



Universidade Federal da Paraíba – UFPB
Centro de Ciências Sociais Aplicadas – CCSA
Programa de Pós-Graduação em Economia – PPGE

Hyolitta Adrielle Costa de Araújo

**Finanças Públicas no Brasil: Regras Fiscais, Sustentabilidade da
Dívida Pública e Vulnerabilidade Fiscal.**

João Pessoa – PB

2025

Hyolitta Adrielle Costa de Araújo

**Finanças Públicas no Brasil: Regras Fiscais, Sustentabilidade da
Dívida Pública e Vulnerabilidade Fiscal.**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Economia da Universidade
Federal da Paraíba – PPGE/UFPB, em cumprimen-
to às exigências de conclusão do Curso de
Doutorado em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Cássio da Nóbrega Besarria
Coorientador: Dr. Wellington Charles Lacerda Nobrega

João Pessoa – PB
2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A663f Araújo, Hyolitta Adrielle Costa de.

Finanças públicas no Brasil : regras fiscais, sustentabilidade da dívida pública e vulnerabilidade fiscal / Hyolitta Adrielle Costa de Araújo. - João Pessoa, 2025.

117 f. : il.

Orientação: Cássio da Nóbrega Besarria.

Coorientação: Wellington Charles Lacerda Nobrega.
Tese (Doutorado) - UFPB/CCSA.

1. Finanças públicas - Brasil. 2. Regras fiscais - Brasil. 3. Economia brasileira. 4. Dívida pública. 5. Fadiga fiscal. I. Besarria, Cássio da Nóbrega. II. Nobrega, Wellington Charles Lacerda. III. Título.

UFPB/BC

CDU 336.1(81)(043)



Universidade Federal da Paraíba
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

ATA Nº 1

Aos vinte e nove dias do mês de abril do ano de dois mil e vinte e cinco, às 02h00min, no Online, instalou-se a banca examinadora de tese de Doutorado do(a) aluno(a) HYOLITTA ADRIELLE COSTA DE ARAÚJO. A banca examinadora foi composta pelos professores Dr. FAUSTO JOSÉ ARAÚJO VIEIRA, FGV, examinador externo à instituição, Dr. MARCO ANTONIO FREITAS DE HOLANDA CAVALCANTI, FGV, examinador externo à instituição, Dr. WELLINGTON CHARLES LACERDA NOBREGA, UFPB, examinador externo à instituição, Dr. EDILEAN KLEBER DA SILVA BEJARANO ARAGON, UFPB, examinador interno, Dr. JOSE LUIS DA SILVA NETTO JUNIOR, UFPB, examinador interno, Dr. CASSIO DA NOBREGA BESARRIA, UFPB, presidente. Deu-se início a abertura dos trabalhos, por parte do professor Dr. JEVUKS MATHEUS DE ARAUJO, coordenador do Programa, que, após apresentar os membros da banca examinadora e esclarecer a tramitação da defesa, passou a presidência dos trabalhos ao professor Dr. CASSIO DA NOBREGA BESARRIA, que de imediato solicitou a(o) candidato(a) que iniciasse a apresentação da dissertação, intitulada Finanças Públicas no Brasil: Regras Fiscais, Sustentabilidade da Dívida Pública e Vulnerabilidade Fiscal., marcando um tempo de ___ minutos para a apresentação. Concluída a exposição, o professor Dr. CASSIO DA NOBREGA BESARRIA, presidente, passou a palavra ao professor Dr. FAUSTO JOSÉ ARAÚJO VIEIRA, para arguir o(a) candidato(a), e, em seguida, ao professor Dr. MARCO ANTONIO FREITAS DE HOLANDA CAVALCANTI, e, em seguida, ao professor Dr. WELLINGTON CHARLES LACERDA NOBREGA, para que fizessem o mesmo; após o que fez suas considerações sobre o trabalho em julgamento; tendo sido (aprovado ou reprovado) o (a) candidato (a), conforme as normas vigentes na Universidade Federal da Paraíba. A versão final da tese deverá ser entregue ao programa, no prazo de ___ dias; contendo as modificações sugeridas pela banca examinadora e constante na folha de correção anexa. O(A) candidato(a) não terá o título se não cumprir as exigências acima.

Dr. FAUSTO JOSÉ ARAÚJO VIEIRA, FGV

Examinador Externo à Instituição

Dr. MARCO ANTONIO FREITAS DE HOLANDA CAVALCANTI, FGV

Examinador Externo à Instituição



Universidade Federal da Paraíba
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Dr. WELLINGTON CHARLES LACERDA NOBREGA, UFPB

Examinador Externo à Instituição

Dr. EDILEAN KLEBER DA SILVA BEJARANO ARAGON, UFPB

Examinador Interno

Dr. JOSE LUIS DA SILVA NETTO JUNIOR, UFPB

Examinador Interno



Documento assinado digitalmente

CASSIO DA NOBREGA BESARRIA

Data: 09/09/2025 10:36:56-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. CASSIO DA NOBREGA BESARRIA, UFPB

Presidente

HYOLITTA ADRIELLE COSTA DE ARAÚJO

Doutorando

Agradecimentos

Ao final deste trabalho e deste ciclo, agradeço profundamente à minha avó Margarete e à minha mãe Adriana, por todo o afeto e suporte que me permitiram chegar até aqui. Pela educação, disciplina e confiança que me deram para buscar caminhos melhores e mudar a nossa realidade. Aos meus fiéis companheiros, Adriano e Maria Fernanda, meu amor e minha gratidão.

Sou grata ao meu orientador, Dr. Cássio da Nóbrega Besarria, por ter acreditado no meu potencial ainda nos primeiros anos da graduação. Obrigada por compartilhar ideias, conselhos, orientações e conquistas, e por me acolher no Laboratório de Inteligência Artificial e Macroeconomia Computacional (LABIMEC), espaço de aprendizado e crescimento pessoal e profissional.

Ao meu coorientador que foi parceiro em toda a produção deste trabalho, obrigada por todo o apoio, Dr. Wellington Charles Lacerda Nobrega. Aos amigos que estiveram comigo nessa jornada — da graduação ao doutorado —, agradeço pela companhia e apoio. Aos professores e professoras que me inspiraram ao longo do caminho, minha admiração e reconhecimento por exercerem uma das profissões mais valiosas do mundo.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, e à Universidade Federal da Paraíba, cuja existência enquanto instituição pública, gratuita e de qualidade, assim como sua política de assistência estudantil, foram essenciais para que eu pudesse chegar até aqui.

Por fim, deixo meu agradecimento a todas as economistas e pesquisadoras que foram indispensáveis nas minhas leituras e referências, me dando coragem para permanecer firme em um ambiente profissional que ainda se mostra desafiador e muitas vezes hostil às mulheres.

Resumo

Capítulo 1 - Uma regra fiscal nos moldes do novo arcabouço: evidências a partir de um modelo Dinâmico Estocástico de Equilíbrio Geral (DSGE).

Este projeto é composto por três ensaios sobre finanças públicas. O primeiro tem como objetivo investigar como variáveis macroeconômicas e a trajetória da dívida pública respondem à implementação de uma regra fiscal aos moldes do Novo Arcabouço Fiscal brasileiro. Para isso, será calibrado um modelo Novo-Keynesiano para a economia brasileira e simulado através de um modelo Dinâmico Estocástico de Equilíbrio Geral (DSGE). Os resultados mostram que no cenário base, na ausência de uma restrição fiscal, os gastos do governo e a dívida pública seguem em trajetória crescente. Por outro lado, a inclusão de uma regra fiscal que limita os gastos do governo resultou em uma trajetória descendente da dívida pública, evidenciando os impactos positivos do controle fiscal sobre a sustentabilidade e trajetória da dívida.

Palavras-chave: Regras Fiscais. Economia Brasileira. DSGE.

Capítulo 2 - Sustentabilidade e limites da dívida pública: aplicação de um Modelo de Fadiga Fiscal para os estados brasileiros.

O segundo ensaio analisa a sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros no período de 2001-2020, utilizando diferentes metodologias econométricas e um Modelo de Fadiga Fiscal. O estudo confirmou empiricamente a hipótese de fadiga fiscal para os estados brasileiros, com base em uma função de reação quadrática, permitindo a estimativa de limites de dívida e espaço fiscal de cada estado. Os resultados revelaram cenários fiscais heterogêneos: enquanto alguns estados, como Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo, apresentam trajetórias de endividamento insustentáveis e espaço fiscal negativo, outros demonstraram limites mais elevados e redução gradual da dívida ao longo do tempo, favorecidos por baixos diferenciais de juros ajustados ao crescimento. Adicionalmente, foram estimadas curvas de Laffer para os estados em piores condições fiscais, apontando que, exceto São Paulo, os demais já operam próximo à alíquota ótima, limitando a possibilidade de ajustes via aumento de impostos. Esses resultados oferecem informações relevantes para a gestão fiscal estadual, ao fornecer indicadores para monitoramento da dívida, análise de margens orçamentárias e gerenciamento de riscos econômicos, além de orientar decisões de política fiscal considerando a capacidade de ajuste tanto pelo lado do endividamento quanto da arrecadação.

Palavras-chave: Fadiga Fiscal. Estados Brasileiros. Dívida Pública.

Capítulo 3- Índice de vulnerabilidade fiscal e previsão da dívida pública para os estados brasileiros.

O último ensaio desenvolve um Índice de Vulnerabilidade Fiscal para avaliar a fragilidade fiscal dos estados brasileiros, com base em indicadores de endividamento, solvência, liquidez, rigidez orçamentária e autonomia financeira, utilizando o método de análise de componentes principais. Além disso, aplica técnicas de aprendizado de máquina para prever a dívida pública. Os resultados indicaram que métodos como Lasso, Ridge e combinações com técnicas não lineares superaram abordagens tradicionais na previsão do endividamento. O Índice de Vulnerabilidade Fiscal e a Arrecadação Própria destacaram-se como preditores relevantes, validando o Índice como uma ferramenta consistente para identificar riscos fiscais. O estudo contribui para a governança fiscal ao oferecer indicadores e métodos inovadores que aprimoram a previsão, o monitoramento e a gestão da dívida pública estadual.

Palavras-chave: Índice de Vulnerabilidade Fiscal. Análise de Componentes Principais. Aprendizado de Máquina.

Abstract

Chapter 1 - Brazil's New Fiscal Framework: Evidence from a Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) Model.

This project consists of three essays on public finance. The first essay investigates how macroeconomic variables and the trajectory of public debt respond to the proposed implementation of a fiscal rule along the lines of the New Brazilian Fiscal Framework. To this end, a New Keynesian model incorporating features of the Brazilian economy is calibrated and simulated within a Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) framework. The results indicate that, in the absence of a fiscal rule, government spending and public debt follow an upward trajectory. Conversely, the implementation of a fiscal rule that limits government spending leads to a downward debt trajectory, highlighting the positive impacts of fiscal control on debt sustainability and trajectory.

Keywords: Fiscal Rules. Brazilian Economy. DSGE.

Chapter 2 - Sustainability and Public Debt Limits: Application of a Fiscal Fatigue Model to Brazilian States.

The second essay analyzes the fiscal sustainability of Brazilian states from 2001 to 2020, employing various econometric methodologies alongside a Fiscal Fatigue Model. The study empirically confirms the fiscal fatigue hypothesis for Brazilian states, using a quadratic reaction function that enables the estimation of debt limits and fiscal space for each state. The results reveal heterogeneous fiscal scenarios: while some states, such as Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, and São Paulo, exhibit unsustainable debt trajectories and negative fiscal space, other states display higher debt limits and a gradual reduction in debt over time, supported by low growth-adjusted interest rate differentials. Additionally, Laffer curves were estimated for the most fiscally distressed states, indicating that, except São Paulo, the other states are already operating near the optimal tax rate, thereby limiting room for further tax increases. These findings offer valuable insights for state-level fiscal management by providing indicators for debt monitoring, budget margin analysis, and economic risk assessment, while also informing fiscal policy decisions by accounting for states' adjustment capacity in both debt and revenue dimensions.

Keywords: Fiscal Fatigue. Brazilian States. Public Debt.

Chapter 3 - Fiscal Vulnerability Index and Public Debt Forecasting for Brazilian States.

The final essay develops a Fiscal Vulnerability Index to assess the fiscal fragility of Brazilian states, based on indicators of indebtedness, solvency, liquidity, budgetary rigidity, and financial autonomy, through Principal Component Analysis. Additionally, it applies machine learning techniques to forecast public debt. Results indicate that methods such as Lasso, Ridge, and combinations with non-linear techniques outperform traditional debt forecasting approaches. The Fiscal Vulnerability Index and Own Source Revenue emerged as significant predictors, validating the Index as a reliable tool for identifying fiscal risks. This study contributes to fiscal governance by providing innovative indicators and methodologies that enhance the forecasting, monitoring, and management of the Brazilian states' public debt.

Keywords:Fiscal Vulnerability Index. Principal Component Analysis. Machine Learning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal . . .	31
Figura 2 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal . . .	32
Figura 3 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Sem regra fiscal . . .	33
Figura 4 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Com regra fiscal	34
Figura 5 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Sem regra fiscal	34
Figura 6 – Função Impulso-Resposta - <i>New Shocks</i> - Cenário base	35
Figura 7 – Função Impulso-Resposta - <i>New Shocks</i> - Com regra fiscal	36
Figura 8 – Função Impulso-Resposta dos gastos ao choque de produtividade para varia- ções no parâmetro δ_s da regra fiscal.	37
Figura 9 – Resultado Primário dos Governos Estaduais (%PIB)	45
Figura 10 – Investimento Público Governos Estaduais (%PIB), 2004-2021	46
Figura 11 – Investimento Líquido Governos Estaduais (R\$ milhões), 2012-2021	46
Figura 12 – Composição das despesas empenhadas, 2018-2022	47
Figura 13 – Participação das despesas com pessoal no total das despesas primárias (%), 2018-2022.	48
Figura 14 – Relação entre a despesa com pessoal e a receita corrente líquida.	49
Figura 15 – Dívida Líquida dos Governos Estaduais (% PIB), 2001-2022	50
Figura 16 – Dívida Consolidada Líquida % em relação à Receita Corrente Líquida, por UF, 2022	53
Figura 17 – Variação nominal da Dívida Consolidada: 2022-2021	54
Figura 18 – Nota dos Indicadores da CAPAG, por Estados.	55
Figura 19 – Curvas de Laffer – Estimação da Alíquota Ótima, por UF.	74
Figura 20 – Mapas de Calor - Índice de Vulnerabilidade Fiscal, estados brasileiros, 2000- 2020.	87
Figura 21 – Comparação das previsões do modelo Stacking com divisões de treino e teste 70/30 e 80/20	93
Figura 22 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal . . .	105
Figura 23 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Com regra fiscal	105
Figura 24 – Função Impulso-Resposta - Choque Produtividade - Sem regra fiscal	106
Figura 25 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Sem regra fiscal	106
Figura 26 – Função Impulso-Resposta - <i>New Shocks</i> - Com regra fiscal: o governo pode gastar até 50% limitado ao piso de 0,06%.	107
Figura 27 – Mapas de Calor - Índice de Vulnerabilidade Fiscal, estados brasileiros, 2000- 2020.	113

Lista de tabelas

Tabela 1 – Descrição principais tipos de regras fiscais.	16
Tabela 2 – Parâmetros e suas descrições	30
Tabela 3 – Execução Orçamentária (RREO) dos Estados, Receitas e Despesas.	45
Tabela 4 – Composição Dívida Consolidada	51
Tabela 5 – Dívida Consolidada Líquida % em relação à Receita Corrente Líquida, por UF.	52
Tabela 6 – Descrição dos Dados	57
Tabela 7 – Estimação testes de robustez para painel de Efeitos Fixos	64
Tabela 8 – Funções de Reação Fiscal - Especificação Quadrática e Cúbica	65
Tabela 9 – Resultado das Estimações - Limite da Dívida e Espaço Fiscal (2020)	68
Tabela 10 – Desempenho dos modelos preditivos.	89
Tabela 11 – Descrição dos Dados: Modelo Fadiga Fiscal	108
Tabela 12 – Estimações Efeitos Fixos com Correção de Erros	108
Tabela 13 – Limite da Dívida e Espaço Fiscal (2020)	109
Tabela 14 – Limites da Dívida e Espaço Fiscal (2020) - Projeções Cenário 1	110
Tabela 15 – Limites da Dívida e Espaço Fiscal (2020) - Projeções Cenário 2	111
Tabela 16 – Descrição das Variáveis	112
Tabela 17 – Descrição dos Dados: Modelos de Previsão.	114
Tabela 18 – Hiperparâmetros ajustados para o modelo escolhido.	115
Tabela 19 – Desempenho preditivo dos modelos (excluindo variáveis diretamente relacionadas à dívida)	115

Sumário

I	MODELO DSGE PARA UMA ECONOMIA FECHADA	13
1	UMA REGRA FISCAL NOS MOLDES DO NOVO ARCABOUÇO: EVIDÊNCIAS A PARTIR DE UM MODELO DINÂMICO ESTOCÁSTICO DE EQUILÍBRIO GERAL (DSGE).	14
1.1	Introdução	14
1.2	Contextualização	16
1.2.1	Pós-pandemia e Regras Fiscais	17
1.2.2	Arcabouço fiscal brasileiro	18
1.3	Estratégia Empírica: Modelo Teórico	19
1.3.1	Famílias	20
1.3.2	Firmas	21
1.3.2.1	Firma de Bens Finais	21
1.3.3	Firma de bens Intermediários	22
1.4	Governo	24
1.4.1	Política Monetária	24
1.4.2	Política Fiscal	25
1.4.2.1	Regras Fiscais	26
1.4.3	Equilíbrio	28
1.4.4	<i>New Shocks</i>	28
1.5	Calibração	29
1.6	Resultados	31
1.6.1	Choque de Produtividade	31
1.6.1.1	Com regra fiscal	31
1.6.1.2	Sem regra fiscal	33
1.6.2	Choque Monetário	33
1.6.3	<i>New Shocks</i>	35
1.6.4	Análise de sensibilidade	37
1.7	Considerações Finais	37
II	MODELO DE FADIGA FISCAL	39
2	SUSTENTABILIDADE E LIMITES DA DÍVIDA PÚBLICA: APLICAÇÃO DE UM MODELO DE FADIGA FISCAL PARA OS ESTADOS BRASILEIROS.	40
2.1	Introdução	40

2.2	Revisão de Literatura	42
2.3	Panorama Fiscal	44
2.3.1	Despesas Estaduais	47
2.3.1.1	Composição das Despesas	47
2.3.1.2	Gasto com Pessoal	47
2.3.2	Evolução do endividamento dos Estados	49
2.3.2.1	Dívida Líquida dos Governos Estaduais, por Unidade de Federação (UF)	50
2.3.2.2	Capacidade de Pagamento dos Estados - CAPAG	54
2.4	Dados	56
2.5	Estratégia Empírica	57
2.5.1	Modelo Teórico de Fadiga Fiscal	58
2.5.2	Derivação do limite da dívida	59
2.5.2.1	Limites no limite da dívida	60
2.5.2.2	Determinação do limite da dívida	61
2.5.3	Modelo Empírico	62
2.5.3.1	Estimação da Função de Reação Fiscal	62
2.5.3.2	Estimação do custo da dívida ajustado ao crescimento econômico	62
2.5.3.3	Espaço Fiscal	63
2.6	Resultados	63
2.6.1	Modelo de Fadiga Fiscal	63
2.6.2	Limites da dívida e Espaço Fiscal	67
2.6.3	Sensibilidade dos limites da dívida	70
2.6.3.1	Função de reação fiscal	70
2.6.3.2	Diferencial (r-g)	71
2.6.4	Estimação da Curva de Laffer	72
2.7	Considerações	74
 III	 ÍNDICE DE VULNERABILIDADE FISCAL	 76
 3	 ÍNDICE DE VULNERABILIDADE FISCAL E PREVISÃO DA DÍVIDA PÚBLICA PARA OS ESTADOS BRASILEIROS	 77
3.1	Introdução	77
3.2	Estratégia Empírica	79
3.2.1	Construção do Índice de Vulnerabilidade Fiscal (IVF): Análise dos Componentes Principais	79
3.3	Modelos preditivos	81
3.3.1	Previsão: O problema de previsão e a amostra	81
3.3.2	Avaliação do modelo	81
3.3.2.1	Divisão da Amostra	81

3.3.2.2	Métricas de Desempenho	81
3.3.3	Métodos de estimação	82
3.3.4	Benchmark	82
3.3.5	Ridge	83
3.3.6	Lasso	83
3.3.6.1	Random Forest	83
3.3.6.2	Extreme Gradient Boosting (XGBoost)	84
3.3.6.3	Modelos Híbridos	84
3.4	Dados	84
3.5	Resultados	85
3.5.1	Índice de Vulnerabilidade Fiscal	85
3.5.1.1	Índice sem pesos	85
3.5.1.2	Índice com pesos	86
3.5.2	Previsão	89
3.5.3	Importância dos preditores	90
3.5.4	Nota metodológica: limitações e estratégias	91
3.6	Considerações Finais	94

REFERÊNCIAS	95
------------------------------	-----------

APÊNDICES 100

	APÊNDICE A – CAPÍTULO 1 - CÁLCULOS DSGE	101
A.1	Dinâmica do Nível de Preços Agregado	101
A.2	Problema do ajuste de preço ótimo	101
A.3	Log-Linearização	103
A.4	Funções de impulso-resposta: DSGE	104
A.4.1	Com regra fiscal	104
A.4.2	Sem regra fiscal	105
A.4.3	New Shocks	107
	APÊNDICE B – CAPÍTULO 2 - CÁLCULOS FUNÇÕES DE REAÇÃO 108	
B.1	Descrição de Dados	108
B.2	Estimações das funções de reação	108
B.3	Descrição Dados - Curva de Laffer	112
	APÊNDICE C – CAPÍTULO 3 - ÍNDICE DE VULNERABILIDADE	
	FISCAL E PREVISÃO	113
C.1	Índice sem pesos	113
C.2	Descrição dos dados - Modelos Preditivos	114

C.3	Validação Cruzada e Tunagem de Hiperparâmetro	115
C.4	Anexo da Nota Metodológica	115

Parte I

Modelo DSGE para uma Economia Fechada

1 Uma regra fiscal nos moldes do novo arcabouço: evidências a partir de um modelo Dinâmico Estocástico de Equilíbrio Geral (DSGE).

1.1 Introdução

A política fiscal é fundamental para a estabilização econômica e no suporte ao crescimento de longo prazo. Atualmente, observa-se uma pressão para que essa política reaja rapidamente a grandes choques. Nesse contexto, as regras fiscais destacam-se como um tipo de instrumento da política fiscal, definidas como limites numéricos sobre amplos agregados orçamentários e que tem o objetivo de garantir a sustentabilidade financeira e minimizar riscos macroeconômicos advindos de choques e desequilíbrios orçamentários que podem prejudicar o crescimento [Biase e Dougherty \(2022\)](#), [Davoodi et al. \(2022\)](#), [Caselli et al. \(2022\)](#).

O Brasil implementou em 2016 uma nova regra fiscal de controle das despesas primárias, com base na emenda nº 95/2016 (EC 95), definindo o crescimento dos gastos públicos somente ao equivalente à inflação do ano anterior. Esta regra foi alvo de críticas em relação a sua rigidez, tendo em vista que não consegue captar choques bruscos no ciclo econômico [Nobrega et al. \(2023\)](#). Países com regras sem mecanismos de escape ou sem flexibilidade precisaram suspender ou alterar suas regras no período da pandemia [Marques et al. \(2023\)](#), intensificando a pressão sobre um novo formato de arcabouço fiscal, com regras que tenham capacidade de se adaptar ao contexto econômico e onde a política fiscal consiga ter respostas ativas e rápidas sem prejudicar a sustentabilidade da dívida pública.

Nos últimos anos, o Brasil discutiu mudanças no desenho dessa regra fiscal que estava em vigor, aprovando o Novo Arcabouço Fiscal em 2023, por meio de lei complementar nº 200/2023. O Novo arcabouço passou a levar em consideração metas para o superávit primário e um limite para as despesas primárias ligado à variação da receita, com teto de 2,5% e piso de 0,6%. Em relação a regra anterior que limitava o crescimento das despesas à variação da inflação, sem considerar o comportamento das receitas ou a necessidade de investimentos, houve mudança na flexibilização para permitir uma expansão controlada dos gastos, condicionando-a ao desempenho da arrecadação e tornando-a mais adaptável ao ciclo econômico. Além disso, também estabelece gatilhos para conter os gastos em caso de descumprimento das metas fiscais.

O principal objetivo é equilibrar as contas públicas, controlando o endividamento e promovendo o equilíbrio entre arrecadação e despesas. Nesse contexto, é fundamental investigar

os possíveis impactos dessa alteração nas variáveis macroeconômicas e como estas reagem sob diferentes formatos de regras fiscais. Com as críticas levantadas para o Teto de Gastos e sua problemática em relação a rigidez, assim como a ausência de um mecanismo contracíclico na sua formulação, torna-se fundamental avaliar regras alternativas que introduzam mecanismos de escape para contextos de choques e maior incerteza econômica, assim como gatilhos de ajuste para o caso de não cumprimento.

A literatura recente sugere que o tipo de desenho da regra importa e que economias com regras mais flexíveis para acomodar choques imprevistos tendem a penalizar menos o investimento público em um contexto de ajuste do que as economias com regras rígidas [Delgado-Téllez et al. \(2020\)](#), [Cavallo et al. \(2020\)](#). Apesar de muito discutidas, não há um consenso na literatura sobre os impactos das regras fiscais sobre as finanças públicas. Em trabalho recente [Nobrega et al. \(2023\)](#) mostraram a importância da regras em contextos recessivos, assim como os resultados sinalizaram que uma melhora no desenho atual, a partir de uma regra mais flexível, não compromete a eficácia de estabilização das regras fiscais. Os autores utilizaram uma regra híbrida com base na proposta por [Wesselbaum \(2019\)](#), com o intuito de modelar algum escape fiscal. Em estudos recentes para a economia brasileira, a exemplo de: [Benegas e Marinho \(2017\)](#), [Santos \(2017\)](#), [Saraiva et al. \(2017\)](#), [Cavalcanti et al. \(2018\)](#), [Jesus et al. \(2020\)](#), [Leite et al. \(2022\)](#) foram avaliados os impactos de regras fiscais sobre variáveis fiscais e monetárias e seus efeitos macroeconômicos, a partir de uma modelagem de Equilíbrio Geral Estocástico Dinâmico (DSGE).

É possível observar que há poucos estudos que comparem os impactos de regras alternativas para o Brasil sobre o comportamento da economia. [Horta \(2017\)](#) destaca que há espaço para aperfeiçoamentos na experiência brasileira com regras fiscais, e que vale considerar as experiências mais recentes no mundo trazendo elementos importantes para a discussão na economia brasileira. Nesse sentido, um questão pertinente é: como a nova mudança de regra pode alterar a resposta dos agregados macroeconômicos?

Buscando preencher esta lacuna e contribuir para o debate da reforma de regra fiscal no país, este estudo tem como objetivo investigar como a trajetória dos gastos e dívida pública, assim como as variáveis macroeconômicas reagem a uma regra aos moldes do novo regime fiscal. Outra potencial contribuição é incorporar para além dos choques de política monetária e produtividade, a antecipação de choques através, por exemplo, de um choque de notícias. Para alcançar este objetivo será calibrado um DSGE com base em um modelo Novo-keynesiano e simulado em diferentes cenários: i) economia sem a regra proposta no estudo, ii) regra aos moldes da regra atual brasileira, com meta de superávit e controle de gastos.

Este ensaio é composto por esta Introdução, seguida de uma seção de Contextualização sobre o uso de regras fiscais no mundo e no Brasil. A seção 3 apresenta o Modelo DSGE e a modelagem de regras fiscais alternativas, seguida dos resultados e considerações finais.

1.2 Contextualização

O debate sobre os mecanismos para o equilíbrio orçamentário não é recente. A adoção de regras fiscais pode ajudar a reduzir os desequilíbrios e orientar a médio prazo a direção da política fiscal, garantindo sua credibilidade e sustentabilidade para a dívida pública, sendo assim, o uso dessas regras tem se espalhado pelo mundo ao longo das últimas três décadas. Conforme argumenta [Schaechter et al. \(2012\)](#), podem-se destacar três sucessões de ondas de implementação destas.

No ano de 1990, por exemplo, aproximadamente cinco países possuíam algum tipo de regra, majoritariamente em economias desenvolvidas. Com o contexto de reformas pós crise de dívidas e adoção de leis de responsabilidade fiscal, também foi impulsionada a adoção de regras em economias emergentes no início dos anos 2000. Em 2008, o número de economias em desenvolvimento que adotaram regras era maior que as avançadas. Ao fim de 2021, 105 economias haviam adotado pelo menos um tipo de regra fiscal [Schaechter et al. \(2012\)](#), [Davoodi et al. \(2022\)](#).

A diversificação e o número médio de regras utilizadas também aumentaram nesse período. [Davoodi et al. \(2022\)](#) apontam que a adoção de múltiplas regras pode estar associada a uma busca por maior disciplina fiscal ou para alcançar diferentes objetivos. Na prática, as regras existentes costumam ter como fundamento pelo menos quatro regras principais como mostra a [Tabela 1](#).

Tabela 1 – Descrição principais tipos de regras fiscais.

Regra	Descrição
Dívida	Estabelece teto ou âncora para a dívida pública. Fácil de comunicar. Pode ser afetada por fatores menos controlados pelo governo. Não oferece orientação de curto prazo para políticas fiscais.
Saldo Orçamentário	Define limites para agregados como o resultado primário. Fácil de comunicar. Ligação direta com a sustentabilidade da dívida. Sem característica de estabilização econômica. A rigidez de gastos pode dificultar a implementação.
Despesas	Estabelece limites para gastos primários ou correntes. Fácil de comunicar e monitorar. Permite estabilização econômica. Não está vinculada diretamente à sustentabilidade da dívida. Pode levar a alterações indesejadas na distribuição dos gastos.
Receitas	Estabelece teto para as receitas A maioria dessas regras não estão vinculadas à dívida pública. É um desafio porque receitas são altamente cíclicas.

Fonte: [Davoodi et al. \(2022\)](#), [Schaechter et al. \(2012\)](#)

As regras fiscais podem ter combinações diferentes em suas especificações, sendo as regras de teto ou âncora de dívida as mais comuns, com apoio de outras regras operacionais de

despesas e saldo orçamentário. Uma tendência observada tem sido a flexibilidade das regras por meio de mecanismos de escape, havendo uma ampla implementação destas com a última crise [Davoodi et al. \(2022\)](#). No entanto, é um desafio projetar regras que consigam atingir todos os seus objetivos principais: sustentabilidade fiscal, estabilidade econômica e melhorar a alocação de recursos. A eficácia técnica de uma regra fiscal depende não só do tipo de desenho, mas também de características institucionais [Biase e Dougherty \(2022\)](#). Nesse sentido, não é incomum que possam sofrer mudanças ao longo do tempo e, portanto, sempre estão voltando ao centro do debate político-econômico [Marques et al. \(2023\)](#).

Segundo dados do Fundo Monetário Internacional (FMI), dos países que possuem alguma regra fiscal, 70% combinam regras de dívida com limites no orçamento. Em 2021, um terço das economias tinha regra de dívida com limite de gastos, o outro um quarto combinou regra de dívida com equilíbrio orçamentário. As regras de despesas tem se tornado mais comuns, enquanto as de receitas são menos utilizadas. Em relação ao nível de renda, economias avançadas costumam adotar regras com limites para gastos, enquanto são menos comuns em economias emergentes e em desenvolvimento, sendo mais comuns para estas as regras de dívida [Davoodi et al. \(2022\)](#).

1.2.1 Pós-pandemia e Regras Fiscais

As economias avançadas foram percussoras na implementação de regras, mas o uso destas tem evoluído também em economias emergentes e em desenvolvimento, principalmente pós contextos de crises. Com a pandemia, por exemplo, houve aumento da pressão sobre os gastos e no endividamento público, voltando ao centro do debate não só a utilização de regras fiscais, mas também a reforma destas para adequá-las a realidade pós-pandemia e um novo ambiente macroeconômico. A discussão sobre qual o melhor formato de um arcabouço fiscal que consiga conciliar a redução dos impactos sobre a renda das classes menos favorecidas, credibilidade fiscal e previsibilidade da trajetória da dívida e seus efeitos desestabilizadores na economia [Davoodi et al. \(2022\)](#), [Biase e Dougherty \(2022\)](#).

Nesse sentido, a crise pandêmica colocou em prova as políticas fiscais das economias de todo o mundo. Com a pressão sobre o aumento de gastos para conter as consequências da crise, o aumento do endividamento e condições de financiamento mais rígidas, cenário de inflação e baixa perspectiva de crescimento [Caselli et al. \(2022\)](#), fizeram países suspenderem ou alterarem suas regras fiscais. De acordo com [Biase e Dougherty \(2022\)](#), recalibrar as regras pós choque e enfrentar desafios atuais como transição energética, envelhecimento da população e consequentemente pressão sobre os sistemas de saúde e assistência, e da desigualdade regional orientou uma exigência de reforma nos quadros fiscais.

Com o agravamento dessa crise, muitas economias desviaram de suas regras fiscais para que a política fiscal pudesse reagir aos impactos. No entanto, é importante que os países elaborem uma estratégia fiscal para o pós-pandemia. Devido ao contexto de alto endividamento e incerteza,

é necessário indicar uma orientação da política fiscal a médio prazo e seu compromisso com a sustentabilidade da dívida.

Conforme as economias consigam ir retornando para suas estruturas fiscais, torna-se fundamental discutir o aprimoramento das suas regras a partir das lições atuais e abordem em seus desenhos essas questões, com o objetivo de garantir que a política fiscal consiga ter flexibilidade e reação rápida aos choques atípicos, mas que também obtenham reservas em momentos de aquecimento para lidar com esses choques [Caselli et al. \(2022\)](#).

Desde a crise financeira mundial alguns países incorporaram cláusulas de flexibilidade em suas regras, União Européia (2011), Colômbia (2011), Jamaica (2014), Granada (2015). Antes da pandemia dois terços dos países com regras fiscais já tinham incluído estas cláusulas. Ainda assim, para que esses mecanismos confirmem flexibilidade às regras sem perder sua previsibilidade e credibilidade, precisam estar bem definidos: especificar um conjunto limitado e demarcado de eventos que desencadeariam acionar o escape, a autoridade para acionar, especificação do procedimento de volta à regra, mecanismo eficaz e de boa comunicação [Schaechter et al. \(2012\)](#).

O uso dessas cláusulas pode garantir a flexibilidade necessária para decisões em momentos de recessões ou choques não esperados que fogem do controle do governo. No entanto, é importante delimitar regras de retorno e convergência para cenários-base de forma a garantir a sustentabilidade de longo prazo [Buřs et al. \(2022\)](#). Na União Européia, onde adota-se o Pacto de Estabilidade e Crescimento, uma das respostas para a crise se deu através da flexibilização da regra fiscal. Visando proteger empresas e famílias, a flexibilização garantiu desvio temporário das restrições orçamentais [Delivorias \(2020\)](#). Esta experiência recente reforça a importância de se discutir a implementação dessas cláusulas para lidar com momentos atípicos.

1.2.2 Arcabouço fiscal brasileiro

As principais experiências do Brasil com regras fiscais incluem a adoção de metas de superávit primário definidas em 1999, estabelecidas em um acordo com o Fundo Monetário Internacional (FMI), e a implementação da Lei da Responsabilidade Fiscal (LRF). A LRF trouxe limitações como o controle de gastos com pessoal para União, estados e municípios e restrições à contratação de dívidas para os entes subnacionais [Horta \(2017\)](#).

