



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# REDISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA E EFEITOS DE COLISÕES NA FLUORESCÊNCIA DE UM VAPOR ATÔMICO

Gessineide de Sousa Oliveira

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

João Pessoa – PB

2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Aluna

Gessineide de Sousa Oliveira

## REDISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA E EFEITOS DE COLISÕES NA FLUORESCÊNCIA DE UM VAPOR ATÔMICO

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física.

Área de concentração: Física Atômica e Molecular.

*Orientador:* Prof. Dr. [Thierry Marcelino Passerat de Silans](#)

*Coorientador:* Prof. Dr. [Jesús Pavón López](#)

João Pessoa – PB

2022

**Catálogo na publicação**  
**Seção de Catalogação e Classificação**

O48r Oliveira, Gessineide de Sousa.  
Redistribuição de frequência e efeitos de colisões  
na fluorescência de um vapor atômico / Gessineide de  
Sousa Oliveira. - João Pessoa, 2022.  
105 f. : il.

Orientação: Thierry Marcelino Passerat de Silans.  
Coorientação: Jésus Pavón Lopéz.  
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Fluorescência. 2. Vapores ressonantes. 3.  
Redistribuição de frequência. I. Passerat de Silans,  
Thierry Marcelino. II. Lopéz, Jésus Pavón. III. Título.

UFPB/BC CDU 535.371(043)



**Universidade Federal da Paraíba**  
**Centro de Ciências Exatas e da Natureza**  
**Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Física**

---

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de Mestrado  
da aluna **Gessineide de Sousa Oliveira**, candidata ao  
Título de Mestre em Física na Área de Concentração  
Física Atômica e Molecular.

1 Aos **vinte e seis dias do mês de julho de dois mil e vinte e dois**, às nove horas, reuniram-  
2 se, na Sala Virtual do Google Meet, os membros da Banca Examinadora constituída para  
3 examinar a candidata ao grau de Mestre em Física na área de Física Atômica e Molecular,  
4 **Gessineide de Sousa Oliveira**. A comissão examinadora foi composta pelos professores  
5 doutores: *Thierry Marcelino Passerat de Silans* (UFPB) - orientador e presidente da  
6 banca examinadora, *Jésus Pavón Lopéz* (UFPB) – coorientador, *Sérgio André Fontes*  
7 *Azevedo* (UFPB), *João Carlos de Aquino Carvalho* (UFRR). Dando início aos trabalhos,  
8 o Professor Thierry Marcelino Passerat de Silans comunicou aos presentes a finalidade  
9 da reunião. A seguir, passou a palavra para que a candidata fizesse, oralmente, a  
10 exposição do trabalho de tese intitulado “*Redistribuição de frequência e efeitos de*  
11 *colisões na fluorescência de um vapor atômico*”. Concluída a exposição, a candidata foi  
12 arguida pela Banca Examinadora, que emitiu o seguinte parecer: “**aprovada**”. Assim  
13 sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Mestre  
14 em Física na forma da lei. E para constar, eu, Maria do Socorro de Oliveira Souza,  
15 Assistente em Administração, lavrei a presente ata que será assinada por mim e pelos  
16 membros da Banca Examinadora.

[Assinatura]  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Thierry Marcelino Passerat de Silans  
*Orientador - PPGF/UFPB*

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Jésus Pavón Lopéz  
*Coorientador - PPGF/UFPB*

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Sérgio André Fontes Azevedo -  
*PPGF/UFPB*

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Carlos de Aquino Carvalho -  
*UFRR*

\_\_\_\_\_  
Maria do Socorro de Oliveira Souza  
*Assistente em Administração*

\_\_\_\_\_  
Gessineide de Sousa Oliveira  
*Discente*



Esta dissertação é dedicada à minha família: à minha querida mãe, Ironeide;  
ao meu querido pai, José; às minhas irmãs, pelo incentivo e apoio de sempre;  
e à minha fantástica sobrinha, Giovanna.

*anônimo*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre estar me dando forças para continuar essa jornada e por me mostrar os caminhos bons da vida.

A toda minha família por acreditar em mim. À minha mãe, Ironeide Sampaio, do lar, responsável por minha formação moral e cuidado que necessitei nesta jornada. Ao meu pai, José Gerblande, por cuidar com carinho do meu bem precioso, baruffi.

Às minhas irmãs Gerlane e Gessiany, que assumem inteiramente essa função, por estarem ao meu lado sempre me incentivando a batalhar pelos meus sonhos. À minha sobrinha, Giovanna, por trazer alegria à minha vida.

Ao meu orientador Thierry Passerat, pela paciência e por toda sua dedicação na minha formação. Aos professores do Programa de Pós-Graduação com quem tive oportunidade de conviver. Ao grupo de Física Atômica e de Lasers.

Agradeço também aos colegas e amigos da UFPB, todos aqueles com quem tive a honra de estudar e conhecer, em especial, a Claudio (sem acento) e Elvis, por toda ajuda e dedicação nos momentos iniciais no laboratório. Ao Kaio Felipe, pelas discussões e pelo apoio na parte da simulação computacional. A Inaiara, pela força e amizade.

E, por último, ao financiamento dado pelo CNPQ.

*"E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria."*

*1 Coríntios 13:2*

## RESUMO

Nesta dissertação, demonstramos experimentalmente e numericamente os efeitos da redistribuição parcial de frequência no transporte de luz em um vapor atômico. Esse transporte é descrito por um passeio aleatório dos fótons dentro do vapor, que é devido aos sucessivos eventos de absorção e emissão espontânea, fenômeno conhecido como aprisionamento de radiação. A frequência do fóton emitido no referencial do laboratório pode ser diferente da frequência absorvida devido ao efeito Doppler, após um evento de espalhamento. O espectro emitido depende da frequência incidente, da direção de emissão e da probabilidade de o átomo excitado sofrer uma colisão antes de emitir. É de nosso interesse estudar esses efeitos advindos da redistribuição de frequência.

Para isto, excitamos o vapor atômico, utilizando um feixe de laser, com comprimento de onda de 894 nm, ressonante com a transição  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  (linha  $D_1$ ) do césio com varredura em torno das transições  $6S_{1/2} (F = 3) \rightarrow 6P_{1/2} (F' = 3, 4)$ . Dessa forma realizamos as medidas da fluorescência em uma direção perpendicular a excitação do laser, para diferentes densidades atômicas. Por conseguinte, analisamos as medidas experimentais da fluorescência em função da dessintonização. Os resultados experimentais mostram que os máximos de fluorescência ocorrem em torno do centro da linha, para baixa densidade. Para alta densidade, em grandes dessintonizações, a fluorescência aumenta. Já no centro da linha, há uma diminuição da fluorescência, ou seja, o fóton emitido ao redor do centro da linha "vê" uma alta densidade óptica e tem baixa probabilidade de escapar.

Além disso, analisamos as medidas de fluorescência eliminando a influência da distribuição espacial da excitação, isto é, comparamos o sinal detectado para diferentes densidades e dessintonização para as quais o coeficiente de absorção é constante com  $\alpha \approx 1/L$ . Para este valor de  $\alpha$  a excitação é uniformemente distribuída ao longo da célula. E como resultado, temos um comportamento aproximadamente constante, quando estamos longe da ressonância, que está relacionado com o espalhamento único do fóton, que mantém a informação da frequência, ou seja, a frequência emitida é igual a incidente. Posto isso, utilizamos uma simulação numérica para interpretar os dados experimentais. Os dados numéricos apresentam boa concordância com os dados experimentais na região de interesse (longe da ressonância).

Palavras chaves: Vapores ressonantes; redistribuição de frequência; caminhadas aleatórias.

# ABSTRACT

In this work we demonstrate experimentally and numerically the effects of partial frequency distribution on the transport of light in an atomic vapor. This transport is described by a random travel of photons in the vapor due to the successive spontaneous absorption and emission events, a phenomenon known as radiation trapping. The frequency of the emitted photon in the laboratory may differ from the absorbed frequency due to the Doppler effect following a scattering event. The emitted spectrum depends on the incident frequency, the direction of emission, and the probability that the excited atom will undergo a collision before emission. Our interest is in studying these effects arising from frequency redistribution.

To do so, we excite the atomic vapor with a laser beam of wavelength 894 nm resonant with the  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  cesium transition (line  $D_1$ ), with scanning around the  $6S_{1/2} (F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$  transitions. Thus, we measured the fluorescence in a direction perpendicular to the laser excitation for different atomic densities. Therefore, we analyzed the experimental measurements of fluorescence as a function of detuning. The experimental results show that the fluorescence maxima occur around the center of the line at low density. At high density and high detuning, the fluorescence increases. In the center of the line, the fluorescence decreases, which means that the photon emitted around the center of the line "sees" a high optical density and has a low probability of scattering.

We also analyzed the measurements of fluorescence, eliminating the influence of the spacial excitation distribution, i.e., we compared the signals detected for different densities and detunings for which the absorption coefficient is constant  $\alpha \approx 1/L$ . For this value of  $\alpha$ , the excitation is uniformly distributed over the cell. This results in an approximately constant behavior far from resonance, which is related to the scattering of a single photon for which the emitted frequency is equal to the incident one. Accordingly, we use a numerical simulation to interpret the experimental data. The numerical data show good agreement with the experimental data in the region of interest (far from resonance).

Keywords: resonant steam, frequency redistribution, random walks.

# Lista de Figuras

1	Representação do sistema de dois níveis . . . . .	18
2	Curva ilustrativa da dispersão associada ao índice de refração inverso, centrada na dessintonia $\delta = 0$ , calculada a partir da parte real da susceptibilidade óptica de um meio ressonante. A largura Doppler considerada para a linha foi de 250 MHz, compatível com a linha D1 do césio à temperatura ambiente. . . . .	25
3	Perfil ilustrativo do coeficiente de absorção centrado na dessintonia $\delta = 0$ , considerando uma largura total à meia altura de aproximadamente 250 MHz. .	25
4	Perfil de absorção de Lorentz com FWHM de 250 MHz. A curva foi obtida numericamente e serve apenas para fins explicativos, não refletindo medições experimentais. . . . .	26
5	Ilustração da frequência que os átomos enxergam quando se movimentam na mesma direção do feixe ou contra-propagantes a ele. . . . .	29
6	Perfil de absorção de largura Doppler, gerado numericamente com largura a meia altura (FWHM) de 250 MHz. Este gráfico é ilustrativo e não representa dados experimentais reais. . . . .	31
7	Perfil de Voigt gerado por convolução entre perfis Doppler e Lorentziano, ambos com FWHM de 250 MHz. A curva é apenas ilustrativa e não corresponde a dados de medição direta. . . . .	32
8	Representação da fase do campo elétrico na presença de colisões. . . . .	34

9	Perfil de absorção relacionado à transição $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3)$ , linha $D_1$ do céso, com colisões (curva vermelha) e sem colisões (curva preta). . . .	34
10	Ilustração do fenômeno de aprisionamento de radiação. . . . .	36
11	Estrutura hiperfina de transição na linha $D_1$ do céso, com divisão de frequência entre os níveis de energia. . . . .	47
12	Absorção linear na transição $D_1$ do céso. . . . .	48
13	Ilustração técnica da espectroscopia de Absorção saturada. . . . .	49
14	Absorção saturada na transição $D_1$ do céso. . . . .	50
15	Montagem experimental auxiliar desenvolvida para calibrar a posição da frequência do laser. . . . .	51
16	Montagem experimental desenvolvida para detectar a fluorescência perpendicular após a excitação do vapor atômico de céso pelo laser com frequência em torno da linha $D_1$ do céso. . . . .	51
17	Fibra óptica utilizada no experimento. . . . .	52
18	Sinal de transmissão para uma densidade com $N=3.1 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> . . . .	55
19	Sinal de transmissão para uma densidade com $N=7.5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm <sup>3</sup> . . . .	55
20	Esquema da detecção do sinal de fluorescência. . . . .	59
21	Frequências em que ocorre $\alpha = 100m^{-1}$ em torno das transições $6S_{1/2}(F = 3, 4) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3,4)$ da linha $D_1$ do céso, em escala logarítmica no eixo y. . . .	63
22	Espectros de fluorescência experimental para várias temperaturas, com potência do laser antes da célula de 47μW. (curva azul) $N=3.1 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> ; (curva roxa) $N=10 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> ; (curva lilás) $N=7.5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm <sup>3</sup> ; (curva rosa) $N=4.5 \cdot 10^{13}$ átomos/cm <sup>3</sup> ; (curva laranja) $N=10.2 \cdot 10^{13}$ átomos/cm <sup>3</sup> e (curva amarela) $N=14.8 \cdot 10^{13}$ átomos/cm <sup>3</sup> . . . . .	65
23	Perfil espectral de emissão para baixa densidade, $N=3.1 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> . . . .	66
24	Perfil espectral da frequência de incidência versus emitida, para baixa densidade, $N=3.1 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> . . . . .	67

25	Perfil espectral da frequência incidente versus emitida, para diferentes densidades e dessintonizações. Os valores das densidades são: $N=13.2 \cdot 10^{11}$ átomos/cm <sup>3</sup> (azul), $N=7.5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm <sup>3</sup> (roxo), $N=5.8 \cdot 10^{13}$ átomos/cm <sup>3</sup> (lilás) e $N=14.2 \cdot 10^{13}$ átomos/cm <sup>3</sup> (laranja). . . . .	68
26	Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de $N=3.1 \cdot 11$ átomos/cm <sup>3</sup> . Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental. . . . .	70
27	Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de $N=7.5 \cdot 10^{12}$ átomos/cm <sup>3</sup> . Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental. . . . .	70
28	Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de $N=4.5 \cdot 13$ átomos/cm <sup>3</sup> . Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental. . . . .	71
29	Transmissão pela janela perpendicular com coeficiente $\alpha = 100m^{-1}$ . . . . .	72
30	Ilustração dos espalhamentos dentro do vapor. . . . .	78



# Lista de Tabelas

1	Parâmetros experimentais (Temperaturas, potência e corrente do feixe laser) utilizados para obter as medidas de fluorescência e sinal de transmissão. . . . .	53
2	Densidades do vapor de césio obtidas através das medidas de transmissão e da simulação numérica. . . . .	56
3	Parâmetros experimentais (Temperatura, potência e corrente do feixe laser) utilizados para obter as medidas de fluorescência e sinal de transmissão. . . . .	66
4	Constantes Físicas Fundamentais . . . . .	76
5	Propriedades Físicas do Césio . . . . .	77
6	Propriedades Ópticas de transição da linha $D_1$ do Césio . . . . .	77

# Lista de Símbolos

$\lambda$	Comprimento de onda
$\phi_\omega$	Espectro de emissão
$\delta$	Dessintonização incidente no referencial do laboratório
$\delta'$	Dessintonização emitida no referencial do laboratório
$\delta_A$	Dessintonização incidente no referencial atômico
$\delta'_A$	Dessintonização emitida no referencial atômico
$\alpha_\delta$	Coefficiente de Absorção
$\gamma$	Constante de normalização
$\Gamma_n$	Largura natural (MHz)
$\Gamma_D$	Largura Doppler (MHz)
$\Gamma_c$	Largura colisional (MHz)
$v_y$	Componente de velocidade na direção perpendicular
$v_z$	Componente de velocidade na direção de excitação do feixe laser
$u$	Velocidade mais provável do átomo
$m$	Massa atômica
$v_{  }$	Componente de velocidade paralela

$v_{\perp}$	Componente de velocidade perpendicular
$\alpha_0$	Coeficiente de absorção para átomos no centro da linha
$h$	Constante de Planck
$n_r$	Índice de refração
$P$	Polarização do meio pelo campo elétrico
$\mu$	Momento de dipolo elétrico
$N$	Densidade atômica
$I_{sat}$	Intensidade de saturação
$c$	Velocidade da luz no vácuo
$k_B$	Constante de Boltzmann
$\tau_c$	Duração da colisão
$T_c$	Tempo entre duas colisões
$L$	Espessura da célula
$R$	Reflectância da janela
$\phi$	Fase acumulada pelo feixe em cada passagem pela célula
$\omega_L$	Frequência do feixe laser
$\omega_0$	Frequência de transição atômica
$\omega_A$	Frequência dos átomos
$N$	Número de fótons incidentes
$N_e$	Número de átomos no estado excitado

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Sistema de dois níveis</b>	<b>18</b>
2.1	Interação do campo com o átomo . . . . .	18
2.2	Matriz densidade e Equações de Bloch . . . . .	20
2.3	Expressão para suscetibilidade . . . . .	23
2.4	Mecanismos de alargamento e Perfil de Voigt . . . . .	26
2.4.1	Alargamento Natural . . . . .	26
2.4.2	Alargamento Doppler . . . . .	28
2.4.3	Perfil de Voigt . . . . .	32
2.4.4	Alargamento Colisional . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Redistribuição de Frequência</b>	<b>36</b>
3.1	Aprisionamento de radiação . . . . .	36
3.2	Redistribuição de frequência . . . . .	37
3.3	Cenário I - Redistribuição de frequência para alargamento Doppler puro . . .	39
3.4	Cenário II - Redistribuição de frequência na presença de alargamento natural e de Doppler . . . . .	40

3.5	Cenário III - Redistribuição de frequência na presença de alargamento natural, Doppler e colisional . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Aparato Experimental</b>	<b>46</b>
4.1	O átomo de Césio . . . . .	46
4.2	Laser . . . . .	48
4.3	Espectroscopia de Absorção linear e saturada . . . . .	48
4.3.1	Absorção Linear . . . . .	48
4.3.2	Absorção Saturada . . . . .	49
4.4	Procedimento experimental . . . . .	50
4.4.1	Medida da densidade atômica . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Simulação de Monte Carlo</b>	<b>57</b>
5.1	Método Monte Carlo . . . . .	57
5.2	Descrição da simulação numérica para o processo de absorção e emissão de fótons por um átomo . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Medidas da fluorescência perpendicular em um vapor atômico de césio</b>	<b>64</b>
6.1	Espectros obtidos para densidades atômicas diferentes . . . . .	64
6.1.1	Resultado experimental . . . . .	65
6.1.2	Resultados numéricos e experimental . . . . .	69
6.2	Medidas com o coeficiente absorção fixo . . . . .	72
<b>7</b>	<b>Conclusões e perspectivas</b>	<b>74</b>
	<b>Apêndice A – Tabelas de dados</b>	<b>76</b>
	<b>Apêndice B – Cálculo teórico da transmissão para determinação da densidade do</b>	

**vapor. 78**

**Apêndice C – Tabelas de referência de termopar revisadas tipo K 81**

**Apêndice D – Simulação Monte Carlo em linguagem Python 82**

## Introdução

Aprisionamento de radiação é um fenômeno caracterizado pelo transporte de luz em um vapor ressonante, que surge a partir dos sucessivos processos de absorção e emissão dos fótons no vapor, resultando em uma caminhada aleatória [1]. Estudos envolvendo esse fenômeno foram bastantes importantes até os anos de 2000, com temas bem interessantes atrelados a este assunto. Como, por exemplo, o estudo das radiações que advém dos astros, bem como, àquela que é transmitida após a passagem de luz por um vapor de césio, por exemplo.

Em 1947, Holstein-Biberman, estudou o aprisionamento de radiação. Seus estudos demonstraram que o movimento dos fótons é descrito por uma equação de transporte levando em conta a probabilidade de um átomo ser emitido por um átomo do vapor e ser reabsorvido por outro átomo, chamada de Equação de Holstein-Biberman [2]. Outros estudos, após as contribuições de Holstein, concluíram que o movimento dos fótons é caracterizado por uma superdifusão, isso para um cenário em que há uma redistribuição completa de frequência - CFR [3]. A CFR geralmente ocorre quando o alargamento colisional é bem maior, quando comparado ao alargamento natural da transição envolvida.

Contudo, um estudo mais amplo sobre aprisionamento de radiação e os efeitos da redistribuição de frequência, surgiu na área de Astrofísica, em 1962. David G. Hummer, estudou o aprisionamento de luz, em três situações diferentes: com alargamento Doppler puro, alargamento natural e Doppler e, por último, alargamento natural, Doppler e colisional. Hummer, obteve funções de redistribuições de frequências para cada situação acima [4].

A partir desses estudos, demonstraremos como ocorre essa redistribuição de frequência em

um vapor de césio. É sabido, que a distribuição de velocidade de um átomo no vapor atômico segue uma distribuição de Maxwell-Boltzmann [5]. No entanto, quando incidimos luz em um vapor ressonante a probabilidade de um átomo absorver um fóton depende da frequência deste e da velocidade do átomo. Logo, a distribuição de velocidade dos átomos excitados depende da frequência do fóton incidente e não segue uma distribuição de Maxwell-Boltzmann para o estado fundamental. Entretanto, longe da ressonância, a distribuição de velocidade dos átomos excitados corresponde uma distribuição de Maxwell-Boltzmann, por não haver seleção de velocidade.

Posto isto, é fundamental estudar a distribuição de frequência dos fótons emitidos, pois tem um impacto significativo no transporte de luz em vapores ressonante. Por sua vez, a frequência emitida depende da frequência absorvida, da velocidade do átomo que absorveu o fóton e da taxa de colisões entre os átomos.

Teoricamente, uma correlação entre frequência absorvida e emitida deve existir, quando a excitação ocorre longe da ressonância. Porém, essa correlação não ocorre quando a excitação é no centro da linha. No entanto, estudos experimentais na região de interesse (longe da ressonância) são escassos. Portanto, para enriquecer mais a literatura com informações experimentais, este trabalho visa estudar os efeitos da redistribuição de frequência na fluorescência de um vapor ressonante, como também a influência de poucas colisões nessa redistribuição de frequência.

Com esse objetivo, foi montado um experimento em que excitamos o vapor atômico, utilizando um feixe de laser, com comprimento de onda de 894 nm, ressonante com a transição  $S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  (linha  $D_1$ ) do césio com varredura em torno das transições  $6S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=3, 4)$ . Dessa forma realizamos as medidas da fluorescência em uma direção perpendicular a excitação do laser, para diferentes densidades atômicas. Por fim, espera-se haver correlação entre frequência absorvida longe da ressonância e a emitida.

Logo, esse estudo está organizado da seguinte maneira: no capítulo 2, apresentamos uma revisão dos fundamentos teóricos sobre o sistema de dois níveis para o átomo de césio. Esse capítulo está dividido em quatro seções, apresentamos a interação do campo com o átomo na seção 2.1, a matriz densidade e as equações de Bloch na seção 2.2, a expressão para suscetibilidade e coeficiente de absorção na seção 2.3, e por último, os mecanismos de alargamento e o Perfil de Voigt na seção 2.4.



No capítulo 3, apresentamos a revisão sobre redistribuição de frequência. Este está dividido em duas seções, descrevemos sobre aprisionamento de radiação na seção 3.1 e os três tipos de redistribuição de frequência na seção 3.2.

No capítulo 4, descrevemos sobre o átomo de césio, o laser utilizado, a maneira com a qual é feita a estabilização da frequência do laser, bem como, os procedimentos experimentais para a realização das medidas de fluorescência.

No capítulo 5, está exposto os passos realizados para obtenção das curvas de fluorescência numérica, com o uso da simulação Monte Carlo, que descreve a redistribuição de frequência e dos passos dos fótons devido aos seus espalhamentos em um vapor de césio.

No capítulo 6, apresentaremos todos os resultados obtidos no experimento, bem como, os resultados gerados a partir da simulação numérica.

Finalizamos essa dissertação no capítulo 7, onde apresentamos as conclusões e perspectivas para estudos posteriores.

# Capítulo 2

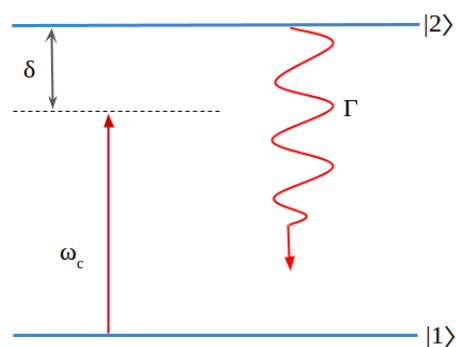
## Sistema de dois níveis

Neste capítulo iremos apresentar uma revisão dos fundamentos teóricos que descrevem o sistema de dois níveis para um átomo de césio. Começaremos com a descrição da interação do campo com o átomo. Com isso, demonstraremos as equações de Bloch para o sistema, a fim de se obter as expressões para suscetibilidade. Além disso, descreveremos os mecanismos de alargamento, que servirão de base para o capítulo posterior.

