



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA (UFPB)
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS (CCSA)
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE (DFC)
CURSO DE BACHARELADO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS (CCA)

GABRIELLE SAMARA MELO VIEIRA

**ENTRADA EM INVALIDEZ SOB A PERSPECTIVA DOS MODELOS DE
SOBREVIVÊNCIA DE LONGA DURAÇÃO**

JOÃO PESSOA, PB
2026

GABRIELLE SAMARA MELO VIEIRA

**ENTRADA EM INVALIDEZ SOB A PERSPECTIVA DOS MODELOS DE
SOBREVIVÊNCIA DE LONGA DURAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais pela Universidade Federal da Paraíba.

Área de concentração: Premissas atuariais.

Orientador: Prof. Bel. Hugo Vieira Sá Ferreira Gomes.

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Carlos Santos Júnior.

**JOÃO PESSOA, PB
2026**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

V658e Vieira, Gabrielle Samara Melo.

Entrada em invalidez sob a perspectiva dos modelos de sobrevivência de longa duração / Gabrielle Samara Melo Vieira. - João Pessoa, 2026.

69 f. : il.

Orientação: Hugo Vieira Sá Ferreira Gomes.

Coorientação: Luiz Carlos Santos Júnior.

TCC (Graduação) - UFPB/CCSA.

1. Regime Próprio de Previdência Social. 2. Premissas atuariais biométricas. 3. Entrada em invalidez. 4. Análise de sobrevivência. 5. Modelos de longa duração. I. Gomes, Hugo Vieira Sá Ferreira. II. Júnior, Luiz Carlos Santos. III. Título.

UFPB/CCSA

CDU 368

GABRIELLE SAMARA MELO VIEIRA

**ENTRADA EM INVALIDEZ SOB A PERSPECTIVA DOS MODELOS DE
SOBREVIVÊNCIA DE LONGA DURAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais pela Universidade Federal da Paraíba.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Bel. Hugo Vieira Sá Ferreira Gomes

Orientador

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Prof. Me. Yuri Martí Santana Santos

Examinador

Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

Profa. Dra. Vera Lucia Damasceno Tomazella

Examinadora

Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, a quem devo a minha vida, pelas constantes demonstrações de amor e cuidado durante todo este processo e em todos os momentos da minha história.

À minha família, base de tudo, agradeço pelo apoio incondicional. Em especial aos meus pais, Gilson e Maria Salete, pela educação, instrução e pelo esforço contínuo para que eu pudesse desfrutar de oportunidades que eles não tiveram; o apoio de vocês foi o que me permitiu chegar até aqui.

À minha amiga e irmã de coração, Vitória, agradeço pela dedicação e por ser o apoio necessário em todos os momentos, sempre se colocando à disposição para me ajudar.

Aos amigos que a graduação me presenteou - Girlane, Erivânea e Eduardo -, com quem compartilhei as alegrias e tristezas desta jornada acadêmica. Obrigada por serem uma verdadeira família e por tornarem, junto aos demais colegas, essa caminhada muito mais leve.

A Isaías, pelo apoio, incentivo e paciência. Agradeço por suas contribuições assertivas, pela proatividade em discutir este trabalho e por todo o suporte que foi muito além do âmbito acadêmico.

Ao meu orientador, Hugo, e ao meu coorientador, Luiz pelo apoio técnico e pelo direcionamento essencial na elaboração deste estudo. Expresso minha gratidão também ao professor Yuri, pela disponibilidade e pelas valiosas contribuições a este trabalho. Estendo este agradecimento aos demais docentes com quem tive o privilégio de aprender, pelo zelo e pela excelência do ensino compartilhado ao longo desta jornada.

RESUMO

As tábuas biométricas de entrada em invalidez comumente utilizadas no mercado previdenciário brasileiro muitas vezes carecem de aderência à realidade demográfica específica de determinados regimes. Este estudo objetivou modelar estimativas de entrada em invalidez sob a perspectiva dos modelos de sobrevivência de longa duração, considerando a natureza do evento como uma ocorrência experimentada por apenas uma parcela da população exposta ao risco (fração de cura). A metodologia consistiu na aplicação desses modelos à experiência de um recorte temporal da base de segurados do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União, comparando o desempenho estatístico obtido com o modelo clássico de sobrevivência e com a tábua de mercado Álvaro Vindas, parâmetro de critério mínimo para regimes próprios. Os resultados evidenciam que o modelo de mistura padrão mostrou melhor aderência no cenário metodologicamente mais compatível com a hipótese de fração de cura, superando a tábua Álvaro Vindas e a limitação do modelo sem fração de cura, que força a probabilidade de sobrevivência a zero em idades avançadas. Conclui-se que a adoção de modelos de longa duração proporciona uma mensuração de riscos mais fidedigna, mitigando distorções em avaliações atuariais e contribuindo para a solvência do sistema previdenciário.

Palavras-chave: Regime Próprio de Previdência Social. Premissas atuariais biométricas; Entrada em invalidez; Análise de sobrevivência; Modelos de longa duração.

ABSTRACT

The biometric tables for disability incidence commonly used in the Brazilian pension market often lack adherence to the specific demographic reality of certain pension regimes. This study aimed to model disability incidence estimates from the perspective of long-term survival models, considering the nature of the event as an occurrence experienced by only a portion of the population exposed to risk (cure fraction). The methodology consisted of applying these models to the experience of a specific timeframe from the insured database of the Federal Public Servants' Social Security Regime (RPPS). The statistical performance obtained was compared with both the classic survival model and the Álvaro Vindas market table, which serves as the minimum criterion parameter for public pension systems. The results indicate that the standard mixture model demonstrated better adherence in the scenario that was methodologically most compatible with the cure fraction hypothesis. This approach outperformed both the Álvaro Vindas table and the limitations of the model without a cure fraction, which artificially forces the survival probability to zero at advanced ages. In conclusion, the adoption of long-term survival models provides a more reliable measurement of risks, mitigating distortions in actuarial valuations and contributing to the solvency of the pension system.