Em 2016, a economia brasileira implementou através da EC-95 ¹ um novo regime fiscal, também conhecido como Teto dos Gastos. Esse teto foi estabelecido com a duração de vinte anos e determinou que o limite das despesas seria corrigido pela inflação (utilizando o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA) do ano anterior. Algumas despesas foram excluídas do teto, como transferências constitucionais, os recursos destinados ao Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (Fundeb) e os gastos com eleições. As áreas de saúde e educação tiveram limite mínimo específico, também

¹ Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc95.html

indexados à inflação do ano anterior. Foram previstas penalidades em caso de descumprimento que impediam a realização de concurso público, aumento e admissão de pessoal [Horta \(2017\)](#).

Esta proposta foi alvo de críticas ao longo da sua execução devido ao seu caráter rígido, apontado pela ausência de flexibilidade para se adaptar ao novo contexto macroeconômico. Diante disso, uma nova proposta de regra fiscal para o Brasil foi discutida. O Regime Fiscal Sustentável (PLP 93/2023), ou o Novo Arcabouço Fiscal substitui o Teto dos Gastos e é um mecanismo de controle do endividamento a partir do equilíbrio entre receitas e despesas, combinando regras de superávit primário e controle de gastos. As duas regras estruturam o novo marco fiscal, conforme descrito abaixo: ²

- Sempre que o resultado primário crescer dentro da banda estabelecida, no ano seguinte, o crescimento real da despesa será igual a 70% do crescimento real da receita primária, acumulada em 12 meses até junho.

- Essa possibilidade de aumento de gastos é limitada a um crescimento real da despesa de no mínimo 0,6% ao ano e no máximo de 2,5% ao ano.

- Caso o resultado primário fique abaixo da banda inferior da meta, o crescimento do teto no ano seguinte ficará limitado a 50% do crescimento da receita, também limitado a um crescimento real mínimo de 0,6% ao ano e máximo de 2,5% ao ano.

As metas de superávit vão ser definidas a cada quatro anos. As bandas do intervalo são de 0,25 ponto percentual para cima ou para baixo. As metas estipuladas pelo governo são: déficit primário de 1% do PIB em 2023, zerar o déficit em 2024, superávit de 0,5% do PIB em 2025 e 1% em 2026. A regra aciona um gatilho de ajuste em caso de descumprimento do limite inferior da banda, reduzindo o crescimento de 70% para 50% da variação da receita no ano seguinte.

No entanto, para fins de simulação em modelo DSGE, a regra fiscal é representada de forma aproximada, capturando seus elementos centrais como o vínculo entre crescimento da despesa e crescimento da receita, e os limites mínimo e máximo, mas com simplificações necessárias à modelagem. A presente modelagem não tem por objetivo capturar integralmente as especificidades institucionais e operacionais do Novo Arcabouço Fiscal, mas sim incorporar sua lógica macroeconômica por meio de uma regra representativa, construída nos moldes do regime fiscal em vigor.

1.3 Estratégia Empírica: Modelo Teórico

Para alcançar o objetivo deste ensaio foi desenvolvido um modelo DSGE construído com base nos estudos de [Galí \(2008\)](#), [Carvalho et al. \(2011\)](#), [Cavalcanti e Vereda \(2015\)](#), [Santos \(2017\)](#), [Junior \(2016\)](#), [Cavalcanti et al. \(2018\)](#), [Nobrega et al. \(2023\)](#) e [Nobrega et al. \(2022\)](#). O modelo vai incorporar taxação distorciva, concorrência monopolista e rigidez nominal, e será

² Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/orcamento-da-uniao/estudos/2023/>

dividido em famílias, firmas e governo. Também será estendido para modelar regras fiscais para o Brasil.

1.3.1 Famílias

A economia nesse modelo é formada por um único conjunto de famílias, que resolvem o problema de maximização de utilidade através de uma função de bem-estar intertemporal particular, e esta função é aditivamente separável entre Consumo e Lazer.

O modelo considera agentes representativos do tipo Ricardiano, famílias que têm acesso a mercados financeiros. Embora essa simplificação seja comum para capturar efeitos macroeconômicos relevantes, é importante reconhecer que parte da literatura defende a inclusão de agentes não Ricardianos, a fim de capturar restrições à liquidez e heterogeneidade no comportamento de consumo.

Resolve-se o seguinte problema:

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta_t \left[\frac{(C_t - \phi C_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \quad (1.1)$$

em que $C_{j,t}$ é o consumo, $N_{j,t}$ as horas de trabalho no período t , φ o inverso da elasticidade do trabalho, β_t é o fator de desconto, e ϕ é o parâmetro de referência aos hábitos de consumo, esse mecanismo implica que a utilidade de um indivíduo em determinado período depende não apenas do consumo corrente, mas também do consumo passado. Como define [Junior \(2016\)](#), trata-se de um custo de ajuste no consumo que ocorre quando um choque altera a renda do domicílio, sendo esse custo medido em termos de utilidade.

Sujeito a seguinte restrição, em termos reais:

$$P_t(1 + \tau^C)(C_t + I_t) + \frac{B_{t+1}}{R_t^B} = (1 - \tau^w)W_t N_t + R_t^k(1 - \tau^k)K_t - P_t K_t^P + B_t + wTRG_t \quad (1.2)$$

Assumindo a lei do movimento do capital:

$$K_{t+1}^P = (1 - \delta)K_t^P + I_t^P \quad (1.3)$$

Sendo: C_t e I_t , consumo e investimento, B a dívida, W_t o salário nominal, i_{t-1} a taxa de juros incidente sobre a dívida, R_t^k o aluguel do capital, TRG as transferências, K o capital, δ a taxa de depreciação do capital e τ^c , τ^w e τ^k os impostos sobre consumo, renda e capital.

Substituindo [Equação 1.3](#) em [Equação 1.2](#), montando o lagrangeano e resolvendo o problema das famílias Ricardianas, chegamos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{dL}{dC_t} : \lambda_t = \frac{(C_t - \phi C_{t-1})^\sigma}{P(1 + \tau_t^c)} - \phi \beta \frac{(E_t C_{t+1} - \phi C_{t-1})^\sigma}{P(1 + \tau_t^c)} \quad (1.4)$$

$$\frac{dL}{dN_t} : \lambda_t = \left(\frac{1}{1 - \tau^w} \right) \frac{N_t^\varphi}{W_t} \quad (1.5)$$

$$\frac{dL}{dK_t^P} : \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = \beta E_t [R_{t+1}^k (1 - \tau^k) + (1 - \delta)] \quad (1.6)$$

$$\frac{dL}{dB_{t+1}} : 1 = \beta_t E_t \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{P_t}{P_{t+1}} (1 + R_t) \right) \quad (1.7)$$

Por (1.4) e (1.5):

$$N_t^\varphi = \frac{(C_t - \phi C_{t-1})^\sigma}{P(1 + \tau_t^c)} W_t (1 - \tau_t^N) \quad (1.8)$$

Substituindo λ_t e λ_{t+1} , em (1.7):

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left[\frac{P_{t+1}(1 + \tau_t^c)}{P_t R_t^B (1 + \tau_{t+1}^c)} \right]^{\frac{1}{\sigma}} \quad (1.9)$$

Equação de Euler para o ativo financeiro. Ainda por (1.7):

$$\frac{\lambda_t}{R_t^B} = \beta E_t \lambda_{t+1} \quad (1.10)$$

Por (1.6):

$$\frac{1}{\beta} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = (1 - \delta) E_t \frac{R_{t+1}}{P_{t+1}} \quad (1.11)$$

Equação de Euler para o ativo físico.

1.3.2 Firms

As firmas serão divididas em dois setores, atacadista e varejista, este último opera em concorrência perfeita e utiliza a tecnologia de produção em duas etapas, combinando bens intermediários para finalizar o produto final que pode ser consumido pelas famílias ricardianas e não ricardianas, e governo. Os agentes ricardianos e governo também podem transformá-lo em capital físico, enquanto que as firmas atacadistas operam em um mercado monopolista [Cavalcanti et al. \(2018\)](#).

1.3.2.1 Firma de Bens Finais

As firmas varejistas, indexadas em $j \in (0, 1)$, produzem um bem final a partir de um bem intermediário que foi produzido pelas firmas atacadistas:

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\Psi-1}{\Psi}} dj \right]^{\frac{\Psi}{\Psi-1}} \quad (1.12)$$

onde Y_t é o bem final, $Y_{j,t}$ o bem intermediário e $\Psi > 1$ é a elasticidade de substituição entre os bens intermediários.

A maximização do lucro dessa firma está sujeita a sua função de produção e os respectivos preços dos bens finais e intermediários, logo:

$$\max_{\Pi_t} = P_t Y_t = \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\Psi-1}{\Psi}} dj \right]^{\frac{\Psi}{\Psi-1}} - \int_0^1 P_{j,t} Y_{j,t} dj \quad (1.13)$$

Encontrando a condição de primeira ordem e assumindo que o setor varejista opera em competição perfeita, em $\Pi_t = 0$, tem-se:

$$P_{j,t} = \left[\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\Psi-1}{\Psi}} dj \right]^{\frac{\Psi}{\Psi-1}-1} Y_{j,t}^{\frac{\Psi}{\Psi-1}-1} \quad (1.14)$$

O produto final é representado por:

$$Y_{j,t} = \left(\frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\Psi} Y_t \quad (1.15)$$

Substituindo (3.17) em (3.14), temos o preço do bem final:

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{j,t}^{1-\Psi} dj \right]^{\frac{1}{1-\Psi}} \quad (1.16)$$

1.3.3 Firma de bens Intermediários

Essas firmas utilizam capital físico K_P , horas ofertadas de trabalho pelas famílias N , e também o capital público como fator de produção, K_G . Os termos α_1 , α_2 , α_3 , são as elasticidades da produção em relação ao capital privado, trabalho e capital público, respectivamente. Esses parâmetros indicam a contribuição percentual de cada insumo para o produto. A função de produção que essa firma se depara pode ser representada por:

$$Y = A K_{P,j,t}^{\alpha_1} N_{j,t}^{\alpha_2} K_{G,j,t}^{\alpha_3} \quad (1.17)$$

Os choques de produtividade A , seguem um processo regressivo de primeira ordem:

$$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{ss} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t \quad (1.18)$$

A escolha ótima da firma é determinada a partir da minimização do Custo Total (CT), restrito a sua tecnologia de produção, logo:

$$CT = W_t N + R_t^k K + \lambda_t [Y - K_{P,t}^{\alpha_1} N_t^{\alpha_2}] \quad (1.19)$$

A partir das condições de primeira ordem da equação acima, podemos obter as quantidades ótimas dos insumos de produção. Sendo λ_t é o preço sombra da função de produção ou o custo marginal $cm_{j,t}$. Temos:

$$\frac{dCT}{dN} : W = \alpha_2 cm_{j,t} \frac{Y_{j,t}}{N_t} \quad (1.20)$$

$$\frac{dCT}{dK} : K_p = \alpha_1 cm_{j,t} \frac{Y_{j,t}}{R_t} \quad (1.21)$$

Para obter o custo marginal, combinamos as equações dos insumos de produção (1.21) e (1.22). Encontramos N:

$$N_t = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{R_t}{W_t} K_t^P \quad (1.22)$$

Substituindo (1.23) na função de produção:

$$K_t = \frac{Y_t}{A_t K_G^{\alpha_3}} \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{W_t}{R_t} \right]^{\alpha_2} \quad (1.23)$$

Substituindo (1.24) em (1.23):

$$N_t = \frac{Y_t}{A_t} \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{W_t}{R_t} \right]^{-\alpha} \quad (1.24)$$

Substituindo ambos em (1.20):

$$CM_t = \frac{1}{A_t K_G^{\alpha_3}} \left[\frac{W}{\alpha_2} \right]^{\alpha_2} \left[\frac{R_t}{\alpha_1} \right]^{\alpha_1} \quad (1.25)$$

Como as firmas intermediárias tem algum poder de mercado, ou seja, sobre os preços, a rigidez desses preços segue a hipótese de Calvo (1983), também utilizada nos estudos citados nesta seção. Considera que uma parte das firmas podem reajustar os preços $(1 - \theta)$, enquanto outra parcela não reajusta os preços, θ é um índice de rigidez de preços. O preço ótimo a ser escolhido pela firma é derivado da condição de primeira ordem do problema a ser resolvido, como segue: ³

³ A derivação e solução deste problema encontra-se no [Apêndice A](#)

$$\max(P_t^*) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \{Q_{t,t+k}(P_t^* Y_{t+k} - \psi_{t+k} Y_{t+k})\} \quad (1.26)$$

restrito a:

$$Y_{t+k} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\psi} C_{t+k} \quad (1.27)$$

Pela condição de primeira ordem do problema acima, o preço de equilíbrio é definido como:

$$P_t^* = \frac{\psi}{1-\psi} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta) c m_{t,t+k} \quad (1.28)$$

O nível geral de preços segue de acordo com:

$$P_t = [\theta P_{t-1}^{1-\psi} + (1-\theta)(P^*)^{1-\psi}]^{\frac{1}{1-\psi}} \quad (1.29)$$

1.4 Governo

1.4.1 Política Monetária

A autoridade monetária emite moeda e fixa taxas de juros. Para esta última, segue uma regra compatível com o regime de metas de inflação, assim como em [Cavalcanti et al. \(2018\)](#) e [Carvalho et al. \(2011\)](#), a função de reação do Banco Central é dada por:

$$\frac{R_t^B}{R_{ss}^B} = \left(\frac{R_{t-1}^B}{R_{ss}^B} \right)^{\gamma_R} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi_{ss}} \right)^{\gamma_\pi} \left(\frac{Y_t}{Y_{ss}} \right)^{\gamma_Y} \right]^{1-\gamma_R} + s_t^m \quad (1.30)$$

Pela equação acima é estabelecido que a taxa de juros nominal é função do desvio esperado da inflação à meta, de um componente inercial dos juros, do desvio do produto ao seu valor de estado estacionário e de um choque i.i.d. de política monetária. O γ_R representa a preferência da autoridade em manter uma trajetória suave para a taxa de juros, γ_π a sensibilidade dos juros em relação ao desvio da inflação observada e esperada, e o γ_Y a sensibilidade dos juros aos desvios do produto.

s_t^m é o choque, que segue:

$$\log s_t^m = (1 - \rho_m) \log s_{ss}^m + \rho_m \log s_{t-1}^m + \epsilon_{m,t} \quad (1.31)$$

sendo: $\epsilon_{m,t}$ um processo i.i.d (0, 1) e ρ_m a persistência do choque da política monetária.

1.4.2 Política Fiscal

A autoridade fiscal é responsável pela emissão de títulos públicos, pela arrecadação de impostos sobre o consumo, a renda e o capital (τ^c, τ^w, τ^k), pelo consumo de bens e serviços G_t , ajuste de gastos e orçamento, investimento público e transferências às famílias.

Para manter a dívida em nível sustentável o governo busca perseguir geração de superávits. A equação a seguir especifica esse esforço. O superávit primário é a diferença entre o que o governo arrecada menos o que ele gasta, de acordo com:

$$SP = T_G - G_t \quad (1.32)$$

O governo se depara com uma restrição orçamentária expressa por:

$$\frac{B_{t+1}}{R_t^B} - B_t + T_t = P_t G_t + P_t I_t^G + P_t TRANS_t \quad (1.33)$$

onde:

$$T_t = \tau_t^c P_t (C_t + I_t^p) + \tau_t^N W_t N_t + \tau_t^K (R_t - \delta) K_t^p \quad (1.34)$$

O governo possui três instrumentos de orçamento no lado da despesa: Gastos, Investimentos e Transferências.

O movimento de estoque de capital público, segue:

$$K_{t+1}^G = (1 - \delta_G) K_t^G + I_t^G \quad (1.35)$$

Conforme apresenta [Cavalcanti et al. \(2018\)](#) e a partir de (2.32), a dívida pública é determinada por, em termos reais:

$$\frac{D_t}{P_t} = \frac{R_{t-1} D_{t-1}}{P_t} - SP_t \quad (1.36)$$

Em proporção do PIB, (2.33) pode ser escrita como:

$$\frac{D_t}{Y_t} = \frac{R_{t-1} D_{t-1}}{Y_t} - \frac{SP_t}{Y_t} \quad (1.37)$$

Seguindo [Nobrega et al. \(2023\)](#), a autoridade persegue o seguinte princípio para incorrer em gastos com investimento e consumo:

$$\frac{I_t^G}{I_{SS}^G} = \left(\frac{I_t^G}{I_{SS}^G} \right)^{\gamma^G} \left[\left(\frac{B_t}{B_{SS}} \right)^{\gamma^D} \left(\frac{SP_t}{SP_{SS}} \right)^{\gamma^{SP}} \right]^{(1-\gamma^G)} Z^I G_t \quad (1.38)$$

$$\frac{G_t}{G_{SS}} = \left(\frac{G_t}{G_{SS}} \right)^{\gamma_G} \left[\left(\frac{B_t}{B_{SS}} \right)^{\gamma_D} \left(\frac{SP_t}{SP_{SS}} \right)^{\gamma_{SP}} \right]^{(1-\gamma_G)} Z_t^G \quad (1.39)$$

γ_G , γ_D e γ_{SP} referem-se ao componente autorregressivo do gasto público, sensibilidade do gasto em relação à dívida e ao resultado primário, respectivamente. Os choques representados por Z , são especificados como:

$$\log(I_t^G) = (1 - \rho_{IG})\log(I_{SS}^G) + (\rho_{IG})\log(I_{t-1}^G) + \epsilon_t^I G_t \quad (1.40)$$

$$\log(G_t) = (1 - \rho_G)\log(G_{SS}) + (\rho_G)\log(G_{t-1}) + \epsilon_t^G \quad (1.41)$$

O gasto total é dado por:

$$TS_t = P_t(G_t + I_t^G) \quad (1.42)$$

1.4.2.1 Regras Fiscais

Para alcançar o objetivo deste estudo, serão simulados dois cenários com diferentes especificações de regras fiscais para a economia brasileira: um cenário sem uma restrição imposta por regra e outro com uma regra próxima à proposta pelo Novo Arcabouço Fiscal (2023). Essa regra, atualmente adotada pela economia brasileira, baseia-se em metas para o resultado primário, vinculando o controle de gastos ao comportamento das receitas e estabelecendo limites mínimo e máximo. Abaixo segue sua especificação:

Regra 1: Meta de superávit.

$$\widetilde{SP}_t = (SP_t - \overline{SP}_t) \quad (1.43)$$

onde; \widetilde{SP}_t é o resultado primário em % PIB no tempo t , \overline{SP}_t é a meta do superávit primário no tempo t . As metas de superávit possuem bandas de intervalo de 0,25 para cima e 0,25 para baixo.

Se $SP_t \geq \overline{SP}_t$:

$$G_t = (70\%) \Delta Trib_{t-2} \quad (1.44)$$

Se $SP_t \leq \overline{SP}_t$:

$$G_t = (50\%) \Delta Trib_{t-2} \quad (1.45)$$

Regra 2: Controle de gastos.

$$G_t = (\phi_G + \pi_{t-1})G_{t-1} \quad (1.46)$$

Sendo: $\phi_G = 0,6\%$ se o crescimento das receitas primárias for zero ou menor que o piso (0,6%), enquanto que $\phi_G = 2,5\%$ quando a arrecadação superar o teto (2,5%).

Na formulação da estratégia empírica, optou-se por uma abordagem suavizada baseada em uma função logística, que permite uma transição contínua entre as duas condições da regra. Essa formulação busca evitar descontinuidades no modelo, especialmente relevante no contexto da log-linearização adotada. Importante destacar que essa estratégia foi inspirada nas diretrizes do Novo Arcabouço Fiscal, utilizadas como referência conceitual. No entanto, sua formulação foi ajustada adaptando às limitações e simplificações necessárias à modelagem empírica adotada.

A regra fiscal⁴, para o cenário 1, segue conforme especificação abaixo:

$$G = \gamma_G G(-1) + \delta_s 0.025 G(-2) + (1 - \delta_s) 0.70 (Trib(-1) - Trib(-2)) + sG \quad (1.47)$$

Definindo a função:

$$\delta_s = \frac{1}{1 + e^{-\lambda(0.70(Trib(-1) - Trib(-2)) - 0.025G(-2))}} \quad (1.48)$$

Por exemplo, para o cenário em que o governo pode gastar até 70% da variação da receita, mas com um teto de 2,5% da variação dos gastos, a função vai suavizar essa transição e o termo do expoente compara esses dois limites, quando:

$$- 0.70(Trib(-1) - Trib(-2)) > 0.025G(-2)$$

$\delta_s \rightarrow 1$: priorizando o teto de 2,5%. Dessa forma, por (1.47):

$$G = \gamma_G G(-1) + \delta_s 0.025 G(-2) + sG \quad (1.49)$$

$$- 0.70(Trib(-1) - Trib(-2)) < 0.025G(-2)$$

$\delta_s \rightarrow 0$: priorizando 70% da variação da receita. Dessa forma, por (1.47):

$$G = \gamma_G G(-1) + (1 - \delta_s) 0.70 (Trib(-1) - Trib(-2)) + sG \quad (1.50)$$

Para o cenário 2, a equação para os gastos do governo é dada por:

⁴ A formulação empírica apresentada é uma abstração construída com fins analíticos e modelagem, inspirada nos princípios do Novo Arcabouço Fiscal, mas sem a pretensão de reproduzir todas as suas especificidades institucionais e operacionais. A simplificação visa permitir a incorporação da regra fiscal em um modelo DSGE compatível com a estrutura analítica proposta.

$$G = \gamma_G G(-1) + \delta_s 0.006 G(-2) + (1 - \delta_s) 0.50 (Trib(-1) - Trib(-2)) + sG \quad (1.51)$$

Definindo a função:

$$\delta_s = \frac{1}{1 + e^{-\lambda(0.50(Trib(-1) - Trib(-2)) - 0.006G(-2))}} \quad (1.52)$$

No mesmo sentido das relações apresentadas acima, no segundo caso, o governo pode gastar até 50% da variação das receitas, mas com um piso de 0,06%.

1.4.3 Equilíbrio

O equilíbrio dessa economia é dada pelas alocações das famílias, empresas e governo. O equilíbrio competitivo é um conjunto de alocações das decisões das famílias, oferta de capital privado, sequência de preços, taxa de juros nominal compatível com os problemas dos consumidores e das firmas, pelas restrições orçamentárias e de políticas decididas pelo governo, além de uma sequência de choques. Por fim, a condição de equilíbrio a ser satisfeita é dada por:

$$Y_t = C_t + I_t^p + I_t^g + G_t \quad (1.53)$$

1.4.4 New Shocks

Os agentes tomam decisões não apenas com base nas informações disponíveis no presente, mas também a partir das suas expectativas sobre o futuro. Essas antecipações influenciam o comportamento atual, à medida que os agentes ajustam suas decisões em resposta à percepção de possíveis mudanças nas políticas econômicas. Os choques de notícias representam informações que antes mesmo de executadas, já afetam as expectativas dos agentes sobre a trajetória futura de decisões sobre políticas econômicas.

Incorporar choques de notícias em modelos macroeconômicos permite capturar esse papel da formação de expectativas e os efeitos intertemporais desses choques sobre as decisões econômicas. No contexto da modelagem de regras fiscais, a inclusão desses choques é importante para representar a forma como os agentes reagem não apenas às mudanças efetivas, mas também às perspectivas de alteração na política fiscal. Modelos que incorporam choques de notícias oferecem, portanto, uma representação mais realista da dinâmica econômica, permitindo simular políticas considerando tanto os efeitos imediatos quanto o impacto gerado pelas expectativas formadas sobre o futuro.

Para incorporar as expectativas sobre mudanças futuras na produtividade, introduzimos no modelo esse choque de notícias. Diferente do choque inesperado, que impacta a produtividade no período corrente sem qualquer antecipação, o choque de notícia representa uma informação

recebida no passado. A equação da produtividade, originalmente um processo AR(1) com média em estado estacionário, passa a incluir esse componente antecipado, capturando a ideia de que agentes ajustam seu comportamento com base em expectativas sobre o futuro. Assumimos que o termo de erro consiste em um componente inesperado ϵ_t e um componente antecipado ϵ_{t-n} , onde ϵ_t é um processo ruído branco:

$$v_t = \epsilon_t + \epsilon_{t-n} \quad (1.54)$$

No tempo t , os agentes recebem informações sobre decisões econômicas que serão implementadas em $t+n$. Caso o choque não ocorra, $\epsilon_t = -\epsilon_{t-n}$, em que $v_t = 0$. O choque é antecipado 2 períodos, assumindo $n=2$, e será incluído nesse caso na produtividade, conforme segue:

$$\log A_t = (1 - \rho_A) \log A_{ss} + \rho_A \log A_{t-1} + \epsilon_t + \epsilon_{t-2} \quad (1.55)$$

onde: ϵ_t é o choque de produtividade não antecipado, e ϵ_{t-2} é o *new shock* recebido dois períodos atrás.

1.5 Calibração

Os parâmetros utilizados na calibração do modelo foram obtidos em estudos reconhecidos na literatura nacional e também ajustados de acordo com a relação de equilíbrio no estado estacionário com as principais variáveis macroeconômicas. Neste último, os valores correspondem aos dados observados para a economia brasileira, conforme apresentados pelas Contas Nacionais do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O objetivo é aproximar o modelo à realidade econômica brasileira. A [Tabela 2](#) apresenta os valores calibrados.

A elasticidade intertemporal de substituição do consumo (σ) foi fixada em 1.63, seguindo os valores sugeridos por [Moura \(2015\)](#), refletindo o comportamento intertemporal dos consumidores. Já o parâmetro de desutilidade marginal da oferta de trabalho (φ), adotado como 1.5, foi baseado no trabalho de [Nobrega et al. \(2021\)](#), que representa a aversão dos agentes a aumentar sua oferta de trabalho.

Tabela 2 – Parâmetros e suas descrições

Parâmetros	Descrição	Valores	Referência
σ	Elasticidade intertemporal de substituição consumo	1.63	Moura (2015)
φ	Desutilidade marginal da oferta de trabalho	1.5	Nobrega et al. (2021)
θ	Rigidez de preços	0.65	Castro et al. (2015)
ψ	Substituição entre bens finais	6.00	Castro et al. (2015)
α_1	Elasticidade da produção em relação ao capital privado	0.35	Junior (2016)
α_2	Elasticidade da produção em relação ao trabalho	0.6	Junior (2016)
α_3	Elasticidade da produção em relação ao capital público	0.05	Junior (2016)
δI^P	Depreciação do capital privado	0.02	Contas Nacionais
δI^G	Depreciação do capital público	0.02	Contas Nacionais
ρA	Persistência do choque de produtividade	0.95	Moura (2015)
ρSm	Persistência do choque de política monetária	0.9	Nobrega et al. (2021)
ρSG	Persistência do choque dos gastos do governo	0.9	Junior (2016)
θC	Proporção do consumo em relação ao PIB	0.62	Contas Nacionais
θIP	Proporção do investimento privado em relação ao PIB	0.16	Contas Nacionais
θIG	Proporção do investimento público em relação ao PIB	0.02	Contas Nacionais
θG	Proporção dos gastos do governo em relação ao PIB	0.2	Castro et al. (2015)
θB	Proporção da dívida em relação ao PIB	0.75	Contas Nacionais
τ^c	Alíquota sobre o consumo	0.2	Banco Central do Brasil*
τ^l	Alíquota sobre o trabalho	0.21	Banco Central do Brasil*
τ^k	Alíquota sobre o capital	0.17	Banco Central do Brasil*
γR	Termo de suavização da taxa de juros	0.79	Castro et al. (2015)
γPI	Sensibilidade do juro ao desvio da inflação	2.43	Castro et al. (2015)
γY	Sensibilidade do juro ao hiato do produto	0.16	Castro et al. (2015)
γG	Peso de G na regra fiscal	0	Junior (2016)
ϕTRG	Proporção de TRG em relação ao Y_{ss}	0.01	Junior (2016)
λ	Parâmetro da função logística	-	-
Limite mínimo	Piso do Novo Arcabouço Fiscal	0.006	Novo Arcabouço Fiscal
Limite máximo	Teto do Novo Arcabouço Fiscal	0.025	Novo Arcabouço Fiscal

Nota: * Estudo do Banco Central do Brasil, com base na metodologia de Azevedo e Fasolo (2015).

Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/noticiablogbc/22/noticia>.

Os parâmetros relacionados à rigidez de preços e à substituição entre bens finais, assim como o termo de suavização da taxa de juros, sensibilidade do juro ao desvio da inflação e ao hiato do produto foram calibrados conforme Castro et al. (2015), utilizando o modelo SAMBA, amplamente utilizado em análises macroeconômicas para o Brasil. Da mesma forma, as elasticidades da produção em relação aos fatores capital privado, trabalho e capital público foram extraídas de Junior (2016), refletindo as proporções observadas na função de produção brasileira.

As alíquotas de impostos sobre consumo, trabalho e capital foram calibradas de acordo com metodologia do Banco Central do Brasil, com base em Azevedo e Fasolo (2015), e representam a média da carga tributária praticada no país. Por fim, os parâmetros associados ao uso da regra fiscal no modelo, foram calibrados com base nas especificações do Novo Arcabouço Fiscal brasileiro.

1.6 Resultados

Esta seção apresenta e discute os resultados das funções de impulso-resposta do modelo DSGE diante de choques de produtividade, monetários e de antecipação (*news shocks*), considerando dois cenários: com e sem a presença da regra fiscal proposta. O objetivo é analisar como esses choques são transmitidos em um arcabouço deste tipo, indicando os mecanismos de transmissão e os efeitos sobre as principais variáveis macroeconômicas.

1.6.1 Choque de Produtividade

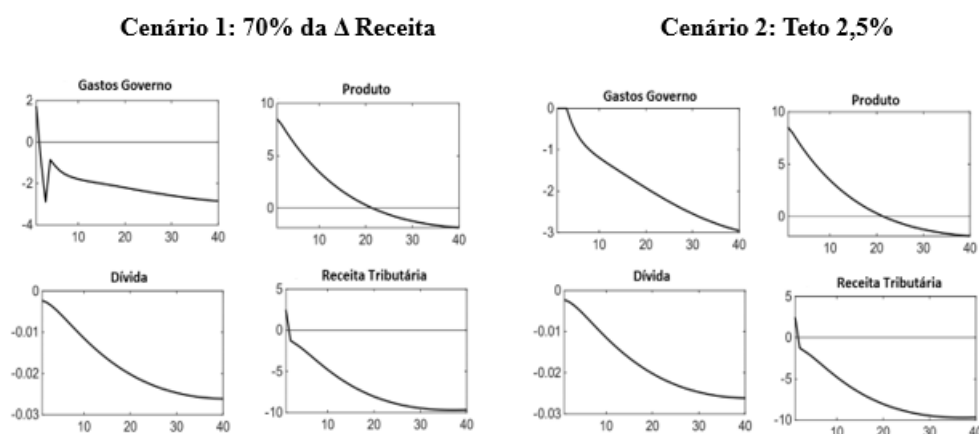
1.6.1.1 Com regra fiscal

A seguir serão analisadas as funções de impulso-resposta com foco nas variáveis fiscais, em decorrência dos choques de produtividade sob um cenário base e com a restrição fiscal. As figuras apresentam a resposta das variáveis para os respectivos cenários.

O primeiro quadrante assume que a regra fiscal permite ao governo ampliar os gastos em até 70% da variação da receita, enquanto o segundo representa o cenário em que se aplica o teto de crescimento real das despesas em 2,5%. Do ponto de vista fiscal, a [Figura 1](#) mostra que o aumento da produtividade e, por consequência, do produto, do consumo, dos salários e do capital eleva a arrecadação tributária, uma vez que essas bases são tributadas. Esse aumento na arrecadação reduz a necessidade de financiamento por meio da emissão de dívida. Como a regra fiscal vincula os gastos ao desempenho da arrecadação, o choque de produtividade inicialmente eleva os gastos públicos no cenário dos 70% da variação da receita, caindo em seguida.

Já no segundo cenário, embora a arrecadação também cresça, o teto de 2,5% limita o ritmo de expansão dos gastos. Assim, em ambos os cenários há redução nos gastos ao longo do tempo devido à menor necessidade de financiamento, mas essa redução é mais intensa no cenário com teto de 2,5%, o que contribui para uma trajetória mais favorável da dívida pública.

Figura 1 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

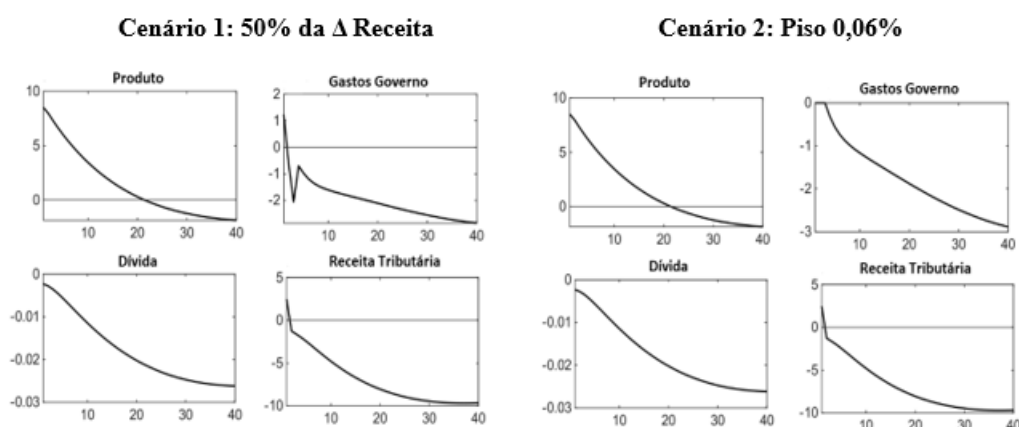
Com maior arrecadação, menores taxas de juros e um menor nível de endividamento, o impacto fiscal inicial do choque é positivo. À medida que os efeitos do choque se dissipam, a arrecadação e os gastos diminuem. O saldo do governo também cai, já que o aumento inicial da arrecadação é suficiente para cobrir os gastos. A dívida pública se reduz porque a maior arrecadação no curto prazo diminui a necessidade de financiamento deficitário. Esse comportamento reflete a dinâmica de um modelo com uma regra fiscal que ajusta os gastos públicos com base na arrecadação, equilibrando a resposta do governo a choques econômicos.

A Figura 22 em apêndice mostra a resposta ao choque de produtividade para o cenário com a regra fiscal para as demais variáveis observadas. O aumento do produto eleva a renda disponível das famílias, levando ao aumento do consumo. Com maior produtividade, o capital se torna mais atrativo e há um incentivo ao investimento privado, o que é observado também no aumento do capital privado, e na produtividade marginal do capital que eleva o retorno deste.

O aumento da produtividade implica em menor quantidade do insumo trabalho para produzir o mesmo nível de produto, reduzindo a demanda por trabalho. Por outro lado, a produtividade marginal do trabalho cresce, aumentando o salário real. O custo marginal diminui com o choque positivo de produtividade pois menos insumos são necessários para produzir uma unidade adicional de produto. Essa redução nos custos de produção reduz o nível geral de preços, refletindo na redução da inflação e na queda da taxa de juros.