### 2.1 Interação do campo com o átomo

O sistema atômico de dois níveis é o mais simples, porém têm grande relevância na óptica. Na figura 1, temos a representação do sistema, composto por um estado fundamental  $|1\rangle$  e um estado excitado  $|2\rangle$ .

**Figura 1:** Representação do sistema de dois níveis



Fonte: De autoria própria.

Quando excitamos os átomos contidos dentro do vapor atômico, com um feixe de laser de frequência  $\omega_c$ , os átomos presentes no vapor absorvem os fótons incidentes, com isso seus elétrons são promovidos para um estado eletrônico excitado, de onde podem dissipar energia por processos radiativos.

Conforme podemos observar na figura 1, uma parte da energia é perdida por processos radiativos, ocasionando a relaxação dos elétrons para um nível excitado de menor energia, em que  $\Gamma$  refere-se a taxa de decaimento e  $\delta$  a distância em frequência entre o campo e a transição atômica. A partir do estado excitado  $|2\rangle$ , pode haver o retorno direto dos elétrons para o estado fundamental  $|1\rangle$ , processo que chamamos de fluorescência.

O Hamiltoniano total do sistema é dado pela seguinte expressão [6]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_0(\mathbf{r}, t). \quad (2.1)$$

Com  $\hat{H}_0$  o Hamiltoniano livre do sistema, que descreve as energias dos níveis atômicos  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ . Representado da seguinte maneira:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2|. \quad (2.2)$$

Na aproximação de dipolo elétrico (válida quando o comprimento de onda da radiação é muito maior que o tamanho atômico), o Hamiltoniano de interação entre o átomo e o campo elétrico clássico externo é dado por [7]:

$$\hat{V}_0(\mathbf{r}, t) = -e\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2.3)$$

com  $e$  a carga do elétron,  $\hat{\mathbf{r}}$  o operador posição do elétron com relação ao núcleo em repouso e  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  é o campo elétrico externo.

Como o campo é polarizado linearmente numa direção  $\hat{\mathbf{e}}$ , o produto escalar pode ser simplificado:

$$e\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mu\varepsilon(\mathbf{r}, t), \quad (2.4)$$

em que  $\mu = \langle 1|e\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{e}}|2\rangle$  é o elemento de matriz do operador de dipolo elétrico projetado na direção do campo. E  $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$  é a amplitude do campo elétrico naquela direção.

Assumindo que o campo elétrico do laser é monocromático e plano, logo pode ser escrito como [7]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon} \varepsilon(\mathbf{r}, t) \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (2.5)$$

onde  $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$  corresponde a amplitude do campo elétrico,  $\omega$  é a frequência central,  $\mathbf{k}$  o vetor de onda associado ao campo e  $\hat{\epsilon}$  é o vetor unitário de polarização.

Podemos expressar o Hamiltoniano de interação entre o átomo e o campo elétrico clássico externo  $\hat{\mathbf{V}}_0(\mathbf{r}, t)$  em função da polarização e da componente do operador de dipolo elétrico na direção do campo. Por definição, temos que:

$$\hat{d}_\epsilon = \mu |1\rangle \langle 2| + \mu^* |2\rangle \langle 1|, \quad (2.6)$$

substituindo na equação 2.3, temos:

$$\hat{\mathbf{V}}_0(\mathbf{r}, t) = -(\mu |1\rangle \langle 2| + \mu^* |2\rangle \langle 1|) \varepsilon(\mathbf{r}, t) \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.7)$$

Por fim, o Hamiltoniano na base  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , pode ser escrito da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{V}}_0(\mathbf{r}, t) = -\hbar \varepsilon(\mathbf{r}, t) \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) |1\rangle \langle 2| + h \cdot c, \quad (2.8)$$

sendo  $h \cdot c$  o hermitiano conjugado.

Em sequência, vamos descrever a evolução da matriz densidade e com isso obter as equações de Bloch para o sistema de dois níveis.

## 2.2 Matriz densidade e Equações de Bloch

O sistema de dois níveis possui quatro elementos da matriz densidade, que são:  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{12}$  e  $\rho_{21}$ . Partindo da expressão da polarização do meio pelo campo elétrico, definida como:

$$P = N \langle \mu \rangle, \quad (2.9)$$

com  $\langle \mu \rangle$  o valor esperado do momento de dipolo elétrico. A quantidade física de interesse é o momento de dipolo, que pode ser determinado da seguinte forma:

$$\langle \mu \rangle = \text{Tr}(\rho \mu) \quad (2.10)$$

Representando o produto entre  $(\rho \mu)$  na forma matricial, temos:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mu_{12} \\ \mu_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{12}\mu_{21} & C \\ D & \rho_{21}\mu_{12} \end{pmatrix}$$

Resolvendo a matriz acima, considerando apenas os termos diagonais de  $\mu$  nulos (regra de seleção) a expressão 2.10 é dada como:

$$\langle \mu \rangle = \rho_{12}\mu_{21} + \rho_{21}\mu_{12}. \quad (2.11)$$

Vamos obter o operador  $\rho$  na representação de Heisenberg, para isto utilizaremos o operador evolução temporal.

$$U(t,0) = e^{-i\left(\frac{H}{\hbar}\right)t} \quad (2.12)$$

$U(t,0)$  precisa reduzir para a função identidade. Logo, a função de onda evoluída no tempo é dada, por:

$$|\Psi(t)\rangle = U|\psi(0)\rangle. \quad (2.13)$$

e também, por:

$$\langle \Psi(t)| = \langle \Psi(0)| U^\dagger. \quad (2.14)$$

Logo, podemos escrever o valor esperado do operador  $\hat{\rho}$ , como:

$$\langle \rho(t) \rangle = \langle \Psi(t)| \rho | \Psi(t) \rangle = \langle \Psi(0)| U^\dagger \rho U | \Psi(0) \rangle. \quad (2.15)$$

A seguir, temos o operador  $\hat{\rho}$  definido na representação de Heisenberg [8]:

$$\rho_H = U^\dagger \rho U. \quad (2.16)$$

Partindo das derivadas para  $U$  e  $U^\dagger$  e Derivando a equação 2.16 em relação ao tempo  $t$ :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \hat{H}U, \quad (2.17)$$

e

$$\frac{dU^\dagger}{dt} = -\frac{1}{i\hbar} U^\dagger \hat{H}. \quad (2.18)$$

Como resultado, obtemos:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}]. \quad (2.19)$$

A equação 2.19 é chamada de equação de Liouville [9] para a evolução temporal da matriz densidade. Deste modo, para encontramos as equações de Bloch, se faz necessário resolver essa equação.

Na interação entre um campo monocromático com um sistema átomo de dois níveis ocorre o decaimento das populações  $\rho$  e as coerências  $\sigma$  por um processo chamado emissão espontânea [10]. O formalismo da matriz densidade permite incluir processos que não podem ser descritos usando um Hamiltoniano [9], logo para considerar o decaimento por emissão espontânea é necessário introduzir o termo de relaxação  $\Gamma$ , que é taxa de decaimento espontâneo do nível excitado para o fundamental [9, 10]. À vista disso a equação completa do movimento para a matriz densidade é dada como :

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] - \begin{pmatrix} -\Gamma\rho_{22} & \frac{\Gamma}{2}\rho_{12} \\ \frac{\Gamma}{2}\rho_{21} & \Gamma\rho_{22} \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

logo, a população do estado decai com  $\Gamma$  e o tempo de vida do estado excitado se torna  $\tau = 1/\Gamma$ . Por fim, resolvendo a equação 2.20, obtém-se as seguintes relações [9]:

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = -i\frac{\Omega^*(t)}{2}\sigma_{12} + i\frac{\Omega(t)}{2}\sigma_{21} + \Gamma\rho_{22}, \quad (2.21)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = i\frac{\Omega^*(t)}{2}\sigma_{12} - i\frac{\Omega(t)}{2}\sigma_{21} - \Gamma\rho_{22}, \quad (2.22)$$

$$\frac{d\sigma_{12}}{dt} = -i\delta\sigma_{12} + i\frac{\Omega(t)}{2}(\rho_{11} - \rho_{22}) - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{12}, \quad (2.23)$$

$$\frac{d\sigma_{21}}{dt} = i\delta\sigma_{12} - i\frac{\Omega^*(t)}{2}(\rho_{11} - \rho_{22}) - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{21}, \quad (2.24)$$

em que  $\delta = \omega - \omega_0$  é a dessintonização entre o campo e a transição atômica [11] e  $\Omega(t)$  é a frequência de Rabi dependente do tempo, definida pela equação 2.25.

$$\left[ \Omega(t) = \frac{\mu E(t)}{\hbar} \right] \quad (2.25)$$

Após aplicar a aproximação da onda girante [11] e a transformação para variáveis lentas [10, 12], obtêm-se as equações de Bloch completas, incluindo as dinâmicas de população.

Respeitando o postulado da normalização do estado, ou seja, preservando o traço unitário ( $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$ ), podemos discutir a dinâmica da população do estado fundamental e excitado, respectivamente [10]). Somado a isso, assumindo que  $\sigma_{12} = \sigma_{21}^*$ , o sistema de equações se reduz em apenas duas expressões:

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = -\Gamma\rho_{22} + i\frac{\Omega^*(t)}{2}\sigma_{12} + c.c., \quad (2.26)$$

$$\frac{d\sigma_{12}}{dt} = -\left(i\delta + \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{12} - i\frac{\Omega(t)}{2}(1 - 2\rho_{22}). \quad (2.27)$$

## 2.3 Expressão para suscetibilidade

Para encontrarmos a expressão para suscetibilidade e do coeficiente de absorção, já que este é definido como a parte imaginária da suscetibilidade, devemos resolver as equações 2.26 e 2.27, obtidas na seção anterior para o estado em equilíbrio. E também, as equações 2.9 e 2.11. Assim, obtemos o valor médio para polarização:

$$\langle P \rangle = N\mu_{12}\sigma_{21}e^{-i\omega t} + c.c. \quad (2.28)$$

onde  $N$  é a densidade atômica.

Como o campo elétrico é dado por:

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (2.29)$$

a expressão para polarização resulta em:

$$P = \frac{\varepsilon_0 \chi E_0}{2}(e^{-i\omega t}) + c.c. \quad (2.30)$$

Logo, resolvendo para  $\chi$ , obtemos a expressão da suscetibilidade, definida pela equação 2.31:

$$\chi = -\frac{2}{\Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\frac{2\delta}{\Gamma} - i}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}}. \quad (2.31)$$

Seja, a intensidade de saturação definida por:

$$\frac{I}{I_{sat}} = \frac{2}{\Gamma^2} \frac{|\mu_{12}|^2 |E_0|^2}{\hbar^2}. \quad (2.32)$$

Por fim, podemos reescrever a equação 2.31 da seguinte maneira:

$$\chi = -\frac{2}{\Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\frac{2\delta}{\Gamma} - i}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}}. \quad (2.33)$$

Agora, usando a equação de intensidade de saturação da transição (equação 2.32) e considerando que em baixas potências, não há saturação da transição, podemos reescrever a equação 2.31, a partir da equação 2.33. Em que obtemos a expressão do coeficiente de absorção  $\alpha$ , que corresponde a parte imaginária da suscetibilidade. Esse, por sua vez, é bastante utilizado nas medidas para obtenção da densidade atômica. E a parte real da suscetibilidade está relacionada ao índice de refração:

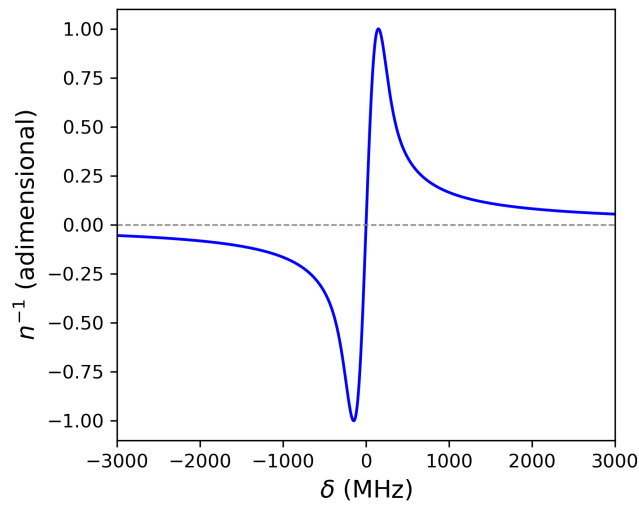
$$\text{Re}(\chi) = -\frac{4}{\Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\delta}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}, \quad (2.34)$$



$$Im(\chi) = \frac{2}{\Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}. \quad (2.35)$$

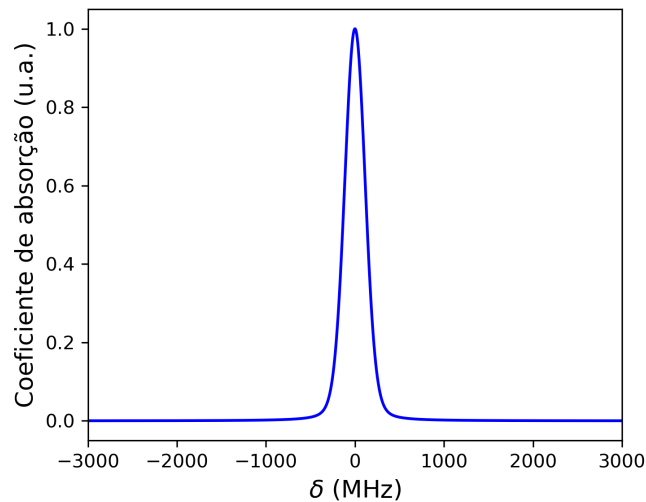
As partes real e imaginária da susceptibilidade estão representados graficamente nas Figuras 2 e 3. A parte real de  $\chi$  está relacionada à dispersão da luz e a parte imaginária de  $\chi$  está relacionada à absorção da luz pelo meio [10].

**Figura 2:** Curva ilustrativa da dispersão associada ao índice de refração inverso, centrada na dessintonia  $\delta = 0$ , calculada a partir da parte real da susceptibilidade óptica de um meio ressonante. A largura Doppler considerada para a linha foi de 250 MHz, compatível com a linha D1 do césio à temperatura ambiente.



Fonte: De autoria própria.

**Figura 3:** Perfil ilustrativo do coeficiente de absorção centrado na dessintonia  $\delta = 0$ , considerando uma largura total à meia altura de aproximadamente 250 MHz.



Fonte: De autoria própria.

## 2.4 Mecanismos de alargamento e Perfil de Voigt

Os mecanismos de alargamento modificam as linha atômicas. Existe vários tipos de mecanismos de alargamento, os mais utilizados e conhecidos na área de Física Atômica são: alargamento natural , alargamento Doppler e alargamento colisional. Iremos descrever cada um deles, nas próximas seções, pois estes servirão de base para nosso estudo da redistribuição de frequência.

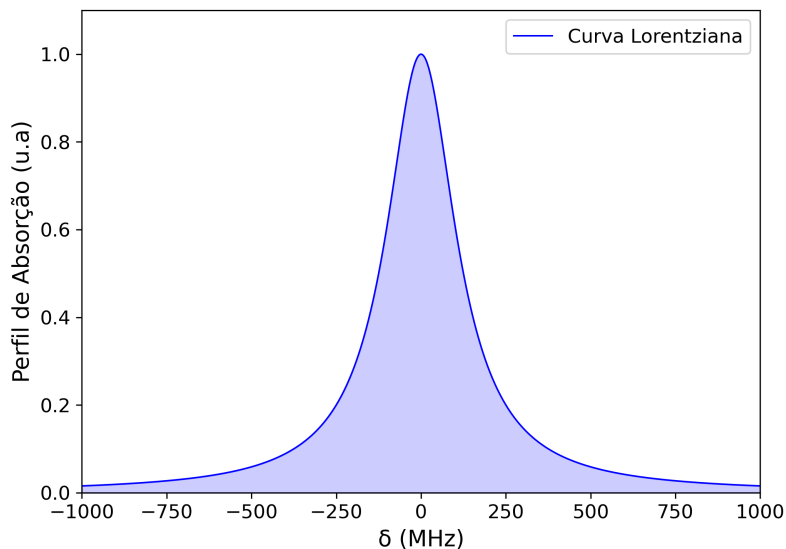
### 2.4.1 Alargamento Natural

Neste tipo de alargamento, o campo elétrico emitido pelo átomo decai exponencialmente. Esse efeito é conhecido como emissão espontânea e é atribuído a interação dos átomos com os modos do vácuo. Posto isso, a amplitude do campo emitido por um conjunto de átomos excitados é dada por:

$$E(t) = E_0 e^{i\omega_0 t} \cdot e^{-\lambda t} = E_0 e^{(i\omega_0 - \lambda)t}. \quad (2.36)$$

Utilizando a Transformada de Fourier, obtemos o perfil de absorção que resulta em curva Lorentziana, como podemos ver na figura 4.

**Figura 4:** Perfil de absorção de Lorentz com FWHM de 250 MHz. A curva foi obtida numericamente e serve apenas para fins explicativos, não refletindo medições experimentais.



Fonte: De autoria própria.

Dada as equação 2.35 e 2.34 podemos relacionar a parte imaginária da suscetibilidade ao coeficiente de absorção  $\alpha$  e a a parte real ao índice de refração  $n_r$  seguindo as relações dadas em [9]:

$$\tilde{n} = \sqrt{1 + \chi} \quad (2.37)$$

$$n_r = 1 + \frac{Re(\chi)}{2}; \quad n_i = \frac{Im(\chi)}{2}$$

A relação dada na equação 2.37 é valida para o caso em que  $\chi \ll 1$ . Logo, a relação da dispersão é dada por :

$$n_r - 1 = \frac{Re(\chi)}{2} \quad (2.38)$$

$$n_r - 1 = \frac{2}{\Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\delta}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}$$

Já o o coeficiente de absorção é dado por:

$$\alpha = 2\kappa n_i = \kappa Im(\chi)$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} Im(\chi)$$

$$\alpha = \frac{4\pi}{\lambda \Gamma} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}. \quad (2.39)$$

Note que  $\alpha$  não depende da intensidade da luz (no regime  $\frac{I}{I_{sat}} \ll 1$ ). Chamamos este regime de absorção linear ( $\rho_{22} \propto I$ ). A transmissão da luz por uma amostra é dada pela lei de Beer-Lambert [13]:

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha L}. \quad (2.40)$$

Onde  $I$  é a intensidade na profundidade de  $L$  (cm),  $I_0$  é a intensidade original e  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação linear. Por fim, a expressão para o coeficiente de absorção obtida através do formalismo de matriz densidade, pode ser escrita como:

$$\alpha(\delta) = \alpha_0 \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}. \quad (2.41)$$

Onde,  $\alpha_0$  é o coeficiente de absorção para átomos no centro da linha, definido por:

$$\alpha_0 = N \frac{4\pi\mu^2}{\lambda h \epsilon_0 \Gamma_n}, \quad (2.42)$$

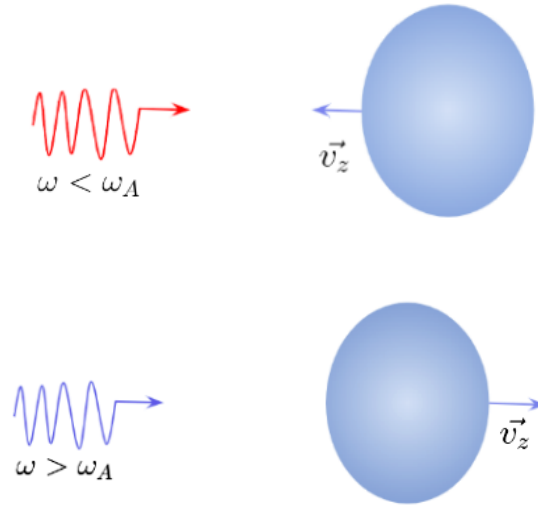
em que  $\Gamma_n$  é a largura natural da linha  $D_1$  do césio, e que corresponde à aproximadamente 5 MHz.

### 2.4.2 Alargamento Doppler

É bem conhecido na óptica que na interação entre o laser e um vapor atômico ocorre o efeito de alargamento Doppler[14]. Esse efeito é devido ao movimento atômico [15]. Para ilustrar este tipo de alargamento, vamos considerar o caso de um átomo que está se movendo enquanto é submetida a radiação de frequência  $\omega$  (onde esta é a frequência medida em um sistema de coordenadas fixo em relação ao laboratório). Se chamarmos  $v_z$  a componente da velocidade do átomo (medida em relação a essas coordenadas de laboratório) na direção de propagação da onda, a frequência desta onda, vista do átomo, é  $(\omega - kv)$ , que é o efeito Doppler [15].

O alargamento Doppler em um vapor atômico acontece devido a velocidade dos átomos presentes no vapor, ou seja, a frequência que átomo enxerga depende da orientação do seu movimento em relação ao movimento do feixe laser. Considere a ilustração dada na figura 5, temos a representação do efeito Doppler, em que  $\vec{v}_z$  é a componente da velocidade do átomo,  $\omega_A$  a frequência no referencial do átomo e  $\omega$  a frequência no referencial do laboratório.

**Figura 5:** Ilustração da frequência que os átomos enxergam quando se movimentam na mesma direção do feixe ou contra-propagantes a ele.



Fonte: De autoria própria.

- Se o átomo está viajando no sentido oposto da frequência de ressonância  $\omega$ , a frequência no referencial atômico é maior;
- Se o átomo está viajando no mesmo sentido da frequência de ressonância  $\omega$ , a frequência no referencial atômico é menor.

Consideramos átomos que se movem com velocidade com componente  $v_z$ , cada átomo vê uma frequência de ressonância  $\omega$  diferente, devido ao deslocamento Doppler ( $\omega - kv$ ), em que essa frequência de ressonância é dada por:

$$\omega = \omega_A \left( 1 + \frac{v_z}{c} \right), \quad (2.43)$$

em que  $c$  é a velocidade da luz,  $\omega$  a frequência no referencial do laboratório e  $\omega_A$  a frequência no referencial do átomo devido ao efeito Doppler. Vamos impor que  $\omega_A = \omega_0$ , para assim obter a ressonância. É sabido que  $k = \frac{\omega}{c}$ , então podemos reescrever a equação 2.43 como:

$$\omega = \omega_0 + kv_z,$$

$$\omega - \omega_0 - kv_z = 0. \quad (2.44)$$

Colocando em função da dessintonização, ou seja, em relação a frequência de ressonância, temos:

$$\delta - kv_z = 0,$$

com  $\delta = \omega - \omega_0$ . A frequência do feixe laser vista pelo átomo é dada pela equação 2.43, porém agora está representada na equação 2.45 em função da dessintonização, onde estamos discutindo apenas o efeito de absorção.

$$\delta_A = \delta - kv_z = 0. \quad (2.45)$$

Em um sistema atômico os átomos têm diferentes velocidades, conseqüentemente, diferentes frequências de ressonância que são demonstradas pelo deslocamento Doppler (equação 2.44). Levando em conta a equação 2.45, temos que a frequência  $\delta$  impõe que  $v_z = \delta/k$ , ou seja, define quais átomos irão absorver (no referencial do laboratório). Ocorre então, o que chamamos de seleção de velocidade.

- Quando  $\delta < 0 \rightarrow v_z < 0$ , nessas condições somente átomos que se movem na direção do fóton absorvem;
- Quando  $\delta > 0 \rightarrow v_z > 0$ , nessas condições somente átomos que se afastam do fóton absorvem;
- Quando  $\delta = 0 \rightarrow v_z = 0$ , desse modo apenas átomos que estejam na direção perpendicular ao feixe laser absorvem.

