



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT



Modelagem e impressão 3D como ferramenta de ensino da geometria

por

Yago José Gomes de Medeiros

2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M488m Medeiros, Yago José Gomes de.
Modelagem e impressão 3D como ferramenta de Ensino
da Geometria / Yago José Gomes de Medeiros. - João
Pessoa, 2025.
92 f. : il.

Orientação: Adriano Alves de Medeiros.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Ensino de Geometria. 2. Ensino da Matemática -
Plataforma Tinkercad. 3. Modelagem tridimensional -
Impressão 3D. 4. Base Nacional Comum Curricular - BNCC.
I. Medeiros, Adriano Alves de. II. Título.

UFPB/BC

CDU 37.015:514(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT



Modelagem e impressão 3D como ferramenta de ensino da geometria [†]

por

Yago José Gomes de Medeiros

sob a orientação da(o)

Prof(a). Dr(a). Adriano Alves de Medeiros

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/CCEN/UFPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Agosto/ 2025
João Pessoa - PB

[†]O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Modelagem e impressão 3D como ferramenta de ensino da geometria

por

Yago José Gomes de Medeiros

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/CCEN/UFPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Aprovada por:

Prof(a). Dr(a). Adriano Alves de Medeiros - UFPB (Orientador)

Prof(a). Dr(a). José Laudelino de Menezes Neto - UFPB

Prof(a). Dr(a). Suemilton Nunes Gervázio - IFPB

Agosto/ 2025

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a minha esposa, Thaís, por todo seu apoio e companheirismo ao longo de toda essa caminhada, por toda a sua paciência nos momentos difíceis, por não me deixar desistir quando isso passou por minha cabeça; e a minha filha Sofia, que com sua chegada trouxe novos desafios e, ao mesmo tempo, uma nova motivação para chegar mais longe. Tudo o que faço é por vocês.

Agradeço ao meu pai que, com seu amor incondicional, sempre acreditou no meu potencial e me incentivou a querer crescer cada vez mais; e às minhas mães Gorett (*in memoriam*) e Assunção (*in memoriam*) que, onde estiverem sempre me acompanham e me guiam pelo melhor caminho. Agradeço à minha irmãzinha Yara, por sempre acreditar em mim e me ajudar nas vezes em que mais preciso.

A meu cunhado Lucca e minha madrastra Giseuda, por toda a motivação e força ao longo dessa caminhada de aprendizado. A minha sogra Denize, meu sogro Demir e minha cunhada Camilla, pelo apoio constante.

À gestão e corpo docente da Escola Municipal Rosa Figueiredo de Lima, no Município de Cabedelo, pelo apoio e flexibilidade que foram necessários para a realização desse mestrado.

Às amigadas que fiz nessa jornada do Profmat, que foram fundamentais para a realização e conclusão desse curso. Em especial, agradeço ao "bispo" Marconi Ferreira, que com sua disponibilidade, paciência e orientação, foi essencial na resolução dos problemas mais difíceis, e ao meu parceiro de trabalhos Pedro Paulo Pimentel, que tornava as tardes mais leves com suas conversas sobre jogos de tabuleiro.

Aos professores que, com sua sabedoria e dedicação, enriqueceram a minha formação. Destaco o meu orientador, o Professor Dr. Adriano Alves de Medeiros, cuja orientação criteriosa foi essencial para a realização deste trabalho. Sua paciência e rigor acadêmico foram fundamentais para que eu pudesse concretizar minhas ideias e superar os desafios que surgiram ao longo do processo.

Aos programas e instituições que proporcionaram a oportunidade de me qualificar e me aperfeiçoar academicamente. Agradeço ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu para a Qualificação de Professores da Rede Pública de Educação Básica (PROEB), à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio e pela possibilidade de participar de um programa tão enriquecedor.

Dedicatória

A Sofia.

Resumo

Esta dissertação investiga o uso da modelagem e impressão 3D como ferramenta pedagógica para o ensino da geometria no Ensino Fundamental II. A partir da constatação das dificuldades enfrentadas no ensino de conteúdos geométricos — muitas vezes relegados ao final do ano letivo ou tratados de forma meramente teórica — o trabalho propõe uma abordagem inovadora e prática que integra tecnologia ao ensino da matemática. Utilizando a plataforma Tinkercad, foi desenvolvida uma sequência didática voltada para alunos do 8º e 9º anos, com foco em conceitos como volume de sólidos, razão, proporção e porcentagem. Os alunos modelam sólidos tridimensionais e, em seguida, imprimem suas criações em 3D, tornando concretos os conceitos matemáticos estudados. A metodologia adotada proporciona uma aprendizagem mais significativa, dinâmica e alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), além de fomentar habilidades como criatividade, pensamento espacial e resolução de problemas. Os resultados sugerem que a integração entre matemática e tecnologias digitais pode tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz, atrativo e conectado às demandas do século XXI.

Palavras-chaves: ensino de geometria; impressão 3D; modelagem tridimensional; Tinkercad; BNCC.

Abstract

This dissertation explores the use of 3D modeling and printing as a pedagogical tool for teaching geometry in lower secondary education. Recognizing the challenges commonly faced in teaching geometric content—often delayed or addressed in a purely theoretical manner—the study proposes an innovative and practical approach that integrates technology into mathematics education. Using the Tinkercad platform, a didactic sequence was developed for 8th and 9th-grade students, focusing on topics such as volume of solids, ratio, proportion, and percentage. Students create 3D models of geometric shapes and then print them, transforming abstract mathematical concepts into tangible objects. The adopted methodology enables more meaningful and engaging learning experiences, aligned with the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC), while also fostering skills such as creativity, spatial reasoning, and problem-solving. The results indicate that integrating mathematics with digital technologies can make the teaching and learning process more effective, attractive, and aligned with 21st-century educational demands.

Key-words: geometry education; 3D printing; 3D modeling; Tinkercad; BNCC.

Sumário

Introdução	1
1 Matemática no Ensino Fundamental II	3
1.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	3
1.2 Geometria na BNCC	5
1.3 Grandezas e medidas na BNCC	7
1.4 Álgebra na BNCC	7
2 Alguns conceitos matemáticos	9
2.1 Razão	9
2.2 Proporção	11
2.3 Geometria	12
3 Modelagem e impressão 3D	21
3.1 Tinkercad	22
3.1.1 Histórico do Tinkercad	22
3.1.2 Trabalhando com o Tinkercad	22
3.2 A impressão 3D	27
4 Sequência Didática	30
4.1 Título	30
4.2 Público alvo	30
4.3 Conteúdos Matemáticos	30
4.4 Objetivos	30
4.5 Recursos necessários	31
4.6 Procedimento didático metodológico	31
4.7 Primeira atividade	31
4.7.1 Abertura	32
4.7.2 Conhecendo o Tinkercad	33
4.7.3 Atividade prática	37
4.8 Segunda atividade	39
4.8.1 Primeira aula	39

4.8.2	Segunda aula	40
4.9	Terceira atividade	45
4.9.1	Primeira aula	45
4.9.2	Segunda aula	46
4.10	Quarta atividade	50
4.10.1	Primeira aula	50
4.10.2	Segunda aula	51
4.11	Quinta atividade	54
4.11.1	Primeira aula	54
4.11.2	Segunda aula	58
5	Conclusões	59
	Apêndice	61

Lista de Figuras

1.1	Código alfanumérico de habilidades da BNCC	4
2.1	Conceitos primitivos da Geometria	12
2.2	Lugar geométrico: superfície esférica	13
2.3	Polígono convexo e região poligonal	14
2.4	Exemplo de poliedro convexo	15
2.5	Exemplo de poliedro não convexo	15
2.6	Poliedros regulares	16
2.7	Prisma	17
2.8	Cilindro	18
2.9	Prisma de base retangular	19
2.10	Medidas do cilindro	20
3.1	Página Inicial do Tinkercad	23
3.2	Escolha do tipo de conta	24
3.3	Cadastrando e-mail e senha	25
3.4	Dashboard do Tinkercad	26
3.5	Iniciando um projeto 3D	27
4.1	Prisma, pirâmide e cilindro impressos em 3D	32
4.2	Painel do Tinkercad	33
4.3	Opção + <i>Criar</i>	33
4.4	Plano de Trabalho do Tinkercad	34
4.5	Adição de sólidos ao plano de trabalho do Tinkercad	34
4.6	Redimensionamento de sólidos no plano de trabalho do Tinkercad	35
4.7	Agrupamento de sólidos no Tinkercad	36
4.8	Agupamento de um volume negativo e um sólido	36
4.9	Prisma retangular, cilindro e sólido feito por <i>agrupamento</i>	37
4.10	Exemplo de prisma de base retangular para exercício 1	40
4.11	Modelo de cilindro para exercício 2	41
4.12	Modelo de cubo e cilindro agrupados para exercício 3	42
4.13	Modelo de prisma retangular com furo cilíndrico para exercício 4	43

4.14	Exemplo de sólido para o exercício 5	44
4.15	Cubo 1	46
4.16	Cubo 2	47
4.17	Cubo 3	48
4.18	P_1, P_2 e P_3	52
4.19	Adicionando uma figura primitiva à mesa de trabalho do fatiador	55
4.20	Altura de camada	56
4.21	Exemplos de sólidos da Segunda Atividade	57

Introdução

A geometria ocupa um lugar central no ensino da matemática, sendo essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico, espacial e criativo dos estudantes. No entanto, sua abordagem em sala de aula frequentemente enfrenta desafios significativos, como metodologias tradicionais que priorizam a memorização em detrimento da compreensão e a falta de recursos que tornem os conceitos geométricos tangíveis e acessíveis. Muitos professores, por insegurança, costumavam deixar o ensino da geometria para o final do ano letivo, utilizando a falta de tempo como justificativa para não abordar o tema de forma adequada [10]. No entanto, ao longo dos anos, o ensino de Geometria vem evoluindo significativamente, não sendo mais apenas uma disciplina, mas um campo que “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” [3, p. 271].

Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais, associado a uma prática pedagógica bem planejada, pode propiciar uma aprendizagem mais enriquecedora, dinâmica e envolvente, despertando o interesse dos alunos, como mostrado por [12]. Entre elas, a modelagem e a impressão 3D destacam-se oportunizar potencialidades no ensino de geometria espacial, tornando os conceitos mais tangíveis [5]. Ferramentas como o Tinkercad, por exemplo, democratizam o acesso ao design tridimensional, tornando-o acessível mesmo para iniciantes [11]. Essa abordagem prática não apenas torna o aprendizado mais envolvente, mas também alinha-se às competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza a importância de integrar tecnologia e educação para promover uma aprendizagem mais contextualizada e interdisciplinar [3].

Esta dissertação tem como objetivo explorar o potencial da modelagem e impressão 3D como ferramentas pedagógicas no ensino da geometria, com foco em conteúdos como volumes de sólidos, razão, proporção e porcentagem. A pesquisa parte do pressuposto de que a materialização de conceitos matemáticos por meio da impressão 3D pode fortalecer a compreensão dos alunos, especialmente no Ensino Fundamental II, onde a abstração geométrica muitas vezes se torna um obstáculo. Além disso, o trabalho busca contribuir para a formação de professores, oferecendo uma sequência didática que integra teoria e prática, utilizando recursos tecnológicos acessíveis.

A relevância deste estudo reside não apenas em sua aplicação direta em sala de aula, mas também em sua capacidade de inspirar novas abordagens para o ensino da matemática. Como destacado por [8], a geometria está presente em todos os aspectos da vida cotidiana, e seu ensino adequado é fundamental para o desenvolvimento intelectual dos estudantes. Ao unir tecnologia e educação, esta pesquisa visa não apenas facilitar o aprendizado, mas também preparar os alunos para um futuro onde habilidades como criatividade, resolução de problemas e pensamento espacial são cada vez mais valorizadas.

O presente trabalho se divide em cinco capítulos, em que: no Capítulo 1, são apresentados os fundamentos da BNCC, abordando as unidades temáticas de Geometria, Grandezas e Medidas e Álgebra; no Capítulo 2, é apresentada a teoria relacionada aos conteúdos do capítulo anterior; o Capítulo 3 trata das ferramentas de modelagem e impressão 3D; o Capítulo 4 apresenta uma sequência didática a ser trabalhada em sala de aula; por último, o capítulo 5 traz as conclusões relacionadas à elaboração da sequência didática.

Capítulo 1

Matemática no Ensino Fundamental II

Este capítulo trata sobre o ensino da Matemática no Ensino Fundamental II, com enfoque nos conteúdos de Geometria, Razão e Proporção.

Além disso, fala sobre as diretrizes que regem o ensino da Matemática na Educação Básica, presentes na Base Nacional Comum Curricular.

1.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

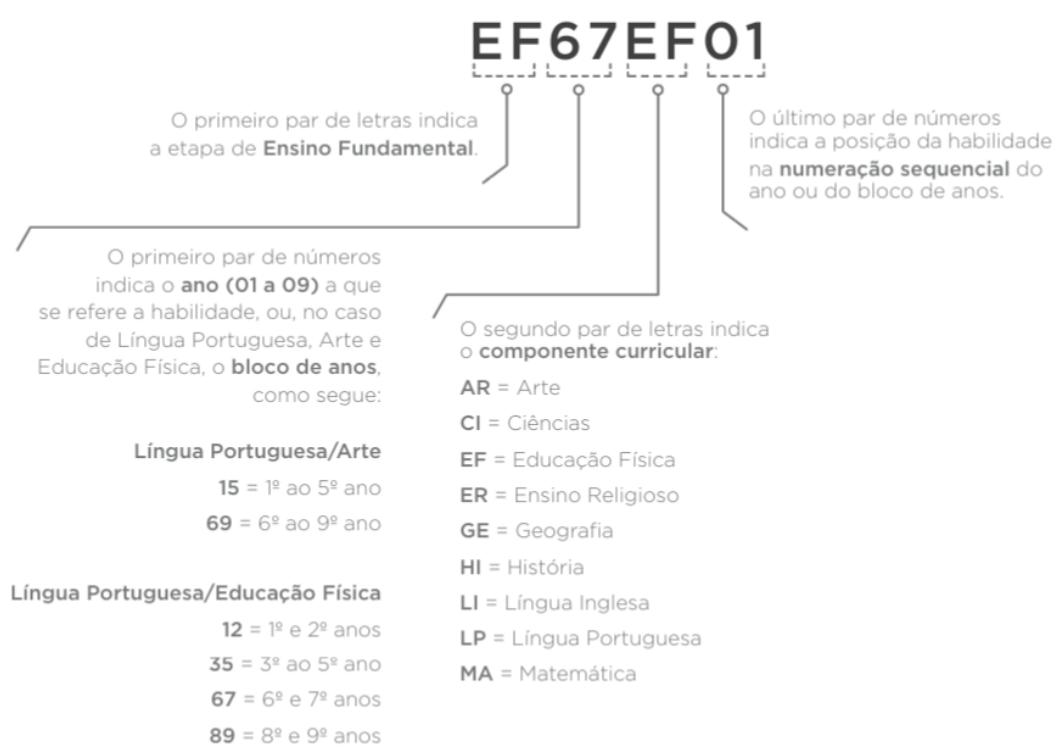
A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

As aprendizagens definidas na BNCC buscam garantir que os estudantes desenvolvam dez competências gerais, que são definidas como a mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas da vida cotidiana, do exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

As competências da BNCC estão relacionadas a diversos objetos de conhecimento, e organizados em unidades temáticas. A matemática é separada em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

Cada unidade temática contempla uma diversidade de objetos de conhecimento, assim como cada objeto de conhecimento se relaciona a um leque de habilidades. Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico (Figura 1.1), que representa, na sequência: a etapa de ensino, os anos a que se refere a habilidade, o componente curricular e a posição da habilidade.

Figura 1.1: Código alfanumérico de habilidades da BNCC



Fonte: [3, p. 30]

Para o desenvolvimento das habilidades previstas é necessário levar em consideração as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos estudantes. Tal qual no Ensino Fundamental I, aqui a aprendizagem está intrinsecamente relacionada às conexões que os alunos fazem entre os objetos e seus cotidianos, entre eles e os diferentes temas matemáticos e os demais componentes curriculares. Destaca-se aqui a importância do uso da linguagem simbólica.

Segundo a BNCC, "a leitura dos objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada ano nas cinco unidades temáticas permite uma visão das possíveis articulações entre as habilidades indicadas para as diferentes temáticas". Além disso, é importante que haja uma contextualização para os alunos, não obrigatoriamente do cotidiano, mas incluindo outras áreas de conhecimento, embora eles precisem desenvolver a capacidade de abstrair os conteúdos de forma a aplicá-los em outras situações.

1.2 Geometria na BNCC

A Geometria sempre ocupou lugar de destaque ao longo do desenvolvimento da humanidade: grande civilizações antigas usaram conhecimentos geométricos na solução de problemas comuns à sociedade.

O ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairador; alunos, professores, autores de livros didáticos, educadores e pesquisadores, de tempos em tempos, tem se deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante. No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. [8]

Nos tempos atuais, seu estudo é fundamental para a evolução do indivíduo, auxiliando na compreensão do mundo e no desenvolvimento do raciocínio lógico, repercutindo uma melhor compreensão de outras áreas de conhecimento e assumindo grande importância na vida cotidiana.

Em [8], Lorenzato diz que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar Geométrico ou o raciocínio visual, dificultando a resolução de situações de vida que forem geometrizadas. Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

"A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. [8, p. 5]

De fato a Geometria espacial está presente em toda o nosso entorno, desde um livro em cima de uma mesa à percepção de formas em jogos eletrônicos jogados no celular, ou até mesmo por todo o corpo humano, como o formato dos dedos, dos olhos.

É dito ainda por [8] que pesquisas psicológicas indicam a necessidade da aprendizagem geométrica ao desenvolvimento da criança, e como a Geometria pode ser um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o ensino da Geometria deve se mostrar como a consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas, não ficando reduzida a uma simples aplicação de fórmulas de cálculo de áreas e volumes, ou aplicações numéricas de teoremas.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. [3, p. 271]

Para fins de realização desse trabalho foram importantes os seguintes objetos de conhecimento, que fazem parte da unidade temática de Geometria para o 9º ano:

- **OBJETO DE CONHECIMENTO:** Vistas ortogonais de figuras espaciais.
(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
- **OBJETO DE CONHECIMENTO:** Polígonos regulares
(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.

1.3 Grandezas e medidas na BNCC

Espera-se que nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ano 9º ano) os alunos saibam reconhecer e resolver problemas envolvendo as grandezas de comprimento, área, volume e abertura de ângulos, utilizando as unidades de medida mais habituais, tendo a capacidade de determinar expressões para cálculos de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e volumes de prismas e cilindros.

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. [3, p. 273]

Para o 9º ano, a unidade temática de Grandezas e medidas possui o seguinte objeto de conhecimento relacionado a figuras espaciais, sendo este de fundamental importância para o desenvolvimento desse trabalho:

- OBJETO DE CONHECIMENTO: Volume de prismas e cilindros
(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

1.4 Álgebra na BNCC

Aqui se espera que os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental sejam capazes de compreender a diferença entre variável e incógnita, estabelecer uma generalização de uma propriedade e estabelecer a variação entre duas grandezas. É dito por [4] que, quando se fala do ensino de Razão e Proporção, tem-se a clara perspectiva de que nosso objetivo é desenvolver em larga escala o pensamento proporcional, adquirindo competências e habilidades para resolver qualquer situação do dia a dia do cidadão que envolva proporcionalidade.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. [...] [3, p. 270]

Para o 9º ano, a unidade temática de Álgebra possui o seguinte objeto de conhecimento relacionado ao tema do trabalho:

- OBJETO DE CONHECIMENTO: Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Capítulo 2

Alguns conceitos matemáticos

Nesse capítulo serão abordados os principais conceitos relacionados às unidades temáticas abordadas nesse trabalho. Serão apresentadas aqui as relações e fórmulas matemáticas utilizadas para a aplicação da sequência didática elaborada.

2.1 Razão

Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$. A razão entre a e b é representada por:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b$$

Lemos essa expressão como: a está para b , a para b ou a razão de a para b . O número a é chamado de *antecedente*, e o b de *consequente*.

Matematicamente, chamamos de *grandeza* tudo o que se pode ser medido, como tempo, medido em *horas* (h), *minutos* (min), *segundos* (s); comprimento, que pode ser medido em *metros* (m), *centímetros* (cm), *milímetros* (mm); peso, que pode ser medido em *grama* (g), *quilograma* (kg), entre outros. Assim, a razão entre duas grandezas é dada pelo *quociente* dos números que expressam as medidas dessas grandezas.