Keywords: Social Security Regime; Biometric actuarial assumptions; Disability entry; Survival analysis; Cure models.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Série temporal de ocorrências de entrada em invalidez de servidores públicos federais (1970 - 2024).	38
Figura 2 - Série temporal de expostos ao risco de servidores públicos federais (1970 - 2024).	38
Figura 3 - Boxplot da distribuição do tempo de observação (em anos) por tipo de observação	40
Figura 4 - Função de sobrevivência estimada pelo estimador de Kaplan-Meier para o grupo de servidores públicos federais	41
Figura 5 - Curvas de sobrevivência estimadas por Kaplan-Meier e pelos modelos de sobrevivência sem fração de cura e de fração de cura para os dados dos servidores públicos federais	47
Figura 6 - Comparação de d_x observados e esperados por ano.	51
Figura 7 - Comparação entre q_x observados (empírico) e decorrentes da Tábua Álvaro Vindas e do Modelo Proposto.	52
Figura 8 - Evolução anual das frequências de invalidez observadas e esperadas decorrentes da Tábua Álvaro Vindas e do Modelo Proposto.	54
Figura 9 - Evolução anual do erro médio absoluto (MAE) das frequências de invalidez: Modelo Proposto vs. Tábua Álvaro Vindas.	55
Figura 10 - Evolução anual do erro quadrático médio (RMSE) das frequências de invalidez: Modelo Proposto vs. Tábua Álvaro Vindas.	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequências por tipo de observação	39
Tabela 2 - Teste log-rank para comparação das curvas de sobrevivência dos servidores públicos federais	43
Tabela 3 - Resultados dos critérios de seleção para ajuste do modelo com fração de cura em cada cenário (TRV e AIC).	44
Tabela 4 - Comparação dos parâmetros e AIC dos modelos sem fração de cura e com fração de cura (Cenário 1).	45
Tabela 5 - Comparação dos parâmetros e AIC dos modelos sem fração de cura e com fração de cura (Cenário 2).	46
Tabela 6 - Resultados sintetizados dos testes de aderência (KS)	53
Tabela 7 - Resultados sintetizados das métricas de erros	56

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Variáveis para Tempo decorrido até ocorrência de falha ou censura	23
Quadro 2 -	Variáveis de grupos categóricos	23
Quadro 3 -	Classificação de Censuras	26
Quadro 4 -	Resumo das equações de avaliação de qualidade de ajuste	35

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Contextualização e problema	11
1.2	Objetivos	13
1.2.1	Objetivo geral	13
1.2.2	Objetivos específicos	13
1.3	Justificativa	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1	Invalidez como um seguro social	15
2.1.1	Fundamentos	16
2.1.2	Escolha e uso de tábuas	17
2.2	Estudos anteriores	18
3	METODOLOGIA	21
3.1	Tipos de pesquisa, universo, amostra e coleta de dados	21
3.2	Variáveis utilizadas	23
3.3	Tipos de análises	24
3.3.1	Análise descritiva	24
3.3.2	Análise de sobrevivência	25
3.3.2.1	<i>Definição</i>	25
3.3.2.2	<i>Censuras</i>	26
3.3.2.3	<i>Funções básicas de sobrevivência</i>	27
3.3.2.4	<i>O estimador de Kaplan-Meier</i>	28
3.3.2.5	<i>Teste Log-Rank</i>	29
3.3.2.6	<i>O modelo de mistura padrão</i>	30
3.3.2.7	<i>A distribuição gama generalizada e seus casos particulares</i>	31
3.3.3	Métodos de estimação: O método da máxima verossimilhança	32
3.3.4	Modelos e uso de testes estatísticos e métricas de erro para avaliação de qualidade de ajuste	33
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	36

4.1	Análise descritiva e exploratória	37
4.2	Análise não paramétrica	41
4.2.1	Estimador Kaplan-Meier	41
4.2.2	Teste Log-Rank para grupos categóricos	43
4.2.3	Análise e seleção do ajuste modelo de mistura padrão	44
4.3	Testes de aderência e métricas de erro	49
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	63
	Apêndice A TÁBUA DE ENTRADA EM INVALIDEZ OBTIDA A PARTIR DO MODELO DE SOBREVIVÊNCIA DE LONGA DURAÇÃO	64
	Apêndice B PSEUDOCÓDIGO DE DEFINIÇÃO DE STATUS E TEMPO DE OBSERVAÇÃO	65
B.1	Cenário 1	65
B.2	Cenário 2	65
	Apêndice C PSEUDOCÓDIGO DE MENSURAÇÃO DE EXPOSTOS AO RISCO E NÚMERO DE OCORRÊNCIAS POR IDADE EM CADA PERÍODO	67

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e problema

A gestão de risco atuarial corresponde ao conjunto de técnicas utilizado a fim de identificar e mensurar o impacto de variáveis e de riscos. Em função disso, o cálculo atuarial atua como uma ferramenta que busca a mensuração dos prêmios ou do custeio no segmento vida. Dentre as técnicas utilizadas para esta finalidade, destaca-se a adoção de premissas atuariais, que são necessárias para a estimativa de eventos futuros esperados (Rodrigues, 2012).

As premissas atuariais são hipóteses definidas pelo atuário, as quais devem refletir o comportamento biométrico, financeiro, econômico e demográfico de um determinado grupo. Essas hipóteses são utilizadas nos cálculos das provisões matemáticas de benefícios concedidos e a conceder (Pinheiro, 2005).

Como descrito no Artigo 33 da Portaria MTP n.º 1.467, de 2 de junho de 2022, que estabelece as diretrizes gerais para organização e funcionamento dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS), a adoção de hipóteses aderentes tanto à situação do plano de benefícios quanto às características da base cadastral do RPPS é obrigatória e necessária para o adequado dimensionamento das suas obrigações futuras (Brasil, 2022).

No que diz respeito às premissas biométricas, segundo Rodrigues (2012), estas remetem ao conceito fundamental do ramo vida das Ciências Atuariais, pois lidam com incertezas relacionadas à duração e à higidez da vida humana. Por meio delas, busca-se refletir a estreita relação com o comportamento biométrico de um grupo, em relação a eventos como a mortalidade geral, mortalidade de inválidos, entrada em invalidez e rotatividade.

As técnicas estatísticas usadas para analisar o tempo até a ocorrência de um evento de interesse são abordadas pela análise de sobrevivência, que, em sua forma clássica, supõe que o tempo até a ocorrência do evento é finito, mesmo quando há tempo de censura — isto é, quando o evento ocorre em um momento posterior ao período observado (Barros, 2014).

O tempo até a ocorrência da morte é bem explicado por essa abordagem, pois se espera que a morte ocorra para todos os seres vivos em algum momento, mesmo após o período de observação. Por outro lado, tem-se que esta abordagem não é adequada para compreender o tempo até a ocorrência da entrada em invalidez, pois não é possível afirmar que este evento ocorrerá para todos os indivíduos, mesmo após o período observado. A invalidez permanente representa

um paradoxo estatístico dentro deste arcabouço teórico: ela não é um evento inevitável para toda a população. Assim, independentemente do tempo considerado, podem existir indivíduos que não se invalidarão, o que sugere a utilização de métodos desenvolvidos especificamente para esses casos, conhecidos como modelos de longa duração ou modelos com fração de cura (Barros, 2014).

