



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**INFLUÊNCIA CONJUNTA DA POLARIZAÇÃO E DA COERÊNCIA DA
LUZ NO EXPERIMENTO DA DUPLA FENDA SOB UMA
PERSPECTIVA QUÂNTICA**

NATÁLIA ÉRIKA LAURENTINO BARBOSA

João Pessoa-PB

2020

NATÁLIA ÉRIKA LAURENTINO BARBOSA

**INFLUÊNCIA CONJUNTA DA POLARIZAÇÃO E DA COERÊNCIA DA
LUZ NO EXPERIMENTO DA DUPLA FENDA SOB UMA
PERSPECTIVA QUÂNTICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em física pela Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Bertúlio de Lima Bernardo

João Pessoa-PB

2020

NATÁLIA ÉRIKA LAURENTINO BARBOSA

INFLUÊNCIA CONJUNTA DA POLARIZAÇÃO E DA COERÊNCIA DA LUZ
NO EXPERIMENTO DA DUPLA FENDA SOB UMA PERSPECTIVA QUÂNTICA/
NATÁLIA ÉRIKA LAURENTINO BARBOSA. – João Pessoa-PB, 2020-

52p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Bertúlio de Lima Bernardo

Dissertação (Mestrado) – UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA , 2020.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. 2. Palavra-chave3. I. Orientador. II. Universidade xxx. III. Faculdade de xxx. IV. Título

Ata da Sessão Pública da Defesa de Dissertação de **Mestrado** da aluna **Natália Érika Laurentino Barbosa**, candidata ao Título de Mestre em Física na Área de Concentração Física da Matéria Condensada.

Aos vinte e nove dias do mês de julho do ano de dois mil e vinte, às 10:00, reuniram-se, remotamente, os membros da Banca Examinadora constituída para examinar a candidata ao grau de Mestre em Física na área de Física da Matéria Condensada, **Natália Érika Laurentino Barbosa**. A comissão examinadora composta pelos professores doutores: Bertúlio de Lima Bernardo (DF/UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Thierry Marcelino Passerat de Silans (DF/UFPB) e Weliton Soares Martins (UFRPE). Dando início aos trabalhos, o Prof. Bertúlio de Lima Bernardo comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra à candidata para que a mesma fizesse, oralmente, a exposição do trabalho de dissertação intitulado *“Influência conjunta da polarização e da coerência da luz no experimento da fenda dupla sob uma perspectiva quântica”*. Concluída a exposição, a candidata foi arguida pela Banca Examinadora que emitiu o seguinte parecer: **“aprovada”**. Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Mestre em Física na forma da lei. E para constar, eu, José Sérgio Trindade Silva, lavrei esta ata que vai assinada por mim e pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, **29 de julho de 2020**.

Prof. Dr. Bertúlio de Lima Bernardo

Orientador - UFPB

Prof. Dr. Thierry Marcelino Passerat de Silans

UFPB

Prof. Dr. Weliton Soares Martins

UFRPE

16 Link da reunião: <https://meet.google.com/jag-xsyr-mpa>

*”Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas”.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pelas bênçãos sem fim e por ser meu sustento nos momentos de tropeços, dores e lágrima. Obrigada por colocar no meu caminho pessoas tão especiais e que somam em vários aspectos na minha vida.

Agradeço ao meu orientador, Dr. Bertúlio Bernardo, pelos ensinamentos, pela paciência e dedicação para o meu crescimento profissional.

Agradeço aos meus pais, Rosimere e José, por todo amor e dedicação depositados ao me proporcionar conhecimentos vitalícios.

Agradeço ao meu irmão, Natanael, por todo incentivo.

Agradeço ao meu esposo, José Marques, pela dose diária de estímulo, tendo a capacidade de acreditar mais em mim do que eu mesma.

Agradeço aos meus amigos e amigas da pós-graduação, obrigada pelas contribuições na realização desse trabalho.

Agradeço aos professores do departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, vocês foram essenciais na minha formação.

Agradeço o apoio financeiro concedido pela CAPES e ao projeto Pronex/Fapesq-PB/CNPq, número 0016/2019.

*“Porque sou eu que conheço
os planos que tenho para vocês, diz o Senhor,
planos de fazê-los prosperar e não de causar dano,
planos de dar a vocês esperança e um futuro”.
(Bíblia Sagrada, Jeremias 29:11)*

Resumo

Nesta pesquisa, estudamos a dualidade onda-partícula através de quantificadores de visibilidade e distinguibilidade pelo princípio da complementaridade. Essa descrição quântica é verificada no experimento da dupla fenda para um sistema fotônico. Utilizamos o formalismo de matriz densidade unificada de coerência e polarização como base para esse estudo. Neste contexto, se temos informação do caminho, o padrão de interferência é destruído e o fóton se comporta como partícula, por outro lado, um padrão de máximo contraste é verificado quando não há informação do caminho percorrido, e o mesmo se comporta como onda. Para testemunhar a dualidade onda-partícula por meio dos quantificadores de visibilidade V e distinguibilidade D derivados na pesquisa, apresentamos vários exemplos físicos e mostramos que é possível verificar o comportamento dos fótons, quantificado através do princípio da complementaridade de Bohr com base na desigualdade $D^2 + V^2 \leq 1$.

Palavras-chave: visibilidade; distinguibilidade; polarização; complementaridade.

Abstract

In this research, we studied the wave-particle duality through quantifiers of visibility and distinguishability by the complementary principle. We used the unified density matrix formalism of coherence and polarization as the basis for this study. If we have information on the path, the interference pattern is destroyed and the photon behaves like a particle, on the other hand, a maximum contrast pattern is verified when there is no information on the path taken, a wave-like behavior. To witness the wave-particle duality using the visibility V and distinguishability D quantifiers derived in the research, we present several physical examples and show that it is possible to verify the behavior of photons, quantified through the principle of complementarity by means of the inequality $D^2 + V^2 \leq 1$.

Keywords: visibility; distinguishability; polarization; complementarity.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Experimento da dupla fenda de Young. Adaptado de [1].	11
Figura 2 – Onda plana se propagando na direção positiva do eixo z . Adaptado de [2]	19
Figura 3 – Representação esquemática das polarizações das ondas eletromagnéticas: (a) Linear, (b) Circular e (c) Elíptica. Adaptado de [3].	19
Figura 4 – Representação das polarizações (a) linear na direção de y , (b) linear na direção de x e (c) linear na direção de θ . Adaptado de [3].	20
Figura 5 – Ondas eletromagnéticas circularmente polarizadas (a) à direita e (b) à esquerda. Adaptado de [4]	21
Figura 6 – Onda polarizada elipticamente no sentido anti-horário. Adaptado de [5].	22
Figura 7 – Filtro polarizador projetado na direção vertical. Adaptado de [6]. . . .	23
Figura 8 – (a) Representação de ondas de duas fontes pontuais que se sobrepõem no espaço e, (b) visão sob a perspectiva do plano de vibração advindas destas fontes. Adaptado de [5].	25
Figura 9 – Variação da intensidade com a diferença de fase δ entre os campos que interferem. Adaptado de [7].	26
Figura 10 – Experimento de Young para observação de interferência.	27
Figura 11 – Esfera de Poincaré (ou Bloch). Nela representamos um estado $ \psi\rangle$ e a representação geométrica das suas amplitudes de probabilidade para os estados $ H\rangle$ e $ L\rangle$. Adaptado de [8]	32
Figura 12 – Experimento da dupla fenda de Young. Um conjunto de fótons colide com uma parede contendo duas fendas Q_0 e Q_1 , possibilitando dois possíveis caminhos e em seguida são detectados na tela. Adaptado de [9].	33

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1	Conceitos fundamentais em mecânica quântica	14
2.1.1	Kets, bras e operadores	14
2.1.2	Medidas em mecânica quântica	15
2.1.3	Operador densidade	16
2.2	Polarização da luz	18
2.3	Interferência	23
2.3.1	Coerência da luz	23
2.3.2	Princípio da superposição	24
2.3.3	Experimento da Dupla Fenda de Young	27
3	COERÊNCIA E POLARIZAÇÃO UTILIZANDO O FORMALISMO DE MATRIZ DENSIDADE	29
3.1	Polarização dos fótons	29
3.1.1	Parâmetros de Stokes	31
3.2	Coerência e polarização: Unificação das teorias	33
4	QUANTIFICADORES DE VISIBILIDADE E DISTINGUIBILIDADE NO INTERFERÔMETRO DA DUPLA FENDA	37
4.1	Traço da distância	37
4.2	Quantificadores de visibilidade e distinguibilidade	39
4.3	Princípio da complementaridade	43
4.3.1	Exemplos	44
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49

1 Introdução

Os fenômenos envolvendo a luz têm sido, há muito tempo, motivo de estudos de filósofos e cientistas. Estas descobertas exercem um papel muito importante para tudo que se tem consolidado atualmente acerca de avanços tecnológicos e científicos, por intermédio da compreensão da luz e suas propriedades. Até o final do século XVIII, grande parte dos cientistas acreditavam que a luz apresentava comportamento corpuscular. Isaac Newton afirmava que a luz era composta por um fluxo de pequenas partículas [10], defendendo o caráter corpuscular. Em contradição com essa teoria proposta por Newton, Thomas Young nos primeiros anos do século XIX se utilizou dos seus conhecimentos de superposição de ondas sonoras e apresentou um experimento revolucionário para a compreensão da natureza ondulatória da luz, conhecido por experimento da dupla fenda [11], mostrando que a luz gera padrões de interferência. O caráter dual da luz foi motivo de estudos de grandes pesquisadores, como Albert Einstein [12, 13] e Louis De Broglie [14]. A unificação das teorias só foi possível por volta do século XX, quando em seus estudos, Bohr, comprovou que a luz se comportaria tanto como onda quanto partícula [15].

O experimento da dupla fenda de Young clássico é esquematizado de uma forma bastante simples e didática para o entendimento do caráter ondulatório da luz, mostrando que um padrão de interferência é formado pela incidência de partículas de luz através de uma dupla fenda. Esse experimento apresenta o caráter quântico quando exploramos o regime de fótons únicos. Claus Jönsson desenvolveu um trabalho análogo para demonstrar que elétrons também possuem comportamento dual [16]. Na Figura 1 é apresentada esquematicamente, de maneira simples, a configuração usada no experimento de Young.

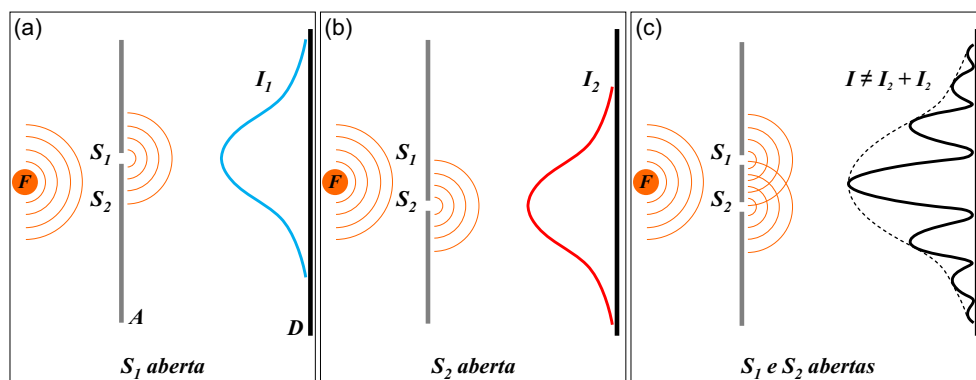


Figura 1 – Experimento da dupla fenda de Young. Adaptado de [1].

Na Figura 1(a) é mostrada uma fonte F responsável por propagar luz a qual irá passar pela fenda S_1 do anteparo A , enquanto que a fenda S_2 permanece fechada. Pode ser verificado o padrão da curva de distribuição de intensidade I_1 na tela de detecção D . Um

comportamento análogo é observado ao fechar a fenda S_1 e abrir a fenda S_2 como pode ser visto na Figura 1(b). Finalmente, quando ambas as fendas são abertas Figura 1(c), o que se esperava observar pela visão clássica, seria uma curva de distribuição resultante da soma das intensidades de cada fenda separada, ou seja, a distribuição apresentada em linha tracejada na tela de detecção da Figura 1(c). Mas, o que realmente ocorre é que as ondas se interceptam causando o fenômeno de interferência e formam um padrão diferente na tela de detecção. As regiões em que elas se combinam formam franjas de interferências construtivas representadas por picos, e nas regiões onde elas se cancelam formam franjas de interferências destrutivas representadas por vales. Sob a perspectiva da mecânica quântica, o que difere essa dualidade no comportamento de onda ou partícula é a forma na qual analisamos o experimento. Se temos informação sobre o caminho percorrido, o padrão de interferência é destruído, ou seja, descreve um comportamento de partícula (clássico). Por outro lado, quando não temos essa informação, o padrão de interferência acontece com máximo contraste (ondulatório).

É importante salientar o papel da coerência da luz na formação do padrão de interferência na dupla fenda. Para que uma figura de interferência apareça é preciso que a diferença de fase entre as ondas que chegam a um ponto qualquer na tela de detecção não varie com o tempo [17]. Assim, obter um padrão de interferência de máximo contraste está intimamente ligado ao quanto a luz é coerente. Uma luz é dita coerente quando é formada por ondas que tem uma relação de fase constante entre si sem alterar a frequência.

Niels Bohr em 1927 introduziu o conceito de complementaridade [15]. Na perspectiva do experimento da dupla fenda, o princípio da complementaridade de Bohr representa a exclusão mútua da característica de onda, presente no padrão de interferência e a característica de partícula, quando temos informação do caminho. Consequentemente, ou observamos o padrão de interferência, ou temos informação desse caminho [18]. Diante disso, Wootters e Zurek [19] fizeram análise do experimento da dupla fenda e observaram a manifestação de uma informação incompleta sobre o caminho da partícula e isso implicaria um padrão de interferência “borrado”. Logo, temos casos intermediários na manifestação da dualidade onda-partícula. Isso foi experimentalmente verificado em 1984 por Rauch e Summhammer [20] em interferometria com nêutrons. Fundamentados nesse experimento, D.Greenberg e A.Yasin propuseram quantificar propriedades ondulatórias do contraste do padrão de interferência através da visibilidade [21]. Nesse sentido, muitas investigações têm sido feitas com o objetivo de quantificar essa relação complementar em muitos cenários, como na dupla fenda [22], para múltiplos caminhos [23] e no contexto de não localidade [24].

