



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
ENGENHARIA CIVIL

THOMÁS VINÍCIUS SILVA DE AMORIM

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DENSIDADE AMOSTRAL NA
INTERPOLAÇÃO BATIMÉTRICA POR KRIGAGEM: ESTUDO DE
CASO NO AÇUDE PACATUBA**

JOÃO PESSOA

2025

THOMÁS VINÍCIUS SILVA DE AMORIM

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DENSIDADE AMOSTRAL NA
INTERPOLAÇÃO BATIMÉTRICA POR KRIGAGEM: ESTUDO DE
CASO NO AÇUDE PACATUBA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso de
Engenharia Civil da Universidade Federal
da Paraíba (Campus I) como requisito
para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof^a. Dr. Davi de Carvalho
Diniz Melo

JOÃO PESSOA

2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

A524a Amorim, Thomas Vinicius Silva de.

Análise da influência da densidade amostral na
interpolação batimétrica por krigagem: estudo de caso
no Açude Pacatuba / Thomas Vinicius Silva de Amorim. -
João Pessoa, 2025.
66 f. : il.

Orientação: Davi de Carvalho Diniz Melo.
TCC (Graduação) - UFPB/CT.

1. Krigagem Ordinária. 2. Batimetria. 3.
Ecobatímetro. 4. Monofeixe. 5. Python. 6. Modelagem
geoestatística. I. Melo, Davi de Carvalho Diniz. II.
Título.

UFPB/BSCT

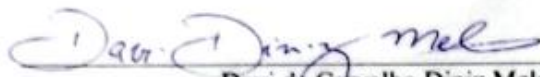
CDU 624(043.2)

FOLHA DE APROVAÇÃO

THOMÁS VINÍCIUS SILVA DE AMORIM

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DENSIDADE AMOSTRAL NA INTERPOLAÇÃO
BATIMÉTRICA POR KRIGAGEM: ESTUDO DE CASO NO AÇUDE PACATUBA

Trabalho de Conclusão de Curso em 29/09/2025 perante a seguinte Comissão Julgadora:



Davi de Carvalho Diniz Melo
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental do CT/UFPB

Aprovado



Tarciso Cabral da Silva
Universidade Federal da Paraíba

APROVADO



Gerald Nobert Souza da Silva
Universidade Federal da Paraíba

APROVADO

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde, força e perseverança durante toda caminhada.

À minha mãe, Ana Patrícia Silva de Amorim, *in memoriam*, pelo amor eterno e exemplo de vida que mesmo ausente fisicamente, esteve presente em cada conquista.

À minha vó, saudosa Dona Maria, *in memoriam*, pelas palavras, pelo carinho, ensinamentos e pelo exemplo de perseverança e resiliência.

Ao meu pai, Luciano Soares de Amorim, pelos ensinamentos, dedicação, valiosas contribuições que me auxiliaram até aqui e a resiliência de ser pai e mãe durante muito tempo.

À minha madrastra, Beatriz Dulce Marinho da Silva, por chegar e preencher com amor o papel de mãe em muitos momentos da minha vida. Seu cuidado, carinho e torcida foram essenciais.

À minha família em geral, pelo apoio mesmo distante, compreensão nos momentos de ausência e incentivo constante.

À minha companheira, Raquel Martins Ferreira, pelo amor incondicional, apoio e sempre me mostrar diariamente o quanto a vida é boa ao seu lado.

Ao meu orientador, Davi de Carvalho Diniz Melo, pela oportunidade, paciência, confiança e dicas valiosas que contribuíram este trabalho e minha formação acadêmica.

Aos colegas e amigos, pela parceria, pelas conversas e pelo companheirismo que tornaram essa jornada leve. Não cito nomes para não ser injusto com ninguém, mas deixo aqui minha gratidão.

E a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho, o meu sincero agradecimento.

“...muitos correrão de uma parte para outra, e o conhecimento se multiplicará.”

(Daniel 12:4)

RESUMO

A gestão eficiente dos recursos hídricos é um desafio constante, sobretudo em regiões de elevada variabilidade pluviométrica, onde a disponibilidade hídrica depende fortemente do armazenamento em reservatórios superficiais. Para que esse recurso seja gerido de forma eficiente, é fundamental conhecer sua real capacidade e o relevo submerso. Os levantamentos batimétricos cumprem esse papel, mas sua execução demanda tempo, infraestrutura e custo, levantando a questão: qual a densidade amostral necessária para cálculos volumétricos confiáveis, evitando subamostragem ou excesso de esforço? Nesse contexto, este trabalho analisou a influência da densidade amostral na acurácia de estimativas de volume de um reservatório. Os dados foram obtidos por levantamento monofeixe e interpolados por krigagem ordinária, realizado em ambiente Python, buscando identificar o intervalo ótimo entre custo operacional e acurácia da estimativa. Para a análise, tomou-se, como estudo de caso, o Açude Pacatuba (Sapé-PB), onde, em 30 e 31 de outubro de 2024, foram obtidos 12.034 pontos de profundidade. Posteriormente, os dados de profundidade foram interpolados por krigagem, considerando diferentes modelos de variograma (esférico, exponencial, gaussiano e linear) e resoluções espaciais (20 m e 10 m), sendo o desempenho de cada configuração avaliado por validação cruzada. O variograma exponencial foi o mais adequado por apresentar menor erro e maior ajuste ($RMSE = 0,069$ m; $MAE = 0,037$ m; $R^2 \approx 0,999$). Definiu-se a resolução de 10 m como padrão, uma vez que reduções adicionais não resultaram em diferenças significativas no volume estimado. Para avaliar a influência da densidade amostral, foram executadas 100 interpolações independentes para cada percentual de pontos utilizados (2,5% a 80%), permitindo calcular médias, desvios-padrão e coeficientes de variação. As interpolações mostraram que densidades $\leq 5\%$ resultam em volumes inconsistentes e alta dispersão. A partir de 12,5% dos pontos já se obtêm estimativas confiáveis, com $RMSE = 0,31$ m e $CV = 3,8\%$. Com 25% dos pontos, a variabilidade é praticamente nula ($RMSE = 0,01$ m; $CV = 0,3\%$) e os volumes coincidem com o valor de referência. Assim, o intervalo de 12,5% a 25% representou o equilíbrio ideal entre custo de amostragem e precisão volumétrica, confirmando a robustez da metodologia.

Palavras-chave: Krigagem Ordinária, Batimetria, Ecobatímetro, Monofeixe, Python, Modelagem geoestatística.

ABSTRACT

Efficient water resource management is a constant challenge, particularly in regions with high rainfall variability, where water availability heavily depends on surface reservoir storage. Effective management requires precise knowledge of a reservoir's actual capacity and submerged topography. Bathymetric surveys provide this essential data, yet their execution is time-consuming, infrastructure-intensive, and costly, raising a critical question: what is the necessary sample density to achieve reliable volumetric calculations while avoiding both under-sampling and excessive effort? This study analyzes the influence of sample density on the accuracy of reservoir volume estimates. Data were acquired using a single-beam echo sounder and interpolated via ordinary kriging in a Python environment to identify the optimal balance between operational cost and estimation accuracy. The Pacatuba Reservoir (Sapé-PB, Brazil) was used as a case study, with 12,034 depth points collected on October 30-31, 2024. Depth data were interpolated using different variogram models (spherical, exponential, Gaussian, and linear) and spatial resolutions (20 m and 10 m), with each configuration's performance evaluated through cross-validation. The exponential variogram proved most suitable, demonstrating the lowest error and best fit (RMSE = 0.069 m; MAE = 0.037 m; $R^2 \approx 0.999$). A 10 m resolution was established as standard, as further reductions did not yield significant changes in estimated volume. To assess the impact of sample density, 100 independent interpolations were performed for each percentage of data points used (2.5% to 80%), enabling the calculation of means, standard deviations, and coefficients of variation. Results indicated that densities $\leq 5\%$ produce inconsistent volumes with high dispersion. From 12.5% of the points, reliable estimates were achieved (RMSE = 0.31 m; CV = 3.8%). Using 25% of the points, variability became negligible (RMSE = 0.01 m; CV = 0.3%), and volumes matched the reference value. Thus, the range of 12.5% to 25% represents the optimal trade-off between sampling cost and volumetric precision, confirming the robustness of the methodology.

Keywords: Ordinary Kriging, Bathymetry, Echosounder, Single-beam, Python, Geostatistical modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ecobatimetria monofeixe.....	18
Figura 2 - Movimentos possíveis numa embarcação.....	19
Figura 3 - Ecobatimetria multifeixe.....	20
Figura 4 - Ecobatimetria LiDAR.....	21
Figura 5 - Localização da área de estudo, Sistemas de Referência de Coordenadas (SRC): SIRGAS 2000.....	25
Figura 6 - Equipamentos utilizados no levantamento batimétrico.....	26
Figura 7 - Fluxograma da metodologia aplicada.....	27
Figura 8 - Disposição espacial dos pontos medidos com o ecobatímetro e contorno do açude (profundidade = 0) obtido a partir da imagem aérea.....	33
Figura 9 - Distribuição espacial, através das coordenadas em UTM, do erro absoluto interpolado pelo variograma exponencial.....	36
Figura 10 - Distribuição dos valores interpolados após 100 repetições independentes para cada densidade amostral.....	38
Figura 11 - Variação dos valores de erro absoluto médio e valores do erro quadrático médio conforme variação da densidade amostral.....	40
Figura 12 - Variação do R^2 conforme variação da densidade amostral.....	41
Figura 13 - Mapa batimétrico final interpolado por krigagem ordinária utilizando modelo de variograma exponencial.....	42
Figura 14 - Mapa batimétrico conforme variação da densidade amostral.....	44
Figura 15 - Distribuição da diferença relativa absoluta do volume estimado em relação ao volume de referência.....	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultado do desempenho dos modelos de variograma.	34
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Métricas estatísticas de avaliação da interpolação.	29
---	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Valores máximos de incerteza vertical total (IVT) em função das profundidades confs	19
Gráfico 2 - Histograma das profundidades coletadas.....	34
Gráfico 3 - Comportamento dos variogramas conforme validação cruzada.	35
Gráfico 4 - Variação do volume estimado e área da superfície de água livre conforme variação do tamanho do grid.	37

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	11
2.	OBJETIVOS.....	14
2.1.	Objetivo geral	14
2.2.	Objetivos específicos	14
3.	REFERÊNCIAL TEÓRICO.....	15
3.1.	Batimetria	15
3.1.1.	Ecobatímetro monofeixe	18
3.1.2.	Ecobatímetro multifeixe	20
3.1.3.	LiDAR.....	21
3.1.4.	Batimetria derivada por satélite	22
3.2.	Krigagem ordinária para resultados batimétricos	22
4.	METODOLOGIA	25
4.1.	Área de Estudo.....	25
4.2.	Levantamento Batimétrico e coleta dos dados.....	25
4.3.	Krigagem ordinária com PyKrige.....	27
4.4.	Análise comparativa dos modelos de variograma de krigagem	29
4.5.	Verificação da sensibilidade dos resultados batimétricos	30
4.5.1.	Avaliação da resolução de grid na interpolação batimétrica.....	30
4.5.2.	Análise do volume interpolado e das métricas de estatísticas conforme variação da densidade amostral	31
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	33
5.1.	Caracterização da área e dados batimétricos interpolados	33
5.2.	Comparação entre modelos de variograma	34
5.3.	Influência da resolução de grid.....	36
5.4.	Influência da variação da densidade amostral nos volumes interpolados	37
5.4.1.	Variação do volume resultante em diferentes porcentagens	37
5.4.2.	Variação das métricas estatísticas em diferentes porcentagens.....	39
5.5.	Variação do mapa batimétrico em diferentes porcentagens	42
5.6.	Comparação entre volume original e volumes estimados.....	45
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	47

7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
8.	APÊNDICE	51
a)	Código, em python, para observar a variação do volume e da área interpolada conforme grid	51
b)	Código, em python, para realizar 100 interpolações independentes conforme porcentagem	54
c)	Código, em python, para representação da distribuição espacial dos erros estimados	58
d)	Código, em python, para desenvolvimento do mapa batimétrico	60

1. INTRODUÇÃO

A gestão dos recursos hídricos é um dos maiores desafios modernos visto sua importância para a sobrevivência humana e desenvolvimento, além dos empecilhos frente a gestão em razão de desafios variáveis e imprevisíveis em todo mundo que se manifestam do rápido progresso econômico, da industrialização e da urbanização que amplifica a demanda por recursos hídricos, resultando normalmente em escassez e degradação da qualidade da água (LV et al., 2021). Vale salientar que a probabilidade de fenômenos climáticos extremos tem aumentado (FRAME et al., 2020), como secas e inundações contínuas, representando grave ameaça às reservas de água. Sob tais circunstâncias, gerenciar tal recurso de forma eficiente e controlar a demanda e a oferta se tornam prioridades globais urgentes.

A variabilidade pluviométrica constitui um dos principais desafios à gestão dos recursos hídricos, influenciando a disponibilidade e a segurança hídrica em diferentes escalas. Em nível global, estudos têm demonstrado que a irregularidade das chuvas impacta diretamente a garantia de abastecimento, a irrigação, a produção de energia e outros usos múltiplos da água. No Brasil, essa condição é ainda mais crítica em regiões semiáridas e de elevada variabilidade interanual, onde a disponibilidade hídrica depende fortemente da capacidade de armazenamento em reservatórios superficiais. Diante desse cenário, a necessidade de garantir segurança hídrica para qualquer região a fim de subsidiar o abastecimento humano, irrigação, geração de energia e outros possíveis usos demanda não apenas a construção de um reservatório, mas também o monitoramento contínuo, eficiente e preciso do mesmo. Nesse contexto, o levantamento batimétrico de reservatórios hídricos assume papel fundamental, pois fornece informações indispensáveis ao diagnóstico apurado, à tomada de decisão, ao planejamento estratégico e à gestão operacional de obras hidráulicas, configurando-se como elemento essencial para o desenvolvimento e manutenção sustentável desses mananciais.

A elaboração de mapas batimétricos colabora para conhecer de forma concisa o relevo submerso de reservatórios, viabilizando o desenvolvimento de curvas cota-área-volume e o acompanhamento das características físicas do fundo do mar, enfatizando seus atributos geológicos (MOKHTAR et al., 2023). Estudos comprovam, através da atualização batimétrica e topográfica, que a sedimentação pode reduzir drasticamente a capacidade de armazenamento de água ao longo do tempo, comprometendo diretamente sua função estratégica no gerenciamento hídrico e na tomada de decisões operacionais precisas. Por exemplo, em

Altinapa, na Turquia, verificou-se uma perda de 12,7% da capacidade do reservatório em 25 anos, ressaltando a importância de levantamentos periódicos e de alta precisão (CEYLAN; EKIZOGLU, 2014).

A aplicação destes mapas extrapola o acompanhamento do nível de sedimentação ao longo do tempo (GONZALEZ RODRIGUEZ et al., 2023) e se estende a diversas etapas do desenvolvimento e controle de obras hidráulicas. Os dados resultantes de um levantamento batimétrico são fundamentais para diversas aplicações, incluindo a avaliação da qualidade da água (ROWAN; GOODWILL; GRECO, 1995), a simulação da circulação e da estrutura térmica (D. BELETSKY ET AL., 2025), a análise da distribuição de macrófitas (LEHMANN, 1998), estudos de ecologia de peixes (N. JEPSEN, 2005) e a gestão de recursos hídricos (AWULACHEW, 2006), entre outros. Além disso, em inovações recentes, a integração de batimetria com sensoriamento remoto (VIAÑA-BORJA et al., 2025a), mais precisamente imagens de satélite (Sentinel-2), foi utilizada para compreender a dinâmica costeira em relação a impactos ambientais como a erosão, inundações e deterioração do ecossistema. De forma semelhante, o levantamento batimétrico do reservatório de Tagwai, na Nigéria, foi destacado como etapa essencial para aumentar a capacidade volumétrica da barragem, mostrando-se o primeiro passo em qualquer intervenção estrutural (ONUIGBO, S. O., 2021).

A estimativa do volume através da interpolação de dados batimétricos de um reservatório fornece subsídios importantes, especialmente no contexto para a gestão de recursos, para a compreensão da morfologia costeira, correntes próximas ao fundo e dinâmica de ecossistemas permitindo estratégias eficazes de planejamento e gestão por engenheiros (HOGREFE; WRIGHT; HOCHBERG, 2008). Porém, há de salientar as limitações enfrentadas pelos métodos tradicionais para aquisição de dados batimétricos, como por exemplo: desafios logísticos, altos custos, limitação espacial e temporal e alta demanda de processamento computacional, devido a interpolação e a modelagem 3D.

Existem várias metodologias para desenvolvimento de mapas batimétricos e topográficos do sistema hídrico, sendo os principais: batimetria por ecobatímetro monofeixe (EL-HATTAB, 2014a), batimetria por ecobatímetro multifeixe (GAIDA et al., 2020), batimetria por sensoriamento remoto que utiliza pulsos de laser ou LiDAR (Light Detection and Ranging) para medir com precisão distâncias (IRISH; WHITE, 1998) e a batimetria por imagens orbitais (FIGLIOMENI; PARENTE, 2024). O levantamento hidrográfico compreende técnicas que

variam desde métodos diretos e clássicos com hastes de sondagem e ecobatímetros até a inferência da profundidade através de respostas espectrais de imagens orbitais.