Levando em conta, apenas a direção da componente que contribui para o efeito Doppler, ou seja  $v_z$  [16]. Logo, a distribuição de Maxwell-Boltzmann é dada por:

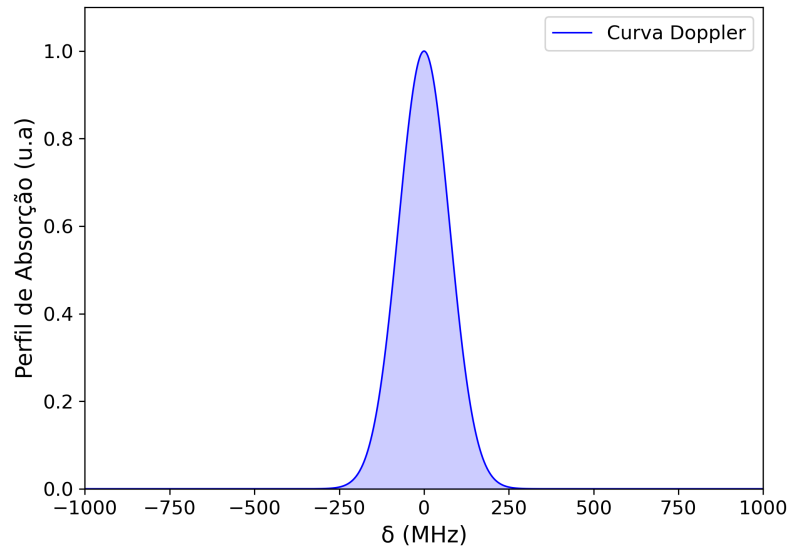
$$P(v_z)dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}u} e^{-\frac{v_z^2}{u^2}} dv. \quad (2.46)$$

Em que  $P(v_z)$  é a densidade de probabilidade de átomos com componente de velocidade  $v_z$  e  $u$  a velocidade mais provável, definida por:

$$u = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}. \quad (2.47)$$

Na figura, 6 está representado o perfil de absorção quando temos um alargamento Doppler.

**Figura 6:** Perfil de absorção de largura Doppler, gerado numericamente com largura a meia altura (FWHM) de 250 MHz. Este gráfico é ilustrativo e não representa dados experimentais reais.



Fonte: De autoria própria.

O coeficiente de absorção para alargamento Doppler, é dado pela expressão abaixo:

$$\alpha(\delta) \propto e^{-\frac{\delta^2}{\Gamma_D^2}}, \quad (2.48)$$

em que  $\Gamma_D$  é dada por:

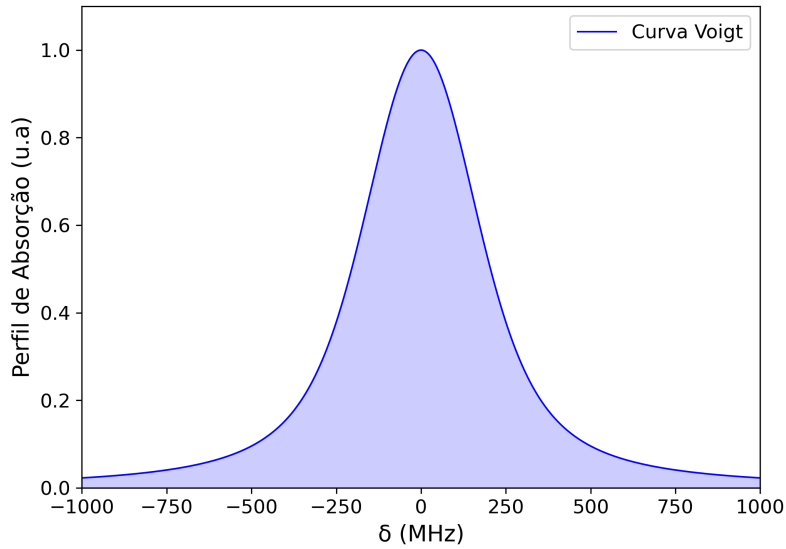
$$\Gamma_D = \frac{2u}{\lambda}, \quad (2.49)$$

com  $u$  sendo a velocidade mais provável e  $\lambda$  o comprimento de onda.

### 2.4.3 Perfil de Voigt

Para este perfil a condição posta na seção do alargamento Doppler, sobre seleção de velocidade, é mais branda. Pois nem todos os átomos com a mesma componente de velocidade  $v_z$  absorvem radiação na mesma frequência [17]. Isso é representado por um perfil lorentziano (ver figura 4). Logo, a integral do coeficiente de absorção sobre todas as velocidades dá a dependência gaussiana de  $\delta$  centrado próximo a frequência de ressonância  $\delta_0$ , ou seja, resulta em um perfil de Gauss. Portanto, o perfil de Voigt é a soma de todas as contribuições das diferentes classes das velocidades  $V_z$  obtidas pela probabilidade  $P(v_z)$ . Ademais, o perfil de Voigt, é uma convolução do perfil Gaussiano com perfil Lorentziano [18], como podemos vê na figura 7. É importante ressaltar, que este representa o perfil de absorção de um vapor real.

**Figura 7:** Perfil de Voigt gerado por convolução entre perfis Doppler e Lorentziano, ambos com FWHM de 250 MHz. A curva é apenas ilustrativa e não corresponde a dados de medição direta.



Fonte: De autoria própria.

O coeficiente de absorção para este perfil é dado por:

$$\alpha(\delta) = \frac{\alpha_0}{u \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta - v_z - \lambda)^2}{\Gamma^2}} e^{-\frac{v_z^2}{u^2}} dv_z \quad (2.50)$$

Como o perfil Doppler é uma aproximação do perfil de Voigt em torno do centro da linha, isso quando a largura Doppler  $\Gamma_D$  é muito maior que a largura homogênea  $\Gamma$ , podemos então reescrever o coeficiente de absorção para um perfil Doppler, como:



$$\alpha(\delta) = \alpha_0 \frac{\Gamma}{\Gamma_D} e^{-\frac{\delta^2}{\Gamma_D^2}}. \quad (2.51)$$

onde  $\Gamma_D$  é a largura à meia altura da curva gaussiana. E a razão entre a largura Doppler e natural é definida por um parâmetro  $a$ , chamado de parâmetro de Voigt.

#### 2.4.4 Alargamento Colisional

O alargamento colisional depende da densidade atômica, ou seja, quanto maior for a densidade do vapor, maior será o número de colisões presentes [17]. Pois os átomos têm diferentes velocidades e esses se movem em qualquer direção dentro do vapor, ocasionando colisões. Esse tipo de alargamento de linha é caracterizado por dois tipos de colisões: elásticas e inelásticas. Dizemos que ocorrem colisões elásticas quando:

- Não há transição de estados energéticos em decorrência da colisão;
- A direção do átomo continua a mesma após o evento de colisão;
- $\tau_n \gg \tau_c$ , em que  $\tau_c$  é o tempo de duração da colisão.

E, colisões inelásticas:

- A excitação do átomo A é completamente transferida para o átomo B;
- A direção do átomo é modificada após o evento.

A largura colisional  $\Gamma_c$  em Hz, para o caso onde ocorrem colisões elásticas, é dada pela equação 2.52:

$$\Gamma_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\tau_c}. \quad (2.52)$$

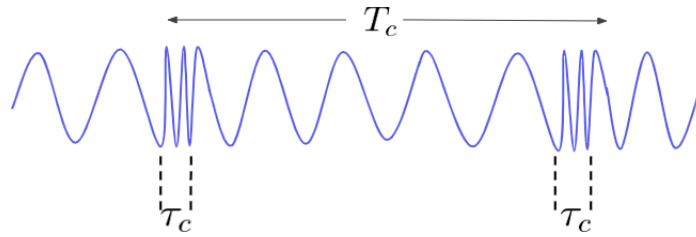
Logo, podemos definir a largura homogênea total como  $\Gamma_t$ :

$$\Gamma_t = \Gamma_n + \Gamma_c, \quad (2.53)$$

em que  $\Gamma_n$  é a largura natural e  $\Gamma_c$  a largura colisional.

A figura 8 representa a situação em que temos colisões, a fase do campo elétrico dado na seção 2.4.1, é completamente perturbada durante um intervalo  $\tau_c$  (tempo de duração da colisão), resultando em uma aleatoriedade da fase do campo elétrico. Logo, o perfil de absorção é uma lorentziana alargada. Em que  $T_c$  é o intervalo entre duas colisões.

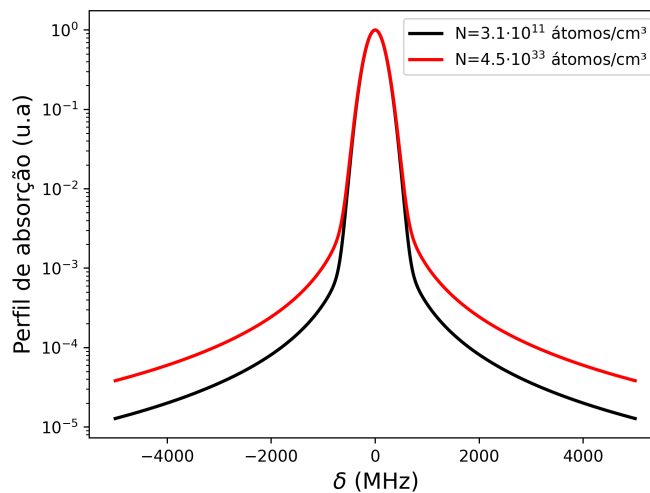
**Figura 8:** Representação da fase do campo elétrico na presença de colisões.



Fonte: De autoria própria.

Na figura 9, estão representados os coeficientes para duas densidades diferentes, a curva em preto representa o coeficiente de absorção para uma baixa densidade e, em vermelho, o perfil de absorção para alta densidade, quando os efeitos de colisões já estão presentes. Essas curvas foram obtidas através de um programa teórico, no qual usamos a largura natural  $\Gamma_n$  aproximadamente à 5 MHz e alargamento colisional aproximadamente à 9 MHz, esse último apenas para curva em vermelho.

**Figura 9:** Perfil de absorção relacionado à transição  $6S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=3)$ , linha  $D_1$  do césio, com colisões (curva vermelha) e sem colisões (curva preta).



Fonte: De autoria própria.

Ainda sobre 9, nota-se que quando temos colisões há uma modificação nas asas, ou seja, longe da ressonância há um alargamento que é devido as colisões, isto acontece porque os fótons têm maior probabilidade de serem emitidos fora da ressonância quando estamos no regime de alta densidade atômica dentro do vapor atômico. Porém, na ressonância esse alargamento não é tão perceptível, pois o alargamento colisional é bem menor do que o alargamento Doppler.

É sabido que o perfil de um vapor real é um perfil de Voigt (ver subseção 2.4.3), que é a convolução do perfil Lorentziano com o perfil Gaussiano [17]. Assim, temos um perfil de absorção lorentziano nas asas, que decai com  $\frac{1}{\delta^2}$ , isto é, mais lentamente que no perfil Doppler, que diminui exponencialmente com o aumento da dessintonização.

# Capítulo 3

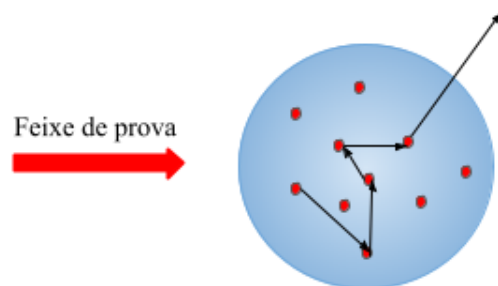
## Redistribuição de Frequência

Para este capítulo iremos descrever inicialmente sobre o fenômeno de aprisionamento de radiação. Iremos também apresentar o conceito de redistribuição de frequência nos cenários: I. Alargamento puro; II. Alargamento Natural e Doppler; III. Alargamento natural, Doppler e colisional [4].

### 3.1 Aprisionamento de radiação

O transporte da luz em um vapor ressonante é caracterizado por sucessivos processos de absorção e emissão de fótons pelos átomos do vapor. Isto é, os fótons emitidos pelos átomos são absorvidos e reemitidos várias vezes antes de escaparem da célula (ver figura 10). Esta cadeia de espalhamentos é denominada por aprisionamento de radiação [19].

**Figura 10:** Ilustração do fenômeno de aprisionamento de radiação.



Fonte: Adaptada da referência [20].

Esse tema já foi extensivamente pesquisado, e dele resultaram vários trabalhos. Um dos motivos desses estudos, é investigar a radiação emitida por astros, bem como, àquela transmitida após a passagem por um vapor de césio, por exemplo. Mais precisamente, durante a caminhada entre o processo de emissão e o de absorção, no caso dos astros, ou de detecção, se for um vapor de uma substância, por exemplo, analisam-se as modificações sofridas pela radiação ao interagir com o meio. O estudo de aprisionamento de radiação, é importante para o desenvolvimento de lâmpadas a vapor e ao entendimento sobre a influência que a caminhada aleatória de fótons têm sobre os experimentos realizados na área de Física Atômica [4, 21].

No aprisionamento de radiação, pode ocorrer três situações distintas:

- O átomo absorve e depois emite (decaimento espontâneo);
- Pode ocorrer colisões elásticas durante da absorção;
- Pode ocorrer colisões inelásticas durante da absorção.

Diante dessas situações, David G. Hummer, obteve funções de redistribuições de frequências que descrevem o perfil espectral de emissão para três diferentes cenários [4]. O primeiro está relacionado com o alargamento Doppler puro, no referencial do átomo. O segundo quando não ocorrem colisões entre os átomos, ou seja, o tempo de vida do estado excitado é bem menor que o tempo de médio entre duas colisões. Neste caso o perfil espectral é determinado pelo alargamento natural e Doppler. E o último, é definido pela soma dos três alargamentos, ou seja, natural, Doppler e colisional. Neste caso, a direção do átomo após a absorção não é alterada, pois consideramos que a duração da colisão é curta em relação ao tempo de vida. Nas próximas seções, iremos abordar separadamente cada uma dessas situações.

## 3.2 Redistribuição de frequência

Como dito anteriormente, na seção 3.1, o fóton faz uma caminhada aleatória dentro do vapor, ou seja, o fóton percorre uma certa distância  $l$  até ser absorvido. A probabilidade de um fóton com frequência  $\omega$ , percorrer uma distância  $l$  sem ser absorvido, entre o processo de emissão e absorção, é dada pela lei de Beer-Lambert [22].

$$T(l) = e^{-\alpha(\omega)l}, \quad (3.1)$$

em que  $\alpha(\omega)$  é o coeficiente de absorção.

E a probabilidade do fóton ser absorvido após percorrer uma distância entre  $l$  e  $l + dl$ , é dada por [23]:

$$P'(l)dl = T(l) - T(l + dl). \quad (3.2)$$

Multiplica-se a equação 3.2 por  $\left(\frac{dl}{dl}\right)$ , obtemos:

$$P'(l)dl = \frac{T(l) - T(l + dl)}{dl}dl \quad (3.3)$$

$$P'(l)dl = -\frac{dT(l)}{dl}dl, \quad (3.4)$$

resolvendo, chegamos na definição da probabilidade do fóton ser absorvido.

$$P'(l) = \alpha(\omega)e^{-\alpha(\omega)l}. \quad (3.5)$$

Em que,  $P'(l)$  tem sentido de uma distribuição de probabilidade, então podemos verificar que o  $P'(l)$  definido na equação 3.5 obedece a condição:

$$\int_0^{+\infty} P'(l)dl = 1. \quad (3.6)$$

Usando a equação 3.5, podemos calcular o tamanho médio do passo para um fóton emitido a uma determinada frequência  $\omega$ :

$$\bar{l} = \int_0^{+\infty} lP'(l)dl = \frac{1}{\alpha(\omega)}. \quad (3.7)$$

O tamanho médio do passo é inversamente proporcional ao coeficiente de absorção  $\alpha(\omega)$ , ou seja, quanto maior o coeficiente de absorção, menor será o tamanho médio do passo.

Agora considerando a distribuição de frequências emitidas pelos átomos  $\phi(\omega)$ , a distribuição do tamanho do passo, será uma média de  $P'(l)$  ponderado por  $\phi(\omega)$ . Logo,

$$P(l) = \int_0^{+\infty} \phi(\omega)P'(l)d\omega. \quad (3.8)$$

E a probabilidade de um átomo emitir com frequência entre  $\omega$  e  $\omega + d\omega$ , e é normalizada, pela equação 3.9:

$$\int_0^{+\infty} \phi(\omega) d\omega = 1. \quad (3.9)$$

Onde  $\phi(\omega')$ , depende da frequência incidente  $\omega'$  e da densidade do vapor N. Dessa forma, o espectro de emissão torna-se:

$$\phi(\omega) = R(\omega, \omega', N) \quad (3.10)$$

Onde  $R(\omega, \omega', N)$  é uma função de redistribuição de frequência [4], que fornece a distribuição de frequência emitida  $\omega'$  em função da frequência incidente  $\omega$  e da densidade N atômica do vapor. A densidade está relacionada com a colisões entre os átomos. Na seção seguinte, iremos mostrar um caso que é interessante porém não usual, ou seja, não descreve a situação de um vapor real.

### 3.3 Cenário I - Redistribuição de frequência para alargamento Doppler puro

Para o cenário I, que representa o alargamento Doppler puro, a função de redistribuição no referencial do átomo é dada pela seguinte expressão:

$$\phi(\omega_A) = R(\omega_A, \omega'_A) = R(\delta_A, \delta'_A). \quad (3.11)$$

A frequência da radiação emitida e absorvida no referencial atômico é a mesma devido à coerência no espalhamento. E não depende da densidade atômica, em razão de não termos colisões entre os átomos. Tendo em vista que este cenário é definido pela largura natural (decaimento espontâneo) igual à zero, esta situação é interessante, pois permite isolar o efeito Doppler puro [4]. Segundo [3], é algo teórico, porém no nosso caso, experimental, torna-se

improvável presenciar este cenário, pois não descreve a situação de um vapor real, visto que os níveis de energia sempre são alargados naturalmente numa transição atômica. Sendo assim, é de nosso interesse apenas os cenários II e III apresentados nas próximas seções.

### 3.4 Cenário II - Redistribuição de frequência na presença de alargamento natural e de Doppler

A redistribuição parcial de frequência, consiste em um alargamento natural e Doppler no referencial do laboratório, e no referencial do átomo temos que a frequência emitida é a mesma da incidente [3]. Quando estamos longe da ressonância, isto é, em grandes dessintonizações, a emissão ocorre na mesma frequência de incidência no referencial do átomo. Ou seja, a frequência emitida tem uma correlação com a frequência incidente. O que é definido como redistribuição parcial de frequência (PFR). Porém, quando estamos no centro da linha (na ressonância), o perfil espectral de emissão, no referencial do laboratório é centrado na ressonância e alargado por efeito Doppler [24].

Para encontrarmos a expressão para redistribuição parcial de frequência, devemos encontrar a velocidade do átomo que absorveu o fóton. Uma vez que, para absorver um fóton com certa frequência, os átomos têm que ter uma certa velocidade, devido a seleção de velocidade apresentada no capítulo 2. Como a frequência emitida depende da velocidade do átomo excitado [25], devemos então considerar o efeito Doppler. Posto isso, podemos escrever a dessintonização incidente no referencial do átomo, como [25]:

$$\delta_A = \delta - v_z/\lambda, \quad (3.12)$$

onde,  $\delta$  é a frequência incidente no referencial do laboratório e  $v_z/\lambda$  corresponde o efeito Doppler. Logo, o perfil espectral de absorção em função da dessintonização incidente no referencial do átomo, é dado por:

$$\phi(\delta_A) \approx \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_A^2}{\Gamma^2}}. \quad (3.13)$$

Resultando em uma Lorentziana [3], com máximo em  $\delta_A = 0$ , como está exposto no capítulo 2. E probabilidade do átomo com velocidade  $v_z$  absorver um fóton com dessintonização



incidente  $\delta$ , é dada pela expressão abaixo:

$$P(v_z) \approx \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta - v_z \lambda)^2}{\Gamma^2}} \quad (3.14)$$

E a probabilidade de encontrar um átomo com velocidade  $v_z$  é dada pelo produto da probabilidade  $P(v_z)$  vezes uma distribuição de velocidade de Maxwell-Boltzmann [3]. Logo, podemos escrever:

$$P(v_z) \approx \frac{1}{1 + 4 \frac{(\delta - v_z \lambda)^2}{\Gamma^2}} e^{-\frac{v_z^2}{v_z^2}}. \quad (3.15)$$

Preferencialmente, átomos com velocidade  $v_z = \delta \lambda$  vão absorver o fóton, ou seja, a velocidade dos átomos excitados é influenciada pela frequência do laser. Esse fenômeno é definido como seleção de velocidade [26].

Portanto, resulta em duas consequências:

- Quando o fóton incidente está próximo do centro da linha, a absorção e a emissão ocorre em torno de  $\delta_0$  no referencial atômico;
- Quando o fóton incidente está longe da ressonância  $\delta' \approx \delta$ .

Devido a distribuição de Maxwell-Boltzmann, a probabilidade de encontrar um átomo com velocidade maior, é pequena, porém não nula [3]. Isso para grande dessintonização (longe da ressonância).

Como observamos, a componente de velocidade  $v_z$  é dada pela equação 3.15. Agora para componente perpendicular, levamos em consideração as duas componentes de velocidade abaixo:

$$\begin{cases} v_x = v_{\perp} \cos \phi, \\ v_y = v_{\perp} \sin \phi \end{cases}$$

Onde  $\phi$  é o ângulo no plano xy. Essa componente  $v_{\perp}$  também segue uma distribuição de Maxwell-Boltzmann em duas dimensões [3], ou seja:

$$P(v_{\perp}) \approx v_{\perp} e^{-\frac{v_{\perp}^2}{u^2}}. \quad (3.16)$$

Como foi exposto, no referencial do átomo temos que a frequência emitida é igual a frequência incidente,  $\delta_A = \delta'_A$ . Agora no referencial do laboratório, a frequência emitida é dada pela seguinte expressão [25, 27]:

$$\delta' = \delta_A + \frac{1}{\lambda} \vec{v} \cdot \hat{n}. \quad (3.17)$$

Ou seja, depende da frequência no referencial do átomo e do efeito Doppler, como dito no início da seção. Podemos então escrever a equação 5 em relação as componentes de velocidades, obtidas anteriormente.

$$\delta' = \delta_A + \frac{1}{\lambda} [v_z \cos \theta + v_y \sin \theta]. \quad (3.18)$$

Substituindo a equação 3.12 em 3.18, obtemos:

$$\delta' = \delta + \frac{1}{\lambda} [v_z (\cos \theta - 1) + v_y \sin \theta]. \quad (3.19)$$

Com  $v_z$  a componente de velocidade paralela ao fóton incidente,  $v_y$  a componente perpendicular ao fóton incidente e  $\theta$  o ângulo entre o fóton incidente e emitido. Como a dessintonização emitida no referencial do átomo  $\delta'_A$  é igual a dessintonização incidente no referencial do átomo  $\delta_A$ , e considerando que estamos no centro da linha, isto é, em  $\delta = 0$ , isso implica em  $v_z = 0$ . Assim, podemos reescrever a equação 6 como:

$$\delta' = \frac{1}{\lambda} [v_y \sin \theta]. \quad (3.20)$$

Somente temos contribuição da componente  $v_y$ , ou seja, a frequência emitida segue a distribuição de  $v_y$ . Contudo, para grande dessintonização (longe da ressonância), a seleção de velocidade não ocorre devido as correções do efeito Doppler. Pois a velocidade que o átomo deve ter para absorver um fóton com frequência incidente  $\delta$  é extremamente grande, e é bem difícil encontrar um átomo com essa velocidade [28]. Neste caso, a absorção ocorrerá fora da ressonância [3]. Tendo em vista, que a probabilidade de encontrar um átomo com velocidade

$v_z = \delta\lambda > u$  ( $u$  é a velocidade provável) é muito pequena. Diante disso, a frequência incidente no referencial atômico é aproximadamente a frequência incidente no referencial do laboratório:

$$\delta_A \approx \delta. \quad (3.21)$$

Consequentemente, temos que a frequência emitida no referencial do átomo  $\delta'_A$ , será:

$$\delta'_A = \delta_A \approx \delta, \quad (3.22)$$

em que  $\delta_A$  é a frequência incidente no referencial atômico e  $\delta$  a frequência incidente no referencial do laboratório. No referencial do laboratório, a frequência emitida ocorre longe da ressonância, ou seja, na mesma frequência de incidência. A frequência emitida segue a distribuição de Maxwell-Boltzmann [3], pois como a distribuição de velocidade perpendicular é uma gaussiana e estamos olhando somente em uma direção, isso resulta em uma emissão Doppler.

$$P(\delta') \propto e^{-\frac{(\delta' - \delta)^2}{\Gamma_D^2}}. \quad (3.23)$$

Resultando em uma correlação entre frequência emitida e frequência incidente [3, 25].