Este trabalho tem como objetivo analisar o uso do experimento da dupla fenda de Young utilizando fótons para descrever a quantificação da dualidade onda-partícula por meio da visibilidade das franjas de interferência e da distinguibilidade do caminho.

Apresentaremos uma descrição de matriz densidade unificada de coerência e polarização proposta por Bernardo [9], que é a base para quantificar visibilidade e distinguibilidade.

Esta dissertação está dividida em 4 capítulos. No capítulo introdutório foi realizada uma análise de importantes fatos históricos, além de uma apresentação sobre o experimento da dupla fenda na quantificação da dualidade onda-partícula, e uma breve discussão sobre o princípio da complementaridade. No capítulo 2, é apresentado a fundamentação teórica. Fizemos uma breve introdução a alguns conceitos básicos da mecânica quântica. Em seguida, uma revisão da ótica clássica foi feita. Na parte da polarização apresentamos a revisão de algumas definições importante para conceituar os tipos de polarização: linear, circular e elíptica. No capítulo 3, é apresentada uma descrição unificada de coerência e polarização utilizando a álgebra de matriz densidade proposta por Bernardo como base para formulação dos quantificadores do capítulo posterior [9]. No capítulo 4, é desenvolvida toda a formulação matemática para a obtenção dos quantificadores de visibilidade e distinguibilidade proposto neste trabalho, e utilizamos alguns exemplos de estados de polarização dos fótons na dupla-fenda para validar nossos quantificadores pelo princípio da complementaridade de Bohr e utilizando a desigualdade EGY. No capítulo 5, serão apresentadas as conclusões para essa dissertação.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Conceitos fundamentais em mecânica quântica

A mecânica quântica começou no início do século XX, com o principal objetivo de desvendar alguns fenômenos impossíveis de serem explicados através da mecânica clássica. Essa teoria fornece descrições satisfatórias em escalas microscópicas, bem como efeitos perceptíveis em escalas maiores. As próximas seções serão dedicadas a apresentar, resumidamente, alguns conceitos fundamentais da mecânica quântica destinados a uma melhor compreensão de aspectos teóricos desta dissertação.

2.1.1 Kets, bras e operadores

Na mecânica quântica um estado físico é representado por um vetor de estado em um espaço vetorial complexo. A dimensionalidade desse espaço muda de acordo com o sistema físico em questão. O cenário onde ocorrem as configurações possíveis de um sistema quântico com n dimensões é chamado *espaço de Hilbert* $\mathcal{H}$, sendo uma generalização do espaço euclidiano que já conhecemos. Um vetor localizado nesse espaço é chamado *ket*, e é prática comum representar como $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$. É postulado que esse ket contenha todas as informações acerca do estado físico, e todas as respostas às perguntas a serem feitas sobre esse estado devem estar contidas nele. Por exemplo, se $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ são possíveis estados de um sistema, então a superposição

$$|\psi\rangle = a_1 |\psi_1\rangle + a_2 |\psi_2\rangle \quad (2.1)$$

também é um estado do sistema, onde a_1 e a_2 são números complexos [25]. Qualquer superposição de estados é também um estado e esse é um conceito bastante fundamental na teoria quântica. É possível realizar operações com kets. Dois kets adicionados $|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle = |\psi_3\rangle$, resulta em outro ket. Podemos multiplicar um número complexo a por um ket $|\psi_2\rangle$ e o resultado do produto $a|\psi_2\rangle$ é outro ket. Sendo $a \neq 0$, esse produto $a|\psi_2\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ representam o mesmo estado físico [26]. No caso particular em que $a = 0$ teremos como resultado o *ket nulo*.

Além disso, existe um espaço dual onde os vetores são chamados de *bras* e são representados por $\langle\psi| \in \mathcal{H}$. Para cada *ket* existe um *bra* correspondente nesse espaço dual, e o *bra* $\langle\psi|$ é o chamado correspondente dual do *ket* $|\psi\rangle$. A correspondência dual entre esses espaços de bras e kets se dá da seguinte forma [26]:

$$|\psi\rangle \longleftrightarrow \langle\psi| \quad (2.2)$$

$$|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle \longleftrightarrow \langle\psi_1| + \langle\psi_2| \quad (2.3)$$

$$a_1 |\psi_1\rangle + a_2 |\psi_2\rangle \longleftrightarrow a_1^* \langle\psi_1| + a_2^* \langle\psi_2| \quad (2.4)$$

O espaço de Hilbert é dotado da propriedade de produto interno, cuja representação na notação de Dirac é representada por um bra que é escrito à esquerda e um ket à direita $\langle\psi_1|\psi_2\rangle$. As propriedades básicas para esse produto são

$$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \langle\psi_2|\psi_1\rangle^* \quad (2.5)$$

e

$$\langle\psi_1|\psi_1\rangle \geq 0. \quad (2.6)$$

A igualdade nesta última relação é válida apenas quando o ket for nulo. O comprimento ou norma de um vetor $|\psi\rangle$ é dado por $\sqrt{\langle\psi|\psi\rangle}$, e se essa soma for igual a 1, dizemos que o vetor é normalizado. Se dois kets $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ são ortogonais, é válido que $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$.

Operadores na mecânica quântica representam grandezas físicas observáveis que compõem e definem por completo um sistema quântico. Um operador $\hat{A}$ é chamado operador hermitiano se obedecer à relação $\hat{A} = \hat{A}^\dagger$, onde $\hat{A}^\dagger$ é o operador auto adjunto do operador $\hat{A}$. De acordo com os postulados da teoria quântica, observáveis físicos dos sistemas, tais como: posição, momento, energia e spin, são representados por operadores hermitianos.

2.1.2 Medidas em mecânica quântica

A medida na mecânica quântica desempenha um papel muito importante, sendo fundamental para que diferentes interpretações da teoria sejam feitas. Várias escolas de pensamentos filosóficos propuseram indagações sobre o ato de medir sistemas quânticos, das quais a que é amplamente aceita é a interpretação de Copenhague [27]. Na interpretação de Copenhague, não faz sentido fazer especulações sobre o que não pode ser medido, ou seja, a medida é a resposta para todas as especulações antes dela. Mesmo que antes da medida o estado do sistema permita inúmeras possibilidades, apenas uma delas é escolhida de forma probabilística no processo de medição. Em outras palavras, a medição sempre faz o sistema pular para um autoestado da variável dinâmica a ser medida [28]. Antes da medida de um certo observável $\hat{A}$, o sistema é representado por uma combinação linear de todas as possibilidades, tal que quando efetuamos a medida o sistema colapsa em um dos possíveis autoestados

$$|\psi\rangle = \sum_{\psi_i} |\psi_i\rangle \langle\psi_i|\psi\rangle. \quad (2.7)$$

Para saber em qual dos possíveis autoestados o sistema colapsará como resultado da medida, utilizamos um dos postulados fundamentais da mecânica quântica, a regra de

Born. A probabilidade de um sistema colapsar em um estado $|\psi_i\rangle$, uma vez que $|\psi\rangle$ esteja normalizado, é dado por [26]:

$$P_i = |\langle\psi_i|\psi\rangle|^2. \quad (2.8)$$

O caráter probabilístico do resultado das medidas na teoria quântica é definido a partir do conceito de *ensemble*, que é um conjunto de sistemas quânticos identicamente preparados, ou seja, representados pelo mesmo vetor de estado $|\psi\rangle$. De fato, a partir de várias medidas de um dado observável sobre os elementos deste ensemble é que são definidos os conceitos de valor esperado e de incerteza, por exemplo.

2.1.3 Operador densidade

O formalismo do operador densidade foi criado em 1927 por John von Neumann para descrever um sistema físico que corresponde a uma mistura estatística de estados quânticos [26]. Esse operador consegue descrever totalmente sistemas físicos, sejam eles formados por ensembles *puros* ou *mistos*. Um ensemble é dito puro, quando todos os constituintes do conjunto são representados por um mesmo estado. Em contrapartida, um ensemble é misto quando frações desse conjunto são representados por estados distintos. Vamos considerar um estado quântico puro descrito pelo ket $|\psi\rangle$. O valor esperado de um observável $\hat{A}$ para este estado é dado por:

$$\langle\hat{A}\rangle = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle. \quad (2.9)$$

Por outro lado, podemos definir o operador densidade $\hat{\rho}$ desse estado $|\psi\rangle$ da seguinte forma

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|. \quad (2.10)$$

Neste último caso, podemos encontrar o valor esperado do observável $\hat{A}$ tomando o traço em relação a $(\hat{A}\hat{\rho})$,

$$\langle\hat{A}\rangle = Tr(\hat{A}\hat{\rho}). \quad (2.11)$$

Para provarmos esta relação vamos considerar uma base arbitrária $\{|a'\rangle\}$ ortonormal completa, e recordar que o traço de um operador $\hat{T}$ é definido como a soma dos elementos diagonais, $\hat{T} = \sum_a \langle a'|\hat{T}|a''\rangle$ [26]. Assim,

$$\begin{aligned} Tr(\hat{A}\hat{\rho}) &= \sum_{a'} \langle a'|\hat{A}\hat{\rho}|a'\rangle \\ &= \sum_{a'} \langle a'|\hat{A}|\psi\rangle\langle\psi|a'\rangle \\ &= \sum_{a'} \langle\psi|\hat{A}|a'\rangle\langle a'|\psi\rangle \end{aligned}$$

$$= \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle. \quad (2.12)$$

O traço independe da base utilizada no espaço de Hilbert.

As propriedades do operador densidade para um estado puro estão listadas abaixo:

- 1) Condição de normalização: $Tr(\hat{\rho}) = 1$;
- 2) Satisfaz a condição de hermiticidade: $\hat{\rho} = \hat{\rho}^\dagger$
- 3) Tem autovalores 0 e 1;
- 4) O operador densidade satisfaz $\hat{\rho} = \hat{\rho}^2$;
- 5) Condição de pureza: $Tr(\hat{\rho}^2) = 1$;

6) Satisfaz à condição de positividade: ρ é um operador não negativo, logo, para qualquer estado $|\psi\rangle$, vale a desigualdade $\langle \psi | \hat{\rho} | \psi \rangle \geq 0$.

Quando representamos o operador densidade em uma base específica na forma matricial, temos o que conhecemos como *matriz densidade*. Os elementos da matriz densidade são, portanto:

$$\langle a' | \hat{\rho} | a'' \rangle = \langle a' | \psi \rangle \langle \psi | a'' \rangle. \quad (2.13)$$

Até o momento falamos as propriedades do operador densidade apenas para estados puros. Agora, vamos descrever o operador densidade para estados mistos. Um estado misto contém uma fração w_1 de estados representados por $|\psi_1\rangle$, uma fração w_2 de estados representados por $|\psi_2\rangle$ e assim por diante. A soma dessas frações para n estados tem que obedecer à seguinte expressão

$$\sum_n w_n = 1. \quad (2.14)$$

O valor esperado de um observável $\hat{A}$ para estados mistos é dado por

$$\langle \hat{A} \rangle = \sum_n w_n \langle \psi_n | \hat{A} | \psi_n \rangle, \quad (2.15)$$

e é simples verificar que para um estado misto o valor esperado de um observável $\hat{A}$ é dado por

$$\langle \hat{A} \rangle = Tr(\hat{A} \hat{\rho}). \quad (2.16)$$

Podemos observar uma diferença expressiva ao calcularmos o valor esperado para um estado puro pela equação 2.11, e para um estado misto na equação 2.15. No valor esperado do estado misto temos duas médias inseridas na expressão; uma média estatística (clássica) em uma soma sobre n , devido à mistura de estados com pesos w_n , e uma média estatística (quântica) devido à natureza probabilística da teoria. Desta maneira, o operador densidade para um estado misto é dado por:

$$\hat{\rho} = \sum_n w_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n|. \quad (2.17)$$

Os elementos da matriz densidade correspondente têm a forma

$$\langle a' | \hat{\rho} | a'' \rangle = \sum_n w_n \langle a' | \psi_n \rangle \langle \psi_n | a'' \rangle. \quad (2.18)$$

Vejamos agora algumas propriedades do operador densidade para estados mistos:

- 1) Condição de normalização: $Tr(\hat{\rho}) = 1$;
- 2) O operador densidade é hermitiano: $\hat{\rho} = \hat{\rho}^\dagger$;
- 3) Não é idempotente: $\hat{\rho} \neq \hat{\rho}^2$;
- 4) Condição de pureza: $Tr(\hat{\rho}^2) < 1$.

2.2 Polarização da luz

A polarização, do ponto de vista do eletromagnetismo clássico, é uma das principais características das ondas eletromagnéticas. Essas ondas são compostas por campos elétrico ($\vec{E}$) e magnético ($\vec{B}$) que variam no tempo, no espaço e são perpendiculares à direção de propagação, bem como perpendiculares entre si. Quando o campo elétrico se mantém oscilando em uma certa direção no espaço, dizemos que esta luz está polarizada nessa direção [17]. Considerando uma onda que se propaga na direção z (representada pelo vetor $\vec{k}$), os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ possuirão apenas componentes perpendiculares a essa direção, ou seja, componentes contidas no plano xy . Na Figura 2 pode-se observar que o vetor campo elétrico $\vec{E}$ oscila somente em uma direção para todas as posições da onda. É importante destacar que convencionamos que o vetor campo elétrico é o responsável pela direção de polarização da onda eletromagnética. Assim não é de interesse nesse momento o que for relacionado ao campo magnético.

As ondas eletromagnéticas que se propagam na direção do eixo z , podem ser representadas pelas seguintes equações:

$$\vec{E}_x = \hat{i} E_{0x} \cos(kz - \omega t), \quad (2.19)$$

e

$$\vec{E}_y = \hat{j} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon). \quad (2.20)$$

Sendo ε a fase relativa entre essas duas ondas. E_{0x} e E_{0y} são as amplitudes, ω a frequência e k é o número de onda que equivale a $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, onde λ é o comprimento de onda. Podemos representar um vetor resultante da soma dessas duas ondas perpendiculares partindo das equações (2.19) e (2.20):

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t). \quad (2.21)$$

Para o caso em que temos $\varepsilon = 0$ ou múltiplo de $\pm 2\pi$ na equação (2.20), dizemos que as ondas perpendiculares estão em fase.

