f}_t > 0, \quad (11)$$

valores menores indicam melhor desempenho. A QLIKE é amplamente recomendada na literatura de verificação de previsões por preservar o ranqueamento relativo de modelos quando a volatilidade “verdadeira” é não observável e se avalia via proxies ruidosas (Jolliffe; Stephenson, 2012; Wilks, 2019; Wheatcroft, 2019).

Além das métricas acima, temos o ganho percentual de desempenho de cada modelo M em relação a um *baseline* B (neste estudo, o GARCH), o que facilita a interpretação prática da melhoria relativa em métricas de erro (MSE/MAE). Na literatura de verificação de previsões, esse indicador é conhecido como *skill score* e é definido como a melhoria relativa do erro do modelo frente ao erro de referência (Jolliffe; Stephenson, 2012; Wilks, 2019). Para métricas em que menor é melhor (MSE/MAE), emprega-se:

$$Ganho\%(M | B) = 100 \left(1 - \frac{E(B)}{E(M)} \right) = 100 \cdot \frac{E(B) - E(M)}{E(B)} \quad (12)$$

³ Perda apropriada para previsão de variância; penaliza subprevisão de picos.

em que $E(\cdot)$ representa o MSE ou o MAE. Valores positivos indicam melhoria do modelo em relação ao *baseline*, e negativos, piora. Essa forma de apresentação é amplamente utilizada para contextualizar diferenças de desempenho entre sistemas de previsão (Wheatcroft, 2019) e é empregada em aplicações operacionais como estudos de verificação comparativa (Devos; Verbeeck; Robbrecht, 2014). Essas métricas permitem avaliar a precisão dos modelos na previsão da volatilidade, proporcionando uma comparação direta entre a performance dos sistemas híbridos e dos métodos tradicionais encontrados na literatura. Essa análise é fundamental para verificar se a integração de métodos híbridos, como o GARCH e redes neurais, oferece uma vantagem em termos de previsibilidade e robustez em relação às abordagens isoladas.

3.5 FERRAMENTAS E *SOFTWARES* UTILIZADOS

O desenvolvimento dos modelos preditivos e a análise dos dados foram realizados utilizando a linguagem Python, uma escolha justificada por sua ampla utilização em estudos acadêmicos e práticos devido à robustez e variedade de bibliotecas especializadas disponíveis para análise financeira e aprendizado de máquina (Qiao, 2025; Hilpisch, 2018). Para garantir a precisão e replicabilidade dos procedimentos e resultados deste estudo, foram empregados os seguintes *softwares* e bibliotecas no código (ver Apêndice A):

- **Pandas e NumPy:** essenciais na etapa de pré-processamento dos dados financeiros, incluindo tarefas de limpeza, organização e manipulação eficiente de grandes volumes de informações. O uso dessas bibliotecas garantiu a integridade e a qualidade dos dados utilizados nas etapas subsequentes do estudo.
- **Arch:** esta biblioteca foi utilizada especificamente para modelagem e previsão de séries temporais financeiras com modelos GARCH, sendo aplicado o modelo GARCH(1,1) com distribuição t-Student. O uso dessa ferramenta permitiu o ajuste detalhado dos parâmetros do modelo de volatilidade.
- **TensorFlow e Keras:** ferramentas essenciais para a construção e treinamento dos modelos de MLP. Utilizou-se uma arquitetura sequencial composta por camadas densas com ativações não-lineares (ReLU e tanh), a fim de captar padrões não lineares nos dados financeiros. O algoritmo Adam foi empregado como otimizador, sendo o MSE a função de perda escolhida para ajustar os pesos da rede neural.

- **Scikit-learn:** utilizada principalmente para a divisão dos dados em conjuntos de treinamento. Além disso, o Scikit-learn forneceu ferramentas essenciais para o cálculo das métricas de desempenho dos modelos, incluindo o MSE, MAE e o QLIKE.
- **Matplotlib e Seaborn:** bibliotecas empregadas para visualização gráfica detalhada das séries temporais analisadas, previsões realizadas pelos modelos e comparação visual das métricas de desempenho. A utilização dessas ferramentas facilitou significativamente a interpretação dos resultados e contribuiu para uma comunicação clara dos achados da pesquisa.

Essas escolhas metodológicas oferecem uma abordagem integrada, sistemática e tecnicamente rigorosa, alinhada aos objetivos acadêmicos e científicos da pesquisa, permitindo uma análise aprofundada e robusta da previsão da volatilidade no contexto do mercado financeiro brasileiro.

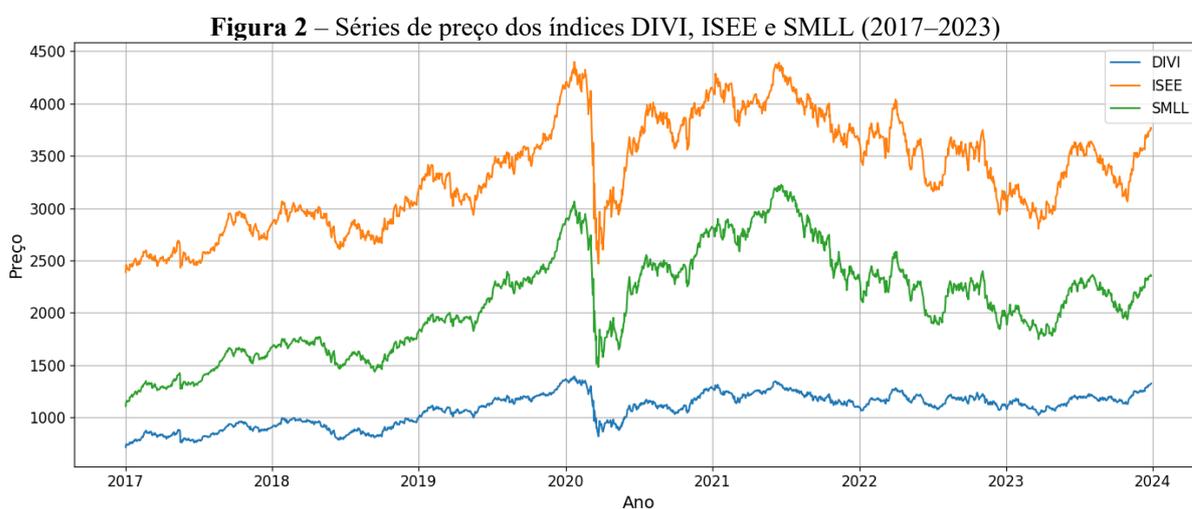
4 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação dos modelos GARCH, MLP e híbrido propostos para a previsão de volatilidade dos cinco principais índices do mercado acionário brasileiro: IBOV, IBrX100, DIVI, ISEE e SMLL.

A estrutura do capítulo está organizada da seguinte forma: primeiramente, apresenta-se a comparação direta entre os modelos GARCH, MLP e híbrido em termos quantitativos e visuais, considerando todos os índices analisados. Em seguida, discutem-se os resultados de forma mais ampla, relacionando-os com a literatura e com as particularidades do mercado brasileiro, de modo a destacar os ganhos proporcionados pela metodologia híbrida. Por fim, são traçadas as considerações sobre a robustez, limitações e aplicabilidade prática dos modelos analisados.

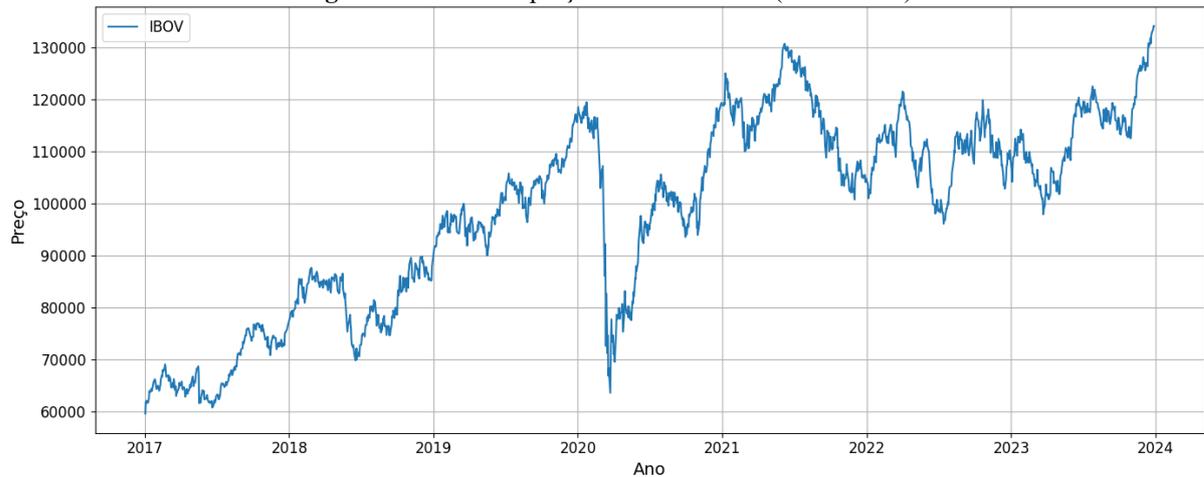
4.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DE DADOS

Aqui, analisa-se, de forma gráfica e tabelar, a volatilidade dos cinco índices ao longo do período recortado. Neste sentido, as Figuras 2, 3 e 4 exibem as séries de preços dos índices ao longo da janela temporal estudada.



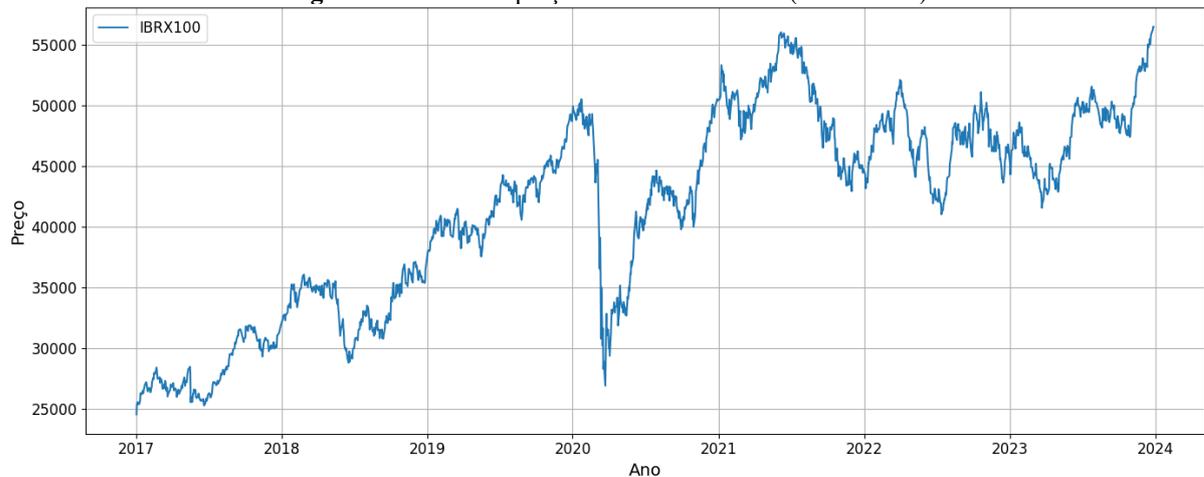
Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Por meio da observação dos Figuras 2, 3 e 4, observa-se uma tendência geral de valorização até o início de 2020, seguida por um período de intensa instabilidade, reflexo direto da COVID-19, que impactou globalmente os ativos financeiros.