Contudo, apesar da diversidade de métodos existentes para a obtenção de dados batimétricos, sua aplicação ainda enfrenta restrições significativas. Questões como o elevado custo de execução, a necessidade de equipamentos especializados, a complexidade logística das campanhas em campo e a limitação de precisão (SAUTER et al., 2025) em determinadas condições ambientais tornam esses levantamentos desafiadores. Essas limitações evidenciam a importância da busca por alternativas que aliem qualidade, menor custo e maior disponibilidade de dados. Consequentemente, tais restrições comprometem diretamente a resolução espacial, a acurácia volumétrica e a atualização temporal dos modelos batimétricos, resultando em incertezas significativas para atividades que requerem precisão, como o cálculo da capacidade de armazenamento de reservatórios ou modelagem de processos hidrodinâmicos como inundação.

Aliada às limitações das metodologias, a urgência crescente por dados batimétricos cada vez mais precisos e disponíveis levou esforços mundiais a desenvolver missões de alta complexidade e que demandam muito esforço computacional em curto prazo. Conforme evidenciado em (MAYER ET AL., 2018), através de uma iniciativa inovadora “Nippon Foundation – GEBCO Seabed 2030 Project”, que mapeou cerca de 20% do fundo do oceano mundial. Assim, diante de tal demanda crítica torna premente a inovação em métodos de aquisição, mas sobretudo avanços no processamento de dados, particularmente na otimização de algoritmos que possam compensar limitações amostrais e extrair máxima precisão dos conjuntos de dados a fim de garantir eficiência ao esforço gasto.

Sob tais circunstâncias, este trabalho aborda diretamente essa fronteira, investigando como variações na densidade amostral influencia a precisão de resultados batimétricos interpolados por krigagem ordinária, técnica geoestatística mais consolidada para estimar resultados batimétricos (ALCARAS; AMOROSO; PARENTE, 2022; CARMO; RODRIGUES; SANTOS, 2015; FERREIRA et al., 2017; FERREIRA; SANTOS; RODRIGUES, 2013; MENG; LIU; BORDERS, 2013; PEREIRA et al., 2018). Para tanto, foi realizada uma análise prática a partir de um levantamento batimétrico monofeixe conduzido no Açude Pacatuba, situado no município de Sapé-PB. O objetivo consistiu em avaliar a influência da variação da densidade amostral nos resultados obtidos, buscando otimizar o equilíbrio entre o custo operacional e a acurácia das estimativas batimétricas.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral analisar a influência de variação da densidade amostral na precisão de resultados batimétricos interpolados por krigagem ordinária, utilizando como estudo de caso o Açude Pacatuba (Sapé-PB).

2.2. Objetivos específicos

Dentre os objetivos específicos, temos:

1. Processar os dados batimétricos e gerar modelos interpolados por Krigagem Ordinária com diferentes modelos de variograma e resoluções de grid, avaliando seu desempenho por métricas de validação cruzada;
2. Identificar o intervalo ótimo de densidade amostral, no qual os resultados tornam-se estáveis e precisos, de forma que amostragens abaixo não garantam confiabilidade e acima não tragam ganhos significativos adicionais.

3. REFERÊNCIAL TEÓRICO

3.1. Batimetria

A palavra batimetria tem origem etimológica do grego, sendo formada pela junção de “bathus” que significa profundidade e “metron” que significa medida. Assim, batimetria pode ser definida literalmente, como a “medida da profundidade”, correspondendo à prática de mensuração das profundidades dos oceanos, lagos e rios. O objetivo principal dessa ciência é o conhecimento da morfologia submersa destes ambientes para possíveis obras hidráulicas de engenharia, cartas náuticas, determinação do nível de assoreamento, variação do nível d’água em um reservatório através da curva cota-área-volume e entre outras funções.

O *International Hydrographic Organization* (IHO), principal organização intergovernamental consultiva e técnica de hidrografia, desenvolve especificações técnicas sobre levantamentos hidrográficos, as quais o Brasil, através da Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil segue em suas atividades. Conforme NORMAM-25, caracteriza-se Levantamento Hidrográfico todo conjunto de atividades executadas na obtenção de dados batimétricos, geológicos, maregráficos, fluviométricos, topo-geodésicos, oceanográficos e geofísicos, em áreas marítimas, fluviais, lacustres e em canais naturais ou artificiais, navegáveis ou não (DHN, 2017). Desse modo, o levantamento compreende uma abordagem planimétrica posicional (X, Y) que fornece posição em conjunto com a obtenção das profundidades (Z) do fundo da área de estudo.

Na história, os primeiros levantamentos batimétricos de que se tem registro foram realizados no Mar Mediterrâneo por Posidonius em 85 a.C. Sendo necessário para tanto a utilização de quase 2 quilômetros de corda com uma pedra amarrada à ponta para alcançar o fundo. Em 1818, sem muito avanço tecnológico nos estudos batimétricos, James Clark Ross obteve sondagens de 4.893 metros do Atlântico Sul. Ainda em 1870, pesquisadores a bordo do H.M.S. Challenger, considerada a primeira expedição oceanográfica registrada, realizaram batimetria utilizando um guincho movido a vapor para descer a corda com o peso na ponta realizando 492 registros (WIKIPEDIA, 2025).

Ao longo do tempo, as tecnologias batimétricas passaram responsáveis por mensurar a profundidade por significativos avanços. Com o advento do ecobatímetro, aparelho que produz feixe de ondas sonoras transmitidas verticalmente por um transdutor, que os levantamentos hidrográficos passaram a ser mais ágeis e eficientes visto que a medição da

profundidade indireta em razão da onda sonora refletida passou a ser realizada em questões de minutos, permitindo precisão e rapidez nos levantamentos, ao invés de gastar dias devido o processo de descida e subida da linha com o peso para cada medição. Os ecobatímetros de monofeixe (*singlebeam*) efetuam um único registro de profundidade (Z) a cada emissão acústica realizada permitindo a mensuração da profundidade de um único ponto em específico.

Após mais avanços, com o mesmo registro, passou a ser possível efetuar várias medidas de profundidade através dos ecobatímetros multifeixe (*multibeam*) permitindo obter uma medição com alta precisão do mapa topográfico da região estudada e de vários pontos da superfície subaquática, semelhante a uma varredura. De maneira análoga, a batimetria por LiDAR (*Light Detection and Ranging*) é uma técnica que se baseia na coleta de pontos sobre a superfície por meio da varredura destes através da emissão de pulsos laser no espectro eletromagnético na região do infravermelho próximo (NIR) (IRISH; WHITE, 1998). Atualmente, uma quarta metodologia possível para batimetria é através de imagens de satélites que apresentam informações da elevação da superfície terrestre à baixo custo, apesar de suas limitações (CABALLERO; STUMPF, 2023).

Já na visão clássica dos métodos de posicionamento marinho, temos: radionavegação, as técnicas de radionavegação por satélites, técnicas inerciais, técnicas acústicas e técnicas integradas. Desde 1985, o GPS vem sendo utilizado no âmbito marinho. Inicialmente, a precisão alcançada no posicionamento cinemático absoluto para os receptores com o código P era de 10 a 15 m; porém, com a introdução dos efeitos Selective Availability – AS - e Anti-Spoofing - AS - a precisão passou a ser de 50 m a 100 m. Para a maioria das aplicações na geodésia marinha, essa precisão não é satisfatória. Visando melhorar a precisão, surgiu o GPS Diferencial (DGPS). Esse sistema consiste no posicionamento de uma estação móvel através das correções geradas na estação de referência. A precisão relativa alcançada está entre 10 m e 1 m, dependendo da observável utilizada. No caso de se utilizar a fase do código, obtém-se uma precisão relativa de 1 m a 10 m, e, com o código suavizado pela portadora, de 1 m a 3 m (KRUEGER, C. P., 1999). Já atualmente, nos levantamentos batimétricos são utilizadas diversas técnicas, que colaboraram para reduzir tais precisões para a ordem de centímetros, dentre as quais podemos citar: sistemas diferenciais de posicionamento GPS (DGPS), sistemas de posicionamento por ponto preciso em tempo real (RTG), ou pós-processado (PPP cinemático), ou métodos de posicionamento cinemático pós-processado (PPK) ou em tempo real (RTK), ou ainda, poderá ser utilizado o posicionamento PGS absoluto em alguns casos. A

técnica RTK (Real Time Kinematic) foi desenvolvida no início dos anos 90 e teve como objetivo melhorar a precisão do método diferencial baseado em observações do código ou código suavizado pela onda portadora (DGPS) (FERREIRA, 2013).

Contudo, apesar da diversidade de métodos para obtenção de dados batimétricos, a aplicabilidade deles é frequentemente restringida por limitações intrínsecas. A batimetria por monofeixe, um dos métodos mais clássicos, compreende, para seu efetivo desenvolvimento, um grande volume de dados, alto custo, empecilho logístico em razão do deslocamento e investimento temporal considerável. Além disso, a confiabilidade do resultado batimétrico obtido por levantamentos produzidos pela técnica monofeixe pode ser comprometida caso não for realizado de maneira correta, pois a omissão das profundidades entre as linhas levantadas pode afetar o resultado subestimando o volume resultante quando comparado a técnica multifeixe (FRANÇA, 2019). Por outro lado, a técnica multifeixe apesar de aprimorar a precisão do mapeamento batimétrico permitindo a criação de modelos digitais com alta resolução contém certas incertezas que exigem consideração (SAUTER et al., 2025), além do seu elevado custo de aquisição, processamento, limitações de acesso a equipamentos especializados e demanda por pessoal técnico qualificado.

Já a batimetria por imagens orbitais, ou Batimetria Derivada por Satélite (BDS), desde a década de 1970, tem alavancado os benefícios da tecnologia de sensoriamento remoto (MAVRAEIDOPOULOS; PALLIKARIS; OIKONOMOU, 2017). e até hoje uma gama de métodos e técnicas foram desenvolvidas para extrair profundidades do mar a partir das respostas espectrais de imagens de satélite, desde teorias físicas até o uso de inteligência artificial (GARCÍA-DÍAZ et al., 2025). Porém, a eficácia dessa metodologia se reserva a águas claras apresentando limitações em áreas com alguma turbidez exigindo soluções complexas reduzindo a turbidez e a reflectância solar que comprometem o resultado batimétrico. Além disso, tal método tem sua acurácia comprometida para profundidades significativas a partir de 30 m de profundidade, apresentando erros significativos (CABALLERO; STUMPF, 2023).

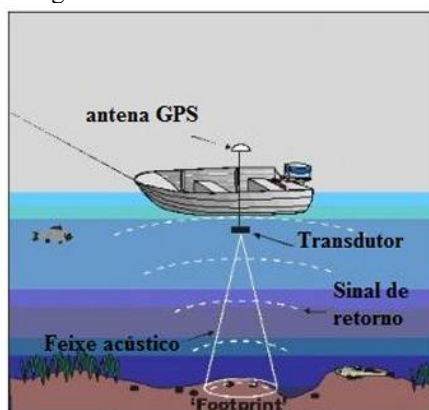
Diante desse cenário de limitações a todas as metodologias, a escolha pelo método ideal recai sobre um balanço entre o objetivo do estudo, a precisão requerida e os recursos disponíveis. Nesse contexto, uma prática corrente nos estudos batimétricos, e muito consolidada em diversos trabalhos recentes, ainda é o estudo baseado na utilização de ecobatímetros monofeixe acoplados a receptores GNSS de alta precisão aliado a correções diferenciais em tempo real (RTK) visto sua robustez para execução e planejamento de projetos

de obras hídricas (ARSENI et al., 2019; BIO et al., 2022; EL-HATTAB, 2014a; LYCOURGHIOTIS; KARIOTOU, 2022).

3.1.1. Ecobatímetro monofeixe

A metodologia monofeixe emite pulsos verticalmente para baixo a uma largura de feixe e taxa constante predefinida durante planejamento. Os feixes refletidos são absorvidos pelo transdutor que em seguida transformação em informação, ou seja, profundidade (Figura 1). É uma das ferramentas mais comuns para levantamentos hidrográficos e fornece resultados válidos quando usado corretamente em um levantamento bem planejado e executado. Porém, a principal desvantagem da batimetria por monofeixe é que mede apenas uma porção estreita do fundo do mar. Consequentemente, a modelagem do terreno por interpolação é crucial para preencher as lacunas entre as linhas de levantamento (EL-HATTAB, 2014a).

Figura 1 - Ecobatimetria monofeixe.

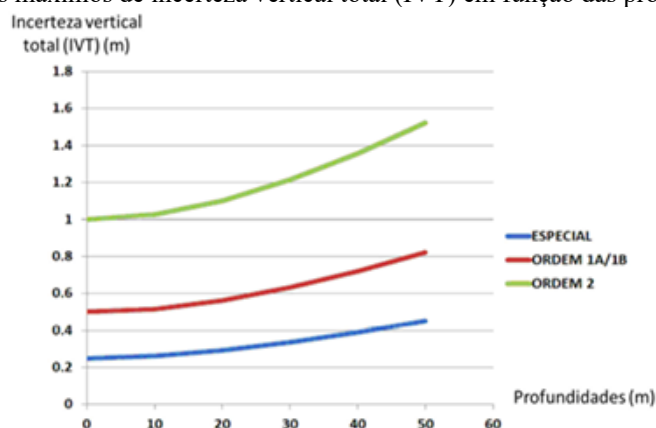


Fonte: Adaptado de (ANDERSON et al., 2008).

Quanto às atividades técnicas que devem ser tomadas durante o uso de ecobatímetro monofeixe, tem-se, segundo as especificações S-44 (OHI, 2020): configurar o ecobatímetro monofeixe com os valores corretos de velocidade do som, realizar pesquisa de perigo a navegação, executar linhas de verificação perpendicular às linhas de sondagem para possibilitar detecção de erros grosseiros ou sistemáticos, usar sensores de *heave* sempre onde os efeitos do mar forem significativos, podendo causar degradação da qualidade de medição, e também empregar métodos de posicionamento que atendam a incerteza horizontal total (IHT), definida pela publicação S-44 da OHI, como também verificar a incerteza vertical total (IVT) que

correspondem à diferença entre a sondagem regular e a sondagem da linha de verificação, não deve ultrapassar os limites adotados pela DHN (Diretoria de Hidrografia e Navegação), conforme Gráfico 1.

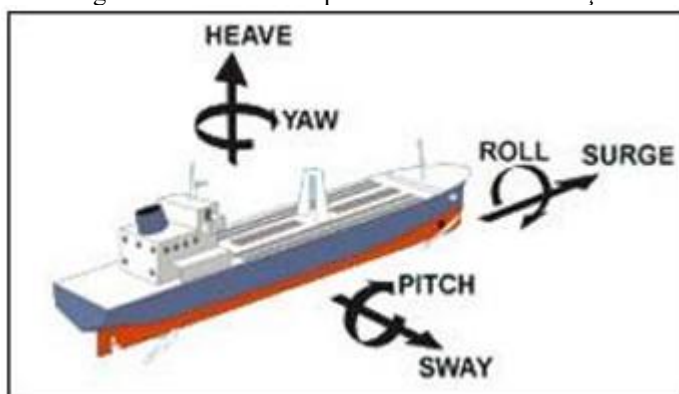
Gráfico 1 - Valores máximos de incerteza vertical total (IVT) em função das profundidades confs .



Fonte: (DHN, 2017).

A estabilidade do posicionamento é essencial para acurácia dos resultados batimétricos no final, pois todas as medições devem estar ao máximo relacionadas à superfície da água verticalmente. Porém, é possível que a embarcação se encontre submetida a ondulações que influenciem diretamente na qualidade do estudo. Com isso, faz-se necessário a medição destes movimentos presentes na embarcação (Figura 2). O comportamento dinâmico da embarcação é verificado pelos movimentos de translação, longitudinais no eixo X (*surge*), transversais no eixo Y (*sway*) e no eixo Z (*heave*). Já os movimentos de rotação na direção dos eixos x, y e z são respectivamente balanço (*roll*), caturro (*pitch*) e cabeceio ou guinada (*yaw*) (GAGG, 2016).

Figura 2 - Movimentos possíveis numa embarcação.



Fonte: KONGSBERG MARITIME, 2016.

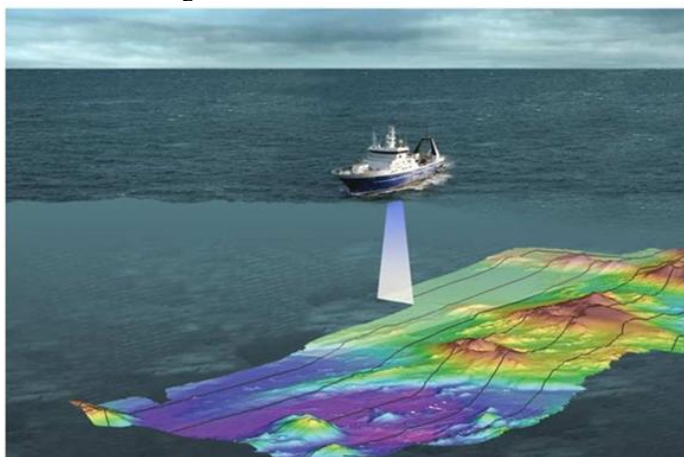
Dependendo das características do ecobatímetro, da profundidade e da meteorologia local, os movimentos de rotação até podem ser desconsiderados não sendo significativos no cálculo da profundidade, no caso da batimetria monofeixe (IHO, 2011).