De modo geral, as tábuas biométricas se configuram como a principal ferramenta utilizada para a quantificação de eventos biométricos (Bowers *et al.*, 1997). Nelas estão dispostas funções relacionadas aos eventos de interesse atuarial, entre as quais se destacam as probabilidades de ocorrência e de não ocorrência do evento em questão.

Em particular, o evento biométrico de entrada em invalidez possui características específicas que dificultam a precisão no processo de estimação de suas premissas. Isso ocorre porque se trata de um conceito que vem se alterando ao longo do tempo, sendo uma variável de difícil estimativa e sobre a qual incidem diversos fatores (Rocha *et al.*, 2020).

A entrada em invalidez é um evento relevante para a avaliação atuarial (Rocha *et al.*, 2020). Entretanto, Gomes (2008) destaca que há uma carência de pesquisas no Brasil voltadas especificamente à invalidez. Adicionalmente, segundo Pinheiro (2005), observa-se a utilização de tábuas antigas para a mensuração do risco de invalidez no Brasil, tais quais a Álvaro Vindas, TASA-1927, RRB-1944 (Railroad Retirement Board), Hunter, Zimmermann, Light e IAPB.

A tábua Álvaro Vindas tem sido amplamente utilizada como premissa atuarial tanto em RPPS (Duarte, 2013) quanto em fundos de pensão (Mello Filho; Santos Júnior, 2024). No entanto, estudos apontam que sua aplicação presume um número mais distante da realidade observada (Nishizawa; Vasconcelos; Gomes, s.d.), contribuindo para a formação de provisões matemáticas insuficientes para suportar os riscos por invalidez (Duarte, 2013).

Assim, a tábua Álvaro Vindas nem sempre é capaz de expressar com fidelidade o comportamento biométrico do grupo. Em especial, no âmbito dos RPPS, a sua utilização parece estar relacionada com o fato de tratar-se do parâmetro mínimo para a estimação deste tipo de evento, de acordo com a Portaria MTP n.º 1.467/2022 (Brasil, 2022).

Alternativamente, alguns métodos de estimação do risco de invalidar-se vêm sendo propostos por outros estudos. Merino, García e Soler (2003), por exemplo, realizaram as estimativas mediante o uso do modelo paramétrico Gompertz-Makeham; Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010), por sua vez, consideraram o modelo de riscos competitivos; Borges e Beltrão (2010), ainda, utilizaram tábuas de múltiplos decrementos com suavização via regressão logística.

Os modelos de longa duração, como mencionado anteriormente, observam a ocorrência de um evento ao longo de um período prolongado, considerando que os indivíduos analisados podem sair da amostra por diferentes motivos — seja pela ocorrência do evento de interesse (falha), seja por outras causas (censura) (Miot, 2017). Esse tipo de modelo é frequentemente utilizado em estudos da área da saúde, nos quais se busca estimar a fração de indivíduos que nunca apresentarão a falha, ou seja, a fração de curados (Boag, 1949; Berkson; Gage, 1952). Macdonald (1996) destaca a aplicabilidade desses modelos no contexto atuarial, especialmente para a estimação de eventos de transição de estados, como a passagem de válido para inválido, em cenários com censura significativa, permitindo uma análise mais precisa da exposição ao risco e do tempo até a ocorrência do evento.

Nesse contexto de crítica à aderência de tábuas de entrada em invalidez, bem como da possibilidade de uso metodologias alternativas em busca de uma melhor estimação da referida premissa, questiona-se: **qual o impacto do uso do modelo de sobrevivência de longa duração, comparativamente ao uso de uma tábua teórica Álvaro Vindas, sobre a estimação do risco de invalidar-se?**

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Analisar qual o impacto do uso do modelo de sobrevivência de longa duração, comparativamente ao uso de uma tábua teórica Álvaro Vindas, sobre a estimação do risco de invalidar-se.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar a presença de servidores públicos federais não suscetíveis à entrada em invalidez por meio do estimador não paramétrico de Kaplan-Meier;
- Estimar a função de sobrevivência referente à entrada em invalidez por meio de um modelo paramétrico de sobrevivência de longa duração;
- Comparar o desempenho do modelo de longa duração estimado, em relação à tábua Álvaro Vindas, com os dados observados de entrada em invalidez do grupo sob análise, por meio de testes de aderência e métricas de erros.

1.3 Justificativa

As premissas atuariais são instrumentos utilizados para o cálculo do custeio de planos de benefícios. Por meio delas, busca-se obter estimativas para as provisões matemáticas, responsáveis por garantir a sustentabilidade de um plano. A utilização de premissas não aderentes à realidade compromete o equilíbrio financeiro e atuarial do ente em questão, podendo ocasionar déficit ou superávit (Pinheiro, 2005; Rodrigues, 2012).

As tábuas usualmente utilizadas como premissas para entrada em invalidez são antigas (Pinheiro, 2005). Em especial, a tábua Álvaro Vindas destaca-se pela sua incapacidade de refletir o comportamento biométrico, comprometendo, assim, o cálculo das provisões matemáticas, como foi evidenciado pelas pesquisas de Duarte (2013) e Nishizawa, Vasconcelos e Gomes (s.d.). Diante desse contexto, a justificativa central deste trabalho fundamenta-se na necessidade evidente de se buscar uma estimativa que melhor reflita o comportamento da entrada em invalidez da massa de segurados analisada.

Ao contrário de eventos inevitáveis, a invalidez é um risco probabilístico que não atingirá a totalidade dos segurados. Modelos que ignoram essa distinção epistemológica tendem a produzir análises atuariais irrealistas. Para corrigir essa distorção, recomenda-se a aplicação de Modelos de Sobrevivência de Longa Duração (Boag, 1949; Berkson; Gage, 1952). Esta ferramenta é estatisticamente desenhada para cenários com alta proporção de "imunes", que, neste contexto previdenciário, não indica resistência biológica, mas uma sobrevivência institucional de indivíduos que deixam a exposição ao risco por razões administrativas, garantindo assim estimativas de risco mais assertivas.

Portanto, por meio deste estudo, busca-se contribuir academicamente e mercadologicamente para o tema, diante da lacuna literária citada por Gomes (2008).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Invalidez como um seguro social

A preocupação quanto ao seguro que trata da invalidez surgiu durante a Revolução Industrial, devido à constante exposição dos trabalhadores a riscos decorrentes de suas atividades. Teve origem conhecida na Alemanha, Inglaterra e Áustria, foi objeto de seguro nos países europeus desenvolvidos no final do século XVIII e no início do século XIX, e passou a ser uma preocupação de sindicatos e governos na década de 1930. Ainda nessa época, o atuário brasileiro Clodoveu de Oliveira realizou estudos a respeito do assunto, os quais foram adotados pelo governo brasileiro no ano de 1935 (Cordeiro Filho, 2014).