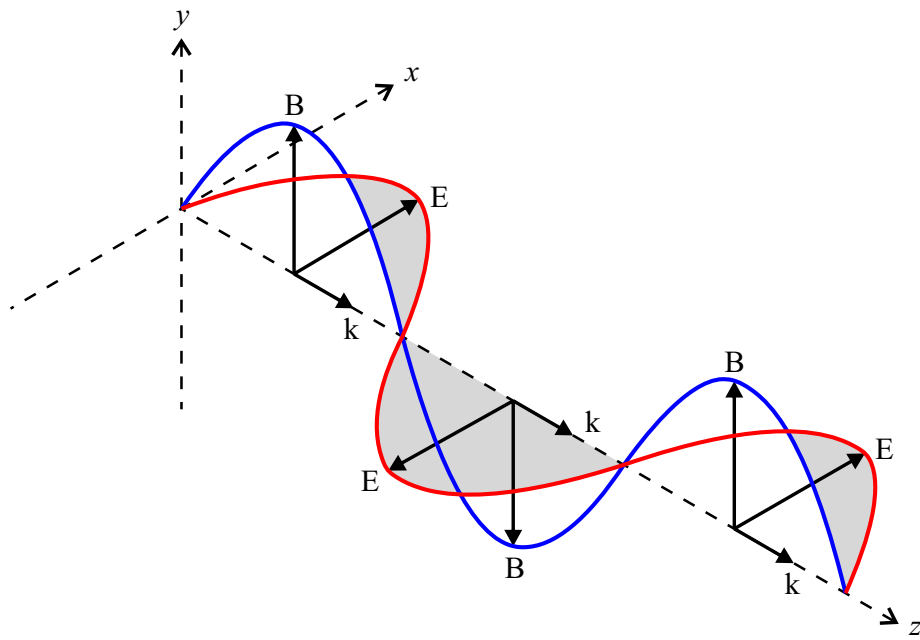


Figura 2 – Onda plana se propagando na direção positiva do eixo z . Adaptado de [2].

Existem três classificações para as polarizações das ondas: linear, circular e elíptica. O que difere uma da outra é a relação existente entre os valores relativos das amplitudes e das fases entre as componentes vertical e horizontal do campo. Para visualizarmos o tipo de polarização basta observar qual é o desenho traçado pelo vetor campo elétrico no plano perpendicular à direção de propagação, como apresentado na Figura 3.

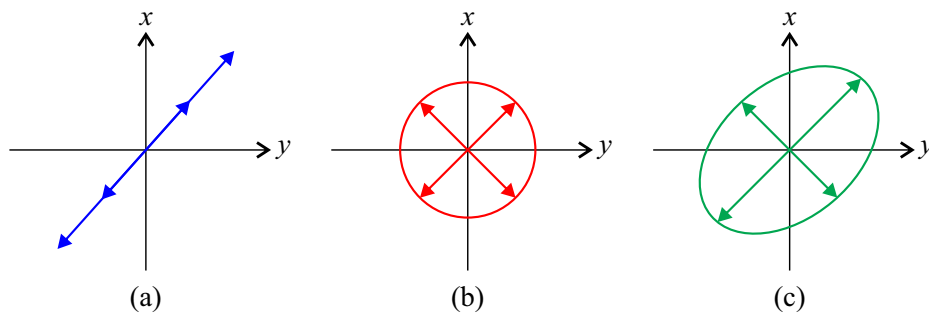


Figura 3 – Representação esquemática das polarizações das ondas eletromagnéticas: (a) Linear, (b) Circular e (c) Elíptica. Adaptado de [3].

Se o vetor campo elétrico se mantém oscilando em apenas uma direção, temos o caso de uma onda *linearmente polarizada*, Figura 3(a). Embora a magnitude e o sentido variem no tempo, a orientação do campo elétrico $\vec{E}$ na luz linearmente polarizada permanece fixa [5]. Para o caso em que o vetor campo elétrico está oscilando apenas no eixo x , desprezamos a componente do campo em y . Neste caso dizemos que a onda está linearmente polarizada na direção x . Da mesma forma ocorre se consideramos a componente do campo elétrico

oscilando apenas em y , que chamamos de luz linearmente polarizada no eixo y . Podemos também ter um caso onde nenhuma das componentes do vetor campo elétrico são nulas e estão em fase, $\varepsilon = 0$ na equação (2.20). Neste caso, as duas componentes são proporcionais entre si, o que significa que o campo elétrico parametriza uma reta que passa na origem, cujo ângulo de inclinação formado em relação ao eixo x é dado pela expressão

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right). \quad (2.22)$$

Isso configura uma onda linearmente polarizada na direção de θ . Esses tipos de polarizações estão bem representadas na Figura 4.

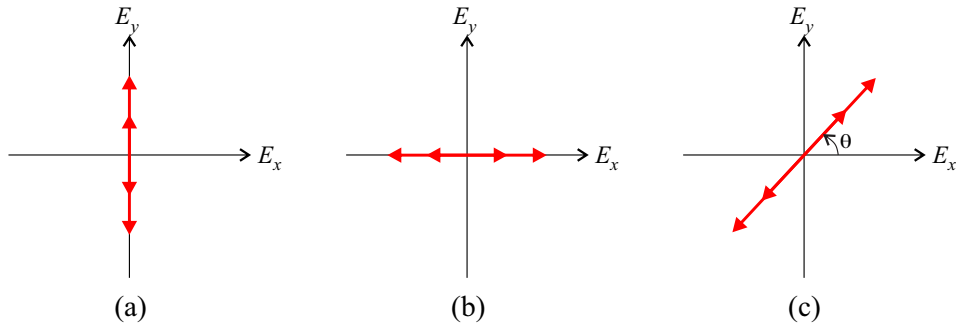


Figura 4 – Representação das polarizações (a) linear na direção de y , (b) linear na direção de x e (c) linear na direção de θ . Adaptado de [3].

A polarização circular ocorre quando as ondas tem amplitudes iguais $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, e uma diferença de fase relativa $\varepsilon = \frac{\pi}{2} + 2m\pi$ para m inteiro [5]. Essa restrição pode ser representadas pelas equações

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i}E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (2.23)$$

e

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j}E_{0x} \sin(kz - \omega t), \quad (2.24)$$

e o vetor resultante

$$\vec{E} = E_0 [\cos(kz - \omega t)\hat{i} + \sin(kz - \omega t)\hat{j}]. \quad (2.25)$$

O módulo do campo elétrico permanece constante ao longo do tempo, e a linha traçada forma uma circunferência. Uma onda pode ser circularmente polarizada à direita quando $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, em que o giro do vetor campo elétrico se dá no sentido horário, ou circularmente polarizada à esquerda, quando $\varepsilon = -\frac{\pi}{2}$, caracterizando um giro no sentido anti-horário. Pode-se observar isso de maneira mais simples na Figura 5.

Por outro lado, um caso mais geral ocorre quando a figura traçada pelo vetor campo elétrico no plano de polarização representa uma elipse, ou seja, uma onda *elipticamente*

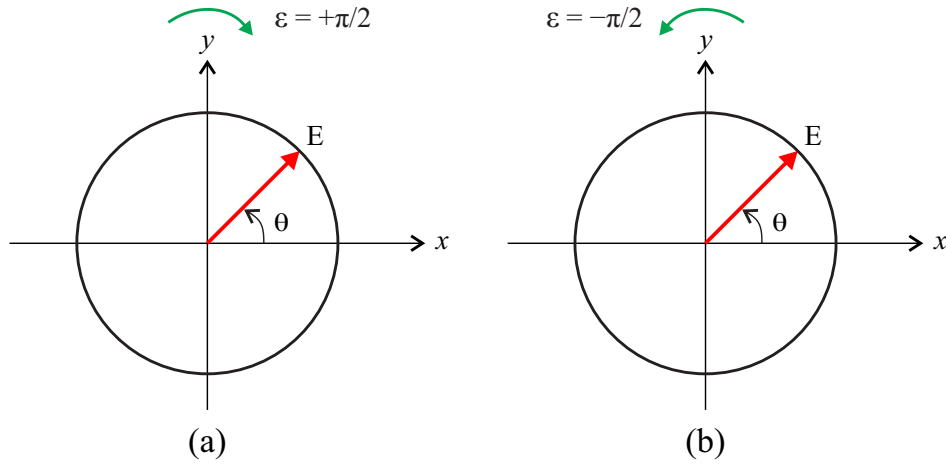


Figura 5 – Ondas eletromagnéticas circularmente polarizadas (a) à direita e (b) à esquerda. Adaptado de [4]

polarizada. Este tipo de polarização abrange todas as possíveis configurações, onde há diferença de fase relativa e das amplitudes E_{0x} e E_{0y} . Podemos dizer que as polarizações linear e circular são apenas casos especiais desse caso geral. Nesta perspectiva podemos escrever as expressões que representam essa polarização. Vale lembrar que

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (2.26)$$

e

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon). \quad (2.27)$$

A expressão que derivaremos para esta curva não depende da posição ou tempo, portando devemos nos livrar da dependência da fase ($kz - \omega t$). Vamos expandir a expressão para E_y e E_x fazendo

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon \quad (2.28)$$

e

$$E_x/E_{0x} = \cos(kz - \omega t). \quad (2.29)$$

Combinando ambas as equações teremos

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon. \quad (2.30)$$

Elevando a equação (2.26) ao quadrado, explorando o fato de que $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, e substituindo o resultado na equação (2.32), finalmente teremos

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \frac{E_x}{E_{0x}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon. \quad (2.31)$$

Essa equação é a forma mais geral de uma elipse, em que o eixo maior forma um ângulo α com o eixo x . Esse ângulo é dado por

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \right]. \quad (2.32)$$

O sentido de rotação da elipse dependerá da diferença de fase ε , ou seja, se tivermos uma situação onde o campo elétrico se desloca no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq \pi$, dizemos que essa onda está polarizada elipticamente à esquerda, ou no sentido anti-horário. Por outro lado, se tivermos um campo elétrico se deslocando no intervalo $-\pi \leq \varepsilon \leq 0$, isso configura uma onda polarizada elipticamente à direita, ou no sentido horário. A Figura 6 ilustra a situação de uma onda elipticamente polarizada.

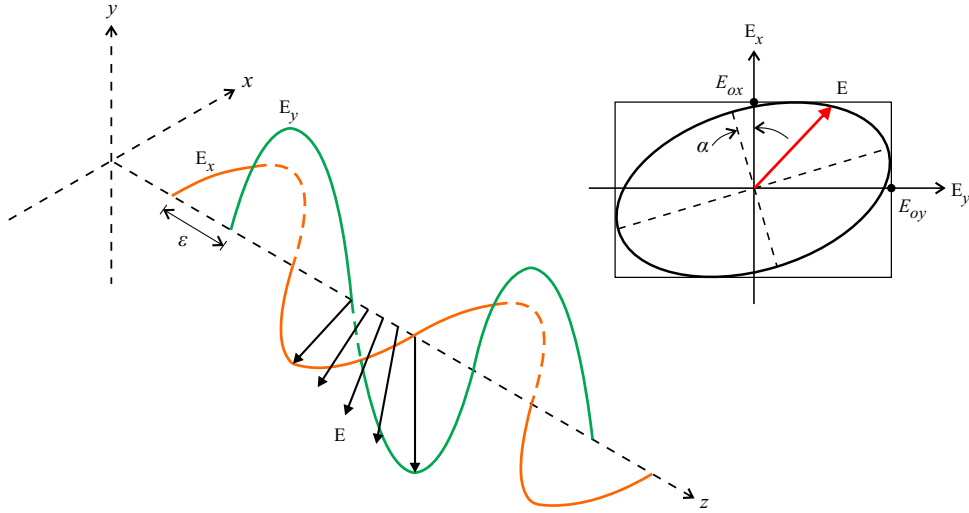


Figura 6 – Onda polarizada elipticamente no sentido anti-horário. Adaptado de [5].

É importante destacar que até o momento estamos tratando de uma luz polarizada. Existem também as luzes não-polarizada e parcialmente polarizada. O vetor campo elétrico nas ondas polarizadas traçam desenhos no plano de polarização como apresentado nas figuras anteriores. A luz não polarizada como as provenientes de uma lâmpada incandescente, por exemplo, ou até mesmo o sol, possui o vetor campo elétrico descrevendo um movimento totalmente aleatório em função do tempo, embora se mantenha perpendicular à direção de propagação [17]. A luz parcialmente polarizada é um meio termo entre a polarizada e a não polarizada, só podendo ser quantificada a partir de um parâmetro chamado de grau de polarização, que será um dos nossos objetivos de estudo aqui.

Uma luz não polarizada pode passar a ser polarizada de diversas formas, como por reflexão e absorção, por exemplo. Uma forma bastante conhecida de polarizar a luz a partir de uma fonte não-polarizada é através de um filtro polarizador, como apresentado na Figura 7. Neste filtro polarizador ocorre a seleção da direção de preferência para a luz

polarizada, projetando na direção vertical. A luz não polarizada com direções aleatórias passa a ser polarizada na direção vertical.

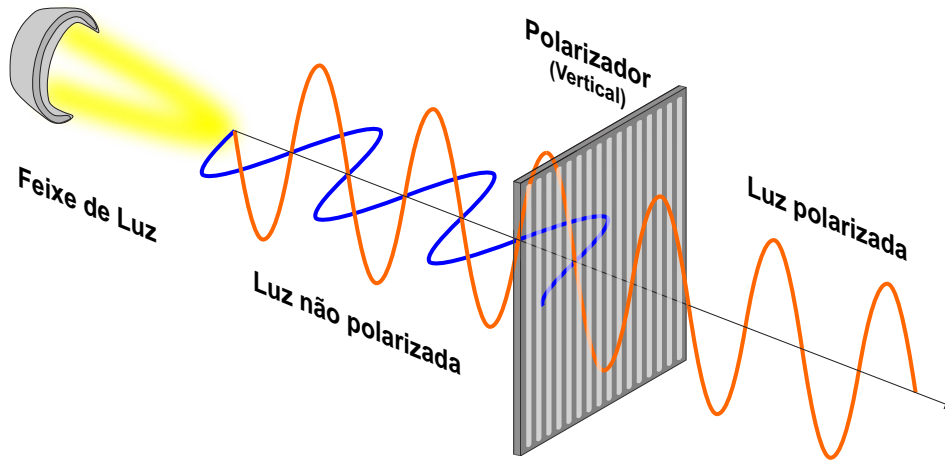


Figura 7 – Filtro polarizador projetado na direção vertical. Adaptado de [6].