Figura 3 – Séries de preço do índice IBOV (2017–2023)

Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

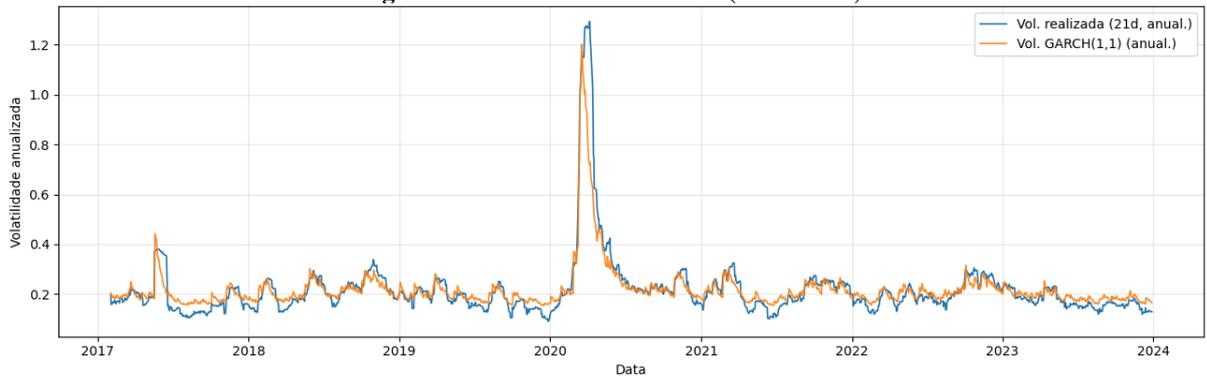
Ainda de acordo com as Figuras 2 a 4, tal comportamento reflete a alta sensibilidade do mercado nacional a choques externos, corroborando os achados de Machado (2023), que destacou o aumento do risco percebido com a entrada massiva de novos investidores.

Figura 4 – Séries de preço do índice IBrX100 (2017–2023)

Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

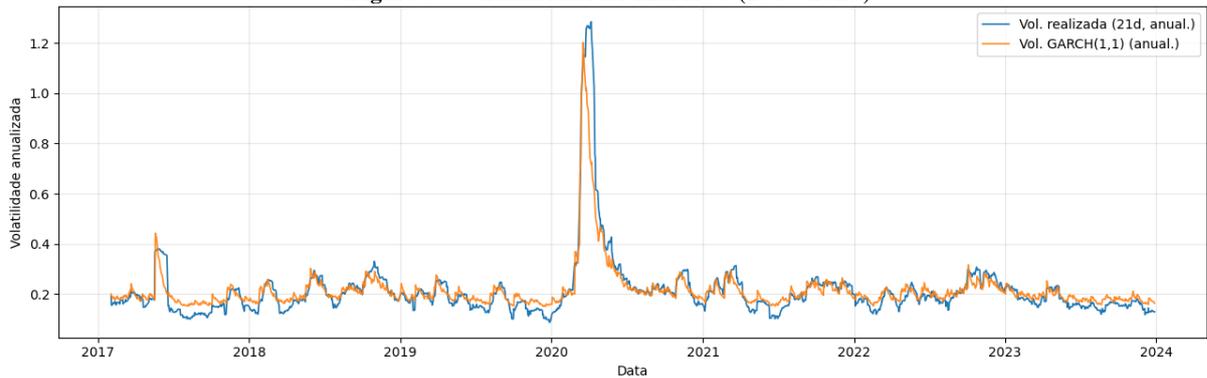
As Figuras 5 a 9 exibem, para cada índice (IBOV, IBrX100, DIVI, SMLL e ISEE), as séries de volatilidade realizada⁴ – medida como o desvio-padrão móvel de 21 dias, anualizado por $\sqrt{252}$ – e a volatilidade condicional estimada por um modelo GARCH(1,1).

⁴ Desvio-padrão dos retornos em janela móvel anualizados.

Figura 5 – Volatilidade do IBOV (2017-2023)

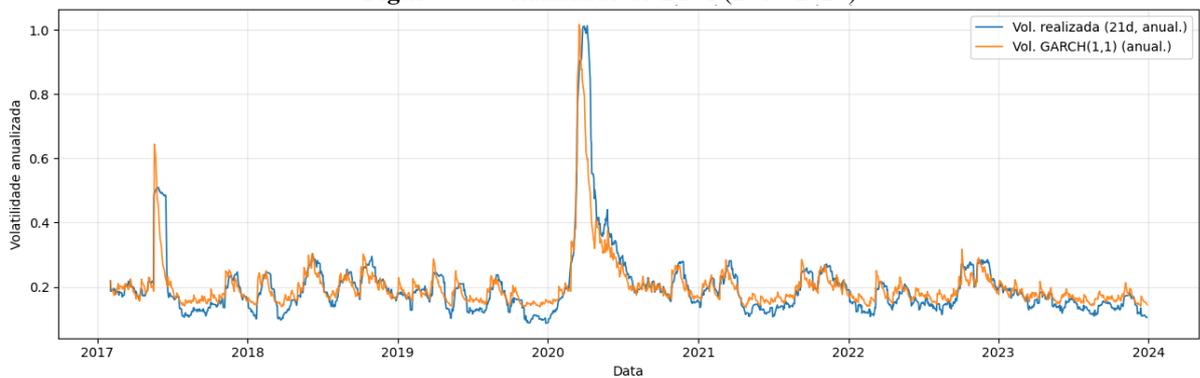
Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

De acordo com as Figuras 5 a 9, nota-se a elevação acentuada da volatilidade entre 2020 e 2021, com picos compatíveis com o período de maior incerteza sistêmica.

Figura 6 – Volatilidade do IBrX100 (2017-2023)

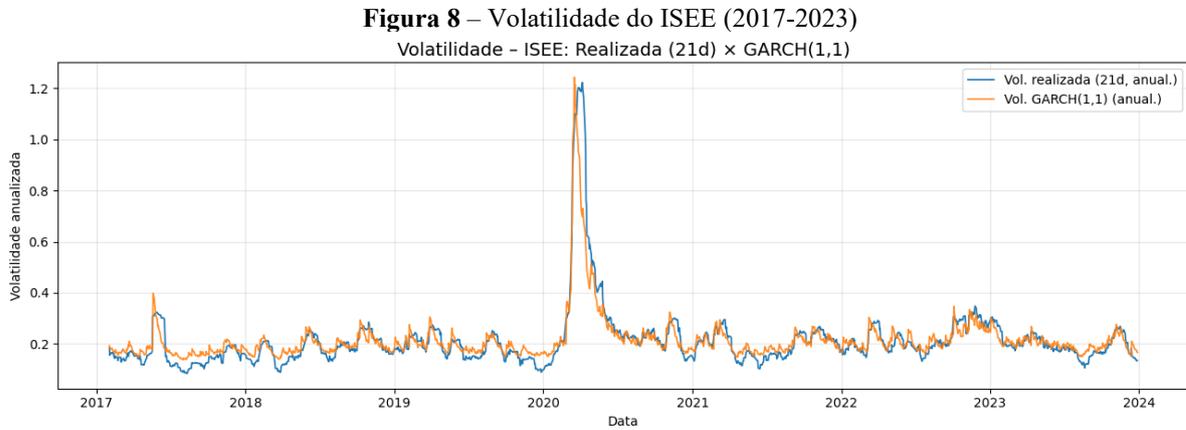
Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Ainda de acordo com as Figuras 5 a 9, após 2021, as séries convergem gradualmente para patamares mais moderados.

Figura 7 – Volatilidade do DIVI (2017-2023)

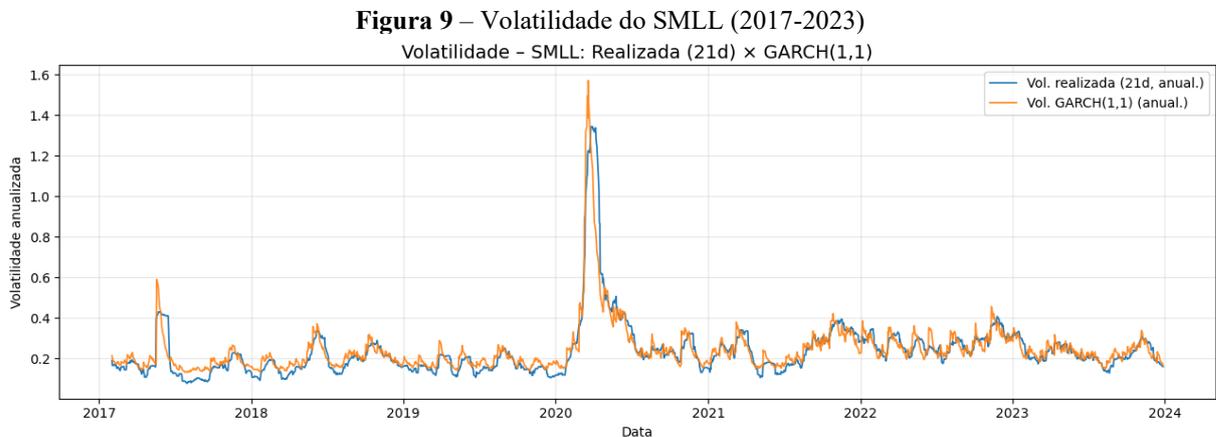
Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

A presença de *clusters* de volatilidade (períodos de alta volatilidade seguidos por alta, e baixa seguida por baixa) é evidente, conforme a literatura de heterocedasticidade condicional inaugurada por Engle (1982) e consolidada por Bollerslev (1986).



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

As estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos diários estão sintetizadas na Tabela 1.