Sendo a e b duas grandezas, a unidade da razão dada por $\frac{a}{b}$ é dada pela divisão entre as unidades de a e b . Caso ambos possuam a mesma unidade, a razão é dita *adimensional* (por exemplo, $\frac{2mm}{3mm} = \frac{2}{3}$). Caso a e b possuam unidades diferentes, tem-se uma razão *dimensional*, e a forma como se lê a razão é seu valor numérico seguido da unidade de a por unidade de b (como por exemplo, a distância de $5m$ percorrida em um determinado tempo $1s$ é representada por $5m/s$).

Uma razão pode resultar em um número:

- i) **inteiro**, se o antecedente for múltiplo do consequente;
- ii) **racional não inteiro**, que também pode ser representado na forma decimal;

- iii) **irracional**, se ao menos um dos valores for irracional, e um não seja múltiplo do outro.

Tomemos então $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$. Se a razão $\frac{a}{b} = p$, então a razão $\frac{c}{d}$ será equivalente a $\frac{a}{b}$ se, e somente se, $\frac{c}{d} = p$. Ou seja, duas razões são *equivalentes* se representam um mesmo quociente. Essa equivalência é representada por:

$$\frac{a}{b} \equiv \frac{c}{d}$$

Como consequência da equivalência, existe um número $m \in \mathbb{R}$ tal que:

$$c = m \cdot a \text{ e } d = m \cdot b$$

Através desse conceito, é possível obter razões equivalentes utilizando as seguintes propriedades:

- i) É possível multiplicar os dois termos da razão pelo mesmo número não nulo, não alterando seu valor, ou seja:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}, \quad k \in \mathbb{R}^*$$

- ii) É possível dividir os dois termos da razão pelo mesmo número não nulo, não alterando seu valor, ou seja:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}, \quad k \in \mathbb{R}^*$$

Quando acontece de termos duas razões onde o antecedente de uma é igual ao conseqüente da outra (e vice-versa), dizemos que elas são *inversas*. Isto é, sendo $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, de razão $\frac{a}{b}$. Sua razão inversa é $\frac{b}{a}$. Uma consequência disso é que o produto entre duas razões inversas é sempre 1, ou seja:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Uma aplicação bastante comum da razão é a *porcentagem*, que se trata de uma razão de conseqüente igual a 100. Dessa forma, sendo p a razão onde o número a está para 100, temos $p = \frac{a}{100}$, representado por:

$$p = a\%$$

Com a porcentagem, quando se fala em encontrar 50% de um valor, significa encontrar a *metade* desse valor, também representado pela razão $\frac{1}{2}$.

2.2 Proporção

A proporção é uma consequência própria dos estudos da razão, e possui várias aplicações no cotidiano do indivíduo, estando diretamente ligado a vários outros conteúdos matemáticos.

A palavra proporção, do latim *proportionis*, significa “uma relação entre as partes de uma grandeza”. A ideia de proporção é atribuída a Pitágoras (c. 580 a.C. – 500 a.C., embora haja dúvida sobre isso). Na Antiguidade, o estudo das proporções presumivelmente fazia parte da Aritmética ou da teoria pitagórica dos números. Eudoxo de Cnido, discípulo de Platão, matemático e filósofo grego que viveu entre 408 a.C. e 355 a.C., deu nova definição para os teoremas relacionados a proporções. Essa definição foi exposta no Livro V de *Os elementos*, de Euclides (330 a.C. – ?), e é a que conhecemos e usamos hoje em dia. (SILVEIRA, 2015, p. 183 *apud* 4, p. 71)

Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$. Se as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são equivalentes, isto é, resultam em um mesmo quociente, então a igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ representa uma proporção. Os quatro valores a , b , c e d são os termos da proporção.

Dessa forma, temos as seguintes proposições:

- i) Os números a e b são os dois primeiros termos da proporção, enquanto que os números c e d são os dois últimos termos.
- ii) Os números a e c são os antecedentes de suas respectivas razões, sendo b e d os consequentes.
- iii) Os números a e d são chamados de *extremos* da proporção, e b e c são os *meios*.
- iv) A divisão entre a e b e a divisão entre c e d resultam em uma mesma constante k , chamada *constante de proporcionalidade*.

Propriedade Fundamental das Proporções

Em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

Uma prova dessa propriedade é feita a seguir:

Seja a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $b \neq 0$, $d \neq 0$. Multiplicando-se ambos os membros da igualdade por bd obtém-se:

$$\begin{aligned} bd \cdot \left(\frac{a}{b}\right) &= bd \cdot \left(\frac{c}{d}\right) \implies \frac{b}{b} \cdot (ad) = \frac{d}{d} \cdot (bc) \implies \\ &\implies 1 \cdot (ad) = 1 \cdot (bc) \implies ad = bc \end{aligned}$$

Em uma proporção, é válido que:

i) os meios podem ser trocados.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

ii) os extremos podem ser trocados.

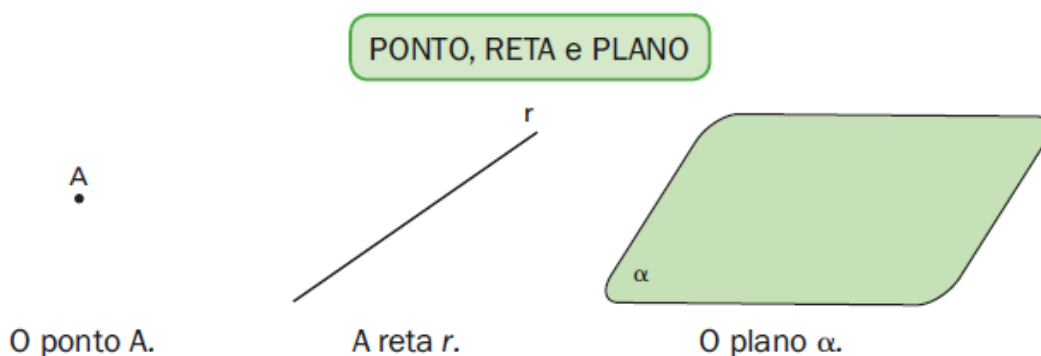
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

2.3 Geometria

Os conceitos geométricos são estabelecidos por meio de definições. No entanto, em se tratando de conceitos primitivos, que são as primeiras noções geométricas, estes são adotados sem a necessidade de definições formais, pois temos conhecimento intuitivo decorrente da experiência e da observação.

Os conceitos primitivos da Geometria são o *ponto*, a *reta* e o *plano*., mostrados na Figura 2.1. Podemos dizer que toda reta é um conjunto de pelo menos dois pontos. O conjunto de todos os pontos forma o *espaço*, e é nesse conjunto que é desenvolvida a Geometria Espacial.

Figura 2.1: Conceitos primitivos da Geometria



Fonte: [6, p. 1].

Lugar Geométrico

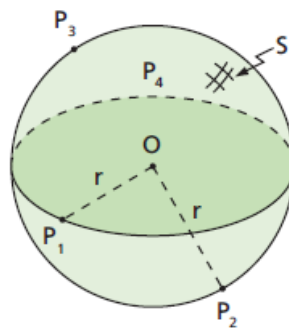
Lugar geométrico é um conjunto de pontos caracterizado por uma propriedade. Uma figura é um lugar geométrico se seguir duas condições:

- a) todos os seus pontos têm essa propriedade;
- b) só os seus pontos tem essa propriedade.

Na geometria espacial, um exemplo de lugar geométrico é a *superfície esférica*, que é o conjunto de todos os pontos que tem a mesma distância r de um dado ponto O .

Essa ideia fica claramente visível na Figura 2.2.

Figura 2.2: Lugar geométrico: superfície esférica



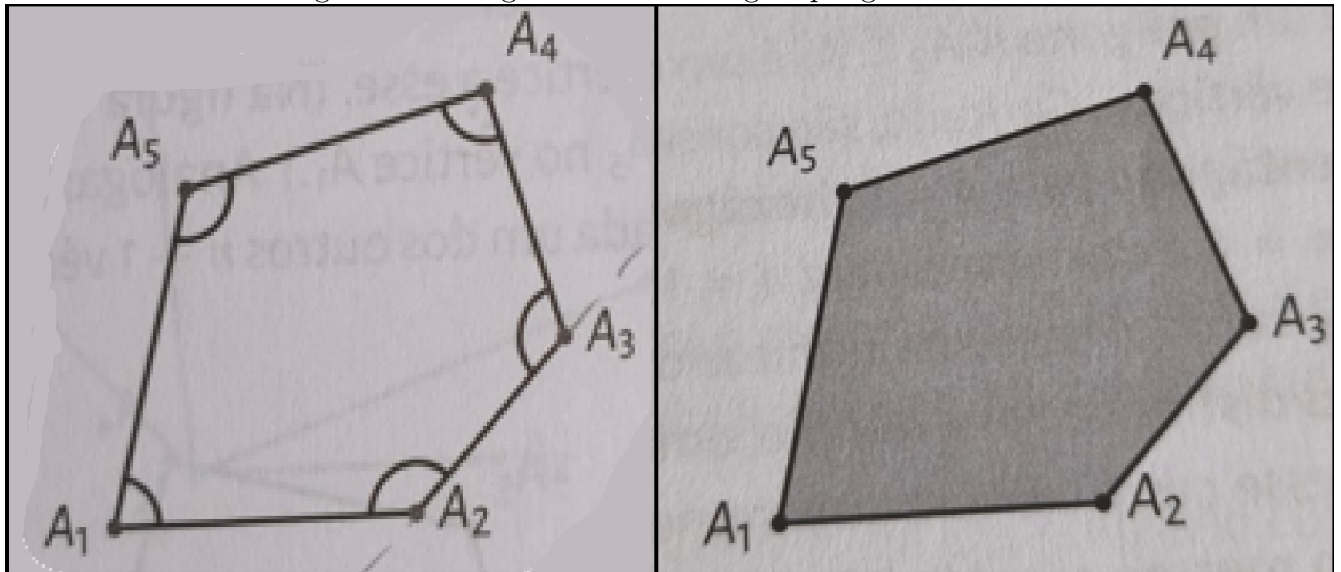
Fonte: [6, p. 69].

Polígonos convexos

Segundo [9], p. 18, seja $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$ e $A_1, A_2, \dots, A_n$ pontos distintos do plano, dizemos que $A_1A_2\dots A_n$ é um polígono convexo se a reta A_iA_{i+1} ($1 \leq i \leq n$) não contém nenhum outro ponto A_j e deixa todos os outros pontos em um mesmo semiplano. Ou seja, não possui três de seus pontos em uma mesma reta. Um polígono convexo é dito *regular* se todos os seus lados possuem as mesmas medidas.

A região delimitada pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$ é chamada *região poligonal*. Na Figura 2.3, temos um exemplo de polígono convexo de cinco vértices (à esquerda) e a região poligonal correspondente a esse polígono (à direita).

Figura 2.3: Polígono convexo e região poligonal



Fonte: [9, p.19].

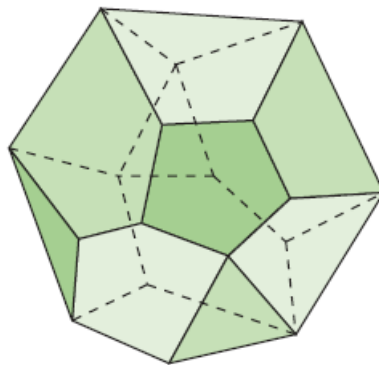
Poliedros convexos

Uma definição dada por [7] diz que *poliedro* é uma reunião de um número finito de regiões poligonais chamadas *faces* em que:

- i) Cada lado de uma dessas regiões poligonais também é lado de uma, e somente uma, outra região poligonal;
- ii) A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum (chamado *aresta* do poliedro, ou é um vértice (cada vértice de uma face também é vértice do poliedro), ou é vazia;
- iii) É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra sem passar por vértice algum, cruzando apenas arestas.

A Figura 2.4 traz um exemplo de poliedro convexo, onde todos os itens da definição são satisfeitos.

Figura 2.4: Exemplo de poliedro convexo

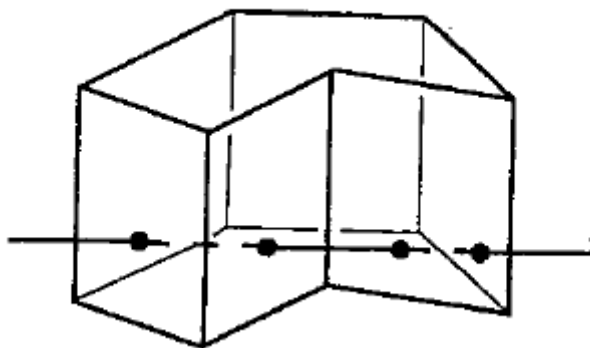


Fonte: [6, p. 121].

De modo geral, [7] diz que um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos.

Na Figura 2.5, temos um exemplo de um sólido que não é um poliedro convexo, por não satisfazer o item (iii), ou por claramente ser cortado em mais de dois pontos por uma reta qualquer.

Figura 2.5: Exemplo de poliedro não convexo



Fonte: [7, p. 233].

Poliedros regulares

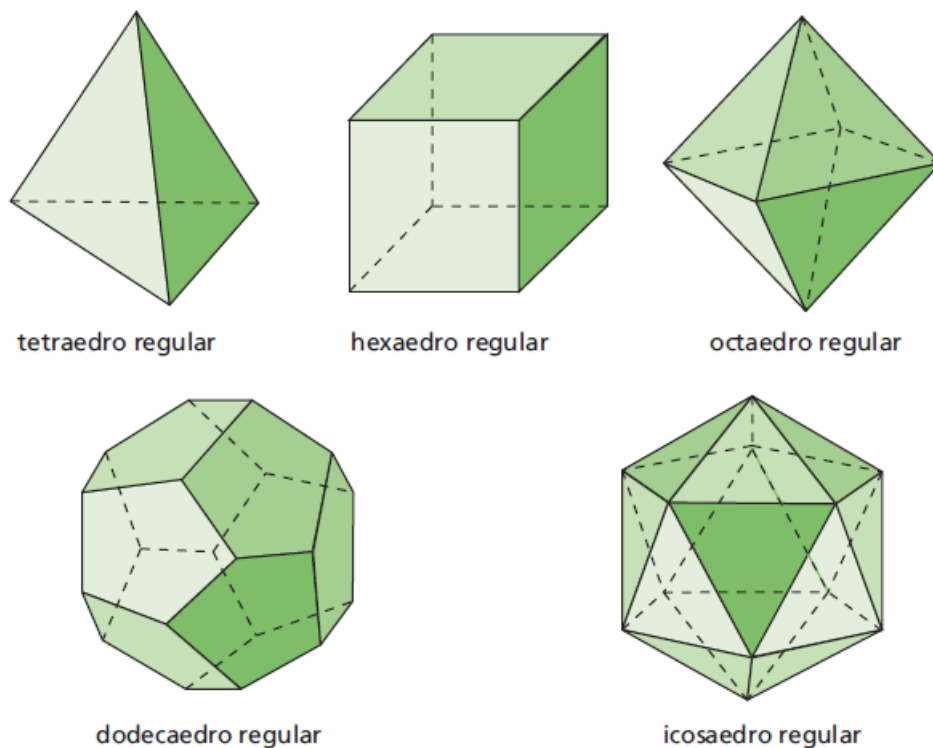
Um poliedro convexo é dito regular se todas as suas faces são polígonos regulares congruentes e em todos os vértices ocorrem o mesmo número de arestas.

Existem apenas 5 poliedros regulares, listados a seguir:

- Tetraedro, com 4 faces;
- Hexaedro (cubo), com 6 faces;
- Octaedro, com 8 faces;
- Dodecaedro, com 12 faces;
- Icosaedro, com 20 faces.

A Figura 2.6 permite uma melhor visualização desses poliedros.

Figura 2.6: Poliedros regulares



Fonte: [6, p. 130]

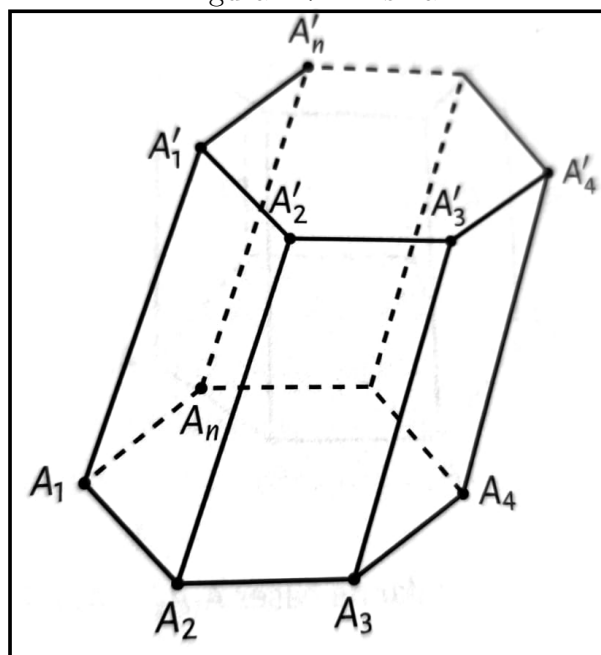
Prismas

Uma definição dada por [9, p. 309] é que sendo dois polígonos congruentes $A_1A_2...A_n$ e $A'_1A'_2...A'_n$ situados em planos paralelos, tais que as retas $A_iA'_i$ ($1 \leq i \leq n$) sejam também paralelas e os quadriláteros $A_iA_{i+1}A'_iA'_{i+1}$ são paralelogramos, então o prisma é a porção limitada do espaço delimitada por esses polígonos congruentes e esses paralelogramos.

De um modo geral, o prisma possui duas faces paralelas (chamadas de *bases*), que são polígonos congruentes, conectadas por segmentos também paralelos entre si, formando paralelogramos, que são as *faces laterais*.

A Figura 2.7 auxilia na visualização.

Figura 2.7: Prisma



Fonte: [9, p. 309]

Classificamos como **prisma reto** a todo prisma cujas faces laterais são retângulos; os demais casos são classificados de **prismas oblíquos**. Se o prisma é reto e suas bases são polígonos regulares, temos um prisma regular.

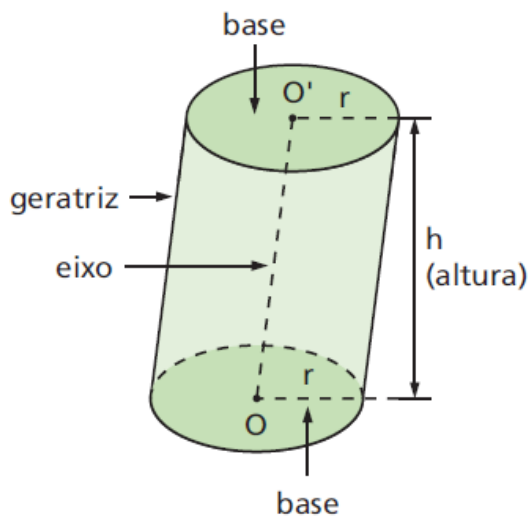
Cilindros

Na p. 209 de [6], uma das definições dadas para cilindro é a reunião da parte do cilindro circular ilimitado compreendida entre as seções circulares formadas por dois planos paralelos e distintos.

2.3. GEOMETRIA

O cilindro é composto por *duas bases*, que são círculos congruentes situados em planos paralelos, e *geratrizes*, que são segmentos com uma extremidade em um ponto de uma das circunferências e a outra extremidade em um ponto da outra circunferência. A altura (h) é a distância entre os planos das bases. Uma noção do cilindro é mostrada na Figura 2.8.

Figura 2.8: Cilindro



Fonte: [6, p. 210]

Volumes

Aqui são abordados os principais conceitos e relações matemáticas a respeito de volumes de prismas, pirâmides, cilindros e cones.

De acordo com [7], o volume de um sólido é, intuitivamente, a quantidade de espaço ocupada por ele. Para expressar essa quantidade de espaço numericamente, deve-se compará-la a uma unidade. O resultado dessa comparação é chamado de *volume*.