Agora, no regime de grande dessintonia, a emissão pode ser considerada isotrópica, e a principal contribuição para o deslocamento Doppler provém da componente de velocidade  $v_z$ . Nessas condições, desprezando-se  $v_y$  e assumindo  $v_z \gg u$  (sendo  $u$  a velocidade mais provável), a frequência emitida no referencial do laboratório é dada por:

$$\delta' \approx \frac{1}{\lambda}(v_z \cos(\theta)) = \delta \cos(\theta), \quad (3.24)$$

Como a emissão é isotrópica  $\cos(\theta)$  é redistribuído entre -1 e +1, logo a distribuição da frequência emitida no referencial do laboratório segue um platô de  $-\delta$  até  $+\delta$ .

### 3.5 Cenário III - Redistribuição de frequência na presença de alargamento natural, Doppler e colisional

A redistribuição completa ocorre quando o espectro da frequência emitida pelo conjunto de átomos é igual ao espectro do perfil de absorção. Para situação onde temos colisões frequentes, a frequência emitida não guarda a informação da frequência incidente [3].

Neste caso, a distribuição dos passos é dada pela seguinte expressão:

$$P(l) = k \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2(\omega) e^{-\phi(\omega)l} d\omega \quad (3.25)$$

onde  $\phi$  é o coeficiente de absorção e  $k$  é uma constante de normalização.

Devido às colisões frequentes, a frequência emitida no referencial do átomo é dada por:

$$P(A)' = \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta_A^2}{\Gamma^2}}, \quad (3.26)$$

com alargamento total  $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_c$  [29], em que  $\Gamma_c$  refere-se ao alargamento colisional e  $\Gamma_n$  é o alargamento natural.

Para este cenário, temos duas situações:

- Quando a excitação ocorre em  $\delta=0$ , no centro da linha, a emissão ocorre também em torno do centro da linha;
- Quando há grande dessintonia, não há correlação entre as frequências emitida e absorvida, e a emissão ocorre no centro da linha.

Isso é válido, somente quando  $\Gamma_c \gg \Gamma_n$  ou  $\tau_c \ll \tau$ . Onde  $\Gamma_n$  e  $\Gamma_c$ , são os alargamentos de linha natural e colisional [29]. E  $\tau_c$  é o intervalo entre as colisões, e  $\tau$  é o tempo de vida do estado excitado.

A probabilidade de ocorrer colisões antes do átomo ser absorvido, é dada pela seguinte expressão:

$$P = \frac{\Gamma_c}{\Gamma_n + \Gamma_c}. \quad (3.27)$$

- Quando  $\Gamma_c \ll \Gamma_n$ , temos a situação caracterizada pelo cenário II, com alargamento natural e Doppler;
- Quando  $\Gamma_c \gg \Gamma_n$ , temos a situação caracterizada pelo cenário III, com alargamento natural, Doppler e colisional.

Na situação de nosso interesse, isto é, quando a emissão é observada em uma direção perpendicular ao feixe incidente, o perfil espectral resultante é determinado pela probabilidade de colisões entre os átomos do vapor. Quando a excitação ocorre próxima ao centro da linha, tanto no cenário II quanto no cenário III, a emissão também se concentra ao redor do centro da linha, sendo alargada predominantemente pelo efeito Doppler.

A distinção entre esses dois cenários torna-se evidente quando a excitação ocorre fora da ressonância. No cenário II, onde as colisões são pouco frequentes, a emissão mantém correlação com a frequência absorvida, ocorrendo assim fora do centro da linha. Por outro lado, no cenário III, caracterizado por colisões frequentes ( $\Gamma_c \gg \Gamma_n$ ), essa correlação é rompida, e a emissão passa a se concentrar no centro da linha, independentemente da frequência incidente.

# Capítulo 4

## Aparato Experimental

Neste capítulo iremos descrever o sistema experimental usado para medir a fluorescência perpendicular à excitação do laser, bem como, os principais dispositivos que compõe o sistema. O sistema está dividido em duas partes: sistema principal e auxiliar. O primeiro, e mais importante, é o sistema de detecção do sinal da fluorescência. Onde esperamos a correlação entre frequência absorvida e emitida por um átomo em um vapor. E o sistema auxiliar, que permite os ajustes necessários para o funcionamento do laser na frequência de interesse. Em seguida, abordaremos os procedimentos experimentais e, finalmente, a aquisição de dados experimentais.

### 4.1 O átomo de Césio

Nossa pesquisa é baseada principalmente em duas transições atômicas  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3,4)$ , estrutura hiperfina de transição na linha  $D_1$  do átomo de césio. Ao analisarmos essa estrutura, entendemos o porquê é tão interessante trabalhar com o césio. Logo, o segundo foi definido justamente pela duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de  $^{133}\text{Cs}$  [30]. Conclui-se que o átomo de césio é bem estável.

O césio é da família dos metais alcalinos com número atômico  $Z=55$ . Possui um elétron na camada de valência, por isso seu espectro é bastante simples. Além disso, é encontrado em abundância na natureza e pelo fato de ter somente um elétron na camada de valência, como dito

anteriormente, é facilmente polarizado. Sua configuração eletrônica está descrita logo abaixo:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1 = [\text{Xe}]6s^1.$$

O momento angular total do átomo de césio é dado pela equação 4.1:

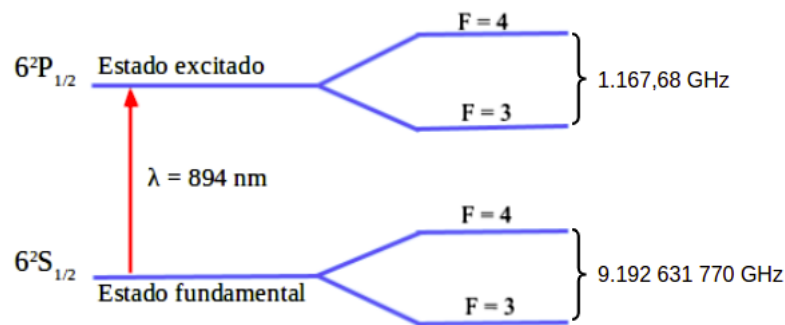
$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}, \quad (4.1)$$

onde  $\vec{J}$  é o momento angular total do elétron (orbital mais spin) e  $\vec{I}$  o momento angular do núcleo. Os valores possíveis de F, níveis hiperfinos, são:

$$|J - I| \leq F \leq J + I. \quad (4.2)$$

Neste caso, levamos em consideração a interação entre o momento angular do elétron e o spin do núcleo. Os níveis de estrutura fina se dividem de acordo com o valor de F. O césio tem spin do núcleo igual a  $I=7/2$ . No estado fundamental  $6S$ , o elétron tem números quânticos  $l=0$  e  $s=1/2$ , o que resulta em  $j=1/2$ . Esse estado é dividido em dois níveis hiperfinos, um com  $F=7/2 - 1/2 = 3$  e um com  $F=7/2 + 1/2 = 4$ . Já o estado excitado, tem número quântico  $l=1$  e  $j=1/2$ , o que resulta em dois níveis, com  $F'=3, 4$ . Os diferentes níveis finos e hiperfinos para linha  $D_1$  do césio, são mostrados na figura 11.

**Figura 11:** Estrutura hiperfina de transição na linha  $D_1$  do césio, com divisão de frequência entre os níveis de energia.



Fonte: Adaptada da referência [31].

## 4.2 Laser

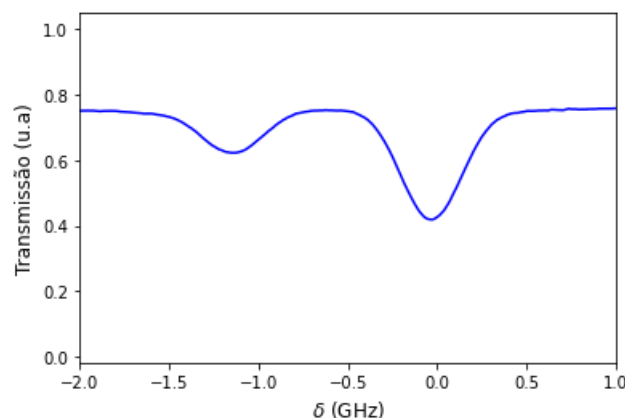
O laser de diodo usado para realizar as medidas foi fabricado por Photodigm, e tem potência na saída de 60 mW. Ele é um laser do tipo DBR (Distributed Bragg Reflector) e opera com uma grade de difração interna, no comprimento de onda de 894 nm, que é o comprimento de onda associado a transição  $D_1$  do césio  $6S_{1/2}(F = 3, 4) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$ , conectado a um sistema de temperatura e de corrente, ajustados em 21°C e 66.30 mA. O laser é conectado a um controle de temperatura, necessário estabilizar a temperatura da sala (ambiente) em  $\approx 21^\circ\text{C}$  para não danificar o diodo laser.

## 4.3 Espectroscopia de Absorção linear e saturada

### 4.3.1 Absorção Linear

A absorção linear ocorre quando um feixe de luz incide em um meio atômico cuja frequência é próxima ou igual à frequência transição atômica da amostra. Neste caso, os átomos absorvem a luz no infravermelho e fazem transições para níveis de energia mais altos [32]. Portanto, para gerar a curva da absorção linear, mostrada na figura 12, um único feixe monocromático é selecionado e um detector é configurado para detectar a luz transmitida após o meio.

**Figura 12:** Absorção linear na transição  $D_1$  do césio.



Fonte: Arquivo pessoal (2022).

A figura acima mostra o perfil de absorção linear, este processo ocorre quando o átomo de césio está interagindo com laser com comprimento 894nm, ou seja, a frequência do laser é



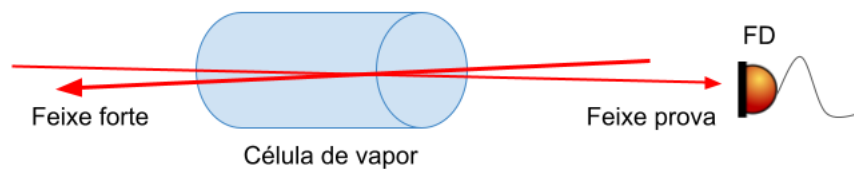
próxima ou igual a transição atômica. No que diz respeito a este processo, os átomos alcalinos no estado fundamental absorvem a luz e saltam para o estado excitado. Em seguida, os átomos alcalinos excitados decairão de volta ao estado fundamental por meio de emissão espontânea [33].

Considere que os picos que aparecem na figura 12 correspondem a parte imaginária de  $\chi$ , que correspondem as transições  $S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  alargadas por efeito Doppler ( $\Gamma_D=261$  MHz) [34]. Outrossim, os picos de absorção podem ser usados para estabilização de frequência de laser sintonizável, por exemplo [34].

### 4.3.2 Absorção Saturada

A absorção saturada é um dos vários tipos de espectroscopia a laser não-linear de alta resolução usados para estudar estruturas de espectro. As transições hiperfinas, que são ofuscada pelo efeito Doppler, podem ser observadas usando esse método em um vapor atômico de metais alcalinos em temperatura ambiente [35]. Na figura 13 está ilustrada essa técnica, onde dois feixes de mesma frequências incidem contra-propagantes no vapor atômico. Um dos feixes é o forte, e o outro é o feixe fraco, conhecido como feixe de prova.

**Figura 13:** Ilustração técnica da espectroscopia de Absorção saturada.



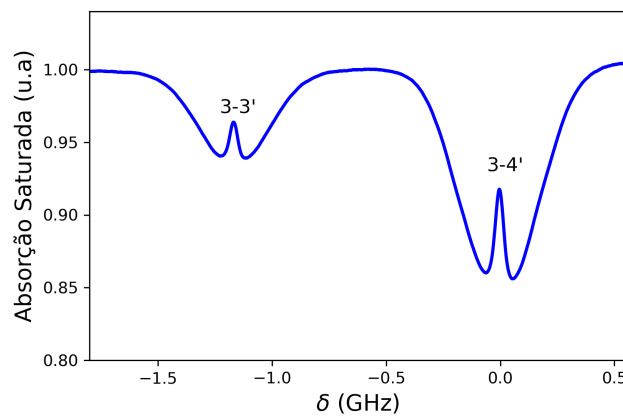
Fonte: Adaptada da referência [10].

Quando a frequência do laser  $\omega_L$  difere da frequência da transição atômica  $\omega_0$ , o feixe prova excita o grupo simétrico de átomos com velocidade  $-v_z$ , enquanto que o feixe forte interage com outro grupo de átomos, com velocidade  $v_z$ . Consequentemente, os dois feixes interagem com classes separadas de átomos e os espectros de absorção dos dois feixes são, portanto, independentes e semelhantes.

Todavia, quando  $\omega_L = \omega_0$ , ambos os feixes interagem com a mesma classe de átomos com velocidade  $v_z=0$  [5]. Diante disso, o feixe forte satura a transição atômica, diminuindo o

número de átomos no estado fundamental com essa velocidade. Portanto, há uma diminuição da absorção do feixe prova, uma vez que, uma parte dos átomos já foram excitados pelo feixe forte. Por fim, a absorção do feixe prova apresenta um perfil Doppler alargado, que se sobrepõe a um pico lorentziano que corresponde à frequência de ressonância, figura 14.

**Figura 14:** Absorção saturada na transição  $D_1$  do cézio.



Fonte: De autoria própria.

Como as condições do laser nem sempre são consistentes, é necessária uma calibração diária para determinar em qual região está. Essa calibração é feita a partir da absorção saturada, no qual os picos têm uma separação bem conhecida, dada pelas transições atômicas [36]. Neste trabalho, essa calibração é feita nas transições  $6S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=3,4)$ , estrutura hiperfina do átomo de cézio.

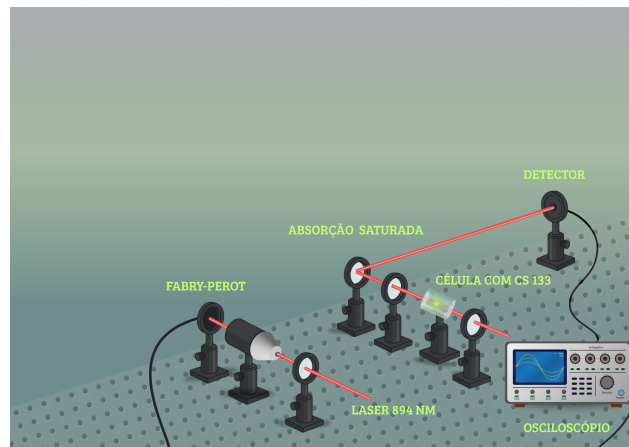
Por outro lado, é necessário também o uso de um interferômetro de Fabry-Perot, para determinar se o diodo laser está monomodo e para determinar a amplitude de varredura em frequência. Nesse experimento utilizamos um interferômetro de 1.5 GHz.

## 4.4 Procedimento experimental

Nas figuras abaixo, está a representação do sistema experimental desenvolvido para detectar o espectro de fluorescência devido a incidência do feixe laser de comprimento de onda  $\lambda=894\text{nm}$ , em um vapor de cézio contido numa célula de espessura de 1cm. O feixe laser passa por um isolador, esse tem a função de evitar a realimentação no laser devido às reflexões que acontecem no experimento.

Uma parte do feixe laser é desviada para o sistema auxiliar (ver figura 15), composto por um interferômetro de Fabry-Perot e da absorção saturada, que tem por finalidade calibrar a posição de frequência do laser, representado na figura 15. A varredura se faz em torno das transições  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3,4)$ , com o pico da transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 4)$  centrado no zero.

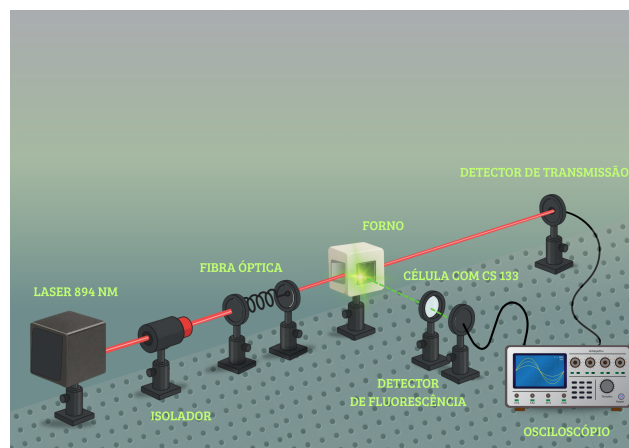
**Figura 15:** Montagem experimental auxiliar desenvolvida para calibrar a posição da frequência do laser.



Fonte: De autoria própria.

A outra parte do feixe laser é enviada para o sistema principal (ver figura 16) através de uma fibra-óptica.

**Figura 16:** Montagem experimental desenvolvida para detectar a fluorescência perpendicular após a excitação do vapor atômico de césio pelo laser com frequência em torno da linha  $D_1$  do césio.



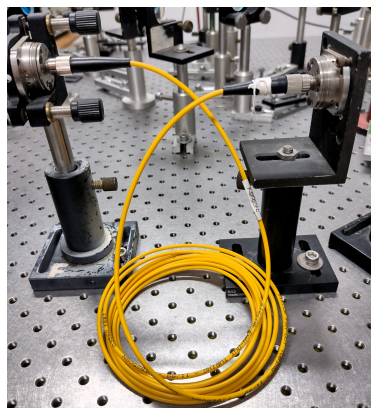
Fonte: De autoria própria.

Essa tem a função de transmitir apenas o modo gaussiano. Isso foi necessário, pois o

feixe estava saindo da fonte com forma espacial não gaussiana, impedindo-nos de colimá-lo. Diante disso, decidimos usar fibra óptica para obter um feixe monomodo bem colimado. Para alinharmos a fibra óptica, usamos um laser Hélio-Neônio com comprimento de onda de 632nm, que foi alinhado na direção oposta do feixe laser de 894nm. Sobrepondo os dois feixes lasers e ajustando os graus de liberdade de dois espelhos, pudemos observar o feixe laser de 894nm na saída da fibra óptica. Em seguida, determinamos a potência de entrada em cerca de 6.40 *mW* e a potência na saída de 0.74 *mW*, utilizando para tanto um potenciômetro. A potência ideal é de pelo menos 50% da potência de entrada, porém como nosso experimento é realizado com baixa potência, esse valor foi suficiente para prosseguir com as medidas.

A fibra óptica monomodo utilizada foi fabricada por Newport, F-SF-C-3FC, de diâmetro da cintura igual à 5.7  $\mu\text{m}$ , apresentada na figura 17. Após sair da fibra óptica, o feixe laser passa por dentro da célula, mantida dentro de um forno com dois sistemas de aquecimento independentes, janela e o reservatório. Dois resistores são colocados no forno (janela e reservatório), esses são conectados externamente a uma fonte de corrente, a corrente elétrica que passa por eles aquece a célula por meio do efeito joule. Com isso, há um aumento na energia térmica, resultando na liberação uniforme do estado líquido do césio contido no reservatório para uma forma gasosa. Isto é, resulta em um vapor de césio, do qual trabalhamos.

**Figura 17:** Fibra óptica utilizada no experimento.



Fonte: De autoria própria.

Diante disso, excitamos o vapor de césio com a potência do laser fixa em 0.47  $\mu\text{W}$  e intensidade do feixe igual à 1.49  $\text{mW}/\text{cm}^2$ , ou seja, estamos abaixo da intensidade de saturação do vapor de césio da linha  $D_1$ , cujo valor é  $I_{\text{sat}} = 2.49 \text{ mW}/\text{cm}^2$  [31]. Isso é relevante, pois para  $I < I_{\text{sat}}$ , o perfil de absorção do vapor é independente da intensidade do feixe (regime

linear). Posto isso, realizamos uma série de medidas sistemáticas da fluorescência na direção perpendicular à excitação, variando a temperatura da janela e do reservatório, respectivamente.

Mantivemos a temperatura da janela 20% maior do que a do reservatório, para não ocorrer inversão térmica e o césio comece a condensar nas janelas da célula. O tempo entre cada uma das medidas é de 40 minutos, tempo necessário para a temperatura se estabelecer. O sinal de fluorescência é focalizada por uma lente de 5 cm, detectado por um fotodetector e visualizado em um osciloscópio.

Na tabela 3 estão os valores das temperaturas utilizadas para cada medida realizada no laboratório, bem como, os parâmetros do feixe laser. Essas medidas de temperatura foram obtidas através da leitura da tensão existente entre as extremidades dos terminais de termopares colocados próximos à janela e ao reservatório. Por meio de uma tabela de referência transformamos o valor lido de tensão em temperatura (ver apêndice C).

**Tabela 1:** Parâmetros experimentais (Temperaturas, potência e corrente do feixe laser) utilizados para obter as medidas de fluorescência e sinal de transmissão.

Parâmetros do laser:		
Temperatura: 21°C	Corrente: 66.30 mA	Potência: 14.5 mW
Potência antes da célula: 47 $\mu$ W		
Parâmetros do forno:		
Medidas	Temperatura janela (°C)	Temperatura Reservatório (°C)
1	60	33
2	80	38
3	88	39
4	96	43
5	104	44
6	117	50
7	132	54
8	149	58
9	162	64
10	171	123
11	179	129

Fonte: De autoria própria.

Os dados obtidos são gerados a partir de uma média de 16 espectros no osciloscópio. Em seguida, utilizamos um programa escrito em linguagem Python para analisar as medidas obtidas. No osciloscópio, a escala do eixo x é em tempo, e precisamos analisar em relação a frequência. Esse procedimento é feito a partir da absorção saturada, tendo em vista que a separação entre os picos da saturada na escala de tempo do osciloscópio é proporcional à separação dos picos em frequência. Então, aplicamos a regra de três simples para determinar essa frequência, usando a distância em frequência conhecida da transição, cujo valor é igual à 1.167,68 MHz [31]. Essa frequência é dada pela equação 4.3:

$$\delta = \frac{\Delta F_{sat}(t - x_1)}{(x_2 - x_1)}. \quad (4.3)$$

Onde cada elemento da equação acima corresponde:

- $\delta$  é a dessintonização em MHz;
- $t$  : Refere-se ao eixo em tempo;
- $x_1$  : Refere-se a localização do pico da transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 4)$ ;
- $x_2$  : Refere-se a localização do pico da transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3)$ ;
- $F_{sat}$  é a frequência conhecida entre as duas transições  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3,4)$ , cujo valor é 1.167,68 MHz .

Com o uso desta equação 4.3, obtemos o eixo x em função da frequência. Além disso, os sinais detectados de fluorescência e transmissão, possuem uma rampa de fundo, devido ao aumento da potência do laser com o comprimento de onda. Para analisar precisamente essas medidas experimentais, eliminamos essa inclinação para que possamos comparar com os dados numéricos. Traçamos então uma reta e subtraímos esta da medida experimental.

#### 4.4.1 Medida da densidade atômica

Nesta subseção vamos explanar sobre a curva de transmissão para obter a densidade atômica. Posto isso, considere que dentro da célula o feixe laser é refletido múltiplas vezes até ser transmitido. Para que isso ocorra, é preciso que o feixe laser incida ao longo do eixo

longitudinal da célula, isto é, perpendicular as janelas. Com isso, colocamos o feixe incidente alinhado em cima do feixe refletido. Após isso, o sinal de transmissão é detectado por um fotodetector, e utilizado para obtenção da densidade [37]. Ou seja, ajustamos uma curva teórica sobre a curva experimental, com a finalidade de obtermos a densidade do vapor (ver figura ??).