3.1.2. Ecobatímetro multifeixe

Os ecobatímetros multifeixe (*multibeam*) efetuam várias medidas de profundidades com o mesmo *ping*, que é emitido por vários feixes arranjados angularmente de maneira a mapear áreas contíguas na direção perpendicular à navegação, propiciando levantar faixas extensas do fundo e atingindo elevada resolução da área levantada (Figura 3). É recomendado para levantamentos mais específicos e que requerem alto nível de detalhe, devido sua complexidade em razão do alto número de dados requer o emprego de vários equipamentos de auxílio para posicionamento e medição da velocidade do som (GAGG, 2016).

Para as atividades com ecobatímetro multifeixe, tem-se, conforme NORMAM-25 (DHN, 2017): efetuar calibração do ecobatímetro, realizar testes para medição do *squat* do navio definindo os valores de variação vertical da embarcação, adquirir perfis de velocidade do som, recomenda-se dividir as áreas de sondagem muito extensas em subáreas, cálculo da refração sofrida pelos peixes em sua propagação, para conformidade na configuração dos *offsets*, efetuar medição da profundidade com o prumo de mão e empregar métodos de posicionamento que atendam a incerteza horizontal total e incerteza vertical total, realizar pesquisa de perigo a navegação e na fase de processamento dos dados realizar a retirada dos dados espúrios.

Figura 3 - Ecobatimetria multifeixe.



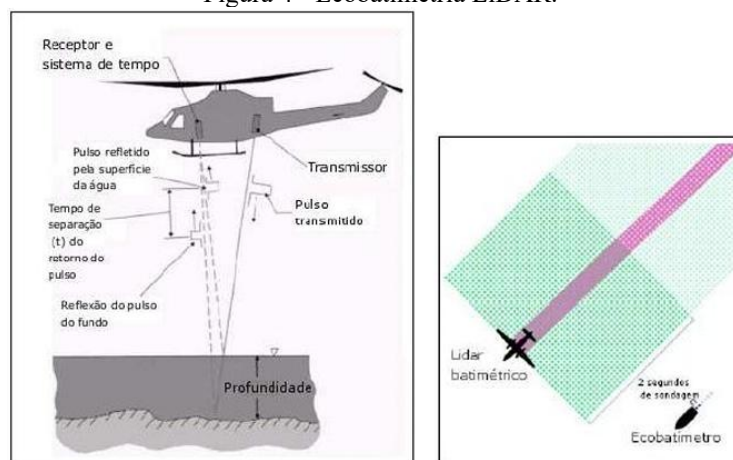
Fonte: (CHM, 2025).

Com o advento de tal tecnologia, fez-se possível a medição das profundidades em varredura, não mais com uma única linha de sondagem, porém obtendo uma riqueza maior de dados, cobrindo o leito submarino, delimitando possíveis perigos e melhorando a qualidade das informações representadas nas cartas náuticas. Atualmente, a Marinha também realiza suas atualizações de carta e levantamentos utilizando a metodologia do ecobatímetro multifixe integrado em sistemas não tripulados (CHM, 2025).

3.1.3. LiDAR

O LiDAR (*Light Detection and Ranging*) tem tido seu uso ampliado para muitas aplicações face à rapidez de coleta de dados e principalmente pela grande quantidade de pontos coletados, conforme Figura 4. Os componentes de um sistema LiDAR configura-se por: *Laser Scanner*, relógio de alta precisão, GPS, IMU — unidade de medida inercial de navegação e informações da atitude da aeronave (movimentos). Essa técnica de sensoriamento remoto ativo permite a obtenção e coleta de pontos sobre a superfície terrestre por meio da emissão de pulsos laser no espectro eletromagnético na região do infravermelho próximo (NIR) (GAGG, 2016). A profundidade máxima detectável depende da claridade da água da água, sendo de 20 a 30 metros em condições normais com precisão batimétrica da ordem de 15 centímetros. Sendo um sistema eficiente na delimitação da costa e também utilizado pela Marinha em suas atividades batimétricas (MATOS, 2005).

Figura 4 - Ecobatimetria LiDAR.



Fonte: MATOS, 2005.

3.1.4. Batimetria derivada por satélite

Desde 1970, inúmeros estudos sobre a batimetria derivada por satélite, ou *Satellite-derived bathymetry (SDB)*, tem alavancado diversos benefícios aos estudos batimétricos através da tecnologia do sensoriamento remoto (VIAÑA-BORJA et al., 2025b). Ao longo dos anos, uma gama de métodos e técnicas foram desenvolvidas para extrair profundidade do fundo do mar a partir de respostas espectrais de imagens de satélite, com esforços contínuos na aquisição e na confiabilidade dos dados (GUPTA; BHAT; BALAN, 2023; JAGALINGAM; AKSHAYA; HEGDE, 2015). Essa evolução tem sido amplamente documentada, desde através de teorias baseadas na física (BRANDO et al., 2009), abordagens estatísticas conforme respostas de comprimentos de ondas eletromagnéticos (GAO, 2009) e até o emprego de inteligência artificial (GARCÍA-DÍAZ et al., 2025).

Entre as maiores limitações da batimetria derivada por satélite estão: a turbidez da água, reflectância solar, resposta espectral da água e a limitação em relação a profundidade. Contudo, o avanço em estudos nesta área é exponencial e inúmeros estudos já começam a apresentar resultados satisfatórios sob diferentes condições demonstrando o potencial que tal metodologia tem de se tornar mais confiável e eficiente para estudos batimétricos futuros em regiões de difícil acesso e desafiadoras (VIAÑA-BORJA et al., 2025b).

3.2. Krigagem ordinária para resultados batimétricos

A krigagem estima profundidades com base nas medidas batimétricas e através do variograma resultante destas medidas. As profundidades apresentam dissemelhança no sentido perpendicular ao talvegue, o que facilita a escolha da direção da anisotropia (VITTI et al., 2015). Vários estudos já realizados compararam, seja por validação cruzada ou autocorrelação, e comprovaram que a interpolação por krigagem apresenta resultados batimétricos mais condizentes em relação a outros métodos de interpolação seja gerando uma superfície mais suavizada do que o interpolador TIN (*Triangulated Irregular Network*) (VITTI et al., 2015), sendo o método de interpolação que resultou no menor valor de RMSE (*Root Mean Squared Error*) diante da validação cruzada dos dados interpolados face a outras técnicas como IDP (*Inverse distance to a power*), NEN (*Nearest neighbour*), NTN (*Natural neighbour*) e entre

outras (EL-HATTAB, 2014b), ou quando comparado, para o mesmo levantamento batimétrico, em relação ao interpolador IDW (*Inverse Distance Weighted*) (FERREIRA et al., 2017).

Ademais, a técnica de krigagem encontra-se amplamente consolidada na literatura recente como um dos métodos mais eficazes para a geração de superfícies contínuas e estatisticamente confiáveis a partir de dados batimétricos obtidos por ecobatímetro monofeixe (ALCARAS; AMOROSO; PARENTE, 2022; FERREIRA; SANTOS; RODRIGUES, 2013; MENG; LIU; BORDERS, 2013; PEREIRA et al., 2018). Tal procedimento mostra-se essencial para subsidiar análises hidrológicas, estimativas volumétricas e o planejamento de obras hidráulicas, dada a sua capacidade de reduzir incertezas e aumentar a representatividade espacial dos levantamentos.

Define-se krigagem ordinária a estimação linear para uma variável regionalizada que satisfaz a hipótese intrínseca, sendo utilizada quando a variável regionalizada é estacionária de primeira ordem (MILTON BARBOSA LANDIM, 2004). É uma técnica estocástica que utiliza uma combinação linear de pesos em pontos conhecidos para estimar o valor em um ponto desconhecido. Ela constrói essas inferências e estimativas usando um variograma, que é uma medida de correlação espacial entre dois pontos. Os pesos são atribuídos a pontos que têm influência direcional e distância semelhantes. Um variograma baseia essas previsões no nível de autocorrelação espacial, ou seja, a dependência entre os valores dos dados amostrais, que diminui à medida que a distância entre as observações aumenta (LAM, 1983).

Na krigagem, a covariância é uma métrica estatística que mede a variabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias (x e y), visando verificar se ambas as variáveis apresentam comportamentos similares. Em geoestatística, essa métrica quantifica, para uma mesma variável, a relação entre valores por ela assumidos em pontos distantes no espaço, distantes d metros entre si. Intuitivamente, espera-se que as similaridades ocorram para vizinhanças mais próximas, ou seja, que as diferenças aumentem com o aumento de d . Sabe-se, no entanto, que essa variação não é função apenas da distância, mas depende também da direção. Assim, a covariância também pode alterar dependendo da direção, devido a anisotropia do sistema em questão. Em meios isotrópicos, a covariância varia somente em função do raio d , sem depender da direção (MELO, 2018).

O variograma ($\gamma(d)$) é uma medida que explica a como a variância do incremento $[Z(x+d) - Z(x)]$, para $N(d)$ pares de pontos para uma distância d entre os pontos, conforme a Equação 1:

$$\gamma(d) = \frac{1}{N(d)} \cdot \sum_{n=1}^{N(d)} [Z(x_n + d) - Z(x_n)]^2 \quad (1)$$

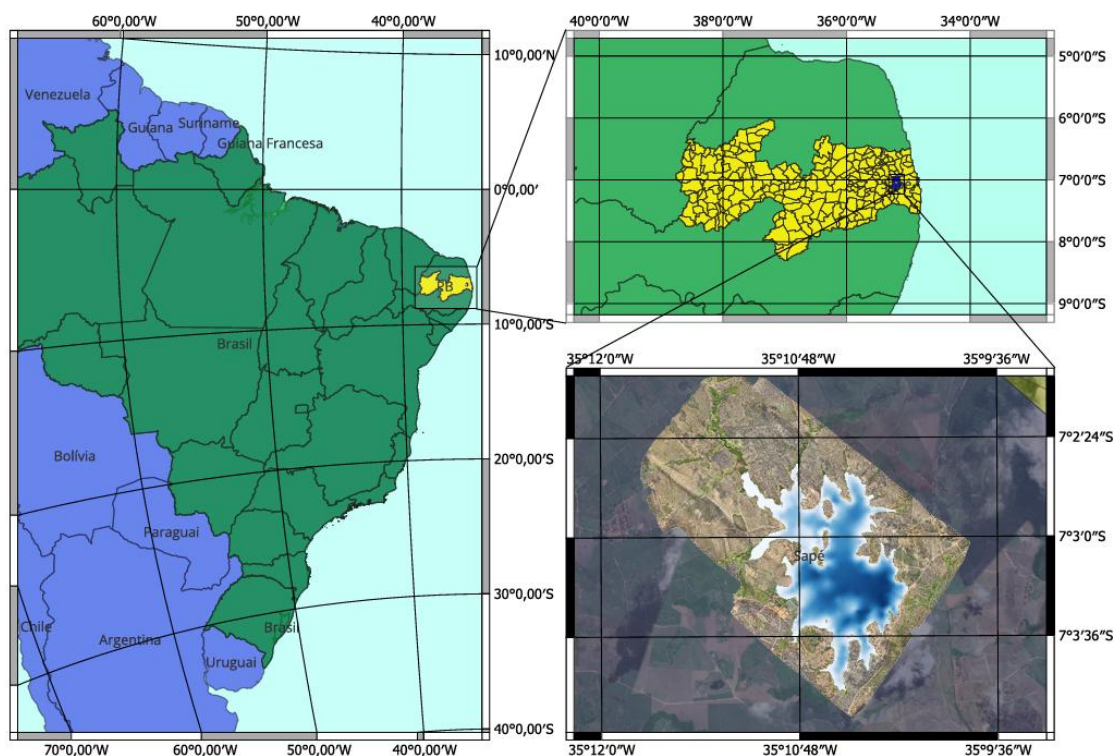
Os valores assumidos pelo variograma tendem a uma horizontalização a partir de uma determinada distância, ou alcance, de modo que a partir de tal distância não há mais correlação entre os pares $Z(x)$ e $Z(x+d)$.

4. METODOLOGIA

4.1. Área de Estudo

O açude Pacatuba está localizado mais precisamente numa área de conservação particular situada no distrito de Santa Helena, município de Sapé-PB, entre as longitudes $35^{\circ} 11' 00''$ e $35^{\circ} 10' 05''$ (Oeste) e latitudes $7^{\circ} 03' 55''$ e $7^{\circ} 02' 30''$ (Sul). A área de estudo foi objeto recente de um serviço de levantamento topobatimétrico e geração de curva cota-área-volume realizado com o objetivo levantar dados para subsidiar decisões operacionais em relação a estrutura hidráulica local, conforme Figura 5.

Figura 5 - Localização da área de estudo, Sistemas de Referência de Coordenadas (SRC): SIRGAS 2000.



Fonte: Autor (2025).

4.2. Levantamento Batimétrico e coleta dos dados

O levantamento topobatimétrico foi realizado nos dias 30 e 31 de outubro de 2024 por meio de ecobatímetro monofeixe embarcado, integrado a receptores diferenciais GNSS, permitindo a obtenção de dados com alta precisão, tanto de profundidade ($\pm 0,01\text{m} + 0,1\%$ de profundidade), quanto geográfica (precisão GNSS horizontal 3-4 mm e vertical 4-7 mm). O

ecobatímetro embarcado foi responsável pela emissão de sinais acústicos e pela mediação das distâncias até o fundo do reservatório, enquanto o sistema GNSS+RTK garantiu a precisão das coordenadas geográficas em tempo real, possibilitando a elaboração de mapas batimétricos detalhados e a localização exata de medições de profundidade da água.

Para o levantamento, foi utilizado o ecobatímetro CHCNAV D390 integrado aos receptores GNSS RTK CHC i73. O ecobatímetro utilizado emite pulsos acústicos numa frequência de 200 KHz para realizar medições na faixa de 15 cm a 300 m de profundidade, com resolução de 1 cm, taxa de amostragem de até 60 Hz, de acordo com a Figura 6. Para este levantamento, o equipamento foi configurado para registrar as leituras a cada 3 s. A velocidade média de navegação foi de $2,29 \pm 0,66$ m/s. Para obtenção das coordenadas dos pontos amostrados, o D390 foi integrado ao receptor GNSS móvel (rover).

Figura 6 - Equipamentos utilizados no levantamento batimétrico.



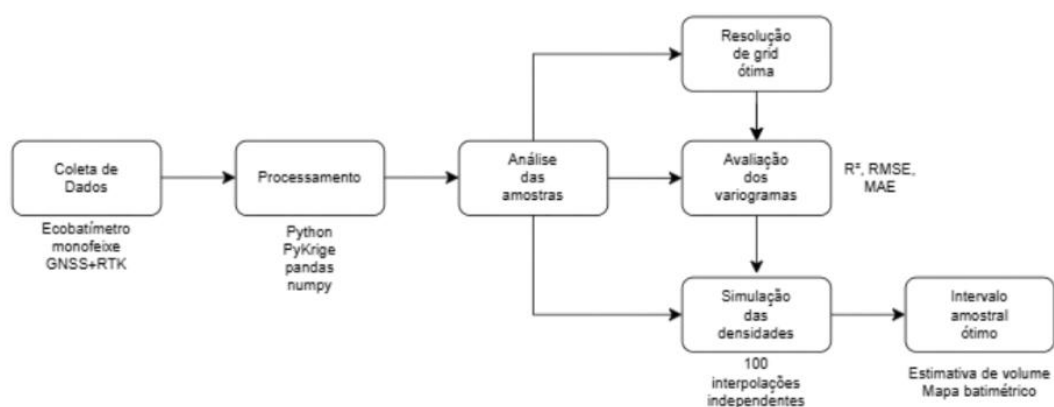
Fonte: Autor (2025).

Com base em um ortomosaico visível (RGB) com resolução espacial de 5 cm georreferenciado no Sistema de Referência de Coordenadas (SRC) EPSG:23725 – WGS 84 / UTM zone 25S, foi desenvolvida manualmente a superfície de contorno da área de estudo — ou seja, os pontos de profundidade 0, que chamaremos de pontos de contorno. Já para os pontos obtidos do açude através do levantamento, com profundidade maior que 0, foram, também georreferenciados, processados e agrupados para estudo.

O levantamento, realizado nos dias 30 e 31 de outubro de 2024, gerou um total de 12.034 pontos de profundidade, os quais indicaram, na cota 48,78 m, um volume armazenado de 7.204.558,43 m³ e uma área de superfície d'água aproximada de 1,94 milhões de m².

Com os pontos processados, a análise destes seguirá por três frentes: achar a resolução de *grid* ótima, encontrar o modelo de variograma que melhor se adapta entre os disponibilizados pela biblioteca PyKrige por validação cruzada e realizar 100 interpolações independentes, por krigagem ordinária, para cada percentual amostral testado (2,5%, 5%, 7,5% e assim por diante), permitindo avaliar de forma sistemática a variabilidade dos resultados batimétricos devida a variação da densidade amostral, conforme Figura 7.