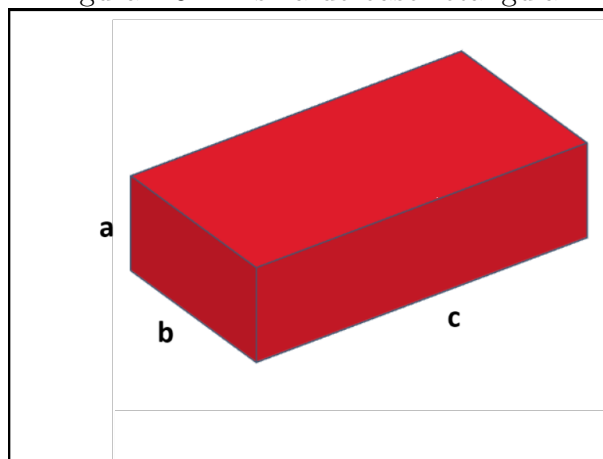
Cada tipo de sólido tem a sua maneira de calcular o volume. Para os prismas e cilindros, por exemplo, o volume é dado pelo produto da área da base (A_B) pela medida da altura (h). Uma boa explicação do conceito de área pode ser encontrado em [9].

$$V = A_B \times h$$

Volume do prisma de retangular

Vamos tomar o paralelepípedo da Figura 2.9, com medidas de arestas a , b e c .

Figura 2.9: Prisma de base retangular



Fonte: www.tinkercad.com
Captura de tela editada pelo autor.

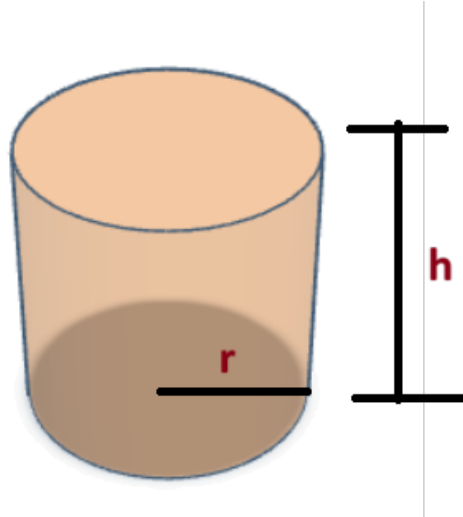
Sendo a a sua altura e $b \times c$ a área de sua base, temos então que o seu volume V é dado por:

$$V = a \times b \times c$$

Volume do cilindro

Tomemos agora o cilindro da figura 2.10, com base de raio r e altura h .

Figura 2.10: Medidas do cilindro



Fonte: www.tinkercad.com
Captura de tela editada pelo autor.

Como sua base é um círculo, a área (A_B) é dada por:

$$A_B = \pi \times r^2$$

Dessa forma, temos então que o volume do cilindro é representado por:

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Capítulo 3

Modelagem e impressão 3D

O uso da modelagem e impressão 3D como ferramenta pedagógica no ensino da geometria representa uma abordagem inovadora, capaz de transformar conceitos abstratos em experiências tangíveis e significativas para os alunos. No contexto educacional, essa tecnologia não apenas facilita a compreensão de conteúdos matemáticos, como também promove o desenvolvimento de habilidades essenciais para o século XXI, como criatividade, pensamento espacial e resolução de problemas.

Nesse cenário, ganha destaque a integração entre a modelagem digital e a impressão 3D, especialmente por meio da plataforma Tinkercad. Essa ferramenta, além de acessível, apresenta funcionalidades que dialogam diretamente com as necessidades do ambiente escolar. Assim, antes de abordar suas aplicações práticas no ensino da geometria, é importante compreender seu histórico e principais recursos, bem como situar o desenvolvimento da própria impressão 3D, desde seu surgimento até as técnicas mais utilizadas atualmente.

Ao relacionar essas tecnologias ao ensino da matemática, abre-se espaço para novas possibilidades pedagógicas. A modelagem 3D permite que os alunos visualizem e manipulem sólidos geométricos, consolidando conceitos como volume, proporção e razão de forma dinâmica e interativa. Quando esses modelos são materializados pela impressão 3D, a conexão entre teoria e prática se fortalece, tornando o aprendizado mais envolvente e alinhado às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Por fim, este capítulo detalha o processo de utilização do Tinkercad em sala de aula, desde a criação de contas até a exportação dos modelos para impressão, passando pelos procedimentos técnicos de fatiamento e configuração da impressora. Mais do que um guia operacional, a proposta é evidenciar como a modelagem e a impressão 3D podem ser incorporadas ao ensino da geometria de maneira planejada, superando desafios metodológicos e incentivando uma aprendizagem ativa e colaborativa.

3.1 Tinkercad

3.1.1 Histórico do Tinkercad

O Tinkercad é uma plataforma de modelagem 3D baseada na web, desenvolvida com o objetivo de tornar o design tridimensional acessível e intuitivo, especialmente para iniciantes e educadores. Foi lançado em 2011 por Kai Backman e Mikko Mononen, dois ex-funcionários da Google, com a missão de democratizar o acesso ao design 3D e permitir que qualquer pessoa pudesse criar objetos tridimensionais sem a necessidade de instalar softwares complexos ou possuir conhecimentos avançados em modelagem [13].

A proposta inicial do Tinkercad era preencher a lacuna existente entre o interesse crescente por impressão 3D e a dificuldade em encontrar ferramentas simples e eficazes para criação de modelos tridimensionais. Com uma interface amigável e baseada em formas geométricas básicas, o Tinkercad rapidamente conquistou espaço entre escolas, universidades e makers ao redor do mundo. Sua abordagem pedagógica, que permite aos usuários construir modelos por meio da combinação e manipulação de formas simples, tornou-o uma ferramenta especialmente popular no meio educacional.

Em 2013, o Tinkercad foi adquirido pela Autodesk, empresa globalmente reconhecida no campo da engenharia, arquitetura e design. Após a aquisição, o Tinkercad passou por uma série de melhorias, como a integração com outras ferramentas da Autodesk, suporte a arquivos compatíveis com impressão 3D (como STL), além da expansão de suas funcionalidades para simulação de circuitos eletrônicos e programação com blocos.

Atualmente, o Tinkercad é amplamente utilizado em projetos educacionais em diversas faixas etárias, da educação básica ao ensino superior, sendo uma ponte entre a criatividade, a tecnologia e a aprendizagem significativa. Seu uso no ensino de matemática, por exemplo, permite que os estudantes explorem conceitos geométricos, espaciais e de proporcionalidade de maneira concreta e prática, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades ligadas ao pensamento computacional e à resolução de problemas [11].

3.1.2 Trabalhando com o Tinkercad

Nesta subseção será feito um manual de utilização da plataforma Tinkercad, abordando desde a criação da conta de acesso até o manuseio das formas no plano de trabalho.

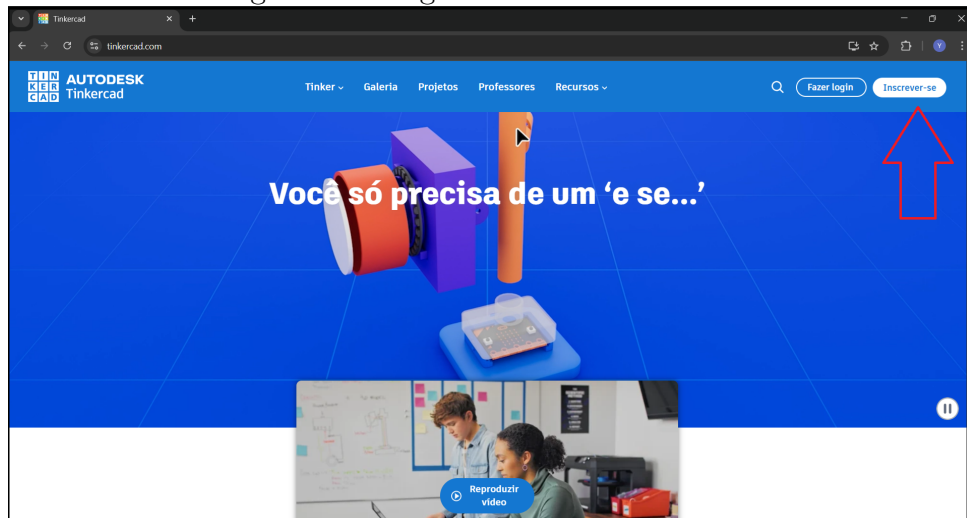
Criando sua conta

O primeiro passo para utilização do Tinkercad é a criação de uma conta de acesso. Nessa conta ficará gravado todo o progresso de trabalho: todos os planos de trabalho e peças criadas. Além disso, através dessa conta, é possível acessar seus trabalhos em qualquer dispositivo onde seja feito o login.

Para criar a conta, deve ser acessado o link <https://www.tinkercad.com/>. Uma vez na página inicial, clicar na opção *Inscerver-se*, conforme mostrado na Figura 3.1.

3.1. TINKERCAD

Figura 3.1: Página Inicial do Tinkercad



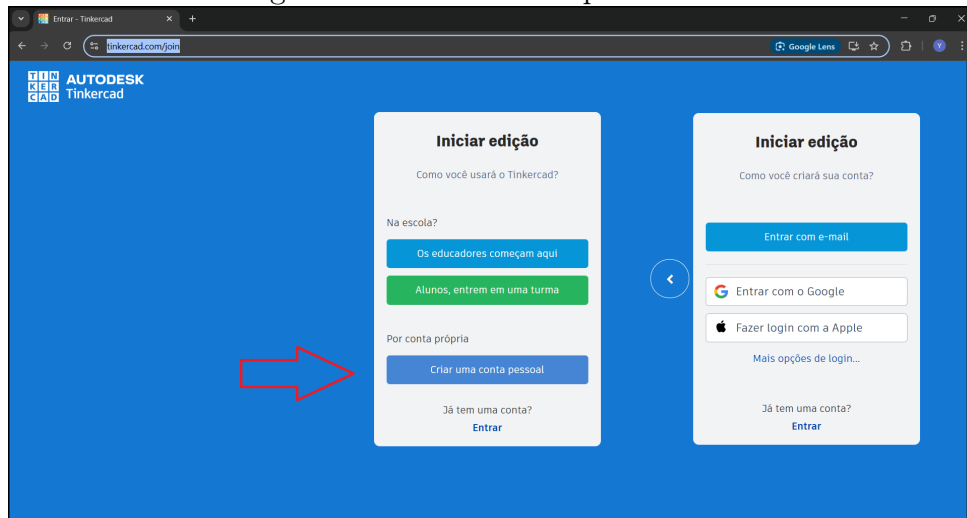
Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Editado pelo autor.

O usuário será então encaminhado para a página seguinte (<https://www.tinkercad.com/join>), onde poderá escolher o tipo de conta que deseja criar. Pode-se criar uma conta pessoal, clicando na opção que contém o texto semelhante.

Na página seguinte (Figura 3.2), o usuário escolherá como criar sua conta: se utilizando seu e-mail pessoal, ou utilizando algumas facilidades, como seu login de conta do *Google* ou da *Apple*. Caso opte por alguma dessas facilidades, a conta será criada automaticamente, importando os dados já vinculados a essas contas.

3.1. TINKERCAD

Figura 3.2: Escolha do tipo de conta



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Editado pelo autor.

Se o usuário optar pela criação da conta utilizando o e-mail, será encaminhado para a página seguinte (Figura 3.3), onde escolherá a região onde se encontra, se inserirá sua data de nascimento. Ao clicar em avançar, o passo seguinte é o cadastro do e-mail utilizado, juntamente com a criação de uma senha segura, seguindo os padrões indicados na própria página.

3.1. TINKERCAD

Figura 3.3: Cadastrando e-mail e senha

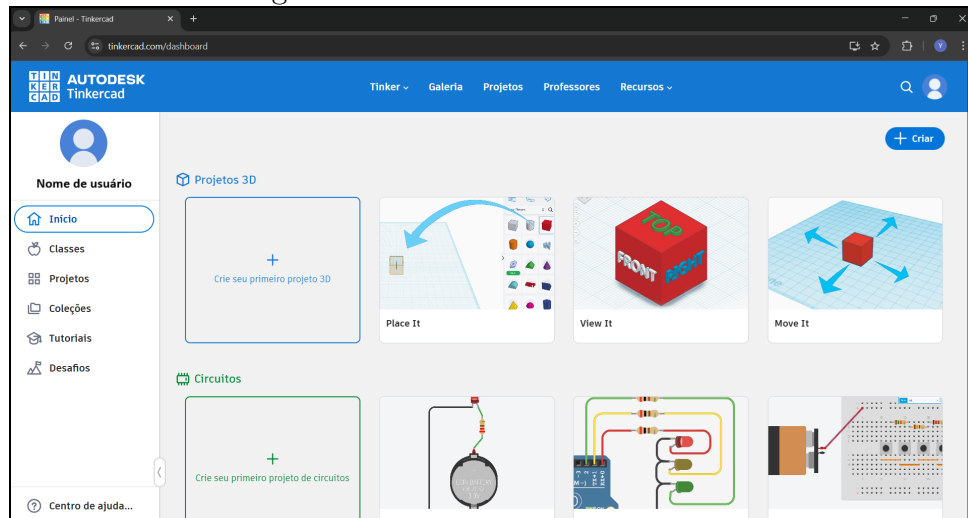
The image shows a web browser window with the Autodesk Tinkercad registration page. The page is split into two panels. The left panel, titled 'Criar conta', contains a form with a dropdown for 'País, território ou região' (set to 'Brasil'), a date picker for 'Aniversário' (Month, Day, Year), and a black 'Avançar' button. Below the button is a link: 'Já tem uma conta? Faça login'. The right panel, also titled 'Criar conta', contains a form with an 'Email' field, a 'Senha' field, a checkbox for 'Eu concordo com os Autodesk Termos de uso e aceito a Declaração de privacidade', and a black 'Criar conta' button. Below the button is a link: 'Já tem uma conta? Faça login'. A large red arrow points from the 'Avançar' button on the left to the 'Criar conta' button on the right. At the bottom of the page, there is a small text: 'Sua conta para todos os produtos e serviços da Autodesk Saiba mais'.

Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Editado pelo autor.

O *dashboard* do Tinkercad

Concluída essa etapa, a conta do usuário está finalmente criada, e ele será encaminhado para o *dashboard* do Tinnkercad, mostrado na Figura 3.4. Aqui, o usuário se deparará com uma interface bastante intuitiva: é possível acessar todos os projetos 3D já criados em sua conta; acessar também circuitos e blocos de código (o Tinkercad também pode ser utilizado para simulação de circuitos eletrônicos, mas esse não é o foco desse trabalho).

Figura 3.4: Dashboard do Tinkercad



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Editado pelo autor.

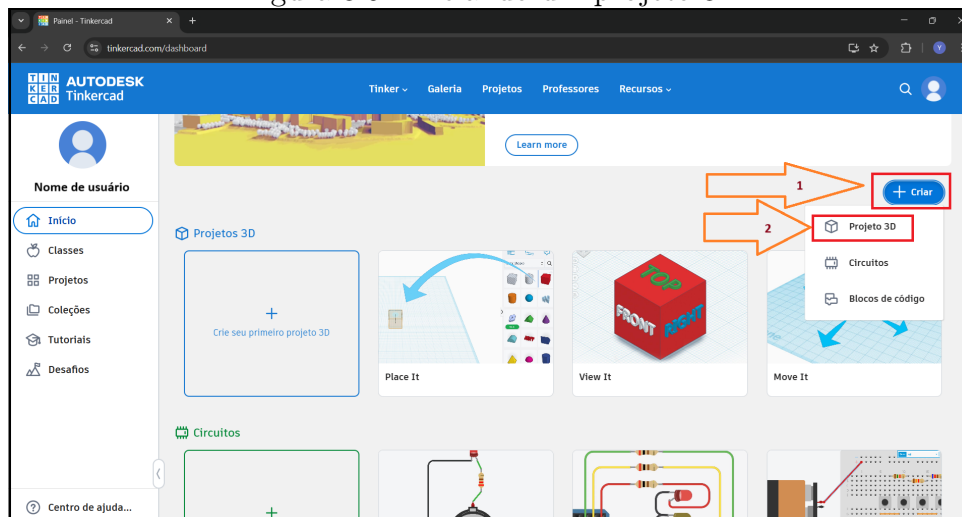
Na barra lateral esquerda, temos algumas opções que o usuário pode acessar:

- **Início:** Ao clicar nessa opção, o usuário será encaminhado de volta para o *dashboard* automaticamente.
- **Classes:** Clicando nessa opção, o usuário terá acesso às "salas de aula". Se tiver se cadastrado como professor, poderá criar salas de aula e repassar os códigos para os alunos acessarem. Poderá também se juntar a uma sala de aula já existente, bastando apenas inserir o código da sala.
- **Projetos:** Aqui o usuário terá acesso aos projetos em que está trabalhando, sejam eles modelagens 3D, simulações de circuitos ou códigos.
- **Coleções:** Nessa opção o usuário pode organizar seus projetos por pastas, adicionando títulos e descrições. É uma forma de facilitar o acesso, quando há mais de uma peça para um mesmo projeto ou tipo de trabalho.
- **Tutoriais:** Como o próprio nome já diz, nessa opção se encontram os principais tutoriais a respeito do trabalho no Tinkercad, sendo alguns deles abordados mais a frente.
- **Desafios:** Exibe os desafios que o usuário está participando. Esses desafios geralmente envolvem alguma modelagem própria para uma determinada situação-problema, e tem um prazo para ser concluído.

3.2. A IMPRESSÃO 3D

Para iniciar um projeto de modelagem 3D, o primeiro passo é clicar na opção "+ Criar" e, em seguida em "Projeto 3D", como mostrado na Figura 3.5. Instruções a respeito de modelagem e manipulação do objeto no Plano de Trabalho estão explícitas na Sequência Didática.

Figura 3.5: Iniciando um projeto 3D



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Editado pelo autor.

3.2 A impressão 3D

Breve histórico da Impressão 3D

Apesar de parecer uma tecnologia do século XXI, a primeira impressora 3D de que se tem conhecimento foi criada na década de 1980, pelo engenheiro Charles Hull e sua empresa 3DSystems, no estado da Califórnia (EUA), e utilizava o processo de estereolitografia (SLA), que consiste na utilização de laser ultravioleta para solidificar camadas de resina fotossensível, criando assim objetos tridimensionais. O primeiro equipamento a utilizar esse tipo de tecnologia foi o SLA-250, que imprimia objetos por meio de dados digitais. [14]

Em 1991, a empresa de Stratasys produziu a primeira máquina a trabalhar com a tecnologia Fused Deposition Modeling (FDM), que trabalha com o derretimento de filamentos de plástico, se tornando esse o modelo de impressora 3D mais popular e acessível.

Em 2005 o doutor Adrian Browyer funda o projeto RepRap, que utilizava código aberto para construir uma impressora 3D capaz de imprimir a maior parte de seus próprios

componentes.

No Brasil, os primeiros registros de utilização da impressão 3D datam do início dos anos 2000, principalmente em ambientes universitários e centros de pesquisa voltados à engenharia e ao design industrial. A popularização ocorreu mais fortemente a partir de 2012, com a importação de impressoras FDM por makers e startups. Desde então, o país tem ampliado seu mercado consumidor e desenvolvido iniciativas de fabricação local de impressoras 3D, com destaque para projetos de baixo custo com fins educacionais [2].

Tipos de impressora quanto ao material utilizado

- **Impressoras FDM:** As impressoras FDM são as que utilizam filamentos como material de produção. O tipo de filamento mais utilizado é o PLA (ácido polilático), por ser mais fácil de trabalhar e mais acessível; no entanto, filamentos como ABS (acrilonitrila butadieno estireno), PETG (polietileno tereftalato glicol) e o TPU (poliuretano termoplástico) também são comumente encontrados em uso.
- **Impressoras SLA:** A impressão 3D por estereolitografia (SLA) é um dos métodos mais antigos e precisos da manufatura aditiva. Essa técnica utiliza um feixe de luz ultravioleta (UV) para solidificar seletivamente uma resina fotossensível, camada por camada, formando o objeto tridimensional.

Fatiamento e impressão

O tipo de software utilizado para preparar um arquivo para impressão 3D é o *fatiador* (do inglês *slicer*), e os arquivos das peças para impressão 3D são do formato *.stl*. *Fatiar* uma peça para impressão nada mais é do que dividir essa peça em camadas horizontais, com uma altura específica.

Existem vários fatiadores gratuitos facilmente encontrados online, entre eles: *PrusaSlicer*, desenvolvido por Josef Prusa; o *UltiMaker Cura*, desenvolvido pela UltiMaker; o *Bambu Studio*, desenvolvido pela BambuLab; e o *Orca Slicer*, que é um fatiador de código aberto desenvolvido pela SoftFever. De modo geral, o *Orca Slicer* abrange os pontos positivos de todos os outros fatiadores, e tem sua interface semelhante à do *Bambu Studio*.