Além dos dois cenários anteriormente discutidos, há a outra condição da regra que considera a situação em que o governo não cumpre as metas de resultado primário. Nesse caso, a regra fiscal impõe uma limitação mais restritiva aos gastos, permitindo gastar até 50% da variação da receita, ou o crescimento mínimo real de 0,06%. Assumindo essa condição, embora os gastos também cresçam inicialmente, esse aumento é mais moderado do que o observado no cenário de gastar até 70% e, à medida que o piso de 0,06% passa a prevalecer como limitador, a trajetória de despesas se torna ainda mais restritiva, resultando em uma queda mais acelerada dos gastos ao longo do tempo.

Figura 2 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal

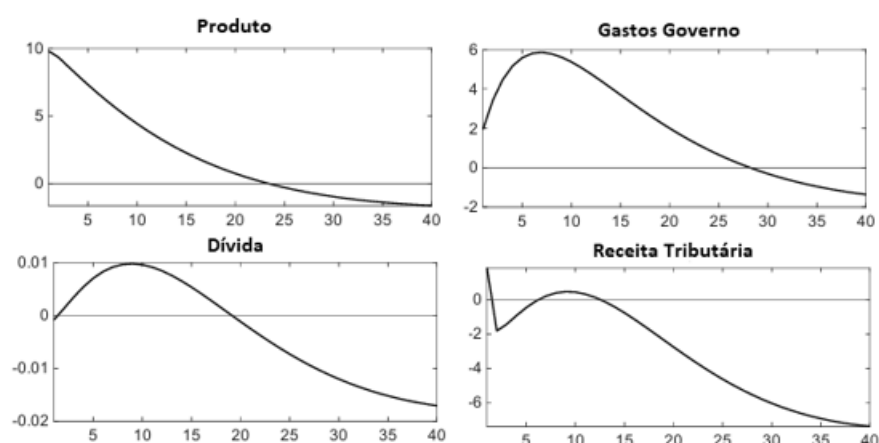


Fonte:Elaboração própria.

1.6.1.2 Sem regra fiscal

Em seguida, a partir da análise do gráfico apresentado, observa-se que, no cenário sem regra fiscal as variáveis mantêm respostas condizentes com o comportamento teórico esperado para um choque de produtividade. No entanto, pela ausência de uma regra fiscal, o governo recorre à emissão de dívida para financiar os gastos públicos. Isso é evidente pelo aumento simultâneo dos gastos e dívida pública, o governo não ajusta seus gastos em função da arrecadação, ao contrário do cenário analisado anteriormente.

Figura 3 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Sem regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

A arrecadação tributária também apresenta um aumento inicial devido ao crescimento do produto, consumo, salários e capital. Contudo, em comparação ao caso com regra fiscal, não há um controle que vincule os gastos ao desempenho das receitas tributárias. Como resultado, os gastos públicos seguem crescendo em paralelo à dívida pública, refletindo a necessidade de maior financiamento deficitário. Em suma, este cenário demonstra que, sem a imposição de uma regra fiscal, os efeitos do choque de produtividade levam a um aumento dos gastos e da dívida pública, destacando o papel das regras fiscais na estabilização do endividamento governamental.

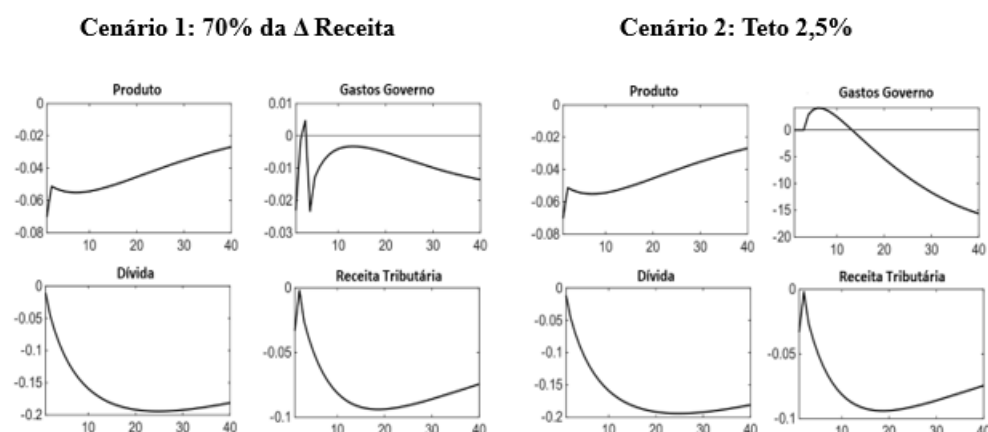
1.6.2 Choque Monetário

As respostas das variáveis fiscais sob um choque monetário contracionista indicam que um aumento da taxa de juros impacta negativamente o produto, desacelerando a economia. O consumo também vai sendo reduzido ao longo do tempo, e com o custo maior no crédito, o investimento privado também é reduzido. Em consequência, a arrecadação também é menor, impactando as contas do governo.

Estando no cenário 1, com a queda inicial da arrecadação decorrente da contração monetária, 70% da variação da receita permite apenas um crescimento muito pequeno das despesas, abaixo do teto. Nesse contexto, os gastos públicos reagem positivamente no curto

prazo, possivelmente por efeitos inerciais, mas rapidamente se reduzem conforme o ajuste da receita se impõe. O teto não é ativado nesse cenário, pois a limitação pela receita já é mais restritiva. No Cenário 2, em que os gastos estão sempre limitados ao teto de 2,5%, a despesa pública pode continuar crescendo no curto prazo, mesmo com a queda da arrecadação. Isso resulta em uma resposta inicial mais expansionista dos gastos em comparação ao Cenário 1.

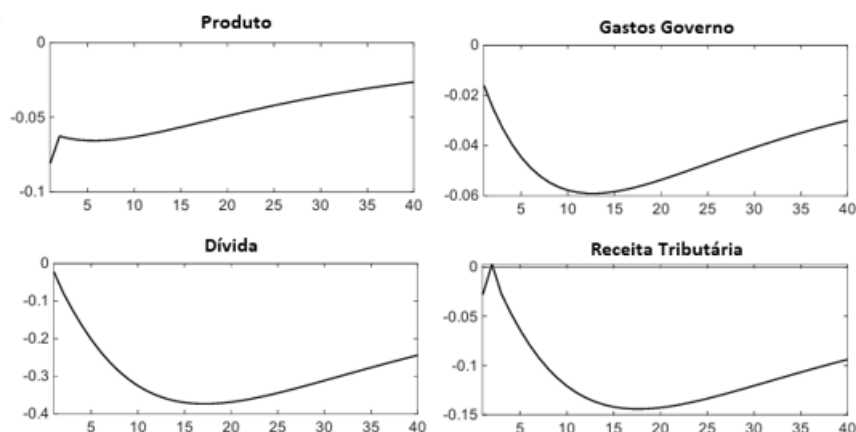
Figura 4 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Com regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

Observa-se na resposta do modelo com restrição que a regra fiscal impõe um limite no ajuste dos gastos em relação ao choque econômico. Com o aumento dos juros e queda no produto, a regra força uma redução mais forte nos gastos para cumprir o ajuste. Com isso, o déficit primário é reduzido e leva a uma queda maior na dívida pública comparado ao cenário sem restrição. A maior magnitude observada na redução dessas variáveis ocorre porque há um mecanismo de ajuste que é acionado e a consolidação fiscal é mais intensa. Assim, a resposta ao choque de juros é mais intensa e mais rápida porque há uma resposta ativa da política fiscal para manter a sustentabilidade da dívida.

Figura 5 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Sem regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

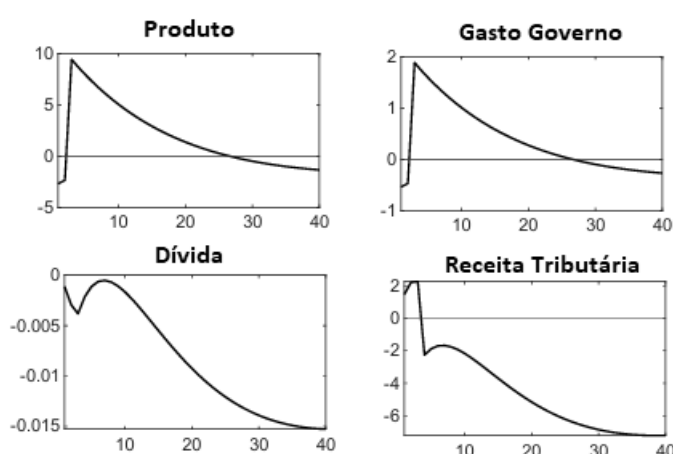
Na Figura 5, que apresenta o modelo base sem uma restrição fiscal explícita sobre o gasto, observa-se que o aumento da taxa de juros contrai o produto e reduz a arrecadação. Observa-se um resultado contraintuitivo: os gastos do governo caem diante de um choque monetário contracionista. Embora se espere maior flexibilidade fiscal na ausência de regras, a queda dos gastos pode ser explicada pela própria restrição orçamentária enfrentada pelo governo, diante da forte redução na atividade econômica e na arrecadação tributária. Assim, mesmo sem uma regra explícita, o comportamento do gasto parece responder endogenamente à deterioração fiscal provocada pelo choque monetário.

Embora no cenário sem regra fiscal os gastos do governo também apresentem queda após um choque monetário contracionista, esse resultado não deve ser interpretado como equivalente à atuação de uma regra fiscal. A redução do gasto, nesse caso, decorre de uma resposta endógena à deterioração das contas públicas, e não de um mecanismo sistemático de estabilização. Diferentemente, no cenário com regra, observa-se uma contenção mais previsível do gasto e da dívida, contribuindo para maior estabilidade fiscal e macroeconômica.

1.6.3 New Shocks

A Figura 6 apresenta a resposta das variáveis fiscais para um modelo base: sem restrição fiscal, frente aos choques de notícias sobre a produtividade. Nesse contexto, os agentes ajustam suas expectativas e tomam decisões de consumo, investimento e políticas econômicas antes do impacto ocorrer, antecipando o choque. Esse efeito de antecipação pode suavizar ou ampliar os impactos sobre as variáveis, que vai depender das restrições que a economia está exposta.

Figura 6 – Função Impulso-Resposta - *New Shocks* - Cenário base

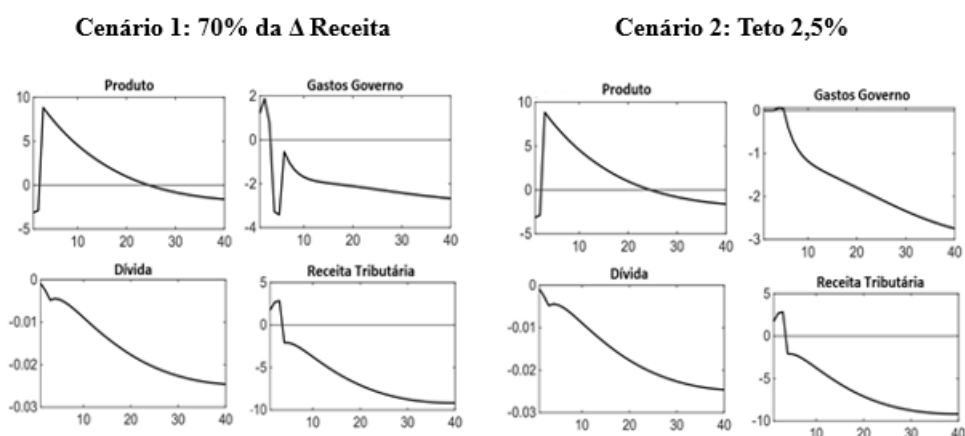


Fonte:Elaboração própria. .

Na Figura 7 estão os resultados considerando que estamos no cenário em que o governo pode gastar até 70% limitado ao teto de 2,5%. O produto responde positivamente ao choque em ambos os cenários. No entanto, sem uma regra fiscal, o governo reage ao choque positivo expandindo os gastos, já que não há restrições que possam limitar essa resposta. Quando há uma

regra fiscal, os gastos do governo são controlados mesmo diante da expectativa de crescimento econômico. Apesar do choque positivo, o governo não pode aumentar as despesas de forma discricionária, o que reduz a necessidade de endividamento e como resultado, a trajetória da dívida passa a ser descendente. Observa-se que a redução do gasto é mais acentuada quando o teto é acionado.

Figura 7 – Função Impulso-Resposta - *New Shocks* - Com regra fiscal



Fonte:Elaboração própria. .

O choque antecipado de produtividade impulsiona inicialmente o consumo, o trabalho e os salários, mas esses efeitos se dissipam ao longo dos períodos. O consumo reduz gradualmente porque uma parte da demanda foi antecipada e o mercado de trabalho se ajusta após o pico inicial, com a queda dos salários e trabalho. Como a receita tributária está diretamente ligada a esses fatores, ela responde positivamente no curto prazo, mas cai logo em seguida, dada pela desaceleração do consumo e das bases tributária de trabalho, o que reduz a base de arrecadação.

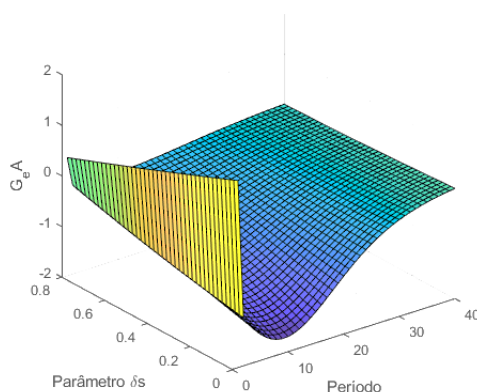
De modo geral, os resultados obtidos mostram que mesmo no contexto mais otimista da economia e com um crescimento mais previsível, a regra fiscal impõe um controle sobre os efeitos do choque antecipado de produtividade. Dessa forma, o governo perde a margem de expandir os gastos sem limites impostos, o que também se reflete em uma trajetória mais controlada da dívida.

Esses achados reforçam a discussão sobre o desenho ideal de regras fiscais. Conforme destacado por [Ilzetzki e Thysen \(2024\)](#), regras fiscais restringem governos impacientes, mas também podem penalizar de forma excessiva governos mais prudentes quanto ao gasto público. Portanto, o desafio consiste em desenhar regras que equilibrem esse trade-off, de modo que atuem como um mecanismo de controle em momentos de impulso fiscal excessivo. Os exercícios realizados demonstram a importância de calibrar esse arranjo considerando as características do ciclo econômico e estrutura fiscal.

1.6.4 Análise de sensibilidade

Para analisar como os gastos variam com diferentes valores do parâmetro da regra fiscal, foi realizada uma análise de sensibilidade considerando um choque de produtividade. A Figura 8 apresenta essa relação em um gráfico tridimensional, o eixo x representa as variações no parâmetro da regra, δs , sobre os gastos do governo (eixo y), ao longo dos períodos observados no eixo z.

Figura 8 – Função Impulso-Resposta dos gastos ao choque de produtividade para variações no parâmetro δs da regra fiscal.



Fonte:Elaboração própria.

Os resultados indicam que, à medida que δs se aproxima de zero, os gastos apresentam maior variação, respondendo mais fortemente ao termo correspondente às variações da receita. Por outro lado, conforme o parâmetro se aproxima de 1, os gastos passam a ser limitados pelo teto, tornando-se mais estáveis e menos sensíveis às variações da receita. Além disso, a curvatura sugere que os efeitos são mais intensos no curto prazo, mas tendem a se estabilizar ao longo do tempo. O gráfico aponta que o peso atribuído à regra fiscal afeta significativamente a trajetória dos gastos públicos. Quando a regra é mais flexível, os gastos reagem mais, enquanto um teto mais rígido estabiliza os gastos, reduzindo sua volatilidade ao longo do tempo.

1.7 Considerações Finais

Este estudo teve como objetivo analisar a trajetória das variáveis fiscais com foco nos gastos e dívida, em um cenário base sem a restrição fiscal proposta e com a regra fiscal, considerando diferentes choques em um modelo DSGE. Os resultados mostram que frente a um choque de produtividade, no cenário sem regra fiscal, os efeitos desse choque levam a um aumento dos gastos no curto prazo. Por outro lado, a regra fiscal ajusta os gastos à arrecadação, equilibrando a resposta do governo a choques econômicos, destacando o papel das regras fiscais para conter o crescimento da dívida pública.

Em relação aos choques monetários, a regra também força uma redução mais forte nos gastos para cumprir o ajuste, levando a uma redução maior na dívida pública comparado ao cenário sem restrição. Quando observadas as respostas aos *newshocks*, o governo reage ao choque positivo expandindo os gastos quando não há restrições que possam limitar essa resposta, impactando no crescimento da trajetória da dívida. No cenário com regra fiscal, os gastos do governo são contidos mesmo diante da expectativa de crescimento econômico. Nesse sentido, mesmo no contexto mais otimista da economia, a regra impõe um controle sobre os efeitos do choque antecipado de produtividade, o que também se reflete em uma trajetória mais controlada da dívida.

Por fim, foi realizada uma análise de sensibilidade que mostra que os efeitos no cenário com a regra fiscal são mais intensos no curto prazo, mas tendem a se estabilizar no longo prazo após um choque de produtividade. Além disso, a análise indica que o peso atribuído à regra fiscal afeta significativamente a trajetória dos gastos públicos: maior reação dos gastos quando a regra é mais flexível, enquanto um teto mais rígido estabiliza os gastos e reduz sua volatilidade ao longo do tempo.

As limitações estiveram associadas aos desafios da modelagem da regra no DSGE, visto que ela é composta por condicionalidades. Embora o modelo permita o uso de estruturas condicionais, a solução analítica se deu através da linearização do modelo, o que dificulta a modelagem de regras complexas que envolvam mudanças bruscas de regime e não linearidade. Por isso, optou-se por uma abordagem suavizada baseada em uma função de transição.

Uma sugestão para avançar neste estudo é utilizar um modelo *Markov Switching*, que permite analisar diferentes regimes fiscais e capturar dinâmicas não lineares e condicionais, verificando como a política fiscal responde dependendo do regime em que a economia se encontra.

Parte II

Modelo de Fadiga Fiscal

2 Sustentabilidade e limites da dívida pública: aplicação de um Modelo de Fadiga Fiscal para os estados brasileiros.

2.1 Introdução

A capacidade fiscal está diretamente ligada à trajetória da dívida pública e à capacidade do governo de cumprir sua restrição orçamentária sem comprometer as políticas fiscal e monetária. Nesse contexto, garantir a solvência da dívida é essencial para manter o equilíbrio macroeconômico e fomentar o crescimento de forma sustentável [Cruz \(2020\)](#), [Costa \(2011\)](#).

A análise da sustentabilidade fiscal envolve mais do que o nível de endividamento e os déficits: considera o diferencial entre o custo de financiamento e o crescimento da economia, investigando a capacidade de o governo honrar seus compromissos no longo prazo [Kose et al. \(2018\)](#). Modelos como os de [Bohn \(1998\)](#), [Bohn \(2007\)](#) foram fundamentais para a análise empírica da solvência fiscal, e abordagens mais recentes, como a de [Ghosh et al. \(2013\)](#), incorporam a possibilidade de não linearidade na resposta do superávit à dívida, gerando avanços importantes na literatura, especialmente em estudos voltados à economia brasileira [Bastos e Pineda \(2013\)](#), [Simões \(2018\)](#), [Cruz \(2020\)](#), [Pereira \(2020\)](#).

Entre os entes subnacionais, a sustentabilidade fiscal também assume papel central, dado o histórico recente de crises de dívida nos estados brasileiros. Os estados respondem por uma parcela expressiva dos gastos públicos, e desequilíbrios fiscais regionais podem gerar impactos significativos tanto para a economia local quanto para as finanças da União Medas (2020). A trajetória subnacional mostra avanços, como a adoção da Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF) em 2000, mas também retrocessos, com sucessivas renegociações de dívida após as crises de 2008 e 2015-2016, com fragilidades persistentes.

Ao observar as contas públicas dos estados brasileiros é possível verificar quadros fiscais heterogêneos. Os dados apontam que a capacidade de endividamento destes pode ser limitada tanto pelo lado da receita, em um cenário de queda de arrecadação, por exemplo, quanto da despesa devido à elevada rigidez orçamentária. Portanto, é fundamental analisar tanto a capacidade de ajuste via aumento de impostos quanto a capacidade desses governos em responder fiscalmente a aumentos da dívida. Isso levanta questões importantes: há um ponto de inflexão a partir do qual a dívida se torna insustentável? Qual o espaço fiscal disponível para absorver choques adversos? Seria possível realizar o ajuste via aumento de impostos?

Para responder a essas questões, este estudo avalia a sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros entre 2000 e 2020, por meio de funções de reação fiscal não lineares e da hipótese de fadiga fiscal. Utiliza-se o modelo de [Ghosh et al. \(2013\)](#) para estimar os limites de dívida e o espaço fiscal de cada estado, além da Curva de Laffer para os mais endividados, com o objetivo de verificar a diferença entre essas alíquotas e avaliar a possibilidade do ajuste fiscal ser realizado a partir de um aumento de impostos.

A definição de espaço fiscal adotada neste estudo segue a proposta por [Ghosh et al. \(2013\)](#), sendo calculado como a diferença entre o limite de endividamento estimado e a dívida observada no período atual. A importância dessa abordagem para as finanças públicas justifica-se por quatro razões principais: (i) permite estimar um limite de referência para cada estado, monitorando o nível atual de endividamento; (ii) possibilita mensurar o espaço fiscal disponível, acompanhando a trajetória da dívida, os riscos macroeconômicos e a margem de manobra orçamentária; (iii) contribui para avaliar a capacidade de ajuste fiscal, tanto pelo lado do endividamento quanto da arrecadação; e (iv) fornece subsídios para a formulação de políticas fiscais mais eficazes.

Este estudo avança em relação ao trabalho base ao adotar diferentes abordagens econométricas para estimar a função de reação fiscal dos estados, utilizando modelos de painel com efeitos fixos sob distintas especificações e a metodologia de Mínimos Quadrados Generalizados Factíveis (MQGF), de forma a garantir maior robustez às estimativas. Também são considerados os principais desafios empíricos associados a dados em painel, como heterocedasticidade e autocorrelação. Como contribuição adicional, estima-se a Curva de Laffer para os estados com piores condições fiscais, analisando se as restrições à sustentabilidade também estão presentes do lado da receita. Por fim, incorpora-se uma análise de sensibilidade ao parâmetro diferencial ($r-g$), com projeções de dois cenários macroeconômicos distintos. Essa abordagem permite avaliar como variações no diferencial ($r-g$) impactam diretamente o espaço fiscal e a sustentabilidade da dívida dos estados, sobretudo daqueles em situação fiscal mais frágil.

Entre os principais resultados, destacam-se: a relação não linear na resposta do superávit ao aumento de endividamento, validando empiricamente a hipótese de fadiga fiscal para os estados brasileiros entre 2000-2020, representada por uma função quadrática. Verificou-se também que os limites de dívida e espaço fiscal são heterogêneos entre os estados, com casos de não sustentabilidade fiscal e espaço fiscal negativo, como observado nos estados do Rio de Janeiro, Minas Gerais, Rio Grande do Sul e São Paulo.

Os estados que apresentaram limites mais elevados e maior espaço fiscal possuem relação decrescente de dívida ao longo do período observado, além de apresentarem baixos diferenciais de juros ajustado ao crescimento. Particularmente, os resultados apontam que os limites vão variar dependendo do diferencial de juros escolhido para estimar os limites de endividamento, assim como, também passa pela forma de especificação da função de reação fiscal e método econométrico utilizado. Por fim, identificamos ainda que o ajuste fiscal, via aumento de alíquotas, para os estados mais endividados está no limite daquilo que pode ser considerada como alíquota

ótima, com exceção apenas para o estado de São Paulo, entre os estados considerados na análise.

Este estudo é composto por esta Introdução, seguida da seção 2 que apresenta um panorama fiscal dos estados brasileiros com as suas principais características. Em seguida são apresentados os dados e a estratégia empírica. Na seção 6 estão dispostos os resultados. E por fim, são discutidas as conclusões deste trabalho.

2.2 Revisão de Literatura

A capacidade fiscal de uma economia está diretamente relacionada à trajetória do seu endividamento. A dívida pública é dita sustentável quando o governo consegue satisfazer sua restrição orçamentária sem causar rupturas nas políticas fiscal e monetária, garantindo solvência para essa dívida [Costa \(2011\)](#). A literatura desenvolveu diferentes metodologias para avaliar a sustentabilidade da dívida empiricamente. Esta seção aborda os principais estudos aplicados para testar sustentabilidade fiscal e sua evolução ao longo dos anos.

A evolução recente das finanças subnacionais pode ser dividida em dois momentos distintos. O primeiro deles é representado pelo aprofundamento da crise financeira desses entes e, em 1997, ocorreu a maior rodada de refinanciamento da dívida já feita pela União, através do Programa de Apoio à Reestruturação e ao Ajuste Fiscal dos Estados. Em resposta a esse cenário, foi implementado em 2000 a Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF) que estabeleceu requisitos mais rigorosos como exigir autorização da União para contrair dívidas estaduais e imposição de limites para dívida e gastos. Estas medidas contribuíram para uma melhora nas contas públicas estaduais, alinhada também com um período de crescimento econômico entre 2003-2008 [Cruz \(2020\)](#).

Essa situação foi revertida com a crise internacional de 2008. Com redução no superávit primário, piora na composição dos gastos e com a flexibilização nas restrições da política de autorização de crédito, houve um aumento no endividamento dos entes estaduais que desencadeou em uma piora nas suas condições fiscais. Este contexto, combinado com a forte queda de arrecadação deflagrada pela crise de 2015-2016 resultou em mais uma crise de endividamento dos estados e mais uma rodada de renegociações pela União, com programas de resgate estabelecidos pelas leis 156/2016 (Plano de Auxílio aos Estados e ao Distrito Federal - PAF), e pela lei complementar n. 159/2017 (Regime de Recuperação Fiscal - RRF) (Horta, 2018). Apesar de existir regras estabelecidas pela LRF estipulando limites para a o nível de endividamento e gastos com pessoal, muitos estados descumpriram esses limites por anos seguidos.

Em trabalho seminal e avaliando a sustentabilidade fiscal dos Estados Unidos pós-guerra, [Hamilton e Flavin \(1985\)](#) utilizaram a aplicação da restrição orçamentária intertemporal através da análise de séries temporais e testes de raiz unitária para verificar a proposição de um governo que se compromete em equilibrar o orçamento em termos de valor presente esperado, é capaz de emitir dívida com juros. Testes de estacionariedade para dívida foram utilizados no Brasil

a partir de [Rocha \(1997\)](#), seguido de [Issler e Lima \(2000\)](#) para o período entre 1947 a 1992, ambos os estudos chegam a conclusão de que o orçamento não é equilibrado em termos de valor presente se não houver incluso senhoriagem como receita.

Para examinar como os governos reagem ao acúmulo de dívidas, [Bohn \(1998\)](#) destaca que testes padrões de séries temporais como estacionariedade e cointegração não são capazes de rejeitar raiz unitária na relação dívida/PIB, e propõe examinar a resposta do superávit primário às mudanças na dívida, sinalizando que uma resposta positiva indica que o governo está tomando medidas para garantir sua restrição orçamentária. O autor argumenta que é uma abordagem mais promissora do que a análise de séries univariadas porque a relação dívida/PIB pode estar sendo afetada por outros choques como: crescimento, gastos do governo, taxa de juros, o que torna difícil conseguir captar a reversão dessa relação à média.

Nessa direção, [Luporini et al. \(2001\)](#) utilizou a abordagem proposta por [Bohn \(1998\)](#) em detrimento de testes de cointegração tradicionais para avaliar a sustentabilidade da política fiscal brasileira de 1966 a 2000. As evidências corroboram para não sustentabilidade da dívida no período observado. Enquanto [Simonassi e Arraes \(2007\)](#) propõe avaliar a sustentabilidade fiscal para o Brasil entre 1991 a 2006 através da possibilidade de múltiplas quebras estruturais endógenas, não impondo a data da quebra como em abordagens anteriores. Os resultados evidenciaram a mudança de estrutura a partir de 1995 e concluíram que a dívida é considerada sustentável para o período analisado. Os testes de raiz unitária e cointegração são muito comuns nessa literatura. No entanto, [Bohn \(2007\)](#) coloca em prova todos esses estudos ao mostrar que a aplicação dessas abordagens é incapaz de rejeitar a hipótese de sustentabilidade

[Ghosh et al. \(2013\)](#) desenvolveu um modelo denominado de fadiga fiscal para testar a reação fiscal, estimar o limite de endividamento e o espaço fiscal de um grupo de economias desenvolvidas entre 1970-2007. A ideia proposta pelo modelo define que a resposta do governo através do resultado primário vai perdendo a força quando o endividamento alcança níveis elevados, estabelecendo um limite de endividamento no qual o governo não conseguiria mais reagir. A estratégia empírica consiste em três etapas, o autor através de uma regressão para dados em painel estima a função de reação fiscal, calcula o diferencial entre taxa de juros e crescimento e com a junção destes, calcula o limite máximo da dívida e o espaço fiscal existente. O estudo encontra evidências de uma função de reação cúbica, e portanto, com características de fadiga fiscal para as economias observadas.

[Fournier e Fall \(2017\)](#) também utilizaram o modelo de fadiga fiscal para verificar a sustentabilidade fiscal para países da OECD para o período de 1985 a 2013, encontrando comportamento de fadiga fiscal para esses países. Alguns estudos que investigaram a sustentabilidade fiscal dos estados também utilizaram a aplicação do modelo de [Ghosh et al. \(2013\)](#).

Em síntese, é possível observar que os estudos desenvolvidos nessa temática seguem três vertentes para avaliação de sustentabilidade fiscal: testes de estacionariedade, cointegração e funções de reação fiscal. Como apresentado, alguns trabalhos aplicaram essas metodologias para

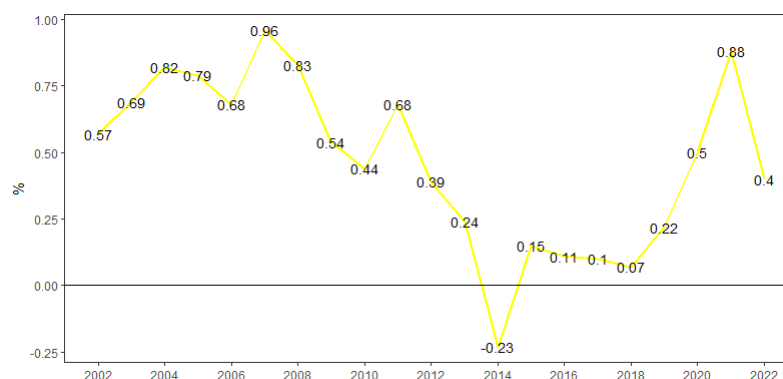
a economia brasileira. O presente estudo se concentra nessa discussão aplicada para os estados brasileiros e utiliza como base o modelo de fadiga fiscal. Nos últimos anos, devido a recorrência de problemas fiscais apresentados por estes entes e considerando as regras fiscais as quais estão submetidos, tem sido desencadeada uma série de pesquisas que avaliem a sustentabilidade da política fiscal estadual. Conforme argumenta [Barbosa \(2018\)](#), muitas destas tem se concentrado em analisar os determinantes ou impactos da LRF na dívida, enquanto ainda é escasso trabalho com foco na avaliação de sustentabilidade via restrição orçamentária intertemporal.

Alguns estudos aplicaram o modelo de fadiga fiscal para o Brasil, por exemplo, [Bastos e Pineda \(2013\)](#) testaram este modelo para os estados brasileiros entre 2000-2011, utilizando valores exógenos e homogêneos para o diferencial da taxa de juros ajustada ao crescimento, os autores encontraram evidências de fadiga fiscal através da significância da especificação cúbica, no entanto, os resultados indicaram espaço fiscal heterogêneo entre os estados. [Simões \(2018\)](#) aplicou a mesma metodologia também para os estados, no entanto, com um painel mais longo até 2016, encontrando evidências que corroboram com a presença de fadiga fiscal. Em oposto a estes resultados, [Cruz \(2020\)](#) utilizando dados dos estados até 2018 encontrou indícios de fadiga fiscal, embora a função de reação significativa foi a quadrática, indicando que a especificação é uma parábola com concavidade para baixo.

2.3 Panorama Fiscal

Pode-se observar na [Figura 9](#) que os governos estaduais apresentaram sucessivos superávits ao longo da sua série, exceto no ano de 2014. Os anos de 2002 a 2008 destacam-se, a partir desse período o resultado primário apresenta tendência de queda e resultados menos robustos principalmente nos anos de 2015-2016 com a crise e queda na arrecadação, não recuperando esse mesmo patamar até o ano de 2018. Esse resultado é revertido nos anos de 2020 e 2021, no entanto não sucedeu para o ano seguinte.

Figura 9 – Resultado Primário dos Governos Estaduais (% PIB)



Fonte: Banco Central. Elaboração própria.

Esses melhores resultados obtidos recentemente podem ser analisados e explicados através da desagregação dos dados coletados pelos Relatórios Resumidos de Execução Orçamentária (RREO) dos entes estaduais. Nota-se que houve um aumento expressivo na arrecadação para o período observado, sendo importante destacar que, em média, 50% da receita primária corrente é composta pelo Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços (ICMS), e este representa, em média, 78% dos Impostos recolhidos, evidenciando sua importância nessa composição. Outro destaque são para as Transferências correntes que representam cerca de 24% das receitas primárias, sendo 42% dessas transferências formadas pelo Fundo de Participação dos Estados (FPE). As despesas cresceram entre 2018-2022, mas com taxa menor do que o crescimento das receitas. O destaque na composição dessa conta é dado pelas despesas com pessoal, que representam, em média, 59% das despesas primárias correntes.

Tabela 3 – Execução Orçamentária (RREO) dos Estados, Receitas e Despesas.

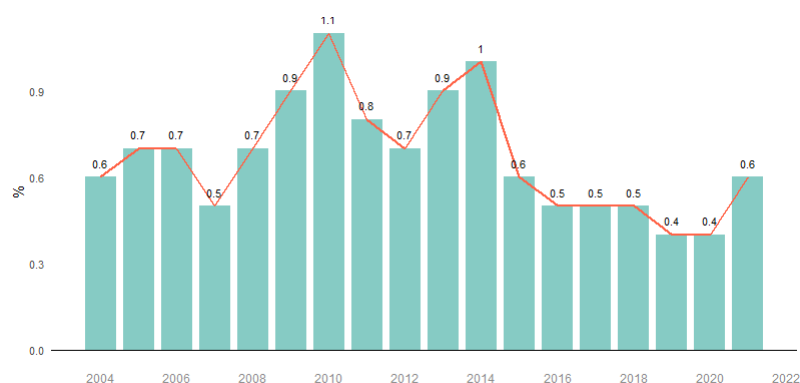
Descrição	2018	2019	2020	2021	2022	Var. Real 22-18 (%)
1.Receitas Primárias Correntes	767	822,1	859	1018,1	1112,2	50,7%
1.1 Impostos, Taxas e Contribuições	499,2	547,3	537	653,4	680,2	41,6%
1.1.1 ICMS	394,9	422,7	413,9	516,1	519,7	36,7%
1.1.2 Outros	104,3	124,6	123,1	137,3	160,5	59,9%
1.2 Demais Receitas Correntes	98,1	96,9	95,9	137,3	149,1	57,9%
1.3 Transferências Correntes	169,7	177,9	226,1	227,4	282,9	73,2%
1.3.1 Cota FPE	72,5	78,8	74,7	100,7	125,7	80,1%
1.3.2 Outras	97	99,1	151,4	126,7	157,2	68,4%
2. Receitas Primárias de Capital	8,8	8,5	7,8	12,2	10,9	28,7%
RECEITA PRIMÁRIA TOTAL (1+2)	775,8	830,6	866,8	1030,3	1123,1	50,4%
1. Despesas Primárias Correntes	708,6	743,2	748,2	833,5	940	37,8%
1.1 Pessoal e Encargos Sociais	421,2	442,9	454,6	473,4	548,1	35,2%
1.2 Outras despesas correntes	287,4	300,3	293,6	360,1	391,9	41,7%
2. Despesas primárias de capital	40,4	32,8	36,7	62,9	101	159,8%
DESPESA PRIMÁRIA TOTAL (1+2)	749	776	784,9	896,4	1041	44,4%
Resultado Primário	26,8	54,6	81,9	133,9	82,1	218,3%

Fonte: STN. Relatórios Resumidos de Execução Orçamentária (RREO). Elaboração Própria.