A componente do campo elétrico emergente é paralela à direção do polarizador, o que significa que está polarizada nesta direção. Assim, a direção vertical do campo elétrico foi transmitida e a direção horizontal foi absorvida [17]. A intensidade média da luz polarizada filtrada a partir de uma luz não polarizada é dada por meio da seguinte expressão

$$I = \frac{1}{2}I_0. \quad (2.33)$$

Essa equação é conhecida como regra da metade, que nos diz que, a intensidade média da onda polarizada que emerge do polarizador I é igual à metade da intensidade da onda não polarizada I_0 .

2.3 Interferência

A interferência é um fenômeno tipicamente ondulatório que ocorre quando duas ou mais ondas passam pelo mesmo ponto no espaço ao mesmo tempo. Os efeitos de interferência podem ser observados em todos os tipos de ondas, tais como ondas de rádio, luz, ondas formadas na superfície da água, entre outros. Esta seção é dedicada a compreender melhor este fenômeno de suma importância no desenvolvimento da teoria ondulatória da luz.

2.3.1 Coerência da luz

A coerência é a medida de correlação entre as fases em diferentes pontos de uma onda. Apesar da coerência ser uma propriedade da onda em si, ela está intimamente relacionada às características da fonte. Uma fonte pode ser totalmente coerente quando

temos uma correlação perfeita entre as fases relativas das ondas, e esta permanecem constante no tempo. De modo contrário, quando a fonte emite ondas com fases e posições totalmente aleatórias e sem nenhuma relação aparente entre seus movimentos, dizemos que essa fonte é totalmente incoerente. A coerência descreve a similaridade estatística de um campo (campo eletromagnético, pacote de ondas quânticas etc.) em dois pontos no espaço ou no tempo [29] .

A coerência de ondas luminosas podem ser classificadas em dois tipos diferentes: temporal e espacial. A coerência temporal tem como objetivo medir a correlação da fase da onda em diferentes instantes de tempo, e nos dá informação do quão monocromática é a fonte. O tempo de coerência Δt_c é o intervalo temporal durante o qual podemos prever a fase da onda de luz em um determinado ponto no espaço [5]. Uma das maneiras de medir a coerência temporal é através do interferômetro de Mach-Zehnder, onde uma onda é combinada com uma cópia dela mesma atrasada por um tempo t e um detector mede a intensidade média da luz que sai. A visibilidade da interferência resultante fornece a coerência temporal em relação ao tempo de atraso [30][31].

Por outro lado, a coerência espacial descreve a correlação de fase entre ondas em diferentes pontos do espaço [5]. Ela nos dá a informação do quão uniforme é a frente de onda. Geralmente é medida através do experimento da dupla fenda de Young, onde a máxima separação entre as fendas que ainda permita uma certa visibilidade das franjas é chamada de largura de coerência (W_c).

2.3.2 Princípio da superposição

Na óptica clássica, é um fenômeno cuja descrição matemática é baseada em uma análise vetorial dos campos elétrico e magnético. É indispensável essa observação uma vez que o princípio da superposição é fundamentado na adição vetorial desses campos. Considerando duas fontes pontuais S_1 e S_2 que emitem ondas coerentes, esféricas e de mesma frequência, possuindo campos elétricos $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$, respectivamente. O ponto de observação P deve ser distante o suficiente das fontes para que as frentes de ondas possam ser consideradas planas, e a separação a seja muito maior que o comprimento de onda λ , para que os campos possam ser considerados paralelos. Na Figura 7 é apresentado em (a) a representação das ondas de duas fontes pontuais que se sobrepõem no espaço e em (b) a visão sob a perspectiva do plano de vibração advindas destas fontes.

Considerando ondas linearmente polarizadas, os campos elétricos são representados por

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(k_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_1) \quad (2.34)$$

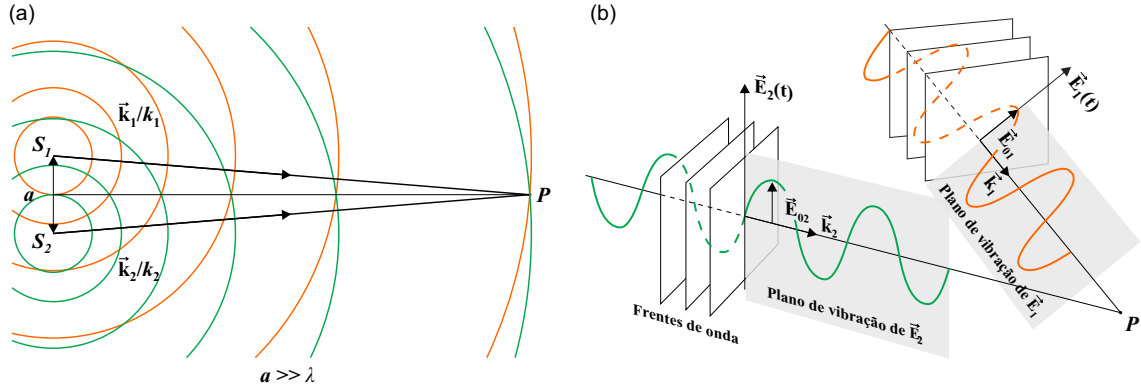


Figura 8 – (a) Representação de ondas de duas fontes pontuais que se sobrepõem no espaço e, (b) visão sob a perspectiva do plano de vibração advindas destas fontes. Adaptado de [5].

e

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(k_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_2). \quad (2.35)$$

Pelo princípio da superposição, o campo elétrico resultante é dado pela soma dos campos produzidos por cada fonte, ou seja $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ [7]. O estudo da interferência é melhor abordado pela intensidade que pode ser inscrita como [5]

$$I = \epsilon v \langle \vec{E}^2 \rangle_T, \quad (2.36)$$

onde ϵ é a permissividade e v é a velocidade da onda no meio. Como estamos interessados apenas nas intensidades no mesmo meio, omitiremos as constantes e teremos

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle_T. \quad (2.37)$$

Esta equação representa a média temporal da magnitude da intensidade do campo elétrico ao quadrado. Assim,

$$\vec{E}^2 = \vec{E} \cdot \vec{E} \quad (2.38)$$

ou ainda

$$\vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2), \quad (2.39)$$

e, portanto

$$\vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2. \quad (2.40)$$

Fazendo a média temporal dos dois lados, a intensidade se tornará

$$I = I_1 + I_2 + 2I_{12}. \quad (2.41)$$

O último termo dessa expressão é conhecido como termo de interferência. Fazendo $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$, substituindo os valores de $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ das equações (2.34) e (2.35), utilizando algumas

identidades trigonométricas e considerações relevantes sobre médias temporais de funções, chega-se ao seguinte resultado para o termo de interferência

$$I_{12} = \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos \delta, \quad (2.42)$$

onde $\delta = k_1 \cdot \vec{r} - k_2 \cdot \vec{r} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ é a diferença de fase. É interessante perceber que se $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ são perpendiculares, o termo de interferência torna-se $I_{12} = 0$, e a intensidade resultante será a soma das intensidades de cada campo. A situação mais comum de se estudar é o caso em que os campos são paralelos, em que podemos tratá-los como campos escalares. Assim, o termo de interferência torna-se

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta), \quad (2.43)$$

e a intensidade total será:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta). \quad (2.44)$$

Analisando esta equação, podemos perceber que o último termo é resultado da mistura dos campos E_1 e E_2 com uma diferença de fase entre si, proveniente do fenômeno da interferência. A intensidade resultante em muitos pontos pode ser maior, menor ou igual a $(I_1 + I_2)$. Isso depende do valor de I_{12} , e conseqüentemente do valor de δ . Teremos uma interferência construtiva quando $\cos \delta = 1$, ou seja, $\delta = 2m\pi$ com m inteiro. Em contrapartida, quando $\cos \delta = -1$, ou seja, quando $\delta = (2m + 1)\pi$, temos o cenário de uma interferência destrutiva. A Figura 9 ilustra como a intensidade varia com δ .

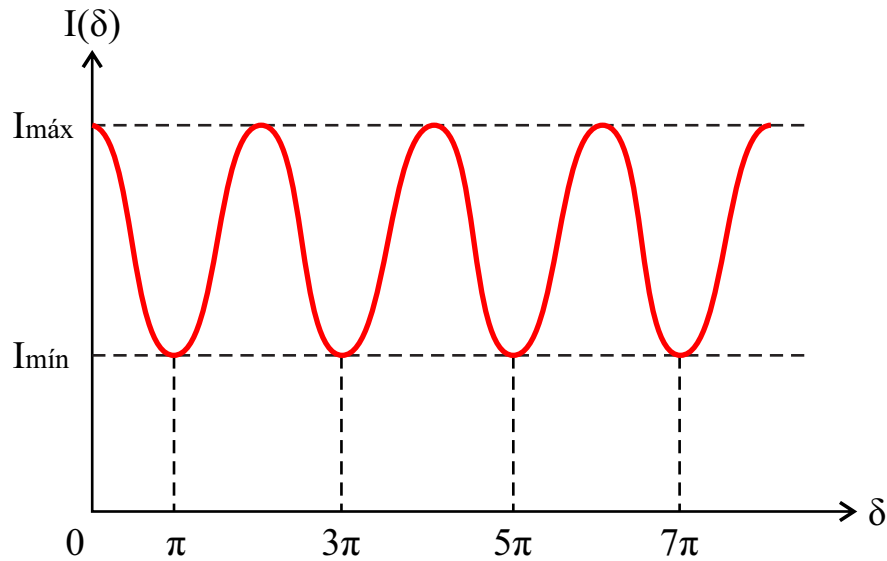


Figura 9 – Variação da intensidade com a diferença de fase δ entre os campos que interferem. Adaptado de [7].

2.3.3 Experimento da Dupla Fenda de Young

Um experimento seminal para demonstrar a interferência da luz foi realizado por volta de 1800 por Thomas Young [32]. O resultado desse experimento foi crucial como base no argumento de que a luz se comporta como onda. Para demonstrar esse efeito, Young utilizou um arranjo experimental análogo ao da Figura 10, que consiste em uma fonte de luz puntiforme F que passa por um pequeno orifício S , cuja luz emergente é utilizada para iluminar o anteparo opaco A com duas fendas estreitas e paralelas S_1 e S_2 , separadas por uma distância d . Na tela de detecção D , distante L do anteparo A . Ao invés do resultado observado ser a soma das iluminações de cada fenda, apareciam franjas claras e escuras, as franjas de interferência [33].

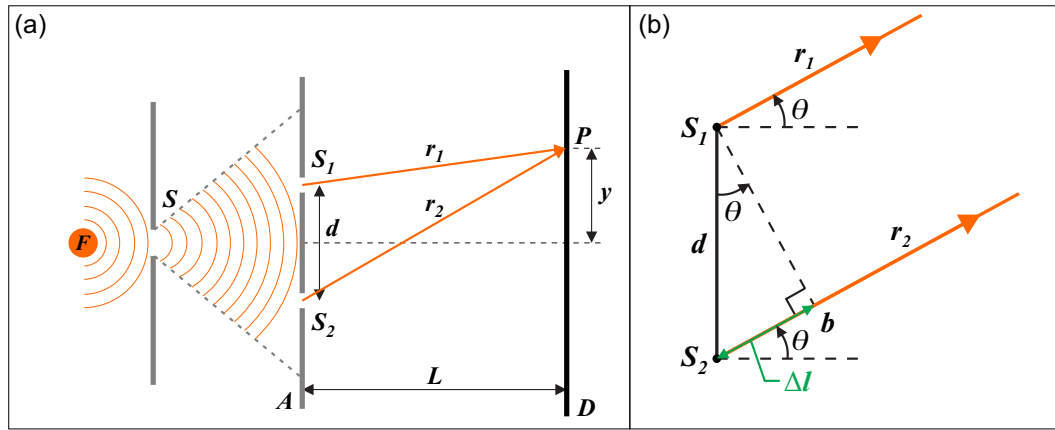


Figura 10 – Experimento de Young para observação de interferência.

As ondas possuem mesma fase ao chegar nas fendas, porém, a partir delas, as duas ondas percorrem distâncias distintas para atingirem o ponto P e, por esse motivo, podem mudar de fase. Se os caminhos diferem em um número inteiro de comprimentos de onda ($\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$), as ondas chegam em fase, interferindo de forma construtiva (franjas claras). Em contrapartida, se os caminhos percorridos pelas ondas diferem em múltiplo ímpar de metade de um comprimento de onda ($(1/2)\lambda, (3/2)\lambda, (5/2)\lambda, \dots$), as ondas chegam fora de fase e se interceptam de forma destrutiva (franjas escuras). Se considerarmos a posição da tela de detecção com uma distância significativa comparada com a distância entre as fendas, podemos supor que os raios r_1 e r_2 são paralelos e fazem o mesmo ângulo θ com o eixo central, Figura 10(b). Utilizando trigonometria simples é possível derivar uma expressão para a diferença dos caminhos Δl de acordo com a Figura 10(b):

$$\Delta l = d \sin \theta. \quad (2.45)$$

Como já mencionado anteriormente, para obtermos interferência construtiva na fenda dupla, a diferença dos caminhos deve ser 0 ou um múltiplo inteiro de comprimentos da onda. A partir dessa informação podemos reescrever a equação (2.45) para franjas claras

como

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{para } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.46)$$

Da mesma forma podemos reescrever a equação (2.45) em termos apenas das franjas escuras, como já sabemos que a diferença do caminho deve ser um múltiplo ímpar de metade do comprimento de onda [17], logo

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad \text{para } m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.47)$$

É importante observar que a intensidade do padrão de interferência observado na tela de detecção cai com o ângulo. As equações (2.46) e (2.47) podem ser utilizadas também para determinar as posições θ das franjas claras e escuras. Para $m = 0$ na equação (2.46) observamos que existe uma franja clara em $\theta = 0$, ou seja $\Delta l = 0$, que corresponde ao máximo central.