Para fins desse trabalho, o fatiador utilizado foi o *Bambu Studio*. Detalhes e passo a passo para o fatiamento estão expostos na Sequência Didática.

A peça fatiada nada mais é do que uma sequência de códigos indicando posição e velocidade do bico da impressora, responsável pelo derretimento do material. Uma vez fatiada, a peça é encaminhada para a impressão 3D. Isso pode ser feito de duas formas:

- Se a impressora estiver conectada à rede, a peça fatiada pode ser enviada para a impressora, com a impressão iniciando automaticamente.

3.2. A IMPRESSÃO 3D

- Caso a impressora não esteja conectada à rede, pode-se exportar a peça fatiada no formato *.gcode*, salvar o arquivo em um pendrive ou cartão de memória, e transferir para a impressora, iniciando a impressão manualmente.

Capítulo 4

Sequência Didática

4.1 Título

GEOMETRIA EM CAMADAS: EXPLORANDO SÓLIDOS COM TINKERCAD E IMPRESSÃO 3D.

4.2 Público alvo

Alunos de 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental.

4.3 Conteúdos Matemáticos

- Geometria Espacial: prismas, cilindros, pirâmides e cones.
- Cálculo de áreas e volumes.
- Razão e proporção aplicadas à modelagem de sólidos.
- Porcentagem aplicada à alteração de dimensões e volumes.

4.4 Objetivos

- Aplicar conceitos matemáticos de geometria, razão, proporção e porcentagem na construção de sólidos geométricos utilizando a ferramenta Tinkercad.
- Favorecer a utilização de tecnologias na educação através do contato dos estudantes com ferramentas como a impressora 3D.

4.5 Recursos necessários

Para aplicação completa da Sequência Didática se fazem necessários os seguintes recursos:

- Régua
- Compasso
- Computadores ou tablets com acesso a internet.
- Contas no Tinkercad
- Projeção para explicação e exemplos (projektor ou televisão)
- Impressora 3D
- Paquímetro (instrumento utilizado para fazer medidas com precisão)

4.6 Procedimento didático metodológico

O recurso consiste em uma Sequência Didática a ser aplicada em cinco atividades. A turma é dividida em duplas, de modo a otimizar a utilização dos recursos e o tempo de aplicação. A sequência inicia com uma apresentação da ferramenta digital utilizada, que é o Tinkercad, e culmina com a materialização dos sólidos construídos ao longo das aulas, através da impressão 3D dos mesmos.

Cada dupla recebe impressa sua própria versão da Sequência Didática, para fins de registro dos valores utilizados obtidos ao longo da execução das atividades. Essa é chamada de **Versão do Aluno**, e um modelo seu está presente no Anexo I.

Cada atividade é dividida em duas aulas. No caso das atividades 2, 3 e 4, na primeira aula de cada, é feita uma revisão sobre o conteúdo que será trabalhado ao longo de seu desenvolvimento, concluindo a aula com um exercício. Recomenda-se aqui que os alunos façam as anotações necessárias, bem como a resolução dos exercícios sugeridos, em seus cadernos particulares.

4.7 Primeira atividade

A primeira atividade será realizada em apenas uma aula. Trata-se de uma atividade introdutória a respeito da própria sequência a ser trabalhada, bem como da ferramenta de modelagem 3D Tinkercad, com o objetivo de familiarizar os alunos com a sua interface e seus comandos, e introduzir conceitos básicos de modelagem geométrica.

4.7.1 Abertura

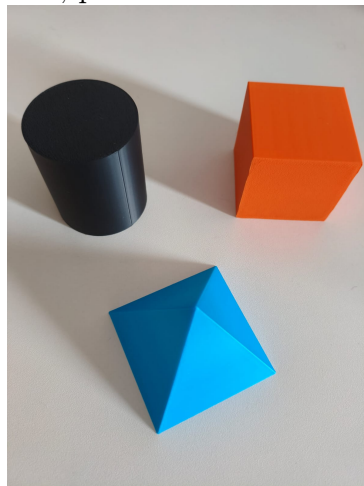
Em um primeiro momento será feita a abertura das atividades, apresentando a sequência didática que será trabalhada, explicando quais atividades serão desenvolvidas e quais recursos serão utilizados no decorrer das aulas.

É feita então uma discussão inicial a respeito de representação tridimensional e são mostrados exemplos práticos de sólidos geométricos, previamente modelados no Tinkercad e feitos em impressão 3D (Figura 4.1). Nessa etapa, são escolhidos alguns sólidos simples, como prismas, pirâmides, cilindros e esferas, e em seguida feitas perguntas, com o intuito de refrescar a memória dos alunos, como:

- i) Quantas faces tem esse sólido?
- ii) Quantos vértices tem esse sólido?
- iii) E quantas arestas?
- iv) Esse sólido é um poliedro?
- v) Esse sólido é um prisma, uma pirâmide ou um corpo redondo?
- vi) Em caso de prisma ou pirâmide, qual sua base? Em caso de corpo redondo, que corpo redondo é esse?

A etapa seguinte é a apresentação no Tinkercad dos modelos utilizados, mostrando que é possível sua modelagem com passos simples, seguido da relação desses sólidos com utilizações simples no cotidiano.

Figura 4.1: Prisma, pirâmide e cilindro impressos em 3D

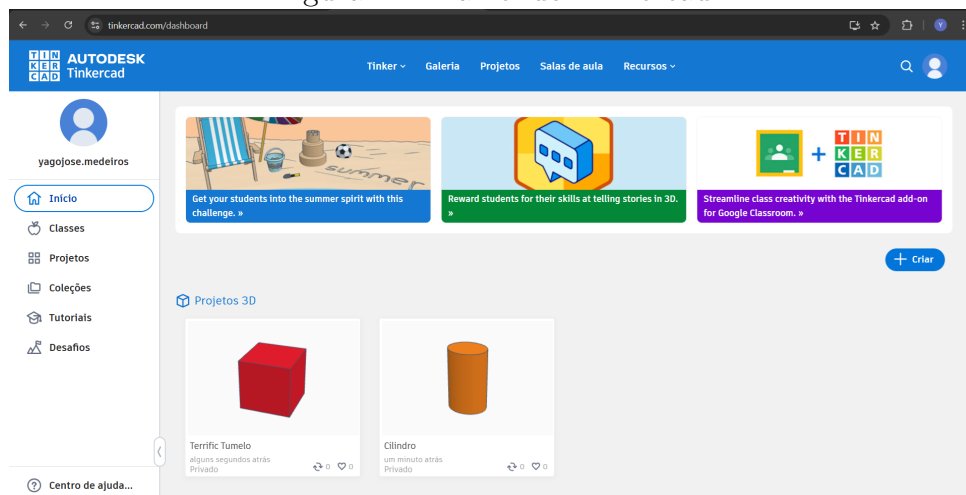


Fonte: O autor.

4.7.2 Conhecendo o Tinkercad

Nesta etapa os alunos terão seu primeiro contato com a ferramenta Tinkercad. Aqui serão instruídos no acesso à plataforma com login e senha, de forma a sempre manter gravado o progresso das aulas. É feito então o primeiro acesso à ferramenta, mostrando a interface do menu inicial (Figura 4.2), conhecendo onde localizar os trabalhos já realizados e como "criar" um novo projeto (Figura 4.3).

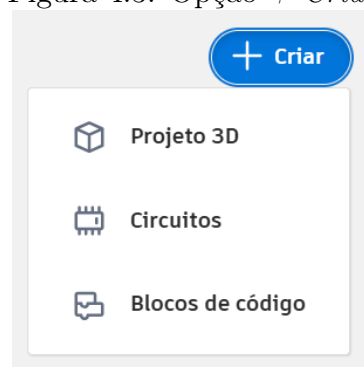
Figura 4.2: Painel do Tinkercad



Fonte: <https://www.tinkercad.com/dashboard>.

Ao clicar na opção + **Criar**, aparecem três opções, onde deve-se selecionar **Projeto 3D**, conforme mostrado na figura a seguir.

Figura 4.3: Opção + *Criar*

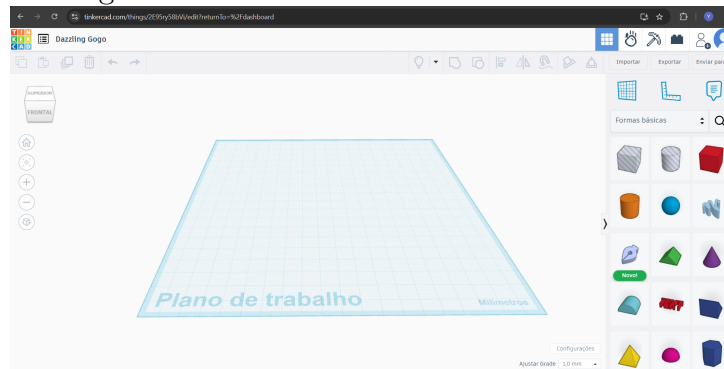


Fonte: <https://www.tinkercad.com/dashboard>.

4.7. PRIMEIRA ATIVIDADE

Selecionada essa opção, os alunos serão direcionados para a página de modelagem do Tinkercad, onde serão apresentados às ferramentas de trabalho. A título de instruções iniciais de manipulação do *Plano de Trabalho* mostrado na tela (Figura 4.4), deve-se mostrar que, para rotacionar o plano deve-se clicar e segurar no botão direito do mouse, ao mesmo tempo em que o arrasta; já para transladar o plano, deve-se clicar e segurar no rolo do mouse, ao mesmo tempo em que o arrasta.

Figura 4.4: Plano de Trabalho do Tinkercad

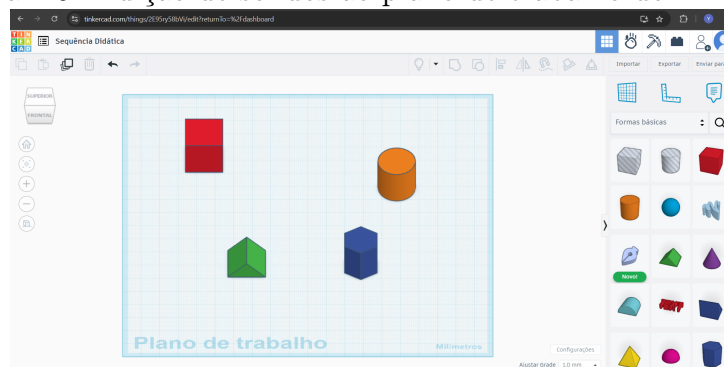


Fonte: <https://www.tinkercad.com>.

Na aba lateral direita, estão localizadas as formas básicas que podem ser trabalhadas. São então apresentados os comandos básicos de trabalho com as formas:

- i) *Adição*: aqui é possível adicionar sólidos ao plano de trabalho, simplesmente clicando sobre seus ícones e arrastando ao local desejado. Pode-se, inclusive, adicionar volumes negativos, com o objetivo de retirar partes do objeto desejado. Um exemplo é mostrado na Figura 4.5.

Figura 4.5: Adição de sólidos ao plano de trabalho do Tinkercad



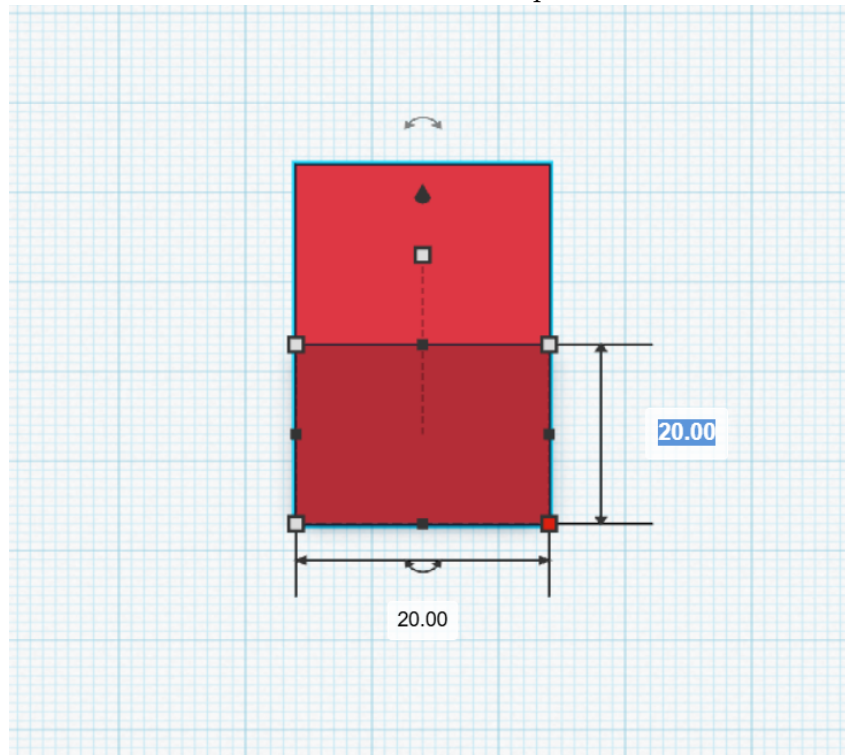
Fonte: <https://www.tinkercad.com>.

4.7. PRIMEIRA ATIVIDADE

- ii) *Redimensionamento*: responsável por aumentar ou diminuir as dimensões dos sólidos trabalhados. Ao clicar na linha de dimensão do objeto, é possível digitar o tamanho desejado (Figura 4.6). Uma outra forma de redimensionar é clicando nos pontos que aparecem nas arestas e vértices ao selecionar o sólido, e arrastar até atingir a medida desejada (ao fazer isso segurando a tecla *ctrl* do teclado, todas as dimensões crescem na mesma proporção.)

Um detalhe importante a ser observado sobre o Tinkercad é que, por padrão, as dimensões dos sólidos modelados são dadas em *milímetros*. Ao longo das aulas, os sólidos serão trabalhados em centímetros, o que faz necessário chamar a atenção dos alunos para a necessidade de conversão das medidas.

Figura 4.6: Redimensionamento de sólidos no plano de trabalho do Tinkercad

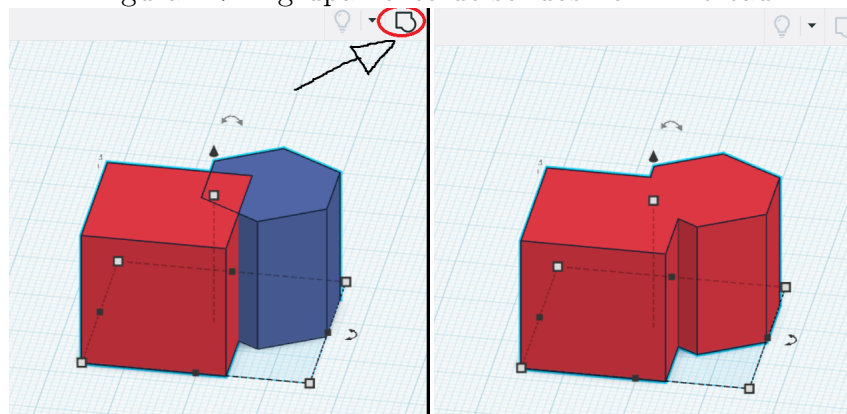


Fonte: <https://www.tinkercad.com>.

4.7. PRIMEIRA ATIVIDADE

- iii) *Agrupamento*: com esse comando, é possível unir dois ou mais sólidos em um único objeto. Para isso, basta selecionar os dois sólidos a ser unidos e clicar na opção apontada pela seta no lado esquerdo da Figura 4.7. No lado direito da mesma figura é mostrado o resultado da união.

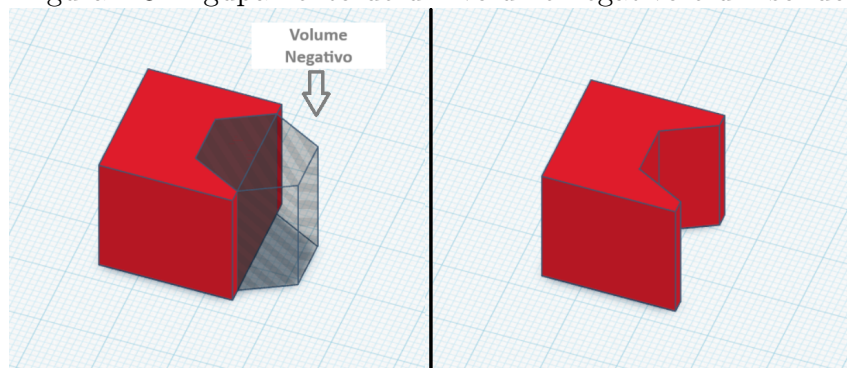
Figura 4.7: Agrupamento de sólidos no Tinkercad



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

Além disso, caso tenha sido utilizado algum volume negativo (parte transparente no lado esquerdo da figura 4.8), esse comando faz com que o volume equivalente seja subtraído do objeto ao qual foi agrupado (lado direito da figura 4.8).

Figura 4.8: Agrupamento de um volume negativo e um sólido



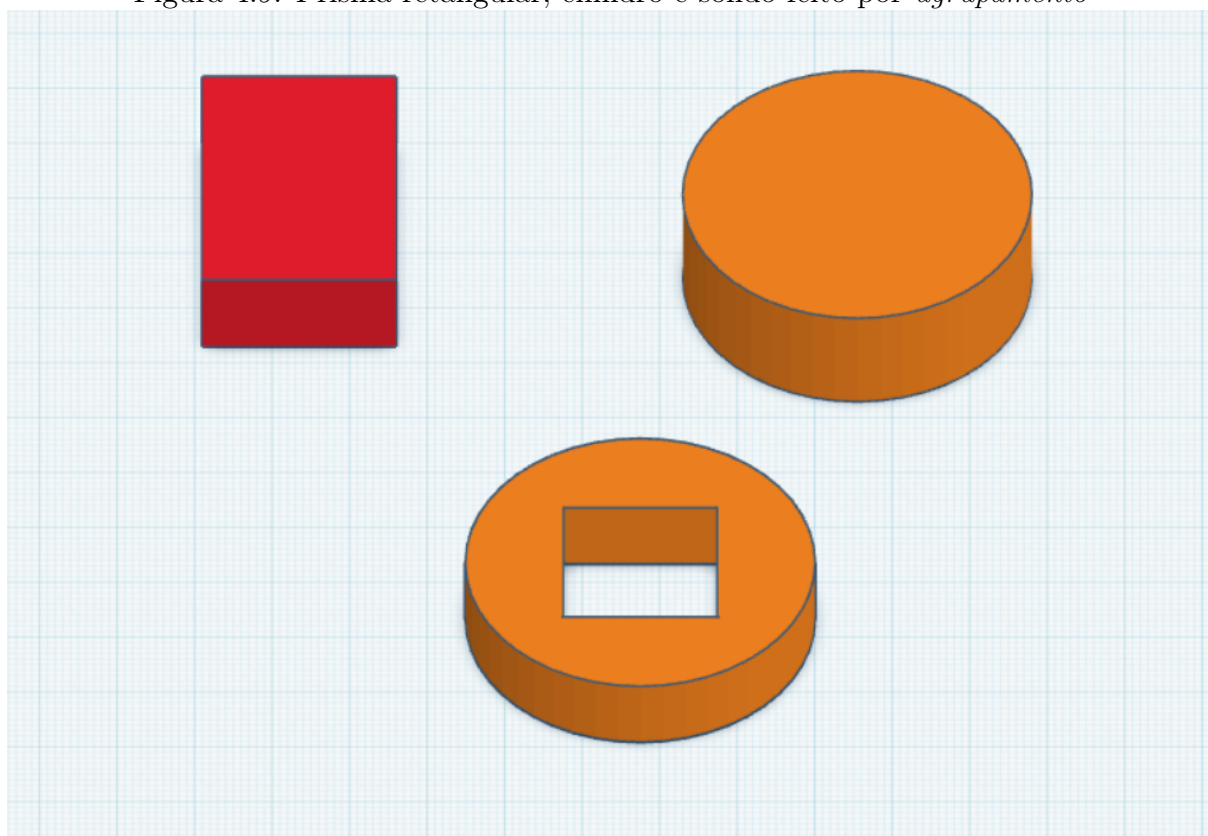
Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

4.7.3 Atividade prática

Nesta etapa, é solicitado aos alunos que seja feita a modelagem de três sólidos, com as dimensões de construção ficando a critério dos alunos, dando a liberdade de utilização da ferramenta de *redimensionamento*. Esses sólidos devem ser:

- um prisma de base retangular;
- um cilindro;
- um sólido de escolha dos alunos, preferencialmente utilizando o conceito de *agrupamento*.