Nota: * Var. Real = Variação % com os valores deflacionados pelo IPCA.

Conforme destacou [Horta \(2018\)](#), pelos motivos já citados: com a piora na dinâmica de arrecadação e na composição dos gastos (com a despesa com pessoal compondo a maior parte da despesa total), entre os anos de 2015-2017 tornou-se necessário o ajuste das contas públicas e uma nova rodada de renegociações de dívida dos entes estaduais. Para ajustar esse desequilíbrio um dos componentes mais afetados foi o Investimento, passando de 1% do Produto Interno Bruto (PIB) em 2014 para 0.6% em 2015 e mantendo tendência de queda, chegando a 0.4% em 2020. Em 2021, houve recuperação da despesa com investimento ao mesmo patamar observado em 2015, embora essa melhora possa estar associada ao aumento da necessidade de investimentos e do financiamento do governo federal em função da pandemia [Figura 10](#).

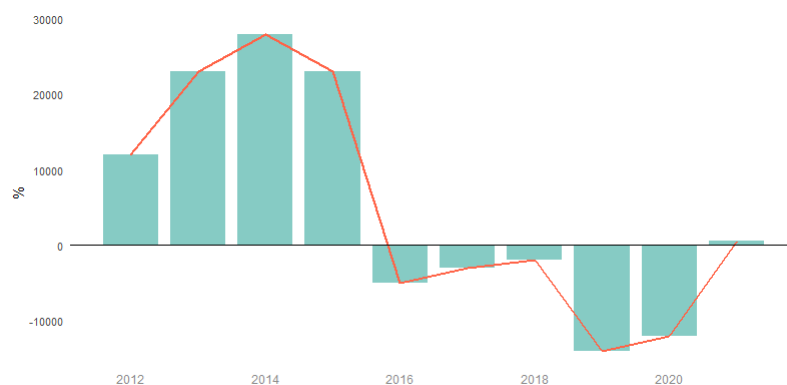
Figura 10 – Investimento Público Governos Estaduais (%PIB), 2004-2021



Elaboração própria, com base na série histórica disponível no Observatório de Política Fiscal - IBRE/FGV.

Ao analisar a trajetória dos Investimentos Líquidos dos entes estaduais na [Figura 11](#), observa-se uma forte contração destes a partir de 2015, embora a tendência de queda tenha se estabilizado em 2020 e sido revertida com os investimentos líquidos positivos em 2021. A expressiva contração do Investimento nos últimos anos é uma consequência negativa para o crescimento da economia no longo prazo.

Figura 11 – Investimento Líquido Governos Estaduais (R\$ milhões), 2012-2021



Elaboração própria, com base na série histórica disponível no Observatório de Política Fiscal - IBRE/FGV.

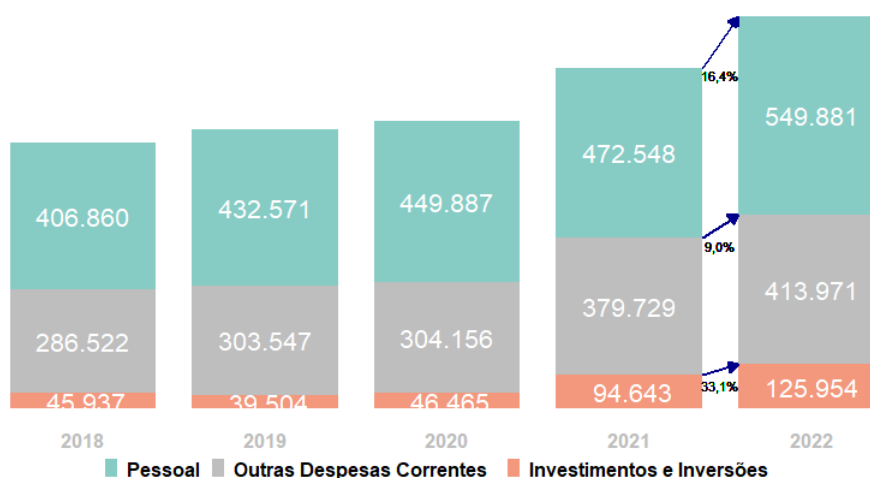
2.3.1 Despesas Estaduais

Conforme observado na [Tabela 3](#), houve aumento real da Despesa Primária Total no período de 2018-2022, com um aumento de 19% em 2022 quando comparado a 2021. Ainda comparando o ano de 2022 a 2021, verificou-se um aumento real das despesas primárias correntes, puxado, principalmente, pelo aumento de 15,8% das despesas com Pessoal. As outras despesas correntes aumentaram em 8,9% neste período. O gasto com pessoal representou 58% das despesas correntes em 2022.

2.3.1.1 Composição das Despesas

A [Figura 12](#) mostra o aumento real da Despesa Primária ao longo do período observado, por tipo de despesa. As despesas com Pessoal apresentaram um aumento de 16% em 2022, comparado a 2021. De forma agregada, a elevação dessa despesa se deu, principalmente, pelo aumento do gasto com pessoal e também destaca-se o aumento nos investimentos (33%). As outras despesas correntes cresceram 9%.

Figura 12 – Composição das despesas empenhadas, 2018-2022

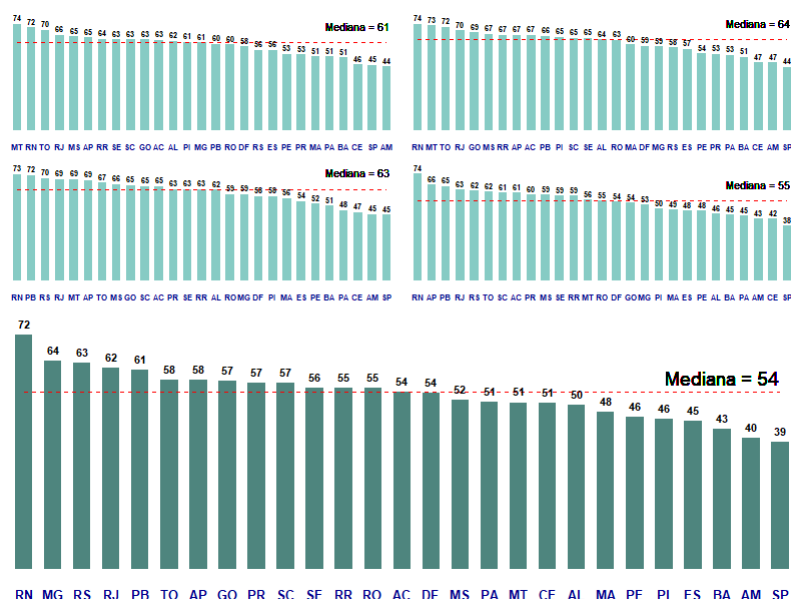


Fonte: Relatório Resumido da Execução Orçamentária (RREO). Elaboração Própria.

2.3.1.2 Gasto com Pessoal

A evolução das despesas com pessoal sobre o total das despesas primárias é apresentada na [Figura 13](#). Observa-se que mais da metade dos estados detêm as despesas com pessoal acima de 50% no total das despesas primárias. Em 2022, 19 estados apresentaram participação de mais de 50% da despesa com pessoal no total de despesas. Destacam-se dois estados que ao longo do período observado mantiveram a despesa com pessoal abaixo de 50% do total, o caso de Amazonas e São Paulo. Entre 2021 e 2022 aumentou o número de estados com participação abaixo de 50%.

Figura 13 – Participação das despesas com pessoal no total das despesas primárias (%), 2018-2022.

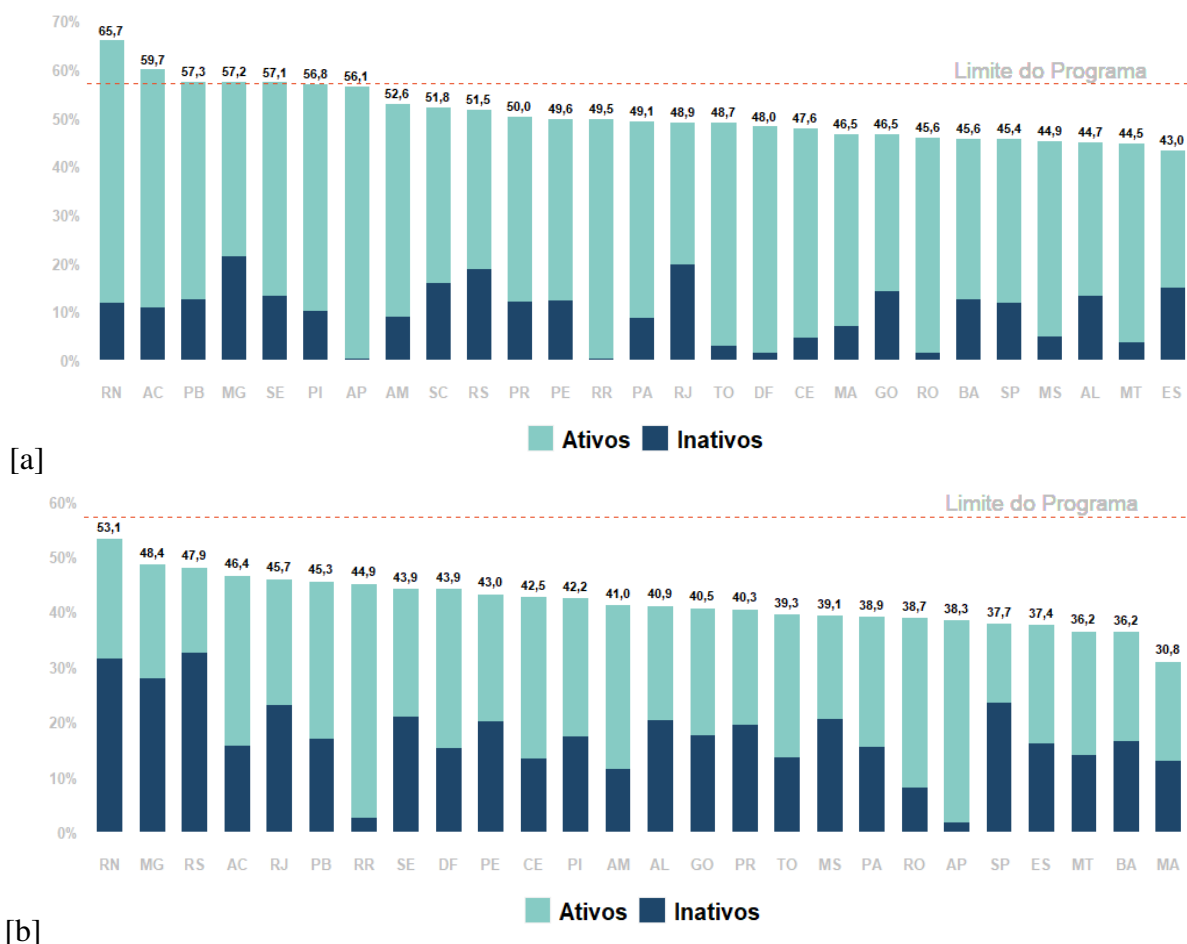


Fonte: Relatório Resumido da Execução Orçamentária (RREO). STN. Elaboração Própria. Nota: Despesa Empenhada. Legenda: Gráfico 1: 2018. Gráfico 2: 2019. Gráfico 3: 2020. Gráfico 4: 2021. Gráfico 5: 2022.

A Lei Complementar nº 101, de 2000, Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF), limita o gasto com pessoal para os estados e Distrito Federal até 60% da receita corrente líquida. Enquanto, de forma mais restritiva, o Programa de Reestruturação e de Ajuste Fiscal (PAF) limita a 57%. A Figura 14 mostra essa relação para os últimos dois anos, 2021 e 2022, respectivamente.

De acordo com ambas as metodologias, cinco estados ultrapassaram o limite de comprometimento de suas receitas líquidas referente à despesa com pessoal em 2021, como o caso de Acre, Paraíba, Minas Gerais, Sergipe e o Rio Grande do Norte chegando a 65,7% da despesa com pessoal em relação ao total de receita líquida.

Figura 14 – Relação entre a despesa com pessoal e a receita corrente líquida.



Fonte: Relatório de Gestão Fiscal (RGF), Secretaria do Tesouro Nacional (STN).

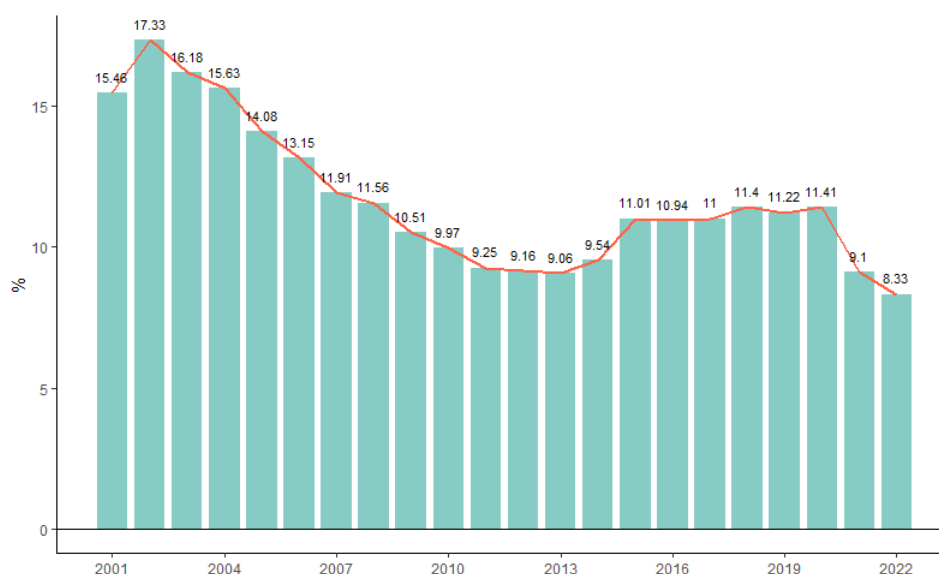
Elaboração Própria. Nota: Dados Anuais [a] 2021 [b] 2022.

Por outro lado, para o ano de 2022 conforme evidencia o gráfico [b], observa-se uma significativa melhora neste indicador. Considerando os referenciais de 57% e 60% estipulados, nenhum estado ultrapassou o limite de comprometimento de suas receitas líquidas. No entanto, destaca-se a expressiva participação das despesas com inativos no agregado das despesas com pessoal de 9 estados, como o caso do Rio Grande do Norte, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, Rio de Janeiro, Sergipe, Pernambuco, Alagoas, Mato Grosso do Sul e São Paulo.

2.3.2 Evolução do endividamento dos Estados

A Figura 15 mostra a evolução recente da trajetória da Dívida em razão do PIB para os estados. Nota-se que a partir de 2002 esse endividamento apresenta comportamento descendente. Em 2014 essa trajetória é revertida, e há o primeiro aumento da dívida líquida do estado observado entre 2002-2013. Como já visto, esse período foi marcado por sucessivos superávits e pelo crescimento do PIB, ambos fundamentais para explicar esse resultado.

Figura 15 – Dívida Líquida dos Governos Estaduais (% PIB), 2001-2022



Fonte: Banco Central. Elaboração Própria.

A partir de 2014, com o fim do ciclo de expansão da economia refletido pelo fraco crescimento do PIB, os estados apresentaram déficit primário, sendo este revertido em 2015, mas com resultados menos robustos do que o apresentado no período anterior. Com a crise nos dois anos seguintes, queda na arrecadação e no crescimento do produto, há um aumento na razão dívida/PIB, representando maior endividamento por parte dos entes estaduais, alcançando 11,4% do PIB em 2020. A reversão dessa trajetória nos anos de 2021 e 2022 pode ser explicada principalmente pela geração de superávits dada pela elevação da receita primária que tem crescido em tendência mais rápida que as despesas e pela melhora na arrecadação dos estados, com destaque para o ICMS. Essa dinâmica recente reflete-se na tendência de queda na razão dívida/PIB.

2.3.2.1 Dívida Líquida dos Governos Estaduais, por Unidade de Federação (UF)

Como pode ser visto na [Tabela 4](#), a Dívida Consolidada (DC) para os estados é composta por Dívida Contratual, Mobiliária, Precatórios e Demais Dívidas. A maior parte da DC, 94,4% é formada pela Dívida Contratual, sendo esta representada 43% pelos empréstimos e financiamentos internos, a exemplo da Reestruturação da Dívida de Estados e Municípios. Os outros 5,6% da DC é composto pelos Precatórios e Demais Dívidas.

Tabela 4 – Composição Dívida Consolidada

		% DCL
1. Dívida Contratual	1.800.329.695.985,73	94,4%
1.1 Empréstimos e Financiamentos Internos	774.414.474.573,66	-
1.1.1 Empréstimos Internos	171.590.432.279,19	-
1.1.2 Financiamentos Internos	17.292.345.985,99	-
1.1.3 Reestruturação da Dívida de Estados e Municípios	585.531.696.308,48	-
1.2 Empréstimos e Financiamentos Externos	125.319.092.045,99	-
1.2.1 Empréstimos Externos	104.258.985.317,82	-
1.2.2 Financiamentos Externos	21.060.106.728,17	-
1.3 Demais Dívidas Contratuais	862.562.746,43	-
2. Precatórios Posteriores a 05/05/2000 (inclusive) - Vencidos e não pagos	86.009.396.711,72	4,5%
3. Demais Dívidas	20.854.686.235,03	1,1%
3.1 Dívida Mobiliária	7.736.297,30	-
3.2 Outras Dívidas	20.846.949.937,73	-
Dívida Consolidada(DC)	1.907.193.778.932,48	100%

Fonte: Relatório de Gestão Fiscal (RGF). Dados referentes ao último quadrimestre dos exercícios.
Elaboração Própria.

Na seção anterior foi apresentada a evolução do endividamento dos estados de forma agregada. Mas, os estados brasileiros são heterogêneos, portanto, é possível observar uma diversidade de cenários fiscais quando analisamos os dados de forma desagregada, tornando a análise mais fidedigna às características específicas das unidades.

Um dos indicadores importantes na análise da dívida para os dados desagregados é a razão entre a Dívida Consolidada Líquida (DCL) e a Receita Corrente Líquida (RCL), expressando a capacidade de pagamento de cada estado, uma vez que a receita corrente serve de parâmetro para o limite das despesas. Esse indicador mostra o quanto em um exercício orçamentário a RCL seria consumida caso a DCL fosse paga integralmente.

A [Tabela 5](#) mostra a evolução desse indicador nos últimos 5 anos para cada UF. O limite de endividamento estabelecido para os estados é de 200% da RCL. Os que apresentam maiores coeficientes são os estados do Rio de Janeiro seguido do Rio Grande do Sul, Minas Gerais e São Paulo, esses estados tem dívida superior a no mínimo um ano de receita, com o endividamento chegando até 3 anos de receitas líquidas como é o caso do Rio de Janeiro. Este último e o Rio Grande do Sul são os que ultrapassam esse limite quatro anos seguidos, e mesmo estando abaixo do limite no ano de 2021, ainda apresentam coeficientes elevados.

Tabela 5 – Dívida Consolidada Líquida % em relação à Receita Corrente Líquida, por UF.

Estado	2017	2018	2019	2020	2021
Rio de Janeiro	269,7%	262,9	282,08	319,03	198,6
Rio Grande do Sul	218,8%	222,9	224,3	221,6	182,5
Minas Gerais	186,3	189,03	191,5	188,4	169,3
São Paulo	170,9	175,6	166,2	166,3	126,6
Alagoas	95,2	85,6	74,8	57,7	33,9
Goiás	92,03	92,1	78,4	72,4	45,8
Mato Grosso do Sul	76,1	72,4	61,07	40,8	21,3
Acre	71,8	73,5	58,18	58,5	42,5
Pernambuco	61,2	61,1	52,3	48,02	36,1
Sergipe	57,9	46,1	45,8	38,5	29,3
Bahia	57,5	64,08	62,3	56,7	38,02
Santa Catarina	51,1	92,4	82,2	70,8	53,08
Rondônia	48,4	46,9	27,9	20,4	-5,09
Ceará	45,8	57,1	52,6	54,3	44,3
Mato Grosso	44,1	42,9	27,09	4,2	-17,6
Maranhão	43,7	53,7	44,5	41,7	-
Roraima	41,7	32,9	38,7	6,2	-2,9
Piauí	41,07	50,4	54,7	37,1	46,8
Tocantins	38,01	63,5	56,9	36,2	19,6
Amazonas	35,8	34,7	29,3	17,1	22,1
Distrito Federal	33,7	35,1	36,07	32,7	20,5
Paraná	29,3	38,5	43,7	37,08	22,2
Paraíba	28,9	32,4	23,2	10,9	-3,07
Espírito Santo	17,3	18,9	14,04	9,05	-0,82
Rio Grande do Norte	13,2	46,2	31,9	36,9	34,5
Pará	6,4	13,3	7,5	2,1	1,65
Amapá	-	1,25	34,5	39,6	-23,01

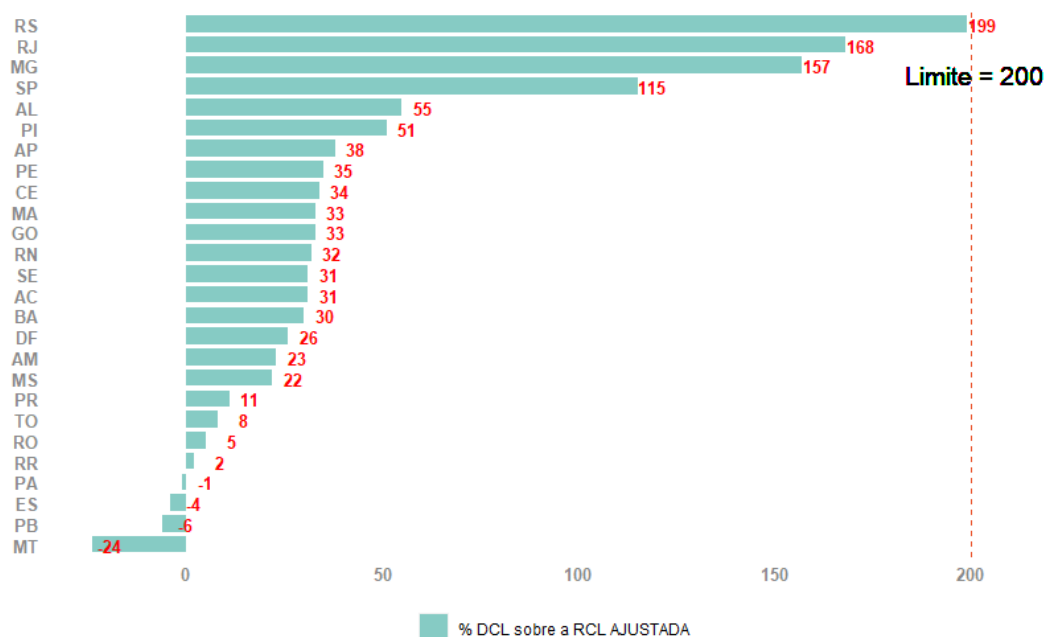
Fonte: Relatório de Gestão Fiscal (RGF). Elaboração Própria.

Os demais estados tem dívida inferior a um ano de suas receitas líquidas, com destaque para Goiás e Mato Grosso do Sul que reduziram esse indicador passando de 92% em 2017 para 45% e de 76% para 21,3%, respectivamente. Conforme aponta [Horta \(2018\)](#), são frutos de práticas de gestão diferentes com objetivo de resultados fiscais diferenciados. Além disso, quando observado o ano de 2021, alguns estados se apresentam como credores líquidos e outros como devedores, ou seja, a [Tabela 5](#) evidencia a heterogeneidade dos quadros fiscais das Unidades

Federativas.

A Figura 16 mostra esse indicador para o ano de 2022, apesar de nenhum ente ter ultrapassado o limite de 200%, os 4 estados citados anteriormente, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Minas Gerais e São Paulo ainda apresentam uma situação de alto endividamento, chegando a mais de uma receita líquida do seu orçamento, caso essa dívida fosse paga integralmente.

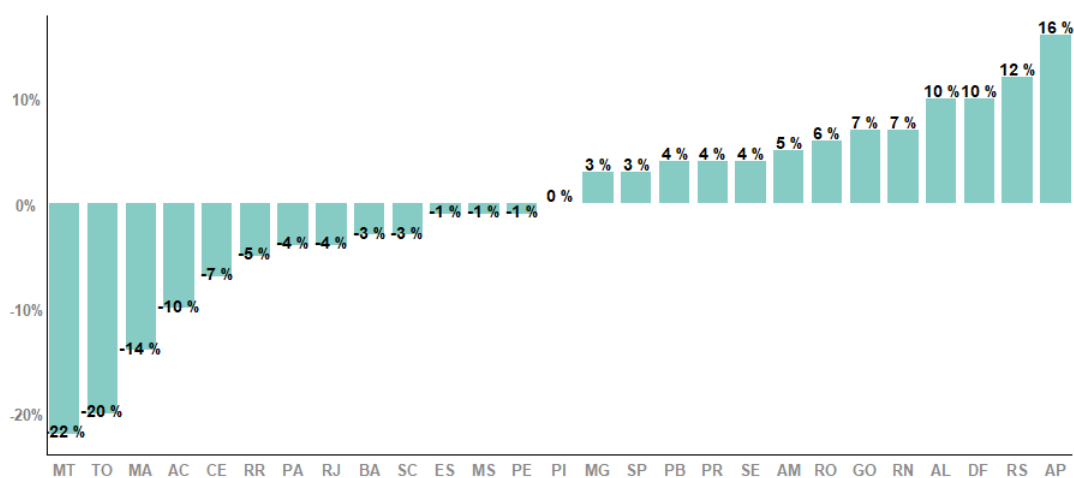
Figura 16 – Dívida Consolidada Líquida % em relação à Receita Corrente Líquida, por UF, 2022



Fonte: Dados referentes ao último quadrimestre. RGF. Elaboração Própria.

Observando a variação nominal da Dívida Consolidada entre 2021 e 2022 na Figura 17, três estados e o Distrito Federal tiveram variação positiva de suas dívidas em mais de 10%, como o caso de Alagoas, Rio Grande do Sul e Amapá. Entre os estados que reduziram esse endividamento em relação ao mesmo período do ano anterior, destacam-se o Mato Grosso, Tocantins, Maranhão e Acre, com redução de mais de 10%.

Figura 17 – Variação nominal da Dívida Consolidada: 2022-2021



Fonte: Relatório Resumido da Execução Orçamentária (RREO). Dados referentes ao último bimestre de 2022 em relação à Dívida Consolidada em dezembro de 2021. Elaboração Própria.

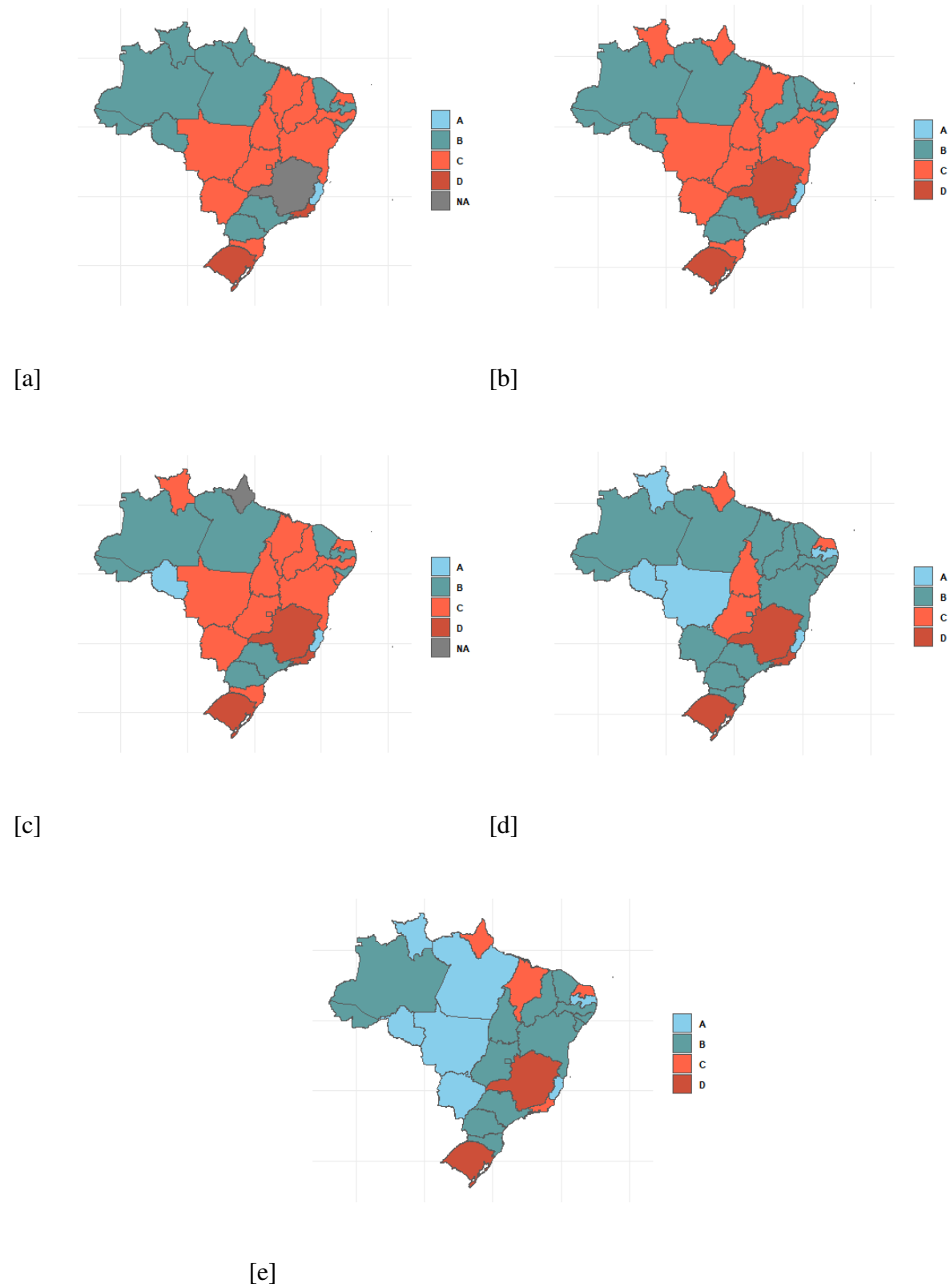
2.3.2.2 Capacidade de Pagamento dos Estados - CAPAG

A Capacidade de Pagamento (CAPAG) é uma classificação de risco realizada pelo Tesouro Nacional para avaliar a situação fiscal dos entes. A média final da CAPAG é calculada através de três indicadores: Endividamento, Poupança Corrente e Índice de Liquidez, com a finalidade de identificar o risco de crédito para novos empréstimos de garantia com a União.

A [Figura 18](#) apresenta essas notas classificadas entre A e D, sendo A considerada baixo risco e boa situação fiscal, e D considerado alto risco de inadimplência. A condição necessária para ser elegível para crédito é estar com classificação entre A e B.

De acordo com a [Figura 18](#) [a], em 2021, 20 estados estavam elegíveis para garantia de novos empréstimos pela União, ou seja, com classificação A ou B. Em 2022, esse número aumentou para 21. O estado do Maranhão piorou sua classificação, passando de B para C, tornando-se inelegível em 2022. Casos como Tocantins e Goiás tiveram melhora nos indicadores, passando de C para B, respectivamente. Embora o Rio de Janeiro também tenha melhorado passando de D para C, ainda continua inelegível. Minas Gerais e Rio Grande do Sul apresentam situação fiscal ruim e alto risco de inadimplência para ambos os anos analisados.

Figura 18 – Nota dos Indicadores da CAPAG, por Estados.



Fonte: Boletim de Finanças dos Entes Subnacionais. Secretaria do Tesouro Nacional (STN).
Elaboração Própria. Nota: Dados Anuais [a] 2018 [b] 2019 [c] 2020 [d] 2021 [e] 2022.

Tendo em vista os indicadores aqui apresentados, apesar da melhora nas contas públicas estaduais recentemente, esse quadro tem características que o torna frágil e que trazem desafios para a sustentabilidade das finanças estaduais nos anos seguintes. Pelo lado das receitas foi observada grande dependência das Transferências e arrecadação de Impostos, a exemplo deste último, o ICMS que representa, em média, 78% das receitas primárias, isso evidencia vulnerabilidade em momentos de crise econômica com queda de arrecadação para a geração de superávits dos estados e risco de endividamento, uma vez que a arrecadação é um importante instrumento para reduzir a razão dívida/PIB.

Ainda pelo lado das receitas o limite de endividamento dos estados em relação à sua Receita Corrente Líquida é de 200%, estados como o Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul ultrapassaram esse teto nos últimos anos e ainda mantêm coeficientes elevados, assim como Minas Gerais que também tem estado muito próximo ao teto limite de endividamento.

Quanto às despesas, embora tenham crescido a uma taxa menor que o crescimento das receitas, essa conta tem uma característica particular, a rigidez orçamentária associada ao gasto com pessoal. Grande parte dos estados, até 2021, tinham suas receitas líquidas comprometidas em mais de 50% com o gasto com pessoal (ativos e inativos), mesmo com a recente melhora em 2022 com nenhum dos estados ultrapassando o limite do PAF, observa-se o aumento significativo no gasto com inativos no agregado das despesas com pessoal, com destaque para Rio Grande do Norte, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, Rio de Janeiro, Sergipe, Pernambuco, Alagoas, Mato Grosso do Sul e São Paulo.

Conforme observado, tanto pelo lado das receitas quanto das despesas a capacidade de endividamento dos estados é limitada. Em um período de crise econômica, por exemplo, a queda de arrecadação combinada com a alta rigidez orçamentária dos estados podem implicar em crescente déficit fiscal. Portanto, é fundamental analisar a sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros levando em conta, principalmente, a análise de forma desagregada, considerando a heterogeneidade entre os estados e seus diferentes quadros fiscais.

2.4 Dados

Este estudo utiliza dados anuais para uma estrutura de painel entre os anos de 2001-2020. A amostra possui 513 observações em um painel balanceado para os estados brasileiros. A descrição das variáveis segue na [Tabela 6](#):

Tabela 6 – Descrição dos Dados

Variável	Descrição	Fonte
DCL	Dívida Consolidada Líquida	PAF + RGF
SP	Resultado Primário	PAF + RGF
IGP-DI	Índice Geral de Preços (a.a.)	FGV
Selic	Taxa de juros (a.a.)	Bacen
PIB	Produto Interno Bruto	IBGE + DATASUS
DVF	Desequilíbrio Vertical Fiscal	PAF

Nota: PAF (Programa de Reestruturação e de Ajuste Fiscal).
RGF (Relatório de Gestão Fiscal).

A variável Dívida Consolidada Líquida foi coletada através de duas bases de dados. A base disponibilizada pelo PAF traz informações até o ano de 2016, a partir deste período foram utilizadas as informações do Relatório de Gestão Fiscal (RGF). Da mesma forma para o Superávit Primário. Ambas as variáveis foram calculadas em proporção do PIB.