O conceito de invalidez vem se modificando ao longo dos anos. No século passado, sua percepção decorria de uma clara notoriedade visual de incapacidade extrema. No entanto, com o passar do tempo, a invalidez passou a ser compreendida sob princípios menos severos, modificando, assim, o conceito até então adotado (Rodrigues, 2012).

Existe uma clara dificuldade quanto à mensuração do risco de invalidez, pois sua apuração depende da informação precisa sobre quando uma pessoa é, ou não, considerada inválida (Rodrigues, 2012). Além disso, os fatores necessários para elegibilidade dependem das regras de cada plano de benefício (Corrêa, 2018).

De modo geral, trata-se a invalidez como um estado de deficiência física ou mental que reduz ou retira totalmente, de forma temporária ou permanente, a capacidade laborativa do inscrito no plano de benefícios (Póvoas, 1991). Como premissa atuarial, busca representar a influência da taxa de invalidez dos participantes do plano de benefícios no cálculo das provisões matemáticas (Rodrigues, 2012).

No contexto da seguridade social no Brasil, a proteção contra a incapacidade permanente constitui um dos direitos constitucionais financiados por toda a sociedade, destinado a assegurar o bem-estar da população por meio do acesso à saúde, assistência social e previdência social. A previdência social opera mediante contribuição e assegura aos seus beneficiários os meios indispensáveis de manutenção em situações como incapacidade, idade avançada, tempo de serviço, desemprego involuntário, encargos de família e reclusão ou morte de quem dependiam economicamente (Brasil, 1991).

O benefício por incapacidade permanente é um dos principais mecanismos de proteção

social previstos pela Lei n.º 8.213/1991, que rege os Planos de Benefícios da Previdência Social. Esse benefício é destinado ao segurado que, recebendo ou não o auxílio-doença, se torna permanentemente incapaz para o trabalho, sem possibilidade de reabilitação para outra atividade que lhes garanta sustento, desde que o período de carência mínimo tenha sido cumprido. O pagamento é mantido enquanto a condição de incapacidade persistir (Brasil, 1991).

A carência corresponde ao número mínimo de contribuições mensais exigidas para que o segurado adquira o direito ao benefício. Para a aposentadoria por incapacidade permanente, a exigência é de 12 contribuições mensais, com algumas exceções importantes. A concessão do benefício independe de carência em casos de acidente de qualquer natureza, doença profissional ou doença do trabalho, além de certas doenças graves listadas por ato conjunto dos Ministérios da Saúde e da Previdência Social, que são atualizadas periodicamente com base em critérios como estigmatização, mutilação ou deficiência grave (Brasil, 1991).

A perícia médica do INSS pode estabelecer a natureza acidentária da incapacidade ao constatar uma relação entre a atividade laboral e a enfermidade que causou a incapacidade, utilizando como referência a Classificação Internacional de Doenças (CID). Esse procedimento permite o reconhecimento automático de que a doença está relacionada ao trabalho, mesmo na ausência de um acidente típico, o que facilita o acesso ao benefício em condições especiais (Brasil, 1991).

Ressalta-se que a concessão do benefício por incapacidade permanente não é definitiva automaticamente. O segurado pode ser convocado pelo INSS para novas perícias periódicas, com o objetivo de reavaliar a persistência da condição de incapacidade. Se for verificada a recuperação da capacidade laboral, o benefício pode ser suspenso ou cancelado (Brasil, 1991).

As regras se estendem também aos Regimes Próprios de Previdência Social, conforme a Portaria MTP n.º 1.467, de 2 de junho de 2022 (Brasil, 2022).

2.1.1 Fundamentos

As definições sobre o que é considerado doença e sua duração são, em grande parte, convencionais e subjetivas (Rodrigues, 2012; Corrêa, 2018). No entanto, para fins de seguros contra doenças, torna-se necessário estabelecer critérios objetivos que permitam a mensuração do risco.

Em termos estatísticos e atuariais, o conceito de “expostos” refere-se à quantidade de tempo em que os indivíduos estão sujeitos ao risco de adoecer, o que possibilita o cálculo da

duração média das doenças e a análise da dispersão desses tempos (Cordeiro Filho, 2014).

Com base nessas informações, são construídas as tábuas de morbidade, que devem refletir a probabilidade de exposição às enfermidades ao longo do ano, considerando os dias efetivamente vividos sob condição de doença. As primeiras tábuas foram desenvolvidas por pesquisadores como Moser, Dumas, Kinkelin, Hubbard e Laffite, além de estudiosos ingleses (Cordeiro Filho, 2014). Sendo as probabilidades relacionadas a morbidade uma métrica relevante quando se trata de transição de estados como a passagem de válido para inválido (De Giovanni *et al.*, 2025).

De acordo com Rodrigues (2012), o uso das tábuas de entrada em invalidez se consolidou, na prática, mais pela escassez de opções disponíveis do que por fundamentos científicos sólidos. Essas tábuas geralmente não consideram o perfil do mercado de trabalho coberto pelos planos previdenciários nem a temporalidade dos eventos de invalidez. Ainda que se reconheça a alta volatilidade nas taxas de entrada em invalidez e a maior estabilidade nas taxas de recuperação, esses fatores são pouco considerados na mensuração do risco.

No Brasil, a tábua de entrada em invalidez mais amplamente utilizada é a Tábua de Álvaro Vindas, tanto pelos Regimes Próprios de Previdência Social (Duarte, 2013) quanto por fundos de pensão (Pinheiro, 2007; Mello Filho; Santos Júnior, 2024).

A Tábua de Entrada em Invalidez que leva o nome de seu autor, Álvaro Vindas, não possui origem brasileira, mas sim centro-americana, e representa um dos exemplos mais proeminentes de premissas importadas que se tornaram pilares da regulamentação atuarial nacional. A tábua de invalidez foi desenvolvida e elaborada em 1957. Este trabalho pioneiro foi conduzido para o Departamento Atuarial e Estatístico da Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS), na Costa Rica (Pinheiro, 2007).

No Brasil, a tábua é estabelecida como o piso mínimo aceitável para a taxa de entrada em invalidez nos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) (Brasil, 2022).