Figura 4.9: Prisma retangular, cilindro e sólido feito por *agrupamento*



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.

Nessa fase, a **Versão do Aluno** possui três espaços, destinados para registro das dimensões de cada sólido. O primeiro espaço exibe um prisma de base retangular, com linhas específicas para registro das dimensões do mesmo construído pelos alunos; o segundo

4.7. PRIMEIRA ATIVIDADE

espaço exibe um cilindro, também destinado a registro das dimensões daquele construído pelos alunos. Por fim, o terceiro espaço está em branco: aqui os alunos devem fazer um esboço (sugere-se a mão livre, mas pode utilizar régua e compasso) do sólido de sua criação, seguido dos registros de suas dimensões.

Com esses registros, encerra-se a primeira atividade.

4.8 Segunda atividade

Nesta atividade serão abordados os conceitos de *área* e *volume*. Sugere-se aqui a execução da atividade em duas aulas, destinando a primeira à revisão dos conceitos e principais fórmulas utilizadas para cálculo de áreas de polígonos e volume de sólidos, e as demais para aplicação dos conceitos aos sólidos que serão modelados no Tinkercad ao longo da atividade.

4.8.1 Primeira aula

Aqui será ministrada uma aula de revisão sobre os conceitos de *área* e *volume*, abordando as fórmulas matemáticas mais utilizadas, respeitando as unidades de medida, tais como:

- área da região retangular (quadrada ou não);
- área da região triangular;
- área da região circular;
- volume do cubo;
- volume de um paralelepípedo qualquer;
- volume de um prisma de base triangular;
- volume do cilindro.

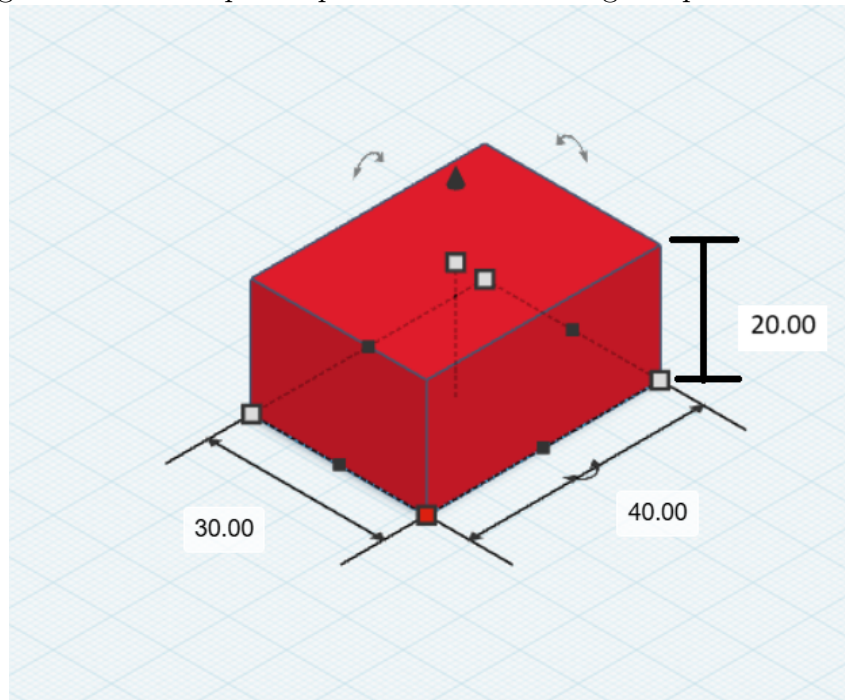
Sugere-se concluir a aula com um exercício, de modo a verificar se o conteúdo foi compreendido pelos alunos.

4.8.2 Segunda aula

A segunda aula é uma aplicação prática dos conceitos trabalhados na primeira aula. Para isso, são feito 5 exercícios com o uso do Tinkercad.

- 1) Construção, no Tinkercad, de um prisma de base retangular, com dimensões $2cm$, $3cm$ e $4cm$ (figura 4.10). Feita a construção, os alunos vão anotar as dimensões no espaço destinado a isso na **Versão do Aluno**, e em seguida calcular o volume do sólido.

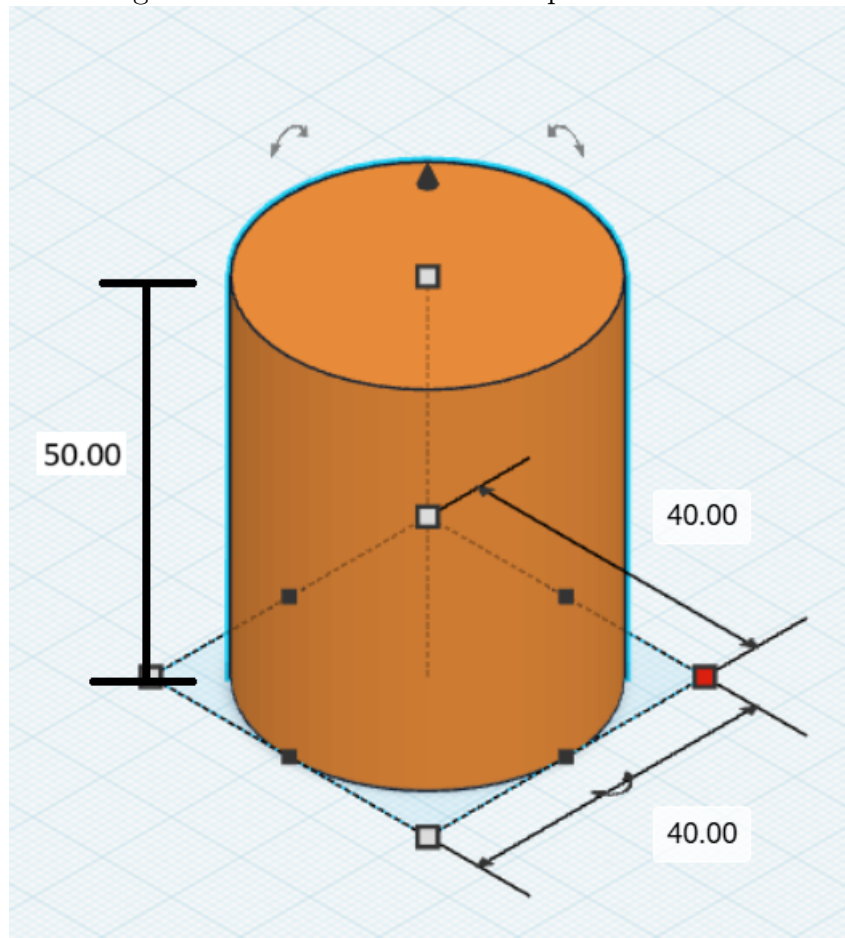
Figura 4.10: Exemplo de prisma de base retangular para exercício 1



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 2) Construção, no Tinkercad, de um cilindro cujo raio da base mede $2cm$ e de altura $5cm$ (Figura 4.11). Em seguida, vão anotar as dimensões no espaço reservado na **Versão do Aluno** e calcular o volume do sólido. Sugere-se aqui utilizar $\pi = 3$ para facilidade dos cálculos, mas pode-se também utilizar $\pi = 3,14$, tanto para diminuir o erro de resultado quanto para treino de contas utilizando números decimais.

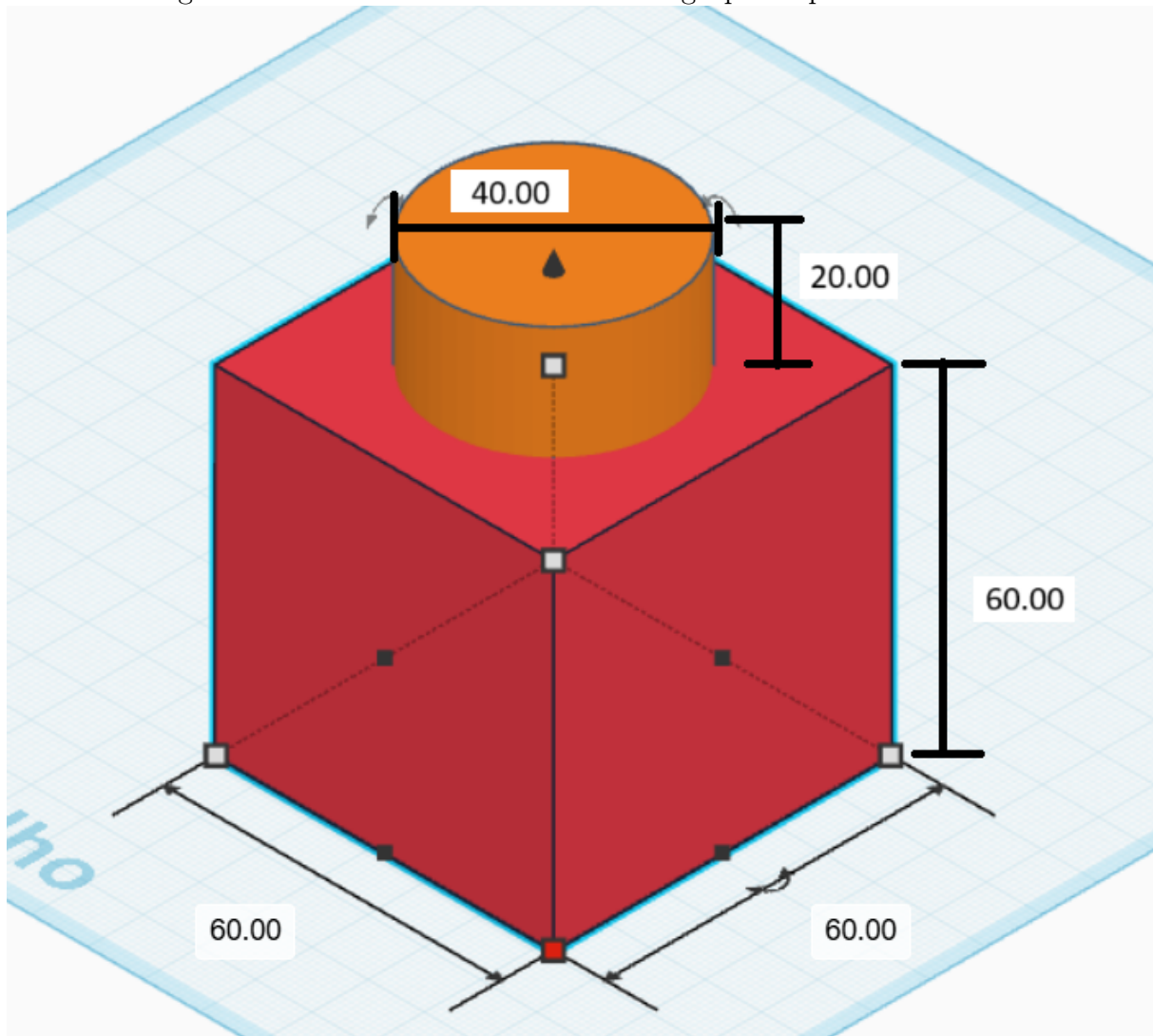
Figura 4.11: Modelo de cilindro para exercício 2



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 3) Construção, no Tinkercad, de um sólido formado por um cubo combinado com um cilindro, semelhante ao observado na figura 4.12. O cubo deve ter todas as suas dimensões com 6cm , e o cilindro deve ter uma base de raio 2cm e altura 2cm . Em seguida, vão anotar as dimensões no espaço reservado na **Versão do Aluno** e calcular o volume do sólido. Sugere-se aqui utilizar $\pi = 3$ para facilidade dos cálculos, mas pode-se também utilizar $\pi = 3,14$, tanto para diminuir o erro de resultado quanto para treino de contas utilizando números decimais.

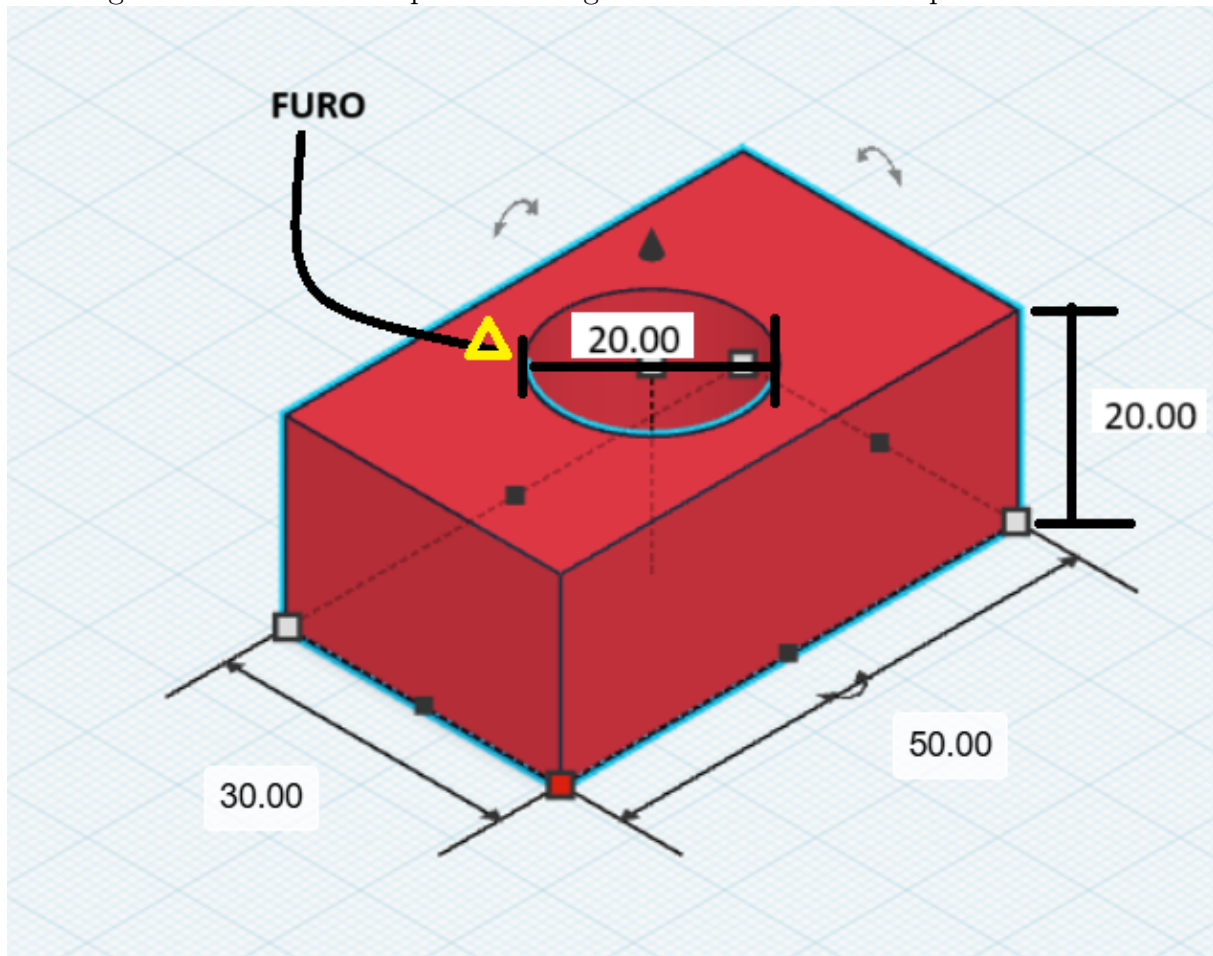
Figura 4.12: Modelo de cubo e cilindro agrupados para exercício 3



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 4) Construção, no Tinkercad, de um sólido formado por um paralelepípedo combinado com um volume negativo cilíndrico, semelhante ao observado na figura 4.13. O paralelepípedo deve ter dimensões 2cm , 3cm e 5cm , e o cilindro deve ter uma base de raio 1cm e altura 2cm . Em seguida, vão anotar as dimensões no espaço reservado na **Versão do Aluno** e calcular o volume do sólido. Sugere-se aqui utilizar $\pi = 3$ para facilidade dos cálculos, mas pode-se também utilizar $\pi = 3,14$, tanto para diminuir o erro de resultado quanto para treino de contas utilizando números decimais.

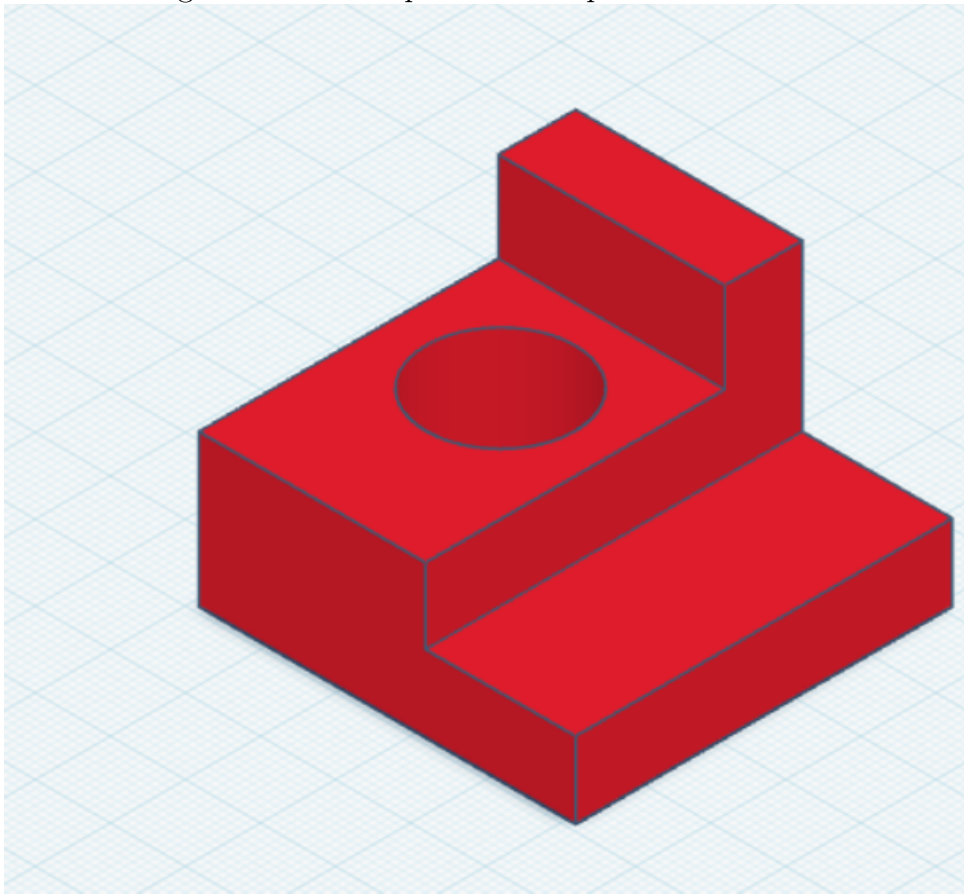
Figura 4.13: Modelo de prisma retangular com furo cilíndrico para exercício 4



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 5) O último exercício tem como objetivo incentivar a criatividade dos alunos: eles terão a liberdade para criar um sólido de sua escolha, desde que esse sólido contenha, ao menos, três prismas retangulares (exemplo mostrado na figura 4.14). Nessa parte, eles poderão escolher se querem combinar todos os volumes ou utilizar volumes negativos, bem como as medidas utilizadas. Uma vez feita a modelagem do sólido no Tinkercad, eles deverão fazer um esboço do modelo no espaço reservado na **Versão do Aluno**, indicando suas medidas e, por fim, calculando seu volume.

Figura 4.14: Exemplo de sólido para o exercício 5



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

Para encerrar a segunda atividade, é feita uma discussão entre os colegas, comparando o sólido que foi montado no exercício 5, analisando suas dimensões e, por fim, observando se os volumes calculados estavam de fato corretos.

4.9 Terceira atividade

Nesta atividade serão abordados os conceitos de *razão* e *proporção*, correlacionando-os com as dimensões dos sólidos construídos ao longo do processo. Sugere-se aqui a execução da atividade em duas aulas, sendo a primeira destinada à revisão dos conceitos matemáticos aplicados, e a segunda reservada para a aplicação desses conceitos junto aos sólidos da plataforma Tinkercad.