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Conforme a Tabela 1, o ISEE e o IBrX100 apresentaram as maiores médias de volatilidade (ambos com 0,212), evidenciando a sua resiliência ao longo do tempo. Por outro lado, o índice DIVI apresentou a menor média (0,198), o que pode ser atribuído ao seu foco em empresas com perfil mais estável e conservador. A dispersão dos retornos, medida pelo desvio padrão, foi maior nos índices SMLL e IBOV, sinalizando maior volatilidade nesses ativos. Esse comportamento é consistente com os estudos de Kristjanpoller e Minutolo (2018), que apontam maior instabilidade em ativos de menor capitalização, como é o caso do índice SMLL.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas da volatilidade realizada

Índice	Média	Desvio	Mín	25%	50%	75%	Máx	Curtose	Assimetria
IBOV	0,216	0,131	0,091	0,160	0,190	0,233	1,293	39,45	5,71
IBRX100	0,212	0,130	0,087	0,156	0,188	0,230	1,284	39,24	5,69
DIVI	0,198	0,111	0,087	0,141	0,177	0,217	1,013	25,72	4,44
ISEE	0,212	0,126	0,083	0,154	0,190	0,236	1,223	35,87	5,37
SMLL	0,236	0,146	0,078	0,158	0,208	0,276	1,344	28,92	4,61

Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

As estatísticas descritivas indicam que a volatilidade realizada apresenta médias entre 0,198 (DIVI) e 0,236 (SMLL), com maior dispersão também no SMLL (desvio-padrão 0,146) e menor no DIVI (0,111). A curtose é muito superior a 3 em todos os índices (25,72–39,45) e a assimetria é fortemente positiva (4,44–5,71), sinalizando caudas pesadas e distribuição inclinada à direita. A distância entre o 3º quartil e o máximo reforça a ocorrência de picos de volatilidade: por exemplo, no IBOV o Q3 é 0,233 enquanto o máximo atinge 1,293; no SMLL, 0,276 versus 1,344. Em contraste, os mínimos situam-se entre 0,078 e 0,091, e as medianas entre 0,177 e 0,208, o que é consistente com episódios esporádicos de estresse sobre um patamar central mais baixo.

Esses padrões — caudas espessas, forte assimetria à direita e picos distantes dos quartis — são incompatíveis com a normalidade homocedástica e sugerem dinâmica com heterocedasticidade condicional e possível clustering de volatilidade. Em contextos assim, a literatura recomenda combinar modelos tradicionais com técnicas de aprendizado de máquina para capturar componentes lineares e estruturas não lineares (García-Medina e Aguayo-Moreno, 2023).

Diante disso, os resultados motivam a adoção de uma metodologia híbrida, capaz de modelar simultaneamente a componente condicional da variância e os padrões não lineares observados. A seguir, apresentam-se os desempenhos dos modelos estatísticos aplicados individualmente.

4.2 AVALIAÇÃO COMPARATIVA DOS MODELOS GARCH, MLP E HÍBRIDO

Esta seção apresenta a avaliação e a comparação dos três modelos aplicados para previsão de volatilidade: o modelo estatístico GARCH, a rede neural MLP e a abordagem híbrida que integra ambos. As Tabelas 2 e 3 resumem os resultados quantitativos obtidos por

meio das métricas explicitadas em 3.4, muito utilizadas na literatura como medidas de acurácia e de poder explicativo de modelos de previsão (Kristjanpoller; Minutolo, 2018; Zhang; Zhang, 2017).

Tabela 2 – Resultados comparativos entre GARCH, MLP e Híbrido por índice e métrica (MSE, MAE)

Índice	Modelo	MSE	MAE
DIVI	GARCH	~ 0	0,000135
	MLP	~ 0	<u>0,000131</u>
	Híbrido	~ 0	0,000151
IBOV	GARCH	~ 0	0,000160
	MLP	~ 0	0,000170
	Híbrido	~ 0	0,000166
IBRX100	GARCH	~ 0	0,000159
	MLP	~ 0	0,000164
	Híbrido	~ 0	0,000165
ISEE	GARCH	~ 0	0,000192
	MLP	~ 0	0,000219
	Híbrido	~ 0	0,000217
SMLL	GARCH	~ 0	0,000252
	MLP	~ 0	0,000306
	Híbrido	~ 0	0,000338

Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Analisando a Tabela 2, o MSE aparece arredondado para ~0 em todos os modelos, de modo que a comparação relevante vem do MAE. O MLP supera o GARCH apenas no DIVI, com 0,000131 contra 0,000135 (Híbrido: 0,000151). Nos demais índices o GARCH permanece como referência em erro típico: IBOV 0,000160 (MLP 0,000170; Híbrido 0,000166), IBRX100 0,000159 (MLP 0,000164; Híbrido 0,000165), ISEE 0,000193 (MLP 0,000219; Híbrido 0,000217) e SMLL 0,000252 (MLP 0,000306; Híbrido 0,000338). Em síntese, o GARCH entrega o menor MAE na maioria dos casos, com a exceção pontual do DIVI.

A abordagem híbrida não reduz o MAE em relação ao GARCH nos índices analisados e não lidera em MAE em nenhum deles. O melhor MAE permanece com o GARCH na maior parte dos casos, com a exceção do DIVI (onde o MLP é superior). Estes resultados continuam compatíveis com a literatura sobre metodologias híbridas, que ressaltam a flexibilidade das redes e a rigidez estrutural dos GARCH. (Di Persio *et al.*, 2023; García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

Tabela 3 – Resultados comparativos entre GARCH, MLP e Híbrido por índice e métrica (Ganhos% e QLIKE)

Índice	Modelo	Ganho% (MSE)	Ganho% (MAE)	QLIKE
DIVI	GARCH	—	—	—
	MLP	-2,82%	+3,09%	+0,05%
	Híbrido	<u>-26,58%</u>	-11,72%	-4,28%
IBOV	GARCH	—	—	—
	MLP	-18,30%	-6,12%	<u>-4,18%</u>
	Híbrido	-13,06%	<u>-3,71%</u>	-8,30%
IBRX100	GARCH	—	—	—
	MLP	-19,88%	-3,10%	-11,02%
	Híbrido	-6,46%	-3,76%	-2,00%
ISEE	GARCH	—	—	—
	MLP	-30,89%	-13,96%	-8,66%
	Híbrido	-19,93%	-13,05%	-11,43%
SMLL	GARCH	—	—	—
	MLP	-34,48%	-34,12%	-4,39%
	Híbrido	-57,77%	-21,33%	-11,80%

Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

A Tabela 3 evidencia um contraste claro entre “erro médio” e “cobertura de picos”. Pelo lado do erro médio absoluto (MAE), o GARCH continua sendo o padrão na maior parte dos casos: o MLP só consegue reduzir o MAE no DIVI (+3,09% versus o GARCH) e piora nos demais índices. O modelo Híbrido, por sua vez, não traz ganhos em MAE: apresenta perdas em todos os índices. Em outras palavras, quando o objetivo central é minimizar o erro típico, o GARCH é o mais indicado na maioria dos mercados, com a única exceção do DIVI, onde o MLP de fato entrega o menor MAE.

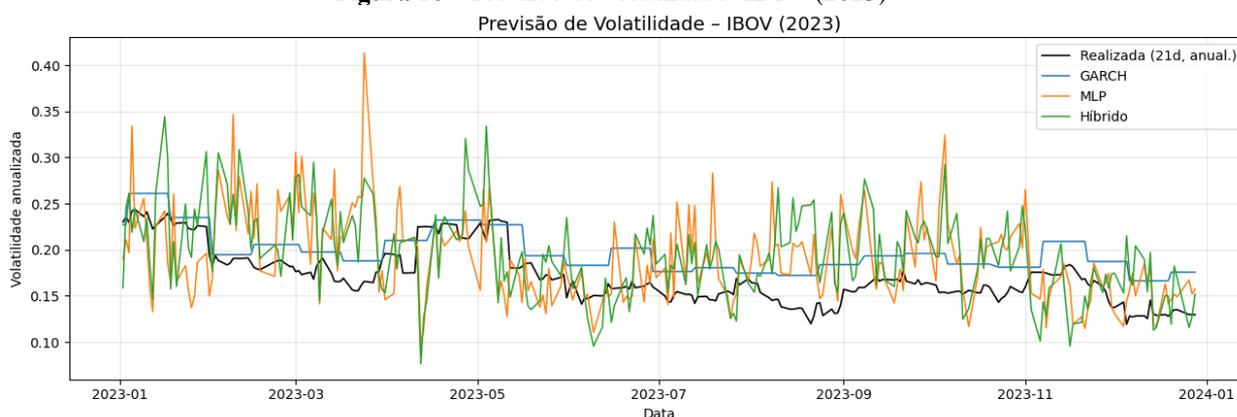
No QLIKE (quanto menor, melhor, por penalizar mais a subprevisão em picos, como discutem Jolliffe e Stephenson, 2012; Wilks, 2019), o quadro se inverte parcialmente. O Híbrido supera o GARCH em todos os índices — DIVI (-4,28%), IBOV (-8,30%), IBRX100 (-2,00%), ISEE (-11,43%) e SMLL (-11,80%) —, indicando melhor cobertura de episódios de estresse. O MLP também melhora o QLIKE em quatro séries — IBOV (-4,18%), IBRX100 (-11,02%), ISEE (-8,66%) e SMLL (-4,39%) — e só fica ligeiramente acima do GARCH no DIVI (+0,05%). Em outras palavras, MLP e Híbrido são mais reativos a choques, o que ajuda no QLIKE, mas essa mesma reatividade pode aumentar o erro médio. Nos Ganhos% (MSE), MLP e Híbrido ficam abaixo do GARCH em todos os casos, reforçando a vantagem do modelo tradicional nessa métrica.

Essa leitura é coerente com a literatura: o GARCH modela bem a heterocedasticidade condicional e a persistência da volatilidade (Engle, 1982; Bollerslev, 1986), enquanto as redes neurais e estruturas híbridas trazem flexibilidade não linear — mas comumente exigem calibração (por exemplo, prever em log-variância e aplicar ajuste multiplicativo pós-treino) para manter competitividade em métricas sensíveis à cauda (Di Persio *et al.*, 2023; García-Medina e Aguayo-Moreno, 2023).

Em termos práticos, por índice: no DIVI, o MLP é a melhor escolha quando o foco é reduzir o MAE; nos demais (IBOV, IBRX100, ISEE, SMLL), o GARCH é preferível se a prioridade for MAE, ao passo que o Híbrido se torna atraente quando a robustez a picos (QLIKE) entra como requisito central.