A taxa de inflação medida pelo IGP-DI foi utilizada com base na literatura. De acordo com [Simões \(2018\)](#), o uso desse indicador se justifica porque ele é o indicador oficial, na maior parte do período analisado, de correção monetária das dívidas estaduais. Por sua vez, a taxa de juros real foi calculada pela diferença entre a taxa Selic e a inflação IGP-DI.

Para controlar os ciclos econômicos foi construída a variável hiato do produto a partir do filtro Hodrick-Prescott (HP). A taxa de crescimento do PIB também foi calculada a partir do PIB Real que foi obtido deflacionando-se o PIB nominal dos estados pelo IGP-DI (com base no ano de 2020). Com objetivo de capturar possíveis desequilíbrios fiscais, também foi utilizada a variável DVF que é medida pela razão entre receitas próprias e receitas correntes. Conforme argumenta [Bastos e Pineda \(2013\)](#), esta medida busca explicar um potencial de risco moral quando a maior parte dos gastos é financiado por transferências.

De acordo com a literatura empírica para os estados brasileiros [Ghosh et al. \(2013\)](#), [Bastos e Pineda \(2013\)](#), os sinais esperados são: $\beta_0 < 0$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$, coeficientes referentes à dívida defasada. O comportamento esperado é que inicialmente haja uma pequena resposta (até negativa) entre a dívida defasada e o resultado primário, e que com o aumento dessa dívida o superávit responda positivamente, mas perde força e torna-se negativo para níveis de dívida mais elevados. Espera-se ainda que $\beta_3 > 0$, que a inflação elevada gere resposta positiva do superávit. A relação entre DVF e superávit seja inversa com $\beta < 0$. E que aumentos no hiato do produto também induza crescimento no superávit primário.

2.5 Estratégia Empírica

A estratégia empírica adotada neste estudo segue a abordagem do modelo de Fadiga Fiscal fundamentado em [Ghosh et al. \(2013\)](#), com o objetivo de analisar a sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros, sendo estimada em três etapas. Inicialmente estima-se a função de reação fiscal para os estados com o intuito de verificar a hipótese de fadiga fiscal e investigar se há uma

relação não linear entre dívida defasada e o resultado primário. Esta hipótese estabelece que o governo reage positivamente a aumentos de dívida, mas perde força e torna-se negativo para níveis mais elevados.

A segunda etapa consiste em estimar o limite da dívida para cada estado a partir da função de reação fiscal estimada anteriormente e do diferencial entre taxas de juros e crescimento. Por fim, será calculado o espaço fiscal que é definido como a diferença entre o limite da dívida e a dívida no período t .

2.5.1 Modelo Teórico de Fadiga Fiscal

O modelo teórico desenvolvido por [Ghosh et al. \(2013\)](#) é apresentado a seguir.

1. Devedor Soberano e Credores

Considera-se uma relação de crédito entre um devedor soberano e um grande número de credores. A restrição orçamentária do governo é dada por:

$$d_{t+1} - d_t = (r_t - g)d_t - s_{t+1} \quad (2.1)$$

em que d é a dívida em % PIB, g é a taxa de crescimento real do PIB, exógena e constante, s é o superávit primário % PIB, r é a taxa real de juros da dívida contraída em t e vencida em $t+1$. Neste modelo teórico a taxa de juros é endógena, e portanto, maior ou igual a taxa livre de risco r^* exógena, e em equilíbrio é função crescente da probabilidade de inadimplência.

Assume-se 3 pressupostos para o comportamento do devedor e credores:

1.1 Função de Reação Fiscal com Fadiga Fiscal

A partir da abordagem de sustentabilidade fiscal de Bohn, a função de reação fiscal em sua forma reduzida, é descrita por:

$$s_{t+1} = \mu + f(d_t) + \epsilon_{t+1} \quad (2.2)$$

$f(d_t)$ é a resposta do saldo primário à dívida defasada; μ captura os determinantes sistemáticos do primário que não a dívida; ϵ é um choque i.i.d no saldo primário, com distribuição definida por $G(\epsilon)$ sobre um suporte finito $[-\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}]$, com $\epsilon \succ 0$.

A função de reação fiscal para capturar a ideia de fadiga fiscal não é a mais linear, $f(d_t)$ é assumida como continuamente diferenciável e tem a propriedade de existir um coeficiente de endividamento $d^m \succ \bar{\epsilon}$, tal que:

$$\mu + f(d^m) - \bar{\epsilon} \geq (r^* - g)d^m \quad (2.3)$$

$$f'(d) \prec (r^* - g) \quad (2.4)$$

para todo $d \succ d^m$.

Logo, em d^m e com o pior choque do primário não há aumento de dívida se $r = r^*$, e com dívida maior a resposta do primário é menor do que a taxa de juros ajustada ao crescimento.

1.2 Inadimplência por incapacidade de pagar.

O governo vai entrar em *default* se, e somente se, a dívida ultrapassar o limite máximo, \bar{d} , em que o governo pode rolar sua dívida e financiar a uma taxa de juros finita.

A regra padrão do soberano é assumida como:

$$D_t = \begin{cases} 1, & d_t \succ \bar{d} \\ 0, & c.c. \end{cases} \quad (2.5)$$

D é igual a um se o governo for inadimplente, e zero caso contrário.

1.3 Credores neutros ao risco.

Emprestam ao governo sob as seguintes premissas:

- i) Há um p menor que 1 de que a dívida do governo seja explosiva.
- ii) Existe uma taxa de juros finita que compensa os credores neutros ao risco pelo risco de default:

$$1 + r^* = (1 - p_{t+1})(1 + r_t) + p_{t+1}\theta(1 + r^*) \quad (2.6)$$

p_{t+1} é a probabilidade de inadimplência no próximo período. θ valor de recuperação assumido em caso de inadimplência.

- iii) Se houver várias taxas de juros que satisfaçam a condição de arbitragem acima, supõe-se que escolham a mais baixa.

2.5.2 Derivação do limite da dívida

O equilíbrio é definido por sequências de taxas de juros e dívida tal que o governo satisfaça sua restrição orçamentária, função de reação e sua regra padrão, e os credores satisfaçam sua condição de arbitragem. O conceito-chave é estabelecer o limite de endividamento que caracteriza a maior dívida que o governo pode tomar empréstimos a uma taxa finita. As premissas 1.1, 1.2 e 1.3 são suficientes para garantir a existência de um limite de endividamento finito, d . Se a dívida alguma vez exceder esse limite, crescerá sem limite. Os credores impediriam o acesso ao mercado, a taxa de juros se tornaria infinita e o governo entraria em default.

A probabilidade do governo entrar em default é a probabilidade da dívida exceder o limite de endividamento:

$$p_{t+1} = pr[d_{t+1} \succ \bar{d}] = pr[\epsilon_{t+1} \prec H_t] = G(H_t) \quad (2.7)$$

$$\text{onde } H_t = (r_t - g) - \mu - f(d_t) - (\bar{d}_t - d_t)$$

Condição de arbitragem pode ser reescrita como:

$$1 + r_t = (1 + r^*) \frac{1 - \theta p_{t+1}}{1 - p_{t+1}} \quad (2.8)$$

Descartando os subscritos de tempo através da estrutura recursiva de tempo do problema e combinando (2.7) e (2.8), obtemos a probabilidade padrão (para um dado \bar{d} como a solução para o problema de ponto fixo:

$$p = Z(p, d, \bar{d}) \quad (2.9)$$

onde:

$$Z(p, d, \bar{d}) = \begin{cases} 0, & H(p, d, \bar{d}) \leq -\bar{\epsilon} \\ 1, & H(p, d, \bar{d}) \succ \bar{\epsilon} \\ G(H(p, d, \bar{d}))c.c. & \end{cases} \quad (2.10)$$

$$H(p, d, \bar{d}) = [(r^* - g)d - \mu - f(d)] - (\bar{d} - d) + (1 - \theta) + (1 + r^*)d\left[\frac{p}{1-p}\right]$$

Pela [Equação 2.10](#), a probabilidade de *default* está relacionada com os choques, endividamento, taxa de juros do mercado, e determinantes do resultado primário. Sempre existe pelo menos uma solução de canto para a [Equação 2.9](#), que é $p=1$. Pode haver várias soluções internas, mas a suposição (iii) garante uma única solução de equilíbrio. O prêmio de risco também é determinante da probabilidade de *default*.

2.5.2.1 Limites no limite da dívida

Os limites superiores e inferiores são estabelecidos como segue abaixo, antes de passar para a derivação do limite da dívida. O limite \bar{d}_2 é dado implicitamente pela maior raiz da equação:

$$\mu + f(\bar{d}_2) + \epsilon = (r^* - g)\bar{d}_2 \quad (2.11)$$

O lado esquerdo é o maior superávit (sob melhor choque) que o governo pode atingir no nível \bar{d}_2 . O lado direito é o pagamento mínimo de juros a pagar um nível de dívida \bar{d}_2 . Para

além deste nível, mesmo com o melhor choque, seria insuficiente para pagar os juros e a dívida aumentaria sem limites.

O limite \bar{d}_1 é dado implicitamente pela maior raiz da equação:

$$\mu + f(\bar{d}_1) + \epsilon = (r^* - g)\bar{d}_1 \quad (2.12)$$

O lado esquerdo é o menor superávit (sob pior choque) ao nível \bar{d}_1 . Suficiente apenas para pagar os juros quando os credores cobrarem a taxa livre de risco. Como a dívida é não crescente para todas as realizações do choque, não há risco de inadimplência.

2.5.2.2 Determinação do limite da dívida

Para determinar \bar{d} , notamos que, para um determinado limite de endividamento dentro dos limites definidos, há um índice de endividamento $\hat{d} \prec \bar{d}$ que:

- rende a solução de canto $p=0$ para a [Equação 2.9](#);
- maior raiz de $Z(0, d, \bar{d})$;
- \hat{d} garante que o governo será capaz de pagar próximo período;
- os índices (\hat{d}, \bar{d}) é o intervalo que as dívidas com maior risco de inadimplência são negociadas;

A medida que a dívida sobe acima de \hat{d} , o mercado cobra um prêmio de risco positivo, e a solução da [Equação 2.9](#) determina a probabilidade de inadimplência e taxa de juros. Denotamos a solução interior (a mais baixa, no caso de múltiplas soluções) por:

$$p^* = p^*(d, \bar{d}) \in (0, 1) \quad (2.13)$$

Note que p^* e a taxa de juros finita são uma solução de equilíbrio apenas para $d \succ \bar{d}$, porque caso contrário, a solução de canto $p = 0$ e a taxa de juros livre de risco devem ser a solução de equilíbrio, pela hipótese (iii).

O limite de endividamento deve ser maior que \hat{d} , se existe p^* porque é definido como nível máximo da dívida que o governo pode rolar em um prazo finito de taxa de juros.

- (i) deve existir p^* para $d \in (\hat{d}, \bar{d})$
- (ii) não deve existir p^* para $(d \succ \bar{d})$

2.5.3 Modelo Empírico

2.5.3.1 Estimação da Função de Reação Fiscal

A estratégia empírica é dividida em 3 etapas. A primeira consiste em estimar a função de reação fiscal proposta por [Ghosh et al. \(2013\)](#). Para uma estrutura de dados em painel, temos:

$$SDP_{it} = \beta_0 DCL_{it-1} + \beta_1 DCL_{it-1}^2 + \beta_2 DCL_{it-1}^3 + \beta_3 I_{it} + \beta_4 SELIC_{it} + \beta_5 DVF_{it} + \beta_6 HIATO_{it} + \epsilon_{it} \quad (2.14)$$

onde: SDP é o superávit primário; DCL é a dívida consolidada líquida; I é o índice geral de preços (IGP-DI); SELIC é a taxa de juros; DVF o desequilíbrio vertical fiscal, HIATO o hiato do produto e ϵ é um choque i.i.d.

A restrição orçamentária descrita na [Equação 2.1](#), para uma estrutura de dados em painel:

$$\Delta DCL_{it} = DCL_{it} - DCL_{it-1} = (TJR_{i,t-1} - G_{it-1}) DCL_{it-1} - SDP_{it} \quad (2.15)$$

O equilíbrio do modelo é dado pela interseção entre a [Equação 2.15](#) e a função de reação fiscal dada pela [Equação 2.14](#):

$$(TJR_i^* - G_i^*) DCL_i = \beta_0 DCL_i + \beta_1 DCL_i^2 + \beta_2 DCL_i^3 + \mu \quad (2.16)$$

Sendo: $(TJR - G)$ o diferencial de taxa de juros e crescimento; $\mu = \beta_3 I_{it} + \beta_4 DVF_{it} + \beta_5 SELIC_{it} + \beta_6 HIATO_{it}$

2.5.3.2 Estimação do custo da dívida ajustado ao crescimento econômico

Finalizada a etapa 1, o passo seguinte é estimar os limites de endividamento dos estados. Para o modelo aplicado neste estudo, a avaliação de sustentabilidade fiscal requer o cálculo do custo da dívida ajustado ao crescimento para definir a partir de qual limite a dívida passa a ser insustentável, considerando que a partir desse ponto o governo não é mais capaz de gerar superávits que estabilizem o nível do endividamento.

Nesse caso, o limite da dívida \bar{d} é dado pela maior raiz característica da equação. E deve ser calculado para cada estado em análise.

$$\mu + f(\bar{d}) + \epsilon = (r^* - g)\bar{d} \quad (2.17)$$

Na literatura empírica são escolhidas diferentes variáveis como *proxy* do custo da dívida e crescimento econômico para cálculo do diferencial $(r-g)$. Por exemplo, em [Ghosh et al. \(2013\)](#) foram utilizadas as médias históricas e as projetadas para as taxas de títulos de longo prazo e

crescimento econômico do PIB. Enquanto em [Bastos e Pineda \(2013\)](#) considerou-se valores exógenos e homogêneas para a economia brasileira, de 4,5% e 1%. [Fournier e Fall \(2017\)](#) calculou o diferencial a partir da taxa anual de crescimento potencial e da taxa de juros sem risco (diferença entre rendimento dos títulos e inflação esperada). Para os estados brasileiros, [Simões \(2018\)](#) utilizou o crescimento do PIB real e a taxa de juros real, calculada através da diferença entre a Selic e a inflação IGP-DI. E [Cruz \(2020\)](#) estimou o diferencial ajustando como custo da dívida a taxa de juros real e o serviço da dívida dos estados, para a taxa de crescimento considerou o PIB e a taxa de crescimento da Receita Corrente Líquida.

2.5.3.3 Espaço Fiscal

Tendo sido determinado o limite da dívida, a terceira etapa consiste em calcular o espaço fiscal para cada estado, conforme a [Equação 2.18](#). É dado pela diferença entre o limite da dívida e a dívida observada em t .

$$EF_{it} = \bar{d} - d_{it} \quad (2.18)$$

2.6 Resultados

2.6.1 Modelo de Fadiga Fiscal

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos pela aplicação da abordagem proposta por [Ghosh et al. \(2013\)](#). Na primeira etapa, procederemos à avaliação da sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros ao longo do período de 2000 a 2020, por meio da estimação das funções de reação fiscal e da análise da hipótese de fadiga fiscal. Em seguida, serão estimados os limites da dívida para cada estado e seus respectivos espaços fiscais.

A escolha metodológica para a estimação da função de reação fiscal agrupando todos os estados como um único ente é uma simplificação forte e, portanto, é um ponto que requer uma discussão crítica. Foram agrupadas as observações de todos os estados como se representassem um único ente analisado, assumindo que todos os estados se comportam de forma igual e responderiam uniforme ao aumento de endividamento, possuindo a mesma função de reação.

A literatura base desse estudo reconhece essa limitação, [Ghosh et al. \(2013\)](#), por exemplo, aponta que essa agregação não seria necessária se estivesse disponível uma série histórica longa o suficiente para a estimação ser aplicada para cada ente. A mesma limitação pode ser observada para o caso do Brasil, tornando necessária a agregação para a estimação da função de reação fiscal. [Cruz \(2020\)](#) também observa que essa suposição faz algum sentido para analisar os entes subnacionais pelas suas semelhanças, em algum nível, tanto de características macroeconômicas como em restrições jurídicas. O uso de dados em painel, portanto, surge como alternativa metodológica adequada para lidar com esse tipo de limitação.

Ao permitir explorar tanto a variação entre unidades quanto ao longo do tempo, a abordagem em painel melhora a eficiência das estimativas e oferece maior robustez estatística, mesmo em contextos de séries temporais curtas. Ainda assim, reconhece-se que essa agregação pode suavizar comportamentos específicos e, por isso, os resultados devem ser interpretados com cautela e dentro da perspectiva média dos estados e do objetivo deste estudo.

A [Tabela 8](#) apresenta os resultados do modelo com diferentes metodologias econométricas para dados em painel. Além da dívida defasada como explicativa, também são utilizadas outras variáveis controles que permitam isolar a relação entre o endividamento e o resultado primário, a exemplo do Desequilíbrio Vertical Fiscal, Hiato do Produto, Inflação e uma variável *dummy* para a crise recente de endividamento dos estados em 2016.

Em termos de robustez, alguns testes foram realizados para verificar as especificações consideradas e determinar qual delas é mais apropriada para avançar nas etapas seguintes da análise. Como pode ser visto na [Tabela 7](#), o teste de Hausmann rejeita a hipótese nula, indicando que o modelo de Efeitos Fixos é preferível em relação ao modelo de Efeitos Aleatórios. A [Tabela 7](#) também apresenta os resultados de outros testes realizados para esse modelo, e todos rejeitaram a hipótese nula.

De acordo com o teste de Pesaran (2004), constata-se dependência cross-sectional nos dados em painel. No teste proposto por Breusch–Pagan (1979), rejeita-se a hipótese de homocedasticidade. Em seguida, considerando os efeitos individuais e temporais, confirma-se presença de heterogeneidade não só individual como também temporal, esse resultado indica o uso de ambos os efeitos. Além disso, o teste de Breusch-Godfrey/Wooldridge evidencia correlação serial, enquanto o teste de Wooldridge (1991) aponta para correlação de ordem AR(1).

Tabela 7 – Estimação testes de robustez para painel de Efeitos Fixos

Testes	Estatística	P-valor
Hausmann Test	38.991	(0.00)
BP Test	69.715	(0.00)
BP Teste + efeitos Individuais e Temporais	14.546	(0.00)
Pesaran - Dependência cross-sectional	14.224	(0.00)
Breusch-Godfrey/Wooldridge	24.638	(0.00)
Wooldridge	24.608	(0.00)

Considerando estes resultados, a estimação por Efeitos Fixos apresenta violação das hipóteses clássicas e problemas que viesam os estimadores. Nesse sentido, outras duas estratégias econométricas foram aplicadas para lidar com os problemas de heterocedasticidade e autocorrelação serial e transversal identificados na regressão de dados em painel estático. Conforme argumenta [Bai et al. \(2021\)](#), problemas de heterocedasticidade, autocorrelação serial e transversal são sérios para regressão em painel e existem duas abordagens para lidar com estes: o estimador de mínimos quadrados ordinários (OLS) com erros padrão robustos para heterocedasticidade e autocorrelação, a outra consiste no estimador de mínimos quadrados generalizados (GLS)

que considera diretamente a heterocedasticidade e as correlações transversais e seriais em sua estimativa.

Portanto, o primeiro incorpora uma estrutura para o termo de erro seguindo um processo AR(1) que considera correlação serial no erro para lidar com o problema de persistência deste e possível endogeneidade decorrente dessa violação. Além disso, o modelo estima os erros robustos para dependência transversal e heterocedasticidade de painel, colunas 2 e 3 na [Tabela 8](#). O outro método empregado para corrigir heterocedasticidade e dependência transversal é o dos Mínimos Quadrados Generalizados Factível (MQGF) que encontram-se nas colunas 5 e 6 da [Tabela 8](#), com base na aplicação do estudo de [Simões \(2018\)](#), esse modelo será utilizado para análise de robustez com objetivo de verificar se os resultados encontrados pelo modelo de Efeitos fixos se mantêm quando se utiliza esse método alternativo de estimação.

Tabela 8 – Funções de Reação Fiscal - Especificação Quadrática e Cúbica

	EF				MQGF	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
lag(dcl_pib)	0.134*** (0.036)	0.17*** (0.024)	0.107 (0.070)	0.15*** (0.042)	0.11*** (0.01)	0.09*** (0.01)
lag(dcl_pib²)	-0.182** (0.085)	-0.26*** (0.067)	0.026 (0.424)	-0.14** (0.276)	-0.14** (0.02)	0.06 (0.09)
lag(dcl_pib³)			-0.401 (0.750)	-0.21 (0.523)		-0.41* (0.17)
dvf	0.01 (0.025)	0.03** (0.012)	0.01 (0.025)	0.038*** (0.024)	0.027*** (0.01)	0.027*** (0.01)
hiato_pib	-0.0004** (0.00)	-0.0004** (0.00)	-0.0004*** (0.00)	-0.0004*** (0.00)	-0.0003*** (0.00)	-0.0003*** (0.00)
igp_di	0.0002** (0.00)	0.0002** (0.00)	0.0002** (0.00)	0.0002** (0.00)	0.0002*** (0.00)	0.0002*** (0.00)
Obs.	513	513	513	513	540	540
R ²	0.15	0.26	0.15	0.26	0.26	0.26
Coef. AR(1)		0.28		0.28		

Nota: *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01. (1) e (3) Efeitos Fixos com erros robustos por cluster, quadrática e cúbica, respectivamente. (2) e (4) Efeitos fixos assumindo uma estrutura de erro AR(1) e com erros robustos por cluster e para heterocedasticidade, quadrática e cúbica, respectivamente. (5) e (6) Mínimos Quadrados Gerais Factíveis - Especificação Quadrática e Cúbica.

Em relação às variáveis de controle utilizadas, todas apresentaram significância estatística, porém apenas a inflação (IGP-DI) exibiu o sinal esperado conforme a literatura. O sinal positivo do Desequilíbrio Vertical Fiscal (DVF), embora não esteja em conformidade com os achados de Bastos e Pineda (2013) e Simões (2018), pode ser justificado pelo fato de que estados com maior capacidade de arrecadação própria e, portanto, menor dependência de transferências da União, tendem a manter níveis mais elevados de superávit primário. Quanto ao hiato do produto, o sinal oposto ao esperado pode estar refletindo a rigidez orçamentária dos entes subnacionais. Em contextos de recuperação econômica há pressão por expansão de gastos, o que pode reduzir o superávit primário mesmo diante de aumento da arrecadação.

Conforme demonstrado na Tabela 8, o Modelo de Efeitos Fixos (2), que incorpora uma estrutura de erro AR(1) e é robusto para heterocedasticidade e dependência entre unidades individuais, apresenta evidências de fadiga fiscal. Observa-se que o superávit inicialmente responde positivamente a aumentos do endividamento, mas o coeficiente da dívida ao quadrado indica que essa resposta perde força e torna-se negativa para níveis elevados de dívida, conseguindo captar a não linearidade nessa resposta.

No modelo (3), introduzimos um termo cúbico, assim como utilizado em Ghosh et al. (2013) e Bastos e Pineda (2013), para verificar se há uma relação polinomial de ordem superior e se a hipótese de fadiga fiscal pode ser melhor representada por uma função cúbica. Observa-se que, ao incluir esse termo, as variáveis relacionadas à dívida perdem sua significância estatística e têm uma inversão em seus sinais. Como discutido em Pereira (2020), a inclusão de termos quadráticos e cúbicos tende a resultar em forte correlação, levando à multicolinearidade, e esses resultados sugerem a presença desse problema. Em (4), mantemos a mesma especificação, mas introduzimos um erro do tipo AR(1) isso faz com que os sinais retornem aos esperados, porém, ainda não apresentam significância estatística, devido à possível multicolinearidade. A recomendação da literatura para lidar com esse problema é remover o termo. Constatamos também que, nesse caso, não há perda de poder preditivo do modelo. Portanto, retornamos ao Modelo (2).

De forma semelhante, o mesmo pode ser visto para os modelos (5) e (6) estimados por MQGF. Utilizando a especificação quadrática é possível captar evidências de fadiga fiscal sem ocorrer inversão de sinais pela relação entre os termos quadrático e cúbico como visto em (6). A significância estatística e o sinal negativo no termo ao quadrado apontam que a relação entre dívida pública estadual e resultado primário é não linear e validam a hipótese de fadiga fiscal conforme observada por Ghosh et al. (2013). No entanto, para o painel estadual e o período aqui estimado, esse comportamento é representado por uma função quadrática, ou seja, por uma parábola com concavidade voltada para baixo.

Ademais, outros modelos com efeitos fixos e diferentes correções foram estimados com o objetivo de garantir robustez ao modelo escolhido para a etapa seguinte. Conforme disposto na Tabela 12, os coeficientes da dívida são significativos estatisticamente para todos os modelos,

apresentando os mesmos sinais e magnitudes semelhantes, confirmando os resultados obtidos na Tabela [Tabela 8](#) e reforçando a escolha do modelo de Efeitos Fixos como a abordagem mais apropriada para a análise.

2.6.2 Limites da dívida e Espaço Fiscal

Após estabelecida a validade empírica da função quadrática, nesta seção serão estimados os limites de endividamento para cada estado ajustando o custo da dívida ao crescimento econômico. Destaca-se que o uso dessa metodologia depende do desempenho histórico fiscal e as conclusões apontadas por ela estão inseridas em um contexto específico, portanto, os limites não são fixos, uma vez que taxa de crescimento, juros, resultado primário, incerteza sobre os choque variam com o tempo. Dessa forma, os limites evidenciam um parâmetro de previsibilidade sobre a trajetória do endividamento no período analisado [Bastos e Pineda \(2013\)](#). Como recentemente houve essa melhora nas contas fiscais estaduais, esse contexto pode influenciar níveis de endividamento mais elevados para alguns casos, em condições econômicas temporárias.

Em seguida, serão apresentadas as estimativas de limite para dívida/pib dos estados e seus respectivos espaços fiscais. Com base na metodologia proposta por [Ghosh et al. \(2013\)](#), os limites serão calculados a partir dos parâmetros estimados pela função de reação fiscal da coluna 2 da [Tabela 8](#), combinando-a com estratégias de construção do diferencial de juros, ajustando a taxa de juros real (custo da dívida) ao crescimento econômico. Os efeitos fixos que não estão expostos na [Tabela 8](#) também foram utilizados no cálculo, assim como o parâmetro DVF. O coeficiente do hiato do pib foi considerado igual a zero. O equilíbrio do modelo é encontrado no ponto onde o diferencial $(r-g)d$ cruza a curva da função de reação fiscal. O limite da dívida é dado pela maior raiz característica da equação quadrática a ser resolvida para cada estado, e o limite inferior indica para onde a dívida converge no longo prazo.

A primeira estratégia para estimar os limites é utilizar para a construção do diferencial a taxa de juros real construída pela diferença entre a Selic e a inflação IGP-DI. A taxa de crescimento para o ano de 2020 foi obtida através das Contas Regionais do IBGE. Este resultado pode ser visto na coluna 1 da [Tabela 9](#). Neste caso, todos os estados estariam dentro do limite e, portanto, possuíam dívidas consideradas sustentáveis. No entanto, é importante destacar que esse resultado, que se baseia em um diferencial com uma taxa de juros real muito baixa e uma diferença $(r-g)$ negativa, levanta questionamentos de acordo com a literatura sobre uma possível superestimação dos limites.

Em um contexto de taxas de juros muito negativas, apesar de no longo prazo implicar em uma dinâmica instável da dívida, pode levar os estados a terem maior limite para endividamento de forma temporária, mesmo que possuam custo mais alto no longo prazo [Lozano-Espitia \(2020\)](#), [Simões \(2018\)](#). Como nesse cenário a taxa de juros observada em 2020 é muito baixa e gera diferenciais negativos para os estados, assim como também aponta [Bastos e Pineda \(2013\)](#), o uso

de juros reais excessivamente baixos em condições econômicas temporárias, que foi o caso do Brasil no ano de 2020, tende a produzir limites artificialmente elevados e consequentemente os espaços fiscais.

Tabela 9 – Resultado das Estimações - Limite da Dívida e Espaço Fiscal (2020)

UF	(1) Limite (r-g)	(2) Limite (serviço - g)	(3) Dívida/PIB (2020)	(2-3) EF (%)
AC	1.38	0.20	0.20	0
AL	1.32	0.40	0.09	31
AM	1.39	0.25	0.02	23
AP	1.38	0.53	0.13	40
BA	1.29	0.26	0.07	19
CE	1.25	0.18	0.07	11
DF	1.37	0.43	0.03	40
ES	1.31	0.30	0.01	29
GO	1.40	0.52	0.08	44
MA	1.40	0.39	0.06	33
MG	1.30	0.19	-	-19
MS	1.46	0.50	0.04	46
MT	1.47	0.37	0.004	36
PA	1.41	0.35	0.02	33
PB	1.33	0.39	0.01	38
PE	1.30	0.14	0.06	8
PI	1.34	0.23	0.07	16
PR	1.38	0.47	0.03	44
RJ	1.32	0.25	-	-25
RN	1.33	0.43	0.05	38
RO	1.30	0.35	0.03	32
RR	1.52	0.57	0.01	56
RS	1.13	0.19	-	-19
SC	1.34	0.30	0.05	25
SE	1.44	0.35	0.07	28
SP	1.30	0.11	-	-11
TO	1.36	0.25	0.07	18

Fonte: Elaboração Própria.

Conforme expõe Cruz (2020), esses resultados acontecem porque o custo da dívida ajustado ao crescimento não seria uma boa ajuste, dado que não está diretamente ligado à probabilidade de default como a metodologia de Ghosh et al. (2013) propõe. Sendo a dívida estadual contratual, que exige o pagamento de juros e amortizações, a resposta do superávit tem que ser em direção a garantir esses pagamentos. Uma estratégia é utilizar o serviço da dívida para comparar com a resposta da função de reação fiscal. Nesse sentido, a outra estratégia adotada consiste em aplicar o serviço da dívida ajustada ao crescimento. Este estudo vai estimar o segundo cenário construindo o diferencial (r-g) a partir do serviço da dívida consolidada que é útil para avaliar o custo total ao ano de manter o endividamento em determinado nível.

A segunda coluna da [Tabela 9](#) apresenta as estimativas dos limites utilizando o segundo cenário. Inicialmente, podemos observar que os limites diminuem em comparação com os do primeiro cenário, e os estados apresentam heterogeneidade nesses limites, variando de 14% a 57%. Além disso, alguns estados não têm limites definidos, ou seja, não houve intersecção entre a função de reação do governo e a taxa de juros ajustada ao crescimento. Portanto, esses estados ultrapassaram seus limites e estão com trajetórias de dívida consideradas insustentáveis. Esse caso se aplica a Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo.

Os outros 22 estados estariam dentro dos limites estabelecidos, com exceção do Acre que encontra-se no limite. Os resultados encontrados para os estados do Rio de Janeiro, Minas Gerais e Rio Grande do Sul também estão em consonância com os encontrados pela literatura mais recente. Essas evidências corroboram com os indícios dessa situação. Ao analisar os dados, verificou-se que os três estados têm descumprido os limites estabelecidos pela Lei de Responsabilidade Fiscal nos últimos anos. Além disso, apresentam baixa liquidez e um alto risco de inadimplência quando considerado o indicador de capacidade de pagamento.

Alguns resultados merecem destaques. De acordo com [Bastos e Pineda \(2013\)](#), essa metodologia tende a atribuir limites mais elevados para estados que foram capazes de reduzir substancialmente seus níveis de dívida, mesmo que altos em algum período. Essa colocação vai de encontro aos exemplos de Roraima, Mato Grosso do Sul e Goiás que apresentaram na [Tabela 9](#) os maiores limites entre os estados. Pode-se observar que esses três estados reduziram significativamente ao longo do período 2000-2020 a dívida/pib em mais de 5%, assim como diminuiram pela metade a dívida em relação a receita corrente líquida, que é um indicador de capacidade de pagamento, ademais, Mato Grosso do Sul e Roraima foram os estados que apresentaram taxa de crescimento positiva do PIB em 2020.

Esse achado aponta evidências da capacidade desses estados em dar uma resposta fiscal, indicando que os entes que conseguiram reduzir seu endividamento ao longo do tempo através de políticas fiscais, hoje possuem maior espaço fiscal. Por outro lado, os estados que apresentaram maiores diferenciais, com maiores custos da dívida em 2020, baixa taxa de crescimento e não reduziram substancialmente suas dívidas, mesmo que possuíssem nível baixo no início, foram mais penalizados e possuem menor espaço fiscal hoje, a exemplo do Acre, Amazonas, Ceará, Pernambuco e Tocantins. O caso do Amapá, analisando sua trajetória de endividamento ao longo do tempo, apesar de ter aumentado sua dívida/pib nos últimos dois anos, essa relação é reduzida e se mantém abaixo de 10% ao longo de quase toda a série, com média de 3%. Essa pode ser uma explicação plausível sobre o porquê este estado não foi penalizado no seu limite e espaço fiscal.

Essa expansão do espaço fiscal comparado aos encontrados em outro período analisado [Bastos e Pineda \(2013\)](#), [Simões \(2018\)](#), [Cruz \(2020\)](#), pode sugerir evidências da melhora no quadro fiscal de alguns estados recentemente. As estratégias aqui definidas para levantamento dos resultados observados apontam considerações importantes. As condições macroeconômicas

em nível nacional também são capturadas pelo diferencial ($r-g$). Logo, em um cenário fiscal ruim, esse diferencial tende a ser muito alto, devido ao risco país e maiores taxas de juros, implicando em redução dos espaços fiscais dos estados [Bastos e Pineda \(2013\)](#), mesmo que estejam em compromisso com as finanças estaduais. Dessa forma, o espaço fiscal deve ser utilizado com cautela para evitar maior risco fiscal, visto que pode ser muito afetado por choques macroeconômicos [Lozano-Espitia \(2020\)](#).

No geral, estes resultados destacam a condição não linear e a instabilidade da sustentabilidade da dívida. Pode-se observar que as estimativas de limites não apresentam soluções para alguns casos ou limites mais baixos para outros, isso sugere que o comportamento fiscal dos estados também depende das condições macroeconômicas às quais estão expostos. Mudanças estruturais, como a redução na taxa de crescimento, podem afetar a sustentabilidade da dívida, gerando a possibilidade de múltiplos equilíbrios, onde mesmo estados com nível de dívida abaixo do limite podem enfrentar dificuldades para garantir um período de crescimento econômico, especialmente em um cenário de elevação das taxas de juros.

Dessa forma, assim como encontrou [Fournier e Fall \(2017\)](#), os limites da dívida vão depender de cada estado e de como se comportam algumas características da política fiscal do governo, da política monetária e das perspectivas de crescimento. Tendo observado que mudanças nos parâmetros estruturais podem alterar esses limites, conclui-se que o limite da dívida pode não estar prevendo exatamente o momento de inadimplência, mas aponta para a sustentabilidade ou não da dívida de acordo com as condições reais da economia.

2.6.3 Sensibilidade dos limites da dívida

2.6.3.1 Função de reação fiscal

Caso os estados enfrentem choques semelhantes ao da pandemia de 2020, com redução da atividade econômica ou mudanças na questão tributária que resultem em queda nas receitas, é importante considerar que a recente melhora nas contas públicas estaduais foi, em grande parte, impulsionada pelas receitas e transferências. Se esses estados enfrentarem uma queda na taxa de crescimento econômico e um aumento nas taxas de juros no futuro, isso pode acarretar uma deterioração fiscal, deixando-os com um espaço fiscal ainda mais restrito do que o observado atualmente.