Figura 7 - Fluxograma da metodologia aplicada.



Fonte: Autor (2025).

4.3. Krigagem ordinária com PyKrige

O PyKrige é uma biblioteca aberta, desenvolvida em Python, que disponibiliza ferramentas para aplicação de diferentes técnicas de krigagem, incluindo a krigagem ordinária. Essa biblioteca permite a interpolação espacial de dados de maneira eficiente, além de possibilitar a personalização de parâmetros e o ajuste de modelos teóricos. Sua utilização em estudos batimétricos permite a geração de superfícies contínuas a partir de dados amostrados, principalmente coletados pelo ecobatímetros monofeixe.

Esta suporta seis modelos de variograma; contudo, destacam-se os quatro principais abaixo. Adicionalmente, o código garante ao usuário definir e configurar o modelo de variograma conforme argumento de palavras-chaves via customização das funções disponíveis.

- Modelo Gaussiano

$$p \cdot \left(1 - e^{\frac{-d^2}{(4r)^2}} \right) + n$$

- Modelo Exponencial

$$p \cdot \left(1 - e^{\frac{-d}{r}} \right) + n$$

- Modelo Esférico

$$d \leq r: p \cdot \left(\frac{3d}{2r} - \frac{d^3}{2r^3} \right) + n$$

$$d > r: p + n$$

- Modelo Linear

$$s \cdot d + n$$

Onde as variáveis são definidas como:

d = valores de distância no variograma;

p = patamar (soleira – pepita);

r = alcance;

n = pepita;

s = inclinação ou fator de escala;

e = número de Euler.

Para modelos de variograma estacionários (modelos gaussianos, exponenciais, esférico etc.), o patamar (p) é definida como a diferença entre a soleira (p+n) e a pepita (n). Sendo o patamar correspondente a variância espacial máxima assintótica nas maiores distâncias. O alcance (r) caracterizado como a distância na qual a variância espacial atingiu ~95% da variância da soleira. A pepita absorve o ruído nas medições. Ela representa os desvios aleatórios de uma tendência geral suave de dados espaciais. Para modelos não estacionários (modelos lineares), a pepita possui a mesma definição e o exponencial para o modelo deve estar entre 0 e 2.

Diante da variedade de modelos de variograma suportados pela PyKrige e da possibilidade de ajustes personalizados, optou-se, neste estudo, pela adoção das configurações

padrão disponibilizadas pela própria biblioteca. Essa escolha se justifica pelo objetivo analítico e comparativo do trabalho assegurando a homogeneidade metodológica. Além disso, a aplicação de valores padrão contribui para reduzir vieses decorrentes de calibrações excessivamente específicas, permitindo que a análise se concentre na avaliação da influência da densidade amostral na interpolação batimétrica por krigagem ordinária. Assim, para cada densidade amostral dos pontos de profundidade e para cada interpolação independente, o variograma resultante não terá alterações manuais.

4.4. Análise comparativa dos modelos de variograma de krigagem

Para a interpolação dos pontos de profundidade, foi utilizado o interpolador geostatístico da krigagem ordinária. Nesse caso, para a decisão de qual modelo variograma a ser utilizado, foi avaliado a performance de quatro modelos de variograma: esférico, exponencial, linear e gaussiano. Para a comparação avaliativa dos modelos de variograma, os pontos de profundidade foram divididos aleatoriamente, sendo 80% dos dados destinados para teste ou ajuste do modelo e 20% restante utilizados para validação.

As métricas utilizadas para comparação foram: RMSE (*Root Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*) e R^2 (*Coefficient of Determination*), definidos no Quadro 1. Para cada modelo, realizou-se uma a interpolação por krigagem, partindo de 80% dos pontos de profundidade para treino, sendo calculadas as métricas estatísticas R^2 , MAE e RMSE através dos erros, sendo erro a diferença absoluta entre o valor de profundidade interpolado e o encontrado em campo para cada um dos 20% dos pontos separados para teste. A avaliação consistiu na validação cruzada independente entre os pontos interpolados e medidos em campo. A partir dessa etapa, estimou-se as métricas de desempenho de cada modelo, as quais serviram de base para a comparação subsequente entre eles.

Quadro 1 - Métricas estatísticas de avaliação da interpolação.

Métrica	Fórmula	Descrição
MAE (Mean Absolute Error)	$MAE = \sum_{i=1}^n z_{interpolado} - z_{medido} $	Diferença absoluta entre valor interpolado e valor medido em campo.
RMSE (Root Mean Square Error)	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_{medido} - z_{interpolado})^2}{n}}$	Raiz quadrada da média dos erros ao quadrado. Penaliza mais fortemente grandes discrepâncias

		(outliers), sendo mais sensível que o MAE.
R ² (Coefficient of Determination)	$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (z_{medido} - z_{interpolado})^2}{\sum_{i=1}^n (z_{medido} - \bar{z})^2}$	Mede a proporção da variância dos dados observados (y_i) que é explicada pelo modelo de interpolação. Varia de 0 a 1 (quanto mais próximo de 1, melhor o ajuste).

Fonte: Autor (2025).

Para a etapa de interpolação e validação dos dados batimétricos, empregou-se a linguagem Python, utilizando bibliotecas especializadas para análise espacial e estatística. A manipulação e organização dos resultados das interpolações foram realizadas com a biblioteca *pandas*, enquanto a leitura e o tratamento dos arquivos vetoriais no formato *shapefile* foram conduzidos pelo *geopandas*. A biblioteca *numpy* foi utilizada para o processamento numérico e manipulação de matrizes, essenciais para a geração da malha de interpolação. O método de krigagem ordinária foi implementado por meio do módulo *OrdinaryKriging* da biblioteca *PyKrige* (PYKRIGE, 2020), que possibilitou estimar valores de profundidade em locais não amostrados com base na estrutura espacial dos dados coletados. Além disso, o *matplotlib.path* foi empregado para criar máscaras de recorte da área de estudo, garantindo que toda interpolação fosse restrita ao *shape* do açude.

4.5. Verificação da sensibilidade dos resultados batimétricos

4.5.1. Avaliação da resolução de grid na interpolação batimétrica

Trabalhos modernos sobre ecobatimetria monofeixe utilizam, em geral, grids de 10 m de resolução, o que representa um nível bastante detalhado de análise, embora exija considerável esforço computacional devido à grande quantidade de dados processados (EL-HATTAB, 2014b; GOES et al., 2023). Nesta etapa, buscou-se avaliar a influência da resolução do *grid* nos resultados da interpolação. Assim, com 100% dos dados de profundidade, foram analisadas as variações do volume e da área de superfície d'água resultante da interpolação por krigagem ordinária conforme variação da resolução do *grid*, além dos ganhos nos resultados e o trabalho computacional gasto. Com base nisso, definiu-se a resolução de *grid* ótima — entendida como o tamanho do grid que equilibra a precisão das estimativas e a eficiência

operacional — a ser utilizada de modo a garantir a precisão das estimativas e a eficiência operacional para o estudo.

Cabe ressaltar que as rotinas de processamento e análise de dados foram executadas no ambiente do Google Colab Pro que oferece recursos computacionais em nuvem suficientes para alta demanda. O ambiente de execução de tipo Python3 foi configurado para suportar o carregamento e manipulação de grandes volumes de dados, recorrendo à opção de memória RAM expandida, bem como CPU de alto desempenho, como acelerador de hardware, fornecendo, em média, cerca de 25 GB de memória RAM.

4.5.2. Análise do volume interpolado e das métricas de estatísticas conforme variação da densidade amostral

A partir do modelo de variograma que apresentou a melhor performance frente aos dados de campo considerando a resolução de *grid* ótima encontrada, agora visualizando o objetivo específico do trabalho, foi interpolado, com 100% dos dados o volume resultante e a área da superfície d'água a fim de comparar os resultados obtidos posteriormente e ter como base um volume e área de referência.

Assim, para diferentes percentuais amostrais dos pontos de profundidade, realizou-se 100 interpolações por krigagem independentes, buscando avaliar os efeitos da variação da densidade amostral sobre os resultados batimétricos. Em cada repetição, foi estimado um volume resultante, gerando assim para cada porcentagem um conjunto de volumes interpolado. A partir desses conjuntos, foram calculadas a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação (CV), que traduz a razão entre o desvio padrão e a média em porcentagem, permitindo avaliar a precisão, a estabilidade dos resultados, a consistência das estimativas e a influência da densidade amostral em cada caso.

Analogamente, as métricas estatísticas de estudo dos erros medidos para cada porcentagem, foram: erro médio absoluto (MAE), raiz quadrática do erro médio (RMSE) e coeficiente de determinação (R^2). Adotou-se a técnica de validação cruzada com repetição, de modo que, para cada densidade amostral, parte dos valores de profundidade foi utilizada na interpolação, enquanto os pontos remanescentes foram empregados como referência para cálculo do erro, ou seja, a diferença absoluta entre o interpolado e o medido em campo. Diante disso, partindo do conjunto de erros obtidos para cada densidade ou porcentagem amostral, foram então calculadas as métricas estatísticas para cada percentual amostral.

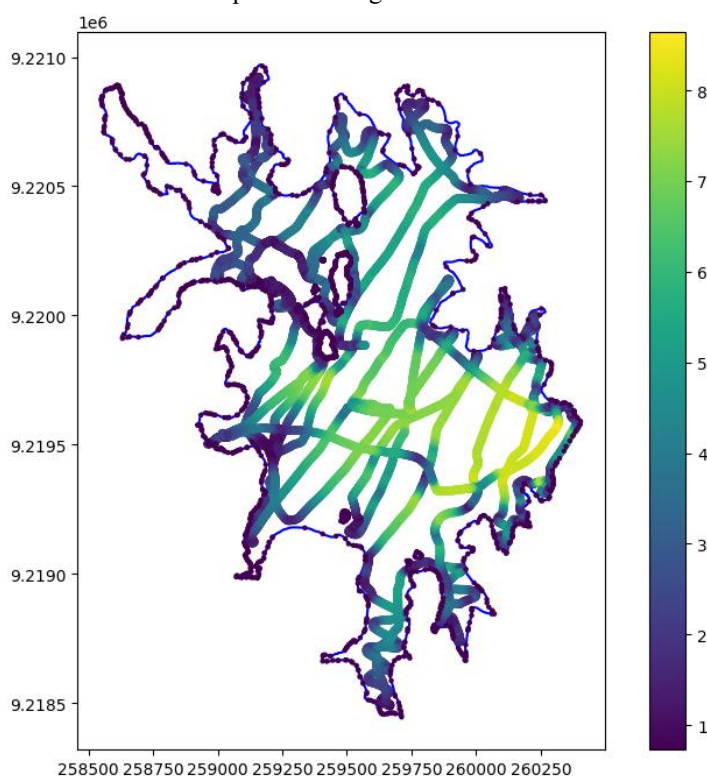
Procurou-se variar conjuntos de valores em razão da densidade amostral buscando contemplar tanto as faixas críticas de baixa densidade, em que se esperar maior instabilidade, quanto níveis intermediários e elevados, nos quais a interpolação tende a estabilizar, permitindo identificar o limiar de amostragem a partir do qual não é observado mais ganhos significativos em relação à precisão já alcançada com percentuais menores, mas sim aumento no custo e esforço de levantamento.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. Caracterização da área e dados batimétricos interpolados

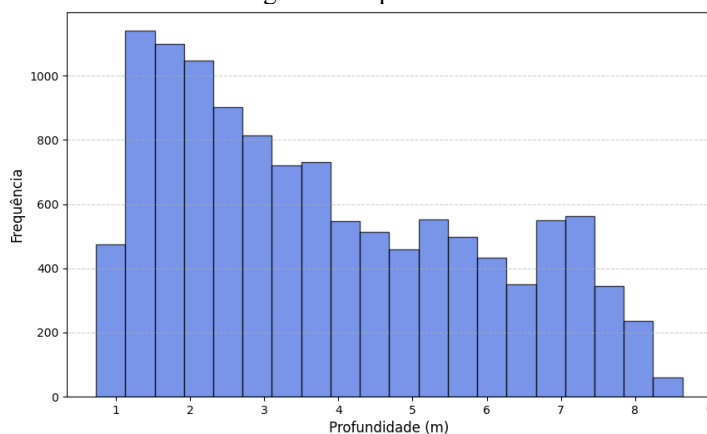
Com base em um ortomosaico visível da área de estudo, de resolução espacial de 5 cm, foi elaborado o *shapefile* da superfície do contorno do açude em estudo. Posteriormente, denotando a elevação nula para os pontos de contorno e adicionando os pontos de profundidade obtidos da batimetria pôde ser visto a distribuição espacial (Figura 8) da profundidade ao longo do açude com as coordenadas referenciadas em UTM e a profundidade em metros. Dos 12.034 pontos de profundidade obtidos, observou-se um valor de profundidade médio de 3,83 m, desvio padrão de 2,07 m, além de valor mínimo de 0,73 m como também valor máximo de 8,64 m, conforme histograma representado na Gráfico 2.

Figura 8 - Disposição espacial dos pontos medidos com o ecobatímetro e contorno do açude (profundidade = 0) obtido a partir da imagem aérea.



Fonte: Autor (2025).

Gráfico 2 - Histograma das profundidades coletadas.



Fonte: Autor (2025).

O levantamento da área molhada realizado por ecobatímetro monofeixe integrado a receptores diferenciais GNSS, permitiu a obtenção de dados com alta precisão, tanto de profundidade ($\pm 0,01 \text{ m} + 0,1\%$ de profundidade), quanto geográfica (precisão GNSS horizontal 3 4mm e vertical 4-7mm). Assim, atendendo e superando significativamente os limites toleráveis pela norma (DHN, 2017).

5.2. Comparação entre modelos de variograma

Diante dos pontos de profundidade e pontos de contorno georreferenciados, fez-se a avaliação de desempenho dos modelos de variograma em relação aos resultados da interpolação dos dados de campo, interpolando 80% dos pontos e validando os pontos interpolados com os 20% restantes e o resultado obtido está descrito na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultado do desempenho dos modelos de variograma.

Modelo	RMSE (m)	MAE (m)	R ²
Esférico	0,322	0,222	0,976
Exponencial	0,069	0,0373	0,998
Gaussiano	1378,982	1120,00	0,007
Linear	2,201	1,787	0,00047

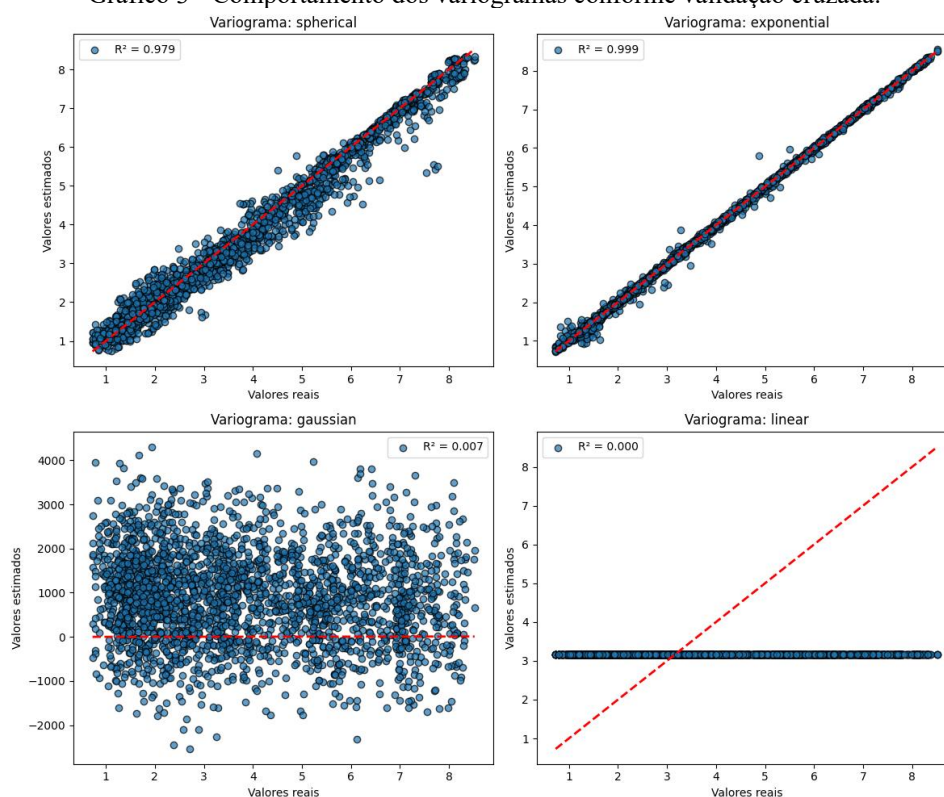
Fonte: Autor (2025).

No caso, através de métricas estatísticas computadas para cada modelo, foi observado, após validação cruzada, que o modelo exponencial apresentou melhor desempenho com RMSE de 0,069 m, MAE de 0,037 m e R² de 0,998, conforme quadro acima. É importante destacar

que o açude em estudo possui profundidade média de 3,83 m, enfatizando mais ainda a precisão do modelo exponencial. Diante disso, para o desenvolvimento do restante dos resultados todas as interpolações posteriores serão realizadas pelo modelo exponencial.