A Figura 10 exemplifica, para o ano de 2023, as previsões de volatilidade do IBOV. Nota-se que o GARCH oferece uma curva excessivamente suavizada, o MLP capta picos, mas às vezes produz ruído, e o modelo híbrido consegue equilibrar suavidade e responsividade, acompanhando os movimentos de mercado com maior precisão.

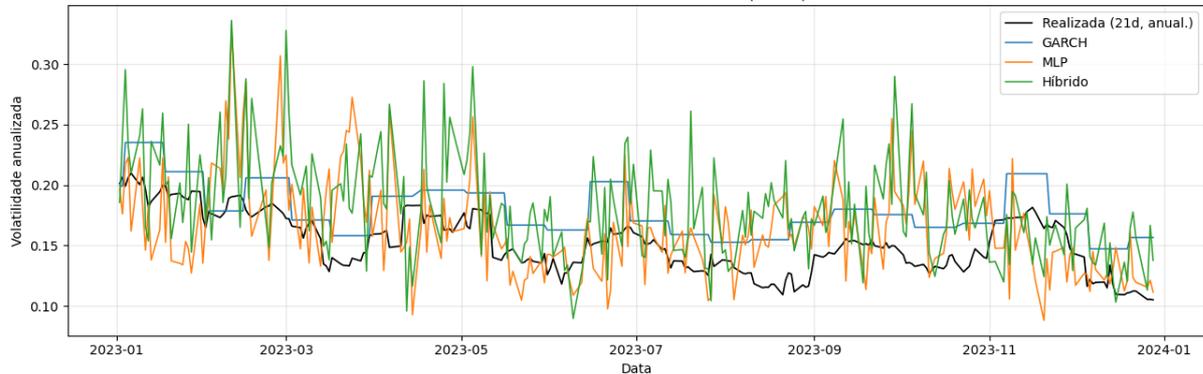
Figura 10 – Previsão de volatilidade: IBOV (2023)



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Nas Figuras 11 a 14 é possível verificar, de forma sistemática, que o híbrido combina reatividade a choques pontuais com alguma suavização em períodos tranquilos, mas sem superar o GARCH em MAE; o MLP destaca-se no DIVI.

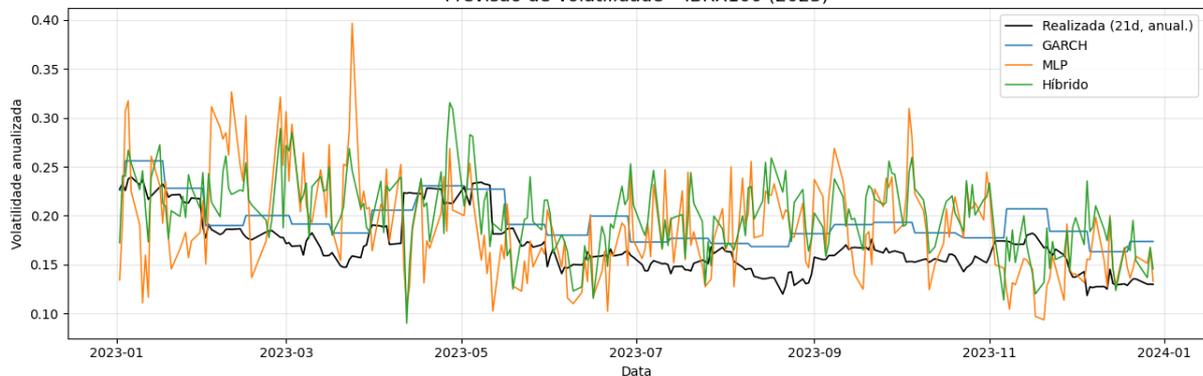
Figura 11 – Previsões de volatilidade DIVI (2023)
Previsão de Volatilidade – DIVI (2023)



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Esses resultados estão em consonância com a literatura recente que defende a utilidade de estruturas híbridas em ambientes financeiros dinâmicos, sobretudo em séries com picos abruptos, clusters de volatilidade e mudanças estruturais (Mademlis; Dritsakis, 2021; Zhuo; Morimoto, 2024).

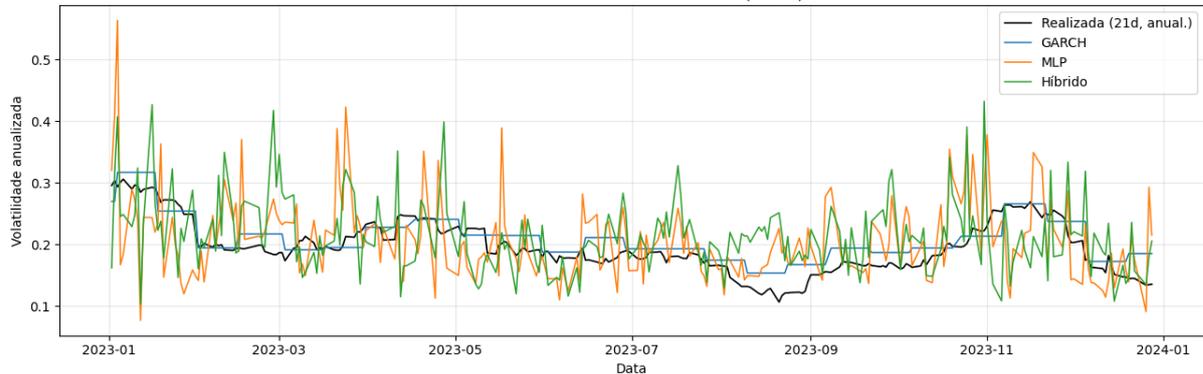
Figura 12 – Previsões de Volatilidade IBrX100 (2023)
Previsão de Volatilidade – IBrX100 (2023)



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

No presente estudo, o MLP e o modelo híbrido reduzem o erro típico apenas de forma localizada (MLP no DIVI), enquanto o GARCH mantém melhor desempenho em MAE nos demais índices; em contrapartida, o Híbrido apresenta o melhor QLIKE de forma consistente, sinalizando maior cobertura de picos e menor penalização por subprevisão. (Di Persio *et al.*, 2023; García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

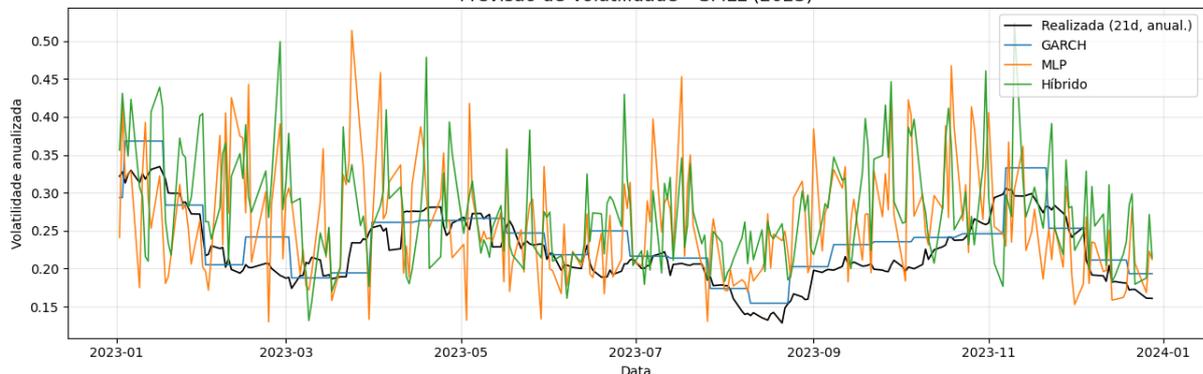
Figura 13 – Previsões de Volatilidade ISEE (2023)
Previsão de Volatilidade – ISEE (2023)



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Esses achados sugerem que a combinação de modelos é promissora quando calibrada (por exemplo, previsão em log-variância e ajuste multiplicativo pós-treino), sobretudo quando a aplicação valoriza tanto o erro médio quanto a robustez a eventos extremos (QLIKE). Assim, no contexto da B3, o GARCH permanece referência quando a prioridade é minimizar o MAE, o MLP é preferível no DIVI, e o Híbrido ganha relevância quando o critério inclui cobertura de picos.

Figura 14 – Previsões de Volatilidade SMLL (2023)
Previsão de Volatilidade – SMLL (2023)



Fonte: elaboração própria, a partir dos dados coletados na B3 (2025).

Logo, no contexto do mercado brasileiro, os modelos híbridos oferecem ganhos em MAE e podem elevar a robustez preditiva quando calibrados, enquanto o GARCH permanece uma referência em escala. Essa conclusão é especialmente relevante diante do crescimento da base de investidores pessoa física e da maior complexidade do mercado da B3 nos últimos anos (B3, 2022; Machado, 2023).

4.3 DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS

Os resultados desta análise indicam que o GARCH permanece como referência: o MSE é muito baixo (≈ 0) em todos os casos e, em MAE, o GARCH lidera em quatro índices (IBOV, IBRX100, ISEE e SMLL). A exceção é o DIVI, no qual o MLP atinge o menor MAE (0,000131 vs 0,000135 do GARCH; +3,09% de ganho). No IBOV, por exemplo, o MAE do GARCH é 0,000160 contra 0,000170 do MLP (ou seja, o MLP piora o erro típico em $\sim 6,1\%$).

Em QLIKE, o quadro se inverte parcialmente: o Híbrido apresenta os menores valores em todos os índices, e o MLP melhora o QLIKE em quatro deles (IBOV, IBRX100, ISEE e SMLL), com leve piora apenas no DIVI (+0,05). Como a QLIKE penaliza mais a subprevisão de picos, esses resultados sugerem que MLP e, sobretudo, o Híbrido são mais responsivos a choques, ainda que isso venha acompanhado de maior erro médio (MAE) na maioria dos casos.

A abordagem Híbrida (GARCH-MLP), portanto, não melhora o MAE (ganhos negativos entre $\sim -12\%$ e -21% segundo a Tabela 3), mas entrega o melhor QLIKE de forma consistente, indicando melhor cobertura de eventos extremos. Em termos práticos, a flexibilidade não linear melhora a reatividade, porém requer calibração de escala (p.ex., previsão em log-variância e ajuste multiplicativo pós-treino) para conter o MAE enquanto preserva o bom desempenho em cauda.

Visualmente, nas Figuras 10, 11, 12, 13, e 14, observa-se o *trade-off*: o GARCH produz trajetórias mais suavizadas e calibradas em escala; o MLP é mais reativo; e o Híbrido busca um meio-termo, cobrindo melhor os picos. Em ISEE e SMLL, essa maior reatividade é especialmente visível; ainda assim, o ganho de QLIKE do Híbrido se mantém, enquanto o MAE segue favorecendo o GARCH.