O padrão de interferência observado na tela de detecção só é possível se a diferença de fase entre as ondas não variar. Para que isso ocorra, as ondas que emergem das fendas precisam ser totalmente coerentes. A fenda única inicial do experimento de Young foi colocada para garantir esta propriedade (ver Figura 10). Dependendo do quanto a fonte é coerente, ou seja, do grau de coerência, o contraste no padrão de interferência pode se alterar.

3 Coerência e polarização utilizando o formalismo de matriz densidade

Neste capítulo será feita uma breve revisão do trabalho proposto por Bernardo [9]. O objetivo é compreender a teoria unificada de coerência e polarização da luz na mecânica quântica, sem precisar considerar a teoria clássica já estabelecida.

3.1 Polarização dos fótons

Em 1905, Albert Einstein propôs que a radiação eletromagnética era quantizada, tal que a quantidade elementar da luz é hoje chamada de fóton [17]. Fótons são partículas sem carga e que pouco interagem entre si ou até mesmo com a matéria, que exibem fenômenos puramente quânticos. Quanticamente, uma onda de frequência ω tem sua energia obedecendo à relação $E = n\hbar\omega$ onde n é o número de fótons [34]. Como vimos anteriormente, uma onda de luz linearmente polarizada que se propaga no eixo z é descrita pelo seguinte vetor campo elétrico

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t). \quad (3.1)$$

A propriedade de polarização depende apenas da fase relativa entre as componentes x e y do campo elétrico [25]. Quando $E_x = 0$, temos uma luz polarizada na direção y , e quando $E_y = 0$ esta onda possui polarização na direção x . Da mesma forma, uma onda está circularmente polarizada à direita quando $E_x = iE_y$, e uma onda está polarizada circularmente à esquerda quando $E_y = -iE_x$.

A luz, quando passa por um filtro polarizador na direção vertical, é transmitida apenas a direção do campo elétrico paralela ao mesmo. Assim, o filtro polarizador prepara a luz em um estado de polarização. Daqui em diante substituiremos uma onda polarizada em termos das componentes do campo elétrico pelo vetor de estado de polarização correspondente. Desta forma, uma luz polarizada na direção x será representada por $|H\rangle$ (horizontal) e na direção y por $|V\rangle$ (vertical). Uma luz com polarização a 45° será representada por uma combinação linear de estados vertical e horizontal chamada de polarização diagonal $|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$. A luz polarizada a -45° , representada por $|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$ é chamada de polarização anti-diagonal. A polarização orientada em um ângulo θ com o eixo x será representada pelo estado $|\theta\rangle = \cos\theta |H\rangle + \sin\theta |V\rangle$, onde $\cos\theta$ e $\sin\theta$ são as amplitudes equivalentes a E_x e E_y , respectivamente. As polarizações circular à direita e à esquerda podem ser representadas pelos estados

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle) \quad (3.2)$$

e

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle), \quad (3.3)$$

respectivamente. Note que, com base na teoria quântica, esses vetores fornecem todas as informações sobre o estado de polarização, que estão representados abaixo na forma matricial [34]:

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização horizontal}; \quad (3.4)$$

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização vertical}; \quad (3.5)$$

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização circular a direita}; \quad (3.6)$$

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização circular a esquerda}; \quad (3.7)$$

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização diagonal}; \quad (3.8)$$

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{polarização anti-diagonal}. \quad (3.9)$$

Esses estados obedecem à condição de normalização e ortogonalidade, assim

$$\langle V|V\rangle = \langle H|H\rangle = 1 \quad \langle V|H\rangle = 0, \quad (3.10)$$

$$\langle R|R\rangle = \langle L|L\rangle = 1 \quad \langle R|L\rangle = 0, \quad (3.11)$$

e

$$\langle D|D\rangle = \langle A|A\rangle = 1 \quad \langle D|A\rangle = 0. \quad (3.12)$$

Na Mecânica quântica a unidade de informação utilizada é o *qubit*. O qubit é um bit quântico e o que o difere de sua contrapartida clássica (bit) é o princípio da superposição. Ele é um vetor de estado no espaço de Hilbert bidimensional. Em termos da polarização dos fótons, o princípio da superposição de um qubit pode ser representado, além dos estados $|H\rangle$ e $|V\rangle$, como uma combinação linear desses estados $|\psi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$, onde α e β são as amplitudes de probabilidades, que em geral são números complexos. A representação geométrica de um qubit se dá na esfera de Bloch [25].

3.1.1 Parâmetros de Stokes

O estudo do comportamento da luz polarizada teve suas origens em 1852, quando George Gabriel Stokes apresentou quatro quantidades observáveis para representar o estado de polarização de um feixe luminoso, conhecidos hoje como parâmetros de Stokes [35][36]. Se $E_x(\mathbf{r})$ e $E_y(\mathbf{r})$ são componentes do campo $\vec{E}(\mathbf{r})$ em um ponto P , com direções ortogonais e perpendiculares à direção z , os parâmetros de Stokes podem ser definidos por [37]

$$S_0(\mathbf{r}) = \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle, \quad (3.13)$$

$$S_1(\mathbf{r}) = \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle, \quad (3.14)$$

$$S_2(\mathbf{r}) = \langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_y^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle, \quad (3.15)$$

$$S_3(\mathbf{r}) = i \left[\langle E_y^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle \right], \quad (3.16)$$

onde o asterisco denota o complexo conjugado. O termo $\langle E_i(z, t)E_j(z, t) \rangle$ representa a média temporal e é definido por [38]

$$\langle E_i(z, t)E_j(z, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_i(z, t)E_j(z, t)dt, \quad i, j = x, y, \quad (3.17)$$

onde T representa o tempo médio total. O parâmetro S_0 descreve a intensidade total do feixe, S_1 a quantidade de polarização linear nas direções horizontal e vertical; S_2 descreve quantidades de polarização linear nas direções diagonal e anti-diagonal, isto é, $+45^\circ$ e -45° ; e por último, S_3 representa a quantidade de polarização circular à direita e à esquerda. Esses parâmetros também satisfazem a desigualdade

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2, \quad (3.18)$$

onde essa equação se torna uma igualdade quando a luz é completamente polarizada. Em termos dos parâmetros de Stokes, o grau de polarização é dado pela fração entre a intensidade da luz polarizada e a intensidade da luz total,

$$P = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (3.19)$$

O grau de polarização varia em um intervalo $0 \leq P \leq 1$. O valor máximo, $P = 1$, é alcançado quando o feixe é totalmente polarizado, em contrapartida, para $P = 0$ o feixe é dito não polarizado. Para os caso em que P assume valores intermediários, temos o que chamamos de feixe parcialmente polarizado.

Para a polarização dos fótons, os parâmetros de Stokes S_1 , S_2 e S_3 correspondem as médias das medidas nas bases $\{|H\rangle, |V\rangle\}$, $\{|D\rangle, |A\rangle\}$ e $\{|R\rangle, |L\rangle\}$, respectivamente.

Neste sentido, podemos escrever esses parâmetros em termos da matriz densidade $\hat{\rho}$ e das matrizes de Pauli σ_i

$$S_i = \text{Tr} \{ \sigma_i \hat{\rho} \}, i = 0, 1, 2, 3. \quad (3.20)$$

Os operadores de Pauli na base $|H\rangle$ e $|V\rangle$ são

$$\sigma_1 = |H\rangle \langle H| - |V\rangle \langle V|; \quad (3.21)$$

$$\sigma_2 = |H\rangle \langle V| + |V\rangle \langle H|; \quad (3.22)$$

$$\sigma_3 = -i [|V\rangle \langle H| - |H\rangle \langle V|]. \quad (3.23)$$

Aqui também cada parâmetro representa um tipo de polarização. Para estados puros $\sum_{i=1}^3 S_i^2 = 1$, para estados mistos $0 < \sum_{i=1}^3 S_i^2 < 1$, e para estados completamente mistos temos $\sum_{i=1}^3 S_i^2 = 0$ [8].

Podemos representar geometricamente estados de polarização arbitrários em termos dos parâmetros S_i na chamada esfera de Poincaré. Neste caso, a representação se dá por um vetor com coordenadas (S_1, S_2, S_3) . Essa esfera tem raio unitário e todos os estados fisicamente possíveis se encontram nela. Como mostra a figura 11, os estados puros estão localizados na superfície da esfera e os estados mistos no interior dela. Os estados com polarizações ortogonais se localizam em pontos diametralmente opostos da esfera.

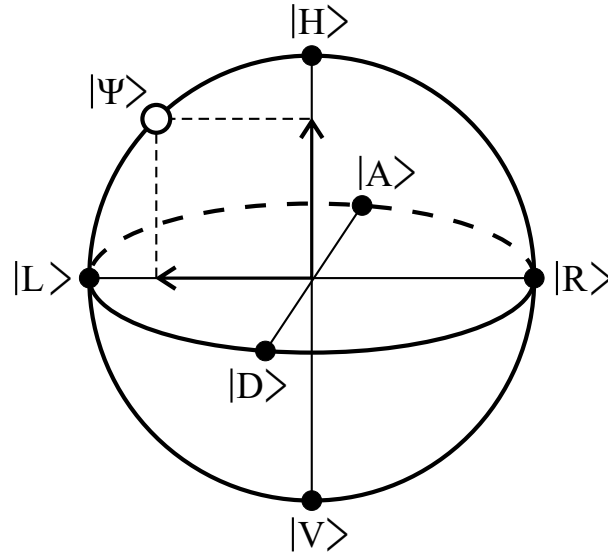


Figura 11 – Esfera de Poincaré (ou Bloch). Nela representamos um estado $|\psi\rangle$ e a representação geométrica das suas amplitudes de probabilidade para os estados $|H\rangle$ e $|L\rangle$. Adaptado de [8]

3.2 Coerência e polarização: Unificação das teorias

A coerência é uma importante propriedade da luz, que a grosso modo podemos defini-la como a habilidade de um campo ótico produzir interferência [9]. Por outro lado, temos também as propriedades da polarização, introduzida por Stokes [35], em termos de vários parâmetros. Essas duas teorias, antes estudadas separadamente, podem agora ter uma descrição unificada na mecânica quântica, utilizando o formalismo da matriz densidade do sistema. Este sistema será considerado aqui como um ensemble de fótons que se propagam próximo ao eixo z , no experimento da dupla fenda de Young, como mostrado na figura.

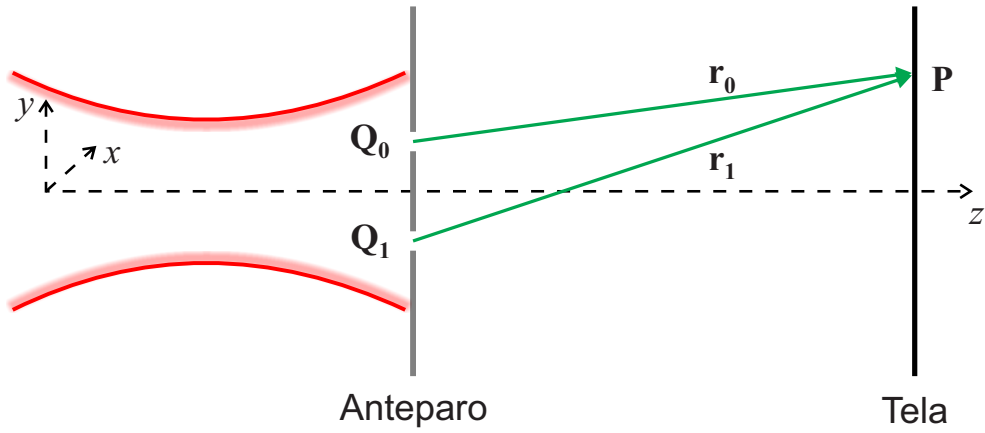


Figura 12 – Experimento da dupla fenda de Young. Um conjunto de fótons colide com uma parede contendo duas fendas Q_0 e Q_1 , possibilitando dois possíveis caminhos e em seguida são detectados na tela. Adaptado de [9].

O estado geral dos fótons que passam pelas fendas Q_0 e Q_1 representados por $|0\rangle$ e $|1\rangle$, respectivamente, com polarização descrita em termos dos vetores de base horizontal $|H\rangle$ e $|V\rangle$ vertical é dado por

$$|\psi\rangle = a |H, 0\rangle + b |H, 1\rangle + c |V, 0\rangle + d |V, 1\rangle. \quad (3.24)$$

Os coeficientes a, b, c e d , que satisfazem a relação $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$, são as amplitudes de probabilidades associadas a cada estado. Note que escrevendo o estado desse sistema em termos desses kets base nos dá informação tanto do caminho tomado pelos fótons quanto suas polarizações. Desse modo, podemos escrever o operador densidade do sistema fazendo $\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle\psi|$ e obter a matriz correspondente

$$\hat{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |a|^2 & ab^* & ac^* & ad^* \\ ba^* & |b|^2 & bc^* & bd^* \\ ca^* & cb^* & |c|^2 & cd^* \\ da^* & db^* & dc^* & |d|^2 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

onde os asteriscos dos elementos representam os complexos conjugados.