Vale salientar que os variogramas, a fim de evitar uma pesquisa enviesada, não foram alterados de sua condição padrão o que pode afetar diretamente nos resultados. Porém, através da validação cruzada (Gráfico 3) foi observado que resultado estimado pelo modelo exponencial foi o que mais se aproximou do estimado quando comparado com as profundidades de teste medidas em campo.

Gráfico 3 - Comportamento dos variogramas conforme validação cruzada.

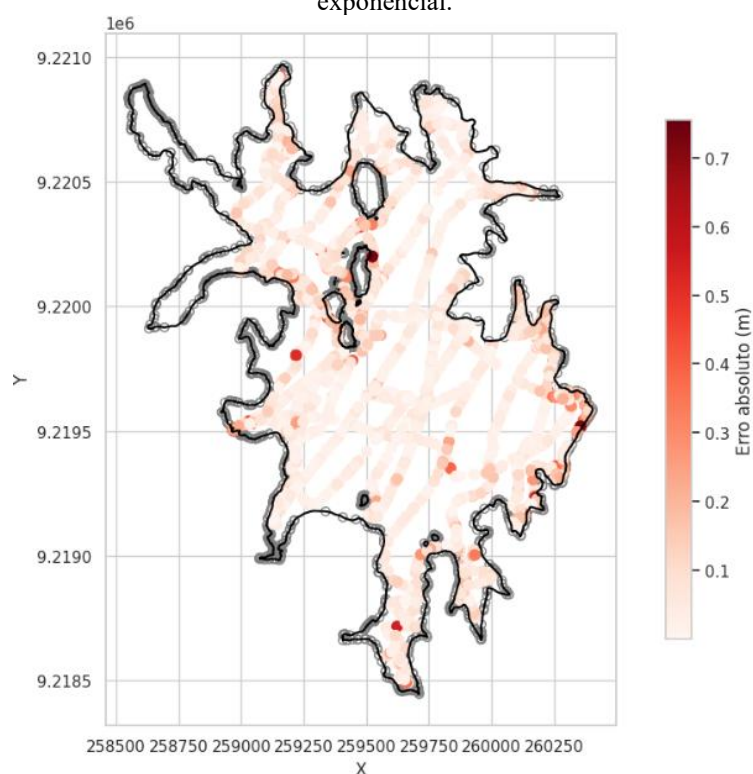


Fonte: Autor (2025).

Da interpolação por krigagem ordinária com o modelo de variograma exponencial, observou-se na distribuição espacial do erro absoluto médio obtido com 80% dos pontos de profundidade (Figura 9) que foram obtidos ressaltando erros quase nulos, baixos e homogêneos, apesar de outliers de no máximo 0,7 m de forma pontual e isolada. A transição de cores no mapa mostra que os erros são suaves, sem grandes gradientes brutos, podendo concluir que, apesar de ter interpolado 80% dos pontos, a interpolação gerou um resultado satisfatório, visto o erro

quase insignificante. Vale salientar que a análise espacial dos erros não foi repetida, pois não apresentou grande variação ou ganho significativo em compensação ao esforço computacional necessário e que a resolução de *grid* considerada para a avaliação foi a máxima, ou seja, uma resolução de 10 m.

Figura 9 - Distribuição espacial, através das coordenadas em UTM, do erro absoluto interpolado pelo variograma exponencial.

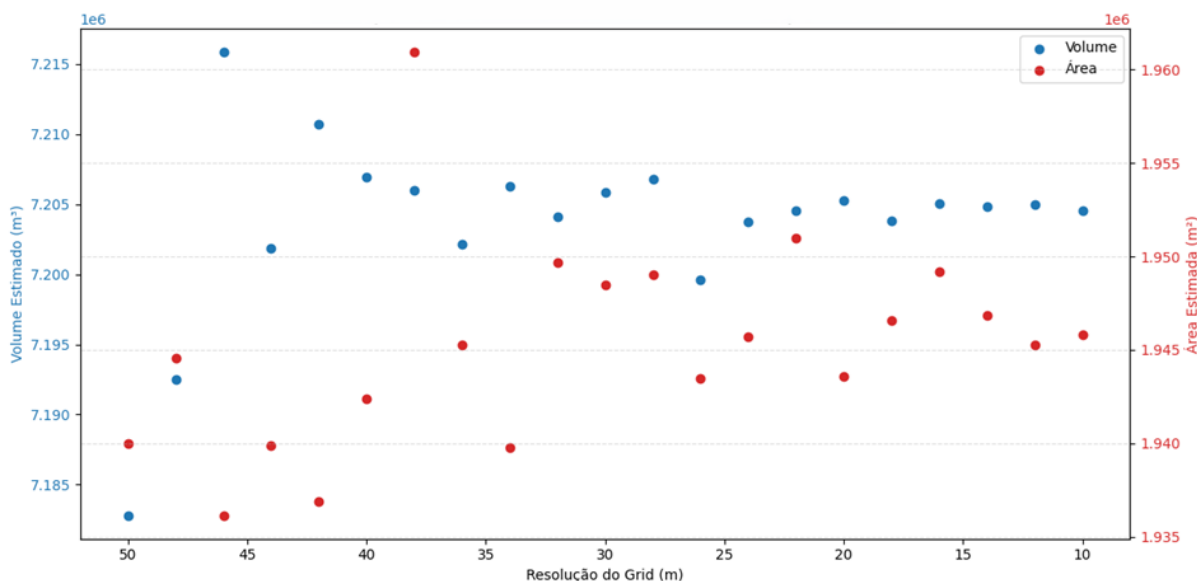


Fonte: Autor (2025).

5.3. Influência da resolução de grid

Visto a limitação computacional e visualizando a eficiência do estudo, analisou-se o efeito da resolução espacial do grid sobre as estimativas de volume armazenado e área do espelho d'água. Nessa análise, a interpolação das profundidades foi feita com 100% dos pontos obtidos em campo. Vale salientar que, mesmo utilizando as máquinas virtuais disponibilizadas pelo Google Colab, que chegam a oferecer até 40 GB de memória RAM, a execução dos códigos demandou elevado tempo de processamento, chegando em alguns casos a durar dias. Tal condição evidencia o elevado custo computacional associado à escolha da resolução espacial e reforça a necessidade de buscar um equilíbrio entre precisão e viabilidade operacional.

Gráfico 4 - Variação do volume estimado e área da superfície de água livre conforme variação do tamanho do grid.



Fonte: Autor (2025).

Pelos valores do Gráfico 4, vê-se que o volume interpolado com 100% dos pontos apresentou um volume equivalente aproximado de 7,20 milhões de m³ e área de 1,94 milhões de m². Além disso, vê-se que o volume estimado variou aproximadamente 3.000 m³, representando cerca de 0,0042% de diferença relativa entre 20 m e 10 m. Já sobre a área estimada, observa-se uma variação aproximada também de 3.000 m² entre 20 m e 10 m, equivalente a 0,15% de diferença relativa, mantendo os resultados praticamente estáveis. A variação observada indica que um refinamento adicional da malha, não traria ganhos significativos para as estimativas de volume e área estimados. Assim, visando a eficiência do estudo, todas as interpolações posteriores desenvolvidas neste trabalho serão realizadas conforme tamanho padrão de grid de 10 m.

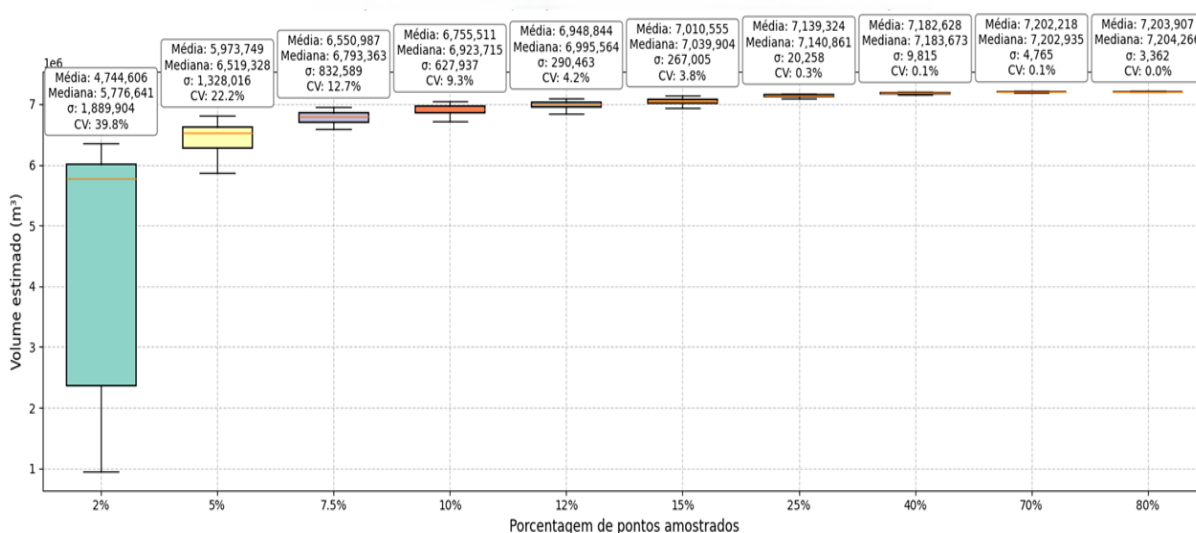
5.4. Influência da variação da densidade amostral nos volumes interpolados

5.4.1. Variação do volume resultante em diferentes porcentagens

Face ao exposto anteriormente, considerando o modelo de variograma exponencial e uma resolução de grid de 10 m, foi estimado, em repetição (100 vezes), para cada densidade

amostral analisada — 2%, 5%, 7,5%, 10%, 12,5%, 15%, 25%, 40%, 70% e 80% dos pontos de profundidade levantados (Figura 10).

Figura 10 - Distribuição dos valores interpolados após 100 repetições independentes para cada densidade amostral.



Fonte: Autor (2025).

A partir desses resultados, conforme Figura 10, analisou-se o comportamento médio do conjunto de volumes obtidos, bem como a mediana, o desvio padrão e o coeficiente de variação para cada densidade amostral correspondente.

A análise gráfica evidencia que, à medida que aumenta a densidade amostral de pontos de profundidade selecionados aleatoriamente, ocorre uma expressiva redução da variabilidade dos volumes interpolados. Para a menor densidade considerada (2%), observa-se a maior dispersão dos resultados, com desvio padrão de 1.889.904 m³ e coeficiente de variação (CV) de 39,8%, refletindo uma baixa confiabilidade das estimativas. Apesar da média de aproximadamente 4,7 milhões de m³, a elevada distância entre a média e a mediana (5,7 milhões de m³) demonstra assimetria e instabilidade dos valores, indicando que, com essa densidade, o volume estimado não é estatisticamente robusto.

Quando a densidade amostral é elevada para 5%, já se nota uma melhora substancial. O desvio padrão reduz-se para 1.328.016 m³ e o CV cai para 22,2%, ainda elevado, mas consideravelmente inferior ao observado para 2%. A média (5,97 milhões de m³) aproxima-se mais da mediana (5,79 milhões de m³), sugerindo menor distorção entre medidas de tendência central e indicando que a interpolação começa a ganhar estabilidade.

Nas densidades intermediárias de 7,5% a 12,5%, os valores estatísticos confirmam uma queda acentuada da variabilidade. Para 7,5%, o CV atinge 12,7%, com média e mediana bastante próximas (6,55 e 6,59 milhões de m³, respectivamente). Em 10%, o desvio padrão já se encontra abaixo de 630 mil m³ e o CV reduz-se para 9,3%, sinalizando que as estimativas se tornam mais consistentes. A partir de 12,5%, a variabilidade cai de forma significativa, com CV de apenas 4,2% e um desvio padrão inferior a 300 mil m³, indicando forte estabilidade entre as repetições.

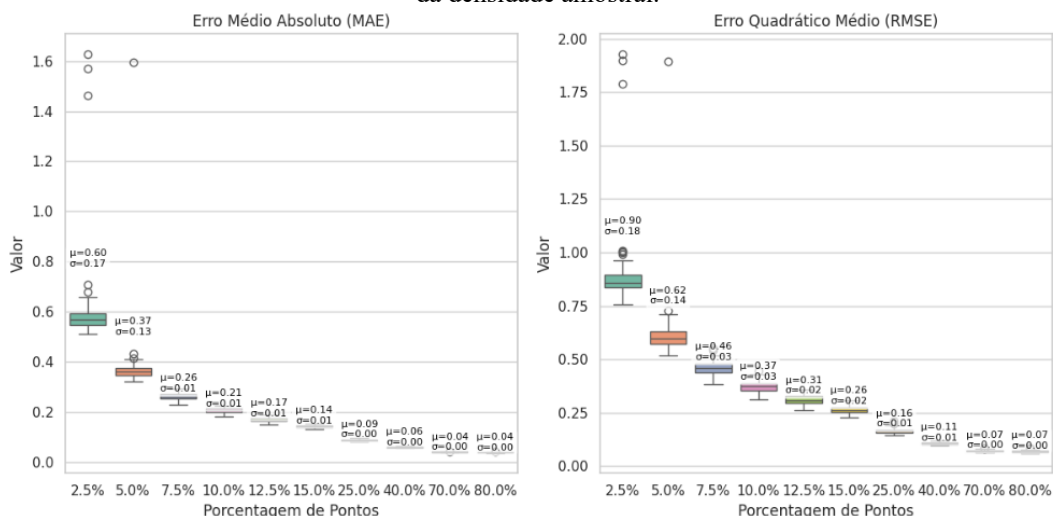
A partir de 25% da amostragem, a variabilidade torna-se quase nula. O desvio padrão cai para apenas 20.588 m³ e o CV atinge 0,3%, valores que confirmam a precisão e a robustez da interpolação. À medida que se elevam as densidades para 40%, 70% e 80%, os resultados mantêm-se praticamente constantes, com médias e medianas praticamente coincidentes e coeficientes de variação próximos de 0%, demonstrando que, nesse patamar, o ganho adicional de precisão é insignificante em relação ao aumento do esforço computacional.

Esse comportamento demonstra que, embora as densidades muito baixas (2 a 5%) produzam resultados pouco confiáveis devido à elevada dispersão, a partir de 12,5% a interpolação já apresenta boa estabilidade estatística, e acima de 25% pode ser considerada precisa e segura para aplicações práticas. Dessa forma, utilizar a totalidade dos pontos amostrados não implica ganhos expressivos de qualidade, mas apenas maior custo computacional, visto que os volumes estimados já se estabilizam em densidades intermediárias.

5.4.2. Variação das métricas estatísticas em diferentes porcentagens

Os gráficos das métricas estatísticas de erro permitem avaliar de forma quantitativa a acurácia das interpolações em função da densidade amostral de pontos de profundidade (Figura 11). Considerando que o erro foi definido como a diferença absoluta entre o valor interpolado e o valor medido em campo, observa-se um comportamento sistemático de redução tanto do Erro Médio Absoluto (MAE) quanto do Erro Quadrático Médio (RMSE) à medida que a proporção de pontos aumenta.

Figura 11 - Variação dos valores de erro absoluto médio e valores do erro quadrático médio conforme variação da densidade amostral.



Fonte: Autor (2025).

No caso do MAE, verifica-se que, para a densidade mínima de 2,5%, a média dos erros alcança 0,60, acompanhada de um desvio padrão de 0,17, evidenciando significativa dispersão e baixa confiabilidade. Já em 5%, o erro médio reduz-se para 0,37, com $\sigma = 0,13$, o que indica melhora, embora ainda exista considerável variação entre repetições. A partir de 7,5% a 15%, o MAE mantém trajetória decrescente, atingindo 0,21 ($\sigma = 0,01$) em 10% e 0,17 ($\sigma = 0,01$) em 15%. O comportamento estabiliza a partir de 25%, quando o erro médio cai para 0,09, com desvio praticamente nulo ($\sigma = 0,00$). Para densidades superiores a 40%, os valores permanecem constantes em torno de 0,04 a 0,06, com dispersão estatisticamente irrelevante.

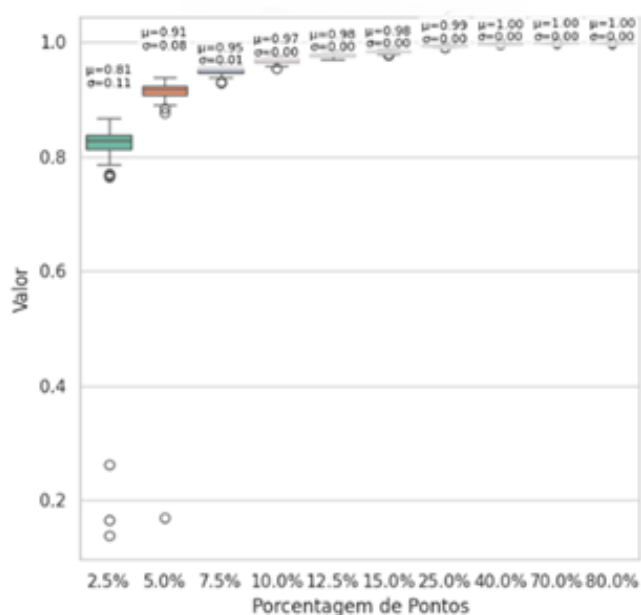
De forma semelhante, o RMSE apresenta valores mais elevados nas baixas densidades, refletindo maior sensibilidade a erros discrepantes. Em 2,5%, a média do RMSE atinge 0,90, com $\sigma = 0,18$, confirmando a elevada incerteza da interpolação com poucos pontos. Ao aumentar para 5%, a média cai para 0,62, ainda com variação relevante ($\sigma = 0,14$). Entre 7,5% e 15%, a queda torna-se mais acentuada, chegando a 0,26 em 15%, com $\sigma = 0,01$. A partir de 25%, os valores convergem rapidamente para a estabilidade, alcançando 0,16 em 25% e valores próximos de 0,07 em 70% e 80%, sempre acompanhados de desvios padrões praticamente nulos.