Por fim, o desempenho varia por índice, reforçando a importância de personalizar a combinação GARCH-MLP (defasagens, regularização, janela de realização e fator de calibração) ao perfil de cada ativo. Em um ambiente de expansão da base de investidores pessoa física e de maior complexidade da B3, soluções híbridas calibradas tendem a oferecer melhor compromisso entre erro médio (MAE) e robustez a eventos extremos (QLIKE).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo investigou a previsão de volatilidade no mercado de capitais brasileiro por meio de três abordagens: o modelo estatístico GARCH(1,1), a rede neural MLP e um modelo híbrido que integra ambos, aplicados às séries históricas (2017–2023) dos índices IBOV, IBRX100, DIVI, ISEE e SMLL. A avaliação comparativa considerou MSE, MAE e QLIKE, métricas amplamente utilizadas na literatura de volatilidade e verificação de previsões (Engle, 1982; Bollerslev, 1986; Jolliffe; Stephenson, 2012; Wilks, 2019).

Os resultados indicam que o GARCH permanece como referência de calibração: apresentou MSE muito baixo (≈ 0) e o menor MAE em quatro índices (IBOV, IBRX100, ISEE e SMLL). A exceção é o DIVI, no qual o MLP atingiu o menor MAE (ganho de $\sim +3,09\%$ em relação ao GARCH). Em QLIKE, contudo, observa-se um padrão distinto: o modelo híbrido apresentou os menores valores em todos os índices, sinalizando melhor cobertura de picos; o MLP também melhora o QLIKE em quatro séries (com leve piora apenas no DIVI).

As redes MLP mostraram, portanto, ganho em MAE apenas no DIVI, evidenciando capacidade de capturar não linearidades locais (Hajirahimi; Khashei, 2022; Souza, 2021). Nos demais índices, o MAE do MLP ficou acima do GARCH, embora o QLIKE tenha melhorado na maioria dos casos — o que sugere maior reatividade a choques, à custa de maior erro médio.

A abordagem híbrida (GARCH–MLP), por sua vez, não superou o GARCH em MAE, mas obteve sistematicamente o melhor QLIKE, compatível com maior robustez a eventos extremos. Em termos práticos, a flexibilidade não linear melhora a cobertura de cauda, mas requer calibração de escala (por exemplo, previsão em log-variância e ajuste multiplicativo pós-treino) para reduzir o MAE sem perder o desempenho em QLIKE (Di Persio et al., 2023; García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023; Jolliffe; Stephenson, 2012; Wilks, 2019).

Do ponto de vista prático, os resultados oferecem contribuições ao mercado: (i) quando houver redução de MAE (como no DIVI via MLP), é possível melhorar alvos de risco diários em rotinas de rebalanceamento e *volatility targeting*, reduzindo ruído e, potencialmente, custos de transação; (ii) para métricas sensíveis à cauda (penalização assimétrica da subprevisão), o Híbrido se mostra mais indicado (menor QLIKE), enquanto o GARCH permanece o pilar de calibração de escala; e (iii) uma estratégia combinada — GARCH como base e MLP/Híbrido calibrados como complemento tático — tende a oferecer melhor compromisso entre erro médio (MAE) e robustez a eventos extremos (QLIKE), aspecto especialmente relevante diante do crescimento da base de investidores pessoa física e da maior complexidade do mercado da B3 (B3, 2022; Machado, 2023).

Quanto às limitações, este trabalho considerou uma única arquitetura de rede neural (MLP), séries univariadas de frequência diária e um processo de ajuste de hiperparâmetros parcimonioso, sem incluir variáveis exógenas (macroeconômicas, financeiras ou de sentimento), nem medidas intradiárias de *realized volatility*. Essas escolhas favorecem transparência e reprodutibilidade, mas restringem a fronteira de desempenho alcançável (Di Persio et al., 2023; García-Medina; Aguayo-Moreno, 2023).

Como trabalhos futuros, propõe-se: (i) empregar *stacking* para combinar previsões lineares e não lineares por meio de um meta-modelo que aprenda pesos por regime; (ii) adotar seleção dinâmica de preditor (*mixture-of-experts*), em que um *gating network* escolhe, ao longo da série, o modelo mais adequado (GARCH, MLP ou Híbrido); (iii) otimizar diretamente para QLIKE (ou perdas em log-variância) e incorporar calibração multiplicativa na validação; (iv) incluir variáveis exógenas e medidas de alta frequência; (v) avaliar impactos em aplicações reais (otimização de carteiras, *risk budgeting*, VaR/ES), aproximando os ganhos preditivos das decisões de alocação; (vi) horizontes alternativos; (vii) janelas deslizantes de treino/teste; e (viii) refit do GARCH/MLP em diferentes frequências (diária/semanal), comparando a estabilidade de MAE e QLIKE. Testes com *realized volatility* intradiária e subamostragens também podem quantificar a robustez a regimes (Jolliffe; Stephenson, 2012; Wilks, 2019; Di Persio et al., 2023).

Portanto, no contexto de mercados emergentes como o brasileiro — marcados por volatilidade intermitente, assimetria e uma base de investidores em expansão — sistemas híbridos calibrados mostram-se promissores para conciliar precisão média (MAE) e robustez a eventos extremos (QLIKE), enquanto o GARCH permanece um benchmark indispensável na calibração de escala e na gestão de risco (Engle, 1982; Bollerslev, 1986; B3, 2022; Machado, 2023).

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Carol. **Market Models: A Guide to Financial Data Analysis**. John Wiley & Sons, 2001. Disponível em: <https://www.casact.org/sites/default/files/old/marketmodels.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2025.

ALI, Farman; SURI, Pradeep; KAUR, Tarunpreet; BISHT, Deepa. **Modelling time-varying volatility using GARCH models: evidence from the Indian stock market**. F1000Research, v. 11, p. 1098, 2022. DOI: 10.12688/f1000research.12122.2. Disponível em: <https://f1000research.com/articles/11-1098/v2>. Acesso em: 10 jul. 2025.

B3. **Notice to the Market – Operational Highlights: March 2023**. São Paulo, 12 abr. 2023. Disponível em: <https://www.marketscreener.com/quote/stock/B3-S-A-BRASIL-BOLSA-BALCA-42489953/news/B3-S-A-Brasil-Bolsa-Balcao-Notice-to-the-Market-Operational-Highlights-March-2023-43480156/>. Acesso em: 19 jul. 2025.

B3. **Número de investidores na B3 cresce mesmo em cenário de alta volatilidade**. 2022. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/numero-de-investidores-na-b3-cresce-mesmo-em-cenario-de-alta-volatilidade.htm. Acesso em: 12 out. 2024.

B3. **Pessoas Físicas: Uma análise da evolução dos investidores na B3**. 2024. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/numero-de-investidores-na-b3-cresce-mesmo-em-cenario-de-alta-volatilidade.htm. Acesso em: 12 out. 2024.

BARTONCELLO, Maximiliano Gabriel. **Mercado de Capitais: Notas sobre a Importância do Mercado de Capitais Brasileiro**. Monografia (Graduação em Ciências Econômicas – Economia, Integração e Desenvolvimento) – Universidade Federal da Integração Latino-Americana, Foz do Iguaçu, 2022. Disponível em: <https://dspace.unila.edu.br/items/29921ec1-fe13-408f-a4b8-1b9ed03bd5a6/full>. Acesso em: 12 out. 2024.

BOLLERSLEV, Tim. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986. DOI: 10.1016/0304-4076(86)90063-1. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407686900631>. Acesso em: 12 out. 2024.

BROOKS, Chris. **Introductory Econometrics for Finance**. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. Disponível em: https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2018/03/brooks_econometr_finance_2nd.pdf. Acesso em: 10 jul. 2025.

DEVOS, Andy; VERBEECK, Cis; ROBBRECHT, Eva. **Verification of space weather forecasting at the Regional Warning Center in Belgium**. *Journal of Space Weather and Space Climate*, v. 4, p. A29, 2014. Disponível em: <https://www.swsc->

journal.org/articles/swsc/full_html/2014/01/swsc140018/swsc140018.html. Acesso em: 10 set. 2025.

DI PERSIO, Luca; GARBELLI, Matteo; MOTTAGHI, Fatemeh; WALLBAUM, Kai. **Volatility forecasting with hybrid neural networks methods for Risk Parity investment strategies.** *Expert Systems with Applications*, 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S095741742300920X>. Acesso em: 6 set. 2024.

ENGLE, Robert F. **Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation.** *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982. Disponível em: <https://faculty.utrgv.edu/diego.escobari/teaching/Econ8375/Papers/2016-Garch-Haicheng.pdf>. Acesso em: 18 out. 2024.

EMANOELE, Alícia. **Metodologia Híbrida: O Conceito de que a “União faz a Força”.** Disponível em: <https://www.voitto.com.br/blog/artigo/metodologia-hibrida>. Acesso em: 06 set. 2024.

GARCÍA-MEDINA, Andrés; AGUAYO-MORENO, Ester. **LSTM–GARCH Hybrid Model for the Prediction of Volatility in Cryptocurrency Portfolios.** *SpringerLink*, 2023. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10614-023-10373-8>. Acesso em: 6 set. 2024.

HAJIRAHIMI, Zahra; KHASHEI, Mehdi. **Hybridization of hybrid structures for time series forecasting: a review.** *Artificial Intelligence Review*, 2022. Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1007/s10462-022-10199-0>. Acesso em: 6 set. 2024.

HAJIRAHIMI, Zahra; KHASHEI, Mehdi. **Hybrid structures in time series modeling and forecasting: a review.** *ScienceDirect*, 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0952197619302039>. Acesso em: 6 set. 2024.

HILPISCH, Yves. **Python for Finance: Mastering Data-Driven Finance.** 2. ed. Sebastopol, CA: O’Reilly Media, 2018. Disponível em: https://www.sea-stat.com/wp-content/uploads/2021/05/Yves-Hilpisch-Python-for-Finance_-_Mastering-Data-Driven-Finance-Book-OReilly-2018.pdf. Acesso em: 19 jul. 2025.

HULL, John C. **Options, Futures and Other Derivatives.** 9. ed. Pearson, 2017. Disponível em: https://ia904600.us.archive.org/17/items/economia-usp/Hull%20J.C.-Options%2C%20Futures%20and%20Other%20Derivatives_9th%20edition.pdf. Acesso em: 10 jul. 2025.