4.9.1 Primeira aula

Aqui será ministrada uma aula de revisão sobre os conceitos de *razão* e *proporção*, abordando situações cotidianas onde esses conceitos são utilizados. Ao final da revisão, o professor poderá aplicar um exercício, para verificar se o conteúdo foi, de fato, entendido pelos alunos.

Para tal exercício, sugere-se as seguintes situações problema, elaboradas de acordo com a realidade da região da escola onde a sequência didática foi aplicada inicialmente.

- 1) No festival *Fest Verão Paraíba*, realizado na Praia de Intermares, estima-se que participam 80000 pessoas durante o evento. Se 30000 delas são visitantes de outras cidades:
 - a) Qual é a razão entre visitantes e moradores da cidade?
 - b) Simplifique essa razão.
 - c) Se o próximo ano vierem 120000 pessoas, mantendo a mesma proporção, quantos serão visitantes?
- 2) O *quebra-mar de Cabedelo* possui 400m de extensão. Se um grupo de alunos percorre 50m por vez para medir pedras de contenção, qual a razão entre o trecho percorrido e o total do quebra-mar? Quantas vezes precisam percorrer 50m para cobrir toda a extensão?
- 3) Cabedelo tem cerca de 66500 habitantes e uma área territorial de 32km ([1]).
 - a) Determine a razão habitantes por quilômetro quadrado.
 - b) Se outro município tem a mesma população mas 50km, quem tem maior densidade? Quantas pessoas por km neste outro caso?
- 4) No **Porto de Cabedelo** existem cinco armazéns com 10000m ao todo e 12 tanques específicos que armazenam graneis líquidos.
 - a) Qual a razão armazéns por tanques?
 - b) Se fossem adicionados mais 3 tanques, como ficaria essa nova razão?

4.9. TERCEIRA ATIVIDADE

- 5) Na *Floresta Nacional da Restinga de Cabedelo (Mata da Amém)*, pesquisadores preparam um alimento misturando ração e vegetais na proporção de 3 : 2 (3 partes de ração para cada 2 de vegetais).
- a) Se usarem 15kg de ração, quantos kg de vegetais devem adicionar?
 - b) Qual o total da mistura?

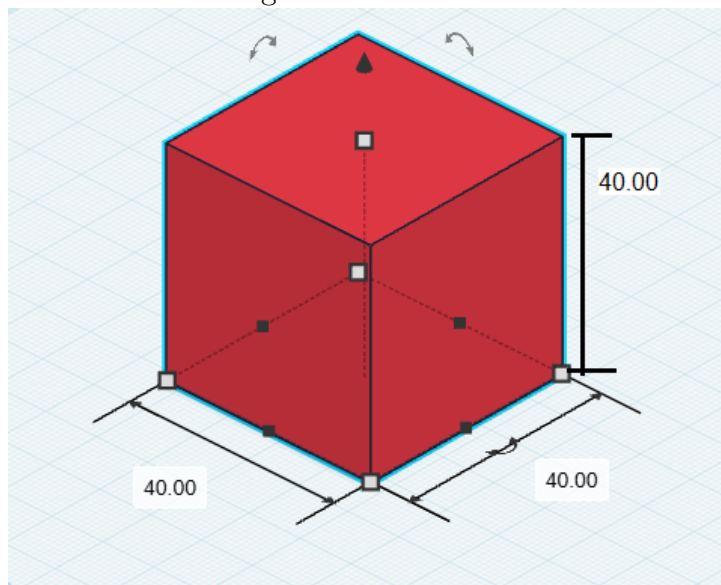
4.9.2 Segunda aula

A segunda aula tem por objetivo aplicar os conceitos de *razão* e *proporção* na variação das dimensões de um sólido, seguido do cálculo e comparação de seus volumes. Uma vez calculados, são montadas razões com os resultados encontrados. Para isso, execução dessa aula será feita de acordo com as etapas a seguir:

- 1) Construção, no Tinkercad, de um cubo de volume 64cm^3 . Nesse momento, se faz aos alunos o questionamento: *quanto deve medir cada lado desse cubo para ele ter esse volume?*

Feita essa discussão, e encontrando o valor da medida do lado do cubo, tal medida deve ser anotada no espaço correspondente na **Versão do Aluno**. Esse cubo será chamado de **Cubo 1** (Figura 4.15).

Figura 4.15: Cubo 1



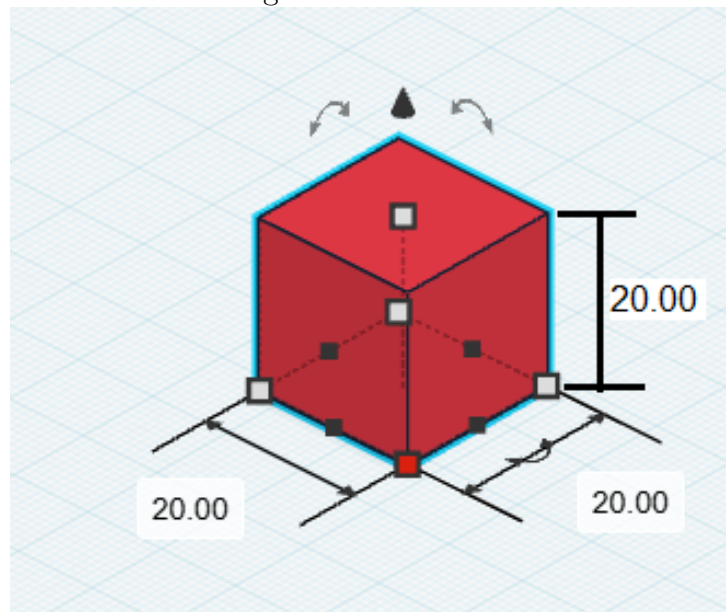
Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

4.9. TERCEIRA ATIVIDADE

- 2) Construção, no Tinkercad, de um cubo cuja razão entre as medidas de seus lados e as medidas do **Cubo 1** é de 1 : 2. Chamaremos este cubo de **Cubo 2** (Figura 4.16). Fazer o questionamento: *qual a medida do lado do Cubo 2?*

Anotar as medidas no espaço correspondente na **Versão do Aluno**.

Figura 4.16: Cubo 2



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 3) Calcular o volume do **Cubo 2** no espaço destinado na **Versão do Aluno**.
- 4) Ainda na **Versão do Aluno**, escrever a razão

$$\frac{V_{Cubo2}}{V_{Cubo1}}$$

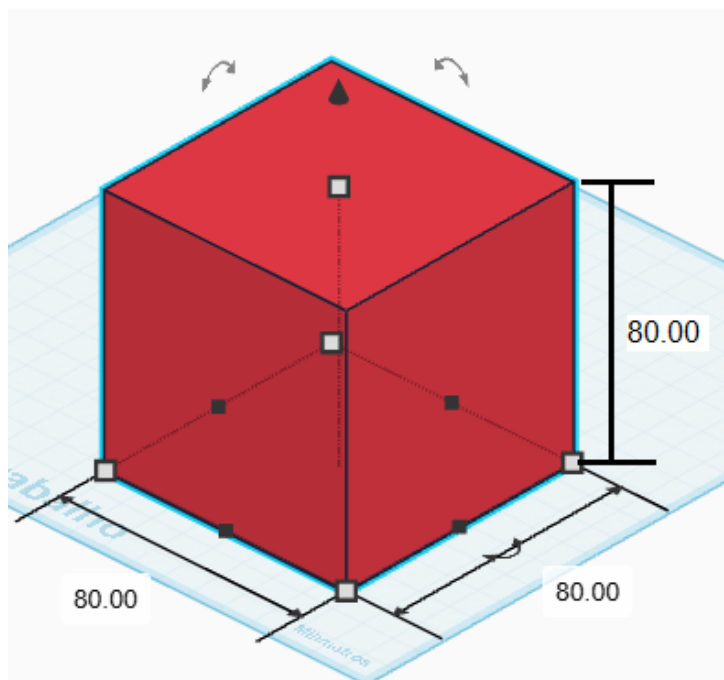
simplificando a fim de encontrar a menor fração equivalente.

4.9. TERCEIRA ATIVIDADE

- 5) **Desafio para o aluno:** Sendo l_1 a medida do lado do **Cubo 1**, construir, no Tinkercad, um **Cubo 3** (Figura 4.17), com lado de medida l_3 , e respeitando a proporção:

$$\frac{l_3}{l_1} = \frac{2}{1}$$

Figura 4.17: Cubo 3



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

Fazer um esboço do **Cubo 3** no espaço destinado na **Versão do Aluno**, indicando as medidas dos seus lados e, em seguida, calculando seu volume V_3 .

Por fim, determinar a razão:

$$\frac{V_3}{V_1}$$

Para encerrar a atividade, é feita uma discussão, abordando os seguintes pontos:

- O que aconteceu com o volume do cubo ao reduzirmos suas dimensões pela metade?

4.9. TERCEIRA ATIVIDADE

- E quando dobramos suas dimensões, o que aconteceu com o volume?
- De acordo com seus conhecimentos, por que isso acontece?

Todas essas perguntas devem ser respondidas na **Versão do Aluno**.

4.10 Quarta atividade

Esta atividade tem por objetivo a continuação do estudo dos conceitos de *razão* e *proporção* aplicada às dimensões e volumes dos sólidos. No entanto, a representação da *razão* aqui é feita na forma de **porcentagem**. Sugere-se aqui a execução da atividade em duas aulas, sendo a primeira destinada à revisão dos conceitos matemáticos aplicados, e a segunda reservada para a aplicação desses conceitos junto aos sólidos da plataforma Tinkercad.

4.10.1 Primeira aula

Aqui será ministrada uma aula de revisão sobre *razão e porcentagem*, abordando situações cotidianas onde esses conceitos são utilizados. Ao final da revisão, o professor poderá aplicar um exercício, para verificar se o conteúdo foi, de fato, compreendido pelos alunos.

Podem ser feitos questionamentos como:

- 1) No Mercadinho São José, uma garrafa de suco custa R\$8,00. Em uma promoção, o cliente que comprar 3 garrafas recebe 15% de desconto no valor total.
 - a) Qual o valor total sem o desconto?
 - b) Quanto o cliente paga com o desconto aplicado?
 - c) Qual a razão entre o valor economizado e o valor total sem desconto?
- 2) Na casa de Ana, a conta de luz no mês de abril foi de R\$180,00. No mês de maio, com o uso mais consciente de energia, ela conseguiu reduzir a conta em 25%.
 - a) Qual foi o valor pago no mês de maio?
 - b) Qual a razão entre o valor economizado e o valor da conta original?
- 3) Durante o recreio, a professora de matemática organiza uma barraca de pipoca para ajudar na feira de ciências. Foram vendidos 80 saquinhos, sendo que 60% foram do tipo doce e o restante, salgado.
 - a) Quantos saquinhos doces e quantos salgados foram vendidos?
 - b) Qual a razão entre saquinhos doces e salgados?
- 4) Em uma turma com 25 alunos, 15 alunos atingiram a média mínima de 7,0 na prova de matemática.
 - a) Qual é o percentual de alunos que atingiram a média?

- b) Qual a razão entre alunos que atingiram a média e os que não atingiram?
- 5) Na Feira de Artesanato de Cabedelo, Dona Zefa vendeu $R\$400,00$ em peças de crochê e $R\$600,00$ em peças de madeira.
- a) Qual o total vendido?
- b) Qual o **percentual das vendas de madeira** em relação ao total?
- c) Qual a **razão entre as vendas de crochê e as de madeira**?

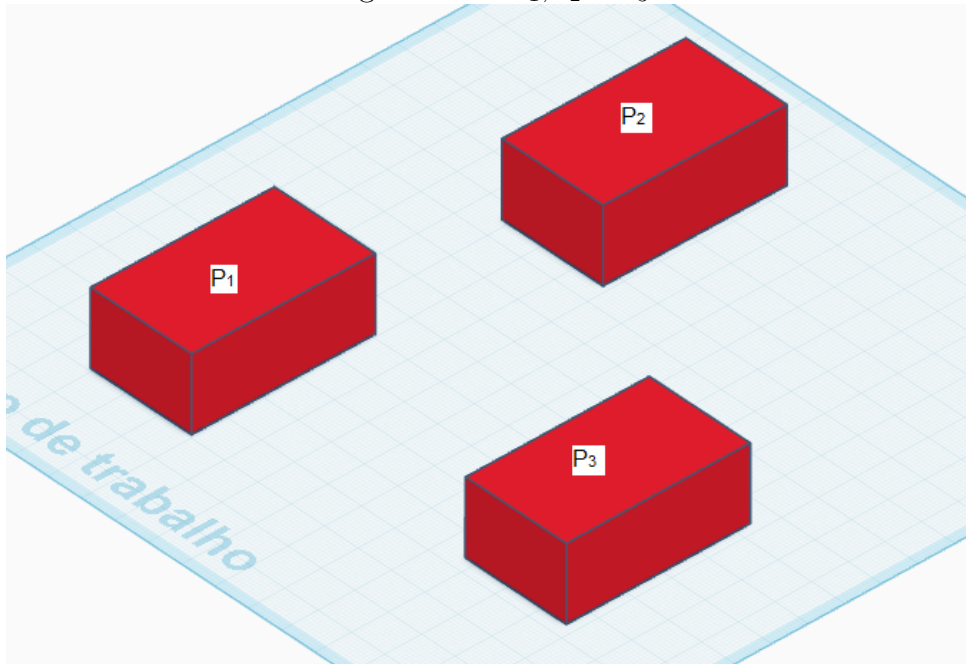
4.10.2 Segunda aula

A segunda aula visa aplicar o uso da *porcentagem* como *razão* na variação das dimensões de um sólido e, em seguida, cálculo e comparação de seus volumes. Para tanto, são praticadas as seguintes etapas:

- 1) Construção, no Tinkercad, de três prismas retangulares idênticos, chamados de P_1 , P_2 e P_3 (Figura 4.18). Para cada P_n ($n = 1, 2, 3$), suas dimensões serão chamadas de a_n , b_n e c_n , conforme mostrado na figura a seguir. Os valores das dimensões são $a = 2cm$, $b = 3cm$ e $c = 5cm$. Sendo os prismas idênticos, tem-se que $a_1 = a_2 = a_3 = a$, e o mesmo se aplica aos b_n e c_n .

Os três prismas estão devidamente identificados na **Versão do Aluno**.

Figura 4.18: P_1, P_2 e P_3



Fonte: <https://www.tinkercad.com>.
Captura de tela editada pelo autor.

- 2) Calcular o volume V_1 do prisma P_1 e anotar o valor encontrado na parte correspondente na **Versão do Aluno**.
- 3) Aumentar as dimensões do prisma P_2 em 100% e anotar os valores encontrados na parte correspondente na **Versão do Aluno**. Em seguida, calcular o volume V_2 e registrar o valor encontrado.

- 4) Na **Versão do Aluno**, escrever a razão

$$\frac{V_2}{V_1}$$

e representar seu valor na forma de porcentagem.

- 5) Para o prisma P_3 , diminuir o valor de a_3 em 50% e o valor de c_3 em 20%, sem alterar o valor de b_3 . Em seguida, calcular o volume V_3 e registrar os valores encontrados nas suas respectivas partes na **Versão do Aluno**.

- 6) Na **Versão do Aluno**, escrever a razão

$$\frac{V_3}{V_1}$$

e representar seu valor na forma de porcentagem.

- 7) Na **Versão do Aluno**, escrever as razões

$$\frac{V_3}{V_2} \text{ e } \frac{V_2}{V_3}$$

e representar seus valores na forma de porcentagem.

Para concluir a atividade, é feita uma discussão, onde são abordados os seguintes pontos:

- Qual foi o aumento percentual do volume do prisma ao aumentarmos suas dimensões em 100%?
- E quando diminuímos apenas algumas de suas dimensões, qual foi a variação percentual?
- Será que o fato de não modificarmos o valor de b_3 influenciou em algo na variação do volume de P_3 ?
- Se em P_3 tivéssemos feito apenas a mudança em a_3 , mantendo constantes os valores de b_3 e c_3 , qual seria o novo valor de V_3 ? E o que aconteceria com a razão $V_3 : V_1$?

Essas perguntas devem ser respondidas nos seus respectivos espaços na **Versão do Aluno**.

4.11 Quinta atividade

A quinta e última atividade tem por objetivo a consolidação dos conhecimentos e a apresentação dos trabalhos desenvolvidos. Para esta atividade se faz necessário o uso de uma (ou mais) impressora 3D.

Neste momento é feita uma revisão inicial, a fim de recapitular os conceitos trabalhados ao longo das atividades anteriores: *volumes de sólidos, razão, proporção e porcentagem*. São repassados também cada um dos modelos construídos no Tinkercad ao longo da aplicação da Sequência Didática, apresentando novamente o sólido elaborado por cada aluno na **Segunda atividade**.

É nesse momento que se utiliza a ferramenta de impressão 3D: esses sólidos, fruto do pensamento criativo dos alunos, será agora preparado para impressão 3D. Para tanto, se faz necessário um momento para algumas explicações e, portanto, sugere-se que essa atividade seja dividida em duas aulas.

4.11.1 Primeira aula

A primeira aula tem por objetivos específicos:

- Mostrar ao aluno como exportar um modelo no Tinkercad;
- Familiarizar o aluno com a interface do *fatiador* da impressora 3D;
- Orientar o aluno a preparar o modelo para impressão.

Para uma boa prática, a primeira aula deve decorrer conforme descrito a seguir.

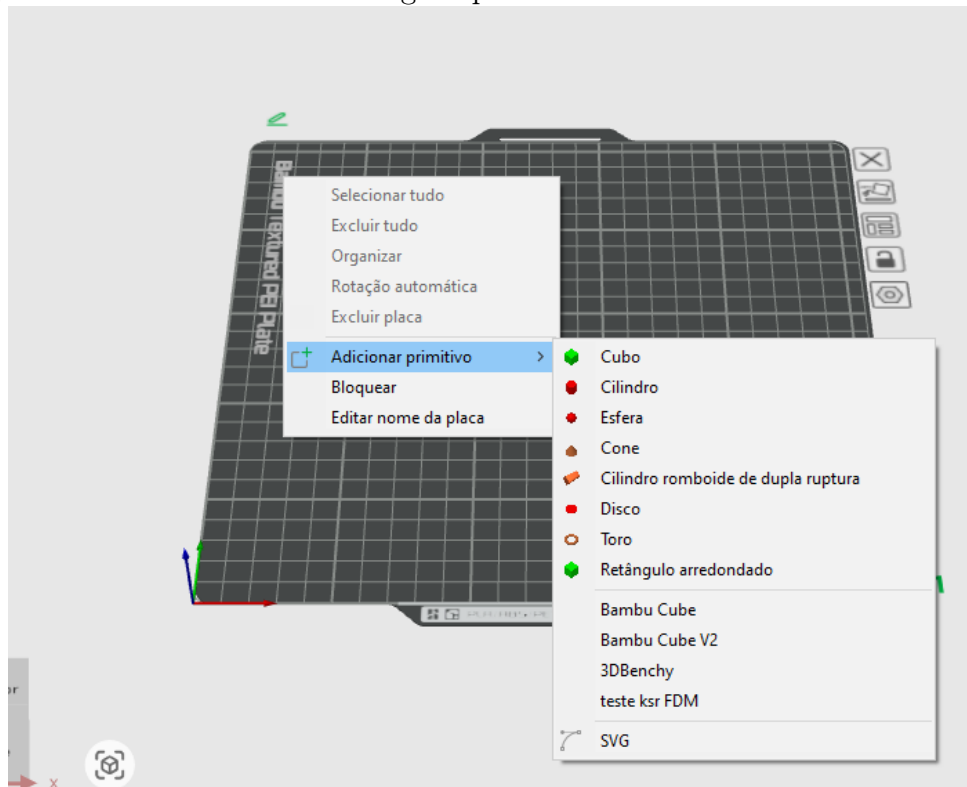
- 1) Inicialmente, os alunos serão orientados a "abrir" o software do *fatiador*. Para este trabalho, foi utilizado o *Bambu Studio*, mas as configurações de impressão independem do *fatiador*.

Nessa parte deve-se mostrar aos alunos como:

- Importar um modelo no *fatiador*. Aqui pode-se utilizar os modelos primitivos fornecidos pelo próprio *fatiador*, clicando com o botão direito do mouse sobre a mesa de trabalho, como mostrado na figura 4.19.