Esses resultados evidenciam que, tanto para o MAE quanto para o RMSE, a interpolação apresenta elevada variabilidade e baixa confiabilidade em densidades inferiores a 5%, mas torna-se progressivamente mais estável a partir de 10 a 15% dos pontos. A consolidação da

precisão ocorre em torno de 25%, quando os erros médios atingem patamares próximos de zero e deixam de variar de forma significativa entre repetições independentes. Isso indica que, assim como observado para os volumes estimados, densidades superiores a esse limiar não resultam em ganhos expressivos de acurácia, apenas em maior esforço computacional.

Já acerca dos valores da raiz do erro quadrático médio, observou-se um comportamento que reforça a confiabilidade dos valores estimados anteriormente, apresentando redução à medida que a densidade amostral cresce (Figura 12)

Figura 12 - Variação do R^2 conforme variação da densidade amostral.



Fonte: Autor (2025).

No Figura 12, nota-se que, assim como nas métricas de erro (MAE e RMSE), a confiabilidade cresce à medida que aumenta a densidade amostral de pontos. Para a menor densidade, de 2,5%, o valor médio de R^2 é de 0,81, com desvio padrão relativamente elevado ($\sigma = 0,11$), indicando considerável variabilidade entre as repetições. Além disso, aparecem casos isolados de R^2 inferiores a 0,3, o que demonstra uma moderada robustez das estimativas quando a interpolação é realizada com número muito reduzido de pontos.

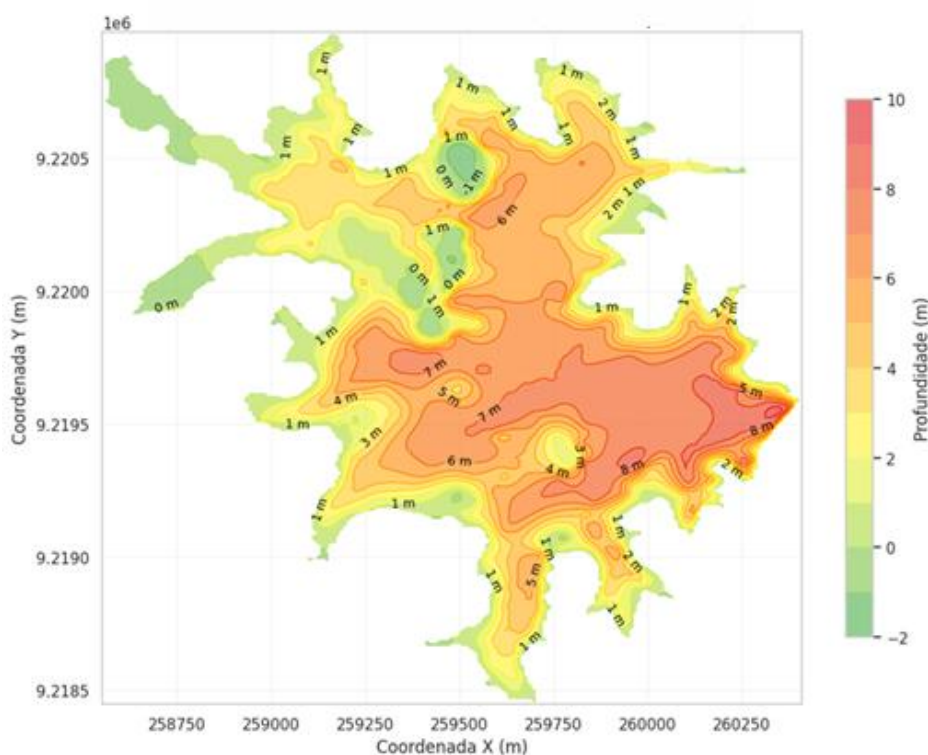
Nas densidades intermediárias, entre 10% e 15%, o R^2 mantém tendência ascendente, atingindo valores médios entre 0,97 e 0,98, com desvios padrões nulos ou próximos de zero, evidenciando estabilidade estatística e consistência entre execuções independentes. Já a partir de 25%, o R^2 passa a atingir valores praticamente perfeitos (0,99 a 1,00), permanecendo constante até as maiores densidades avaliadas (40%, 70% e 80%), com dispersão inexistente.

Esse comportamento confirma que o R^2 é altamente sensível à densidade amostral em níveis baixos, mas estabiliza rapidamente a partir de 10 a 15% dos pontos, atingindo valores próximos à unidade. Para densidades superiores a 25%, a interpolação atinge a máxima explicação da variabilidade dos dados, indicando que, nesse patamar, a acurácia estatística é praticamente plena, sem ganhos adicionais relevantes com o aumento da quantidade de pontos.

5.5. Variação do mapa batimétrico em diferentes porcentagens

Partindo do mapa batimétrico de referência (Figura 13), ou seja, mapa interpolado com 100% dos dados de profundidade, foi gerado para diferentes porcentagens de pontos o comportamento progressivo na definição e qualidade da superfície batimétrica gerada da interpolação.

Figura 13 - Mapa batimétrico final interpolado por krigagem ordinária utilizando modelo de variograma exponencial.

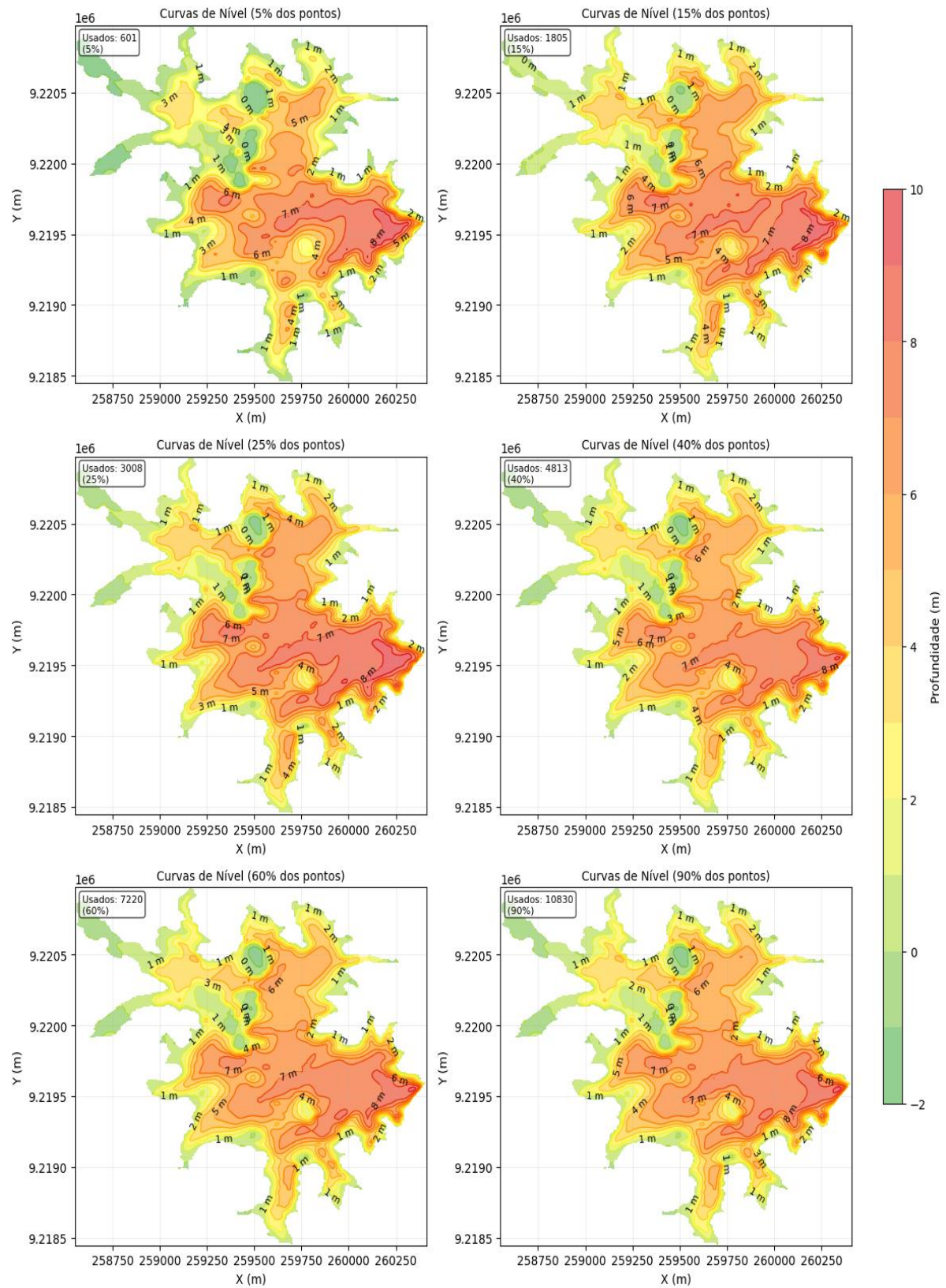


Fonte: Autor (2025).

Assim, já no Figura 14, no caso de apenas 5% dos pontos, foi observado que as curvas apresentaram grande discrepância em relação a superfície de referência, com generalizações excessivas e suavizações que não acompanham a complexidade real do relevo submerso. De modo semelhante, com 15% dos pontos, nota-se melhora considerável, mas ainda com

simplificações visíveis e contornos que não reproduzem as variações mais abruptas da batimetria, principalmente nas bordas do açude. A partir de 25% dos pontos, verifica-se que a representação das curvas de nível torna-se muito mais próxima da interpolação obtida com a máxima densidade amostral. O modelo passa a distinguir melhor as feições locais, como variações de talude e zonas de maior profundidade. Para porcentagens acima de 40% já apresentam altíssima semelhança, com mudanças mínimas. Essa tendência reforça ainda mais a conclusão de que o ganho em detalhamento após 25% dos dados é cada vez mais modesto.

Figura 14 - Mapa batimétrico conforme variação da densidade amostral.



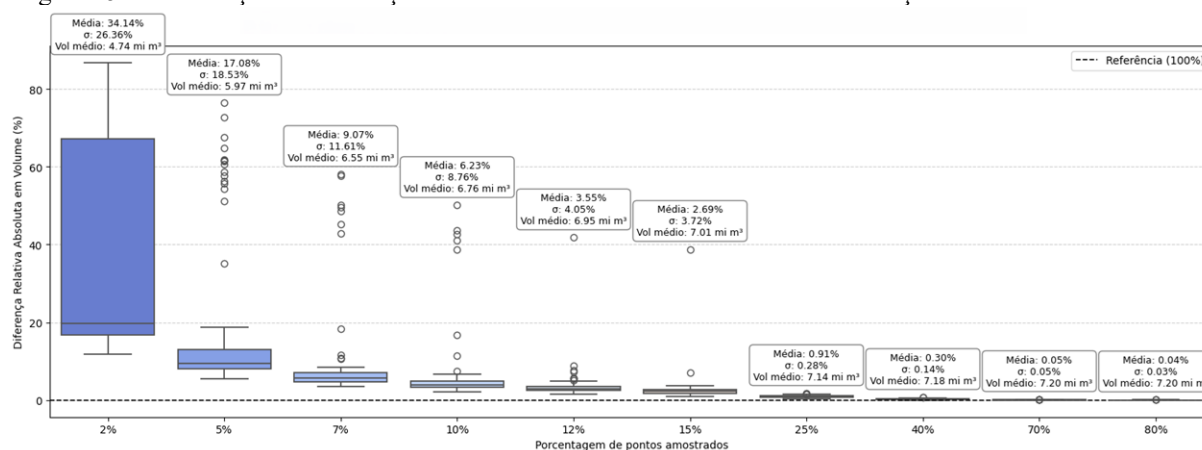
Fonte: Autor (2025).

5.6. Comparação entre volume original e volumes estimados

Analogamente, partindo dos resultados do melhor modelo de variograma e da resolução de grid ótima do estudo, foi analisado o comportamento da diferença relativa entre os volumes interpolados em razão da variação da densidade amostral quando comparado com o volume final, ou seja, o volume resultante da interpolação com 100% dos pontos obtidos. Para o volume final, a interpolação foi computada pelo modelo de variograma exponencial com resolução de *grid* de 10 m. Conforme Figura 13, o volume de referência exato foi equivalente a 7.204.558,43 m³.

Agora, estudando a diferença relativa absoluta entre os volumes interpolados e o volume de referência calculado anteriormente, obteve-se a distribuição dessa diferença em função da densidade amostral, conforme Figura 15.

Figura 15 - Distribuição da diferença relativa absoluta do volume estimado em relação ao volume de referência.



Fonte: Autor (2025).

Diante disso, observa-se que para densidades baixas (2% a 10%), os *boxplots* são bastante dispersos, mostrando grande variabilidade entre as 100 repetições. Isso afere que com poucos pontos, a interpolação ainda não é consideravelmente confiável, chegando a variar aproximadamente 15% do volume. Porém, a partir de 15% dos pontos, já é observado uma diferença relativa média de 2,7% e desvio padrão de 3,7% do volume interpolado, sendo um erro já relativamente baixo.

Nas maiores densidades amostrais ($\geq 25\%$), a diferença relativa absoluta é praticamente nula, com desvio padrões mínimos e volumes médios idênticos ao valor de referência ($\approx 7,20$ milhões de m³). Isso confirma que, a partir de uma faixa de 25% dos pontos, a interpolação não

sofre variações significativas, reforçando que amostragens mais densas não trazem ganhos expressivos em relação à precisão já alcançada com percentuais intermediários ou menores, porém acarretam maior carga de trabalho, dispêndio de recursos, tempo operacional e desgastes financeiros.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante do observado, uma série de conclusões podem ser aferidas através dos resultados obtidos do estudo realizado.

- Melhor modelo de variograma para o caso estudado — Entre os modelos testados por validação cruzada (esférico, exponencial, gaussiano e linear), o modelo exponencial apresentou performance claramente superior na validação cruzada, com $RMSE \approx 0,069$ m, $MAE \approx 0,037$ m e $R^2 \approx 0,999$; portanto foi adotado para todas as interpolações posteriores. O gaussiano e linear mostrou comportamento inadequado/instável para este conjunto.
- Resolução de *grid* ótima — A variação do tamanho do *grid* entre 20 m e 10 m praticamente não alterou o volume estimado (diferença ≈ 3.000 m³, $\approx 0,0042\%$ do volume), e a área variou igualmente pouco ($\approx 0,15\%$ entre 20 m e 10 m). Com isso, a resolução de 10 m foi escolhida como compromisso entre detalhe e custo computacional.
- Comportamento das métricas com densidade amostral — MAE, RMSE e R^2 apresentam melhoria sistemática com o aumento da densidade amostral: erros e variabilidade foram significativos em amostragens $\leq 5\%$, reduzindo consistentemente entre 7,5%-15% e praticamente se estabilizam a partir de 25% sem grandes ganhos significativos.
- Estabilidade dos volumes estimados — Entre 2% e 5% da densidade amostral, a dispersão dos volumes interpolados é alta (ex: para 2% coeficiente de variação (CV) $\approx 39,8\%$), enquanto a partir de 12,5% há queda acentuada da variabilidade e a consistência estatística torna-se satisfatória; já em 25% a variabilidade torna-se praticamente nula (CV $\approx 0,3\%$) e os volumes coincidem com o volume de referência.
- Precisão prática — Para finalidades operacionais que existem baixo erro volumétrico, densidades amostrais $\geq 25\%$ garantem precisão quase idêntica ao levantamento completo. Densidades entre 10-15% concentram boa parte do ganho de precisão, podendo ser uma solução já eficiente quando custo/tempo são limitantes. A execução de 100 interpolações independentes por percentual amostral da robustez estatística valida as conclusões de limiar amostral acima para o reservatório em estudo.
- Economia de esforço — Coletar 100% dos pontos implica maior custo operacional e computacional sem ganhos relevantes em relação a 25% (para volume/área/carta náutica e entre outros serviços), logo, protocolos de amostragem reduzida podem reduzir tempo

de campo, combustível, tempo de processamento sem diminuir a qualidade e acurácia do trabalho batimétrico.