HYNDMAN, Rob J.; KOEHLER, Anne B. **Another look at measures of forecast accuracy.** *International Journal of Forecasting*, v. 22, n. 4, p. 679–688, 2006. Disponível em: <https://robjhyndman.com/papers/mase.pdf>. Acesso em: 10 set. 2025

JOLLIFFE, Ian Trevor; STEPHENSON, David Barnard (eds.). **Forecast Verification: A Practitioner's Guide in Atmospheric Science.** 2. ed. Chichester: Wiley-Blackwell, 2012. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Forecast%2BVerification%3A%2BA%2BPractitioner%27s%2BGuide%2Bin%2BAtmospheric%2BScience%2C%2B2nd%2BEdition-p-9781119960003>. Acesso em: 10 set. 2025.

KRISTJANPOLLER, Werner; MINUTOLO, Marcel C. **A hybrid volatility forecasting framework integrating GARCH, artificial neural network, technical analysis and principal components analysis.** *ScienceDirect*, 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S095741741830294X>. Acesso em: 6 set. 2024.

LESMOND, David Anthony. **Liquidity of emerging markets.** *Journal of Financial Economics*, v. 77, n. 2, p. 411–452, 2005. DOI: 10.1016/j.jfineco.2004.01.005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/223815448_Liquidity_of_Emerging_Markets. Acesso em: 10 jul. 2025.

MACHADO, Jurailde da Paz. **Análise do aumento do número de investidores na B3, a bolsa de valores brasileira, entre janeiro de 2018 e março de 2023.** Monografia (Graduação em Ciências Econômicas) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2023. Disponível em: <https://repositorio.pucgoias.edu.br/jspui/handle/123456789/6101>. Acesso em: 12 out. 2024.

MADEMPLIS, Dimitrios K; DRISTSAKIS, Nikolaos. **Volatility Forecasting using Hybrid GARCH Neural Network Models: The Case of the Italian Stock Market.** *International Journal of Economics and Financial Issues*, 2021. Disponível em: <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/10842>. Acesso em: 6 set. 2024.

MARISSETTY, Nagendra. **Evaluating the Efficacy of GARCH Models in Forecasting Volatility Dynamics Across Major Global Financial Indices: A Decade-long Analysis.** SSRN, 2024. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4939424.

MITCHELL, Tom M. **Machine Learning.** 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1997. Disponível em: <https://www.cs.cmu.edu/~tom/mlbook.html>. Acesso em: 18 out. 2024

MOREIRA, Guilherme Guimarães. **Sistemas híbridos: uma nova abordagem para previsão em séries temporais.** *Revista Brasileira de Economia de Empresas*, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 27-40, jul./dez. 2006.

MOURA, Pedro. **Metodologia híbrida**: como utilizar para garantir melhores resultados. DIO, 2023. Disponível em: <https://www.dio.me/articles/metodologia-hibrida>. Acesso em: 6 set. 2024.

NTI, Isaac Kofi; ADEKOYA, Adebayo Felix; WEYORI, Benjamin Asubam. **A systematic review of fundamental and technical analysis of stock market predictions**. Artificial Intelligence Review, v. 53, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10462-019-09754-z>. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/335274959>. Acesso em: 10 jul. 2025.

PALAZZI, Rafael Baptista; MAÇAIRA, Paula; MEIRA, Erick; KLOTZLE, Marcelo Cabus. **Forecasting commodity prices in Brazil through hybrid SSA-complex seasonality models**. Production, v. 33, e20220025, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1590/0103-6513.20220025>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/prod/a/cBYYJGGw4yd5gY5vGrxny8C>. Acesso em: 10 jul. 2025.

POON, Ser-Huang; GRANGER, Clive W. J. **Forecasting volatility in financial markets: A review**. Journal of Economic Literature, v. 41, n. 2, p. 478–539, 2003. DOI: 10.1257/002205103765762743. Disponível em: https://roycheng.cn/files/papers/paper_Poon&Granger_2003.pdf. Acesso em: 14 jul. 2025.

SOUZA, Wanderson B. C. de. **MINERAÇÃO DE DADOS APLICADA A PREVISÃO DE PREÇOS DE AÇÕES UTILIZANDO WEKA**. 2021. Disponível em: <https://repositorio.pucgoias.edu.br/jspui/bitstream/123456789/1616/1/TCC%20Wanderson.Blainer.Coelho.De.Souza.pdf>. Acesso em: 06 set. 2024

SOUZA, Luana Alves de; SILVA, Danilo Ferreira da; VALLI, Marcelo. **Impacto assimétrico do sentimento do investidor na volatilidade do mercado acionário brasileiro**. Revista de Administração Mackenzie, v. 23, n. 5, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1590/1678-6971/eRAMF210208>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ram/a/YmMdQq6YZ5tGfsgDTpz5Ysf/>. Acesso em: 10 jul. 2025.

WHEATCROFT, Edward. **Interpreting the skill score form of forecast performance metrics**. International Journal of Forecasting, v. 35, n. 2, p. 573–579, 2019. Disponível em: <https://www.lse.ac.uk/CATS/Assets/PDFs/Publications/Papers/2019/Interpreting-the-skill-score-form-of-forecast-performance-metrics.pdf>. Acesso em: 10 set. 2025.

WILKS, Daniel Scott. **Statistical Methods in the Atmospheric Sciences**. 4. ed. Amsterdam: Elsevier/Academic Press, 2019. Disponível em: <https://shop.elsevier.com/books/statistical-methods-in-the-atmospheric-sciences/wilks/978-0-12-815823-4>. Acesso em: 10 set. 2025.

YAN, Qiao. **Research on the Application of Python Big Data in Financial Analysis.**

Financial Economics Research, v. 2, n. 2, 2025. Zeus Press. DOI: 10.70267/fer.250202.0719.

Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/392712844_Research_on_the_Application_of_Python_Big_Data_in_Financial_Analysis. Acesso em: 19 jul. 2025.

ZENATO, Matheus. **AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES.** 2021. Disponível em:

<https://repositorio.ucs.br/xmlui/bitstream/handle/11338/1277/TCC%20Matheus%20Zenato.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 06 set. 2024.

ZHANG, G. Peter; PATUWO, Eddy; HU, Michael Y. **Forecasting with artificial neural networks:** The state of the art. *International Journal of Forecasting*, v. 14, n. 1, p. 35–62, 1998. DOI: 10.1016/S0169-2070(97)00044-7. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/222489987_Forecasting_With_Artificial_Neural_Networks_The_State_of_the_Art. Acesso em: 19 jul. 2025.

ZHANG, Yue-Jun; ZHANG, Jin-Liang. **Volatility forecasting of crude oil market: a new hybrid method.** *Journal of Forecasting*, 2017. Disponível em:

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/for.2502>. Acesso em: 6 set. 2024.

ZHUO, Yue; MORIMOTO, Takayuki. **A Hybrid Model for Forecasting Realized Volatility Based on Heterogeneous Autoregressive Model and Support Vector**

Regression. *MDPI*, 2024. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-9091/12/1/12>. Acesso em: 6 set. 2024.

APÊNDICES

APÊNDICE A - CÓDIGO

```

# =====
# 0) Instalação e imports
# =====
!pip install --quiet yfinance arch openpyxl tensorflow scikit-learn

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

from arch import arch_model
from sklearn.metrics import mean_squared_error, mean_absolute_error, r2_score
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense, Input
from tensorflow.keras.callbacks import EarlyStopping

# =====
# 1) Carregamento e preparação da base
# =====
# - Lê o Excel com preços dos índices
# - Ordena por data e remove inconsistências
# - Define a lista de índices de interesse
caminho_arquivo = "Indices_atualizado.xlsx" # ajuste o caminho se necessário
df_all = pd.read_excel(caminho_arquivo)
df_all["DATA"] = pd.to_datetime(df_all["DATA"], errors="coerce")
df_all =
df_all.dropna(subset=["DATA"]).drop_duplicates(subset=["DATA"]).sort_values("DATA").
reset_index(drop=True)

indices = [c for c in ["IBOV", "IBRX100", "DIVI", "ISEE", "SMLL"] if c in df_all.columns]

# =====
# 2) Funções auxiliares (retornos, vol realizada, QLIKE, etc.)
# =====
EPS = 1e-12 # evita divisão por zero/log de zero
LAGS = 10 # defasagens para features da MLP
WIN = 21 # janela para vol. realizada (diária), anualizando com sqrt(252)

def log_returns(series):
    """Retorno logarítmico diário."""
    s = pd.Series(series).astype(float)
    return np.log(s / s.shift(1)).dropna()

def realized_vol_21d_anualized(returns, window=WIN):
    """Desvio-padrão móvel (21d) anualizado por sqrt(252)."""
    r = pd.Series(returns)

```

```

return r.rolling(window).std() * np.sqrt(252)

def qlike(y_true_var, y_pred_var):
    """QLIKE médio para variância (menor é melhor)."""
    y = np.clip(np.asarray(y_true_var, float), EPS, None)
    f = np.clip(np.asarray(y_pred_var, float), EPS, None)
    return np.mean(y/f - np.log(y/f) - 1.0)

def ganho_percentual(baseline, compara):
    """Skill score: (baseline - modelo)/baseline * 100 (positivo = melhora vs baseline)."""
    b = float(baseline)
    c = float(compara)
    if b == 0:
        return np.nan
    return (b - c) / b * 100.0

def split_60_20_20(df):
    """Split temporal 60% treino, 20% validação, 20% teste (ordem de tempo preservada)."""
    n = len(df)
    n_tr = int(0.60*n)
    n_va = int(0.20*n)
    train = df.iloc[:n_tr].copy()
    val = df.iloc[n_tr:n_tr+n_va].copy()
    test = df.iloc[n_tr+n_va:].copy()
    return train, val, test

def make_X_y_logvar(df_with_return, lags=LAGS):
    """
    Constrói features para prever log-variância:
    - X: janelas de retornos [r_{t-10}, ..., r_{t-1}]
    - y: log(r_t^2)
    """
    r = df_with_return['Return'].values
    y_var = np.clip(r**2, EPS, None)
    y_log = np.log(y_var)
    X, y = [], []
    for i in range(lags, len(r)):
        X.append(r[i-lags:i])
        y.append(y_log[i])
    return np.array(X), np.array(y)

def build_mlp(input_dim):
    """MLP simples para prever log-variância (estável e rápido)."""
    m = Sequential([
        Input(shape=(input_dim,)),
        Dense(64, activation='tanh'),
        Dense(32, activation='relu'),
        Dense(1) # prevê log-variância
    ])
    m.compile(optimizer='adam', loss='mse')