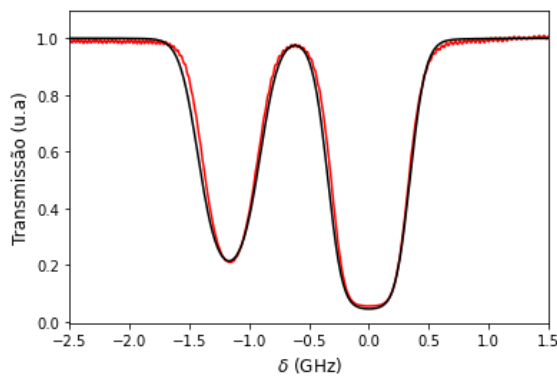
A curva de transmissão teórica utilizada no ajuste das curvas é dada pela equação 4.4:

$$T = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha L}}{(1 - R e^{-\alpha L})^2 + 4 R e^{-\alpha L} \sin^2(\frac{\phi}{2})}. \quad (4.4)$$

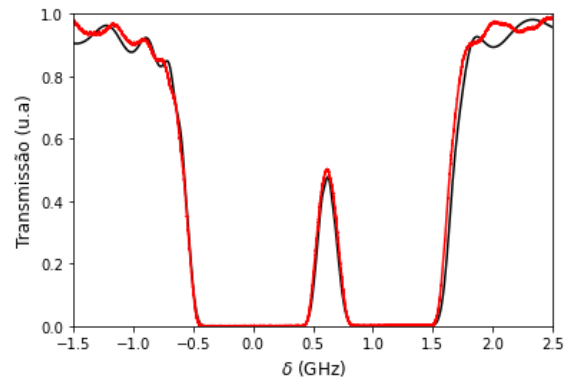
Em que  $R$  é a reflectância da janela,  $L$  é a espessura da célula e  $\phi$  é a fase acumulada pelo feixe em cada passagem. A dedução dessa equação encontra-se no apêndice B.

Na figura 30 está exposta a curva de transmissão obtida para uma baixa densidade, bem como, a curva teórica obtida através de um modelo teórico do coeficiente de absorção que segue um perfil do tipo Voigt. Em que, a curva preta, corresponde o resultado numérico enquanto que a curva vermelha o experimental.

Percebe-se na figura 30, que a curva preta apresenta uma boa concordância com o sinal experimental. Todavia, para alta densidade atômica, esse espectro corresponde à absorção total na ressonância, e possui um caráter oscilatório longe da ressonância (nas asas). A razão para essas oscilações é que as paredes internas da célula são paralelas e sua refletividade é baixa, ou seja, semelhante a uma cavidade de Fabry-Pérot (ver apêndice B). Como podemos ver na figura 19.



**Figura 18:** Sinal de transmissão para uma densidade com  $N = 3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>.



**Figura 19:** Sinal de transmissão para uma densidade com  $N = 7.5 \cdot 10^{12}$  átomos/cm<sup>3</sup>.

Fonte: De autoria própria.

Ainda sobre a figura 19, percebe-se que para uma dessintonização  $\delta > 0$ , há uma oposição de fase entre as oscilações dos sinais. E em  $\delta < 0$ , observa-se que o ajuste é razoável, igualmente para região no centro da linha, na ressonância. Essa defasagem para frequências maiores, é devido a varredura não ser perfeitamente linear com a frequência do laser.

É sabido, que para fazer um bom ajuste devemos utilizar um critério quantitativo. Entretanto, estamos trabalhando com medidas de densidades do vapor bem elevadas, a partir da ordem de  $10^{11}$ , ou seja, a incerteza desse ajuste para obtenção da densidade do vapor atômico, é cerca de 10% comparada ao valor obtido.

Na tabela 2, temos todas as densidades do vapor de césio obtidas para cada sinal de transmissão obtido através do ajuste da curva numérica com o experimental. De acordo com a tabela, podemos enfatizar a razão pela qual a incerteza nos ajustes das curvas (obtenção da densidade atômica) são irrelevantes. Como podemos ver, a densidade atômica variou por um fator 1000, desde a medição inicial até a última obtida. Logo, a incerteza é pequena comparada à variação utilizada.

**Tabela 2:** Densidades do vapor de césio obtidas através das medidas de transmissão e da simulação numérica.

Densidades do vapor de césio	
Medidas	Densidade (átomos/cm <sup>3</sup> )
1	$3.1 \cdot 10^{11}$
2	$10 \cdot 10^{11}$
3	$10.6 \cdot 10^{11}$
4	$13.2 \cdot 10^{11}$
5	$25 \cdot 10^{11}$
6	$7.5 \cdot 10^{12}$
7	$2.25 \cdot 10^{13}$
8	$4.5 \cdot 10^{13}$
9	$5.8 \cdot 10^{13}$
10	$10.2 \cdot 10^{13}$
11	$14.8 \cdot 10^{13}$

Fonte: De autoria própria.



# Capítulo 5

## Simulação de Monte Carlo

Neste capítulo faremos um breve resumo sobre o método Monte Carlo, utilizado na nossa simulação numérica. Também iremos descrever os passos realizados para obtenção das curvas de fluorescência, bem como, para interpretar os resultados obtidos no experimento, levando em consideração um coeficiente de absorção fixo. Uma vez que estamos interessados em mostrar a redistribuição de frequência e os efeitos de colisão na fluorescência.

### 5.1 Método Monte Carlo

Ao visitar a Universidade da Pensilvânia em 1944, John Von Neumann se inspirou em um projeto para criação de um computador eletrônico de uso geral para resolução de diversos problemas. Uma das primeiras ideias para o uso desses computadores, veio de um matemático chamado Stanislaw Ulam. A ideia era usá-los para resolver problemas usando uma abordagem estatística que após ficou conhecida como método de Monte Carlo.

Em 1949, John Von Neumann e Stanislaw Ulam publica o artigo "The beginning of the Monte Carlo method" abordando sobre Método de Monte Carlo [38]. O método é estatístico e utilizado para resolução de problemas baseados em amostragem aleatória, bem como, em problemas determinísticos. Foi usado pela primeira vez para simular o problema da difusão aleatória de nêutrons na fissão nuclear[39]. Esse método exige uma descrição do sistema físico ou matemático em termos de funções de distribuição de probabilidade. São gerados números aleatórios de 0 a 1, após isso, os resultados desta amostragem aleatória são acumulados e ajustados para criar os resultados pretendidos.

## 5.2 Descrição da simulação numérica para o processo de absorção e emissão de fótons por um átomo

Sabemos que o transporte da luz em vapores ressonantes ocorre por meio de várias sequências de absorção e emissão dos fótons pelos átomos do vapor. Esse processo é conhecido como caminhada aleatória e, é influenciado pela distribuição de frequência dos fótons emitidos. Essa frequência emitida depende da frequência em que foi absorvido o fóton, da velocidade do átomo que absorveu e também depende das colisões entre átomos no vapor. Esperamos ter uma correlação maior entre frequência emitida e absorvida, quando a excitação ocorre longe da ressonância. E esperamos que quando estamos próximos da ressonância, essa correlação seja desprezível. O que queremos estudar é essa região entre esses dois limites assintóticos.

Desse modo, para interpretar nossas medidas adaptamos uma simulação numérica criada em nosso grupo [27], para verificar os efeitos dessa redistribuição de frequência e suas consequências na distribuição de tamanho dos passos dos fótons devido aos seus espalhamentos em um vapor de césio. Nessa simulação numérica utilizamos o método de Monte Carlo, numa linguagem de programação Python. O algoritmo do modelo numérico segue os seguintes passos:

1. Escolhe-se uma configuração inicial, isto é, a densidade atômica;
2. Estabelecemos um número relevante de fótons, para se ter uma boa estatística;
3. Definimos as transições  $\delta_{33}$  e  $\delta_{34}$  do césio, considerando a transição  $\delta_{34}$  como o centro da linha;
4. Sorteia-se o tamanho do passo do fóton através da distribuição de probabilidade de Beer-Lambert;
5. Calcula-se a direção do fóton emitido (isotropicamente);
6. Obtém-se a velocidade dos átomos que absorvem e reemitem os fótons;
7. Calcula-se a probabilidade de um átomo excitado sofrer colisões;
8. Calcula-se a dessintonização emitida no referencial do laboratório;
9. Determina-se a distância percorrida pelo fóton antes de ser absorvido novamente;

10. Verifica-se se o fótons saiu da célula pela região de detecção;
11. É gerado um histograma dos resultados.

Simulamos o experimento dos fótons no vapor como sendo uma caminhada aleatória tridimensional, onde cada espalhamento dentro da célula, é uma instância de absorção e emissão de fótons pelos átomos do vapor. Um dos primeiros parâmetros utilizados na caminhada aleatória, é o tamanho do passo, cuja distribuição de probabilidade segue a Lei de Beer-Lambert, definida na equação 5.1.

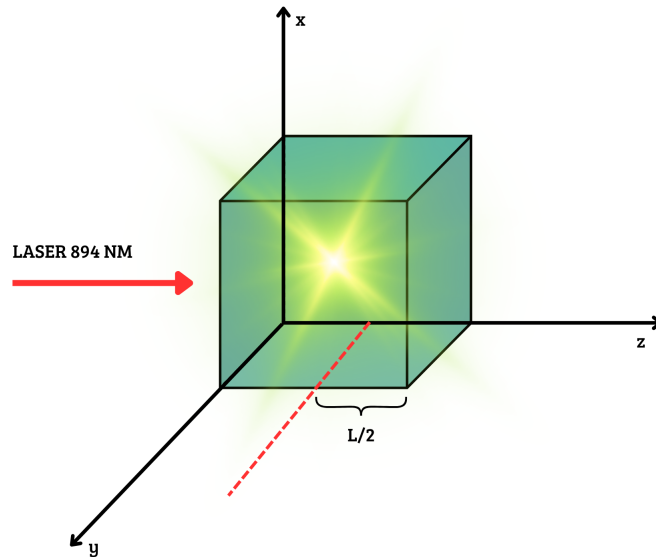
$$P(l)dl = \alpha(\delta')e^{-\alpha(\delta')l}dl \quad (5.1)$$

onde,  $\alpha$  é o coeficiente de absorção para cada dessintonização  $\delta'$ . E  $l$  é a distância percorrida pelo fóton dentro do vapor atômico que podemos determinar usando o método de Monte Carlo da seguinte maneira:

$$l = \frac{-\ln(r_n)}{\alpha}, \quad (5.2)$$

com  $r_n$  sendo um número aleatório entre 0 e 1. Posto isto, consideramos que os fótons entram na célula ao longo do eixo de incidência do laser, ou seja, na direção  $z$  (figura 20).

**Figura 20:** Esquema da detecção do sinal de fluorescência.



Fonte: De autoria própria.

Por conseguinte, é calculado o tamanho do primeiro passo. Se o tamanho do passo for maior que  $L$  (espessura da célula), este foi transmitido. Caso contrário, se o fóton é absorvido, a

frequência é redistribuída. Logo, essa nova frequência de emissão é utilizada para calcular um novo tamanho do passo. Esse processo é feito até que o fóton escape da célula. Desse modo, é sorteado em coordenadas esféricas uma direção aleatória a cada emissão de fóton. É sabido que a emissão é isotrópica, ou seja, o fóton tem a mesma possibilidade de ser emitido em qualquer direção. Entretanto, para este caso, a detecção<sup>1</sup> é apenas na direção perpendicular ao eixo de excitação, isto é, apenas na direção  $y$ . Neste sentido, calculamos o ponto de interseção entre a trajetória do fóton e o plano que contém a janela perpendicular. Se este ponto do qual calculamos estiver incluso na janela perpendicular, então o fóton saiu pela direção perpendicular.

A dessintonização emitida no referencial do laboratório, no regime sem colisões, é dada pela seguinte expressão:

$$\delta' = \delta'_A + \frac{1}{\lambda} \vec{v} \cdot \hat{n}', \quad (5.3)$$

com  $\delta'_A$  a dessintonização emitida no referencial atômico,  $\vec{v}$  é vetor de velocidade do átomo e  $\hat{n}'$  é o vetor que dá direção do fóton emitido. Como a emissão ocorre com efeito doppler, então a dessintonização emitida no referencial do laboratório  $\delta'$ , dependerá somente da componente de velocidade  $V_y$  quando a emissão for ao longo do eixo  $y$ .

Desse modo, admitimos que a emissão no referencial atômico ocorra no centro da linha, ou seja, na ressonância. O que acarreta que a frequência emitida no referencial do laboratório seja determinada pela componente  $V_y$  do átomo que emitiu devido ao efeito Doppler. Logo, a probabilidade de emitir um fóton com frequência  $\delta'$ , é dado pela probabilidade de encontrarmos a componente de velocidade  $V_y$ . Essa probabilidade é dada pela distribuição de Maxwell-Boltzmann.

$$P(v_y) = \frac{1}{u \sqrt{\pi}} e^{-v_y^2/u^2} \quad (5.4)$$

Onde o primeiro termo se refere as constantes de normalização, pois a probabilidade de encontrarmos a componente de velocidade  $v_y$  entre  $-\infty$  a  $+\infty$  é igual a 1. Ainda sobre a equação 5.4, podemos reescrevê-la de outra maneira, em termo da dessintonização emitida no referencial do laboratório  $\delta'$  e da largura Doppler, que é definida como  $\Gamma_D = u/\lambda$ . Com  $u$  sendo a velocidade mais provável e  $\lambda$  o comprimento de onda associado a transição  $D_1$  do cézio.

---

<sup>1</sup>Na simulação o fóton é emitido em todas as direções a detecção é que tem direção bem definida.

$$P(\delta') = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} e^{-\delta'^2/\Gamma_D^2} \quad (5.5)$$

Onde  $P(\delta')$  é a probabilidade do fóton emitido na direção  $y$  ter dessintonização  $\delta'$ . Como dito anteriormente, estamos levando em consideração que a emissão ocorre no centro da linha no referencial do átomo, o que resulta em um espectro de emissão doppler no referencial do laboratório. Levando em conta a distribuição de frequência emitida da equação 5.5, podemos escrever a probabilidade dos fótons emitidos escaparem da célula na direção  $y$ , como:

$$K(\delta') = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\delta') e^{-\alpha(\delta')^{\frac{L}{2}}}. \quad (5.6)$$

Com  $\alpha$  definido como coeficiente de absorção e  $L/2$  a distância percorrida pelo fóton, considerando que seja emitido do centro da célula. Quando a emissão ocorre no centro da linha, o coeficiente de absorção visto pelo átomo é grande, isto significa que o átomo fica preso na célula. Consequentemente, a probabilidade do fóton sair da célula na direção  $y$  é pequena. Em seguida, calculamos a dessintonização emitida no referencial do átomo e do laboratório.

E a frequência emitida no referencial do átomo, considerando também o regime sem colisões é dada pela equação abaixo:

$$\delta'_A = \delta - \frac{1}{\lambda} \vec{v} \cdot \hat{n}. \quad (5.7)$$

Quando temos colisões presentes no vapor, a emissão ocorre no centro da linha. O perfil de emissão para esta situação é lorentziano, e é dado por:

$$\phi(\delta'_A) \propto \frac{1}{1 + \frac{4\delta_A'^2}{\Gamma_T^2}}. \quad (5.8)$$

Onde  $\Gamma_T$  é o alargamento total, isto é, a soma do alargamento natural mais o colisional.

É importante ressaltar que a quantidade de fótons e a geometria da distribuição espacial da excitação influenciam na análise dos espectros de fluorescência. Especificamente, para excitação no centro da linha e em alta densidade, a absorção do fóton incidente ocorre muito próximo da janela de entrada, enquanto que a distribuição espacial da excitação do fóton incidente longe da ressonância é uniformemente distribuída na célula. Para eliminar esses efeitos de

geometria na excitação, escolhemos um valor fixo para todos os coeficientes de absorção obtidos através das medidas experimentais. Como a profundidade do laser é dada por  $1/\alpha(\delta)$ , estamos sempre trabalhando com o mesmo valor de  $\alpha(\delta)$ , ou seja, temos a distribuição espacial de átomos excitados aproximadamente uniforme. Com isso, simulamos espectros de fluorescência para todas as densidades obtidas através dos ajustes das curvas de transmissão, procedimento descrito no capítulo anterior. Para isto, Seguimos os mesmos passo anterior, porém agora usando essa condição do coeficiente de absorção ser fixo. O procedimento é feito do seguinte modo:

1. Para cada densidade trabalhada verifica-se em qual dessintonização  $\delta_i$  o valor do coeficiente de absorção seja igual à 100, coletamos então  $\alpha_i(\delta_i)$ , onde  $\alpha_i(\delta_i) = \alpha_1(\delta_1), \alpha_2(\delta_2), \alpha_3(\delta_3), \dots, \alpha_n(\delta_n)$ ;
2. Para mesma dessintonização obtida no item (1), coletamos o valor da fluorescência  $F_i(\delta_i)$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
3. Os procedimentos descritos nos itens (1) e (2) são feitos para todas as densidades obtidas, sempre checando em qual ponto da curva do perfil de absorção passa mais perto do 100, entre o intervalo de 95 a 105;
4. É feito um histograma dos resultados obtidos;
5. É gerado um gráfico da fluorescência  $F_i$  em função da dessintonização  $\delta_i$ .

Para cada curva de coeficiente de absorção, podemos ter vários  $\alpha_i$  que satisfaçam as condições acima, ou seja, dois pontos para cada pico (vê na figura 21). Como a fluorescência é o número de fótons por segundos, isto é, uma potência que detectamos (no experimento), dada por:

$$F = \gamma N_e K(\delta'), \quad (5.9)$$

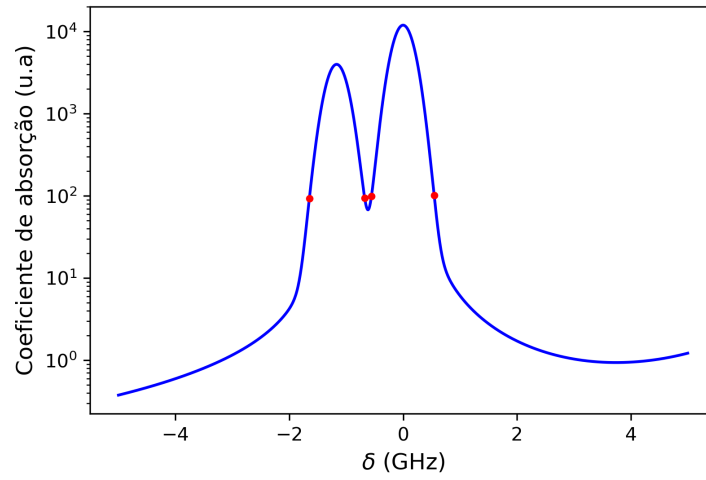
em que  $K(\delta')$  é a probabilidade de emissão no referencial do laboratório,  $\gamma$  é uma constante de normalização e,  $N_e$  é o número de átomos no estado excitado, dado pela equação 5.10.

$$N_e = N \cdot e^{-\alpha(\delta)L}. \quad (5.10)$$

com  $N$  o número de fótons incidentes e  $\delta$  a dessintonização incidente.

Logo, usando  $N_e$  constante, que independe da densidade atômica escolhida, estamos coletando a fluorescência para várias dessintonizações, mantendo a mesma penetração do laser. Em que a penetração do laser é dada por  $L = 1/\alpha$  e o coeficiente de absorção  $\alpha = 100m^{-1}$ . Portanto, para este valor de coeficiente de absorção, a excitação é distribuída uniformemente ao longo da célula.

**Figura 21:** Frequências em que ocorre  $\alpha = 100m^{-1}$  em torno das transições  $6S_{1/2}(F = 3, 4) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$  da linha  $D_1$  do césio, em escala logarítmica no eixo  $y$ .



Fonte: De autoria própria.

# Capítulo 6

## Medidas da fluorescência perpendicular em um vapor atômico de césio

Neste capítulo, apresentamos os resultados experimentais e numéricos, destacando o comportamento da fluorescência detectada em uma direção perpendicular ao feixe incidente, em temperatura ambiente. Diferentemente do que ocorre ao integrar a emissão em todas as direções — onde, em baixas temperaturas, observa-se uma correlação parcial entre as frequências incidente e emitida —, na direção perpendicular essa correlação desaparece. Apenas em grandes dessintonizações a frequência emitida retém informação sobre a frequência incidente. Em sequência, iremos mostrar os espectros de fluorescência em função da dessintonização para um coeficiente fixo  $\alpha = 100$ . Essas informações serão úteis como forma de comparar e verificar a eficiência do método numérico, assim como, para interpretação dos dados experimentais. Por último, mostrar que há correlação entre frequência absorvida e emitida para frequências incidentes longe da ressonância.

### 6.1 Espectros obtidos para densidades atômicas diferentes

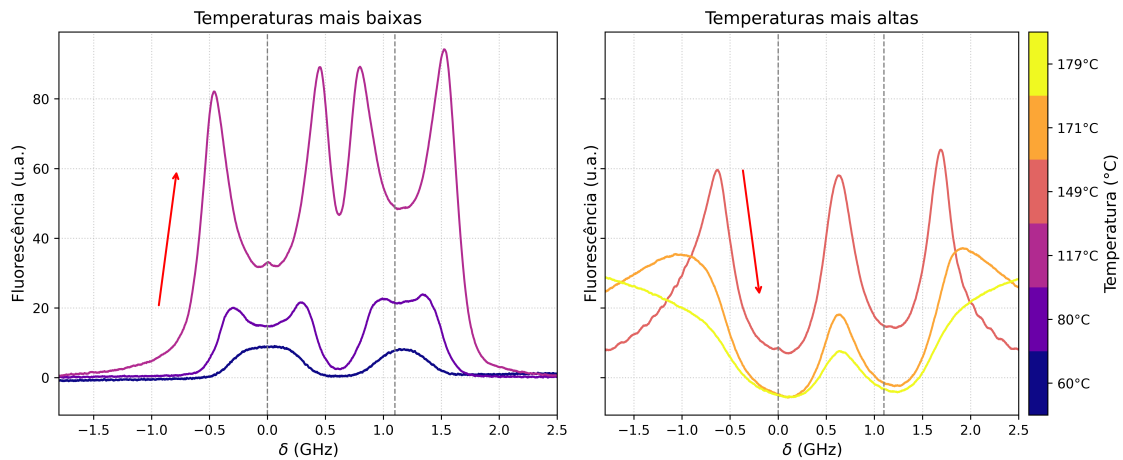
Nesta seção iremos mostrar os resultados obtidos no experimento e na simulação numérica. Além disso, discutiremos a eficiência da simulação numérica tipo Monte-Carlo.



### 6.1.1 Resultado experimental

Na figura 22, estão apresentados os espectros de fluorescência perpendicular medidos em função da frequência de excitação. Para as curvas azul e roxa, em baixa densidade, os máximos de fluorescência ocorrem em torno do centro da linha de ambas as transições  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$  como esperado (linhas tracejadas). A partir da curva roxa até a amarela, densidades mais altas, há uma diminuição da intensidade de fluorescência no centro da linha, pois o fóton emitido ao redor do centro da linha “vê” uma alta densidade óptica e tem baixa probabilidade de escapar da célula. Para densidade maiores, curvas laranja e amarela, há também um aumento de fluorescência quando a excitação ocorre longe da ressonância (nas asas).

**Figura 22:** Espectros de fluorescência experimental para várias temperaturas, com potência do laser antes da célula de  $47\mu\text{W}$ . (curva azul)  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/ $\text{cm}^3$ ; (curva roxa)  $N=10 \cdot 10^{11}$  átomos/ $\text{cm}^3$ ; (curva lilás)  $N=7.5 \cdot 10^{12}$  átomos/ $\text{cm}^3$ ; (curva rosa)  $N=4.5 \cdot 10^{13}$  átomos/ $\text{cm}^3$ ; (curva laranja)  $N=10.2 \cdot 10^{13}$  átomos/ $\text{cm}^3$  e (curva amarela)  $N=14.8 \cdot 10^{13}$  átomos/ $\text{cm}^3$ .