4.11. QUINTA ATIVIDADE

Figura 4.19: Adicionando uma figura primitiva à mesa de trabalho do fatiador



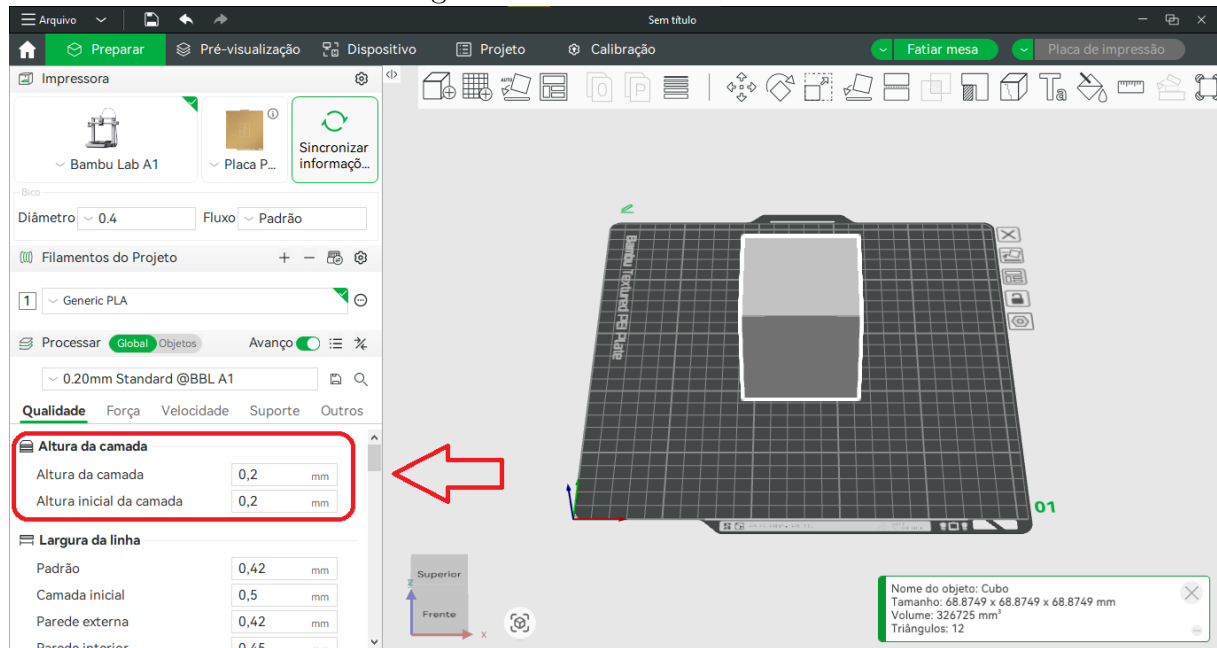
Fonte: Bambu Studio.
Captura de tela editada pelo autor.

- Mover um modelo pela mesa de trabalho;
- Redimensionar um modelo na mesa de trabalho;

4.11. QUINTA ATIVIDADE

- Selecionar a altura de camada de impressão que será utilizada (recomenda-se utilizar $0,20\text{mm}$, como mostrado na figura 4.20). Nessa etapa, pode-se mencionar que a altura de camada e o tempo de impressão são inversamente proporcionais: quanto mais alta a camada, menor o tempo de impressão, mas menor também a qualidade da peça impressa.

Figura 4.20: Altura de camada



Fonte: Bambu Studio.

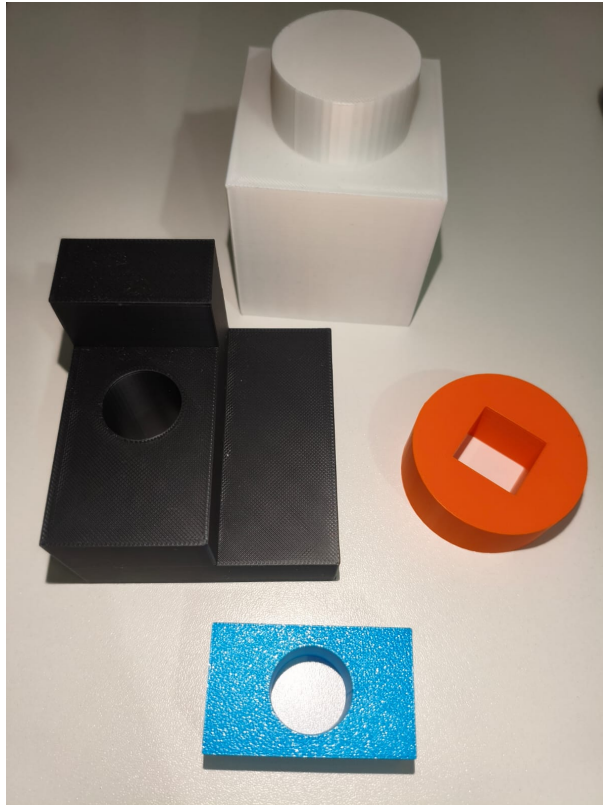
Captura de tela editada pelo autor.

- Selecionar a quantidade de preenchimento da peça

4.11. QUINTA ATIVIDADE

- 2) Em seguida os alunos serão orientados a acessar o modelo construído por eles na *segunda aula* da **segunda atividade** (alguns exemplos são mostrados na figura 4.21). Em seguida, os alunos devem ser instruídos sobre como exportar o modelo no formato *.stl*, para que o arquivo possa ser utilizado em outros softwares no computador. Na figura 4.4 é possível ver a opção *Exportar*, no Tinkercad.

Figura 4.21: Exemplos de sólidos da Segunda Atividade



Fonte: O autor.

Captura de tela editada pelo autor.

- 3) Importar o sólido construído no *fatiador* e preparar para impressão 3D.
- 4) Iniciar a impressão 3D.

Devido o fato de a impressão 3D ser um processo geralmente lento, e dependendo da quantidade de impressoras 3D disponíveis na escola, sugere-se encerrar a primeira aula após iniciar a impressão 3D, utilizando isso, inclusive, como estratégia de manter a curiosidade dos alunos ativa para a aula final.

4.11.2 Segunda aula

Na segunda aula os modelos colocados para impressão na aula anterior já estarão prontos. É o momento para comparar as peças produzidas, discutindo *expectativa* $\times$ *realidade*, conversando sobre a possibilidade de aquela peça ter algum uso no dia a dia. É feito então um esboço dessa peça na parte correspondente na **Versão do Aluno**, incentivando a representação com base no visual.

Com o auxílio do paquímetro são feitas as medidas das dimensões de cada sólido impresso. Pode-se utilizar uma régua, mas dependendo das formas escolhidas pelos alunos, o uso da régua pode resultar em erros de medição. É feito então o registro dessas medidas junto ao esboço feito anteriormente.

O passo final é comparar as medidas obtidas pela ferramenta com as medidas utilizadas na **segunda atividade**. Em caso de divergência nas medidas, deve-se fazer os seguintes questionamentos:

- Que fatores podem ter causado tais divergências?
- Será que houve erros na hora de fazer as medições?
- Fatores físicos (como temperatura da impressão, qualidade do material utilizado) podem resultar em medidas diferentes na peça impressa?

Para encerrar a aula (e a atividade, bem como a *sequência didática*), sugere-se fazer uma reflexão com os alunos sobre como o Tinkercad (e outras ferramentas de modelagem 3D) podem ajudar no aprendizado da matemática, bem como na solução de problemas que possam surgir no cotidiano. Pode-se abordar, de forma verbal, a relação entre a quantidade de material utilizada na impressão e o valor (em R\$) gasto, e como pode-se obter lucro a partir disso.

Além disso, pode-se pedir aos alunos para fazer uma autoavaliação, abordando como foi a participação deles ao longo das atividades, como foram suas ações nas soluções dos desafios propostos, e se o trabalho deles influenciou de alguma forma na qualidade do produto final obtido.

Com isso, encerra-se a última atividade.

Capítulo 5

Conclusões

A proposta deste trabalho teve como objetivo principal evidenciar o potencial pedagógico da modelagem digital no Tinkercad, aliada ao estudo de volumes de sólidos geométricos — com ênfase no prisma de base retangular e no cilindro — culminando na impressão 3D dos modelos desenvolvidos pelos próprios estudantes. Essa abordagem buscou integrar teoria e prática, tornando o conteúdo matemático mais acessível, concreto, visual e interativo para os alunos.

Como contribuição original, este estudo apresenta uma sequência didática estruturada, composta por atividades detalhadas e aplicáveis em diferentes contextos escolares, o que a torna um modelo replicável e adaptável por outros docentes.

Além disso, esta experiência aponta para a urgência de políticas públicas que promovam a modernização dos recursos pedagógicos, sugerindo, por exemplo, a inclusão de equipamentos de impressão 3D e plataformas de modelagem digital no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), ampliando o acesso a tecnologias educacionais e fomentando a inovação nas escolas públicas brasileiras.

Entretanto, reconhece-se que a aplicação da sequência didática enfrenta desafios práticos, como a ausência de laboratórios de informática, a falta de computadores suficientes e a instabilidade ou ausência de conexão com a internet — realidade comum em muitas instituições de ensino. Tais obstáculos exigem do professor flexibilidade e criatividade para adaptar as propostas pedagógicas às condições disponíveis, sem comprometer o processo de aprendizagem.

Como sugestão para estudos futuros, recomenda-se a ampliação desta proposta para o estudo de outros sólidos geométricos, como pirâmides, cones e esferas, bem como a aplicação da sequência com estudantes de diferentes faixas etárias, investigando os impactos em distintos níveis de ensino. Também seria relevante explorar o uso da modelagem 3D em outros componentes curriculares, fortalecendo a interdisciplinaridade e a integração entre tecnologia e educação.

Conclui-se, portanto, que a utilização da modelagem e da impressão 3D no ensino de matemática não apenas reforça conteúdos específicos, como o estudo de volume, mas

também contribui para a construção de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, significativo e alinhado às demandas contemporâneas da educação.

Apêndice

Versão do Aluno

Escola (Nome da Escola)
Matemática
Prof. (Nome de quem vai aplicar)

Nome: _____

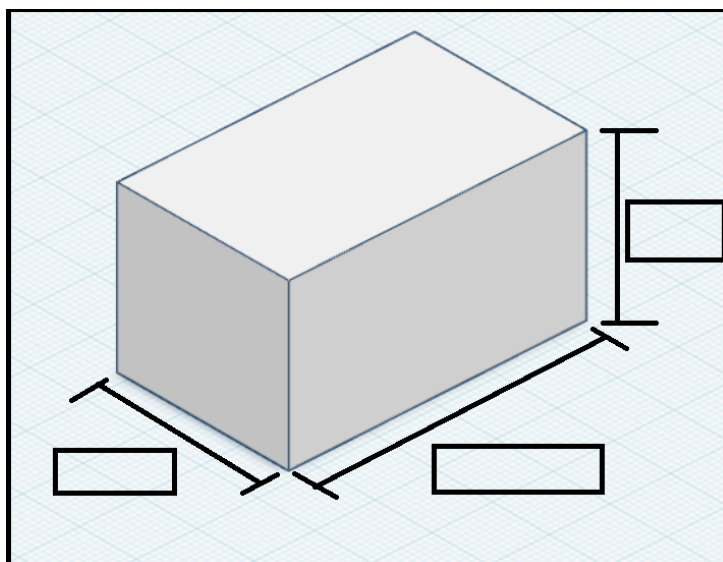
Turma: _____

Sequência Didática

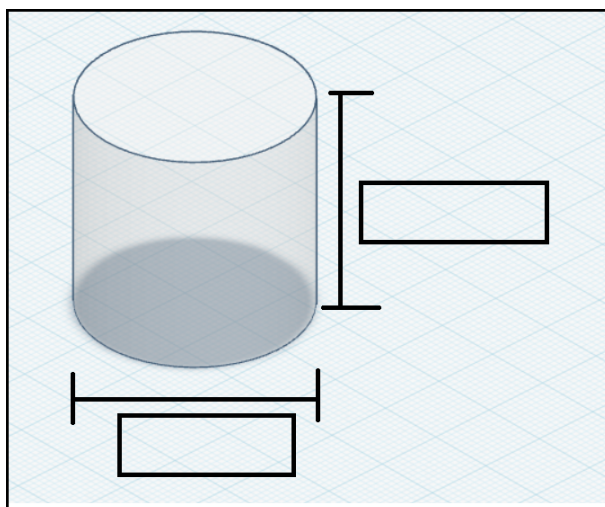
Geometria em camadas: Explorando sólidos com Tinkercad e Impressão 3D

Atividade 1 - Revisando sólidos geométricos

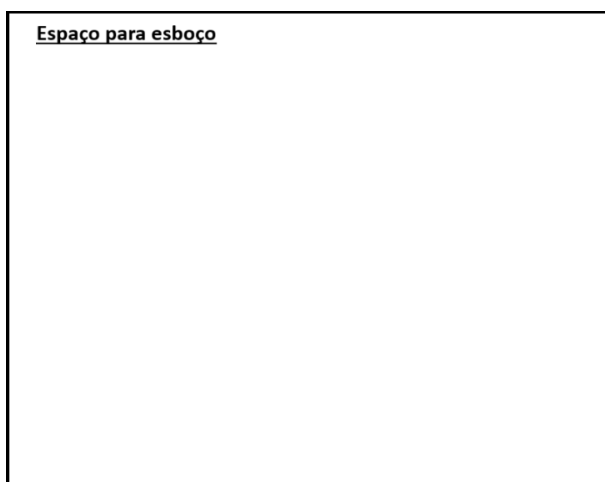
- a) Escreva as dimensões escolhidas para o prisma de base retangular modelado no Tinkercad utilizando, como unidade de medida, o *centímetro*.



- b) Escreva a altura e o diâmetro da base do cilindro que você desenhou no Tinkercad, também utilizando o *centímetro* como unidade de medida.



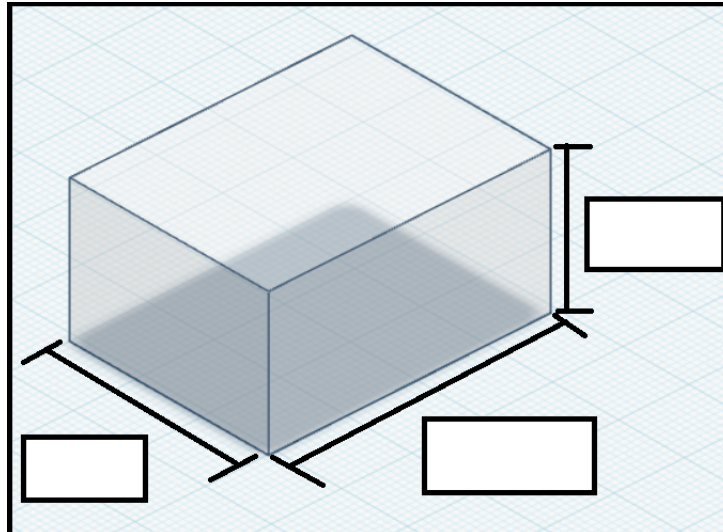
- c) No espaço em branco a seguir, faça um esboço do sólido que você construiu no Tinkercad, combinando figuras diferentes. Não esqueça de registrar suas medidas!



Atividade 2 - Volume

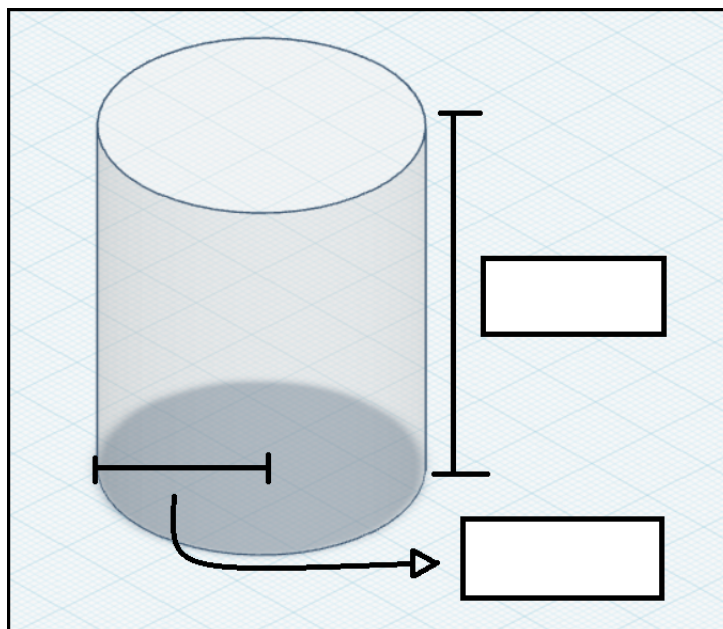
- a) Na figura a seguir, anote as dimensões equivalentes às que você utilizou na modelagem do Tinkercad. Lembrando: escreva os valores em *centímetros*!

Em seguida, calcule o volume desse sólido.



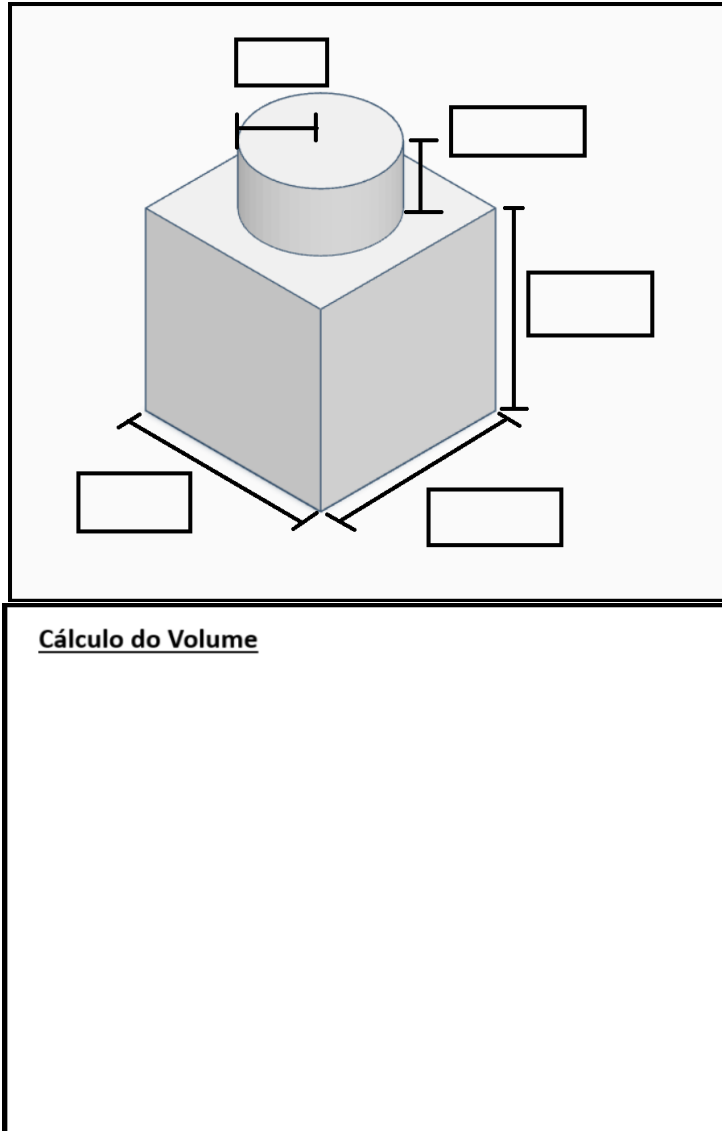
Cálculo do Volume

- b) Na figura a seguir, escreva a altura e o raio da base do cilindro que você construiu no Tinkercad. Em seguida, utilizando $\pi = 3$, calcule seu volume no espaço destinado.

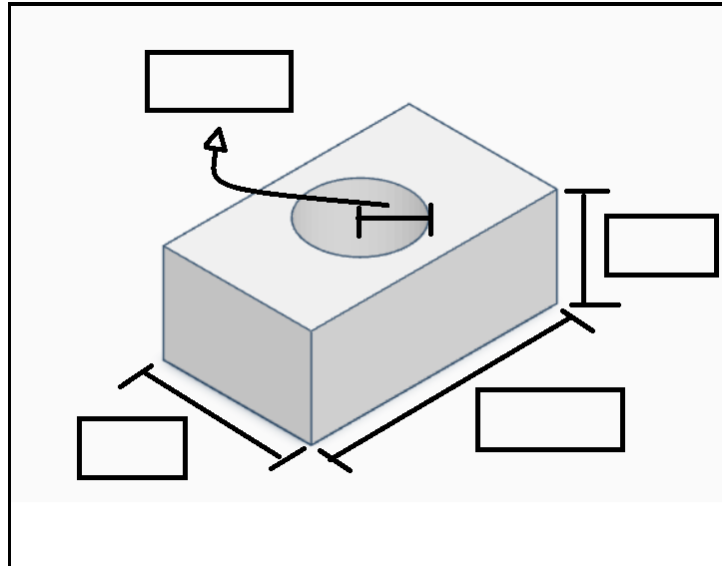


Cálculo do Volume

- c) Na figura a seguir, anote as dimensões equivalentes às que você utilizou na modelagem do Tinkercad. Em seguida, utilizando $\pi = 3$, calcule seu volume no espaço destinado.