2.1.2 Escolha e uso de tábuas

O cálculo atuarial, uma ferramenta utilizada no estudo dos produtos do segmento vida, é caracterizado pela sua aleatoriedade, pois está condicionado à ocorrência ou não ocorrência de um determinado evento biométrico, como a sobrevivência, a morte ou a invalidez. A partir das incertezas admitidas, precisa-se manter o princípio da equivalência atuarial, que determina o equilíbrio entre prêmios e benefícios. Para isso, são assumidos pressupostos referentes à taxa de juros e às probabilidades associadas a eventos biométricos (Gomes, 2024), dentre eles, a

entrada em invalidez.

O estudo sobre a probabilidade de invalidez é útil para diversas áreas. Nos seguros sociais, por exemplo, o fim da atividade laborativa por invalidez encerra o período de pagamentos das contribuições e inicia os pagamentos do benefício, afetando, assim, as provisões matemáticas do plano de benefícios (Corrêa, 2018).

A influência da taxa de invalidez dos participantes do plano de benefícios é uma premissa atuarial que atua como um decremento, ou seja, um dos fatores de risco que incide simultaneamente com outros, chamados de riscos competitivos (Corrêa, 2018; Rodrigues, 2012).

Devido a sua difícil estimação, procedimentos simplificados de cálculo são utilizados frequentemente, pois modelos atuariais mais aprimorados dependem de dados estatísticos, os quais dificilmente estão disponíveis. Dentre as alternativas mais simples, tem-se a possibilidade de adotar tábuas de populações que tenham experiências similares (Corrêa, 2018), as chamadas tábuas teóricas.

Assim, tem-se que a falta de dados observados sobre a ocorrência de invalidez (Duarte, 2013), em conjunto com uma base de dados validada por testes de hipótese, ratificam o uso de tábuas teóricas (Dias, 2014).

Embora o procedimento de validação das tábuas teóricas seja necessário, as fontes alertam que o uso de tábuas de mercado que não refletem a realidade é inadequado, mesmo que sejam as únicas opções (Nishizawa; Vasconcelos; Gomes, s.d.).

Como alternativa, a construção de tábuas de experiência própria, baseadas em dados específicos da população analisada, permite a criação de premissas atuariais que representem com maior acurácia o comportamento da massa de segurados (Dias, 2014).

2.2 Estudos anteriores

Alguns estudos têm abordado a temática da entrada em invalidez no contexto previdenciário e atuarial. Apesar de cada um possuir objetivos e metodologias específicos, todos convergem para a importância de utilizar-se hipóteses biométricas aderentes à realidade observada.

A discussão sobre os riscos de premissas inadequadas foi abordada por Pinheiro (2005), que avaliou os riscos demográficos e atuariais em planos de benefício definido e de contribuição definida, aplicando testes de aderência para hipóteses demográficas, incluindo a entrada em invalidez. Assim, comparou tábuas de decremento simples e múltiplos decrementos e constatou que a Light Média, adotada como hipótese para invalidez, mostrou-se inadequada devido a

distorções no RGPS. O estudo evidenciou que probabilidades mais elevadas de entrada em invalidez elevam as reservas necessárias e que hipóteses demográficas bem calibradas são essenciais para o equilíbrio atuarial.

Seguindo essa linha, Gomes (2008) se debruçou sobre a construção de uma tábua de entrada em aposentadoria por invalidez, com foco no Regime Geral da Previdência Social (RGPS), utilizando dados de 1999 a 2002. A autora calculou e suavizou as taxas de entrada, considerando riscos competitivos com outros benefícios, e comparou os resultados com tábuas amplamente usadas, como Álvaro Vindas e IAPB-57. O estudo revelou que essas tábuas de mercado se distanciaram da experiência real, especialmente após os 45 anos, e que a tábua construída para o RGPS refletia de forma mais fiel o comportamento dos segurados, alertando para os riscos financeiros de adotar hipóteses desatualizadas.

Já o trabalho de Duarte (2013) analisou a influência da utilização da tábua mínima Álvaro Vindas, proposta pelo Ministério da Previdência Social, para a aferição de sinistros por invalidez e dos efeitos sobre as provisões matemáticas em Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) de pequeno porte. Por meio de pesquisa exploratória, com análise documental de Demonstrativos de Resultado de Avaliação Atuarial (DRAA) e simulações em Excel para uma massa teórica de 400 segurados, o autor comparou resultados obtidos com três tábuas biométricas de entrada em invalidez. Constatou-se que o uso da tábua mínima tende a gerar provisões subestimadas, uma vez que simulações com tábuas como RGPS e IAPB-57 Forte resultaram em aumentos expressivos das provisões, evidenciando a necessidade de adotar hipóteses mais condizentes com a realidade.

Oliveira (2016) focou na aplicação de testes de aderência para tábuas de entrada em invalidez, utilizando funções desenvolvidas em R para gerar populações simuladas com base na PNAD de 2011. Por meio do cálculo do Desvio Relativo Quadrático Médio (DQM), comparou probabilidades esperadas e observadas, apontando que a tábua com menor DQM é a mais aderente. Embora os resultados específicos não tenham sido detalhados, o trabalho reforça a importância de medir estatisticamente a adequação das hipóteses biométricas utilizadas.

No contexto dos fundos de pensão, Mello Filho e Santos Júnior (2024) analisaram o desequilíbrio técnico-atuarial em planos de Benefício Definido, destacando o papel das tábuas de entrada em invalidez entre as variáveis influentes. Em especial, a Tábua de Entrada em Invalidez Álvaro Vindas recebeu atenção por sua utilização e impacto sobre os resultados. Em 2003, era empregada em cerca de 29% dos planos de benefícios de fundos de pensão no Brasil

e, na amostra de 219 planos analisados em 2020, manteve-se entre as quatro mais utilizadas. A tábua, junto da TASA-1927, foi mais associada a superávits, enquanto tábuas como LIGHT e RRB-1994 mostraram maior incidência de déficits, sendo indicada para planos que buscam maior prudência financeira. Esses achados reforçam que, apesar de seu uso consolidado, a Álvaro Vindas exige avaliação crítica antes de ser mantida como hipótese padrão.

Ampliando a perspectiva para o cenário internacional, a modelagem da incapacidade pode ser abordada por meio de modelos de transição entre múltiplos estados de saúde, que analisam a invalidez como parte de um processo dinâmico. O trabalho de Park e Sherris (2023), por exemplo, utilizou um modelo de múltiplos estados (saudável, incapacitado, doente, etc.) para concluir que o aumento da expectativa de vida é vivido predominantemente em condições de saúde debilitada.

Em uma linha de aprimoramento metodológico, o estudo de De Giovanni *et al.* (2025) demonstrou que a escolha da abordagem para modelar essas transições é crucial, ao provar que um modelo semi-Markoviano — que considera o tempo de permanência em cada estado — se ajusta significativamente melhor aos dados e evita distorções severas nas probabilidades de transição. Ambos os estudos, portanto, reforçam a importância de não tratar a invalidez como um evento isolado e sublinham o impacto da escolha de um arcabouço metodológico robusto para modelar as transições entre diferentes estados de saúde ao longo do tempo.