Fonte: De autoria própria.

Na tabela 3 estão expostos os valores das temperaturas utilizadas para os espectros obtidos da figura 22, bem como, os parâmetros do feixe laser. Como podemos ver, a amplitude dos espectros, dependem fortemente da escolha da temperatura do reservatório. já na análise dos resultados experimentais, utilizamos uma simulação numérica (detalhada no capítulo 5). A partir dessa simulação obtivemos perfis espectrais de emissão para baixas densidades, bem como, para a situação onde temos colisões.

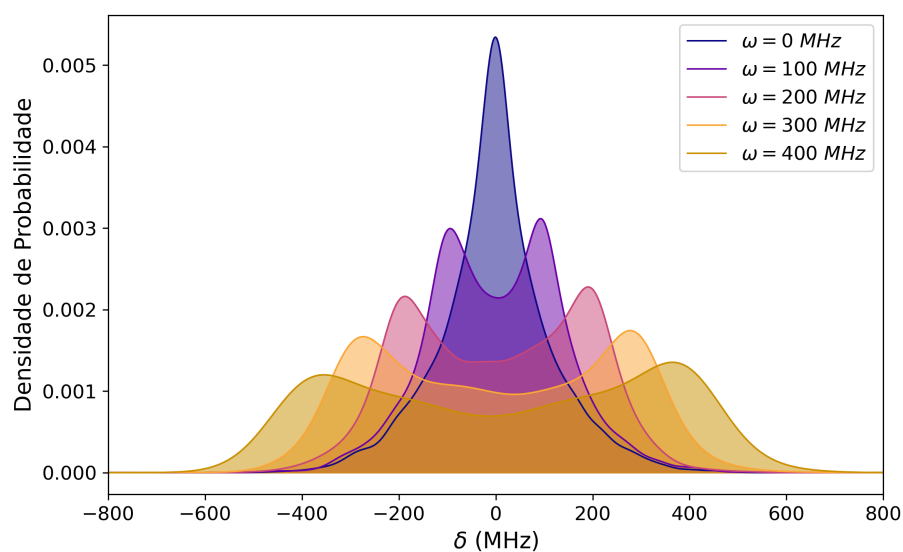
**Tabela 3:** Parâmetros experimentais (Temperatura, potência e corrente do feixe laser) utilizados para obter as medidas de fluorescência e sinal de transmissão.

Parâmetros do laser:		
Temperatura: 21°C	Corrente: 66.30 mA	Potência: 14.5 mW
Potência antes da célula: 47 $\mu$ W		
Parâmetros do forno:		
Curvas	Temperatura janela (°C)	Temperatura Reservatório (°C)
Azul	60	33
Roxa	88	38
lilás	117	50
Rosa	149	58
Laranja	171	123
Amarela	179	129

Fonte: De autoria própria.

Posto isso, na figura 23 está representado o perfil espectral de emissão (referencial do laboratório), após um fóton ser espalhado por um átomo em todas as direções para uma densidade de vapor  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>, ou seja, sem efeitos de colisões obtido através da simulação numérica.

**Figura 23:** Perfil espectral de emissão para baixa densidade,  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>.

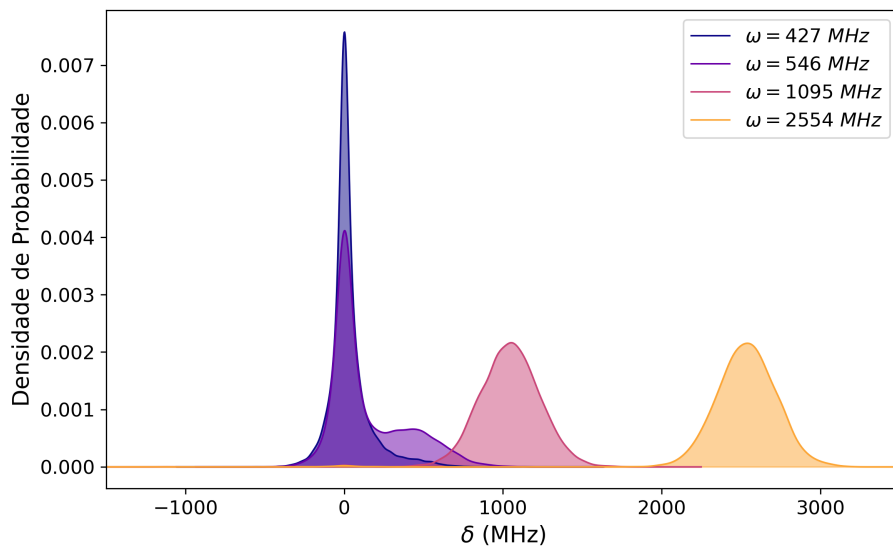


Fonte: De autoria própria.

É sabido, que os átomos têm velocidades e o efeito Doppler influencia na emissão, ou seja, na emissão o deslocamento Doppler é dado por  $1/\lambda[v_{\parallel}(\cos(\theta) - 1) + v_{\perp} \sin(\theta)]$ . Agora consideremos que a componente  $v_{\perp}$  é muito menor que a componente  $v_{\parallel}$ , logo o deslocamento Doppler resulta em  $(1/\lambda(v_{\parallel} \cos(\theta) = \delta \cos(\theta))$ . Nesta situação, de um espalhamento isotrópico, o  $\cos(\theta)$  é uniformemente distribuído entre -1 e +1, resultando em um platô de  $-\delta$  e  $+\delta$ , representado na figura 23. Diante disso podemos observar, por exemplo, que para uma dessintonização incidente  $\delta = 200\text{MHz}$ , a emissão ocorre em uma faixa, de -200MHz e 200MHz, como podemos ver na curva lilás. Mostraremos que esse perfil de emissão é diferente quando consideramos apenas a direção perpendicular, que é o caso do nosso trabalho.

Desse modo, quando estamos medindo perpendicularmente a fluorescência, para excitação com baixa dessintonização, a absorção ocorre no centro da linha, a emissão na direção perpendicular vai acontecer também em  $\delta' = 0$ . Como temos uma contribuição de velocidade perpendicular, que é uma gaussiana, isso resulta em perfil de emissão Doppler. Portanto, a frequência emitida não é correlacionada com a frequência incidente. Como podemos vê nas curvas em azul e roxa, na figura 24. O que explica a diminuição de fluorescência em torno do centro da linha para alta densidade (ver figura 22 curva lilás - curva amarela), pois, os fótons são reemitidos em torno do centro da linha vendo uma alta densidade ótica.

**Figura 24:** Perfil espectral da frequência de incidência versus emitida, para baixa densidade,  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>.



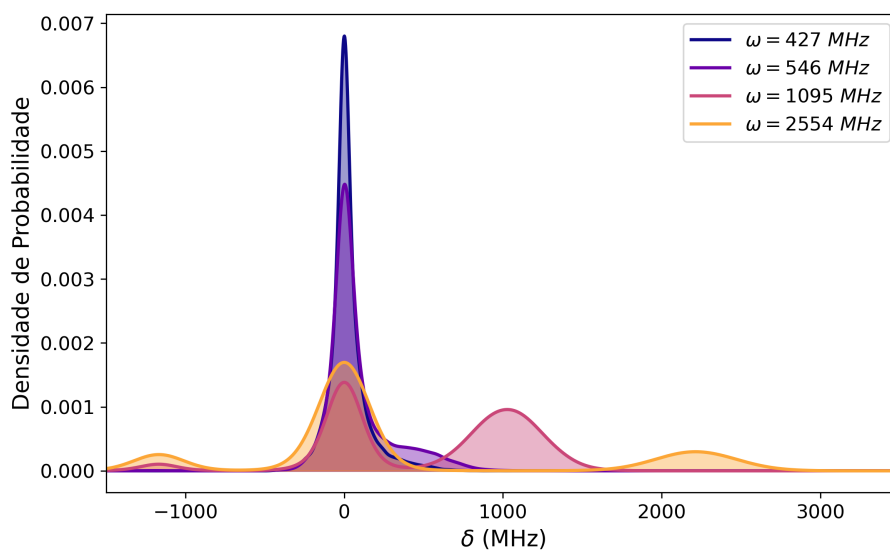
Fonte: De autoria própria.

Porém, quando a excitação ocorre em grande dessintonização (curvas verde e amarelo), a

absorção é feita longe da ressonância no referencial do átomo e a emissão também ocorre longe da ressonância [41, 42]. Há então, uma correlação entre a frequência emitida e absorvida. O fóton emitido “vê” baixa densidade óptica, pois tem grande dessintonização e assim mais fótons tendem a escapar da célula. O que explica o aumento da fluorescência longe da ressonância (nas asas), na figura 22- curva rosa e 22-curva amarela.

A figura 25 mostra o perfil espectral de emissão para diferentes frequências incidentes. As densidades usadas correspondem às obtidas utilizando o modelo teórico apresentado no capítulo 2, a partir das medidas experimentais do sinal de transmissão. Há colisões com outros átomos, para as curvas em lilás e laranja, pois correspondem a altas densidades atômicas. Podemos ver que quando estamos numa região de grande dessintonização, a emissão ocorre tanto no centro da linha do referencial atômico, bem como, na mesma frequência de incidência. Já as curvas azul e roxa, podemos perceber que a emissão ocorre no centro da linha, o que explica a intensidade mínima de fluorescência no centro da linha para as medidas experimentais com densidades altas, apresentadas na figura 22-curva lilás até 22-curva amarela. Ou seja, nessa situação o átomo vê um coeficiente de absorção grande no centro da linha, e consequentemente fica preso na célula, resultando em um sinal mínimo de fluorescência.

**Figura 25:** Perfil espectral da frequência incidente versus emitida, para diferentes densidades e dessintonizações. Os valores das densidades são:  $N=13.2 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup> (azul),  $N=7.5 \cdot 10^{12}$  átomos/cm<sup>3</sup> (roxo),  $N=5.8 \cdot 10^{13}$  átomos/cm<sup>3</sup> (lilás) e  $N=14.2 \cdot 10^{13}$  átomos/cm<sup>3</sup> (laranja).



Fonte: De autoria própria.

Ainda sobre a figura 25, especificamente para a dessintonização em torno de 2554MHz,

onde a densidade é bem elevada, em torno de  $N = 14.8 \cdot 10^{13}$  átomos/cm<sup>3</sup> e o alargamento colisional  $\Gamma_c = 11\text{MHz} \approx 2\Gamma_n$ , a emissão ocorre no centro da linha do referencial do laboratório e também na mesma frequência de incidência, devido as colisões presentes no vapor. Isto é, como o fóton absorve longe da ressonância tende a reemitir na mesma frequência que absorveu, entretanto, quando o átomo sofre colisões ele emite em torno do centro da linha.

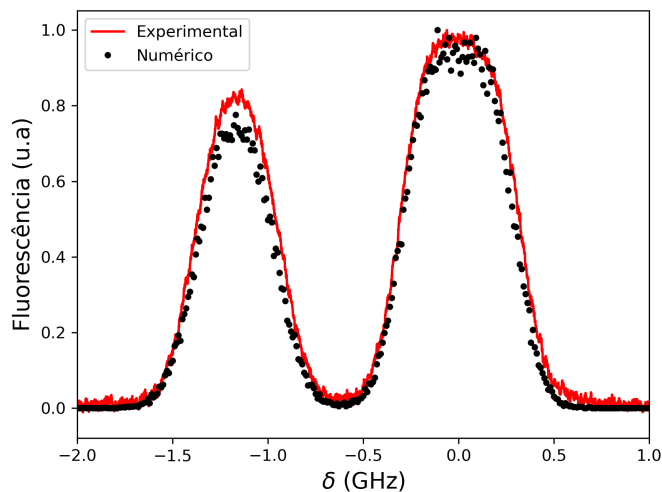
Ademais, uma emissão ocorre em torno de  $-1181\text{MHz}$  na outra transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3)$ . Talvez isso ocorra, porquê a razão entre os coeficientes de absorção das duas transições  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$  é aproximadamente 6.4. Ou seja, a probabilidade do átomo absorver na transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3)$  é 6.4 menor do que a probabilidade de absorver na transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 4)$ , porém não é desprezível. Essa aferição foi feita a partir de uma hipótese, em que a razão entre os coeficientes de absorção dá a probabilidade de ocorrer absorção em uma das transições. Isso foi verificado na simulação numérica, em que conferimos a razão entre os picos do perfil de absorção das duas transições pelo cálculo da razão dos coeficientes e também graficamente.

### 6.1.2 Resultados numéricos e experimental

A figura 26 mostra os espectros obtidos de fluorescência perpendicular para uma densidade  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>. Em vermelho, temos o espectro experimental, obtido com a temperatura da janela e reservatório em torno de  $60^\circ\text{C}$  e  $33^\circ\text{C}$ , respectivamente. Em preto, temos o espectro numérico, gerado a partir de 10.000 fótons, com alargamento total  $\Gamma_T = 5.26$  MHz. Para esta densidade não temos colisões, tendo em vista que a densidade atômica é baixa. Note, que o espectro obtido via simulação numérica reproduz bem o experimental para baixa densidade.

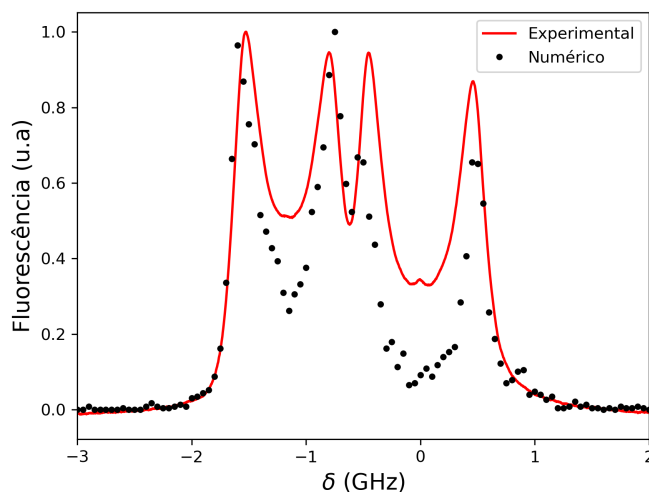
Na figura 27, temos dois espectros de fluorescência perpendicular com a densidade do vapor igual a  $N=7.5 \cdot 10^{12}$  átomos/cm<sup>3</sup>. Em vermelho, o espectro experimental, obtido com a temperatura da janela e reservatório em torno de  $117^\circ\text{C}$  e  $50^\circ\text{C}$ , respectivamente. Em preto, temos o espectro numérico, gerado a partir de 5.000 fótons, com alargamento total  $\Gamma_T = 5.79$  MHz ( $\Gamma_n + \Gamma_D$ ).

**Figura 26:** Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de  $N=3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup>. Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental.



Fonte: De autoria própria.

**Figura 27:** Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de  $N=7.5 \cdot 10^{12}$  átomos/cm<sup>3</sup>. Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental.



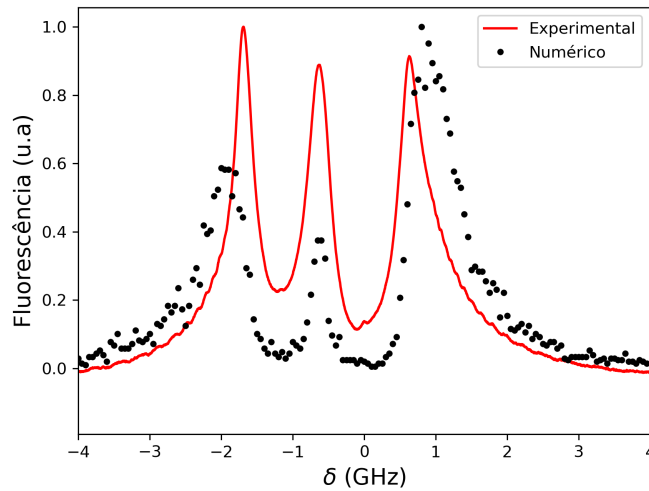
Fonte: De autoria própria.

Observa-se nesta figura 27, que em torno do centro da ressonância, há uma diminuição da intensidade de fluorescência, um mergulho alargado, esse comportamento é devido ao fato que em uma densidade alta, a probabilidade de que o fóton emitido no centro da linha escape da célula é menor. De novo, percebe-se que o espectro numérico é bem aproximado

do experimental. Porém, na região do centro da linha, a fluorescência é bem menor do que a intensidade obtida na medida experimental.

Já na figura 28, temos o espectro numérico obtido para 5000 fótons, com largura total  $\Gamma_T = 8.61$  MHz e densidade do vapor de  $N = 7.5 \cdot 12$  átomos/cm<sup>3</sup>. E em vermelho, o experimental para esta mesma densidade, obtido com temperatura na janela e reservatório igual a 149°C e 58°C, nessa ordem. Percebe-se que a intensidade de fluorescência diminuiu consideravelmente no centro da linha. O mergulho torna-se mais evidente, uma vez que, o alargamento colisional é bem maior comparado ao espectro anterior, em torno de  $\Gamma_C = 3.37$  MHz. E a probabilidade do átomo colidir antes da emissão é de 39%, ou seja, há colisões frequentes. Logo, a seleção da velocidade do átomo excitado pela frequência incidente é perdida.

**Figura 28:** Espectro de fluorescência perpendicular obtido para uma densidade de vapor de  $N = 4.5 \cdot 13$  átomos/cm<sup>3</sup>. Os pontos representam o espectro obtido através de simulação numérica enquanto que a linha o espectro experimental.



Fonte: De autoria própria.

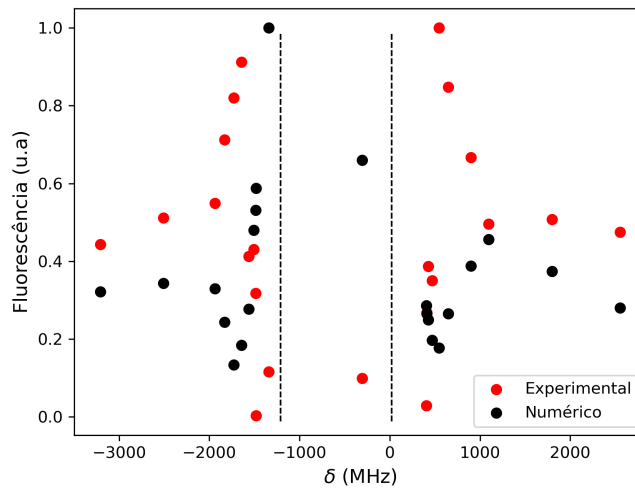
Nas figuras 27 e 28, observa-se uma diferença na intensidade de fluorescência nos espectros gerados pela simulação numérica em comparação aos dados experimentais, no centro da linha. Mas isso deve-se possivelmente ao fato de que nas medidas experimentais, temos a contribuição das transições  $6S_{1/2}(F = 3, 4) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$ , enquanto que na simulação tomamos apenas a contribuição da transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3, 4)$ .

## 6.2 Medidas com o coeficiente absorção fixo

Nesta seção iremos analisar os espectros de fluorescência comparando o sinal detectado para todas as medidas experimentais e numéricas obtidas, utilizando o coeficiente de absorção constante com  $\alpha=1/L$ . Para este valor de coeficiente de absorção, a excitação é distribuída uniformemente ao longo da célula. Isso é importante, porque a análise dos espectros de fluorescência é influenciada pelo número de fótons absorvidos pelo vapor e pela geometria da distribuição espacial da excitação. Em particular, para excitação no centro da linha e em alta densidade, a absorção do fóton incidente ocorre muito próximo da janela de entrada, enquanto a distribuição espacial da excitação do fóton incidente longe da ressonância é uniformemente distribuída na célula. Assim, trabalhando com o coeficiente constante, eliminamos a influência geométrica na análise de fluorescência.

A figura 29 mostra a intensidade de fluorescência em função da dessintonização para um coeficiente de absorção fixo  $\alpha=100m^{-1}=1/L$ . Esse valor é coletado dos coeficientes gerados a partir dos ajustes das curvas de transmissão das medidas experimentais, que vimos anteriormente no capítulo 5.

**Figura 29:** Transmissão pela janela perpendicular com coeficiente  $\alpha = 100m^{-1}$ .



Fonte: De autoria própria.

Em vermelho temos as análises dos dados obtidos no experimento, enquanto que em preto, as análises dos dados obtidos a partir da simulação numérica. Cada ponto representa uma intensidade de fluorescência para cada frequência onde temos o coeficiente de absorção igual



a  $100m^{-1}$ . E cada linha tracejada representa transições do césio da linha  $D_1$ , a da esquerda é referente a transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 3)$ , e a centrada em zero, refere-se a transição  $6S_{1/2}(F = 3) \rightarrow 6P_{1/2}(F' = 4)$ . Nota-se que o resultado numérico se comporta bem próximo do resultado experimental, pois longe da ressonância (em grandes dessintonizações), observamos um sinal de fluorescência aproximadamente constante. Esse comportamento está relacionado com o espalhamento único do fóton, que mantém a informação da frequência, ou seja, a frequência emitida é igual a incidente. Portanto, o fóton que é emitido "vê" uma amostra diluída. Como o coeficiente de absorção é fixo  $\alpha = 100m^{-1}$ , por conseguinte, a densidade óptica  $d = \alpha L \approx 1$ , isto significa, que os fótons têm boa probabilidade de sair da célula, o que explica o comportamento aproximadamente constante longe da ressonância (nas asas). E isso foi verificado na simulação numérica, que para grandes dessintonizações, o número médio de espalhamentos antes de sair da célula por frequência é pequeno.

Na figura 25 observa-se um forte aumento da fluorescência em torno da frequência de 546 MHz. A emissão começa aparecer fora da ressonância, ou seja, na mesma frequência incidente. Isso pode estar relacionado com a questão dos fótons enxergarem uma densidade óptica pequena, consequentemente eles conseguem sair mais facilmente da célula. O que pode justificar esse pico de fluorescência observado na figura 29, porém é necessário uma melhor investigação.

Com relação a região do centro da linha, não entendemos o porquê de não ter fluorescência para densidades abaixo de  $3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/ $cm^3$  nas medidas experimentais. Talvez mais medidas de baixa temperatura ajudasse na compreensão, isto é, mais pontos na região do centro da linha. No entanto, é difícil variar tão pouco a temperatura do sistema. Em suma, percebe-se que longe da ressonância a frequência emitida carrega a informação da frequência incidente, ou seja, estão correlacionadas.

## Capítulo 7

# Conclusões e perspectivas

Nessa dissertação estudamos sobre redistribuição de frequência na fluorescência de um vapor atômico, mais especificamente, a correlação entre frequência absorvida e emitida longe da ressonância (até duas larguras Doppler), analisando as medidas de fluorescência do átomo de césio. Comparamos os resultados experimentais e numéricos obtidos a partir das medidas de fluorescência experimental, bem como, os espectros gerados a partir da simulação numérica. Nessa comparação foi observado o comportamento dos espectros de fluorescência quando estamos no centro da linha (na ressonância), e também, quando estamos longe da ressonância (nas asas). Observamos então que a potência do sinal de fluorescência é quase constante quando estamos longe da ressonância. Há uma certa semelhança, quando estamos nessa região, entre as medidas experimentais e numéricas, porém nas medidas numéricas a intensidade da fluorescência nas asas decai mais rapidamente quando ocorre colisões. Esse resultado pode ser utilizado, possivelmente, como método para medir o alargamento colisional.

Outra observação importante, que merece atenção, foi observada para o caso onde temos colisões entre os átomos. Para uma medida em que a densidade é bem elevada, onde o alargamento colisional é igual a 11 MHz, há uma emissão na outra transição do césio,  $6S1/2(F = 3) \rightarrow 6P1/2(F' = 3)$ . Ou seja, além da emissão no centro da linha (ressonância) e na mesma dessintonização incidente (longe da ressonância), também aparece um terceiro pico de emissão. Não há evidências na literatura sobre a ocorrência de um terceiro pico, quando estamos em grande dessintonizações e considerando os efeitos de colisões entre os átomos, por essa razão é algo que devemos olhar com atenção.