- Ponto de equilíbrio (custo x acurácia) — Existe um limiar de amostragem onde aumentos adicionais de pontos não trazem ganhos relevantes: esse limiar está entre 12,5% e 25% para este reservatório em estudo. Assim, para monitoramento periódico rotineiro o uso de ~12,5% (baixo custo/boa confiabilidade) ou ~25% (alta confiabilidade/custo moderado) representa escolhas racionais, dependendo da criticidade da decisão apoiada.
- Apresentação de mapas — Os resultados evidenciam que, com baixas porcentagens de pontos (5% e 15%), as curvas apresentam discrepâncias significativas, resultando em superfícies simplificadas e com perda de detalhes. Porém, a partir de 25% dos pontos, observa-se uma estabilização do modelo, com representação consistente do relevo submerso e sem grandes distorções em relação a curva de referência garantindo também resultados confiáveis e eficientes no desenvolvimento dos mapas.

Devido a especificidade do caso de estudo, as conclusões referem-se ao Açude Pacatuba, às características morfológicas locais, à configuração de levantamento, frequência amostral, velocidade média e ao processamento com PyKrig; portanto, a generalização para outros reservatórios exige cautela e testes locais.

Para trabalhos futuros, recomenda-se:

- Realizar monitoramentos rotineiros em açudes de características distintas adotando análise semelhante a fim de validar espacialmente e temporariamente os limiares de densidade amostral;
- Comparar com outras metodologias batimétricas como multifeixe, LiDAR e SDB;
- Analisar o custo-benefício formal através de orçamentos e estimar o custo por unidade de redução de erro;
- Avaliar a variação da configuração de levantamento analisando como afeta a redução de frequência amostral em reservatórios menores ou aumento da velocidade do barco durante levantamento visto as ínfimas incertezas verticais e horizontais obtidas;
- Analisar como os resultados batimétricos se comportam quando variar a distância máxima entre pontos batimétricos nas linhas de levantamento, ou seja,

a distância máxima entre pontos que ainda garante resultados confiáveis sem perda significativa de acurácia.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALCARAS, Emanuele; AMOROSO, Pier Paolo; PARENTE, Claudio. The Influence of Interpolated Point Location and Density on 3D Bathymetric Models Generated by Kriging Methods: An Application on the Giglio Island Seabed (Italy). **Geosciences**, [S. l.], v. 12, n. 2, p. 62, 2022. DOI: 10.3390/geosciences12020062.
- ANDERSON, John T.; VAN HOLLIDAY, D.; KLOSER, Rudy; REID, Dave G.; SIMARD, Yvan. Acoustic seabed classification: current practice and future directions. **ICES Journal of Marine Science**, [S. l.], v. 65, n. 6, p. 1004–1011, 2008. DOI: 10.1093/icesjms/fsn061.
- ARSENI, Maxim; VOICULESCU, Mirela; GEORGESCU, Lucian Puiu; ITICESCU, Catalina; ROSU, Adrian. Testing Different Interpolation Methods Based on Single Beam Echosounder River Surveying. Case Study: Siret River. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, [S. l.], v. 8, n. 11, p. 507, 2019. DOI: 10.3390/ijgi8110507.
- AWULACHEW, Seleshi Bekele. Improved agricultural water management: assessment of constraints and opportunities for agricultural development in Ethiopia. [S. l.], 2006. Disponível em: <https://hdl.handle.net/10568/38383>. Acesso em: 7 set. 2025.
- BIO, A.; GONÇALVES, J. A.; MAGALHÃES, A.; PINHEIRO, J.; BASTOS, L. Combining Low-Cost Sonar and High-Precision Global Navigation Satellite System for Shallow Water Bathymetry. **Estuaries and Coasts**, [S. l.], v. 45, n. 4, p. 1000–1011, 2022. DOI: 10.1007/s12237-020-00703-6.
- BRANDO, Vittorio E.; ANSTEE, Janet M.; WETTLE, Magnus; DEKKER, Arnold G.; PHINN, Stuart R.; ROELFSEMA, Chris. A physics based retrieval and quality assessment of bathymetry from suboptimal hyperspectral data. **Remote Sensing of Environment**, [S. l.], v. 113, n. 4, p. 755–770, 2009. DOI: 10.1016/j.rse.2008.12.003.
- CABALLERO, Isabel; STUMPF, Richard P. Confronting turbidity, the major challenge for satellite-derived coastal bathymetry. **Science of The Total Environment**, [S. l.], v. 870, p. 161898, 2023. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2023.161898.
- CARMO, Edilson José Do; RODRIGUES, Dalto Domingos; SANTOS, Gerson Rodrigues Dos. AVALIAÇÃO DOS INTERPOLADORES KRIGAGEM E TOPO TO RASTER PARA GERAÇÃO DE MODELOS DIGITAIS DE ELEVAÇÃO A PARTIR DE UM “AS BUILT”. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [S. l.], v. 21, n. 4, p. 674–690, 2015. DOI: 10.1590/S1982-21702015000400039.
- CEYLAN, Ayhan; EKIZOGLU, Ilke. Assesment of bathymetric maps via GIS for water in reservoir. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [S. l.], v. 20, p. 142–158, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1590/s1982-21702014000100010>.
- CHM. **Batimetria Multifixe** | CHM. 2025. Disponível em: <https://www.marinha.mil.br/chm/dados-do-segnav-lev-hidro/batimetria-multifeixe>. Acesso em: 14 set. 2025.

D. BELETSKY ET AL. Modeling circulation and thermal structure in Lake Michigan: Annual cycle and interannual variability. **ResearchGate**, [S. l.], 2025. DOI: 10.1029/2000JC000691. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228906173_Modeling_circulation_and_thermal_structure_in_Lake_Michigan_Annual_cycle_and_interannual_variability. Acesso em: 7 set. 2025.

Details - Report on the scientific results of the voyage of H.M.S. Challenger during the years 1873-76 under the command of Captain George S. Nares ... and the late Captain Frank Tourle Thomson, R.N - Biodiversity Heritage Library. [s.d.]. Disponível em: <https://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/6513>. Acesso em: 13 set. 2025.

DHN. **NORMAM-25-DHN.**, 2017. Disponível em: <https://www.marinha.mil.br/dpc/sites/www.marinha.mil.br/dpc/files/bibliografia/qt/NORMAN-25-DHN.pdf>.

EL-HATTAB, Ahmed I. Single beam bathymetric data modelling techniques for accurate maintenance dredging. **The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science**, [S. l.], v. 17, n. 2, p. 189–195, 2014. a. DOI: 10.1016/j.ejrs.2014.05.003.

EL-HATTAB, Ahmed I. Single beam bathymetric data modelling techniques for accurate maintenance dredging. **The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science**, [S. l.], v. 17, n. 2, p. 189–195, 2014. b. DOI: 10.1016/j.ejrs.2014.05.003.

FERREIRA, Italo Oliveira. COLETA, PROCESSAMENTO E ANÁLISE DE DADOS BATIMÉTRICOS VISANDO A REPRESENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO RELEVO SUBMERSO UTILIZANDO INTERPOLADORES DETERMINÍSTICOS E PROBABILÍSTICOS. [S. l.], 2013.

FERREIRA, Italo Oliveira; RODRIGUES, Dalto Domingos; SANTOS, Gérson Rodrigues Dos; ROSA, Lidiane Maria Ferraz. IN BATHYMETRIC SURFACES: IDW OR KRIGING? **Boletim de Ciências Geodésicas**, [S. l.], v. 23, n. 3, p. 493–508, 2017. DOI: 10.1590/s1982-21702017000300033.

FERREIRA, Ítalo Oliveira; SANTOS, Gérson Rodrigues Dos; RODRIGUES, Dalto Domingos. ESTUDO SOBRE A UTILIZAÇÃO ADEQUADA DA KRIGAGEM NA REPRESENTAÇÃO COMPUTACIONAL DE SUPERFÍCIES BATIMÉTRICAS. **Revista Brasileira de Cartografia**, [S. l.], v. 65, n. 5, 2013. DOI: 10.14393/rbcv65n5-43864. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/revistabrasileiracartografia/article/view/43864>. Acesso em: 6 jul. 2025.

FIGLIOMENI, F. G.; PARENTE, C. METHODS FOR SATELLITE DERIVED BATHYMETRY FROM SENTINEL-2 IMAGES: A COMPARISON. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, [S. l.], v. XLVIII-4/W9-2024, p. 165–173, 2024. DOI: 10.5194/isprs-archives-xxviii-4-w9-2024-165-2024.

FRAME, David J.; ROSIER, Suzanne M.; NOY, Ilan; HARRINGTON, Luke J.; CAREY-SMITH, Trevor; SPARROW, Sarah N.; STONE, Dáithí A.; DEAN, Samuel M. Climate change attribution and the economic costs of extreme weather events: a study on damages from extreme

rainfall and drought. **Climatic Change**, [S. l.], v. 162, n. 2, p. 781–797, 2020. DOI: 10.1007/s10584-020-02729-y.

FRANÇA. Avaliação Comparativa de Métodos e Técnicas Batimétricas na Obtenção das Curvas Cota X Área X Volume de Reservatórios em Usinas Hidrelétricas. [S. l.], 2019.

GAGG, Gilberto. **Apostila de levantamentos hidrográficos - noções gerais**. 2016.

GAIDA, Timo C.; VAN DIJK, Thaiënné A. G. P.; SNELLEN, Mirjam; VERMAAS, Tommer; MESDAG, Chris; SIMONS, Dick G. Monitoring underwater nourishments using multibeam bathymetric and backscatter time series. **Coastal Engineering**, [S. l.], v. 158, p. 103666, 2020. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2020.103666.

GAO, Jay. Bathymetric mapping by means of remote sensing: methods, accuracy and limitations. **Progress in Physical Geography: Earth and Environment**, [S. l.], v. 33, n. 1, p. 103–116, 2009. DOI: 10.1177/0309133309105657.

GARCÍA-DÍAZ, Daniel; VIAÑA-BORJA, Sandra Paola; ROCA, Mar; NAVARRO, Gabriel; CABALLERO, Isabel. Blending physical and artificial intelligence models to improve satellite-derived bathymetry mapping. **Ecological Informatics**, [S. l.], v. 90, p. 103328, 2025. DOI: 10.1016/j.ecoinf.2025.103328.

GOES, Enatielly Rosane; MALLMANN, Daniele Laura Bridi; BROWN, Craig John; MAIDA, Mauro; FERREIRA, Beatrice Padovani; ARAÚJO, Tereza Cristina Medeiros De. A seafloor sensitivity index to oil spills in tropical marine protected areas. **Continental Shelf Research**, [S. l.], v. 266, p. 105069, 2023. DOI: 10.1016/j.csr.2023.105069.

GONZALEZ RODRIGUEZ, Laureano; MCCALLUM, Adrian; KENT, Damon; RATHNAYAKA, Charith; FAIRWEATHER, Helen. A review of sedimentation rates in freshwater reservoirs: recent changes and causative factors. **Aquatic Sciences**, [S. l.], v. 85, n. 2, p. 60, 2023. DOI: 10.1007/s00027-023-00960-0.

GUPTA, Girish Kumar; BHAT, Rajshekhar; BALAN, M. Selva. Satellite-Derived Bathymetry of an Inland Reservoir in India. [S. l.], 2023. Disponível em: <https://www.authorea.com/doi/full/10.36227/techrxiv.22210603.v1?commit=e498e23e53086f193f18d9060e2c5bd1d46d8d93>. Acesso em: 14 set. 2025.

HOGREFE, Kyle R.; WRIGHT, Dawn J.; HOCHBERG, Eric J. Derivation and Integration of Shallow-Water Bathymetry: Implications for Coastal Terrain Modeling and Subsequent Analyses. **Marine Geodesy**, [S. l.], v. 31, n. 4, p. 299–317, 2008. DOI: 10.1080/01490410802466710.

IHO. **MANUAL ON HYDROGRAPHY**. , 2011. Disponível em: https://iho.int/uploads/user/pubs/cb/c-13/english/C-13_Chapter_1_and_contents.pdf.

IRISH, J. L.; WHITE, T. E. Coastal engineering applications of high-resolution lidar bathymetry. **Coastal Engineering**, [S. l.], v. 35, n. 1, p. 47–71, 1998. DOI: 10.1016/S0378-3839(98)00022-2.

JAGALINGAM, P.; AKSHAYA, B. J.; HEGDE, Arkal Vittal. Bathymetry Mapping Using Landsat 8 Satellite Imagery. **Procedia Engineering**, [S. l.], v. 116, p. 560–566, 2015. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.326.

KRUEGER, C. P. **INTEGRAÇÃO DO GPS E DA ECOBATIMETRIA | Boletim de Ciências Geodésicas**. 1999. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/bcg/article/view/1520>. Acesso em: 13 set. 2025.

LAM, Nina Siu-Ngan. Spatial Interpolation Methods: A Review. **The American Cartographer**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 129–150, 1983. DOI: 10.1559/152304083783914958.

LEHMANN, Anthony. GIS modeling of submerged macrophyte distribution using Generalized Additive Models. **Plant Ecology**, [S. l.], v. 139, n. 1, p. 113–124, 1998. DOI: 10.1023/A:1009754417131.

LV, Tiangu; WANG, Li; XIE, Hualin; ZHANG, Xinmin; ZHANG, Yanwei. Evolutionary overview of water resource management (1990–2019) based on a bibliometric analysis in Web of Science. **Ecological Informatics**, [S. l.], v. 61, p. 101218, 2021. DOI: 10.1016/j.ecoinf.2021.101218.

LYCOURGHIOTIS, Sotiris; KARIOTOU, Foteini. The “GPS/GNSS on Boat” Technique for the Determination of the Sea Surface Topography and Geoid: A Critical Review. **Coasts**, [S. l.], v. 2, n. 4, p. 323–340, 2022. DOI: 10.3390/coasts2040016.

MATOS, Ana Cristina de Oliveira Cancoro De. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul**. 2005. tese - Universidade de São Paulo, [S. l.], 2005. DOI: 10.11606/T.3.2005.tde-10102005-104155. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-10102005-104155/>. Acesso em: 14 set. 2025.

MAVRAEIDOPOULOS, Athanasios K.; PALLIKARIS, Athanasios; OIKONOMOU, Emmanouil. Satellite Derived Bathymetry (SDB) and Safety of Navigation. **The International Hydrographic Review**, [S. l.], 2017. Disponível em: <https://journals.lib.unb.ca/index.php/ihr/article/view/26290>. Acesso em: 7 set. 2025.

MAYER ET AL. **The Nippon Foundation—GEBCO Seabed 2030 Project: The Quest to See the World’s Oceans Completely Mapped by 2030**. 2018. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2076-3263/8/2/63>. Acesso em: 7 set. 2025.

MELO, Davi De Carvalho Diniz. **Propagação de secas na bacia do Rio Paraná: do evento climático ao impacto hidrológico**. 2018. Doutorado em Hidráulica e Saneamento - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018. DOI: 10.11606/T.18.2018.tde-31082018-164404. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18138/tde-31082018-164404/>. Acesso em: 22 set. 2025.

MENG, Qingmin; LIU, Zhijun; BORDERS, Bruce E. Assessment of regression kriging for spatial interpolation – comparisons of seven GIS interpolation methods. **Cartography and Geographic Information Science**, [S. l.], v. 40, n. 1, p. 28–39, 2013. DOI: 10.1080/15230406.2013.762138.

MILTON BARBOSA LANDIM, Paulo. **Análise Estatística de Dados Geológicos**. [s.l.: s.n.].

MOKHTAR, Kasypi; CHUAH, Lai Fatt; ABDULLAH, Mohd Azhafiz; OLORUNTOBI, Olakunle; RUSLAN, Siti Marsila Mhd; ALBASHER, Gadah; ALI, Atif; AKHTAR, Muhammad Saeed. Assessing coastal bathymetry and climate change impacts on coastal ecosystems using Landsat 8 and Sentinel-2 satellite imagery. **Environmental Research**, [S. l.], v. 239, p. 117314, 2023. DOI: 10.1016/j.envres.2023.117314.

N. JEPSEN. **The movements of pikeperch in a shallow reservoir - Jepsen - 1999 - Journal of Fish Biology - Wiley Online Library**. 2005. Disponível em: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1095-8649.1999.tb00859.x?casa_token=uqpPwDKorPMAAAAA%3AO6QAG1oGTb3pXM8dt3vSGi6CMETDf6hs_EqbDxWUCXF1SnAAcUrLIyCCChQVMFtD4vdVi3-WWmiB-jaDi. Acesso em: 7 set. 2025.

OHI. **Norma OHI S-44**. , 2020. Disponível em: https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-44/20211216_S-44_Ed6_2.0.1_Portugues_v2F.pdf.

ONUIGBO, S. O. **Bathymetric Survey for Enhancing the Volumetric Capacity of Tagwai Dam in Nigeria via Leapfrogging Approach**. 2021. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2673-7418/1/2/14>. Acesso em: 7 set. 2025.

PEREIRA, Vinícius Amadeu Stuari; PUGLIESI, Edmur Azevedo; FLORES, Edilson Ferreira; CAMARGO, Paulo de Oliveira. Krigagem ordinária e visualização de incertezas aplicadas no monitoramento de irregularidades ionosféricas no Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, [S. l.], v. 70, n. 3, p. 967–996, 2018. DOI: 10.14393/rbcv70n3-45708.