A literatura destaca como principal parâmetro para estimação dos limites da dívida e da sensibilidade, o diferencial ($r-g$). A nível de exercício foram calculados os limites para a função de reação estimada pelo método MQGF na coluna 5 da [Tabela 8](#), constatando-se a sensibilidade em relação a dimensão do coeficiente de fadiga fiscal, em que uma pequena alteração nesse coeficiente pode superestimar esses limites. Estes resultados podem ser vistos na [Tabela 13](#), aponta que pequenas alterações nos parâmetros estruturais podem não afetar substancialmente, mas que grandes alterações podem implicar em não encontrar solução para a equação. Logo, estados com pouco espaço fiscal, pequenas alterações de taxa de juros ou taxa de crescimento

vão ter grande impacto sobre os limites da dívida.

Portanto, conclui-se que os limites de endividamento variam dependendo do diferencial de juros escolhido para estimá-los, assim como da forma de especificação da função de reação fiscal e do método econométrico utilizado. Essa observação é crucial, uma vez que a sustentabilidade ou insustentabilidade fiscal de um determinado estado dependerá fundamentalmente dos parâmetros, especificações e métodos aplicados na estimativa da função de reação fiscal. No entanto, esses resultados fornecem suporte e orientação para os gestores fiscais em relação ao nível de resposta que está sendo gerado por meio do resultado primário para a dinâmica da dívida.

2.6.3.2 Diferencial ($r-g$)

Seguindo as considerações dos resultados observados até aqui, torna-se evidente que o fator mais importante para analisar a dinâmica da dívida não é apenas o comportamento da taxa de juros, mas sim os diferenciais dessa taxa ajustada ao crescimento. Dessa forma, esses diferenciais podem ser considerados como um tipo de fator de risco para a política fiscal, determinando qual a margem de manobra disponível para os formuladores dessa política. Conforme Heimberger (2023), defini-lo como ambiente de risco vai determinar o crescimento futuro dos diferenciais e, conseqüentemente, qual o limite em que o governo pode incorrer em déficits sem tornar a razão dívida/pib insustentável.

Para estimar a sensibilidade dos limites de dívida para os estados aos seus respectivos diferenciais ($r-g$), serão delimitados dois tipos de cenários hipotéticos com base em dados já observados para os estados brasileiros e que serão comparados com o cenário base apresentado na Tabela 9. Os resultados seguem apresentados na Tabela 14 e Tabela 15. Primeiro, calcula-se os limites da dívida considerando a média de crescimento da taxa de juros real e do PIB dos estados entre 2002-2020. Os resultados mostram $(r - g) < 0$ para alguns casos, mas no geral, observa-se baixos diferenciais. Neste cenário, todos os estados estariam dentro dos limites estipulados e há aumento de espaço fiscal. Destaca-se, ainda, que mesmo no cenário mais otimista, com taxa real de juros menor e crescimento positivo do PIB, os estados com piores quadros fiscais atualmente, mesmo dentro dos limites, são os que apresentam menores espaços fiscais.

Por outro lado, considerando a taxa de juros real de 2022, ou seja, aumento da taxa de juros que foi observada em 2020 e a projeção de crescimento para os estados entre 2020-2022, ainda com alguns estados apresentando taxa de crescimento negativas, os resultados mostram um $(r - g) > 0$ ou com diferenciais mais elevados, isso implica no cálculo dos limites da dívida, reduzindo-os, quando comparados com o cenário anterior, a exemplo do Acre, Alagoas, Amapá, Goiás, Paraná, Roraima. Conseqüentemente, em um ambiente de maiores diferenciais nos juros, os estados enfrentariam um espaço fiscal menor, com destaque para Rio de Janeiro, Minas Gerais, Rio Grande do Sul e São Paulo. Esses estados, nesse cenário, teriam suas dívidas consideradas insustentáveis e estariam sem margem fiscal disponível.

Segundo [Blanchard \(2019\)](#) e [Heimberger \(2023\)](#), se $(r - g) < 0$, a dinâmica da dívida será estável e pode apresentar trajetória decrescente se não incorrerem em altos déficits, o que definem por diferenciais favoráveis. No entanto, para um ambiente de $(r - g) > 0$ a dívida/pib apresentaria uma trajetória crescente, até o ponto dos governos responderem com resultado primário suficiente, e dívidas que pareciam administráveis podem tornar-se insustentáveis. Essa é uma contribuição importante deste estudo, constatou-se empiricamente para o caso dos estados brasileiros que para qualquer dos dois cenários aqui considerados, $(r-g)$ é elemento fundamental para determinar os limites da dívida e pode ser definido como um fator de risco para analisar a trajetória da dívida pública estadual. Essa constatação reflete os casos dos estados que ultrapassam os limites de endividamento e que mesmo em cenários com diferentes diferenciais, apresentaram baixo ou nenhum espaço fiscal.

Ainda conforme [Blanchard \(2019\)](#), e que vai de encontro ao contexto atual dos estados, não é possível excluir a possibilidade do custo da dívida ser mais alto no futuro, e a taxa de juros exceder a taxa de crescimento. Por exemplo, se os estados forem atingidos por choques que reduzam sua atividade econômica e arrecadação, e enfrentar futuramente baixas taxas de crescimento e altas taxas de juros, isso pode implicar em uma deterioração fiscal com os estados apresentando menor espaço fiscal do que os aqui observados. No cenário em que o espaço fiscal é reduzido, as economias estaduais ficam mais vulneráveis a esses choques e custos mais altos de financiamento.

Os resultados encontrados sugerem que garantir uma taxa de crescimento maior que o custo da dívida alivia a pressão sobre a resposta positiva do superávit primário e sobre o peso da dívida, permitindo uma margem maior de espaço fiscal para os formuladores de política nos estados. Contudo, criar mais espaço fiscal passa pela capacidade de arrecadação, investimento, rigidez orçamentária e características institucionais de cada estado, que refletem a limitação de expandir o espaço fiscal pelo crescimento. Como pode ser observado na análise de dados, a alta rigidez orçamentária limita o crescimento pelo lado das despesas penalizando o investimento e consequentemente afetando o crescimento de longo prazo. A realocação de despesas menos eficientes para despesas produtivas que gerem investimento, reformas que reduzam o peso do gasto com inativos e políticas fiscais bem geridas podem direcionar o potencial dos estados para criação de maior espaço fiscal.

Por fim, os limites estimados para cada estado fornecem uma referência de como cada ente se encontra atualmente em relação a sua dívida, assim como o diferencial de juros de cada estado é importante alerta de como aumentos de taxas de juros podem afetar a trajetória das suas dívidas antes destas ultrapassarem seus limites.

2.6.4 Estimação da Curva de Laffer

Com o objetivo de analisar a capacidade de endividamento dos estados também pelo lado das receitas, esta seção vai estimar através da Curva de Laffer a alíquota crítica do Imposto

sobre Circulação de Mercadoria e Serviços (ICMS) para os quatro estados que apresentaram piores condições fiscais. Esta curva foi desenvolvida pelo economista Arthur Laffer em 1974, e mostra a relação entre alíquota tributária e a arrecadação, inicialmente aponta uma relação direta entre essas duas variáveis, mas que alcançando o ponto máximo a curva sofre uma inflexão e, a partir deste, o aumento da alíquota provocaria queda de receita Lima e Rezende (2019).

Sua aplicação é importante para as decisões de política fiscal, além de poder estabelecer o limite máximo dessa alíquota que maximiza sua arrecadação, visto que alterações nestas podem causar distorções na economia como incentivo à evasão fiscal, desestímulo à economia formal, queda da produção e emprego.

A estimação da alíquota ótima pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\ln T_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y_{i,t} + \alpha_2 \ln \tau_{i,t} + \alpha_3 (\ln \tau_{i,t}^2) + \epsilon_t \quad (2.19)$$

Em que, $\ln T_{i,t}$ é o log da arrecadação de imposto (ICMS); $\ln Y_{i,t}$ é o log natural da base tributária, neste caso o Índice de Atividade Econômica do Banco Central (IBC-BR) para os estados analisados; $\ln \tau_{i,t}$ é log natural da alíquota nominal, e $\epsilon_{i,t}$ o termo de erro. Para obter a elasticidade da receita em relação à alíquota e base tributária, temos:

$$\frac{\partial \ln T_{i,t}}{\partial \ln Y_{i,t}} = \alpha_1 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \ln T_{i,t}}{\partial \ln \tau_{i,t}} = \alpha_2 + 2\alpha_3 \ln \tau_{i,t} \quad (2.21)$$

Igualando a última equação acima a zero, encontra-se a alíquota ótima, dada por:

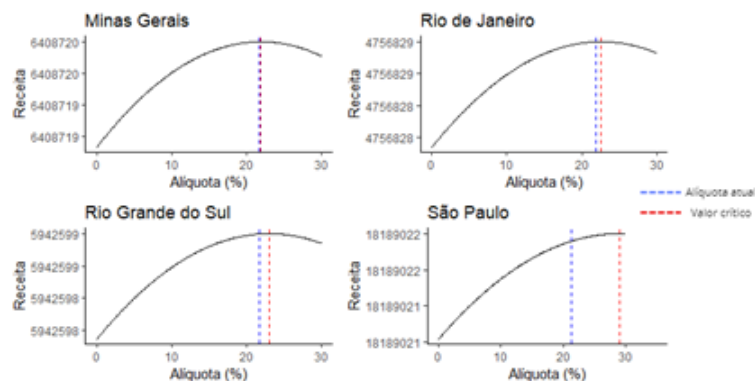
$$\tau_{max} = \exp \frac{-\alpha_2}{2\alpha_3} \quad (2.22)$$

Para estimar a alíquota ótima para os estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo foram obtidos dados mensais para o período de 2003 a 2022¹. A Figura a seguir apresenta as alíquotas ótimas estimadas para cada estado analisado, observa-se que o valor atual da alíquota está muito próximo do valor crítico para os estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul.

Esses resultandos indicam que o ajuste via aumento de ICMS está próximo do limite que está sendo considerado como alíquota ótima, corroborando com a discussão aqui já pontuada de que a capacidade de endividamento dos estados, e neste caso, dos estados em piores condições fiscais é também limitado pelo lado das receitas.

¹ O Quadro em anexo apresenta a descrição das variáveis utilizadas

Figura 19 – Curvas de Laffer – Estimação da Alíquota Ótima, por UF.



Fonte: Elaboração própria com base nas estimações da Curva de Laffer.

Com exceção do estado de São Paulo que apresenta um espaço maior para o ajuste via ICMS, este resultado pode ser justificado pela questão do outlier que esse estado representa em termos de tamanho populacional, renda e arrecadação. Em termos numéricos, a alíquota média atual para os estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo é de 21.70, 21.66, 21.94, 21.34, enquanto os resultados sugerem que a alíquota crítica estimada varia entre 21.88, 22.59, 23 e 29, respectivamente.

2.7 Considerações

Os estados brasileiros são responsáveis por um significativo percentual das despesas públicas, mas estes tem enfrentado nas últimas décadas crises recorrentes de dívida, com alguns estados apresentando níveis de endividamento acima do considerado sustentável, e é nesse contexto que a análise de sustentabilidade fiscal ganha relevância. Dessa forma, o objetivo deste estudo foi avaliar a sustentabilidade das finanças públicas estaduais a partir da hipótese de fadiga fiscal, além de verificar não só a capacidade de ajuste pelo lado das despesas, mas também estimar uma curva de Laffer para identificar a possibilidade do ajuste via aumento de impostos.

De acordo com os resultados obtidos, validou-se empiricamente para os estados brasileiros entre 2000 e 2020 a hipótese de fadiga fiscal, representada por uma função de reação quadrática. Através desta, foram estimados os limites da dívida e espaço fiscal disponível para cada ente subnacional utilizando o custo da dívida ajustado ao crescimento. Os resultados evidenciaram que os quadros fiscais dos estados são heterogêneos e que há casos de trajetórias de endividamento insustentáveis e com espaço fiscal negativo, a exemplo de Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo.

Ademais, os estados que apresentaram maior limite e espaço fiscal possuem relação decrescente da dívida ao longo do tempo e baixos diferenciais de juros ajustado ao crescimento. Cenários alternativos para analisar a sensibilidade das estimativas de limites também foram simulados, indicando que os limites podem ser alterados com mudanças nos parâmetros estruturais,

logo, a sustentabilidade ou não da dívida é muito sensível às condições reais da economia de cada estado.

Para completar a análise foram estimadas curvas de Laffer para os quatro estados em piores condições fiscais, os resultados apontaram que esses entes mais endividados estão também no limite da alíquota ótima, indicando que não há capacidade para que o ajuste seja realizado pelo lado das receitas com aumento de impostos, a única exceção dos casos tratados foi o estado de São Paulo.

Os resultados evidenciados por este estudo têm o potencial de contribuir com a gestão fiscal dos estados, uma vez que apresentam um indicador de referência para a trajetória da dívida a partir dos limites e espaços fiscais estimados, corroborando com o monitoramento da situação atual de endividamento, na identificação da margem de manobra do orçamento, e no gerenciamento de riscos advindos de possíveis choques econômicos. Além disso, possibilitam suporte para a tomada de decisão no âmbito da política fiscal e permitem avaliar a capacidade de ajuste fiscal pela ótica do endividamento e da arrecadação.

Parte III

Índice de Vulnerabilidade Fiscal

3 Índice de vulnerabilidade fiscal e previsão da dívida pública para os estados brasileiros

3.1 Introdução

As crises fiscais provocam perturbações significativas nas economias, afetando a produção, o emprego, as finanças públicas e contaminando as expectativas dos agentes econômicos. Autores como Medas et al. (2018), [Gerling et al. \(2017\)](#), [Hellwig \(2021\)](#) e [Liu et al. \(2022\)](#) ressaltam que elas são caracterizadas por períodos de grandes desequilíbrios orçamentários que impactam gravemente países, estados e até a economia mundial. Esses desequilíbrios podem ser causados por decisões políticas equivocadas, choques econômicos, crises bancárias e pelo acúmulo de problemas fiscais, que podem tornar a trajetória da dívida insustentável, gerando grandes déficits ou inadimplência [Gerling et al. \(2017\)](#), [Matt e Cang \(2019\)](#).

No contexto brasileiro, os estados são responsáveis por uma parcela significativa das despesas públicas, incluindo investimentos. Dificuldades fiscais nesses entes podem refletir negativamente na economia, na prestação de serviços públicos e até nas finanças do governo federal. Embora alguns estados tenham mostrado melhora em sua situação fiscal recentemente, outros ainda enfrentam crises de dívida, problemas de liquidez, atrasos no pagamento de salários e baixa capacidade de pagamento, levando à inadimplência. Esses fatores tornam os entes subnacionais vulneráveis a choques econômicos, o que pode resultar no afrouxamento dos controles administrativos e, conseqüentemente, em um elevado endividamento, conforme já descrito por Medas, Perrelli e González (2020).

[Dawood et al. \(2017\)](#), [Liu et al. \(2022\)](#) destacam que dados os impactos econômicos e sociais dessas crises fiscais, é fundamental desenvolver técnicas de alerta e instrumentos que identifiquem os seus principais determinantes, permitindo que em tempo hábil os formuladores de políticas implementem estratégias de intervenção. Portanto, os estudos têm sido desenvolvidos na direção de construir sistemas de alerta precoce que sejam eficazes em prever crises de dívida, não só visando reduzir os danos associados a crises iminentes, mas também atuando como uma ferramenta crucial na formulação de políticas que busquem reduzir as perdas causadas por essas, conforme descrito por [Gerling et al. \(2017\)](#), [Hellwig \(2021\)](#).

A pesquisa empírica sobre crises fiscais têm aplicado diferentes abordagens para prever a ocorrência dessas crises, através de critérios definidos pela literatura. De acordo com [Gerling et al. \(2017\)](#), define-se como crise fiscal a ocorrência de pelo menos um entre os quatro eventos seguintes: inadimplência ou reestruturação, financiamento especial junto ao Fundo Monetário

Internacional (FMI), inadimplência interna implícita como altas taxas de inflação ou aumento da dívida interna e perda de confiança do mercado.

Badia et al. (2020) destacam que com o aumento da disponibilidade de dados e o avanço das técnicas econométricas no campo da previsão, pesquisadores têm investigado empiricamente a regularidade das crises fiscais. Para isso, foram utilizadas desde abordagens tradicionais como regressão logística Dawood et al. (2017), Liu et al. (2022), Cerovic et al. (2018), a técnicas mais avançadas através do uso de aprendizagem de máquina Matt e Cang (2019), Hellwig (2021), Chen e Guestrin (2016), Marchi e Moro (2024). As abordagens com uso de aprendizado de máquina têm ganhado destaque na econometria, devido a sua capacidade de lidar com a complexidade das relações entre os dados econômicos Mullainathan e Spiess (2017).

Dadas suas formas funcionais não lineares, as técnicas de aprendizagem de máquina são capazes de identificar padrões de dados complexos e lidam com o dilema entre overfitting e underfitting, diferente das técnicas econométricas tradicionais que podem falhar em capturar dinâmicas não lineares ou mais complexas que precedem as crises fiscais. Além disso, esses métodos são capazes de reduzir o risco de overfitting, que pode vir a ser um problema em painéis com pequenas amostras e dados correlacionados. Portanto, os algoritmos de aprendizado de máquina podem oferecer um desempenho preditivo superior ao conseguir identificar relações complexas entre os preditores e prever crises financeiras e fiscais, garantindo otimização e equilíbrio entre a complexidade do modelo e a precisão das previsões, como pode ser visto em Matt e Cang (2019), Liu et al. (2022), Marchi e Moro (2024).

Muitos estados brasileiros têm enfrentado desafios fiscais em relação ao endividamento, e isso pode impactar a capacidade de investimento em serviços públicos e o cumprimento das obrigações financeiras. Recentemente, o Superior Tribunal Federal formalizou um acordo obrigando que o estado de Minas Gerais retome o pagamento de sua dívida com a União¹. Portanto, identificar de forma antecipada a possibilidade de crises fiscais permite aos formuladores de políticas implementar políticas preventivas e estratégias de gestão da dívida.

Nesse sentido, a previsão da dívida pública dos estados brasileiros é fundamental para garantir a sustentabilidade fiscal e o planejamento de políticas públicas. Para isso, empregamos técnicas de machine learning para modelar e prever a evolução da dívida, com base no conceito de fadiga fiscal, que se refere ao esgotamento da capacidade de um estado gerar superávits primários que sejam suficientes para estabilizar ou reduzir a trajetória do seu endividamento. Com a integração desses conceitos, este estudo busca capturar nuances que os métodos tradicionais podem não detectar e fornecer uma visão ampla e dinâmica do comportamento da dívida pública. A dívida consolidada em relação à receita corrente líquida é utilizada para avaliar a capacidade de pagamento dos estados brasileiros, e será nosso indicador de interesse para prever o risco de crises fiscais nos estados.

¹ Disponível em: <https://next.cnnbrasil.com.br/politica/stf-formaliza-acordo-sobre-divida-de-minas-gerais-com-a-uniao>

Dessa forma, essa abordagem não apenas contribui com a literatura empírica sobre previsões fiscais como também apresenta ferramentas práticas e de inovação que melhoram a precisão das previsões. Isso permite que os formuladores de políticas possam detectar sinais precoce de fadiga fiscal e monitorem a capacidade de pagamento dos estados, melhorando a tomada de decisão. Ademais, a identificação dos preditores mais relevantes para a previsibilidade fiscal também contribui para implementação de políticas de gestão da dívida que estejam direcionadas às realidades e desafios fiscais de cada estado. Vale ressaltar que a análise preditiva está associada ao ensaio anterior, fundamentada por uma análise conjuntural, na qual foram apresentados os principais indicadores fiscais dos estados brasileiros.

Desenvolvemos um Índice de Vulnerabilidade Fiscal (IVF) para fornecer uma medida quantitativa robusta do grau de vulnerabilidade das finanças estaduais e seu impacto na trajetória do endividamento. Diferente do índice desenvolvido pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Brasil (2022), o indicador apresentado nesse artigo abrange um conjunto de dados, desde subindicadores fiscais, econômicos, até aqueles relacionados ao endividamento institucional. O IVF não só validou nossos achados sobre a fadiga fiscal, como também se destacou como um dos preditores fundamentais para a modelagem da dívida pública.

Por fim, realizamos a análise preditiva a partir dos métodos de aprendizado de máquina. Os resultados mostram que essas abordagens não apenas superaram as técnicas tradicionais, mas também oferecem insights de preditores importantes para monitorar o endividamento estadual brasileiro. A aplicação de modelos como Lasso e Ridge, combinados com técnicas não lineares como XGBoost e Random Forest, destacou-se como o modelo que maximiza a precisão e fornece melhor generalização para novos dados.

Este estudo é composto por esta Introdução, seguida das seções de estratégias empíricas e dados. Na seção 5, são apresentados os resultados. Por fim, na seção 6, são discutidas as conclusões deste trabalho.

3.2 Estratégia Empírica

3.2.1 Construção do Índice de Vulnerabilidade Fiscal (IVF): Análise dos Componentes Principais

Para a construção do índice, a estratégia empírica baseia-se em técnicas de análise multivariada, com destaque para a Análise de Componentes Principais (PCA), conforme descrita por [Lattin et al. \(2011\)](#). Esse método é utilizado para a extração dos fatores e busca solucionar dois problemas frequentes em trabalhar com um conjunto de variáveis diferentes: a dificuldade de visualizar padrões entre elas e a redundância da dimensionalidade que gera correlação e multicolinearidade. O método dos componentes principais busca reduzir essa dimensionalidade, tornando mais fácil a identificação de padrões de associação nos dados.

A aplicação dos componentes principais tenta encontrar menor número de dimensões que explique as informações nas variáveis originais. Cada componente é uma combinação linear exata das variáveis principais. O primeiro componente principal é a combinação que apresenta variância máxima nos dados, ou seja, que explica a maioria das informações, definindo por Z_1 , é uma combinação linear das variáveis originais, por exemplo:

$$X = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_N\} \quad (3.1)$$

O segundo componente, Z_2 tem o segundo maior poder de explicação da variância restante e ainda não explicada por Z_1 , mas menor que ele. Z_2 é escolhido por não estar correlacionado com Z_1 , e assim por diante. Todos os componentes principais em sequência serão escolhidos para não ser correlacionado com os anteriores. Visto que o método tem o intuito de maximizar a variância, esta pode ser muito sensível a diferentes escalas nos dados. Portanto, uma indicação é padronizá-los, e isso pode ser realizado através da rotação ortogonal e seu método mais utilizado, o varimax, aproximando os coeficientes de correlação das variáveis e fatores em valores próximos a 0 e 1.

No uso dos componentes principais assume-se que os dados são altamente correlacionados, caso fossem independentes o uso do método não é apropriado. Para testar se a matriz de correlação será decomposta em fatores, é utilizado o teste de esfericidade proposto por Bartlett (1950). Segundo este teste, se as variáveis forem independentes espera-se que a matriz de correlação se aproxime da matriz identidade, esta é a hipótese nula. Caso seja possível rejeitá-la, conclui-se que é possível reduzir a dimensionalidade dos dados. Dessa forma, se pudermos rejeitar a hipótese nula, outro teste de robustez refere-se a quantos componentes principais devem ser retidos. Para isso utiliza-se a regra de Kaiser (1959), que recomenda a retenção dos componentes com autovalores que excedam a unidade.

Para construção do Índice de Vulnerabilidade Fiscal, serão utilizados os escores fatoriais. A especificação pode ser descrita como:

$$IVF_i = \sum_{j=1}^z \left(\frac{\sigma_j^2}{\sum_{j=1}^z \sigma_j^2} F_{j,i} \right) \quad (3.2)$$

IVF_i é o índice de vulnerabilidade fiscal para o i -ésimo estado, o fator j e z o número de fatores selecionados, σ_j^2 variância explicada pelo fator j , $\sum_{j=1}^z \sigma_j^2$ é a soma das variâncias dos z fatores, e $F_{j,i}$ o escore do estado i em relação ao fator j .

Em seguida, os índices serão padronizados para um intervalo entre 0 e 100, onde valores mais próximos de 100 indicam maior vulnerabilidade fiscal e valores mais próximos de 0, menor vulnerabilidade fiscal. A fórmula para essa padronização é:

$$IVF_i = \frac{IVF_i - IVF_{\text{minimo}}}{IVF_{\text{maximo}} - IVF_{\text{minimo}}} \quad (3.3)$$

3.3 Modelos preditivos

Foram aplicados métodos de aprendizado de máquina para modelar a previsão do endividamento, utilizando modelos lineares e não lineares e um conjunto de preditores, em um contexto supervisionado no qual a variável alvo é conhecida.

3.3.1 Previsão: O problema de previsão e a amostra

O objetivo a seguir é prever o nível de endividamento dos estados. Nossa análise considera 26 estados, exceto o Distrito Federal, por suas características específicas em relação ao orçamento. A amostra abrange os anos de 2000 a 2020. A maior parte da literatura concentra-se em prever a probabilidade de uma crise fiscal, e os formuladores de políticas utilizam um indicador de capacidade de pagamento para essa análise. Este estudo aplica métodos de previsão que sejam robustos em prever o nível de dívida consolidada líquida em relação à receita corrente líquida com o intuito de previsibilidade fiscal.

3.3.2 Avaliação do modelo

3.3.2.1 Divisão da Amostra

Divide-se a amostra em duas subamostras: 80% para o conjunto de treino, onde o modelo será treinado e utilizado para estimação dos parâmetros, e 20% para o conjunto teste. As variáveis que entram para treinar o modelo e gerar as previsões para os dados de teste foram avaliadas por algumas técnicas de seleção, mas as técnicas escolhidas para garantir melhor desempenho aos modelos foram a Recursive Feature Elimination (RFE) e o método Lasso. Os dados também foram padronizados a partir do RobustScaler, que é útil para lidar com dados que não seguem uma distribuição normal e por ser menos sensível a outliers, garantindo uma padronização mais robusta. As duas transformações foram aplicadas após a divisão da amostra para evitar vazamento de dados para amostra de teste.

3.3.2.2 Métricas de Desempenho

Para a avaliação de modelos preditivos é importante avaliar diversas métricas de desempenho com o intuito de ter uma visão mais geral da performance do modelo, visto que diferentes medidas capturam diferentes aspectos do desempenho preditivo [Hellwig \(2021\)](#). As medidas de desempenho utilizadas são:

MAE (Mean Absolute Error) - Erro Absoluto Médio:

É a média dos erros absolutos entre os valores previstos e os valores reais. Essa métrica está expressa na mesma unidade dos dados, o que a torna mais interpretável. Por não ser tão sensível aos outliers, também tem boa capacidade de avaliar a precisão do modelo. Pode ser expressa como:

$$MAE = \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (3.4)$$

Onde: y_i é o valor real, \hat{y}_i é o valor previsto, n é o número de observações.

RMSE (Root Mean Squared Error) - Raiz do erro quadrático médio:

Mede a magnitude dos erros entre os valores da previsão e os valores reais, e assim como o MAE, fornece uma medida na mesma escala dos valores reais, o que facilita a interpretação. Essa métrica penaliza erros maiores, ou seja, previsões muito distantes das reais. O RMSE é calculado a partir da raiz quadrada do Erro Quadrático Médio (MSE), justamente trazendo o erro de volta à escala original do problema e portanto, o tornando mais compreensível e comparável com o MAE. Pode ser expresso como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (3.5)$$

3.3.3 Métodos de estimação

Nesta seção serão apresentados os algoritmos de previsão utilizados e sua implementação. A escolha dos modelos testados tem base nos comumente aplicados na literatura atual de previsão de riscos fiscais [Antulov-Fantulin et al. \(2021\)](#), [Badia et al. \(2020\)](#), [Liu et al. \(2022\)](#), [Marchi e Moro \(2024\)](#), [Hellwig \(2021\)](#), [Santos e Nollau \(2022\)](#), [Medeiros et al. \(2021\)](#).

3.3.4 Benchmark

Os modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) é uma abordagem de técnicas gerais para a previsão de séries temporais, podendo transformá-las em séries estacionárias através de diferenciação. O modelo ARIMA é representado por uma equação linear que combina elementos autorregressivos (AR), média móvel (MA) e uma ordem de diferenciação (I), utilizando tanto os atrasos da variável de interesse quanto o termo de erro como preditores [Chou e Tran \(2018\)](#), [Hyndman \(2018\)](#).

O modelo pode ser representado como:

$$y'_t = c + \Phi_1 y'_{t-1} + \dots + \Phi_p y'_{t-p} + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_p \epsilon_{t-p} + \epsilon_t \quad (3.6)$$

em que: c é a constante; Φ_1, \dots, Φ_p são coeficientes da parte autorregressiva (AR), $\theta_1, \dots, \theta_p$ são coeficientes da parte Médias Móveis (MA), e ϵ_t é o erro independente e identicamente distribuído (i.i.d).

3.3.5 Ridge

O shrinkage é usado para ajustar o modelo com todos os preditores, mas em relação às estimativas de mínimos quadrados, esses coeficientes tendem a zero em um processo de encolhimento ou regularização, reduzindo a variância. A ideia é zerar os parâmetros das variáveis irrelevantes. Dessa forma, no processo de minimização dos erros quadráticos utiliza-se um termo adicional que é responsável por equilibrar variância e viés. Esse termo inclui um parâmetro de penalização, e sua escolha é feita por estimativa de diferentes valores por algum critério, a exemplo do cross-validation.

Nesse sentido, a regressão Ridge é uma técnica de regularização que adiciona um termo de penalização, tentando punir aquelas variáveis de menor influência para a predição e reduzindo coeficientes, proposta por [Hoerl et al. \(1975\)](#), minimiza a seguinte função:

$$\sum_{i=1}^T (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \beta_j^2 \quad (3.7)$$

em que λ é o parâmetro de regularização e p o número de variáveis.

3.3.6 Lasso

No Ridge, os coeficientes podem tender a zero, mas não o são exatamente. Portanto, o método não elimina as irrelevantes, minimiza o impacto dessas no modelo. Por outro lado, o Lasso, proposto por [Tibshirani \(1996\)](#), implementa uma penalização não linear nos coeficientes e além de encolher, consegue selecionar as variáveis ao eliminar as que são irrelevantes [Santos e Nollau \(2022\)](#).

$$\sum_{i=1}^T (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \quad (3.8)$$

3.3.6.1 Random Forest

Proposto por [Breiman \(2001\)](#), o modelo Random Forest (RF) foi criado para reduzir a variância associada às árvores de regressão. Com base na técnica bagging agrega diferentes árvores geradas de forma aleatória por bootstrap dos dados originais. Para séries temporais, considerando que existem X amostras bootstraps e para cada amostra x com $(x=1, \dots, X)$, uma árvore com k_x regiões é estimada de um subconjunto de regressores originais selecionados aleatoriamente. Esse número de regiões é determinado para garantir o mínimo de observações em cada árvore, sendo a previsão final a média das previsões geradas por cada uma delas e aplicadas aos dados originais [Medeiros et al. \(2021\)](#).

3.3.6.2 Extreme Gradient Boosting (XGBoost)

Outro método que também combina diversas árvores para gerar uma previsão única é o Gradient Boosting. A diferença para o RF é que ao invés de construir árvores em paralelo, e portanto, independentes, o Boosting constrói de forma sequencial, treinando cada árvore para corrigir erros de árvores anteriores. Para otimizar e aprimorar esse algoritmo foi proposta uma implementação avançada, o Extreme Gradient Boosting (XGBoost), projetado para obter maior precisão, rapidez e eficiência.

O XGBoost adiciona técnicas avançadas de regularização para evitar o overfitting, tanto em termos de penalização nas funções, como técnicas de podas de árvores, melhorando a generalização para novos dados e permitindo que o modelo seja mais robusto, principalmente para grandes conjuntos e complexidade de dados [Chen e Guestrin \(2016\)](#). O objetivo do XGBoost é minimizar a função de perda regularizada, combinando perda de erro e regularização. Essa função é dada por:

$$L(\Phi) = \sum_i (\hat{y}_i - y_i) + \sum_k \Omega(f_k) \quad (3.9)$$

onde $\Omega(f_k) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda ||w||^2$

l é uma função de perda e mede a diferença entre a previsão e o valor real. O segundo termo $\omega(f_k)$, é a regularização da função f_k , que penaliza a complexidade do modelo.

É ainda um algoritmo menos sensível a outliers e com capacidade de paralelização em várias etapas de treinamento, o que acelera o processo de ajuste do modelo. Esse ajuste é feito através dos hiperparâmetros, que incluem taxa de aprendizagem, força de regularização, número de árvores e profundidade máxima, etc.

3.3.6.3 Modelos Híbridos

Os modelos Lasso/ Random Forest e Lasso/XGBoost são adaptações para identificar a importância da seleção de variáveis e da captura da não linearidade no desempenho dos modelos. Se os resultados observados melhoram em relação aos modelos estimados de forma isolada, temos evidências de que a não linearidade e a seleção de variáveis desempenham papéis importantes, sugerindo que a combinação da capacidade de modelagem não linear com a regularização do Lasso resultou em uma melhoria significativa na precisão do modelo.

3.4 Dados

As previsões implementadas neste estudo se baseiam em um conjunto de variáveis que são potenciais preditores das condições fiscais e econômicas dos estados brasileiros, tanto com

base na literatura econômica como na avaliação técnica elaborada pelos formuladores de política fiscal².

A Tabela com a descrição dessas variáveis segue no Anexo A, e foram coletadas no banco de dados do Programa de Reestruturação e Ajuste Fiscal (PAF), Relatório de Gestão Fiscal (RGF), Relatório Resumido da Execução Orçamentária (RREO), Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Banco Central do Brasil, Secretaria do Tesouro Nacional e Instituto de Pesquisa Aplicada (IPEADATA), para o período de 2000-2020.

Muitos desses preditores têm forte correlação entre si e podem ser redundantes, mas uma característica importante dos modelos de aprendizado de máquina é a capacidade de lidar com esse tipo de variável. Dessa forma, podemos identificar quais variáveis tem maior importância para os modelos. No entanto, alguns preditores podem não ser só redundantes como irrelevantes para prever o endividamento, e por isso foram utilizadas técnicas como a RFE para eliminá-los e permitir o modelo focar apenas nos relevantes.

3.5 Resultados

3.5.1 Índice de Vulnerabilidade Fiscal

Os resultados do teste indicaram que a hipótese nula foi rejeitada, indicando correlações significativas entre as variáveis e confirmando adequação da PCA aos dados. Assim, conclui-se que a PCA é adequada para os dados analisados. Com a adequação confirmada, através de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), procedeu-se à definição do número de componentes principais a serem retidos, utilizando critérios de robustez, como o critério de Kaiser e a análise do scree plot.

As variáveis foram padronizadas com média zero e desvio padrão unitário para assegurar que todas contribuam igualmente para a análise. Para a construção do índice foram selecionados os cinco primeiros componentes principais (PC1 a PC5), que acumulam aproximadamente 74% da variância explicada. O índice foi calculado como uma soma ponderada das variáveis originais, utilizando as cargas fatoriais associadas aos cinco componentes principais selecionados como pesos. Por fim, o índice foi normalizado em uma escala de 0 a 100 por meio da fórmula Min-Max, garantindo a comparabilidade entre as observações.

3.5.1.1 Índice sem pesos

Inicialmente, o índice foi calculado atribuindo pesos iguais para os componentes principais. Isso significa que cada componente contribui de forma equivalente para a construção do índice, sem ponderar aqueles que explicam maior variabilidade dos dados. Os gráficos podem ser vistos no Apêndice.