3 METODOLOGIA

Este capítulo descreve o delineamento metodológico que será utilizado para analisar o efeito do uso do modelo de sobrevivência de longa duração sobre a premissa de entrada em invalidez, em comparação com as tábuas teóricas tradicionais. A estruturação dos procedimentos, desde a classificação da pesquisa até a análise dos dados, foi fundamentada nos preceitos da obra Metodologia do Trabalho Científico (Prodanov; Freitas, 2013), visando garantir o rigor e a sistematicidade necessários para responder à questão central da investigação. Além disso, os procedimentos metodológicos propostos foram realizados no *software* R Core Team (2025).

3.1 Tipos de pesquisa, universo, amostra e coleta de dados

Para atender aos objetivos propostos, a pesquisa foi delineada conforme as seguintes classificações:

- Quanto à sua natureza: a pesquisa é classificada como aplicada, pois objetiva gerar conhecimentos práticos voltados à solução de um problema específico do campo atuarial: a aderência das premissas de entrada em invalidez.
- Quanto aos seus objetivos: caracteriza-se como uma pesquisa explicativa, pois busca identificar e explicar o impacto da aplicação de um modelo de sobrevivência de longa duração em comparação com tábuas teóricas, sobre a capacidade de captar o comportamento da entrada de invalidez do grupo sob análise, aprofundando o conhecimento da realidade ao investigar “o porquê das coisas”.
- Quanto à abordagem do problema: a pesquisa adota uma abordagem quantitativa, pois traduz em números o comportamento da massa de segurados para analisar as probabilidades de entrada em invalidez e as funções de sobrevivência, requerendo o uso de recursos e técnicas estatísticas para a modelagem dos dados.

Define-se o universo teórico da pesquisa como o conjunto dos servidores públicos da União. A análise proposta se deu a partir de dados longitudinais que acompanham a trajetória funcional e previdenciária de uma amostra representativa desses servidores. A base de dados utilizada, correspondente aos registros previdenciários do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União, foi formalmente solicitada ao Ministério da Gestão e da Inovação em Serviços Públicos (MGI).

Contudo, é imperativo estabelecer a delimitação clara desta amostra e as limitações inerentes à base de dados fornecida. Os registros cedidos pelo MGI não representam a totalidade dos servidores ativos e inativos da União, visto que a extração abrange recortes específicos de bases cadastrais vinculadas ao sistema central de gestão de pessoas do Poder Executivo Federal. Especificamente, os dados fornecidos e analisados neste estudo contemplam exclusivamente os seguintes agrupamentos de órgãos e carreiras:

- **Ministérios e Órgãos Superiores:** Advocacia-Geral da União (AGU), Controladoria-Geral da União (CGU), Presidência e Vice-Presidência da República, além dos Ministérios da Agricultura e Pecuária; Ciência, Tecnologia e Inovação; Cultura; Defesa; Educação (MEC); Fazenda; Gestão e Inovação em Serviços Públicos (MGI); Igualdade Racial; Justiça e Segurança Pública; e Saúde.
- **Universidades e Institutos Federais:** Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ) e de Minas Gerais (CEFET-MG), Colégio Pedro II, Institutos Federais (IFAL, IFB, IFSC), Universidades Federais (UFMG, UFRJ, UNIFESP) e demais instituições educacionais vinculadas.
- **Agências e Autarquias:** Agências Reguladoras (ANAC, ANEEL, ANATEL, ANVISA), Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).

A delimitação temporal da amostra compreende o período de 01/01/1970 a 31/12/2024. Este intervalo foi estabelecido criteriosamente para atender aos objetivos deste estudo, desconsiderando registros anteriores ao ano de 1970 devido à ausência de dados representativos sobre a entrada em invalidez no período. O limite final da amostra foi fixado em dezembro de 2024 por configurar o ano mais recente com ciclo de dados completo.

Além da delimitação geral, a base de dados foi segmentada em períodos de treino e de teste para viabilizar as etapas de validação da metodologia proposta. O período de treino compreendeu o intervalo de 01/01/1970 a 31/12/2000, enquanto o período de teste abrangeu de 01/01/2001 a 31/12/2024.

A justificativa para essa divisão fundamentou-se no objetivo de utilizar o maior histórico possível para o ajuste do modelo, garantindo, simultaneamente, uma janela de teste suficientemente robusta. Optou-se por um período de teste extenso para assegurar que a validação das estimativas não fosse enviesada por flutuações sazonais ou comportamentos atípicos de

curto prazo (altas ou baixas extremas no número de ocorrências). Essa estratégia permitiu testar a robustez e a aderência do modelo frente a diferentes ciclos e oscilações observadas no comportamento da massa de segurados.

3.2 Variáveis utilizadas

Para a obtenção do objeto principal da análise de sobrevivência, é necessário identificar os tempos de falha e de censura. Para tal, foram utilizadas as variáveis detalhadas no quadro a seguir:

Quadro 1 - Variáveis para Tempo decorrido até ocorrência de falha ou censura

Variável	Tipo	Descrição
Data de nascimento	Data	Base para cálculo da idade.
Data da inatividade	Data	Data de saída do servidor.
Data de óbito	Data	Data de falecimento.
Tipo de aposentadoria	Qualitativa	Causa da inatividade.

Fonte: Elaboração própria (2026).

Com base nessas informações, foi calculada a idade do servidor no momento do desfecho. A definição das variáveis de resposta seguiu os seguintes critérios:

1. Evento de Interesse (Falha): Ocorreu quando o servidor entrou em inatividade por motivo de incapacidade. A identificação foi realizada através da variável “tipo de aposentadoria”, considerando as nomenclaturas “invalidez” e “incapacidade”, em conformidade com a EC nº 20 (Brasil, 1998) e a EC nº 103 (Brasil, 2019).
2. Censura: Observada quando o servidor sai da observação sem apresentar inatividade por invalidez/incapacidade.

Adicionalmente, investigou-se a idade em função de covariáveis categóricas, buscando verificar se há evidências de diferenças significativas entre os grupos comparados. As variáveis utilizadas estão dispostas no Quadro 2.

Quadro 2 - Variáveis de grupos categóricos

Variável	Tipo	Descrição
Sexo	Qualitativa	Informa o sexo do servidor.
Estado civil	Qualitativa	Indica a situação conjugal.
Escolaridade	Qualitativa	Indica o nível de instrução formal.
Natureza jurídica	Qualitativa	Classifica o regime jurídico da instituição ou vínculo.