PYKRIGE. **PyKrige Documentation**. , 2020. Disponível em: https://geostat-framework.readthedocs.io/_/downloads/pykrige/en/v1.5.1/pdf/.

ROWAN, J. S.; GOODWILL, P.; GRECO, M. Temporal variability in catchment sediment yield determined from repeated bathymetric surveys: Abbeystead Reservoir, U.K. **Physics and Chemistry of the Earth**, Sediment, Circulation and Water Quality in Lakes and Reservoirs. [S. l.], v. 20, n. 2, Sediment, Circulation and Water Quality in Lakes and Reservoirs, p. 199–206, 1995. DOI: 10.1016/0079-1946(95)00024-0.

SAUTER, Gaétan; FABBRI, Stefano C.; FRISCHKNECHT, Corine; ANSELMETTI, Flavio S.; KREMER, Katrina. A systemic approach to managing uncertainties in repetitive multibeam bathymetric surveys. **Environmental Modelling & Software**, [S. l.], v. 186, p. 106333, 2025. DOI: 10.1016/j.envsoft.2025.106333.

VIAÑA-BORJA, S. P.; GONZÁLEZ-VILLANUEVA, R.; ALEJO, I.; STUMPF, R. P.; NAVARRO, G.; CABALLERO, I. Satellite-derived bathymetry using Sentinel-2 in mesotidal coasts. **Coastal Engineering**, [S. l.], v. 195, p. 104644, 2025. a. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2024.104644.

VIAÑA-BORJA, S. P.; GONZÁLEZ-VILLANUEVA, R.; ALEJO, I.; STUMPF, R. P.; NAVARRO, G.; CABALLERO, I. Satellite-derived bathymetry using Sentinel-2 in mesotidal coasts. **Coastal Engineering**, [S. l.], v. 195, p. 104644, 2025. b. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2024.104644.

VITTI, Dalva Maria de Castro; HEYMAR, Arancibia Suarez; FÁBIO MAUAD, Frederico; PITOMBO, Cira Souza. SUPERFÍCIE BATIMÉTRICA GERADA POR KRIGAGEM ORDINÁRIA E INTERPOLADOR TIN. *[S. l.]*, 2015.

WIKIPEDIA. Batimetria. *Em: Wikipédia, a enciclopédia livre.*, 2025.

8. APÊNDICE

- a) Código, em python, para observar a variação do volume e da área interpolada conforme grid

```
import numpy as np
import pandas as pd
import geopandas as gpd
from pykrige.ok import OrdinaryKriging
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.path import Path

def krigagem_resolucao_duplo_eixo(pontos_profundidade, contorno, acude,
resolucoes=None, seed=42):
    if resolucoes is None:
        resolucoes = list(range(50, 9, -2)) # de 50 a 10 m com passo de 2

    volumes_por_res = []

    # Prepara contorno
    contorno['z'] = 0.0
    contorno_coords = np.array([[p.x, p.y] for p in contorno.geometry])
    contorno_z = contorno['z'].values

    # Polígono de recorte
    poligono = acude.geometry.iloc[0]

    for res in resolucoes:
        # Define o grid de interpolação
        minx, miny, maxx, maxy = acude.total_bounds
        gridx = np.arange(minx, maxx + res, res)
        gridy = np.arange(miny, maxy + res, res)
        xv, yv = np.meshgrid(gridx, gridy)
```

```

pontos_grid = np.vstack((xv.flatten(), yv.flatten())).T
mask
=
Path(np.array(poligono.exterior.coords)).contains_points(pontos_grid).reshape(xv.shape)
area_pixel = res * res
area_total = np.count_nonzero(mask) * area_pixel

# Usa 100% dos pontos
amostra = pontos_profundidade.copy()
amostra_coords = np.array([[p.x, p.y] for p in amostra.geometry])
amostra_z = amostra['z'].values

coords = np.vstack((amostra_coords, contorno_coords))
z_vals = np.concatenate([amostra_z, contorno_z])

try:
    OK = OrdinaryKriging(
        coords[:, 0], coords[:, 1], z_vals,
        variogram_model='exponential', verbose=False
    )
    zgrid, _ = OK.execute('grid', gridx, gridy)
    zgrid_masked = np.where(mask, zgrid, np.nan)
    volume_total = np.nansum(zgrid_masked * area_pixel)
except Exception:
    volume_total = np.nan

volumes_por_res.append({
    'Resolução': res,
    'Volume': volume_total,
    'Área': area_total
})

# Converte para DataFrame

```

```

df_resolucoes = pd.DataFrame(volumes_por_res).sort_values(by='Resolução')

# Plot com dois eixos Y
fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(12, 6))

# Eixo Y primário - Volume
color = 'tab:blue'
ax1.set_xlabel('Resolução do Grid (m)')
ax1.set_ylabel('Volume Estimado (m³)', color=color)
sc1 = ax1.scatter(df_resolucoes['Resolução'], df_resolucoes['Volume'], color=color,
label='Volume')
ax1.tick_params(axis='y', labelcolor=color)
ax1.invert_yaxis()

# Eixo Y secundário - Área
ax2 = ax1.twinx()
color = 'tab:red'
ax2.set_ylabel('Área Estimada (m²)', color=color)
sc2 = ax2.scatter(df_resolucoes['Resolução'], df_resolucoes['Área'], color=color,
label='Área')
ax2.tick_params(axis='y', labelcolor=color)

# Legenda combinada
figs = [sc1, sc2]
labels = [sc.get_label() for sc in figs]
ax1.legend(figs, labels, loc='upper right')

plt.title('Variação do Volume e da Área Estimada com a Resolução do Grid')
fig.tight_layout()
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.4)
plt.show()

```

```

return df_resolucoes

# Leitura dos dados
pontos = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/profundidades.shp").rename(columns={'HightDepth': 'z'})
contorno = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/contorno_0.1.shp")
acude = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/shape_acude.shp")

# Executa o processo e plota
df_resolucoes = krigagem_resolucao_duplo_eixo(pontos, contorno, acude)

b) Código, em python, para realizar 100 interpolações independentes conforme
    porcentagem

import numpy as np
import pandas as pd
import geopandas as gpd
from pykrige.ok import OrdinaryKriging
from matplotlib.path import Path

def krigagem_salvar_csv(pontos_profundidade, contorno, acude, res=15, n_iter=25, seed=42):
    porcentagens = [0.025, 0.05, 0.075, 0.10, 0.125, 0.15, 0.25, 0.40, 0.70, 0.8]
    resultados_volumes = {pct: [] for pct in porcentagens}

    # Prepara contorno
    contorno['z'] = 0.0
    contorno_coords = np.array([[p.x, p.y] for p in contorno.geometry])
    contorno_z = contorno['z'].values

    # Define o grid da interpolação
    minx, miny, maxx, maxy = acude.total_bounds
    gridx = np.arange(minx, maxx + res, res)

```

```

gridy = np.arange(miny, maxy + res, res)
xv, yv = np.meshgrid(gridx, gridy)
poligono = acude.geometry.iloc[0]
pontos_grid = np.vstack((xv.flatten(), yv.flatten())).T
mask =
Path(np.array(poligono.exterior.coords)).contains_points(pontos_grid).reshape(xv.shape)
area_pixel = res * res

# Loop por porcentagem e iterações
for pct in porcentagens:
    for i in range(n_iter):
        amostra = pontos_profundidade.sample(frac=pct, random_state=seed + i)
        amostra_coords = np.array([[p.x, p.y] for p in amostra.geometry])
        amostra_z = amostra['z'].values

        coords = np.vstack((amostra_coords, contorno_coords))
        z_vals = np.concatenate([amostra_z, contorno_z])

        try:
            OK = OrdinaryKriging(
                coords[:, 0], coords[:, 1], z_vals,
                variogram_model='exponential', verbose=False
            )
            zgrid, _ = OK.execute('grid', gridx, gridy)
            zgrid_masked = np.where(mask, zgrid, np.nan)
            volume_total = np.nansum(zgrid_masked * area_pixel)
            resultados_volumes[pct].append(volume_total)
        except Exception:
            resultados_volumes[pct].append(np.nan)

# Organiza os dados em DataFrame
df_volumes = pd.DataFrame([

```

```

        {'Porcentagem': pct, 'Volume': vol}
    for pct, vols in resultados_volumes.items()
    for vol in vols
])

# Salva como CSV
caminho_saida = "/content/drive/MyDrive/pacatuba/resultados_boxplot_volumes.csv"
df_volumes.to_csv(caminho_saida, index=False)
print(f'CSV salvo em: {caminho_saida}')

return df_volumes

# Leitura dos dados
pontos = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/profundidades.shp").rename(columns={'Hig
hDepth': 'z'})
contorno = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/contorno_0.1.shp")
acude = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/shape_acude.shp")

# Executa a função
df_volumes = krigagem_salvar_csv(pontos, contorno, acude, res=10, n_iter=100, seed=42)

# Carrega o CSV
caminho_csv = "/content/drive/MyDrive/pacatuba/resultados_boxplot_volumes.csv"
df = pd.read_csv(caminho_csv)

# Lista de porcentagens na ordem desejada
porcentagens = [0.025, 0.05, 0.075, 0.10, 0.125, 0.15, 0.25, 0.40, 0.70, 0.80]

# Ordena a coluna 'Porcentagem' conforme a lista
df['Porcentagem'] = pd.Categorical(df['Porcentagem'], categories=porcentagens,
ordered=True)

```

```

df = df.sort_values('Porcentagem')

# Prepara dados dos boxplots
box_data = [df[df['Porcentagem'] == pct]['Volume'].dropna() for pct in porcentagens]

# Cria figura
fig, ax = plt.subplots(figsize=(16, 6))
bp = ax.boxplot(box_data, patch_artist=True, showfliers=False, widths=0.6)

# Cores para os boxplots
cores = plt.cm.Set3.colors
for patch, color in zip(bp['boxes'], cores):
    patch.set_facecolor(color)
    patch.set_edgecolor('black')
    patch.set_linewidth(1.2)

# Adiciona estatísticas em caixas acima dos boxplots
for i, dados in enumerate(box_data):
    media = np.mean(dados)
    mediana = np.median(dados)
    std = np.std(dados)
    cv = (std / media) * 100 if media else np.nan

    # Define a posição vertical da caixa (um pouco acima do máximo)
    y_pos = max(dados) * 1.03

    ax.text(i + 1, y_pos,
            f'Média: {media:,.0f}\nMediana: {mediana:,.0f}\nσ: {std:,.0f}\nCV: {cv:.1f}%',
            ha='center', va='bottom', fontsize=10,
            bbox=dict(facecolor='white', edgecolor='gray', boxstyle='round,pad=0.3'))

# Configurações do eixo x

```

```

ax.set_xticks(range(1, len(porcentagens) + 1))
ax.set_xticklabels([f'{int(p*100) if p != 0.075 else "7.5"}%' for p in porcentagens],
fontsize=10)
ax.set_xlabel("Porcentagem de pontos amostrados", fontsize=12)
ax.set_ylabel("Volume estimado (m³)", fontsize=12)
ax.set_title("Variação do volume interpolação conforme densidade amostral (100 execuções)",
fontsize=14,pad=50)
ax.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.tight_layout()
plt.show()

```

c) Código, em python, para representação da distribuição espacial dos erros estimados

```

import numpy as np
import pandas as pd
import geopandas as gpd
import matplotlib.pyplot as plt
from pykrige.ok import OrdinaryKriging
from matplotlib.path import Path
from scipy.interpolate import RegularGridInterpolator
from sklearn.model_selection import train_test_split

def mapa_erro_absoluto(pontos_profundidade, contorno, acude, res=10, seed=42):
    # 1. Divide em treino (80%) e teste (20%)
    treino, teste = train_test_split(pontos_profundidade, test_size=0.2, random_state=seed)

    # 2. Junta contorno com treino (e z = 0)
    contorno['z'] = 0.0
    dados = pd.concat([treino, contorno], ignore_index=True)
    coords = np.array([[p.x, p.y] for p in dados.geometry])
    z_vals = dados['z'].values

    # 3. Grid de interpolação

```

```
minx, miny, maxx, maxy = acude.total_bounds
gridx = np.arange(minx, maxx + res, res)
gridy = np.arange(miny, maxy + res, res)
```

```
# 4. Krigagem com modelo exponencial
```

```
OK = OrdinaryKriging(
    coords[:, 0], coords[:, 1], z_vals,
    variogram_model='exponential', verbose=False
)
zgrid, _ = OK.execute('grid', gridx, gridy)
```

```
# 5. Interpolação nos pontos de teste
```

```
interp_func = RegularGridInterpolator(
    (gridy, gridx), zgrid,
    bounds_error=False, fill_value=np.nan
)
coords_teste = np.array([[p.x, p.y] for p in teste.geometry])
z_obs = teste['z'].values
z_pred = interp_func(np.array([[p.y, p.x] for p in teste.geometry]))
```

```
# 6. Cálculo do erro absoluto
```

```
erro_abs = np.abs(z_obs - z_pred)
teste['erro_abs'] = erro_abs
```

```
# 7. Mapa com pontos de erro
```

```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 8))
acude.boundary.plot(ax=ax, color='black')
contorno.plot(ax=ax, color='none', edgecolor='gray', linewidth=1)
```

```
teste.plot(ax=ax, column='erro_abs', cmap='Reds', markersize=50, legend=True,
    legend_kwds={'label': "Erro absoluto (m)", 'shrink': 0.75})
```

```

ax.set_title("Distribuição espacial do erro absoluto pelo modelo exponencial (20% dos
pontos)")
ax.set_xlabel("X")
ax.set_ylabel("Y")
plt.tight_layout()
plt.show()

```

```

return teste[['geometry', 'z', 'erro_abs']]

```

```

# Leitura dos dados

```

```

pontos = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/profundidades.shp").rename(columns={'Hig
hDepth': 'z'})
contorno = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/contorno_0.1.shp")
acude = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/shape_acude.shp")

```

```

# Gera o mapa de erro

```

```

df_erro = mapa_erro_absoluto(pontos, contorno, acude, res=10, seed=42)

```

d) Código, em python, para desenvolvimento do mapa batimétrico

```

import numpy as np
import pandas as pd
import geopandas as gpd
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.path import Path
from pykrige.ok import OrdinaryKriging
from matplotlib.colors import LinearSegmentedColormap

def plot_curvas_nivel_100pct(pontos, contorno, acude, res=10, seed=42):
    # Prepara a grade
    contorno['z'] = 0.0
    minx, miny, maxx, maxy = acude.total_bounds

```

```

gridx = np.arange(minx, maxx + res, res)
gridy = np.arange(miny, maxy + res, res)

# Máscara do açude
xv, yv = np.meshgrid(gridx, gridy)
poligono = acude.geometry.iloc[0]
path = Path(np.array(poligono.exterior.coords))
pontos_grid = np.vstack((xv.flatten(), yv.flatten())).T
mask = path.contains_points(pontos_grid).reshape(xv.shape)

# Usa 100% dos pontos
dados = pd.concat([pontos, contorno], ignore_index=True)
dados = dados.dropna(subset=['geometry', 'z'])
coords = np.array([[p.x, p.y] for p in dados.geometry])
z_vals = dados['z'].values

# Krigagem com modelo exponencial
OK = OrdinaryKriging(coords[:, 0], coords[:, 1], z_vals,
                    variogram_model='exponential', verbose=False, enable_plotting=False)
zgrid, ss = OK.execute('grid', gridx, gridy)
zgrid_masked = np.where(mask, zgrid, np.nan)

# Intervalos de profundidade inteiros
min_depth = np.floor(np.nanmin(zgrid_masked))
max_depth = np.ceil(np.nanmax(zgrid_masked))
levels = np.arange(min_depth, max_depth + 1, 1)

# Colormap personalizada
colors = ['#4daf4a', '#ffff33', '#ff7f00', '#e41a1c']
cmap = LinearSegmentedColormap.from_list('depth_colors', colors, N=len(levels)-1)

# Figura

```

```

fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 8))

# Preenche entre curvas com gradiente
cf = ax.contourf(gridx, gridy, zgrid_masked, levels=levels, cmap=cmap, alpha=0.6)

# Curvas de nível coloridas
cs = ax.contour(gridx, gridy, zgrid_masked, levels=levels, cmap=cmap, linewidths=1.0)

# Rótulos nas curvas
ax.clabel(cs, fmt="%0f m", fontsize=9, colors='black')

# Barra de cores lateral
cbar = plt.colorbar(cf, ax=ax, label="Profundidade (m)", shrink=0.8)

# Estilo do gráfico
ax.set_title("Curvas de Nível com 100% dos Pontos (Modelo Exponencial)", fontsize=14)
ax.set_xlabel("Coordenada X (m)")
ax.set_ylabel("Coordenada Y (m)")
ax.grid(True, alpha=0.2)
plt.tight_layout()
plt.show()

# Leitura dos shapefiles
pontos_profundidade = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/profundidades.shp").rename(columns={'Hig
hDepth': 'z'})
contorno = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/contorno_0.1.shp")
acude = gpd.read_file("/content/drive/MyDrive/pacatuba/shape_acude.shp")

# Executa o gráfico
plot_curvas_nivel_100pct(pontos_profundidade, contorno, acude, res=10, seed=42)

```