```

```

return m

def garch_one_step_variance(train_returns, test_returns, refit_each=0):
    """
    Previsão de variância condicional (GARCH(1,1)-t) em walk-forward.
    - refit_each = 0: ajusta 1x no treino e faz forecast multi-passos (quase constante).
    - refit_each = k>0: re-ajusta a cada k passos, usando janela expandida (mais dinâmico).
    """
    tr = pd.Series(train_returns)
    te = pd.Series(test_returns)

    # modo rápido: um único fit e forecast para todo o teste (o seu comportamento atual,
    quase "reto")
    if refit_each == 0:
        am = arch_model(tr*100, vol='GARCH', p=1, q=1, dist='t')
        res = am.fit(dispatch="off")
        fc = res.forecast(horizon=len(te), reindex=False)
        return fc.variance.values[-1, :] / (100.0**2)

    # walk-forward com refit periódico
    rolling = tr.copy()
    out = []
    res = None
    for i, r in enumerate(te):
        if (i % refit_each) == 0 or res is None:
            am = arch_model(rolling*100, vol='GARCH', p=1, q=1, dist='t')
            res = am.fit(dispatch="off")
            f = res.forecast(horizon=1, reindex=False)
            out.append(f.variance.values[-1, 0] / (100.0**2))
            # inclui o retorno observado e segue
            rolling = pd.concat([rolling, pd.Series([r])], ignore_index=True)
    return np.array(out)

# =====
# 3) Exploração: Preços diários e Volatilidade realizada × GARCH
# =====
# - Para cada índice: calcula retorno, vol. realizada (21d, anual.) e vol. condicional GARCH
(in-sample)
# - Gera gráfico cobrindo toda a janela

for idx in indices:
    df_idx = df_all[["DATA", idx]].dropna().copy()
    df_idx = df_idx.sort_values("DATA").set_index("DATA")
    ret = log_returns(df_idx[idx])
    vol_real = realized_vol_21d_annualized(ret).dropna()
    vol_real.name = "Vol. realizada (21d, anual.)"

    # GARCH in-sample: cond. volatility ( $\sigma_t$ ) anualizada
    am = arch_model(ret*100, vol='GARCH', p=1, q=1, dist='t')

```

```

res = am.fit(disp="off")
vol_garch = (res.conditional_volatility / 100.0) * np.sqrt(252)
vol_garch.name = "Vol. GARCH(1,1) (anual.)"

df_vol = pd.concat([vol_real, vol_garch], axis=1).dropna()

plt.figure(figsize=(13,4.5))
plt.plot(df_vol.index, df_vol.iloc[:,0], label=df_vol.columns[0], linewidth=1.2)
plt.plot(df_vol.index, df_vol.iloc[:,1], label=df_vol.columns[1], linewidth=1.2, alpha=0.9)
plt.title(f"Volatilidade – {idx}: Realizada (21d) × GARCH(1,1)", fontsize=14)
plt.xlabel("Data"); plt.ylabel("Volatilidade anualizada")
plt.legend(); plt.grid(True, alpha=0.3); plt.tight_layout()
plt.show()

# Calcular retornos logarítmicos
df_retornos = df_all[['DATA', 'IBOV', 'IBRX100', 'DIVI', 'ISEE', 'SMLL']].copy()
df_retornos = df_retornos.sort_values('DATA')
df_retornos.set_index('DATA', inplace=True)
df_retornos = np.log(df_retornos / df_retornos.shift(1)).dropna()

# Estatísticas descritivas
estatisticas = df_retornos.describe().T
estatisticas['Curtose'] = df_retornos.kurtosis()
estatisticas['Assimetria'] = df_retornos.skew()

# Gráficos de séries de preço
plt.figure(figsize=(14, 6))
for col in ['DIVI', 'ISEE', 'SMLL']:
    plt.plot(df_all['DATA'], df_all[col], label=col)
plt.title('Séries de Preço dos Índices (2017–2023)', fontsize=16)
plt.xlabel('Ano', fontsize=14)
plt.ylabel('Preço', fontsize=14)
plt.legend(fontsize=12)
plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()

plt.figure(figsize=(14, 6))
plt.plot(df_all['DATA'], df_all['IBOV'], label='IBOV')
plt.title('Série de Preço - IBOV (2017–2023)', fontsize=16)
plt.xlabel('Ano', fontsize=14)
plt.ylabel('Preço', fontsize=14)
plt.legend(fontsize=12)
plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

```

plt.figure(figsize=(14, 6))
plt.plot(df_all['DATA'], df_all['IBRX100'], label='IBRX100')
plt.title('Série de Preço - IBRX100 (2017–2023)', fontsize=16)
plt.xlabel('Ano', fontsize=14)
plt.ylabel('Preço', fontsize=14)
plt.legend(fontsize=12)
plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()

# =====
# 4) Estatísticas descritivas da volatilidade realizada (Tabela 2)
# =====
# - Calcula para cada índice a vol. realizada (21d, anual.) e sumariza (mean, std, quantis,
min, max, curtose, assimetria)
vol_stats = []
for idx in indices:
    df_idx = df_all[['DATA', idx]].dropna().copy()
    df_idx = df_idx.sort_values("DATA").set_index("DATA")
    ret = log_returns(df_idx[idx])
    vol_real = realized_vol_21d_annualized(ret).dropna()
    desc = vol_real.describe(percentiles=[0.25, 0.5, 0.75])
    vol_stats.append({
        "Índice": idx,
        "mean": desc["mean"],
        "std": desc["std"],
        "min": desc["min"],
        "p25": desc["25%"],
        "p50": desc["50%"],
        "p75": desc["75%"],
        "max": desc["max"],
        "Curtose": vol_real.kurtosis(),
        "Assimetria": vol_real.skew()
    })
df_quadro2 = pd.DataFrame(vol_stats).set_index("Índice")
print("\n=== Tabela 1 – Estatísticas descritivas da volatilidade realizada (21d, anual.)
===")
display(df_quadro2.round(6))

# =====
# 5) Treino/Validação/Teste e Previsões (GARCH × MLP × Híbrido) – alvo = log-variância
# =====
# - Split 60/20/20
# - GARCH: previsão one-step de variância para TESTE
# - MLP: prevê log-variância; exp(); calibração multiplicativa via validação
# - Híbrido: adiciona var GARCH como feature; mesmo pipeline e calibração

```

- Métricas: MSE, MAE, R^2 (na variância), QLIKE; Ganho% vs GARCH para MSE/MAE/QLIKE; ΔR^2

```
def mlp_walkforward_predict(train_df, test_df, lags=10, max_epochs=80, patience=8):
```

```
    """
```

Walk-forward para MLP:

- Para cada ponto do TESTE, treina MLP (rápido, com ES) usando dados até $t-1$.

- Padroniza X pelo StandardScaler em cada janela.

- Alvo = log-variância; previsão é $\exp(\dots)$ => variância.

Retorna vetor de variâncias previstas alinhado ao corte de LAGS (como nos outros modelos).

```
    """
```

Constrói X, y no TREINO integral

```
X_tr_full, y_tr_full = make_X_y_logvar(train_df, lags=lags)
```

```
preds = []
```

Vamos varrer o teste mantendo janela expandida

```
r_test = test_df["Return"].values
```

Para cada i , usamos treino_extendido = [TREINO] + [TESTE[: i]]

```
for i in range(len(r_test)):
```

Monta df janela: treino + teste até $i-1$

```
df_ext = pd.concat([train_df, test_df.iloc[:i]], ignore_index=True)
```

X, y da janela estendida

```
X_ext, y_ext = make_X_y_logvar(df_ext, lags=lags)
```

Se janela ainda não alcançou tamanho mínimo para formar X, y , pula

```
if len(X_ext) < 50:
```

```
    preds.append(np.nan)
```

```
    continue
```

Split simples: usamos os últimos ~20% da janela para validação rápida

```
n = len(X_ext)
```

```
n_val = max(int(0.2*n), 32)
```

```
X_train_ext, y_train_ext = X_ext[:n-n_val], y_ext[:n-n_val]
```

```
X_val_ext, y_val_ext = X_ext[n-n_val:], y_ext[n-n_val:]
```

Scaler em X (janela)

```
scaler = StandardScaler().fit(X_train_ext)
```

```
X_train_ext = scaler.transform(X_train_ext)
```

```
X_val_ext = scaler.transform(X_val_ext)
```

Treina MLP rápido

```
m = build_mlp(X_train_ext.shape[1])
```

```
es = EarlyStopping(monitor="val_loss", patience=patience,
```

```
restore_best_weights=True)
```

```
m.fit(X_train_ext, y_train_ext, epochs=max_epochs, batch_size=32,
```

```
validation_data=(X_val_ext, y_val_ext), callbacks=[es], verbose=0)
```

Prepara X_t (para prever o próximo ponto)

Usamos os últimos 'lags' retornos até o instante atual i no TESTE

```

df_for_pred = pd.concat([train_df, test_df.iloc[:i+1]], ignore_index=True)
r = df_for_pred["Return"].values
if len(r) < lags+1:
    preds.append(np.nan)
    continue
x_t = r[-(lags+1):-1] # janela imediatamente anterior ao ponto i atual
x_t = x_t.reshape(1,-1)
x_t = scaler.transform(x_t)

y_log_pred = m.predict(x_t, verbose=0).flatten()[0]
y_var_pred = np.exp(y_log_pred) # volta para VARIÂNCIA
preds.append(y_var_pred)

# Alinha com LAGS (primeiros LAGS não têm previsão porque a janela não fecha)
preds = np.array(preds)[lags:]
return preds

def avaliar_modelos_variancia(df_all, idx, lags=LAGS, apply_calibration=True):
    # --- prepara dataset do índice ---
    df_idx = df_all[["DATA", idx]].dropna().copy()
    df_idx = df_idx.sort_values("DATA").reset_index(drop=True)
    df_idx["Return"] = log_returns(df_idx[idx]).reindex(df_idx.index).astype(float)
    df_idx = df_idx.dropna(subset=["Return"]).reset_index(drop=True)

    # split temporal
    train, val, test = split_60_20_20(df_idx)

    # GARCH (step) para TESTE
    garch_var_test_full = garch_one_step_variance(
        train["Return"].values, test["Return"].values, refit_each=10
    )