² Por exemplo, os Boletins de Finanças dos Entes Subnacionais. Disponível em: <https://www.tesourotransparente.gov.br>

Ao comparar, a utilização de pesos iguais gerou índices um pouco mais dispersos entre os estados, enquanto a utilização dos pesos com ponderação da variância resultou em uma distribuição mais concentrada. Essa diferença pode ser justificada pelo fato de que nessa última, os componentes que explicam menor variabilidade dos dados, e que podem estar representando características menos relevantes para a vulnerabilidade fiscal, possuem menor influência sobre o Índice.

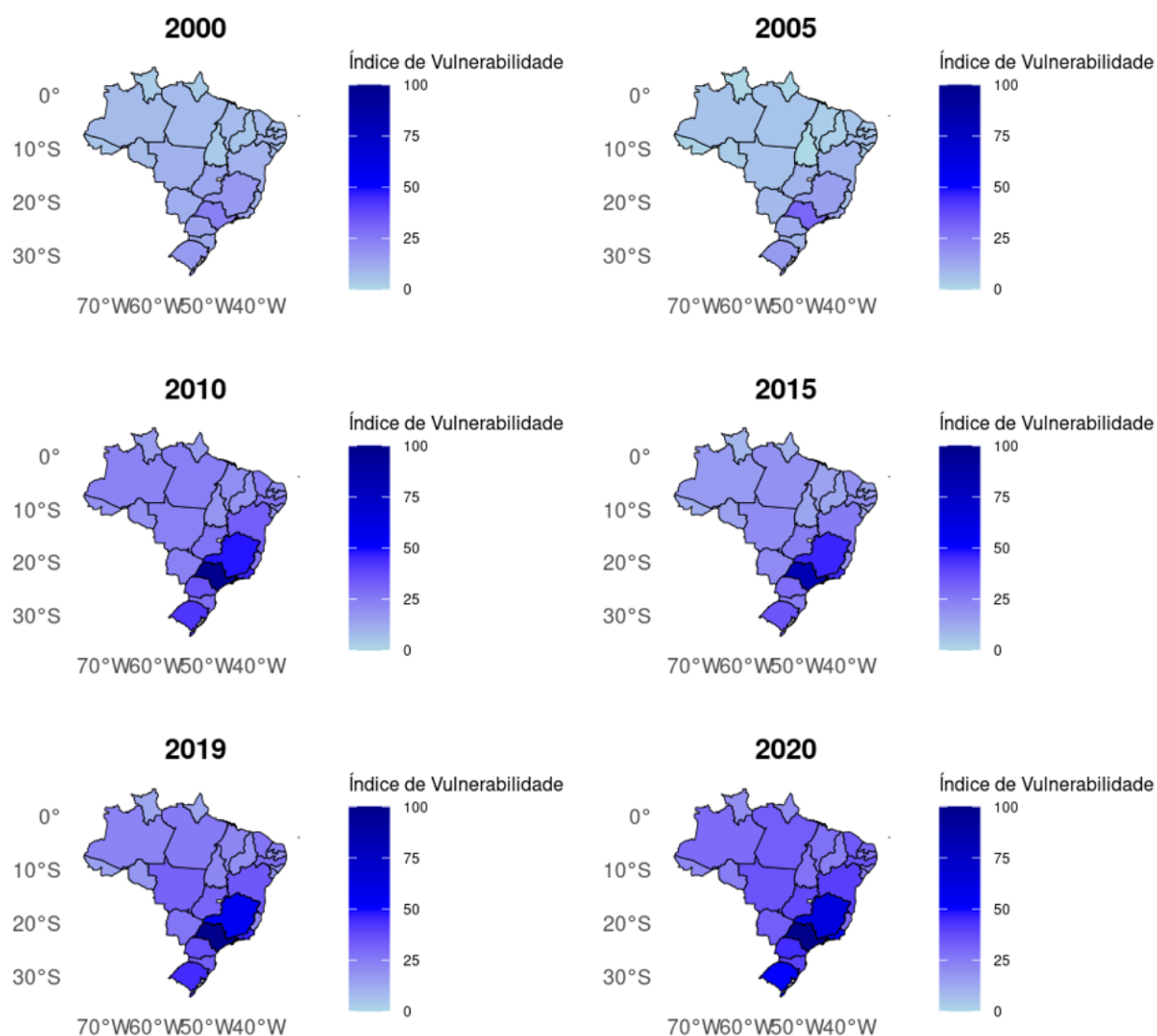
Por exemplo, estados que possuem valores maiores nas variáveis com maior peso, terão índice ponderados maiores. São Paulo, no índice com peso atinge o valor máximo, sugerindo que as variáveis de maior peso para o índice final tem valores altos. No índice sem peso, também é alto, mas não tão desproporcional, pois temos todas as variáveis contribuindo igualmente. Por outro lado, Roraima apresenta uma redução no seu índice ponderado (19.85) em relação ao não ponderado (33.05), indicando que as variáveis mais relevantes para o índice final possuem valores relativamente baixos para este estado.

O índice construído com os pesos permite capturar as características relevantes ao contexto fiscal dos estados, priorizando variáveis com maior impacto. Dessa forma, a seguir, a abordagem escolhida para a análise será realizada para os resultados do Índice com os pesos ponderados por componentes.

3.5.1.2 Índice com pesos

De acordo com os resultados do capítulo anterior, os quadros fiscais dos estados são heterogêneos e apontaram para casos de trajetórias de endividamento insustentáveis, evidenciadas pelo espaço fiscal negativo, a exemplo de Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul e São Paulo. A validação empírica desse resultado foi corroborada pelo IVF. A [Figura 20](#) apresenta esse índice por estados.

Figura 20 – Mapas de Calor - Índice de Vulnerabilidade Fiscal, estados brasileiros, 2000-2020.



Fonte: Elaboração própria.

Os mapas de calor mostram a evolução do Índice de Vulnerabilidade Fiscal dos estados brasileiros de 2000 a 2020, com destaque a cada cinco anos. As cores refletem os níveis de vulnerabilidade fiscal, onde os tons mais escuros indicam maior vulnerabilidade e os tons mais claros representam menor vulnerabilidade nas condições fiscais. Entre 2000-2005, a maior parte dos estados era caracterizada por boas condições fiscais, evidenciadas pelos tons claros do mapa. Essa melhoria pode ser justificada pelas reformas implementadas nesse período, conforme discutido por [Mora e Giambiagi \(2007\)](#), a reestruturação da dívida dos estados com o Programa de Reestruturação Fiscal e Financeira e a introdução da Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF) em 2000, que impôs limites ao endividamento e à despesa pública.

A partir de 2010 observa-se uma inversão da trajetória fiscal dos estados, com crescimento de suas dívidas e deterioração de condições fiscais, resultando no aumento dos índices de

vulnerabilidade. Esse processo foi influenciado pela crise econômica mundial de 2008 que teve forte efeito recessivo sobre a atividade econômica e, conseqüentemente, negativo sobre a arrecadação fiscal. Ainda nesse período houve uma expansão descontrolada das operações de crédito e desonerações fiscais, prejudicando ainda mais as finanças estaduais [Filho \(2018\)](#). Entre 2009 e 2014, os estados enfrentaram uma queda nas receitas impulsionada pela redução nas transferências federais, enquanto as despesas continuaram a crescer, principalmente com pessoal e investimentos. Esse desequilíbrio foi sustentado por um aumento expressivo nas operações de crédito, muitas vezes garantidas pela União, para estados sem boas condições fiscais, o que elevou o endividamento [Pellegrini \(2020\)](#).

No entanto, esse período coincidiu com a crise econômica brasileira, marcada pelo desaquecimento da economia e pela redução do espaço fiscal disponível, o que acabou agravando o endividamento dos estados. Esse cenário culminou na crise fiscal enfrentada por diversos estados entre 2015 e 2016, resultando na necessidade de renegociação das dívidas, e adesão ao Programa de Reestruturação Fiscal (PRF) por alguns estados. Isso se estendeu aos anos seguintes, a piora fiscal observada no mapa de calor dos estados em 2019 pode ser justificada pelos dados conjunturais, que apontam um quadro preocupante com as despesas com pessoal. Conforme apontou [Pellegrini \(2020\)](#), em 2019, quinze estados ultrapassaram o limite prudencial de 57% da Receita Corrente Líquida (RCL), com nove deles superando 60%, e cinco registrando percentuais iguais ou superiores a 65%, como Rio de Janeiro, Minas Gerais e Rio Grande do Sul. Esses estados evidenciam como os altos gastos com pessoal foram relevantes para o agravamento da vulnerabilidade fiscal.

É importante destacar que uma das variáveis de maior peso nos componentes principais foi o gasto com pessoal, compondo peso relevante para a construção do Índice de Vulnerabilidade Fiscal, corroborando com o discutido pela literatura recorrente ao tema. E, por isso, mesmo que alguns estados tenham conseguido controlar seus níveis de endividamento ao longo dos anos, ilustrado pelo indicador de dívida consolidada em relação à receita corrente líquida, esse resultado enfatiza que outras variáveis são chaves para analisar a situação fiscal dos entes.

Apesar do ano de 2020 ser caracterizado por uma quebra estrutural, considera-se discutí-lo por este refletir o futuro da sustentabilidade fiscal dos estados e seus desafios. A crise do coronavírus teve impacto significativo nas finanças públicas, que poder ser visto pela piora no mapa de calor neste ano. A queda nas receitas pela desaceleração econômica e o aumento das despesas dado pelo caráter emergencial, pressionou os resultados fiscais dos estados, aumentando sua vulnerabilidade fiscal [Pellegrini \(2020\)](#).

Em geral, no mapa de calor, os estados com os maiores índices, ou seja, aqueles que apresentam o maior grau de vulnerabilidade fiscal, representados por cores mais fortes, incluem, principalmente: São Paulo, seguida por Minas Gerais, Rio Grande do Sul e Rio de Janeiro. Portanto, constatamos os resultados observados pelo modelo de Fadiga Fiscal e avaliamos o desempenho do nosso índice.

3.5.2 Previsão

Com o objetivo de reduzir os erros de previsão e melhorar o desempenho dos modelos, a otimização de parâmetros foi realizada em um conjunto de validação antes de ser ajustado no modelo para a base de teste. Para garantir a natureza temporal dos dados e autocorrelação presentes, diferente dos métodos tradicionais de validação cruzada como K-Fold, que assume erros independentes, foi utilizado o TimeSeriesSplit, uma técnica de validação cruzada específica para séries temporais onde a ordem dos dados importa. A Tabela abaixo reporta o desempenho dos modelos estimados para previsão do endividamento dos estados através das métricas: Erro absoluto Médio (MAE) e Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE).

O MAE e o RMSE são expressos na mesma unidade da variável prevista, no entanto, por ser uma média direta de erros absolutos, o MAE não é tão sensível a grandes erros individuais, o tornando útil para avaliar a precisão das previsões sem ser influenciadas por outliers. Por outro lado, o RMSE penaliza de forma mais severa os erros maiores por se tratar de uma raiz quadrada da média dos erros quadrados, o que pode levá-lo a ser afetado por outliers.

Tabela 10 – Desempenho dos modelos preditivos.

Modelos	MAE	RMSE
ARIMA		
ARIMA	46.48	66.04
Lineares		
Ridge	12.18	19.03
Lasso	11.54	18.99
Não Lineares		
XGBoost	28.91	44.77
Random Forest	26.59	47.21
Stacking		
Lasso + XGBoost	11.84	18.71
Lasso + Random Forest	11.75	19.20
Lasso + Ridge + RF + XGBoost	11.10	16.70

Fonte: Elaboração Própria.

Os resultados indicam a superioridade dos modelos de aprendizagem de máquina em relação ao modelo tradicional Arima. No entanto, é importante destacar que tratam-se de metodologias diferentes, o Arima é um modelo univariado que tem suas previsões baseadas nas informações passadas da própria variável a ser prevista, enquanto os demais modelos aqui apresentados utilizam de múltiplos preditores para capturar as relações entre eles, e isso pode refletir em melhor performance das previsões em comparação com modelos que não utilizam informações adicionais.

Os modelos Lasso e Ridge apresentaram um desempenho superior em comparação aos modelos não lineares, como XGBoost e Random Forest. Especificamente, os modelos lineares

demonstraram menor erro médio absoluto (MAE) e menor raiz do erro quadrático médio (RMSE), de 12.18 e 19.03 para Ridge e 11.54 e 18.99 para Lasso, respectivamente. Em contraste, os modelos não lineares mostraram um desempenho inferior, sugerindo que, para o problema em questão, os métodos lineares oferecem previsões mais precisas do que os métodos não lineares.

Os modelos que apresentaram o melhor desempenho em termos de MAE e RMSE tanto nos dados de teste como na análise de validação cruzada foram os modelos combinados. Como o Lasso foi o modelo que apresentou melhor performance na primeira etapa, ele foi escolhido para as combinações com os demais modelos.

Os dois modelos combinados com destaque em desempenho, evidenciado pelos erros relativamente baixos, são: Lasso + XGBoost, seguido do Lasso + Random Forest. Além disso, a combinação Lasso – Ridge – Random Forest – XGBoost teve um desempenho de MAE de 11.10 e RMSE de 16.70, destacando-se como a mais eficiente em termos de ajuste e previsão, a técnica foi otimizada por meio do GridSearch, permitindo encontrar a melhor combinação de parâmetros que maximiza o desempenho do modelo na previsão e no ajuste do problema de endividamento dos estados, considerando as features selecionadas.

O Lasso, com sua eficiência em regularizar a complexidade do modelo, penaliza as variáveis menos significativas e foca naquelas que têm maior relevância para a previsão, contribuindo para reduzir o risco de overfitting. O XGBoost e Random Forest complementam essa abordagem pela capacidade em modelar relações mais complexas e não lineares entre as variáveis que podem não ter sido capturadas pelos modelos lineares.

Os modelos lineares parecem captar melhor os padrões de endividamento estadual quando avaliados de forma isolada em relação aos não lineares, mas a complementaridade utilizando o melhor das duas abordagens junto a otimização de parâmetros, resultaram no melhor desempenho geral que é refletido nas métricas de erro (MAE e RMSE), maximizando a precisão e fornecendo melhor generalização para novos dados. Portanto, a escolha pode ser influenciada por dois fatores. O Lasso, por exemplo, demonstrou um desempenho excelente e forneceu uma solução simples e interpretável, com foco na relevância das variáveis mais relevantes para a previsão da dívida pública, enquanto a combinação realizada pelo Stacking, apesar de apresentar um desempenho superior, é mais complexo e menos interpretável. Essas duas questões são importantes porque ambos os modelos direcionam para resultados precisos, mas depende do objetivo da previsão, em termos de equilibrar interpretação versus complexidade.

3.5.3 Importância dos preditores

Um exercício empírico após a implementação dos algoritmos é identificar quais variáveis são preditores importantes para a modelagem de previsão da dívida. O objetivo não é investigar as causas das crises fiscais dos estados, mas os potenciais indicadores de alerta.

Com foco no modelo escolhido, discutiremos a importância das características mais

relevantes para os algoritmos Lasso, Random Forest e XGBoost. Entre esses algoritmos, as variáveis Índice de Vulnerabilidade Fiscal e Arrecadação Própria se destacam. Para o Lasso, o Índice de Vulnerabilidade Fiscal é o preditor mais importante, indicando a consistência dessa variável como um alerta de risco em relação à capacidade de pagamento, já que ela é construída a partir de um conjunto de fatores econômicos e fiscais. A Arrecadação Própria também é significativa, demonstrando a relevância da capacidade de gerar receita para a saúde fiscal e para manter níveis de dívida sob controle. Além disso, o IGP-DI, Pessoal RCL, Investimentos, Selic e Esforço Fiscal também têm pesos relevantes.

No Random Forest, o Serviço da Dívida em relação à Receita Corrente Líquida é o preditor mais relevante, seguido por Gasto com Pessoal, Arrecadação Própria e Índice de Vulnerabilidade Fiscal. Esses resultados indicam que a estrutura da dívida, a capacidade de gerar receita e a gestão fiscal são aspectos importantes para a previsão de endividamento. Para o XGBoost, o Serviço da Dívida também é o preditor mais relevante, seguido da Arrecadação Própria, Selic e do Índice de Vulnerabilidade Fiscal.

Apesar das diferenças entre os modelos, a estrutura da dívida e a capacidade de arrecadação permanecem centrais para a previsão. Essas diferenças nas importâncias das variáveis entre os modelos são esperadas, podendo variar dependendo do modelo, devido às diferenças na parametrização e pelo peso que cada algoritmo vai estabelecer para aquela variável dentro de medidas específicas de cada modelo.

Ademais, a importância atribuída ao índice de inflação (IGP-DI) e o gasto com pessoal em relação a receita líquida, ambos indicadores econômico e fiscal, sugerem a capacidade de esses afetar a dinâmica de endividamento. A pressão inflacionária afeta os custos do serviço da dívida, enquanto o gasto da receita com pessoal é um indicador de sustentabilidade, a proporção de receita comprometida com despesas fixas, se em alto nível, pode limitar a capacidade de investir em outras áreas sem pressionar as finanças públicas estaduais levando a um aumento do endividamento.

De um modo geral, esses resultados sugerem que para capturar a dinâmica da dívida dos estados brasileiros, é importante entender as interações complexas entre fatores fiscais, indicadores econômicos e estrutura do orçamento. Esses aspectos discutidos influenciam desde questões estruturais, econômicas e de gestão das finanças públicas estaduais e, portanto, precisam estar em qualquer análise ou previsão de endividamento.

3.5.4 Nota metodológica: limitações e estratégias

Uma das limitações deste estudo refere-se ao tamanho da amostra disponível, composta por dados anuais de 26 estados brasileiros no período de 2000 a 2020. Esse tipo de restrição é uma característica comum em estudos subnacionais com dados fiscais, cuja frequência de observação é, em geral, anual.

Para mitigar o risco de overfitting, foram adotadas diversas estratégias metodológicas ao longo do processo de modelagem. Inicialmente, foi realizada a separação entre treino e teste respeitando a estrutura temporal da base de dados, por meio da aplicação do método de validação cruzada específica para séries temporais (TimeSeriesSplit), o que impede que informações futuras contaminem o treinamento de períodos anteriores.

Adicionalmente, foram utilizados algoritmos com penalização e controle de complexidade, como Lasso, Ridge e Elastic Net, que atuam na redução do risco de sobreajuste ao restringirem os coeficientes dos modelos. Técnicas de seleção de variáveis, como o Recursive Feature Elimination (RFE) foi empregada para reduzir a dimensionalidade e manter apenas os preditores relevantes.

Além disso, modelos com maior capacidade preditiva como Random Forest e XGBoost foram comparados com modelos lineares penalizados, de menor complexidade, buscando identificar sinais de sobreajuste. Por fim, foi implementada uma estratégia de ensemble (Stacking Regressor), combinando diferentes algoritmos base, com o objetivo de reduzir tanto o viés quanto a variância do modelo final.

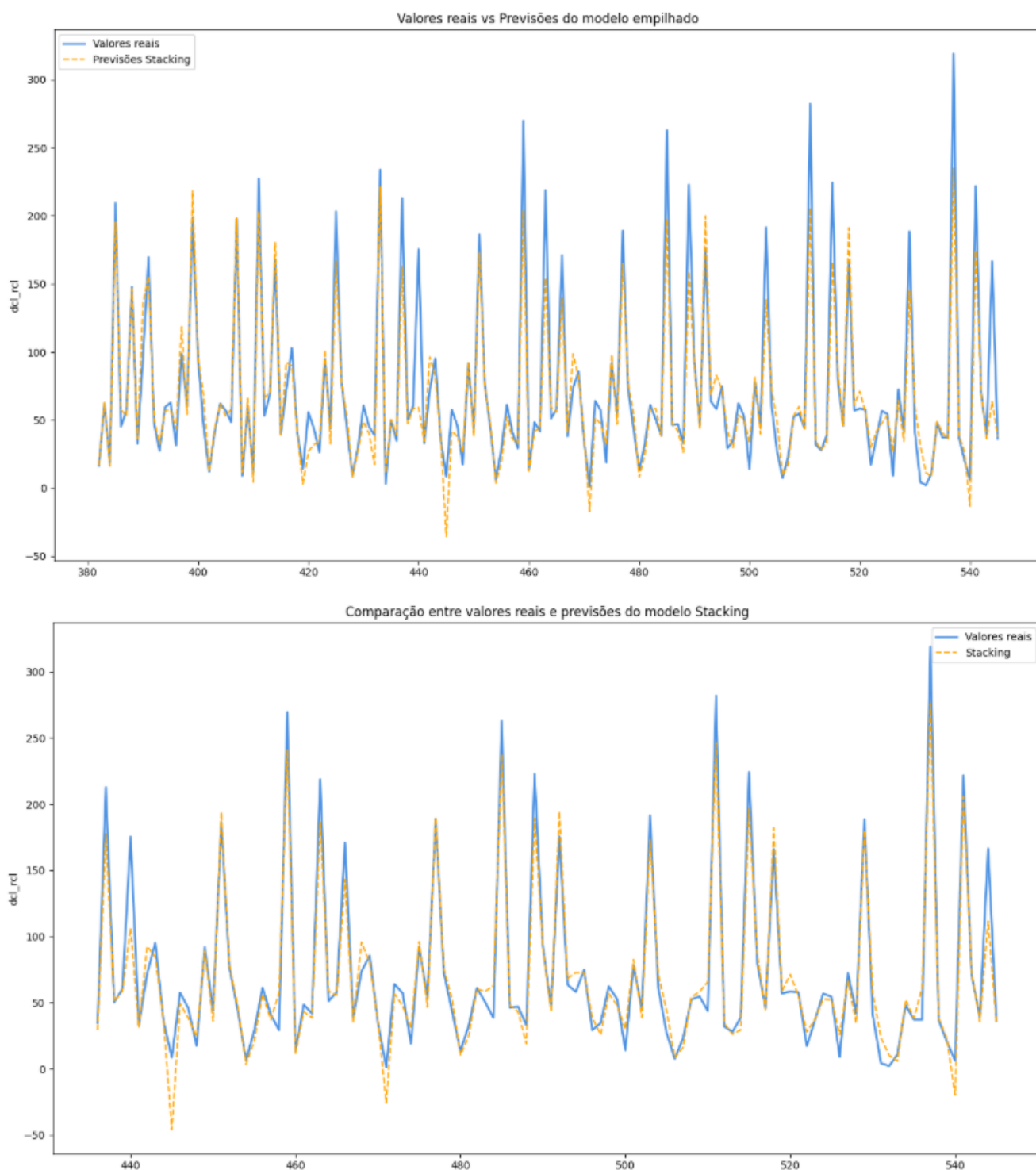
Como análise de robustez, foi testada uma divisão alternativa da amostra (70/30), que apresentou resultados semelhantes à divisão original (80/20), reforçando a estabilidade dos modelos. Por exemplo, no modelo empilhado, o MAE variou de 11,10 (80/20) para 13,00 (70/30), o que indica que a capacidade preditiva dos modelos permaneceu consistente. Em que pese a limitação do tamanho amostral, as técnicas adotadas ao longo do processo buscaram garantir maior robustez e capacidade de generalização dos resultados.

Além da avaliação da estabilidade frente a diferentes divisões da amostra, foi realizada uma análise de sensibilidade quanto à composição das variáveis explicativas, especialmente aquelas diretamente relacionadas à variável-alvo, como juros da dívida, amortização da dívida e serviço da dívida. O objetivo foi verificar se os modelos estavam excessivamente dependentes dessas variáveis. Para isso, estimaram-se versões alternativas dos modelos sem a inclusão desses preditores.

Os resultados indicaram uma queda no desempenho preditivo, principalmente nos modelos lineares. Ainda assim, os modelos não lineares, em especial a abordagem de empilhamento (stacking), selecionada como principal método preditivo, mantiveram desempenho satisfatório, indicando que a dinâmica da dívida pode ser capturada mesmo na ausência dessas variáveis. Optou-se, portanto, por mantê-las no conjunto final de preditores, dado seu impacto positivo na acurácia dos modelos e sem prejuízo à robustez da modelagem. Os resultados complementares encontram-se nos anexos, como forma de reforçar a transparência metodológica adotada.

Por fim, a análise visual das previsões, ilustrada na [Figura 21](#), permite verificar de forma mais intuitiva a consistência no desempenho dos modelos. Considerando o modelo com melhor performance, a figura apresenta o desempenho preditivo em diferentes divisões da amostra, reforçando a robustez da abordagem adotada.

Figura 21 – Comparação das previsões do modelo Stacking com divisões de treino e teste 70/30 e 80/20



Fonte:Elaboração própria. Nota: Gráfico superior: Previsões do modelo Stacking com divisão 70% treino / 30% teste. Gráfico inferior: Previsões do modelo Stacking com divisão 80% treino / 20% teste.

3.6 Considerações Finais

A previsão da dívida pública é fundamental para garantir a sustentabilidade fiscal e o planejamento das políticas públicas. Evitar a ocorrência de crises fiscais ou reduzir seus danos são importantes pelas consequências negativas que essas têm sobre o crescimento econômico e sua agenda de desenvolvimento. Através da aplicação de métodos de machine learning para fins preditivos, da investigação da hipótese de fadiga fiscal, e integração desses conceitos, o objetivo deste estudo é capturar padrões que os métodos tradicionais não conseguem captar e fornecer uma visão mais abrangente que auxilie em monitorar a evolução da dívida, e permita antecipar seu comportamento, especialmente em momentos de alerta fiscal.

De acordo com os resultados obtidos, validou-se empiricamente para os estados brasileiros entre 2000 e 2020 a hipótese de fadiga fiscal, modelada por uma função de reação quadrática. Em seguida, por capturar diferentes interações entre um conjunto de variáveis preditoras e relações mais complexas, observa-se que os métodos de aprendizado de máquina podem fornecer melhorias na previsão do endividamento em relação às abordagens econométricas comumente utilizadas, e superam técnicas tradicionais como o Arima.

Os métodos Lasso e Ridge apresentaram um desempenho superior em comparação aos modelos não lineares, como o XGBoost e Random Forest, quando analisados isoladamente. Por outro lado, a combinação dessas técnicas lineares com abordagens não lineares, maximizou a precisão e forneceu melhor desempenho e generalização para novos dados, refletidos pelas métricas MAE e RMSE.

Além disso, apesar de fugir ao objetivo deste trabalho definir as causas de crises de dívida, a análise de importâncias das variáveis revelou a relevância de variáveis como o Índice de Vulnerabilidade Fiscal e a Arrecadação Própria para a previsão da dívida dos estados brasileiros, validando o Índice como consistente para um preditor de alerta de risco em relação ao endividamento e da importância da capacidade de gerar receita para a saúde fiscal dos estados e o controle de suas dívidas.

Este trabalho não apenas contribuiu para a literatura empírica sobre previsões fiscais, mas em oferecer ferramentas práticas e de inovação que podem ser utilizadas para fortalecer a governança fiscal dos estados brasileiros. A identificação dos preditores mais relevantes e a aplicação de métodos de aprendizado de máquina são abordagens importantes para melhorar a capacidade de previsão e gestão da dívida pública, garantindo maior previsibilidade fiscal e corroborando com o monitoramento da situação atual de endividamento, na identificação da margem de manobra do orçamento, e no gerenciamento de riscos advindos de possíveis choques econômicos. Além disso, possibilitam suporte para a tomada de decisão no âmbito da política fiscal.

Referências

- ANTULOV-FANTULIN, N.; LAGRAVINESE, R.; RESCE, G. Predicting bankruptcy of local government: A machine learning approach. *Journal of Economic Behavior & Organization*, Elsevier, v. 183, p. 681–699, 2021.
- AZEVEDO, C. F.; FASOLO, A. M. Effective tax rates on consumption and factor incomes: a quarterly frequency estimation for brazil. *Brasília: BCB, 2015a.(Working Paper 398)*, 2015.
- BADIA, M. M. M. et al. *Debt is not free*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2020.
- BAI, J.; CHOI, S. H.; LIAO, Y. Feasible generalized least squares for panel data with cross-sectional and serial correlations. *Empirical Economics*, Springer, v. 60, p. 309–326, 2021.
- BARBOSA, L. M. *Sustentabilidade fiscal e transferências intergovernamentais: evidências dos estados brasileiros*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018.
- BASTOS, F.; PINEDA, E. Fiscal space of brazilian states. *Urban Public Economics Review*, Universidade de Santiago de Compostela, n. 19, p. 44–63, 2013.
- BENEGAS, M.; MARINHO, E. Política fiscal de gastos reais constantes e suas consequências sob o regime de superávit primário. *VIII Encontro CAEN-EPGE de Políticas Públicas e Crescimento Econômico, 2017, Fortaleza. Anais do VIII Encontro CAEN-EPGE de Políticas Públicas e Crescimento Econômico. Fortaleza: Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará-CAEN/UFC*, p. 1–26, 2017.
- BIASE, P. de; DOUGHERTY, S. The past and future of subnational fiscal rules: An analysis of fiscal rules over time. OECD, 2022.
- BLANCHARD, O. Public debt and low interest rates. *American Economic Review*, American Economic Association 2014 Broadway, Suite 305, Nashville, TN 37203, v. 109, n. 4, p. 1197–1229, 2019.
- BOHN, H. The behavior of us public debt and deficits. *the Quarterly Journal of economics*, MIT Press, v. 113, n. 3, p. 949–963, 1998.
- BOHN, H. Are stationarity and cointegration restrictions really necessary for the intertemporal budget constraint? *Journal of monetary Economics*, Elsevier, v. 54, n. 7, p. 1837–1847, 2007.
- BREIMAN, L. Random forests. *Machine learning*, Springer, v. 45, p. 5–32, 2001.
- BUŠŠ, G. et al. *Choosing the European fiscal rule*. [S.l.], 2022.
- CARVALHO, F. A. de; VALLI, M. et al. *Fiscal policy in Brazil through the lens of an estimated DSGE model*. [S.l.], 2011.
- CASELLI, F. et al. The return to fiscal rules. *Staff Discussion Notes*, International Monetary Fund, v. 2022, n. 002, 2022.
- CASTRO, M. R. D. et al. Samba: Stochastic analytical model with a bayesian approach. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 35, n. 2, p. 103–170, 2015.

- CAVALCANTI, M. A.; VEREDA, L. Fiscal policy multipliers in a dsge model for brazil. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 35, n. 2, p. 197–232, 2015.
- CAVALCANTI, M. A. et al. The macroeconomic effects of monetary policy shocks under fiscal rules constrained by public debt sustainability. *Economic Modelling*, Elsevier, v. 71, p. 184–201, 2018.
- CAVALLO, E. A. et al. Growth-friendly fiscal rules?: Safeguarding public investment from budget cuts through fiscal rule design. Inter-American Development Bank, 2020.
- CEROVIC, M. S. et al. *Predicting fiscal crises*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2018.
- CHEN, T.; GUESTIN, C. Xgboost: A scalable tree boosting system. In: *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 785–794.
- CHOU, J.-S.; TRAN, D.-S. Forecasting energy consumption time series using machine learning techniques based on usage patterns of residential householders. *Energy*, Elsevier, v. 165, p. 709–726, 2018.
- COSTA, C. E. E. L. d. *Sustentabilidade da dívida pública*. 2009. 2011.
- CRUZ, I. D. S. *Fadiga fiscal dos estados brasileiros e a sustentabilidade das dívidas estaduais*. Tese (Doutorado), 2020.
- DAVOODI, M. H. R. et al. Fiscal rules and fiscal councils: Recent trends and performance during the covid-19 pandemic. International Monetary Fund, 2022.
- DAWOOD, M.; HORSEWOOD, N.; STROBEL, F. Predicting sovereign debt crises: An early warning system approach. *Journal of Financial Stability*, Elsevier, v. 28, p. 16–28, 2017.
- DELGADO-TÉLLEZ, M. et al. The decline in public investment: 'social dominance' or too-rigid fiscal rules? Banco de Espana Working Paper, 2020.
- DELIVORIAS, A. The 'general escape clause' within the stability and growth pact: Fiscal flexibility for severe economic shocks. EPRS: European Parliamentary Research Service, 2020.
- FILHO, A. C. P. *O endividamento dos estados brasileiros: uma análise de sustentabilidade e dos instrumentos de controle*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018.
- FOURNIER, J.-M.; FALL, F. Limits to government debt sustainability in oecd countries. *Economic Modelling*, Elsevier, v. 66, p. 30–41, 2017.
- GALÍ, J. *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton: Princeton University Press, 2008. 216 p.
- GERLING, M. K. et al. *Fiscal crises*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2017.
- GHOSH, A. R. et al. Fiscal fatigue, fiscal space and debt sustainability in advanced economies. *The Economic Journal*, Oxford University Press Oxford, UK, v. 123, n. 566, p. F4–F30, 2013.
- HAMILTON, J. D.; FLAVIN, M. *On the limitations of government borrowing: A framework for empirical testing*. [S.l.]: National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA, 1985.
- HEIMBERGER, P. Public debt and rg risks in advanced economies: Eurozone versus stand-alone. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 136, p. 102877, 2023.

- HELLWIG, K.-P. *Predicting fiscal crises: A machine learning approach*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2021.
- HOERL, A. E.; KANNARD, R. W.; BALDWIN, K. F. Ridge regression: some simulations. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Taylor & Francis, v. 4, n. 2, p. 105–123, 1975.
- HORTA, G. T. d. L. Regras fiscais no brasil: uma análise da pec 241. Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2017.
- HORTA, G. T. d. L. A sustentabilidade fiscal dos estados brasileiros: análise recente e notas para o futuro. Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2018.
- HYNDMAN, R. *Forecasting: principles and practice*. [S.l.]: OTexts, 2018.
- ILZETZKI, E.; THYSEN, H. C. Fiscal rules and market discipline. *IMF Economic Review*, Springer, p. 1–41, 2024.
- ISSLER, J. V.; LIMA, L. R. Public debt sustainability and endogenous seigniorage in brazil: time-series evidence from 1947–1992. *Journal of development Economics*, Elsevier, v. 62, n. 1, p. 131–147, 2000.
- JESUS, D. P. d.; BESARRIA, C. d. N.; MAIA, S. F. The macroeconomic effects of monetary policy shocks under fiscal constrained: An analysis using a dsge model. *Journal of Economic Studies*, Emerald Publishing Limited, v. 47, n. 4, p. 805–825, 2020.
- JUNIOR, C. J. C. *Understanding DSGE models: theory and applications*. [S.l.]: Vernon Press, 2016.
- KOSE, M. A.; OHNSORGE, F.; SUGAWARA, N. Fiscal space: concept, measurement, and policy implications. *World Bank Research and Policy Briefs*, n. 132195, 2018.
- LATTIN, J.; CARROLL, J. D.; GREEN, P. E. Análise de dados multivariados. *São Paulo: Cengage Learning*, v. 475, 2011.
- LEITE, Á. R. et al. Regra do teto dos gastos públicos (pec 55/241) e sustentabilidade da dívida pública no brasil: Análise de cenários a partir de um modelo dsge. *Estudios económicos*, SciELO Argentina, v. 39, n. 79, p. 219–247, 2022.
- LIU, L.; CHEN, C.; WANG, B. Predicting financial crises with machine learning methods. *Journal of Forecasting*, Wiley Online Library, v. 41, n. 5, p. 871–910, 2022.
- LUPORINI, V. et al. *The behavior of the Brazilian federal domestic debt*. [S.l.], 2001.
- MARCHI, R. D.; MORO, A. Forecasting fiscal crises in emerging markets and low-income countries with machine learning models. *Open Economies Review*, Springer, v. 35, n. 1, p. 189–213, 2024.
- MARQUES, P. et al. Regras fiscais no brasil e no mundo: o que é preciso saber antes da nova proposta do governo? *Nota de Política Econômica. Made centro de pesquisa em macroeconomia das desigualdades*, n. 035, 2023.
- MATT, Z. M.; CANG, W. M. Predictive analysis of fiscal crises with deep learning time series model. *International Journal of Economics and Finance*, Canadian Center of Science and Education, v. 11, n. 5, p. 1–21, 2019.