Fonte: Elaboração própria (2026).

As variáveis selecionadas para compor a análise estão detalhadas no Quadro 2, abrangendo aspectos demográficos e funcionais dos servidores. A inclusão desses fatores qualitativos — como sexo, estado civil, escolaridade e natureza jurídica — permite uma investigação mais profunda sobre o impacto de cada característica sobre a probabilidade e o tempo de ocorrência do evento de interesse. Dessa forma, a análise não apenas descreve a amostra, mas busca identificar padrões que possam fundamentar conclusões sobre os diferentes perfis de risco.

3.3 Tipos de análises

A análise dos dados é quantitativa e seguiu uma sequência de procedimentos estatísticos fundamentados na Análise de Sobrevida para cumprir os objetivos específicos propostos:

1. Estimativa da função de sobrevivência (abordagem não paramétrica): inicialmente, a função de sobrevivência, isto é, a probabilidade de o servidor não se invalidar antes do tempo t , foi estimada por meio do estimador não paramétrico de Kaplan-Meier. Esta etapa resulta em uma primeira visualização da curva de sobrevivência e, principalmente, na possível identificação empírica da existência de um platô em patamar positivo, indicando a presença de uma fração de indivíduos que podem ser não suscetíveis ao evento de invalidez, o que justifica a aplicação de modelos específicos.
2. Modelagem de longa duração: com base na evidência de uma possível fração de imunes, ajustou-se um modelo de sobrevivência de longa duração (ou com fração de cura). Este modelo permite estimar, de forma mais realista, a probabilidade de um servidor nunca se invalidar (fração imune) e, separadamente, a função de sobrevivência para o grupo de servidores que estão efetivamente suscetíveis ao risco de invalidez.
3. Teste de aderência e análise comparativa: as probabilidades de entrada em invalidez obtidas por meio do modelo de longa duração foram comparadas com as probabilidades da tábua teórica Álvaro Vindas e com os eventos efetivamente observados na base de dados. Realizaram-se testes de aderência para verificar qual das abordagens se ajusta melhor à realidade do grupo estudado, permitindo, assim, concluir sobre os efeitos da utilização de cada modelo e responder ao problema central da pesquisa.

3.3.1 Análise descritiva

Antes de proceder à modelagem de sobrevivência, realizou-se uma análise descritiva dos dados com o objetivo de caracterizar o perfil da população de servidores públicos da União.

Esta etapa consistiu no cálculo de frequências absolutas e relativas de censuras e falhas. Para a variável contínua (tempo) foram apuradas medidas de tendência central (média, mediana) e de dispersão (desvio padrão, quartis). A análise foi complementada por gráficos, para visualizar os dados e identificar padrões relevantes.

3.3.2 Análise de sobrevivência

Esta seção apresenta os fundamentos da Análise de Sobrevivência, partindo de sua definição e das funções básicas de sobrevivência e de risco. Em seguida, discutem-se as abordagens não paramétricas e paramétricas de estimação, incluindo o Modelo de Longa Duração — abordagem que constitui a metodologia principal deste trabalho.

3.3.2.1 *Definição*

A Análise de Sobrevivência é um ramo da estatística voltado ao estudo de dados que envolvem o tempo até a ocorrência de um evento de interesse (Barros, 2014). Seu principal objetivo é modelar e interpretar os tempos até que determinado evento ocorra, considerando as particularidades dos dados (Pinheiro, 2024).

Consolidada a partir da segunda metade do século XX, a Análise de Sobrevivência ganhou destaque nas últimas décadas, impulsionada tanto pelo avanço das técnicas estatísticas quanto pelo progresso computacional, que possibilitou a aplicação prática de modelos mais sofisticados (Colosimo; Giolo, 2006; Borges, 2014).

Para a análise de sobrevivência, é necessário definir o evento de interesse ou falha, que corresponde ao desfecho específico que se deseja estudar, como a morte ou aposentadoria por invalidez (Stella, 2022). O evento de interesse deve ser claramente definido de forma objetiva e precisa antes do início do estudo, a fim de garantir consistência na coleta e na análise dos dados (Colosimo; Giolo, 2006).

A observação até a ocorrência desse evento de interesse retorna o tempo até o evento, que é a variável resposta central na Análise de Sobrevivência (Claudino; Oliveira, 2013). Essa variável é geralmente contínua, não negativa e pode ser expressa em diferentes unidades de tempo, como dias, meses ou anos (Colosimo; Giolo, 2006).

3.3.2.2 Censuras

A principal característica dos dados de sobrevivência é a possibilidade da presença de censura (Barros, 2014). Censura ocorre quando a observação do tempo de interesse é parcial ou incompleta (Colosimo; Giolo, 2006). Isso significa que não se conhece o tempo exato de ocorrência do evento, mas se tem alguma informação sobre ele – por exemplo, que o evento não ocorreu até um certo ponto (Colosimo; Giolo, 2006).

A censura em estudos de sobrevivência está presente quando o acompanhamento de um indivíduo é interrompido antes da ocorrência do evento de interesse. Isso pode acontecer por diversos motivos, como o encerramento do estudo antes que todos os participantes experimentem o evento, a perda de contato com o indivíduo, a saída voluntária do estudo ou ainda a ocorrência de um evento que impede a continuação do acompanhamento, mas que não está relacionado diretamente ao evento em análise, como o óbito quando se está observando a entrada em invalidez de um indivíduo (Colosimo; Giolo, 2006; Barros, 2014; Borges, 2014).

O Quadro 3 apresenta a classificação de censuras conforme descrito por Colosimo e Giolo (2006).

Quadro 3 - Classificação de Censuras

Classificação	Descrição
Censura à Direita Tipo I	Ocorre quando o estudo possui um tempo de término previamente estabelecido. Todos os indivíduos que não apresentarem o evento até esse tempo são considerados censurados.
Censura à Direita Tipo II	Ocorre quando o estudo é finalizado quando um número previamente definido de eventos ocorre. Os demais indivíduos que não apresentarem o evento até esse ponto são censurados.
Censura à Direita Aleatória (ou Censura Não Planejada)	Ocorre quando os tempos de censura variam aleatoriamente entre os indivíduos, por razões como mudança de cidade, desistência voluntária, morte por outra causa ou encerramento do estudo com o participante ainda sem o evento.
Censura à Direita Não Informativa	Ocorre quando o motivo da censura não está relacionado ao risco do evento. Ou seja, um indivíduo censurado é representativo dos que permaneceram no estudo com características semelhantes.
Censura à Esquerda	Indica que o evento ocorreu antes do início da observação, mas o tempo exato não é conhecido. Sabe-se apenas que ele ocorreu em algum momento anterior ao tempo em que o indivíduo foi incluído no estudo.
Censura Intervalar	O evento ocorreu em algum momento dentro de um intervalo de tempo conhecido, mas o instante exato é desconhecido.