    # Alinho às janelas (descarto LAGS iniciais na construção de X,y)
    garch_var_test = garch_var_test_full[lags:]

    # Constrói X,y (log-variância)
    X_tr, y_tr = make_X_y_logvar(train, lags)
    X_va, y_va = make_X_y_logvar(val, lags)
    X_te, y_te_log = make_X_y_logvar(test, lags)
    y_te_var = np.exp(y_te_log)

    # Padronização das features (melhora estabilidade do treino)
    scaler = StandardScaler().fit(np.vstack([X_tr, X_va]))
    X_tr_s = scaler.transform(X_tr)
    X_va_s = scaler.transform(X_va)
    X_te_s = scaler.transform(X_te)

    # --- MLP ---
    mlp = build_mlp(X_tr_s.shape[1])
    es = EarlyStopping(monitor="val_loss", patience=10, restore_best_weights=True)

```

```
mlp.fit(X_tr_s, y_tr, epochs=150, batch_size=32, validation_data=(X_va_s, y_va),
callbacks=[es], verbose=0)
```

```
pred_nn_log_va = mlp.predict(X_va_s, verbose=0).flatten()
pred_nn_log_te = mlp.predict(X_te_s, verbose=0).flatten()
pred_nn_var_va = np.exp(pred_nn_log_va)
pred_nn_var_te = np.exp(pred_nn_log_te)
```

```
# --- HÍBRIDO: acrescenta var condicional do GARCH como feature ---
```

```
# 1) Variância GARCH in-sample no bloco treino+val
```

```
df_trval = pd.concat([train, val], ignore_index=True)
am_trval = arch_model(df_trval['Return']*100, vol='GARCH', p=1, q=1, dist='t')
res_trval = am_trval.fit(dispatch="off")
var_trval = (res_trval.conditional_volatility**2) / (100.0**2)
```

```
# 2) Alvo log-var e resíduo (treino+val)
```

```
df_trval = df_trval.reset_index(drop=True)
X_trval, y_trval_log = make_X_y_logvar(df_trval, lags=LAGS)
log_garch_trval = np.log(np.clip(var_trval[LAGS:], EPS, None))
resid_trval = y_trval_log - log_garch_trval # resíduo em log-var
```

```
# Split janela residual: treino e val iguais aos usados para MLP fixo
```

```
n_tr = len(train) - LAGS
n_va = len(val)
X_res_tr = X_trval[:n_tr]
X_res_va = X_trval[n_tr:]
r_res_tr = resid_trval[:n_tr]
r_res_va = resid_trval[n_tr:]
```

```
# Scaler em X
```

```
sc_res = StandardScaler().fit(X_res_tr)
X_res_tr_s = sc_res.transform(X_res_tr)
X_res_va_s = sc_res.transform(X_res_va)
```

```
# MLP para o resíduo
```

```
res_net = build_mlp(X_res_tr_s.shape[1])
es_res = EarlyStopping(monitor="val_loss", patience=10, restore_best_weights=True)
res_net.fit(X_res_tr_s, r_res_tr, epochs=150, batch_size=32,
validation_data=(X_res_va_s, r_res_va), callbacks=[es_res], verbose=0)
```

```
# 3) Features do teste
```

```
X_te, y_te_log = make_X_y_logvar(test, lags=LAGS)
y_te_var = np.exp(y_te_log)
```

```
# 4) Predição do resíduo em TESTE e recombinação
```

```
var_train = var_trval.iloc[:len(train)].values
var_val = var_trval.iloc[len(train):].values
var_train_l = var_train[lags:]
var_val_l = var_val[lags:]
X_tr_h = np.hstack([X_tr_s, var_train_l.reshape(-1,1)])
```

```

X_va_h = np.hstack([X_va_s, var_val_l.reshape(-1,1)])
X_te_h = np.hstack([X_te_s, garch_var_test.reshape(-1,1)])
h = build_mlp(X_tr_h.shape[1])
es_h = EarlyStopping(monitor="val_loss", patience=10, restore_best_weights=True)
h.fit(X_tr_h, y_tr, epochs=150, batch_size=32, validation_data=(X_va_h, y_va),
callbacks=[es_h], verbose=0)
pred_h_log_va = h.predict(X_va_h, verbose=0).flatten()
pred_h_var_va = np.exp(pred_h_log_va)

X_te_res_s = sc_res.transform(X_te)
res_te_hat = res_net.predict(X_te_res_s, verbose=0).flatten()
log_var_hybrid = np.log(np.clip(garch_var_test, EPS, None)) + res_te_hat
pred_h_var_te = np.exp(log_var_hybrid) # VARIÂNCIA

# --- Calibração multiplicativa (opcional): melhora QLIKE/escala ---
if apply_calibration:
    y_va_var = np.exp(y_va)
    k_nn = np.mean(y_va_var / np.clip(pred_nn_var_va, EPS, None))
    k_h = np.mean(y_va_var / np.clip(pred_h_var_va, EPS, None))
    pred_nn_var_te = np.clip(k_nn * pred_nn_var_te, EPS, None)
    pred_h_var_te = np.clip(k_h * pred_h_var_te, EPS, None)

# --- Métricas (na variância) ---
mse_g = mean_squared_error(y_te_var, garch_var_test)
mae_g = mean_absolute_error(y_te_var, garch_var_test)
ql_g = qlike(y_te_var, garch_var_test)

mse_n = mean_squared_error(y_te_var, pred_nn_var_te)
mae_n = mean_absolute_error(y_te_var, pred_nn_var_te)
ql_n = qlike(y_te_var, pred_nn_var_te)

mse_h = mean_squared_error(y_te_var, pred_h_var_te)
mae_h = mean_absolute_error(y_te_var, pred_h_var_te)
ql_h = qlike(y_te_var, pred_h_var_te)

resultados = {
    "Índice": idx,
    "GARCH": {"MSE": mse_g, "MAE": mae_g, "QLIKE": ql_g},
    "MLP": {"MSE": mse_n, "MAE": mae_n, "QLIKE": ql_n,
            "Ganho% MSE": ganho_percentual(mse_g, mse_n),
            "Ganho% MAE": ganho_percentual(mae_g, mae_n),
            "Ganho% QLIKE": ganho_percentual(ql_g, ql_n)},
    "Híbrido": {"MSE": mse_h, "MAE": mae_h, "QLIKE": ql_h,
                "Ganho% MSE": ganho_percentual(mse_g, mse_h),
                "Ganho% MAE": ganho_percentual(mae_g, mae_h),
                "Ganho% QLIKE": ganho_percentual(ql_g, ql_h)
               },
}
# extras úteis para gráficos 2023
"_extras": {
    "test_df": test.reset_index(drop=True),

```

```

    "garch_var_test_lagged": garch_var_test,
    "pred_nn_var_test": pred_nn_var_te,
    "pred_h_var_test": pred_h_var_te
  }
}
return resultados

# Executa avaliação para todos os índices e agrega tabelas
tabela_metricas = []
tabela_ganhos = []
extras_por_indice = {}

for idx in indices:
    res = avaliar_modelos_variancia(df_all, idx, LAGS, apply_calibration=True)
    extras_por_indice[idx] = res["_extras"]

    for modelo in ["GARCH", "MLP", "Hibrido"]:
        tabela_metricas.append({
            "Índice": idx,
            "Modelo": modelo,
            "MSE": res[modelo]["MSE"],
            "MAE": res[modelo]["MAE"],
            "QLIKE": res[modelo]["QLIKE"]
        })
    for modelo in ["MLP", "Hibrido"]:
        tabela_ganhos.append({
            "Índice": idx,
            "Modelo": modelo,
            "Ganho% (MSE)": res[modelo]["Ganho% MSE"],
            "Ganho% (MAE)": res[modelo]["Ganho% MAE"],
            "Ganho% (QLIKE)": res[modelo]["Ganho% QLIKE"]
        })

df_metricas = pd.DataFrame(tabela_metricas)
df_ganhos = pd.DataFrame(tabela_ganhos)

print("\n=== Resultados comparativos (MSE, MAE e QLIKE) ===")
display(df_metricas.sort_values(by=["Índice", "Modelo"]).reset_index(drop=True))

print("\n=== Ganhos% vs GARCH (positivo = melhora) ===")
display(df_ganhos.sort_values(by=["Índice", "Modelo"]).reset_index(drop=True))

# =====
# 6) Previsões de volatilidade (2023) – Realizada × GARCH × MLP × Hibrido
# =====
# - Converte variância prevista para volatilidade (desvio-padrão) e anualiza (sqrt(252))
# - Plota somente o ano de 2023 para visual comparável ao texto
for idx in indices:
    ext = extras_por_indice[idx]
    test = ext["test_df"].copy()

```

```

dates = pd.to_datetime(test["DATA"])

# Realizada (21d, anual.) alinhada ao teste (descartando LAGS para comparação 1:1)
ret_teste = test["Return"].copy()
vol_real = realized_vol_21d_annualized(pd.Series(ret_teste.values, index=dates))
vol_real = vol_real.reindex(dates).iloc[LAGS:] # alinha ao corte de LAGS

vol_garch_ann = np.sqrt(np.clip(ext["garch_var_test_lagged"], EPS, None)) *
np.sqrt(252)
vol_mlp_ann = np.sqrt(np.clip(ext["pred_nn_var_test"], EPS, None)) * np.sqrt(252)
vol_hybrid_ann = np.sqrt(np.clip(ext["pred_h_var_test"], EPS, None)) * np.sqrt(252)

df_plot = pd.DataFrame({
    "DATA": dates.iloc[LAGS:],
    "Realizada (21d, anual.)": vol_real.values,
    "GARCH (anual.)": vol_garch_ann,
    "MLP (anual.)": vol_mlp_ann,
    "Híbrido (anual.)": vol_hybrid_ann
})

df_2023 = df_plot[pd.to_datetime(df_plot["DATA"]).dt.year == 2023].copy()
if df_2023.empty:
    continue

plt.figure(figsize=(13,4.5))
plt.plot(df_2023["DATA"], df_2023["Realizada (21d, anual.)"], label="Realizada (21d,
anual.)", color="black", linewidth=1.2)
plt.plot(df_2023["DATA"], df_2023["GARCH (anual.)"], label="GARCH", linewidth=1.1)
plt.plot(df_2023["DATA"], df_2023["MLP (anual.)"], label="MLP", linewidth=1.1)
plt.plot(df_2023["DATA"], df_2023["Híbrido (anual.)"], label="Híbrido", linewidth=1.1)
plt.title(f"Previsão de Volatilidade – {idx} (2023)", fontsize=14)
plt.xlabel("Data"); plt.ylabel("Volatilidade anualizada")
plt.legend(); plt.grid(True, alpha=0.3); plt.tight_layout()
plt.show()

```