- MEDEIROS, M. C. et al. Forecasting inflation in a data-rich environment: the benefits of machine learning methods. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, v. 39, n. 1, p. 98–119, 2021.
- MORA, M.; GIAMBIAGI, F. Federalismo e endividamento subnacional: uma discussão sobre a sustentabilidade da dívida estadual. *Brazilian Journal of Political Economy*, SciELO Brasil, v. 27, p. 472–494, 2007.
- MOURA, G. V. Multiplicadores fiscais e investimento em infraestrutura. *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 69, p. 75–104, 2015.
- MULLAINATHAN, S.; SPIESS, J. Machine learning: an applied econometric approach. *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association 2014 Broadway, Suite 305, Nashville, TN 37203-2418, v. 31, n. 2, p. 87–106, 2017.
- NOBREGA, W. C. L.; BESARRIA, C. d. N.; ARAGÓN, E. K. d. S. B. Xi prêmio sof de monografias, 2º lugar: Política monetária e gestão da dívida: a contribuição da maturidade dos títulos públicos na dinâmica de uma dívida estável. Escola Nacional de Administração Pública (Enap), 2022.
- NOBREGA, W. C. L.; BESARRIA, C. da N.; ARAGÓN, E. K. d. S. B. Public debt management and the interaction between fiscal and monetary policies. *Journal of economic studies*, Emerald Publishing Limited, v. 49, n. 6, p. 1092–1116, 2021.
- NOBREGA, W. W. C. L.; BESARRIA, C. N.; JESUS, D. P. de. Regras fiscais em diferentes cenários econômicos: Uma análise de choques contracionistas sobre as contas públicas. *CADERNOS DE FINANÇAS PÚBLICAS*, v. 23, n. 01, 2023.
- PELLEGRINI, J. A. Análise da situação fiscal dos estados. *Estudo Especial nº14, Instituição Fiscal Independente*, 2020.
- PEREIRA, R. M. *Fiscal fatigue and public debt limit in Brazil: are we on sustainable path?* [S.l.], 2020.
- ROCHA, F. Long-run limits on the brazilian government debt. *Revista brasileira de economia*, v. 51, n. 4, p. 447–470, 1997.
- SANTOS, A. S. d. Regras de política fiscal em um modelo dsge uma análise a partir da regra de gastos fixos e de superávit primário. 2017.
- SANTOS, F.; NOLAU, I. *Previsão de inflação: análise preliminar de desempenho de técnicas de machine learning*. [S.l.], 2022.
- SARAIVA, A. M. et al. Reformas fiscais no brasil: uma análise da ec 95/2016 (teto dos gastos). *XX Encontro de Economia da Região Sul*, p. 13, 2017.
- SCHAECHTER, M. A. et al. *Fiscal Rules in Response to the Crisis: Toward the "Next-Generation" Rules: A New Dataset*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2012.
- SIMÕES, J. E. M. A dívida pública brasileira: sustentabilidade, efeitos de longo prazo e limiar sobre o crescimento econômico. 2018.
- SIMONASSI, A. G.; ARRAES, R. Função de resposta fiscal, múltiplas quebras estruturais e a sustentabilidade da dívida pública no brasil. *ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, XXXV*, ANPEC, 2007.

TIBSHIRANI, R. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, Oxford University Press, v. 58, n. 1, p. 267–288, 1996.

WESSELBAUM, D. Expectation shocks and fiscal rules. *International Economics and Economic Policy*, Springer, v. 16, p. 357–377, 2019.

Apêndices

APÊNDICE A – Capítulo 1 - Cálculos DSGE

A.1 Dinâmica do Nível de Preços Agregado

Esta seção é desenvolvida com fundamentação em [Galí \(2008\)](#). A partir da construção da seção de Firms, foi visto que o nível de preços agregado é dado por:

$$P_t = \left[\theta (P_{t-1})^{1-\psi} + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\psi} \right] \quad (\text{A.1})$$

Dividindo ambos os lados por P_{t-1} :

$$\pi_t^{1-\psi} = \theta + (1-\theta) \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} \right)^{1-\psi} \quad (\text{A.2})$$

Temos que se $\pi_t = 1$, logo: $\frac{P_t^*}{P_t} = 1$

No estado estacionário, com $\pi = 0$ e $P_t^* = P_{t-1}$. Log-linearizando ao redor de $\pi_t = 1$ e $\frac{P_t^*}{P_t} = 1$, temos:

$$\pi_t = (1-\theta)(p_t^* - p_{t-1}) \quad (\text{A.3})$$

Inflação resulta das firmas que reotimizam escolherem um preço diferente do preço médio.

A.2 Problema do ajuste de preço ótimo

Firma reotimizando vai escolher P_t^* de forma a resolver o seguinte problema:

$$\max(P_t^*) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \{ Q_{t,t+k} (P_t^* Y_{t+k} - \psi_{t+k} Y_{t+k}) \} \quad (\text{A.4})$$

restrito a:

$$Y_{t+k} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\psi} C_{t+k} \quad (\text{A.5})$$

onde: $Q_{t,t+k} = \beta^k = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\theta} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}}\right)$ é o fator de desconto estocástico para payoffs nominais, $\psi(\cdot)$ é a função de custo e Y é o produto em $t+k$ de uma firma que seu último reajuste foi em t .

O problema pode ser expresso como:

$$\max(P_t^*) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left(P_t^* \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\psi} C_{t+k} - \psi_{t+k} \left[\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\psi} C_{t+k} \right] \right) \right\} \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left(1 - \psi \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\psi} C_{t+k} - \psi'_{t+k} \left[\left(-\psi \frac{P_t^{*-\psi-1}}{P_{t+k}^{-\psi}} \right) C_{t+k} \right] \right) \right\} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \frac{P_t^*}{1 - \psi} \left(1 - \psi(Y_{t+k}) - \psi'_{t+k} \left[\left(\frac{-\psi}{P_t^*} \right) Y_{t+k} \right] \right) \right\} = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \{ Q_{t,t+k} Y_{t+k} [P_t^* - \mu \psi'_{t+k}(Y_{t+k})] \} = 0 \quad (\text{A.9})$$

Onde $\mu = \frac{\psi}{\psi-1}$ e $\psi'_{t+k}(Y_{t+k})$ é o custo marginal nominal.

Sem rigidez $\theta = 0$ e a condição de primeira ordem, temos:

$$P_t^* = \mu'_t \quad (\text{A.10})$$

Assim, μ é o mark-up sem fricção.

Dividindo (A.9) por P_{t-1} , deixando $\pi_{t,t+k} = \frac{P_{t+k}}{P_t}$ e $cm_{t+k} = \frac{\psi'_{t+k}(\cdot)}{P_{t+k}}$. Podemos expressar (A.9) como:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \frac{\mu \psi'(\cdot) P_{t+k}}{P_{t-1}} \right) \right\} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \mu cm_{j,t+k}(\pi_{t-1,t+k}) \right) \right\} = 0 \quad (\text{A.12})$$

No estado estacionário com $\pi = 0$, $\frac{P_t^*}{P_{t-1}} = 1$ e $\pi_{t-1,t+k} = 1$. Com a constância dos preços, $P_{t+k} = P_t^*$, e assim $Y_{t+k} = Y$ e $cm_{t+k} = cm$. Observa-se também que $Q_{t,t+k} = \beta^k$, pois $C_{t+k} = C_t$.

Para que (A.12) se verifique, $cm = \frac{1}{\mu}$. Logo, derivando para cm :

$$cm = \frac{\psi - 1}{\psi} [1 - (\beta^k \theta)] \quad (\text{A.13})$$

Logo, o preço ótimo é dado por:

$$P_t^* = \frac{\psi}{\psi - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta^k \theta) cm_{t,t+k} \quad (\text{A.14})$$

sendo $\beta\theta = \frac{1}{[1 - (\beta^k \theta)]}$.

A.3 Log-Linearização

1. Restrição orçamentária da família

$$\begin{aligned} & P_{ss} C_{ss} (P + C) + P_{ss} C_{ss} \tau_{ss}^c (P + C + \tau^c) + P_{ss} I_{ss}^P (P + I^P) \\ & + \frac{B_{ss}}{R_{ss}^B} (B - R^B) = (W_{ss} L_{ss}) (W + L) \\ & - (W_{ss} L_{ss}) \tau_{ss}^l (W + L + \tau_t^l) + R_{ss} K_{ss}^P (R + K^P (-1)) \\ & - R_{ss} K_{ss}^P \tau_{ss}^K (R + K^P (-1) + \tau^K) + (B_{ss} - B (-1)) \\ & - P_{ss} T_{ss} (P + T) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

2. Lei do movimento de capital

$$K^P = (1 - \delta) K_{-1}^P + \delta I^P \quad (\text{A.16})$$

3. Equação de Euler para o ativo financeiro

$$\sigma (C_{t+1} - C_t) + \left(\frac{\tau_{ss}^c}{1 + \tau_{ss}^c} \right) (\tau_{t+1}^c - \tau_t^c) = R_t^B - \pi_{t+1} \quad (\text{A.17})$$

4. Equação de Euler para o ativo físico

$$\left(\frac{R_{ss}^B P_{ss}}{R_{ss}} \right) (R^B - \pi_{t+1}) = R_{t+1} - P_{t+1} \quad (\text{A.18})$$

5. Oferta de trabalho

$$\sigma C + \varphi L = W - P - \frac{\tau_{lss}}{1 - \tau_{lss}} \tau_l - \frac{\tau_{css}}{1 + \tau_{css}} \tau_c \quad (\text{A.19})$$

6. Função de produção

$$Y = A + \alpha_1 K_{-1}^P + \alpha_2 L + \alpha_3 K_{-1}^G \quad (\text{A.20})$$

7. Demanda por trabalho

$$L = CM + Y - W \quad (\text{A.21})$$

8. Demanda por capital

$$K_{-1}^P = CM + Y - R \quad (\text{A.22})$$

9. Curva de Phillips

$$PI = \beta PI_{+1} + \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}(CM - P) \quad (\text{A.23})$$

10. Taxa de inflação

$$PI = P - P_{-1} \quad (\text{A.24})$$

11. Regra de Taylor

$$RB = \gamma_R RB_{-1} + (1 - \gamma_R)(\gamma_{PI} PI + \gamma_Y Y) + S_m \quad (\text{A.25})$$

12. Restrição orçamentária do governo

$$P^{ss} G^{ss}(G + P) + P^{ss} IG^{ss}(P + IG) + TRG^{ss} = Trib^{ss} Trib + \frac{B^{ss}}{RB^{ss}}(B - RB) - B^{ss} B_{-1} \quad (\text{A.26})$$

13. Receita total

$$\begin{aligned} Trib^{ss} Trib = T^{ss} P^{ss}(T + P) + \tau_{css} C_{ss} P^{ss}(\tau_c + C + P) \\ + \tau_{lss} W^{ss} L^{ss}(\tau_l + W + L) + \tau_{kss} R^{ss} K^{P^{ss}}(\tau_k + R + K_{-1}^P) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

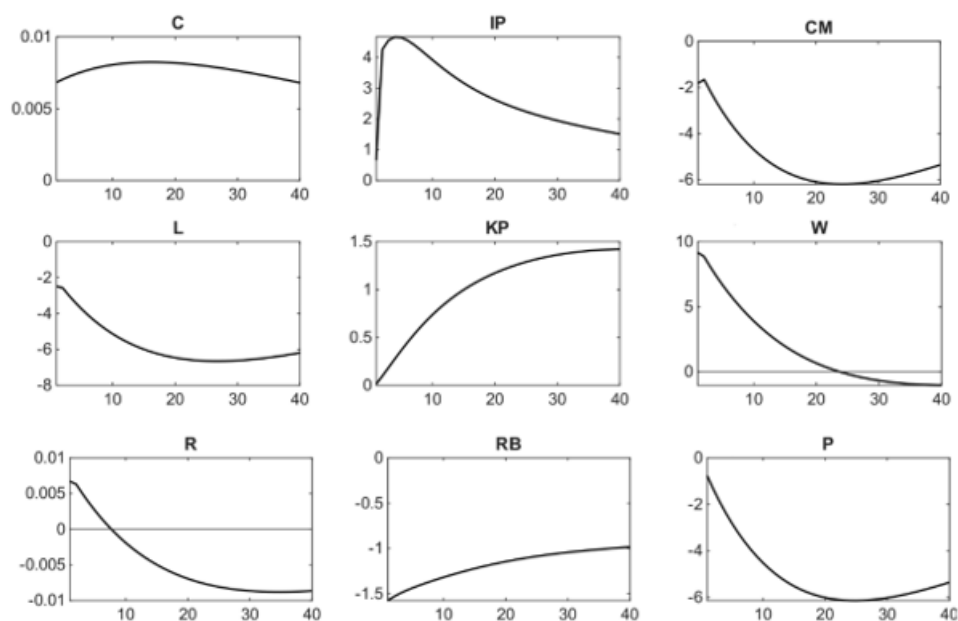
14. Capital público

$$K^G = (1 - \delta) K_{-1}^G + \delta I^G \quad (\text{A.28})$$

A.4 Funções de impulso-resposta: DSGE

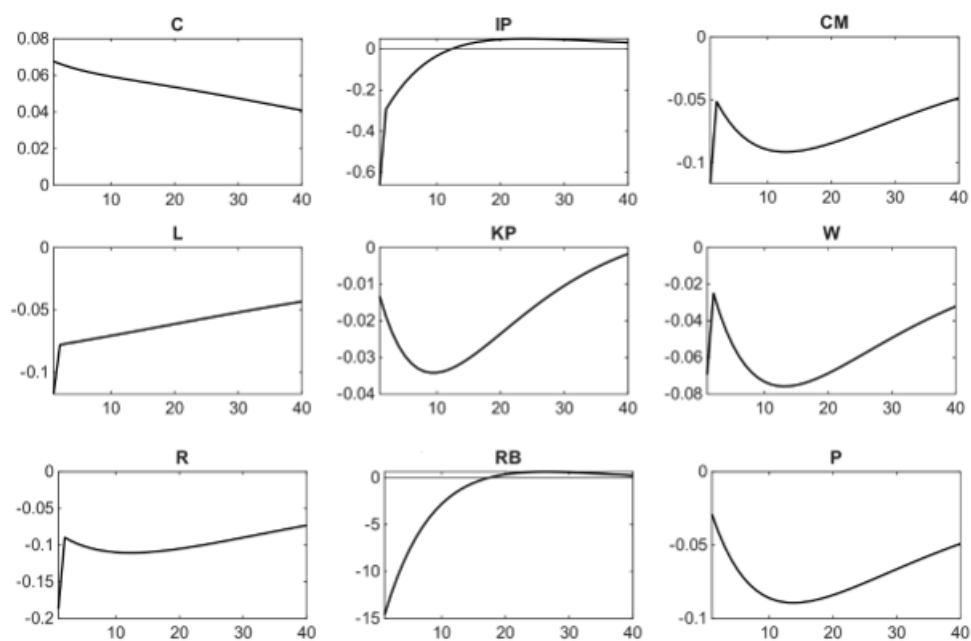
A.4.1 Com regra fiscal

Figura 22 – Função Impulso-Resposta - Choque de Produtividade - Com regra fiscal



Fonte: Elaboração própria.

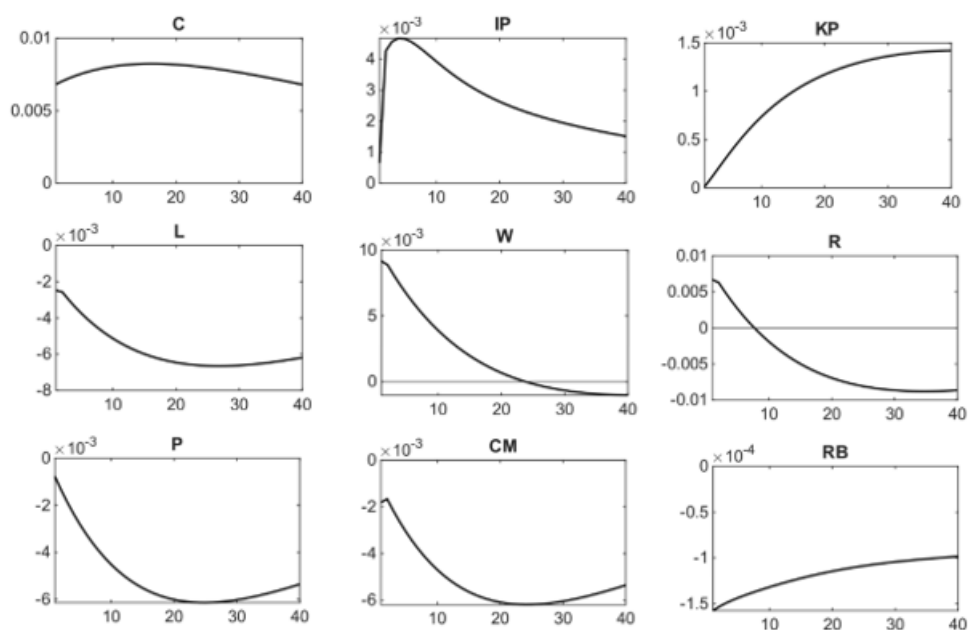
Figura 23 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Com regra fiscal



Fonte: Elaboração própria.

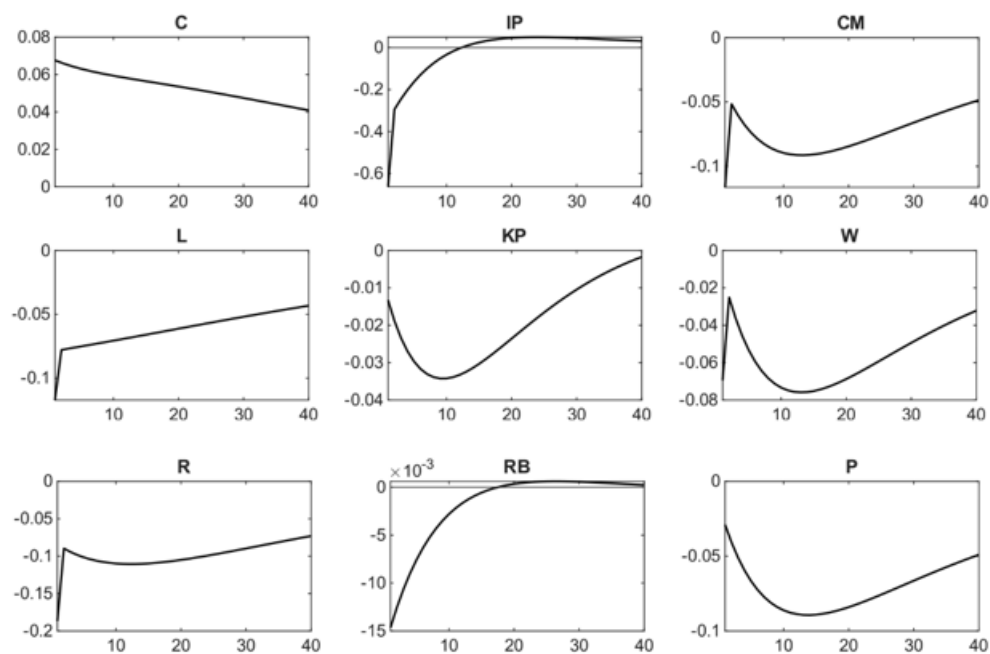
A.4.2 Sem regra fiscal

Figura 24 – Função Impulso-Resposta - Choque Produtividade - Sem regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

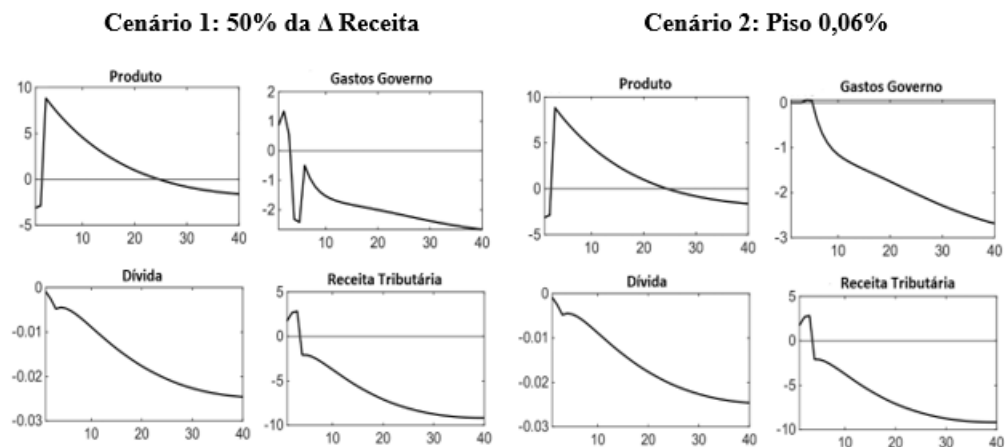
Figura 25 – Função Impulso-Resposta - Choque Monetário - Sem regra fiscal



Fonte:Elaboração própria.

A.4.3 New Shocks

Figura 26 – Função Impulso-Resposta - New Shocks - Com regra fiscal: o governo pode gastar até 50% limitado ao piso de 0,06%.



Fonte:Elaboração própria.

APÊNDICE B – Capítulo 2 - Cálculos

Funções de Reação

B.1 Descrição de Dados

Tabela 11 – Descrição dos Dados: Modelo Fadiga Fiscal

Variável	Descrição	Fonte
DCL	Dívida Consolidada Líquida	PAF + RGF
SP	Resultado Primário	PAF + RGF
IGP-DI	Índice Geral de Preços (a.a)	FGV
Selic	Taxa de juros (a.a.)	Bacen
PIB	Produto Interno Bruto	IBGE + DATASUS
DVF	Desequilíbrio Vertical Fiscal	PAF

Nota: PAF (Programa de Reestruturação e de Ajuste Fiscal).
RGF (Relatório de Gestão Fiscal).

B.2 Estimações das funções de reação

Tabela 12 – Estimações Efeitos Fixos com Correção de Erros

	(1) HC1	(2) Cluster	(3) Arellano	(4) PCSE
lag(dcl_pib)	0.125*** (0.031)	0.125*** (0.031)	0.125*** (0.032)	0.125*** (0.032)
lag(dcl_pib2)	-0.177** (0.089)	-0.177** (0.088)	-0.177* (0.092)	-0.177** (0.088)
dvf	0.015 (0.016)	0.015 (0.016)	0.015 (0.017)	0.015 (0.015)
hiato_pib	-0.0004*** (0.0001)	-0.0004*** (0.0001)	-0.0004*** (0.0001)	-0.0004*** (0.0001)
igp_di	0.0003*** (0.0001)	0.0003*** (0.0001)	0.0003*** (0.0001)	0.0003*** (0.0001)
dummy_crise	-0.001 (0.002)	-0.001 (0.002)	-0.001 (0.002)	-0.001 (0.002)

Nota: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$.

(1) Corrige Heterocedasticidade. (2) Por grupos. (3) Heterocedasticidade e Autocorrelação. (4) Corrigidos por painel.

Tabela 13 – Limite da Dívida e Espaço Fiscal (2020)

UF	(1) Limite (r-g)	(2) Limite (serviço-g)	(3) Dívida/PIB (2020)	(2-3) EF (%)
AC	2.16	0.32	0.20	12
AL	2.05	0.45	0.09	36
AM	2.07	0.57	0.02	55
AP	2.11	0.58	0.13	45
BA	2.00	0.42	0.07	35
CE	1.90	0.27	0.07	20
DF	2.12	0.59	0.03	56
ES	2.01	0.48	0.01	47
GO	2.20	0.47	0.08	39
MA	2.18	0.45	0.06	39
MG	2.05	0.29	0.19	10
MS	2.32	0.64	0.04	60
MT	2.31	0.73	0.004	72.6
PA	2.20	0.75	0.02	73
PB	2.04	0.56	0.01	55
PE	2.02	0.33	0.06	27
PI	2.07	0.50	0.07	43
PR	2.16	0.62	0.03	59
RJ	2.07	0.23	0.25	-2
RN	2.04	0.55	0.05	50
RO	2.00	0.54	0.03	51
RR	2.30	0.89	0.01	88
RS	1.74	-	0.19	-0.19
SC	2.10	0.24	0.05	19
SE	2.25	0.68	0.07	61
SP	2.04	0.02	0.11	-9
TO	2.11	0.56	0.07	49

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 14 – Limites da Dívida e Espaço Fiscal (2020) - Projeções Cenário 1

UF	(1) (r-g) (%)	(2) Limite	(3) Dívida/PIB (2020)	(2-3) EF (%)
AC	0.4	0.63	0.20	43
AL	1.4	0.65	0.09	56
AM	0.4	0.66	0.02	64
AP	0.4	0.73	0.13	60
BA	1.7	0.57	0.07	50
CE	1.1	0.62	0.07	55
DF	0.8	0.62	0.03	59
ES	1.3	0.63	0.01	62
GO	0.6	0.57	0.08	49
MA	0.1	0.67	0.06	61
MG	1.8	0.41	0.19	22
MS	0.2	0.62	0.04	58
MT	-0.3	0.66	0.004	65.6
PA	0.6	0.65	0.02	63
PB	0.8	0.64	0.01	63
PE	1.4	0.60	0.06	54
PI	0.0	0.66	0.07	59
PR	1.5	0.59	0.03	56
RJ	2.2	0.47	0.25	22
RN	1.8	0.61	0.05	56
RO	0.1	0.65	0.03	62
RR	-0.5	0.80	0.01	79
RS	2.2	0.41	0.19	22
SC	1.2	0.59	0.05	54
SE	1.5	0.64	0.07	57
SP	1.6	0.47	0.11	36
TO	-1.0	0.71	0.07	64

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 15 – Limites da Dívida e Espaço Fiscal (2020) - Projeções Cenário 2

UF	(1) (r-g) (%)	(2) Limite	(3) Dívida/PIB (2020)	(2-3) EF (%)
AC	9.65	0.20	0.20	0
AL	10.15	0.34	0.09	25
AM	8.35	0.36	0.02	34
AP	8.45	0.47	0.13	34
BA	8.95	0.30	0.07	23
CE	9.45	0.30	0.07	23
DF	7.85	0.36	0.03	33
ES	4.85	0.48	0.01	47
GO	4.25	0.44	0.08	36
MA	8.15	0.39	0.06	33
MG	6.95		0.19	-19
MS	3.85	0.46	0.04	42
MT	5.35	0.48	0.004	47.6
PA	4.75	0.51	0.02	49
PB	8.25	0.39	0.01	38
PE	8.45	0.32	0.06	26
PI	8.25	0.37	0.07	30
PR	8.05	0.30	0.03	27
RJ	8.45		0.25	-25
RN	8.05	0.39	0.05	34
RO	8.15	0.39	0.03	36
RR	8.25	0.51	0.01	50
RS	7.75		0.19	-19
SC	5.15	0.43	0.05	38
SE	8.35	0.39	0.07	32
SP	7.45		0.11	-11
TO	4.05	0.53	0.07	46

Fonte: Elaboração Própria.

B.3 Descrição Dados - Curva de Laffer

Tabela 16 – Descrição das Variáveis

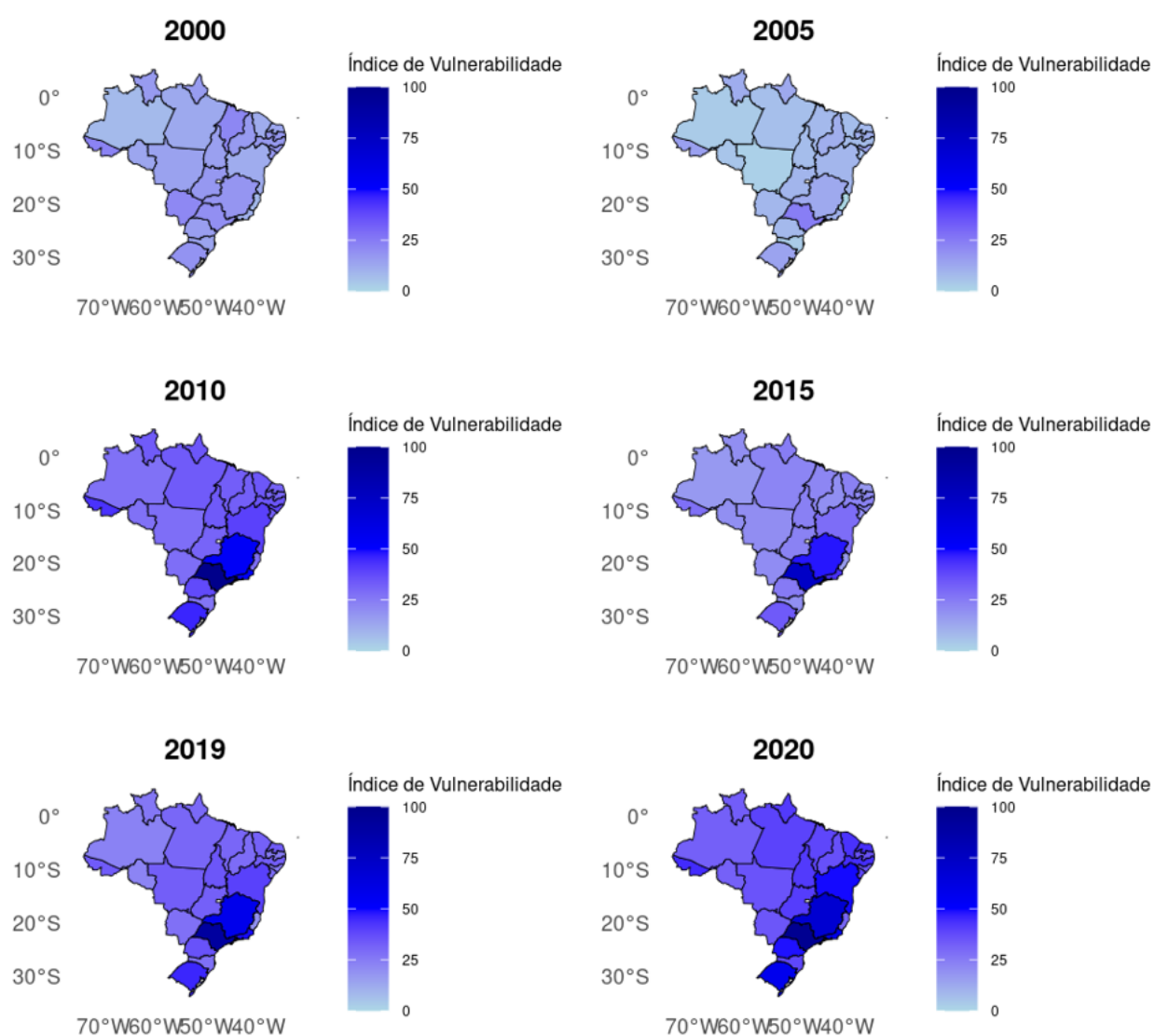
Variáveis	Descrição	Fonte
Receita ICMS	Arrecadação total para cada estado.	IPEADATA
Alíquota média de ICMS	Alíquota média calculada a partir dos grupos: serviço de transporte aéreo, operações de exportação e importação, fumo e cigarro, armas e munições, cerveja, gasolina, álcool, serviços de comunicação, fornecimento de energia elétrica, embarcações esportivas ou recreativas.	RICMS
Atividade econômica	Índice de atividade econômica (IBC-BR) para cada estado.	BCB

Fonte: Elaboração própria a partir do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEADATA), RICMS e Banco Central do Brasil (BCB).

APÊNDICE C – Capítulo 3 - Índice de Vulnerabilidade Fiscal e Previsão

C.1 Índice sem pesos

Figura 27 – Mapas de Calor - Índice de Vulnerabilidade Fiscal, estados brasileiros, 2000-2020.



Fonte: Elaboração própria.

C.2 Descrição dos dados - Modelos Preditivos

Tabela 17 – Descrição dos Dados: Modelos de Previsão.

Variáveis	Descrição	Fonte
Indicadores Econômicos		
PIB per capita	Produto Interno Bruto per capita	IBGE
Taxa de juros	Taxa de Juros (a.a.)	BACEN
IGP-DI	Índice Geral de Preços	FGV
População	População Residente	IBGE
Balança Comercial	Exportações - Importações	IPEADATA
Indicadores Fiscais		
Receita Líquida	Receita	PAF + RGF
Receita de Transferências	Receita	PAF + RGF
FPE	Fundo de Participação dos Estados	PAF + RGF
Receitas	Arrecadação Própria	PAF + RGF
ICMS	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços	PAF + RGF
Gasto com pessoal	Gasto com pessoal % Receita Corrente Líquida	PAF + RGF
Investimentos	Investimentos	PAF + RGF
Despesas	Despesa Total	PAF + RGF
Superávit Primário	Superávit em % do PIB	PAF + RGF
Indicadores de Endividamento		
Dívida Consolidada Líquida	Dívida em % do PIB	PAF + RGF
Dívida Consolidada Líquida	Dívida em % Receita Corrente Líquida	PAF + RGF
Serviço da dívida (%RCL)	Custo da dívida pública em % Receita Corrente Líquida	PAF + RGF
Juros	Juros da dívida	PAF + RGF
Amortização	Amortização da dívida	PAF + RGF
Indicadores Institucionais		
Esforço Fiscal	Receita/PIB	Calculado
DVF	Desequilíbrio Vertical Fiscal (Receita Própria/Receita Corrente)	Calculado
Autonomia Financeira	Receitas Próprias/Receita Total	Calculado
Índice	Índice de Vulnerabilidade Fiscal	Calculado (PCA)

Nota: PAF (Programa de Reestruturação e de Ajuste Fiscal). RGF (Relatório de Gestão Fiscal).

C.3 Validação Cruzada e Tunagem de Hiperparâmetro

A busca e o ajuste desses valores foram realizados usando o GridSearch, com uma grade de valores candidatos e selecionando o que me fornece o menor erro médio refletido nas métricas e validado de forma cruzada. Esses processos tiveram como objetivo identificar as melhores combinações de hiperparâmetros para otimizar a precisão dos modelos e suas previsões.

Ressalta-se que esse ajuste assim como a estimativa do modelo foi realizado na amostra de treino e validação, e somente após o modelo ser ajustado é que ele é aplicado para gerar as previsões na amostra teste. Isso é necessário para garantir que informações do teste não vazem durante o treinamento e ajuste dos parâmetros, o que poderia causar overfitting e comprometer a validade do processo de avaliação. A seguir são apresentados os hiperparâmetros implementados no modelo escolhido para previsão da dívida.

Tabela 18 – Hiperparâmetros ajustados para o modelo escolhido.

Modelo Selecionado	Hiperparâmetro	Intervalo	Valor
Combinação de Modelos	α (Lasso)	[0,1]	0.01
	α (Ridge)	[0,1]	0.10
	learning_rate	[0.01-0.10]	0.1
	max_depth	[3,5,7]	5
	n_estimators	[100,200,300]	200

Fonte: Elaboração Própria.

C.4 Anexo da Nota Metodológica

Tabela 19 – Desempenho preditivo dos modelos (excluindo variáveis diretamente relacionadas à dívida)

Modelo	MAE	RMSE
<i>Lineares</i>		
Ridge	29.50	38.33
Lasso	30.07	39.16
<i>Não lineares</i>		
Random Forest	23.91	33.63
XGBoost	23.50	32.70
<i>Empilhamento (Stacking)</i>		
Lasso + Ridge + RF + XGBoost	19.49	20.10