Para calcular $\rho(P)$ que é a densidade de probabilidade de os fótons serem detectados no ponto P (Figura 12), temos que

$$\rho(P) = \langle H, P | \rho | H, P \rangle + \langle V, P | \rho | V, P \rangle. \quad (3.26)$$

Podemos escrever a equação acima desta maneira porque os fótons com polarização horizontal não interferem com os fótons com polarização vertical. $|H, P\rangle$ são os estados dos fótons com polarização horizontal detectados em P , e $|V, P\rangle$ são os estados dos fótons com polarização vertical detectados em P . As amplitudes de probabilidades de encontrar fótons no ponto P com tais polarizações, passando por Q_0 e Q_1 , são dadas por:

$$\psi_{H,V}^{(P)}(r_0) = \langle H, P | H, 0 \rangle = \langle V, P | V, 0 \rangle = \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \quad (3.27)$$

e

$$\psi_{H,V}^{(P)}(r_1) = \langle H, P | H, 1 \rangle = \langle V, P | V, 1 \rangle = \frac{e^{ikr_1}}{r_1}. \quad (3.28)$$

Escrevemos dessa forma considerando que as fendas são da ordem do comprimento de onda dos fótons, tal que as funções de onda dos fótons que emergem das fendas podem ser consideradas como sendo esféricas. Nas equações (3.27) e (3.28), i representa a unidade imaginária, k é o número de onda e r_0 e r_1 são as distâncias das fendas Q_0 e Q_1 ao ponto P , respectivamente. Substituindo as equações (3.27) e (3.28) na equação (3.26) e anulando produtos internos de estados com polarizações distintas, encontramos que

$$\rho(P) = \frac{\rho_{11} + \rho_{33}}{r_0^2} + \frac{\rho_{22} + \rho_{44}}{r_1^2} + \frac{2\text{Re}[(\rho_{21} + \rho_{34})e^{ik(r_0-r_1)}]}{r_0 r_1}, \quad (3.29)$$

onde ρ é hermitiano $\rho_{mn} = \rho_{nm}^*$ e Re denota a parte real. Se analisarmos a equação (3.29), no sentido de fechar a fenda Q_1 e deixar apenas a fenda Q_0 aberta, teremos apenas o primeiro termo da equação

$$\rho(P) = \frac{\rho_{11} + \rho_{33}}{r_0^2}. \quad (3.30)$$

De maneira idêntica, se fecharmos a fenda Q_0 e deixar Q_1 aberta, a equação (3.29) se reduz a

$$\rho(P) = \frac{\rho_{22} + \rho_{44}}{r_1^2}. \quad (3.31)$$

Desse modo, a equação (3.29) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\rho(P) = \rho_0 + \rho_1 + 2\sqrt{\rho_0(P)}\sqrt{\rho_1(P)}\text{Re}[\mu e^{ik(r_0-r_1)}], \quad (3.32)$$

onde μ é um parâmetro dado por

$$\mu = \frac{\rho_{12} + \rho_{34}}{\sqrt{\rho_{11} + \rho_{33}}\sqrt{\rho_{22} + \rho_{44}}}. \quad (3.33)$$

Analisando a equação (3.33), podemos perceber que os dois primeiros termos representam probabilidades clássicas de fótons que passaram por cada fenda. Já o último termo é responsável justamente pelo padrão de interferência observado na tela, e o parâmetro μ é chamado grau de coerência. Esse parâmetro varia no intervalo $0 \leq \mu \leq 1$, quando temos interferência máxima, $|\mu| = 1$, o que significa que o ensemble de fótons é totalmente coerente em relação às fendas. Já no caso em que $\mu = 0$, o padrão de interferência é totalmente destruído e o ensemble de fótons é dito completamente incoerente. Para casos intermediários em que $0 < \mu < 1$, os fótons são considerados parcialmente coerentes.

No que diz respeito à polarização, podemos encontrar o grau de polarização desse sistema considerando inicialmente apenas fótons que emergem da fenda Q_0 e escrever a versão quântica para os parâmetros de Stokes [39]:

$$S_0^{(0)} = \text{tr}[|H, 0\rangle \langle H, 0| \rho] + \text{tr}[|V, 0\rangle \langle V, 0| \rho] = \rho_{11} + \rho_{33}; \quad (3.34)$$

$$S_1^{(0)} = \text{tr}[|H, 0\rangle \langle H, 0| \rho] - \text{tr}[|V, 0\rangle \langle V, 0| \rho] = \rho_{11} - \rho_{33}; \quad (3.35)$$

$$S_2^{(0)} = \text{tr}[|H, 0\rangle \langle V, 0| \rho] + \text{tr}[|V, 0\rangle \langle H, 0| \rho] = \rho_{31} + \rho_{13}; \quad (3.36)$$

$$S_3^{(0)} = -i[\text{tr}[|V, 0\rangle \langle H, 0| \rho] - \text{tr}[|H, 0\rangle \langle V, 0| \rho]] = i(\rho_{13} - \rho_{31}), \quad (3.37)$$

onde tr significa traço. Fisicamente, os parâmetros de Stokes acima representam as médias do operador identidade e dos três operadores de Pauli na base $|H\rangle$ e $|V\rangle$ para os fótons que saem por Q_0 [9].

O grau de polarização dos fótons que saem pela fenda Q_0 é quantificado a partir da seguinte relação:

$$P_0 = \frac{\sqrt{(S_1^{(0)})^2 + (S_2^{(0)})^2 + (S_3^{(0)})^2}}{S_0^{(0)}}. \quad (3.38)$$

Substituindo os parâmetros $S_0^{(0)}$, $S_1^{(0)}$, $S_2^{(0)}$ e $S_3^{(0)}$ na equação (3.38), encontramos a expressão para o grau de polarização como

$$P_0 = \sqrt{1 - \frac{4(\rho_{11}\rho_{33} - \rho_{13}\rho_{31})}{(\rho_{11} + \rho_{33})^2}}. \quad (3.39)$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio, e escrevendo os parâmetros de Stokes para os fótons que saem pela fenda Q_1 , obtemos a seguinte expressão para o grau de polarização

$$P_1 = \sqrt{1 - \frac{4(\rho_{22}\rho_{44} - \rho_{24}\rho_{42})}{(\rho_{22} + \rho_{44})^2}}. \quad (3.40)$$

O grau de polarização como foi definido tem valores compreendidos entre 0 e 1. Para a fenda Q_0 , por exemplo, se $0 < P_0 < 1$ o ensemble de fótons é classificado como parcialmente polarizado, se $P_0 = 1$ como totalmente polarizado, e no caso em que $P_0 = 0$ como não polarizados. Essa mesma classificação se aplica analogamente para P_1 .

Esse formalismo derivado aqui, apesar das discussões serem fundamentadas no estado puro da equação geral, valem também para estados mistos. Para validar as expressões desenvolvidas para o grau de coerência e o grau de polarização, apresentaremos dois exemplos para esclarecer seus significados físicos. O primeiro exemplo consiste em um ensemble puro de fótons, com polarização horizontal, e mesma probabilidade de passar através de ambas as fendas. O estado que descreve esse exemplo é

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H, 0\rangle + |H, 1\rangle). \quad (3.41)$$

O grau de coerência associado a esse estado é $\mu = 1$, e o grau de polarização é $P_0 = 1$ e $P_1 = 1$. Tanto o grau de coerência quanto o grau de polarização atingem o valor máximo, pois não temos informação sobre qual das fendas os fótons passam, e eles possuem uma polarização bem definida. Agora, como segundo exemplo, apresentamos um estado misto bastante interessante com graus de liberdade de coerência e polarização separáveis,

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_p \otimes \hat{\rho}_c, \quad (3.42)$$

do tipo

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}[|H\rangle\langle H| + |V\rangle\langle V|] \otimes \frac{1}{2}[|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|]. \quad (3.43)$$

Para esse estado, temos o grau de coerência $\mu = 1$, e graus de polarização $P_0 = 0$ e $P_1 = 0$, esses resultados são consequências dos fatos de que o ensemble de fótons é completamente despolarizado em cada fenda, mas são totalmente coerente em relação a elas.

4 Quantificadores de visibilidade e distinguibilidade no interferômetro da dupla fenda

Tendo em vista todo arsenal teórico desenvolvido nos capítulos anteriores, este capítulo apresenta a formulação matemática utilizada para descrever os quantificadores de visibilidade e distinguibilidade. Através da derivação desses quantificadores no cenário do experimento da dupla fenda, é possível observar a manifestação de onda, partícula ou ainda onda-partícula dos fótons, quantitativamente, por meio do princípio da complementaridade.

4.1 Traço da distância

Para quantificar o quão parecidas ou próximas são duas distribuições de probabilidades na teoria de informação, se faz necessário designar qual tipo de medida é de interesse. As medidas são classificadas em *medidas estáticas*, que quantificam a proximidade entre duas distribuições, e as *medidas dinâmicas* responsáveis por dizer como a informação foi preservada durante o processo. É de interesse para o momento, apenas o estudo de medidas estáticas. No contexto da teoria da informação clássica, para comparar a diferença entre duas sequências de bits é utilizada a distância de Hamming [40]. Por exemplo, as sequências $x = 1100$ e $y = 0101$ têm uma distância de Hamming, $H(x, y) = 2$. Em outras palavras, esse é o valor do número de substituições necessária para transformar a sequência x na y . A ineficácia dessa medida se faz presente quando ao invés de sequências estudamos distribuições de probabilidade. Neste caso, são necessárias medidas de distância mais sofisticadas.

Para comparar o quão distintas são duas distribuições de probabilidades, utilizaremos uma medida conhecida como *distância de Kolmogorov* ou *traço da distância* [40]. Se considerarmos duas distribuições de probabilidades $P = p_x$ e $Q = q_x$ sobre o mesmo conjunto x , essa distância é definida por [25]

$$D(P, Q) = \frac{1}{2} \sum_x |p_x - q_x|. \quad (4.1)$$

O fato de ser chamada de traço da distância é apenas uma antecipação da versão quântica dessa medida. O termo distância é utilizado, e deve ser justificado ao satisfazer as propriedades de uma métrica listadas abaixo:

- 1) Métrica positivamente definida: $D(x, y) \geq 0$;
- 2) É simétrica para todos os x e y : $D(x, y) = D(y, x)$;
- 3) Obedece à desigualdade triangular: $D(x, z) \leq D(x, y) + D(y, z)$;

4) É nula para todos os pontos coincidentes: $D(x, y) = 0$ se $x = y$.

O quão próximos são dois estados quânticos? Encontramos uma resposta a essa pergunta na versão quântica do traço da distância. O traço da distância quântico entre dois operadores densidade ρ e τ é uma generalização do traço da distância clássico, e é expressado pela equação

$$D(\rho, \tau) = \frac{1}{2} \text{tr} |\rho - \tau|, \quad (4.2)$$

onde $|\rho - \tau| = \sqrt{(\rho - \tau)(\rho - \tau)^\dagger}$ que é a raiz quadrada positiva de $(\rho - \tau)(\rho - \tau)^\dagger$ [40]. Quando temos as matrizes ρ e τ hermitianas, podemos escrever o traço da distância em função do módulo dos autovalores correspondentes

$$D(\rho, \tau) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\rho - \tau)^2} \right] = \sum_i |\lambda_i|, \quad (4.3)$$

onde λ_i são os autovalores.

Se os operadores ρ e τ comutarem, o traço da distância quântico coincide com o clássico, medido em termos dos autovalores correspondentes a ρ e τ , que, neste caso, são matrizes diagonais na mesma base de representação. Dessa maneira, podemos escrever as seguintes expressões em função de um conjunto ortonormal $|i\rangle$:

$$\rho = \sum_i r_i |i\rangle \langle i| \quad (4.4)$$

e

$$\tau = \sum_i s_i |i\rangle \langle i|. \quad (4.5)$$

Substituindo essas duas equações anteriores na equação (4.2), temos

$$D(\rho, \tau) = \frac{1}{2} \left| \sum_i (r_i - s_i) \right| = D(r_i - s_i). \quad (4.6)$$

Podemos expressar qualquer estado de qubit único em termos do seu vetor de Bloch tridimensional [25], logo podemos escrever ρ e τ como

$$\rho = \frac{1}{2} (I + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}) \quad (4.7)$$

e

$$\tau = \frac{1}{2} (I + \vec{s} \cdot \vec{\sigma}), \quad (4.8)$$

onde $\vec{r}$ e $\vec{s}$ são vetores tridimensionais da esfera de Bloch, I a matriz identidade, e $\vec{\sigma}$ o vetor das matrizes de Pauli. Substituindo as equações (4.7) e (4.8) na equação (4.2), encontramos que

$$D(\rho, \tau) = \frac{1}{4} \text{tr} |(\vec{r} - \vec{s}) \cdot \vec{\sigma}|, \quad (4.9)$$

onde $(\vec{r} - \vec{s}) \cdot \vec{\sigma}$ tem autovalores iguais a $\pm |\vec{r} - \vec{s}|$, tal que o traço de $|(\vec{r} - \vec{s}) \cdot \vec{\sigma}|$ é $2|\vec{r} - \vec{s}|$. Desse modo, o traço da distância pode ser reescrito como

$$D(\rho, \tau) = \frac{|\vec{r} - \vec{s}|}{2}. \quad (4.10)$$

Assim, podemos concluir que a distância entre dois estados de qubit único na esfera de Bloch é equivalente à metade da distância euclidiana entre eles.

Utilizaremos esse formalismo do traço da distância para distinguir estados quânticos na derivação do quantificador da distinguibilidade, posteriormente. Essa medida de distância já é utilizada na literatura, como por exemplo para quantificar a não-localidade de Bell [41], e para investigar de maneira experimental a correlação sistema-ambiente através da evolução do traço da distância [42].

4.2 Quantificadores de visibilidade e distinguibilidade

A visibilidade no contexto de interferometria é a medida do contraste das franjas de interferência. A quantificação da visibilidade das franjas de interferência no experimento da dupla fenda de Young é dada a partir das intensidades máximas e mínimas, como segue

$$V = \frac{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{i}n}}{I_{m\acute{a}x} + I_{m\acute{i}n}}. \quad (4.11)$$

Claramente, V tem valor máximo quando $I_{m\acute{i}n} = 0$, o que pode ser obtido com uma luz totalmente coerente. A visibilidade cai para zero quando $I_{m\acute{i}n} = I_{m\acute{a}x}$ e as franjas desaparecem, que é característica de uma luz incoerente [43].