- d) Na figura a seguir, anote as dimensões equivalentes às que você utilizou na modelagem do Tinkercad. Em seguida, utilizando $\pi = 3$, calcule seu volume no espaço destinado.



Cálculo do Volume

- e) No espaço em branco a seguir, faça um esboço do sólido que você constuiu no Tinkercad através da combinação de formas, indicando suas dimensões. Em seguida, calcule seu volume no espaço destinado. Caso seja necessário, utilize $\pi = 3$.

Espaço para esboço

Cálculo do Volume

Atividade 3 - Razão e Proporção

Parte I: Responda às questões a seguir.

- 1) No festival *Fest Verão Paraíba*, realizado na Praia de Intermares, estima-se que participam 80000 pessoas durante o evento. Se 30000 delas são visitantes de outras cidades:

a) Qual é a razão entre visitantes e moradores da cidade?

b) Simplifique essa razão.

c) Se o próximo ano vierem 120000 pessoas, mantendo a mesma proporção, quantos serão visitantes?

- 2) O *quebra-mar de Cabedelo* possui 400m de extensão. Se um grupo de alunos percorre 50m por vez para medir pedras de contenção, qual a razão entre o trecho percorrido e o total do quebra-mar? Quantas vezes precisam percorrer 50m para cobrir toda a extensão?

- 3) Cabedelo tem cerca de 66500 habitantes e uma área territorial de 32km ([1]).

a) Determine a razão habitantes por quilômetro quadrado.

b) Se outro município tem a mesma população mas 50km, quem tem maior densidade? Quantas pessoas por km neste outro caso?

- 4) No **Porto de Cabedelo** existem cinco armazéns com 10000m ao todo e 12 tanques específicos que armazenam graneis líquidos.

a) Qual a razão armazéns por tanques?

b) Se fossem adicionados mais 3 tanques, como ficaria essa nova razão?

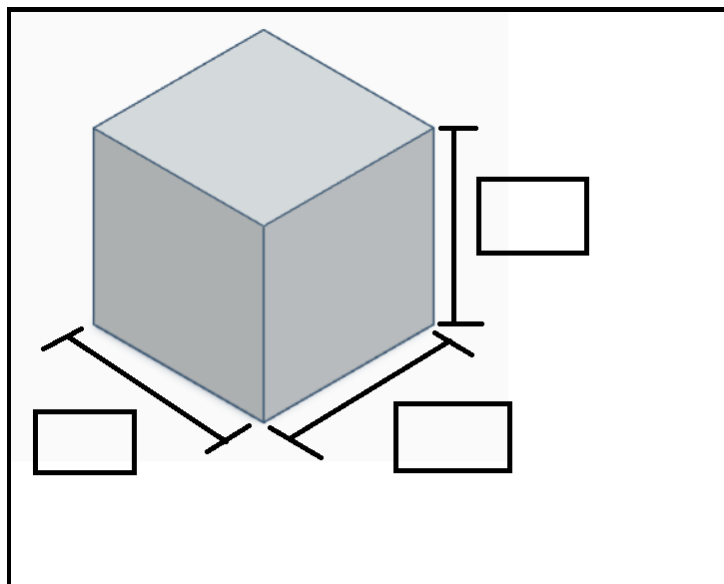
5) Na *Floresta Nacional da Restinga de Cabedelo (Mata da Amém)*, pesquisadores preparam um alimento misturando ração e vegetais na proporção de 3 : 2 (3 partes de ração para cada 2 de vegetais).

a) Se usarem 15kg de ração, quantos kg de vegetais devem adicionar?

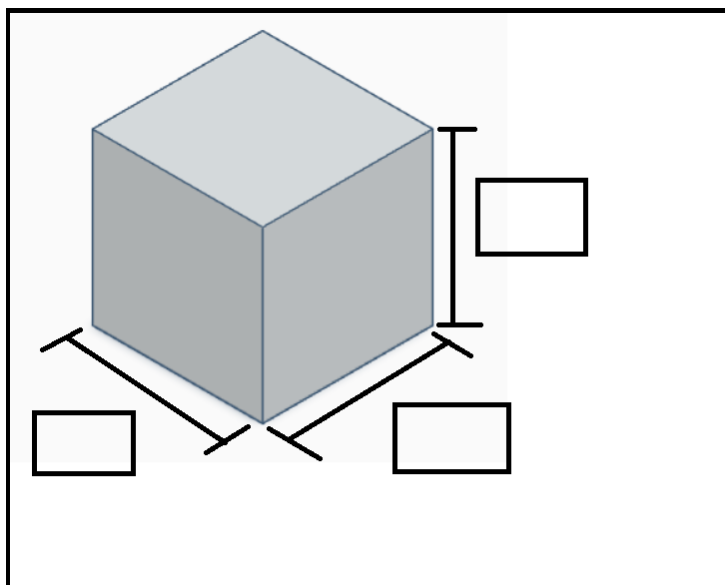
b) Qual o total da mistura?

Parte II: Escreva, nos espaços destinados, os valores das medidas das figuras, de acordo com o que você fez no Tinkercad.

a) No espaço a seguir, faça os cálculos necessários e escreva as medidas do **Cubo 1**.



b) No espaço a seguir, faça os cálculos necessários e escreva as medidas do **Cubo 2**.



c) Qual o volume do **Cubo 2**?

Cálculo do Volume

- d) No espaço abaixo, escreva a razão entre o volume do **Cubo 2** e o volume do **Cubo 1** ($\frac{V_{Cubo2}}{V_{Cubo1}}$). Simplifique se possível.



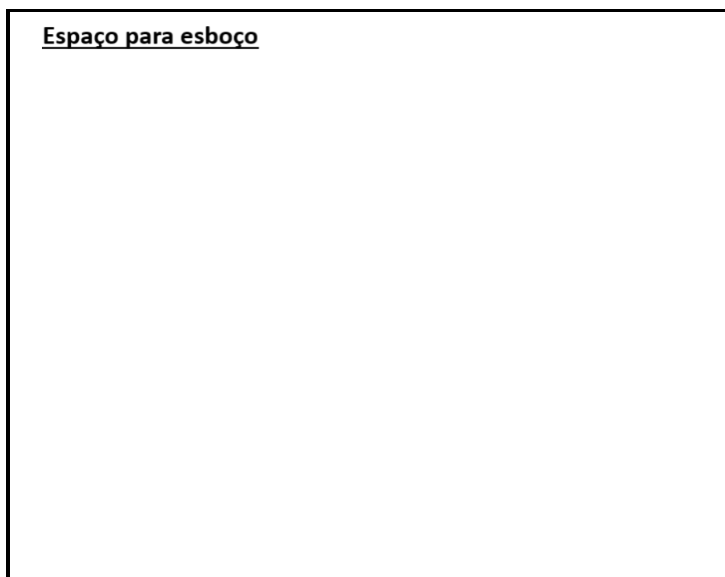
- e) Seja o **Cubo 3** um cubo cujo lado l_3 obedece a razão:

$$\frac{l_3}{l_1} = \frac{2}{1}$$

onde l_1 é a medida do lado do **Cubo 1**.

No espaço abaixo, calcule a medida de l_3 . Em seguida, nos espaços disponíveis, faça um esboço do **Cubo 3** e calcule seu volume V_3 .

Espaço para esboço



Cálculo do Volume

f) No espaço abaixo, determine a razão $\frac{V_3}{V_1}$, simplificando se possível.

Parte III: Responda às perguntas a seguir:

1. O que aconteceu com o volume do cubo ao reduzirmos suas dimensões pela metade?

2. E quando dobramos suas dimensões, o que aconteceu com o volume?

3. De acordo com seus conhecimentos, por que isso acontece?

Atividade 4 - Razão e Porcentagem

Parte I: Responda às questões a seguir.

- 1) No Mercadinho São José, uma garrafa de suco custa $R\$8,00$. Em uma promoção, o cliente que comprar 3 garrafas recebe 15% de desconto no valor total.

a) Qual o valor total sem o desconto?

b) Quanto o cliente paga com o desconto aplicado?

c) Qual a razão entre o valor economizado e o valor total sem desconto?

- 2) Na casa de Ana, a conta de luz no mês de abril foi de $R\$180,00$. No mês de maio, com o uso mais consciente de energia, ela conseguiu reduzir a conta em 25%.

a) Qual foi o valor pago no mês de maio?

b) Qual a razão entre o valor economizado e o valor da conta original?

- 3) Durante o recreio, a professora de matemática organiza uma barraca de pipoca para ajudar na feira de ciências. Foram vendidos 80 saquinhos, sendo que 60% foram do tipo doce e o restante, salgado.

a) Quantos saquinhos doces e quantos salgados foram vendidos?

b) Qual a razão entre saquinhos doces e salgados?

- 4) Em uma turma com 25 alunos, 15 alunos atingiram a média mínima de 7,0 na prova de matemática.

a) Qual é o percentual de alunos que atingiram a média?

b) Qual a razão entre alunos que atingiram a média e os que não atingiram?

5) Na Feira de Artesanato de Cabedelo, Dona Zefa vendeu $R\$400,00$ em peças de crochê e $R\$600,00$ em peças de madeira.

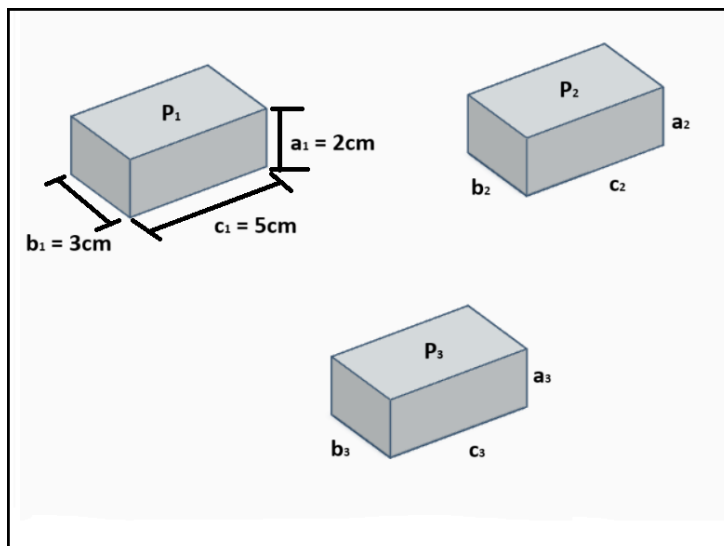
a) Qual o total vendido?

b) Qual o **percentual das vendas de madeira** em relação ao total?

c) Qual a **razão entre as vendas de crochê e as de madeira**?

Parte II: Faça o que se pede de acordo com seus modelos do Tinkercad.

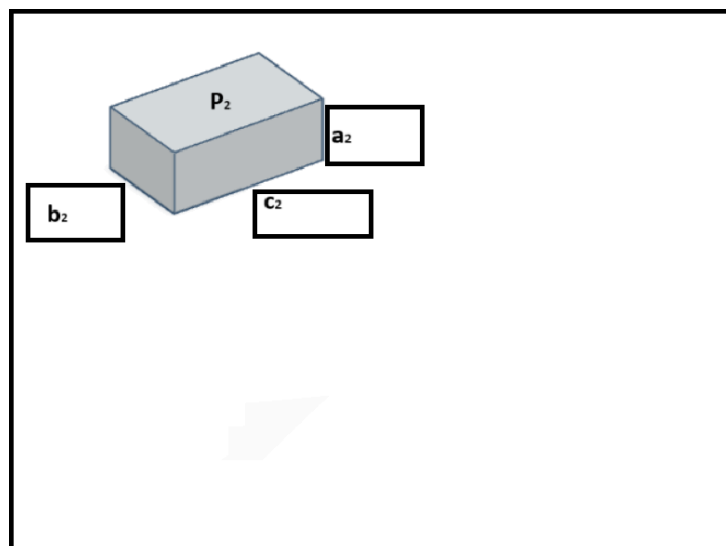
1) No Tinkercad, construa 3 prismas retangulares idênticos, chamados de P_1 , P_2 e P_3 , cujas medidas estão mostradas na figura a seguir.



- 2) No espaço abaixo, calcule o volume V_1 do prisma P_1 .

Cálculo do Volume

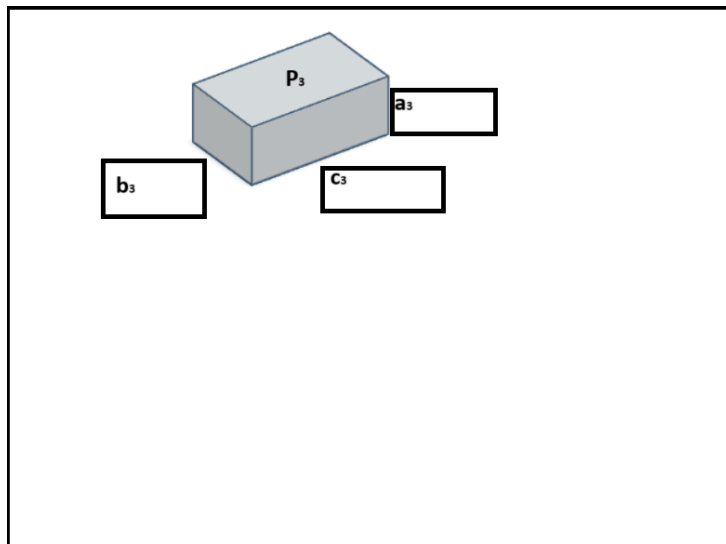
- 3) Se aumentarmos todas as dimensões do prisma P_2 em 100%, quais serão seus novos valores? Escreva esses valores nos espaços abaixo e, em seguida, calcule o seu novo volume V_2 .



Cálculo do Volume

- 4) No espaço abaixo, determine a razão $\frac{V_2}{V_1}$, e represente seu valor na forma de porcentagem.

- 5) Vamos agora bagunçar o prisma P_3 : diminua o valor de a_3 em 50% e o valor de c_3 em 20%, mas não altere o valor de b_3 . Quais são os novos valores? Escreva nos espaços a seguir e, em seguida, calcule seu volume V_3 .



Cálculo do Volume

- 5) No espaço abaixo, determine as razões $\frac{V_3}{V_1}$, $\frac{V_3}{V_2}$ e $\frac{V_2}{V_3}$ e represente seus valores na forma de porcentagem.

Parte III: Discuta com seus colegas sobre as perguntas a seguir, e anote suas conclusões.

- 1) Qual foi o aumento percentual do volume do prisma ao aumentarmos suas dimensões em 100%?

- 2) E quando diminuímos apenas algumas de suas dimensões, qual foi a variação percentual?

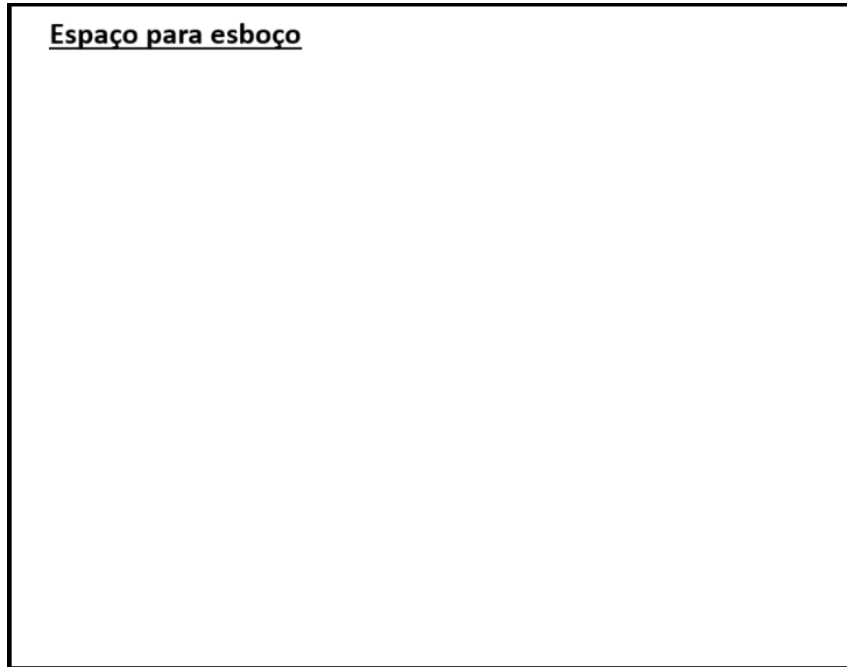
- 3) Será que o fato de não modificarmos o valor de b_3 influenciou em algo na variação do volume de P_3 ?

- 4) Se em P_3 tivéssemos feito apenas a mudança em a_3 , mantendo constantes os valores de b_3 e c_3 , qual seria o novo valor de V_3 ? E o que aconteceria com a razão $V_3 : V_1$?

Atividade 5 - Hora de concretizar!

- 1) No espaço abaixo, faça um esboço da peça que você imprimiu.

Espaço para esboço



- 2) Utilizando uma régua ou paquímetro, faça a medição dos lados desse sólido e anote os resultados no esboço que você fez acima. Em seguida, responda às perguntas abaixo:
- a) Houve divergência entre as medidas que você usou no Tinkercad e as medidas que você encontrou com a régua?
- b) Caso sua resposta no item anterior tenha sido afirmativa, que fatores podem ter causado essa divergência? Discuta com os colegas e escreva as possibilidades a seguir.

Referências Bibliográficas

- [1] : Cabedelo - PB. 2025. – URL
<https://www.caravela.info/regional/cabedelo--pb>
- [2] ARAÚJO, Gustavo M. ; OLIVEIRA, Jéssica R.: A impressão 3D no Brasil: evolução, desafios e perspectivas. In: *Revista de Tecnologia Aplicada* 8 (2020), Nr. 1, S. 21–33
- [3] BRASIL: *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018
- [4] CABRAL, Dias G. N. LOBATO JUNIOR J. M. D. S.: O ensino de razão e proporção por meio de atividades. In: *Ensino de Matemática em Debate* (2019)
- [5] CHAVIER, Marcela M.: FABRICAÇÃO DIGITAL COMO PROCESSO PEDAGÓGICO PARA ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DO TINKERCAD E DA IMPRESSÃO 3D. In: *Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) – Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Acadêmico) Ensino de Ciências e Matemática* (2024)
- [6] DOLCE, Osvaldo ; POMPEO, José N.: *Fundamentos da Matemática Elementar 10: Geometria Espacial, Posição e Métrica*. Atual, 2013
- [7] LIMA, E. ; CARVALHO, P. ; WAGNER, E. ; MORGADO, A.: *A matemática do ensino médio. Coleção do professor de matemática. Volume 2*. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 1998
- [8] LORENZATO, Sérgio: Porque não ensinar Geometria? In: *A Educação Matemática em Revista* (1995)
- [9] NETO, Antonio Caminha M.: Geometria. In: *Rio de Janeiro: SBM* (2022)
- [10] PAVANELLO, Regina M.: O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. In: *Zetetike* (1993)
- [11] SILVA, A. C. ; SOUZA, M. T. ; PEREIRA, L. R.: O uso do Tinkercad como ferramenta educacional para o ensino de matemática. In: *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia* 13 (2021), Nr. 2, S. 121–138

- [12] SILVA, Débora ; PEREIRA, Francielle ; MIKUSKA, Marcia ; PRADO, Maria ; SIDERICOUEDES, Odete: O ensino de geometria na educação básica por meio das tecnologias digitais: Uma revisão de literatura. In: *Research, Society and Development* 14 (2025), 05, S. e4814548775
- [13] TINKERCAD: *About Us*. 2025. – URL <https://www.tinkercad.com/about>. – Acesso em: 14 jun. 2025
- [14] WISHBOX: *Impressora 3D: conheça a história dessa tecnologia*. 2022. – URL <https://www.wishbox.net.br/blog/impressora-3d-historia/>. – Acesso em 16 de abril 2025