Como perspectiva, para trabalhos posteriores, fica dois questionamento. O fato de não ter fluorescência para densidades abaixo de  $3.1 \cdot 10^{11}$  átomos/cm<sup>3</sup> nas medidas experimentais. Não conseguimos explicar o porquê de não detectamos sinal para essa situação. O segundo, é sobre a simulação não reproduzir bem o experimental para densidades mais altas. Também não conseguimos compreender o porquê disso, pois é a priori um experimento simples.

Por fim salientamos que o presente trabalho pode auxiliar e direcionar futuros experimentos na área de física atômica, mais especificamente nos estudos de transporte de luz em vapores atômicos e redistribuição de frequência.

## APÊNDICE A – Tabelas de dados

**Tabela 4:** Constantes Físicas Fundamentais

Velocidade da luz	$c$	$2.997 \cdot 10^8 m/s$
Permeabilidade do Vácuo	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$
Permissividade do Vácuo	$\epsilon_0$	$8.854 \cdot 10^{12} F/m$
Constante de Planck	$h$	$6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
Constante de Planck	$\hbar$	$1.054 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
Carga Elementar	$e$	$1.602 \cdot 10^{-19} C$
Bohr Magneton	$\mu_b$	$h \cdot 1.399 MHz/G$
Unidade de Massa Atômica	$u$	$1.660 \cdot 10^{-27} k_g$
Massa do elétron	$m_e$	$9.109 \cdot 10^{-31} k_g$
Raio de Bohr	$a_0$	$0.529 \cdot 10^{-10} m$
Constante de Boltzmann	$k_b$	$1.380 \cdot 10^{-23} J/K$

Fonte: retirada da referência [31].

**Tabela 5:** Propriedades Físicas do Césio

Número atômico	$Z$	55
Número total de partículas no núcleo	$Z+N$	133
Abundância Natural Relativa	$\eta^{(133)}C_s$	100%
Vida útil nuclear	$\tau_n$	Estável
Massa Atômica	$m$	$2.206 \cdot 10^{-25} k_g$
Densidade a 25°C	$\rho_m$	$1.93 g/cm^3$
Ponto de fusão	$T_M$	28.44°C
Ponto de Ebulição	$T_B$	671°C
Capacidade de Calor Específico	$c_p$	$0.242 J/g \cdot k$
Capacidade Calorífica Molar	$C_p$	$32.210 J/mol \cdot k$
Pressão de vapor a 25°C	$P_v$	$1.3 \cdot 10^{-6} \text{ torr}$
Spin nuclear	$I$	7/2
Limite de Ionização	$E_I$	3.893 eV

Fonte: retirada da referência [31].

**Tabela 6:** Propriedades Ópticas de transição da linha  $D_1$  do Césio

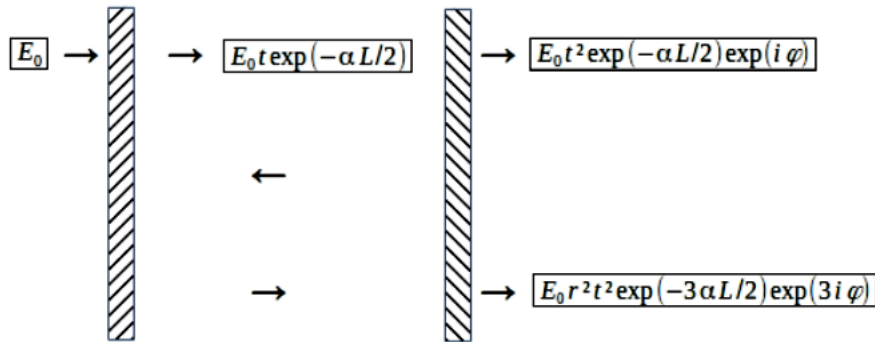
Frequência	$\omega_0$	$2\pi \cdot 335.116 \text{ THz}$
Energia de Transição	$\hbar\omega_0$	1.385 eV
Comprimento de onda (vácuo)	$\lambda$	894.592 nm
Comprimento de onda (Ar)	$\lambda_{ar}$	894.353 nm
Número de Onda (Vácuo)	$k_L/2\pi$	$11\,178.268\,160 \text{ cm}^{-1}$
Vida útil	$\tau$	34.894 ns
Taxa de decaimento	$\Gamma$	$2\pi \cdot 4.5612 \text{ MHz}$
Força do oscilador de absorção	$f$	0.3438
Velocidade de recuo	$v_r$	3.3561 mm/s
Energia de Recuo °C	$\omega_r$	$2\pi \cdot 1.8758 \text{ KHz}$
Temperatura de recuo	$T_r$	180.05 nk
Desvio Doppler	$\Delta\omega_d [v(\text{átomos}) = v_r]$	$2\pi \cdot 3.7516 \text{ KHz}$
Mudança de frequência para onda estacionária	$\Delta\omega_{sw}(v_{sw} = v_r)$	$2\pi \cdot 7.5031 \text{ MHz}$

Fonte: retirada da referência [31].

## ***APÊNDICE B – Cálculo teórico da transmissão para determinação da densidade do vapor.***

Vamos supor que um feixe de luz incida na janela, com um ângulo de incidência  $\theta$  igual à zero.

**Figura 30:** Ilustração dos espalhamentos dentro do vapor.



Fonte: De autoria própria.

- Há uma contribuição do coeficiente de transmissão  $t$  toda vez que o feixe for transmitido pela janela;
- Há uma contribuição do termo  $e^{-\alpha L/2}$ , relacionado à absorção do feixe pelo vapor dentro da cavidade;
- Há uma contribuição do coeficiente de reflexão toda vez que o feixe é refletido em uma das janelas.

Partindo da expressão do campo elétrico total transmitido, temos:

$$E_t = \sum_{i=1}^{\infty} E_i$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\infty} E_i &= E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} + E_0 t^2 r^2 e^{-3\alpha L/2} e^{i\phi} + E_0 t^2 r^4 e^{-5\alpha L/2} e^{2i\phi} + \dots, \\
&= E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} (1 + r^2 e^{-\alpha L} e^{i\phi} + r^4 e^{-2\alpha L} e^{2i\phi} + \dots) \\
E_t &= E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} \frac{1}{1 - r^2 e^{i\phi} e^{-\alpha L}}.
\end{aligned} \tag{B.1}$$

Onde a diferença de fase entre as placas é dada por:

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} L \cos \theta = \frac{4\pi}{c} n L \cos \theta f. \tag{B.2}$$

Vamos encontrar a intensidade do campo transmitida, para isto, sabemos que:

$$I \propto |E|^2 \tag{B.3}$$

Usando agora os coeficientes de reflexão e transmissão:

$$r^2 = R \text{ e } t^2 = T = 1 - R, \tag{B.4}$$

e substituindo essas expressões na equação(1) do campo elétrico,

$$E_t = E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} \frac{1}{1 - r^2 e^{i\phi} e^{-\alpha L}}.$$

Temos que a intensidade é dada, por:

$$I_t = |E_t|^2 = \frac{E_0^2 (1 - R)^2 e^{-\alpha L}}{(1 - R e^{-i\phi} e^{-\alpha L})(1 - R e^{i\phi} e^{-\alpha L})} \tag{B.5}$$

reorganizando, temos:

$$I_t = |E_t|^2 = \frac{E_0^2 (1 - R)^2 e^{-\alpha L}}{1 + R^2 e^{-2\alpha L} - R e^{\alpha L} (e^{-i\phi} + e^{i\phi})}$$

$$I_t = |E_t|^2 = \frac{E_0^2 (1 - R)^2 e^{-\alpha L}}{1 + R^2 e^{-2\alpha L} - 2 R e^{\alpha L} \cos \phi}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{1 + R^2 e^{-2\alpha L} - 2R \left[ \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] e^{-\alpha L}}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{1 + R^2 e^{-2\alpha L} - 2R e^{-\alpha L} \left[ 1 - 2\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right]}$$

Agora podemos escrever a expressão de intensidade de transmissão do campo:

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{(1 - R e^{-\alpha L})^2 + 4R e^{-\alpha L} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}. \quad (\text{B.6})$$

A expressão da transmissão é dada por:

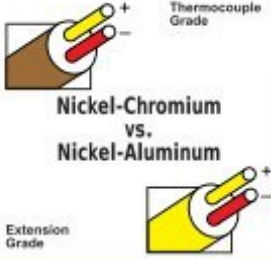
$$T = \frac{I_t}{I_0}, \quad (\text{B.7})$$

logo,

$$T = \frac{(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{(1 - R e^{-\alpha L})^2 + 4R e^{-\alpha L} \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}. \quad (\text{B.8})$$



# APÊNDICE C – Tabelas de referência de termopar revisadas tipo K

<p><b>MAXIMUM TEMPERATURE RANGE</b> Thermocouple Grade – 328 to 2282°F – 200 to 1250°C Extension Grade 32 to 302°F 0 to 200°C</p> <p><b>LIMITS OF ERROR</b> (whichever is greater) Standard: 2.2°C or 0.75% Above 0°C 2.2°C or 2.0% Below 0°C Special: 1.1°C or 0.4%</p> <p><b>COMMENTS, BARE WIRE ENVIRONMENT:</b> Clean Oxidizing and Inert; Limited Use in Vacuum or Reducing; Wide Temperature Range; Most Popular Calibration</p> <p><b>TEMPERATURE IN DEGREES °C</b> REFERENCE JUNCTION AT 0°C</p>		 <p>Thermocouple Grade</p> <p>Nickel-Chromium vs. Nickel-Aluminum</p> <p>Extension Grade</p>		<p><b>Revised Thermocouple Reference Tables</b></p> <p><b>TYPE K</b> Reference Tables N.I.S.T. Monograph 175 Revised to ITS-90</p>						
Thermoelectric Voltage in Millivolts										
°C	-18	-9	-1	1	9	18	27	36	45	54
-180	-6.458	-6.457	-6.456	-6.455	-6.453	-6.452	-6.450	-6.449	-6.446	-6.441
-150	-6.441	-6.438	-6.435	-6.432	-6.429	-6.425	-6.421	-6.417	-6.413	-6.404
-120	-6.424	-6.399	-6.380	-6.360	-6.337	-6.310	-6.284	-6.258	-6.231	-6.194
-90	-6.344	-6.257	-6.129	-5.921	-5.614	-5.209	-4.709	-4.180	-3.621	-3.024
-60	-6.202	-6.052	-5.743	-5.293	-4.723	-4.032	-3.220	-2.297	-1.264	-0.121
-30	-6.154	-6.147	-6.135	-6.115	-6.086	-6.050	-6.007	-5.958	-5.904	-5.845
0	-6.029	-6.021	-6.007	-5.984	-5.950	-5.905	-5.853	-5.792	-5.725	-5.653
30	-5.891	-5.816	-5.681	-5.485	-5.229	-4.913	-4.527	-4.071	-3.546	-2.951
60	-5.730	-5.713	-5.685	-5.645	-5.592	-5.524	-5.441	-5.344	-5.233	-5.108
90	-5.558	-5.531	-5.522	-5.483	-5.429	-5.359	-5.274	-5.174	-5.061	-4.936
120	-5.364	-5.330	-5.303	-5.250	-5.182	-5.097	-4.997	-4.884	-4.758	-4.621
150	-5.147	-5.119	-5.087	-5.024	-4.940	-4.845	-4.731	-4.600	-4.454	-4.293
180	-4.913	-4.869	-4.808	-4.714	-4.600	-4.466	-4.314	-4.146	-3.964	-3.768
210	-4.669	-4.644	-4.605	-4.553	-4.487	-4.406	-4.311	-4.204	-4.087	-3.960
240	-4.413	-4.384	-4.357	-4.300	-4.230	-4.148	-4.053	-3.946	-3.829	-3.702
270	-4.148	-4.119	-4.087	-4.024	-3.940	-3.845	-3.738	-3.621	-3.494	-3.367
300	-3.882	-3.853	-3.824	-3.761	-3.677	-3.572	-3.455	-3.328	-3.191	-3.054
330	-3.614	-3.585	-3.556	-3.493	-3.409	-3.294	-3.167	-3.030	-2.883	-2.746
360	-3.344	-3.315	-3.286	-3.223	-3.139	-3.024	-2.897	-2.760	-2.613	-2.476
390	-3.074	-3.045	-3.016	-2.953	-2.869	-2.754	-2.627	-2.490	-2.343	-2.206
420	-2.804	-2.775	-2.746	-2.683	-2.599	-2.484	-2.357	-2.220	-2.073	-1.936
450	-2.534	-2.505	-2.476	-2.413	-2.329	-2.214	-2.087	-1.950	-1.803	-1.666
480	-2.264	-2.235	-2.206	-2.143	-2.059	-1.944	-1.817	-1.680	-1.533	-1.396
510	-1.994	-1.965	-1.936	-1.873	-1.789	-1.674	-1.547	-1.410	-1.263	-1.126
540	-1.724	-1.695	-1.666	-1.603	-1.519	-1.404	-1.277	-1.140	-0.993	-0.856
570	-1.454	-1.425	-1.396	-1.333	-1.249	-1.134	-1.007	-0.870	-0.723	-0.586
600	-1.184	-1.155	-1.126	-1.063	-0.979	-0.864	-0.737	-0.600	-0.453	-0.316
630	-0.914	-0.885	-0.856	-0.793	-0.709	-0.594	-0.467	-0.330	-0.183	-0.046
660	-0.644	-0.615	-0.586	-0.523	-0.439	-0.324	-0.197	-0.060	0.087	0.244
690	-0.374	-0.345	-0.316	-0.253	-0.169	-0.054	0.073	0.206	0.353	0.510
720	-0.104	-0.075	-0.046	0.017	0.101	0.216	0.349	0.492	0.645	0.808
750	0.166	0.195	0.224	0.287	0.371	0.476	0.592	0.719	0.856	1.003
780	0.436	0.465	0.494	0.557	0.641	0.746	0.862	0.989	1.126	1.273
810	0.706	0.735	0.764	0.827	0.911	1.016	1.132	1.259	1.396	1.543
840	0.976	1.005	1.034	1.097	1.181	1.286	1.402	1.529	1.666	1.813
870	1.246	1.275	1.304	1.367	1.451	1.556	1.672	1.799	1.936	2.083
900	1.516	1.545	1.574	1.637	1.721	1.826	1.942	2.069	2.206	2.353
930	1.786	1.815	1.844	1.907	1.991	2.096	2.212	2.339	2.476	2.623
960	2.056	2.085	2.114	2.177	2.261	2.366	2.482	2.609	2.746	2.893
990	2.326	2.355	2.384	2.447	2.531	2.636	2.752	2.879	3.016	3.163
1020	2.596	2.625	2.654	2.717	2.801	2.906	3.022	3.149	3.286	3.433
1050	2.866	2.895	2.924	2.987	3.071	3.176	3.292	3.419	3.556	3.703
1080	3.136	3.165	3.194	3.257	3.341	3.446	3.562	3.689	3.826	3.973
1110	3.406	3.435	3.464	3.527	3.611	3.716	3.832	3.959	4.096	4.243
1140	3.676	3.705	3.734	3.797	3.881	3.986	4.102	4.229	4.366	4.513
1170	3.946	3.975	3.999	4.062	4.146	4.251	4.367	4.494	4.631	4.778
1200	4.216	4.245	4.269	4.332	4.416	4.521	4.637	4.764	4.901	5.048
1230	4.486	4.515	4.539	4.602	4.686	4.791	4.907	5.034	5.171	5.318
1260	4.756	4.785	4.809	4.872	4.956	5.061	5.177	5.304	5.441	5.588
1290	5.026	5.055	5.079	5.142	5.226	5.331	5.447	5.574	5.711	5.858
1320	5.296	5.325	5.349	5.412	5.496	5.599	5.715	5.842	5.979	6.126
1350	5.566	5.595	5.619	5.682	5.766	5.869	5.985	6.112	6.249	6.396
1380	5.836	5.865	5.889	5.952	6.036	6.139	6.255	6.382	6.519	6.666
1410	6.106	6.135	6.159	6.222	6.306	6.409	6.525	6.652	6.789	6.936
1440	6.376	6.405	6.429	6.492	6.576	6.679	6.795	6.922	7.059	7.206
1470	6.646	6.675	6.699	6.762	6.846	6.949	7.065	7.192	7.329	7.476
1500	6.916	6.945	6.969	7.032	7.116	7.219	7.335	7.462	7.599	7.746
1530	7.186	7.215	7.239	7.302	7.386	7.489	7.605	7.732	7.869	8.016
1560	7.456	7.485	7.509	7.572	7.656	7.759	7.875	8.002	8.139	8.286
1590	7.726	7.755	7.779	7.842	7.926	8.029	8.145	8.272	8.409	8.556
1620	7.996	8.025	8.049	8.112	8.196	8.299	8.415	8.542	8.679	8.826
1650	8.266	8.295	8.319	8.382	8.466	8.569	8.685	8.812	8.949	9.096
1680	8.536	8.565	8.589	8.652	8.736	8.839	8.955	9.082	9.219	9.366
1710	8.806	8.835	8.859	8.922	9.006	9.109	9.225	9.352	9.489	9.636
1740	9.076	9.105	9.129	9.192	9.276	9.379	9.495	9.622	9.759	9.906
1770	9.346	9.375	9.399	9.462	9.546	9.649	9.765	9.892	10.029	10.176
1800	9.616	9.645	9.669	9.732	9.816	9.919	10.035	10.162	10.299	10.446
1830	9.886	9.915	9.939	10.002	10.086	10.189	10.305	10.432	10.569	10.716
1860	10.156	10.185	10.209	10.272	10.356	10.459	10.575	10.702	10.839	10.986
1890	10.426	10.455	10.479	10.542	10.626	10.729	10.845	10.972	11.109	11.256
1920	10.696	10.725	10.749	10.812	10.896	10.999	11.115	11.242	11.379	11.526
1950	10.966	10.995	11.019	11.082	11.166	11.269	11.385	11.512	11.649	11.796
1980	11.236	11.265	11.289	11.352	11.436	11.539	11.655	11.782	11.919	12.066
2010	11.506	11.535	11.559	11.622	11.706	11.809	11.925	12.052	12.189	12.336
2040	11.776	11.805	11.829	11.892	11.976	12.079	12.195	12.322	12.459	12.606
2070	12.046	12.075	12.099	12.162	12.246	12.349	12.465	12.592	12.729	12.876
2100	12.316	12.345	12.369	12.432	12.516	12.619	12.735	12.862	12.999	13.146
2130	12.586	12.615	12.639	12.702	12.786	12.889	13.005	13.132	13.269	13.416
2160	12.856	12.885	12.909	12.972	13.056	13.159	13.275	13.402	13.539	13.686
2190	13.126	13.155	13.179	13.242	13.326	13.429	13.545	13.672	13.809	13.956
2220	13.396	13.425	13.449	13.512	13.596	13.699	13.815	13.942	14.079	14.226
2250	13.666	13.695	13.719	13.782	13.866	13.969	14.085	14.212	14.349	14.496
2280	13.936	13.965	13.989	14.052	14.136	14.239	14.355	14.482	14.619	14.766
2310	14.206	14.235	14.259	14.322	14.406	14.509	14.625	14.752	14.889	15.036
2340	14.476	14.505	14.529	14.592	14.676	14.779	14.895	15.022	15.159	15.306
2370	14.746	14.775	14.799	14.862	14.946	15.049	15.165	15.292	15.429	15.576
2400	15.016	15.045	15.069	15.132	15.216	15.319	15.435	15.562	15.699	15.846
2430	15.286	15.315	15.339	15.402	15.486	15.589	15.705	15.832	15.969	16.116
2460	15.556	15.585	15.609	15.672	15.756	15.859	15.975	16.102	16.239	16.386
2490	15.826	15.855	15.879	15.942	16.026	16.129	16.245	16.372	16.509	16.656
2520	16.096	16.125	16.149	16.212	16.296	16.399	16.515	16.642	16.779	16.926
2550	16.366	16.395	16.419	16.482	16.566	16.669	16.785	16.912	17.049	17.196
2580	16.636	16.665	16.689	16.752	16.836	16.939	17.055	17.182	17.319	17.466
2610	16.906	16.935	16.959	17.022	17.106	17.209	17.325	17.452	17.589	17.736
2640	17.176	17.205	17.229	17.292	17.376	17.479	17.595	17.722	17.859	18.006
2670	17.446	17.475	17.499	17.562	17.646	17.749	17.865	17.992	18.129	18.276
2700	17.716	17.745	17.769	17.832	17.916	18.019	18.135	18.262	18.399	18.546
2730	17.986	18.015	18.039	18.102	18.186	18.289	18.405	18.532	18.669	18.816
2760	18.256	18.285	18.309	18.372	18.456	18.559	18.675	18.802	18.939	19.086
2790	18.526	18.555	18.579	18.642	18.726	18.829	18.945	19.072	19.209	19.356
2820	18.796	18.825	18.849	18.912						

## ***APÊNDICE D – Simulação Monte Carlo em linguagem Python***

```

import math
import random
import matplotlib.pyplot as plt
import array
import pylab
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.integrate as integrate
from scipy.interpolate import make_interp_spline

def intersec(p1x,p1y,p1z,p2x,p2y,p2z,PLx,PLy,PLz,PLc):
    A1= np.array([[1, 0, 0, p1x-p2x], [0, 1, 0, p1y-p2y], [0, 0, 1, p1z-p2z],
                  [PLx, PLy, PLz, 0]])
    A2 = np.array([p1x, p1y, p1z, PLc])
    X2 = np.linalg.solve(A1,A2)
    return X2

def SelecaoDeFreq(Cf, arquivos):
    frqncs = []
    Coefs = []
    Coef = []
    frqnc = []

    for item in arquivos:
        with open(item) as f:
            for line in f:
                dataExp=line.strip("\n_")

```

---

```

        dataExp=line . split ()
        frqnc . append ( float ( dataExp [ 0 ] ) )
        Coef . append ( float ( dataExp [ 1 ] ) )
    frqncs . append ( frqnc . copy () )
    Coefs . append ( Coef . copy () )
    frqnc . clear ()
    Coef . clear ()

i=-1
ind = [[] for x in range(len(arquivos))]
frqncBoa = [[] for y in range(len(arquivos))]
CoefAbs=[]
Chute = Cf
indM=len(frqncs[0])
for densidade in range (0,len(arquivos)):
    i=0
    while i<indM-1:
        i=i+1
        if (Coefs[densidade][i]>=Chute) and (Coefs[densidade][i-1]<=Chute)
            :
            ind[densidade].append(i)
            continue
        if (Coefs[densidade][i]<=Chute) and (Coefs[densidade][i-1]>=Chute)
            :
            ind[densidade].append(i)
            continue
        if ((Coefs[densidade][i] - Chute) > 0) and ((Coefs[densidade][i] -
            Chute) <= 5):
            if ((Coefs[densidade][i] - Coefs[densidade][i-1]) < 0) and ((
                Coefs[densidade][i] - Coefs[densidade][i+1]) < 0):
                frqncBoa[densidade].append(frqncs[densidade][i])
                continue
        if ((Coefs[densidade][i] - Chute) < 0) and ((Coefs[densidade][i] -
            Chute) >= -1):
            if ((Coefs[densidade][i] - Coefs[densidade][i-1]) > 0) and ((
                Coefs[densidade][i] - Coefs[densidade][i+1]) > 0):
                frqncBoa[densidade].append(frqncs[densidade][i])
                continue
    if i==indM:

```

---

---

```

        ind=indM-1
densidade = 0
for densidade in range (0,len(arquivos)):
    indice = 0
    print(arquivos[densidade])
    while indice<len(ind[densidade]):
        print(frqncs[densidade][ind[densidade][indice]])
        indice=indice+1
densidade = 0
for densidade in range (0,len(arquivos)):
    indice = 0
    while indice<len(ind[densidade]):
        m=(Coefs[densidade][ind[densidade][indice]]-Coefs[densidade][ind[
            densidade][indice]-1])/(frqncs[densidade][ind[densidade][indice
            ]]-frqncs[densidade][ind[densidade][indice]-1])
        c= Coefs[densidade][ind[densidade][indice]-1]-m*frqncs[densidade][
            ind[densidade][indice]-1]
        frqncBoa[densidade].append((Chute-c)/m)
        CoefAbs.append(c+m*frqncBoa[densidade][indice])
        indice=indice+1

return frqncBoa

dados = [ '60.1.3.1e17.dat', '80.10e17.dat', '88.10.6e17.dat', '96.13.2e17.dat
    ', '104.25e17.dat', '117.7.5e18.dat', '132.2.25e19.dat', '149.4.5e19.dat',
    '162.5.8e19.dat', '171.10.2e19.dat', '179.14.8e19.dat' ]
CoefAbsorcaoFixo = 100
FreqEs = SelecaoDeFreq(CoefAbsorcaoFixo, dados)
flat_list = [item for sublist in FreqEs for item in sublist]
FreqCoefFixo = np.sort(flat_list).tolist()

print( 'frequencias', flat_list)

TF=[]
at=[]
Veloc=[]
Vz_I1=[]

```

---

---

```

fz_I1=[]
r2_I1=[]
Vz_I2=[]
fz_I2=[]
r2_I2=[]
Vz_I3=[]
fz_I3=[]
r2_I3=[]
II=[]

#Par metros
L=1.e-2 #Espessura da c lula
Lj = 10.e-3 #Lado da janela perpendicular
R=1.2e-2 #Raio da c lula

FOTON_MAX=10000 #N mero de f tons incidentes na simula o

kb=1.38e-23 #Constante de Boltzmann
M=2.2e-25 #Massa do c sio

Vel_Max=8.0 #Velocidade m xima em unidades de u
tau=30.4E-9 # Tempo de vida do estado excitado
c=2.99792E8 #Velocidade da luz

TransmFA=0;
Cont=0;
Cont2=0;
Cont3=0;

TR=273.+25.; #Temperatura do reservat rio
Tj=273.+100.;#Temperatura da janela

u=np.sqrt(2*kb*Tj/M); #Velocidade mais prov vel

pressure=10**(2.881+4.711-3999/(TR)); #Press o de vapor
#N=pressure*133/kb/Tj; #Densidade at mica
densidades = np.array([3.1e17, 10e17, 10.6e17, 13.2e17, 25e17, 7.5e18, 2.25
e19, 4.5e19, 5.8e19, 10.2e19, 14.8e19])

```

---

---

```

##### Parte introduzida #####
gammaC=7.5e-8*1e-6*densidades
T2 = 1.*30.4e-9; #Tempo de vida do estado excitado

#GammaC=1.e9*2.*np.pi*pressure; #alargamento colisional

#Alargamento total = natural + colisional
#GammaT=1./T2+GammaC; #Largura homogenea total

GammaT = 1./(2*np.pi*T2) + gammaC#natural + colisional
#GammaT1 = np.array(GammaT)
#####

Pc = gammaC/GammaT # Probabilidade do tomo sofrer colis o antes de
emitir um f ton

#####

GammaT=GammaT/1.e6
#Parametro do perfil Voigt (largura homogenea / largura Doppler)
#aa=GammaT/(2*np.pi/894e-9*u);

print('u',u)
print('pressure',pressure)
print('N',densidades)

#FreqCL= np.sort(flat_list)
FreqCL= np.arange(-2500., 2005., 10).tolist() #Frequencia dos f tons

print(FreqCL)#Frequencia dos f tons
fluorescencia = [0] * len(FreqCoefFixo)
Freq_C = 0
#Defini o da frequ ncia da transi o
Transmissao=[0]* len(FreqCoefFixo)
espalhamentos = [0]* len(FreqCoefFixo)
#Leitura de arquivo coeficiente

```

---

---

```

FreqV=[]

ProbAt1=[]
ProbAt2=[]
ProbAt3=[]
ProbV= []

frv = []
pbv = []
#Abertura de arquivo contendo coeficiente de absor o
Frq = []
AbsTotal = []
Abs1 = []
Abs2 = []
#
=====

# with open("88.10.6 e17.dat") as f:
#     for line in f:
#         dataExp=line.strip("\n ")
#         dataExp=line.split()
#         Frq.append(float(dataExp[0]))
#         AbsTotal.append(float(dataExp[1]))
#         Abs1.append(float(dataExp[2]))
#         Abs2.append(float(dataExp[3]))
#
=====

#plt.figure(11)
#plt.plot(Frq, AbsTotal)
#plt.show()

#rseed = random.random()

# plt.figure(1)
# plt.plot(FreqV, ProbV)
# plt.show()

```

---

---

```

#def IIV(FC,Freq, Vel):

#    return integrate.quad(lambda x:1./(1.+4.*(Freq-FC-x)**2/aa**2)*np.exp
#        (-x**2),-8.,Vel)

#calculo de integral para determina o de V paralelo
def IIV(FC,Freq, Vel):
    Int1=0
    aux2=0
    l1l=np.arange(-1000.,Vel,1.)
    for k in l1l:

        aux1=1./(1.+4.*(Freq-FC-k)**2/GammaT**2)*np.exp(-k**2/u**2)
        Int1=Int1+(aux1+aux2)/2.*1.
        aux2=aux1
    return Int1

VV=np.arange(-1000.,1000.,1.) #Serie em velocidade

INTE=0;
FOTON=0;

fz=1.0; #Dire o do f ton incidente
fx=fy=0.;

F=np.arange(-1000.,1000.,1) #Serie de frequencia
#F=np.arange(-2.5,-2.4,0.2)

CI=[]
CF=[]
CC=[]

print('F',FreqCL)
INTE=0;
FOTON=0;
TransmFA=0
Col_S=0
Cont_F=0

```

---



---

NI=[]

```

for contador in range (0,len(FreqCoefFixo)):
    print(FreqCoefFixo[contador])
    for FOTON in range(0,FOTON_MAX): #inicio do loop de envio dos f tons
        fz=1.
        fx=0.
        fy=0.
        INTE=0
        Freq=FreqCoefFixo[contador]
        FreqIncidencia = Freq

        #Determina o do coeficiente de absor o para o fotono
        incidente
        #Usando interpola o

        i=-1
        for i in range(0, len(dados)):
            if FreqIncidencia in FreqEs[i]:
                densidadeAtual = i
                with open(dados[i]) as f:
                    for line in f:
                        dataExp=line.strip("\n")
                        dataExp=line.split()
                        N=len(dataExp)
                        frv.append(float(dataExp[0]))
                        AbsTotal.append(float(dataExp[1]))
                        Abs1.append(float(dataExp[2]))
                        Abs2.append(float(dataExp[3]))

                    Frq=frv.copy()
                    AbsT=AbsTotal.copy()
                    Tr1 = Abs1.copy()
                    Tr2 = Abs2.copy()
                    frv.clear()
                    AbsTotal.clear()

```

---

---

```

        Abs1.clear()
        Abs2.clear()
break

ind=0
indM=len(Frq)-1
while ind==0 and i<indM:
    i=i+1
    if (Frq[i]>=Freq):
        ind=i
if i==indM:
    ind=indM-1

b=(AbsT[ind]-AbsT[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
a=AbsT[ind-1]-b*Frq[ind-1]
ii = a+b*Freq

b1=(Tr1[ind]-Tr1[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
a1=Tr1[ind-1]-b1*Frq[ind-1]

ii1 = a1+b1*Freq

b2=(Tr2[ind]-Tr2[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
a2=Tr2[ind-1]-b2*Frq[ind-1]

ii2 = a2+b2*Freq

#ii= CoefAbsorcaoFixo; #Coeficiente de absorção

rseed = random.random()
l=-np.log(rseed)/ii; #Determina o da distância percorrida
#antes do foton ser absorvido
fotonz=1

```

---

---

```

if (fotonz>L): #Teste para saber se os f tons foram transmitidos
                pela c lula
    Transmissao[contador]=Transmissao[contador]+1
else: #Entra neste loop se o f ton foi absorvido
    fotonx=0
    fotony=0
    fotonz=1
    #print('absorvido z=', fotonz)

    corte=0
    while corte==0:

##### PARTE DE COLISOES #####

    #if (random.random()< Pc[densidadeAtual]):
        #FreqColisao = GammaT[densidadeAtual]/2*np.tan(np.pi*
            random.random()-np.pi/2.) #Termo a ser usado na
            redistribui o da frequ ncia caso haja colis o
    # else:
        #FreqColisao = 0

    Prob33 = float(ii1 / ii)
    Prob34 = float(ii2 / ii)
    if (random.random() <= Prob33):
        Freq_C = -1168
    else:
        Freq_C = 0

    INTE=INTE+1                                #Contagem do n mero de
                                                espalhamentos sofridos

    #                print('INTE ',INTE)
    #                print('Foton ',FOTON)

    #Determina o da componente paralela da velocidade
    IV=[]
    Int1=0

```

---

---

```

aux2=0
FC=Freq_C
for kk in VV:
    #aux1 = 1./ ( 1. + 4. * ( Freq-FC-kk/0.894) **2/aa[ densidadeAtual
    ]**2) * np. exp(-kk**2/u**2)
    aux1 = 1./ ( 1. + 4. * ( Freq-FC-kk/0.894) **2/GammaT[
    densidadeAtual]**2) * np. exp(-kk**2/u**2)
    Int1=Int1+(aux1+aux2)/2.*1.
    aux2=aux1
    IV.append( float(Int1))

IV[:]=[1.*k/IV[len(IV)-1] for k in IV]

i=-1
ind=0
rseed=random.random()
#rseed1=random.random()
while ind==0:
    i=i+1
    if (IV[i]>=rseed):

        ind=i

b=(VV[ind]-VV[ind-1])/(IV[ind]-IV[ind-1])

a=VV[ind-1]-b*IV[ind-1]

S=a+b*rseed;

V1=S

Vx1=V1*fx
Vy1=V1*fy
Vz1=V1*fz

#         print( 'Freq ',Freq)
#         print( 'V1 ',V1)

```

---

---

```

#          print( 'atomo ', atomo)

#ALTERA  O :

if (random.random() < Pc[densidadeAtual]): #Termo a ser
    usado na redistribui  o da frequ ncia caso haja
    colis o
    FreqColisao = GammaT[densidadeAtual]/2*np.tan((np.pi*
        random.random())-np.pi/2.) #Termo a ser usado na
        redistribui  o da frequ ncia caso haja colis o
    Freq_D=0

else :
    FreqColisao = 0
    Freq_D=Freq-Freq_C-V1/.894

Freq_Abs=Freq_D + FreqColisao

#frequencia no referencial at mico

#Determina  o da componente perpendicular da velocidade
if fz!=0:
    fiP=np.arctan(fy/(fx+1e-5))

    v=np.abs(fx)/fx
    #print ( 'v ', v)
    if v < 0:
        fiP=fiP-np.pi

    rseed=random.random()
    fi2=fiP-np.pi/2.+rseed*np.pi
    rseed=random.random()
    if rseed < 0.5:
        tet2 = -1**((0.5+0.5*fz/np.abs(fz))*np.sqrt((np.cos(

```

---

---

```

        fi2)*fx+np.sin(fi2)*fy)*(np.cos(fi2)*fx+np.sin(
        fi2)*fy)/(fz*fz+(np.cos(fi2)*fx+np.sin(fi2)*fy)
        *(np.cos(fi2)*fx+np.sin(fi2)*fy)))

    else:
        fi2=fi2-np.pi
        tet2=(np.abs(fz)/fz)*np.sqrt((np.cos(fi2)*fx+np.sin
        (fi2)*fy)*(np.cos(fi2)*fx+np.sin(fi2)*fy)/(fz*fz
        +(np.cos(fi2)*fx+np.sin(fi2)*fy)*(np.cos(fi2)*fx
        +np.sin(fi2)*fy)))

    else:
        rseed=random.random()
        tet2=rseed*2.0-1.0;
        fi2=np.arctan(-fx/fy);
        rseed=random.random()
        if rseed < 0.5:
            fi2=fi2+np.pi

fV2x=np.sqrt(1-tet2*tet2)*np.cos(fi2);
fV2y=np.sqrt(1-tet2*tet2)*np.sin(fi2);
fV2z=tet2;

rseed=random.random()
S_vel=u*np.sqrt(-np.log(1-rseed))
V2=S_vel

Vx2=V2*fV2x;
Vy2=V2*fV2y;
Vz2=V2*fV2z;

Vx=Vx1+Vx2;
Vy=Vy1+Vy2;
Vz=Vz1+Vz2;

#Checar se o foton saiu da cula
#Reescrever
#Deslocar pro final do loop
r2=np.sqrt(fotonx*fotonx+fotony*fotony)
if INTE==1 and r2 < 1.e-3:

```

---

---

```

Vz_I1.append(Vz)
fz_I1.append(fotonz)
r2_I1.append(r2)

if INTE==2 and r2 < 1.e-3:
    Vz_I2.append(Vz)
    fz_I2.append(fotonz)
    r2_I2.append(r2)

if INTE>=3 and r2 < 1.e-3:
    Vz_I3.append(Vz)
    fz_I3.append(fotonz)
    r2_I3.append(r2)

if r2 < 1.e-3:
    II.append(INTE)

if fotonz < 0.:
    #print( 'voltou aqui' )
    corte=1
    Col_S=Col_S+1

if corte==0:
    fi= random.uniform(0, math.pi)
    tet=random.uniform(0,2*math.pi)
    fx=np.sin(fi)*np.cos(tet);
    fy=np.sin(fi)*np.sin(tet);
    fz=np.cos(fi)
    #DETERMINA O DE QUAL ARQUIVO ABRIR

    i=0

i = 0
if INTE ==1:
    for i in range(0, len(dados)):
        if FreqIncidencia in FreqEs[i]:
            with open(dados[i]) as f:
                for line in f:
                    dataExp=line.strip("\n")

```

---

---

```

        dataExp=line . split ()
        N=len ( dataExp )
        frv . append ( float ( dataExp [ 0 ] ) )
        AbsTotal . append ( float ( dataExp [ 1 ] ) )
        Abs1 . append ( float ( dataExp [ 2 ] ) )
        Abs2 . append ( float ( dataExp [ 3 ] ) )

        Frq=frv . copy ()
        AbsT=AbsTotal . copy ()
        Tr1 = Abs1 . copy ()
        Tr2 = Abs2 . copy ()
        frv . clear ()
        AbsTotal . clear ()
        Abs1 . clear ()
        Abs2 . clear ()

break

        # Determina o da frequencia no referencial do
        laborat rio

        # print ( 'aqui %.f %.f'%(i , INTE) )

        Freq = Freq_Abs + Freq_C + (( fx * Vx + fy * Vy + fz * Vz ) / 0.894)

        px=fotonx ;
        py=fotony ;
        pz=fotonz ;
        # Determina o do coeficiente de absor o

        i=-1
        ind=0
        indM=len ( Frq ) -1
        while ind==0 and i<indM:
            i=i+1

```

---



---

```

        if (Frq[i] >= Freq):
            ind=i
    if i==indM:
        ind=indM-1

    b=(AbsT[ind]-AbsT[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
    a=AbsT[ind-1]-b*Frq[ind-1]
    ii = a+b*Freq

    b1=(Tr1[ind]-Tr1[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
    a1=Tr1[ind-1]-b1*Frq[ind-1]

    ii1 = a1+b1*Freq

    b2=(Tr2[ind]-Tr2[ind-1])/(Frq[ind]-Frq[ind-1])
    a2=Tr2[ind-1]-b2*Frq[ind-1]

    ii2 = a2+b2*Freq

    Prob33 = float(ii1/ii)
    Prob34 = float(ii2/ii)

    #print('atual %.f %.f %.f %.f'%(Freq, ii, INTE, contador))

    # FreqV[d].clear()
    # ProbV[d].clear()

    #Coeficiente de absor o

    rseed = random.random()
    l=-np.log(rseed)/ii; #Determina o da dist ncia
    percorrida
    #antes de ser absorvido

    fotonx=fotonx+(fx*1) #Evolu o da posi o dos f tons
    fotony=fotony+(fy*1)

```

---

---

```

fotonz=fotonz*(fz*1)

#Teste se o foton ficou na clula
if fotonx>L/2:
    p=intersec(fotonx-(fx*1),fotony-(fy*1),fotonz-(fz*1),
               fotonx,fotony,fotonz,1,0,0,L/2)
    if np.abs(p[1])>Lj/2:
        corte=1
        continue
    if p[2]>((L/2)-(Lj/2)) and p[2]<((L/2)+(Lj/2)):
        corte=1
        fluorescencia[contador] = fluorescencia[contador]
            + 1
        espalhamentos[contador] = espalhamentos[contador]
            + INTE
        #print(p)
        continue
if fotonx<-L/2:
    p=intersec(fotonx-(fx*1),fotony-(fy*1),fotonz-(fz*1),
               fotonx,fotony,fotonz,1,0,0,-L/2)
    if np.abs(p[1])>Lj/2:
        corte=1
        continue
    if p[2]>((L/2)-(Lj/2)) and p[2]<((L/2)+(Lj/2)):
        corte=1
        fluorescencia[contador] = fluorescencia[contador]
            + 1
        espalhamentos[contador] = espalhamentos[contador]
            + INTE
        #print(p)
        continue

if abs(fotony)>L/2:
    corte=1
    continue
if fotonz < 0.:
    corte=1

```

FOTON = 0

```
#
=====

espalhamentomedio = [0]*len(fluorescencia)
for i in range(0, len(fluorescencia)):
    espalhamentomedio[i] = espalhamentos[i]/fluorescencia[i]
#
#
=====

print(fluorescencia)
print(Transmissao)
```

## Referências Bibliográficas

- [1] Eduardo Pereira, José M. G. Martinho, and Mário N. Berberan-Santos. Photon trajectories in incoherent atomic radiation trapping as Lévy flights. *Phys. Rev. Lett.*, 93:120201, 2004.
- [2] Holstein, T. Imprisonment of Resonance Radiation in Gases. *Phys. Rev.* volume 72, p. 1212-1233, American Physical Society, 1947.
- [3] A. R. Alves-Pereira, E. J. Nunes-Pereira, J. M. G. Martinho, and M. N. Berberan-Santos. Photonic superdiffusive motion in resonance line radiation trapping partial frequency redistribution effects. *The Journal of Chemical Physics*, 126(15):154505, 2007.
- [4] D. G. Hummer. Non-Coherent Scattering: I. The Redistribution Function with Doppler Broadening. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 125(1):21-37, 07 1962.
- [5] Verdeyer, J. T. *Laser electronics*. Third edition, 1995.
- [6] John Weiner and P-T Ho. *Light-matter interaction, Fundamentals and applications*, volume 1. John Wiley e Sons, 2008.
- [7] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. Wiley Online Library, 1992.
- [8] Robert Resnick and Robert Eisberg. *Física Quântica-átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas* . 1979.
- [9] Courteille, P. Lecture on: Atom-Light Interaction , Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, p. 1–31, 2021.

- [10] Araujo, M. O. de . Investigação experimental e modelo teórico para o índice de refração não-linear da linha D2 do cézio. Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, 2013.
- [11] Yariv, A. Quantum electronics. Wiley, 1967.
- [12] Boyd, R. Nonlinear Optics. Elsevier Science, 2008.
- [13] Weiner, j; Ho, P.T . Light-Matter Interaction: Fundamentals and Applications. Wiley VCH; VoL. 1 ed. 4 abril 2003.
- [14] K. A. Barantsev and A. N. Litvinov, "Spatial oscillations of index of refraction in the atomic medium with Doppler broadening,"2014 International Conference Laser Optics, 2014, pp. 1-1, doi: 10.1109/LO.2014.6886426.
- [15] Svelto, Orazio. Principles of Lasers. New York :Springer, 2010.
- [16] Christopher Foot. Atomic physics. 2008.
- [17] Wolfgang Demtroder. Atoms, Molecules and Photons: An Introduction to Atomic-Molecular-and Quantum Physics. Springer, 2006.
- [18] William T Silfvast. Laser fundamentals. Cambridge University Press, 2004.
- [19] AF Molisch, GF Parker, BP Oehry, W. Schupita e G. Magerl, J. Quant. Spectrosc. Radiação. Transferir. 53, 269 (1994)
- [20] P. Wiorkowski, W. Hartmann, Investigation of radiation imprisonment: Application to time resolved fluorescence spectroscopy, Optics Communications, Volume 53, Issue 4, 1985, p. 217-220.
- [21] H. M. Anderson, S. D. Bergeson, D. A. Doughty, and J. E. Lawler. Xenon 147-nm resonance f value and trapped decay rates. Phys. Rev. A, 51:211-217, Jan 1995.
- [22] Chevrollier M. Radiation trapping and Lévy flights in atomic vapours: an introductory review. Contemp Phys 2012;53:227.
- [23] C. E. Klots and V. E. Anderson, J. Monte Carlo Investigation of the Imprisonment of Resonance Radiation: The Doppler-Broadened Line. Chem. Phys. 56, 120 (1972)

- [24] Frisch, H. Non-LTE transfer. V - The asymptotics of partial redistribution. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 83, 1980.
- [25] João Carlos de A. Carvalho, Marcos Oriá, Martine Chevrollier, Hugo L. D. de Souza Cavalcante, and T. Passerat de Silans. Redistribution of light frequency by multiple scattering in a resonant atomic vapor. *Phys. Rev. A*, 91:053846, 2015.
- [26] Anderson HM, Bergeson SD, Doughty DA, Lawler JE. Xenon 147-nm resonance  $f$  value and trapped decay rates. *Phys Rev A* 1995;51:211.
- [27] J.C de Aquino Carvalho, T. Passerat de Silans. Backward fluorescence of optically thick Cs vapor: Experiment and monte- carlo simulations. *J. Quant. Spect. Radiat. Transf.*, 260:107469, 2021.
- [28] Huennekens J, Namiotka RK, Sagle J, Jabbour ZJ, Allegrini M. Thermalization of velocity-selected excited-state populations by resonance exchange collisions and radiation trapping. *Phys Rev A* 1995;51:4472.
- [29] Niemax K, Movre M, Pichler G. Near-wing asymmetries of the self-broadened first Rb and Cs resonance lines. *J Phys B* 1979;12:3503.
- [30] Résolution1; CR,. *Metrologia*4, 43 (1968).
- [31] Steck, Cesium D Line Data. Disponível em <http://steck.us/alkalidata>.
- [32] Farrukh M. A. Atomic Absorption Spectroscopy [Internet]. London: IntechOpen; 2012 [cited 2022 Jun 26]. 272 p. Available from: <https://www.intechopen.com/books/578> doi: 10.5772/1090
- [33] Z. Ding and J. Yuan. Observation on the absorption of linearly polarized light by  $^{133}\text{Cs}$  atoms with optically resolved hyperfine structure. *Results in Physics*, vol.37, p.105-565, 2022.
- [34] Sautenkov, Vladimir e Sautenkov, V.A. e Scully, M.O. e Zelener, Boris. (2011). Absorption Spectra of Cesium and Rubidium Molecules as Frequency References.
- [35] Bonolo, O. B. Sobre os espectros óticos de absorção de dois fótons em condições de alta resolução (sub-Doppler) de gases e vapores: um estudo analítico. Fevereiro de 1981.

- [36] Catalani, F. Caracterização de laser de diodo para espectroscopia de alta resolução. Janeiro de 1997.
- [37] Thierry Passerat de Silans. Determination of atomic density and collisional broadening of an alkali vapor by resonant interferometry. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2018.
- [38] N. Metropolis, The beginning of the Monte Carlo method. Los Alamos Science Special Issue. 1987, p. 125.
- [39] R. K. Pathria, Statistical Mechanics, 2ª Edição. Oxford : Elsevier, 1996. p. 336.
- [40] Itano, W. M.; Ramsey, N. F. Accurate measurement of time. Scientific American, v. 269, p. 46-53, July 1993
- [41] W. M. Itano, N. F. Ramsey. Accurate measurement of time. Scientific American, 269:46–53, July 1993.
- [42] Q. Baudouin, R. Pierrat, A.Eloy, E.J. Nunes-Pereira, P.-A.Cuniasse, N. Mercadier, and R. Kaiser. Signatures of levy flights with annealed disorder. Phys. Rev. E, 90:052114, 2014.