A partir do desenvolvimento da descrição de matriz densidade feito por Bernardo, e apresentado no capítulo 3 [9], vamos derivar o quantificador de visibilidade no interferômetro da dupla fenda de Young utilizando um ensemble de fótons. A visibilidade em termos da matriz densidade é dada por [22],

$$V = \frac{\rho_{m\acute{a}x} - \rho_{m\acute{i}n}}{\rho_{m\acute{a}x} + \rho_{m\acute{i}n}}, \quad (4.12)$$

onde $\rho_{m\acute{a}x}$ e $\rho_{m\acute{i}n}$ são as densidades de probabilidade máxima e mínima obtidas variando as distâncias r_0 e r_1 na equação (3.32). Ao variar esses parâmetros, o único termo que irá variar é $2Re[\mu e^{ik(r_a - r_b)}]$ e vamos nos concentrar apenas nele nesse momento. O grau de coerência μ é um número complexo que pode ser escrito como

$$\mu = D + iF, \quad (4.13)$$

e, podemos expandir a exponencial em termos de seno e cosseno

$$e^{ik(r_a - r_b)} = \cos[k(r_a - r_b)] - i \sin[k(r_a - r_b)]. \quad (4.14)$$

Assim,

$$\mu e^{ik(r_a - r_b)} = D \cos[k(r_a - r_b)] + F \sin[k(r_a - r_b)] + i \{ F \cos[k(r_a - r_b)] - D \sin[k(r_a - r_b)] \}. \quad (4.15)$$

Fazendo $x = k(r_a - r_b)$, utilizando apenas a parte real de (4.15) e chamando a função de f , teremos

$$f(x) = D \cos(x) + F \sin(x). \quad (4.16)$$

Queremos encontrar os pontos de máximo e mínimo dessa função, que corresponde a encontrar $\rho_{m\acute{a}x}$ e $\rho_{m\acute{i}n}$, respectivamente. Os pontos extremos dessa função são encontrados efetuando a derivada primeira e igualando a zero, $\frac{df(x)}{dx} = 0$. Fazendo isso e utilizando algumas identidades trigonométricas, temos como resultado

$$x = \arctan\left(-\frac{F}{D}\right). \quad (4.17)$$

substituindo o valor de x na equação (4.16), teremos os valores de máximo e mínimo. Vale ressaltar que x é um ponto extremo que pode ser máximo ou mínimo, então ao atribuírmos um máximo para f , ao adicionarmos uma fase π obtemos o seu mínimo. Logo,

$$f_{m\acute{a}x} = D \cos\left[\arctan\left(-\frac{F}{D}\right)\right] + F \sin\left[\arctan\left(-\frac{F}{D}\right)\right] \quad (4.18)$$

e

$$f_{m\acute{i}n} = D \cos\left[\arctan\left(-\frac{F}{D} + \pi\right)\right] + F \sin\left[\arctan\left(-\frac{F}{D} + \pi\right)\right]. \quad (4.19)$$

Vamos comparar o parâmetro μ , que chamamos de um número complexo $\mu = D + iF$, com a expressão (3.33) que é o grau de coerência. Essa comparação nos permite escrever D e F das expressões (4.18) e (4.19) como a parte real e imaginária do grau de coerência, respectivamente. Assim,

$$D = \frac{Re(\rho_{12} + \rho_{34})}{\sqrt{\rho_{11} + \rho_{33}}\sqrt{\rho_{22} + \rho_{44}}}, \quad (4.20)$$

e

$$F = \frac{Im(\rho_{12} + \rho_{34})}{\sqrt{\rho_{11} + \rho_{33}}\sqrt{\rho_{22} + \rho_{44}}}. \quad (4.21)$$

Dessa maneira, substituindo os valores de D e F nas equações (4.18) e (4.19), e substituindo o resultado em (3.32), chegaremos nas expressões para o $\rho_{m\acute{a}x}$ e $\rho_{m\acute{i}n}$. Podemos expressar a visibilidade em termos das entradas da matriz densidade como

$$V = \left| \frac{\frac{4}{r_a r_b} \{Re(\gamma) \cos(\arctan(\theta)) + Im(\gamma) \sin(\arctan(\theta))\}}{2 \left(\frac{(\rho_{11} + \rho_{33})}{r_a^2} + \frac{(\rho_{22} + \rho_{44})}{r_b^2} \right)} \right|, \quad (4.22)$$

onde $\gamma = \rho_{12} + \rho_{34}$ e $\theta = \frac{Im(\rho_{12} + \rho_{34})}{Re(\rho_{12} + \rho_{34})}$. Utilizando a aproximação de pequeno ângulo $r_a^2 \approx r_b^2 \approx r_a r_b$ e sabendo que $tr(\hat{\rho}) = 1$, chegamos à expressão final para a visibilidade:

$$V = |2 \{Re(\gamma) \cos(\arctan \theta) - Im(\gamma) \sin(\arctan \theta)\}|. \quad (4.23)$$

A expressão para visibilidade derivada aqui nos fornece de maneira simples a quantificação do contraste no padrão de interferência gerado no experimento da dupla

fenda. A visibilidade tem valores que variam entre 0 e 1, onde para o valor mínimo não temos visibilidade, ou seja as franjas do padrão de interferência não aparecem na tela de detecção. Por outro lado, se temos visibilidade 1 o padrão de interferência ocorre em máximo contraste. Para valores intermediários entre os valores extremos, observamos um padrão de interferência "borrado". A partir de um estado geral dos fótons é possível quantificar a visibilidade em termos das entradas da matriz densidade que representa esse conjunto de fótons. Um ponto bastante interessante é que essa expressão é válida tanto para estados puros quanto para estados mistos. Isso ficará evidente nos exemplos que serão apresentados posteriormente.

Agora, derivaremos o quantificador de distinguibilidade do caminho dos fótons. O cenário é o mesmo, um ensemble de fótons no experimento da dupla. Utilizaremos nessa quantificação, a medida de traço da distância apresentado na seção anterior para distinguir estados. Para nosso caso, vamos analisar cada fenda separadamente e escrever uma expressão que compreenda tanto a intensidade dos fótons quanto a polarização. As matrizes densidades referentes às fendas 0 e 1 serão representadas por ρ_0 e ρ_1 , respectivamente. A expressão para a distinguibilidade do caminho percorrido pelos fótons a partir de uma adaptação para o nosso caso será

$$D(\rho_0, \rho_1) = \text{tr}(|I_0\rho_0 - I_1\rho_1|). \quad (4.24)$$

Comparando a expressão (4.24) com a expressão do traço da distância quântico (4.2), a mudança é que ao invés da normalização ser dada pelo $\frac{1}{2}$, normalizamos utilizando o desbalanço entre a intensidade dos fótons na fenda 0, I_0 , e na fenda 1, I_1 . Com essa adaptação, distinguiremos os fótons detectados nas fendas e, conseqüentemente, temos acesso ao caminho percorrido por eles. Podemos relacionar os parâmetros de Stokes da fenda 0 com a matriz densidade ρ_0 pela seguinte expressão [44]

$$\rho_0 = \frac{1}{2S_0^{(0)}} \sum_{i=0}^3 S_i^{(0)} \sigma_i, \quad (4.25)$$

onde σ_i são as matrizes de Pauli:

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

E, $S_i^{(0)}$ são os parâmetros de Stokes para quântica, em termos das entradas da matriz densidade de coerência e polarização (3.2) para a fenda 0:

$$S_0^{(0)} = \rho_{11} + \rho_{33}; \quad (4.27)$$

$$S_1^{(0)} = \rho_{31} + \rho_{13} \quad (4.28)$$

$$S_2^{(0)} = i(\rho_{13} - \rho_{31}) \quad (4.29)$$

$$S_3^{(0)} = \rho_{11} - \rho_{33}. \quad (4.30)$$

Substituindo esses parâmetros e as matrizes de Pauli na equação (4.25), temos a matriz densidade para a fenda 0

$$\rho_0 = \frac{1}{\rho_{11} + \rho_{33}} \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{13} \\ \rho_{31} & \rho_{33} \end{pmatrix}. \quad (4.31)$$

Os mesmos procedimentos são feitos para obter a matriz densidade para a fenda 1, lembrando que os parâmetros de Stokes para a fenda 1 são:

$$S_0^{(1)} = \rho_{22} + \rho_{44}; \quad (4.32)$$

$$S_1^{(1)} = \rho_{42} + \rho_{24}; \quad (4.33)$$

$$S_2^{(1)} = i(\rho_{24} - \rho_{42}); \quad (4.34)$$

$$S_3^{(1)} = \rho_{22} - \rho_{44}. \quad (4.35)$$

Logo,

$$\rho_1 = \frac{1}{\rho_{22} + \rho_{44}} \begin{pmatrix} \rho_{22} & \rho_{14} \\ \rho_{41} & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (4.36)$$

Com isso, podemos retornar à equação (4.24) e substituir os valores de ρ_0 e ρ_1 , obtendo

$$D(\rho_0, \rho_1) = \text{tr} \left| \begin{pmatrix} (\rho_{11} - \rho_{22}) & (\rho_{13} - \rho_{24}) \\ (\rho_{31} - \rho_{42}) & (\rho_{33} - \rho_{44}) \end{pmatrix} \right|. \quad (4.37)$$

Pelo traço da distância vimos que é possível calcular a distinção entre dois estados utilizando a soma do módulo dos autovalores quando as matrizes são hermitianas, equação (4.3). Então, vamos fazer o mesmo para a distinguibilidade, chamando a matriz resultante da equação (4.37) de A , podemos calcular os autovalores dessa matriz utilizando $\det[A - \lambda I] = 0$ e teremos dois autovalores λ_1 e λ_2 ,

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4(\beta - \kappa)}}{2} \quad (4.38)$$

e

$$\lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 4(\beta - \kappa)}}{2}, \quad (4.39)$$

onde $\alpha = \rho_{11} - \rho_{22} + \rho_{33} - \rho_{44}$, $\beta = \rho_{13} - \rho_{24} + \rho_{31} - \rho_{42}$ e $\kappa = (\rho_{11} - \rho_{22})(\rho_{33} - \rho_{44})$. Assim, podemos escrever a distinguibilidade como

$$D(\rho_0, \rho_1) = \sum_i |\lambda_i|. \quad (4.40)$$

Fazendo o uso da equação acima e explorando o fato de que $\rho_{mn}\rho_{nm}^* = |\rho_{nm}|^2$, temos a expressão para o quantificador de distinguibilidade:

$$D(\rho_0, \rho_1) = \frac{1}{2} \left\{ \left| \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4[|\beta|^2 - \kappa]} \right| + \left| \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 4[|\beta|^2 - \kappa]} \right| \right\}. \quad (4.41)$$

Esta é a expressão final para a distinguibilidade do caminho dos fótons, que abrange tanto a intensidade quanto a polarização, e é válida para estados puros e mistos. Neste sentido, a distinguibilidade tem valores compreendidos entre 0 e 1: distinguibilidade 0 nos diz que não temos informação nenhuma do caminho percorrido pelos fótons, e distinguibilidade 1 nos dá uma informação completa do caminho que os fótons percorreram. Há ainda casos intermediários, onde não temos uma informação completa sobre o caminho percorrido pelos fótons, e a distinguibilidade tem valores no intervalo $0 < D < 1$.

4.3 Princípio da complementaridade

O princípio da complementaridade enunciado por Niels Bohr em 1928, resume-se basicamente na afirmação de que um sistema quântico pode apresentar comportamento às vezes de onda e às vezes de partícula. Essa dualidade é um fato que fomenta inúmeras discussões na mecânica quântica. Um cenário simples de compreender isso é o interferômetro da dupla fenda. Nesse experimento um único fóton pode passar pelas duas fendas simultaneamente e formar um padrão de interferência, o que é esperado quando se trata de onda. Se colocado um detector para informar por qual das fendas esse fóton passou, o padrão de interferência é destruído e temos a característica de partícula [45]. Bohr abordou apenas qualitativamente esse princípio, e a partir disso houve a necessidade de uma abordagem quantitativa.

Com o objetivo de quantificar a complementaridade, Greenberg e Yasin em 1988 foram os primeiros a expressá-la por meio da desigualdade $P^2 + V^2 \leq 1$, onde P é chamado de previsibilidade do caminho tomado pelos fótons, e V é a visibilidade das franjas de interferência [46]. Essa relação tinha como objetivo adivinhar, com base na preparação inicial do experimento, por qual dos dois caminhos a partícula seguiria. Englert em 1996 obteve uma versão melhorada, que tratava em um único experimento ter conhecimento por qual dos dois caminhos a partícula seguiria, sem precisar fazer previsões a partir de uma preparação inicial [47]. A quantificação da dualidade onda-partícula é conhecida como desigualdade Englert-Greenberg-Yasin (EGY) expressada por meio de [46][47][48]:

$$D^2 + V^2 \leq 1. \quad (4.42)$$

Através dessa relação é possível quantificar a complementaridade sob a visão de onda e de partícula no experimento da dupla fenda. O limite superior dessa desigualdade ocorre quando temos propriedades complementares de onda-partícula. Quando temos informação completa do caminho ($D=1$), o padrão de interferência é destruído ($V=0$), o que nos dá a informação de que se trata de partícula. Por outro lado, se não conhecemos o caminho da partícula ($D=0$), um padrão de interferência de máximo contraste é formado ($V=1$), configurando o carácter ondulatório.

4.3.1 Exemplos

Para validar os quantificadores de visibilidade e distinguibilidade derivados até o momento, iremos apresentar alguns exemplos para esclarecer seus significados físicos. Como primeiro exemplo, vamos considerar um ensemble de fótons polarizados horizontalmente e que passam através da fenda 0, representados pelo seguinte estado

$$|\psi_1\rangle = |H, 0\rangle. \quad (4.43)$$

O operador densidade correspondente a esse estado é dado por $\hat{\rho}_1 = |H, 0\rangle \langle H, 0|$. A matriz densidade é

$$\hat{\rho}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Utilizando a equação (4.22), podemos perceber que para este caso temos $V = 0$ e pela equação (4.40) temos $D = 1$. Esse resultado se dá pelo fato de que os fótons passam apenas por uma fenda, causando ausência de interferência. E, é evidente o caminho percorrido por eles com polarização bem definida, obtendo assim máxima informação. É fácil notar que, para esta configuração, os fótons apresentam comportamento de partículas.

Como segundo exemplo, consideremos um ensemble de fótons com polarização diagonal em ambas as fendas, como segue o estado puro que os representam

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{2}(|H, 0\rangle + |H, 1\rangle + |V, 0\rangle + |V, 1\rangle). \quad (4.45)$$

A matriz densidade correspondente a esse estado é

$$\hat{\rho}_2 = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}. \quad (4.46)$$

Podemos facilmente verificar que neste caso temos $D = 0$ e $V = 1$. A polarização é uniforme nas fendas, tal que não temos informação do caminho percorrido pelos fótons.

Por outro lado, temos a assinatura do padrão de interferência com máximo contraste. Nessa configuração podemos observar que os fótons tem comportamento ondulatório.

Considere agora um ensemble de fótons com estado de coerência emaranhado com a polarização, como segue

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H, 0\rangle + |V, 1\rangle). \quad (4.47)$$

Representado em termos da matriz densidade, temos

$$\hat{\rho}_3 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Para este exemplo que estabelece uma relação quântica entre fótons com polarizações horizontal na fenda 0 e vertical na fenda 1, temos $V = 0$ e $D = 1$. As polarizações nas fendas são ortogonais e a distinguibilidade é máxima. Neste caso, temos que os fótons se comportam como partículas.

Podemos também estudar o caso simples em que a polarização é bem definida

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H, 0\rangle + |H, 1\rangle), \quad (4.49)$$

e a matriz densidade corresponde a

$$\hat{\rho}_4 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Neste caso de polarização bem definida, a informação do caminho não é acessível e $D = 0$. Em contrapartida, um padrão de interferência de máximo contraste é observado na tela de detecção $V = 1$, que rende um comportamento ondulatório para os fótons.

Agora, vejamos um exemplo muito interessante para validar nosso quantificador de visibilidade. Observe um caso em que o estado dos fótons apresenta uma fase relativa entre as fendas 0 e 1

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\theta}|1\rangle). \quad (4.51)$$

Considerando $\theta = \frac{\pi}{2}$ temos a seguinte matriz densidade

$$\hat{\rho}_5 = \begin{bmatrix} 1/4 & -i/4 & 1/4 & 1/4 \\ i/4 & 1/4 & i/4 & 1/4 \\ 1/4 & -i/4 & 1/4 & -i/4 \\ i/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

Mesmo adicionando uma fase i ao estado dos fótons o valor da visibilidade permanece $V = 1$. O que acontece é apenas um translado das franjas na tela de detecção, independentemente do valor de θ .

Vamos considerar um estado puro com visibilidade e distinguibilidade parciais. Um ensemble de fótons que iluminam igualmente ambas as fendas é representado por

$$|\psi_6\rangle = \frac{2}{\sqrt{2}} |H, 0\rangle + \frac{1}{2} |H, 1\rangle - \frac{i}{2} |V, 1\rangle. \quad (4.53)$$

Reorganizando essa expressão para simplificar o entendimento, temos

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |H, 0\rangle + \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|H, 1\rangle - i |V, 1\rangle) \right] \right\}, \quad (4.54)$$

onde podemos perceber que o disposto dentro dos colchetes representa um estado de fótons com polarização circular à esquerda. Então podemos ler esse estado como fótons com polarização horizontal que passam pela fenda 0, e fótons com polarização circular à esquerda que passam pela fenda 1. Desse modo, a matriz densidade será

$$\hat{\rho}_6 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2\sqrt{2} & 0 & -i/2\sqrt{2} \\ 1/2\sqrt{2} & 1/4 & 0 & i/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i/2\sqrt{2} & -i/4 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

Com isso temos $V = 0,707$ e $D = 0,707$. Esse estado nos dá uma informação parcial dos caminhos dos fótons devido à polarização nas fendas serem diferentes, mas não ortogonais, e consequentemente gerando a formação de um padrão de interferência borrado. Substituindo os valores de V e D na relação da complementaridade (4.42), ela atinge o limite superior $V^2 + D^2 = 1$. Para este caso, os fótons apresentam um comportamento de onda-partícula.

Como último exemplo, vamos nos concentrar no caso de um estado misto. Esse estado consiste de uma luz parcialmente coerente e parcialmente polarizada. Assumindo que a fonte produz fótons com probabilidades clássicas w_0 de passar pela fenda 0 e w_1 pela fenda 1. Ao mesmo tempo esses fótons possuem probabilidades w_h e w_v de polarizações horizontal e vertical, respectivamente. Podemos representar a matriz densidade de acordo com essas informações como

$$\hat{\rho}_7 = \begin{bmatrix} w_0 w_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_0 w_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_1 w_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 w_v \end{bmatrix}. \quad (4.56)$$

É fácil notar que, como não há termos de interferência (termos fora da diagonal) $V = 0$ independente das probabilidades. Assumindo que a fonte produza fótons com probabilidades $w_0 = w_v = 1/3$ e $w_1 = w_h = 2/3$, teremos como resultado $D = 1/3$. Essa baixa

distinguibilidade é devido a um desequilíbrio na mistura dos fótons com estados de polarização ortogonal, acarretando uma baixa certeza sobre o caminho percorrido por eles. Aqui, os fótons se comportam mais como partículas.

5 Conclusão

Neste trabalho, propomos uma investigação e quantificação da dualidade onda-partícula por meio do interferômetro de dupla fenda. Iniciamos com fatos históricos acerca da evolução do conceito da luz e seus precursores. Apresentamos de maneira cronológica as teorias sobre a natureza da luz, mostrando que a luz, como compreendida hoje, pode se comportar tanto como onda quanto como partícula. A partir disso, introduzimos de maneira simples e pedagógica o entendimento do caráter dualístico da luz no experimento da dupla fenda de Young.

No capítulo 2, apresentamos uma revisão sobre os principais conceitos da mecânica quântica, dentre eles o formalismo do operador densidade que foi ferramenta crucial na descrição física desse trabalho, bem como a polarização, interferência e o entendimento do experimento da dupla fenda.

No capítulo 3, fizemos uma breve apresentação sobre a polarização do fótons e uma revisão da descrição unificada de coerência e polarização utilizando o formalismo de matriz densidade proposto por Bernardo [9]. A partir desse trabalho, foi possível formular nossos quantificadores de visibilidade e distinguibilidade.

No capítulo 4, apresentamos a formulação matemática no desenvolvimento dos quantificadores de visibilidade e distinguibilidade. Mostramos a importância do uso do traço da distância na distinção de duas distribuições de probabilidade, bem como o traço da distância quântico para distinguir estados. Derivamos os quantificadores de visibilidade e distinguibilidade e apresentamos o princípio da complementaridade para quantificar a dualidade. Validamos nossos quantificadores para uma gama de exemplos físicos e apresentamos ótimos resultados na eficácia do comportamento de onda, partícula ou ainda onda-partícula.

É perceptível a eficácia deste formalismo na descrição quantitativa da dualidade onda-partícula no cenário simplificado do experimento da dupla fenda.

Referências

- 1 ZETTILI, N. *Quantum mechanics: concepts and applications*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 11.
- 2 KEISER, G. *Optical Fiber Communications, McGraw-Hill International Editions*. [S.l.]: Singapore, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 19.
- 3 SOUZA, G. V. d. *Controle da polarização da luz em fibras ópticas monomodo e aplicações*. Tese (Doutorado) — PUC, Rio de Janeiro, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 9, 19 e 20.
- 4 TEORIA Eletromagnética: A Natureza da Luz. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/20951/20951_3.PDF>. Acesso em: 15 abril. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 21.
- 5 HECHT, E. *Optics, 5e*. [S.l.]: Pearson Education India, 2002. Citado 6 vezes nas páginas 9, 19, 20, 22, 24 e 25.
- 6 POLARISATION By Scattering. Disponível em: <<https://byjus.com/physics/polarisation-by-scattering/>>. Acesso em: 20 março. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 23.
- 7 ZILIO, S. C. *Óptica moderna: fundamentos e aplicações*. 2001. Citado 3 vezes nas páginas 9, 25 e 26.
- 8 ALTEPETER, J. B.; JEFFREY, E. R.; KWIAT, P. G. Photonic state tomography. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, Elsevier, v. 52, p. 105–159, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 32.
- 9 BERNARDO, B. de L. Unified quantum density matrix description of coherence and polarization. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 381, n. 28, p. 2239–2245, 2017. Citado 7 vezes nas páginas 9, 13, 29, 33, 35, 39 e 48.
- 10 NEWTON, I. *Opticks, or, a treatise of the reflections, refractions, inflections & colours of light*. [S.l.]: Courier Corporation, 1952. Citado na página 11.
- 11 YOUNG, T. Outlines of experiments and inquiries respecting sound and light. by thomas young, md frs in a letter to edward whitaker gray, md sec. r. s. In: THE ROYAL SOCIETY LONDON. *Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. [S.l.], 1832. p. 8–10. Citado na página 11.
- 12 EINSTEIN, A. On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light. *Annalen der Physik*, p. 1–18, 1905. Citado na página 11.
- 13 EINSTEIN, A. *L evolution de nos conceptions sur la nature et la constitution du rayonnement*. [S.l.]: Einstein, 1989. Citado na página 11.
- 14 BROGLIE, L. de. *Thèses présentées à la Faculté des sciences de l'Université de Paris, pour obtenir le grade de docteur ès sciences physiques, par Louis de Broglie. 1re Thèse. Recherches sur la théorie des quanta. 2e Thèse. Propositions données par la Faculté*. [S.l.]: Masson et Cie, éditeurs 120, boulevard Saint-Germain, 1924. Citado na página 11.

- 15 BOHR, N. *The quantum postulate and the recent development of atomic theory*. [S.l.]: Nature Publishing Group, 1928. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 12.
- 16 JÖNSSON, C. Electron diffraction at multiple slits. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 42, n. 1, p. 4–11, 1974. Citado na página 11.
- 17 HALLIDAY, D. *Fundamentos de Física: Óptica E Física Moderna. Volume 4*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 12, 18, 22, 23, 28 e 29.
- 18 ZEILINGER, A. Complementarity in neutron interferometry. *Phys. B*, v. 137, p. 235–244, 1986. Citado na página 12.
- 19 WOOTTERS, W. K.; ZUREK, W. H. Complementarity in the double-slit experiment: Quantum nonseparability and a quantitative statement of bohr’s principle. *Physical Review D*, APS, v. 19, n. 2, p. 473, 1979. Citado na página 12.
- 20 RAUCH, H.; SUMMHAMMER, J. Static versus time-dependent absorption in neutron interferometry. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 104, n. 1, p. 44–46, 1984. Citado na página 12.
- 21 GREENBERGER, D. M.; YASIN, A. Simultaneous wave and particle knowledge in a neutron interferometer. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 128, n. 8, p. 391–394, 1988. Citado na página 12.
- 22 BERNARDO, B. de L. Joint effect of coherence and polarization on the quantification of visibility and distinguishability. *Brazilian Journal of Physics*, Springer, v. 49, n. 1, p. 97–102, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 39.
- 23 BERA, M. N. et al. Duality of quantum coherence and path distinguishability. *Physical Review A*, APS, v. 92, n. 1, p. 012118, 2015. Citado na página 12.
- 24 PERUZZO, A. et al. A quantum delayed-choice experiment. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 338, n. 6107, p. 634–637, 2012. Citado na página 12.
- 25 BARNETT, S. *Quantum information*. [S.l.]: Oxford University Press, 2009. v. 16. Citado 5 vezes nas páginas 14, 29, 30, 37 e 38.
- 26 SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J. et al. *Modern quantum mechanics*. [S.l.]: Pearson Harlow, 2014. v. 185. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 16.
- 27 WIMMEL, H. *Quantum physics & observed reality: a critical interpretation of quantum mechanics*. [S.l.]: World Scientific, 1992. Citado na página 15.
- 28 DIRAC, P. A. M. *The principles of quantum mechanics*. [S.l.]: Oxford university press, 1981. Citado na página 15.
- 29 WOLF, E. et al. *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. Citado na página 24.
- 30 ZEHNDER, L. *Ein neuer interferenzrefraktor*. [S.l.]: Springer, 1891. Citado na página 24.
- 31 MACH, L. Ueber einen interferenzrefraktor. *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, v. 12, n. 3, p. 89, 1892. Citado na página 24.

- 32 YOUNG, T. *Outlines of Experiments and Inquiries Respecting Sound and Light: From the Philosophical Transactions*. [S.l.: s.n.], 1800. Citado na página 27.
- 33 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica (vol. 4)*. [S.l.]: Editora Blucher, 2014. Citado na página 27.
- 34 BAYM, G. *Lectures on quantum mechanics*. [S.l.]: CRC Press, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- 35 STOKES, G. G. On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, v. 9, p. 399, 1851. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.
- 36 THOMPSON, B.; GOLDSTEIN, D.; GOLDSTEIN, D. Polarized light, revised and expanded. CRC Press, 2003. Citado na página 31.
- 37 KOROTKOVA, O.; WOLF, E. Generalized stokes parameters of random electromagnetic beams. *Optics Letters*, Optical Society of America, v. 30, n. 2, p. 198–200, 2005. Citado na página 31.
- 38 COLLETT, E. Field guide to polarization. In: SPIE BELLINGHAM, WA. [S.l.], 2005. Citado na página 31.
- 39 ALTEPETER, J. B.; JEFFREY, E. R.; KWIAT, P. G. Photonic state tomography. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, Elsevier, v. 52, p. 105–159, 2005. Citado na página 35.
- 40 NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. *Quantum computation and quantum information*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- 41 BRITO, S. G. d. A.; AMARAL, B.; CHAVES, R. Quantifying bell nonlocality with the trace distance. *Physical Review A*, APS, v. 97, n. 2, p. 022111, 2018. Citado na página 39.
- 42 SMIRNE, A. et al. Experimental investigation of initial system-environment correlations via trace-distance evolution. *Physical Review A*, APS, v. 84, n. 3, p. 032112, 2011. Citado na página 39.
- 43 BORN, M.; WOLF, E. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. [S.l.]: Elsevier, 2013. Citado na página 39.
- 44 JAMES, D. F. et al. On the measurement of qubits. World Scientific, p. 509–538, 2005. Citado na página 41.
- 45 DÜRR, S.; NONN, T.; REMPE, G. Origin of quantum-mechanical complementarity probed by a ‘which-way’ experiment in an atom interferometer. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 395, n. 6697, p. 33–37, 1998. Citado na página 43.
- 46 GREENBERGER, D. M.; YASIN, A. Simultaneous wave and particle knowledge in a neutron interferometer. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 128, n. 8, p. 391–394, 1988. Citado na página 43.

-
- 47 ENGLERT, B.-G. Fringe visibility and which-way information: An inequality. *Physical review letters*, APS, v. 77, n. 11, p. 2154, 1996. Citado na página 43.
- 48 JAEGER, G.; SHIMONY, A.; VAIDMAN, L. Two interferometric complementarities. *Physical Review A*, APS, v. 51, n. 1, p. 54, 1995. Citado na página 43.

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

B238i Barbosa, Natália Érika Laurentino.

Influência conjunta da polarização e da coerência da luz no experimento da dupla fenda sob uma perspectiva quântica / Natália Érika Laurentino Barbosa. - João Pessoa, 2020.
53 f. : il.

Orientação: Bertúlio de Lima Bernardo.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Física da matéria condensada. 2. Polarização da luz.
3. Coerência da luz. 4. Dupla fenda - Sistema fotônico.
5. Princípio da complementaridade de Bohr. I. Bernardo, Bertúlio de Lima. II. Título.

UFPB/BC

CDU 538.9(043)