Fonte: Elaboração própria (2025), a partir de Colosimo e Giolo (2006).

Apesar de incompletas, essas observações censuradas são valiosas para a análise, pois trazem informações sobre o tempo de sobrevivência observado até o momento da censura (Colosimo; Giolo, 2006). Desconsiderá-las pode gerar estimativas distorcidas e conclusões viesadas, comprometendo a validade dos resultados do estudo (Pinheiro, 2024).

Assim, a análise de sobrevivência é responsável pela análise dos tempos de falha em contextos de censura. Especificando-se esse tempo, tem-se a variável aleatória, o tempo até a falha, comumente descrita na análise de sobrevivência por meio de sua função de sobrevivência ou da função de risco. A seguir, apresentam-se essas duas funções.

3.3.2.3 Funções básicas de sobrevivência

Considere T como uma variável aleatória não negativa e contínua que representa o tempo de falha de um componente.

A função que descreve a distribuição da probabilidade de falha no instante t é dada pela Função Densidade de Probabilidade $f(t)$ que deve satisfazer às seguintes condições:

-Não negatividade: $f(t) > 0$ para todo $t \geq 0$.

-Normalização: A integral da função em todo o domínio deve ser igual a 1, o que significa que a probabilidade total de a falha ocorrer em algum momento é 1.

Conforme a equação 1:

$$\int_0^{\infty} f(u) du = 1 \quad (1)$$

A função $F(t)$ representa a probabilidade de a falha ocorrer até (ou no máximo) o tempo t .

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u) du \quad (2)$$

A função de sobrevivência, que representa a probabilidade de um indivíduo sobreviver além de um certo tempo t , ou seja, a probabilidade de o evento de interesse não ocorrer em pelo menos t unidades de tempo, sendo complemento da $F(t)$ (Colosimo; Giolo, 2006), conforme a equação 3.

$$S(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t) \quad (3)$$

No início de uma observação, ou seja, no início do estudo, quando o tempo é zero, todos

os indivíduos ainda estão “vivos” ou não experimentaram o evento. A chance de sobreviver até esse ponto é 100% (Barros, 2014), isto é:

$$S(0) = 1 \quad (4)$$

Na análise de sobrevivência tradicional, assume-se que, se um indivíduo for observado por um tempo suficientemente longo, o evento de interesse (falha) acabará por ocorrer. Isso significa que a curva de sobrevivência, que representa a probabilidade de o evento não ter ocorrido até um certo tempo, tende a zero quando t tende ao infinito. Por dedução, com o passar de um tempo muito longo, a chance de um indivíduo continuar sem sofrer o evento tende a zero, ou seja, todos eventualmente passarão por ele (Pinheiro, 2024). Isso quer dizer que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0 \quad (5)$$

A $h(t)$ é definida como a taxa de falha instantânea no tempo t , condicionada à sobrevivência até esse instante.

$$h(t) = \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} p(t \leq T, t + \Delta t \mid T \geq t)}{\Delta t} \quad (6)$$

Usando as relações de probabilidade condicional e a conexão integral/derivada, a $h(t)$ pode ser expressa de forma mais prática em termos de $f(t)$ e $S(t)$:

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (7)$$

3.3.2.4 O estimador de Kaplan-Meier

O estimador de Kaplan-Meier, também conhecido como estimador produto-limite, é uma método estatístico não paramétrico para a análise de sobrevivência. Foi proposto por Kaplan e Meier em 1958 e rapidamente se tornou um dos métodos mais utilizados, especialmente em estudos clínicos (Stella, 2022).

O estimador de Kaplan-Meier é construído a partir de uma função em escada, com “degraus” ou “saltos” ocorrendo nos momentos em que uma falha é observada. Ele considera tanto os intervalos de tempo quanto os eventos de falha distintos na amostra (Colosimo; Giolo, 2006).

Este estimador é definido pela expressão 8:

$$\hat{S}(t) = \prod_{j:t_j < t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right) \quad (8)$$

onde, t representa o tempo de sobrevivência; t_1, t_2, \dots, t_k são os tempos distintos e ordenados de falha; d_t indica o número de falhas no tempo t_j ; n_j representa o número de indivíduos sob risco em t_j , ou seja, são os indivíduos que não falharam e não foram censurados até o instante imediatamente anterior a t_j .

Mesmo sendo não paramétrico, KM ainda se baseia no princípio da máxima verossimilhança. Kaplan e Meier (1958) demonstraram que a expressão do KM é, de fato, o estimador de máxima verossimilhança da função de sobrevivência sem assumir uma forma funcional específica para ela (Colosimo; Giolo, 2006).

Em vez de estimar um número limitado de parâmetros para uma distribuição, ele estima a probabilidade de sobrevivência em cada ponto de tempo em que uma falha ocorre (Crestani Filho, 2023), maximizando a probabilidade de observar exatamente aqueles eventos (falhas e censuras) nos tempos registrados. Por isso, é uma ferramenta empírica e visual importante para diagnosticar a possível existência de uma “fração de cura” dentro de um conjunto de dados.

Se a curva de sobrevivência estimada pelo estimador de Kaplan-Meier apresentar um platô em um patamar positivo à medida que o tempo avança, isso é um indicativo empírico da presença de uma ‘fração de cura’ (Stella, 2022).

3.3.2.5 *Teste Log-Rank*

O Teste de Log-Rank é um método não paramétrico padrão (proposto por Mantel em 1966) utilizado para a comparação longitudinal de dados de tempo até o evento. Esse teste serve para descobrir se o tempo até que um evento aconteça é estatisticamente diferente entre dois ou mais grupos (Colosimo; Giolo, 2006).

Formalmente, o teste avalia a hipótese nula de que, para todo t , não há diferença entre as funções de risco (λ) das populações comparadas: $H_0 : \lambda_1(t) = \lambda_2(t) = \dots = \lambda_k(t)$.

Esta premissa assume que o risco de ocorrência do evento é idêntico em todos os estratos durante todo o período de acompanhamento. Para testar essa hipótese, o método avalia cada instante discreto em que ocorre pelo menos uma falha (evento). Em cada um desses tempos, calcula-se o número de indivíduos ‘em risco’ e compara-se o número de eventos observados com o número de eventos esperados, assumindo que todos os grupos possuem a mesma chance de falha (Carvalho *et al.*, 2011).

A estatística global do teste é obtida agregando essas diferenças ao longo de todo o período de acompanhamento e segue uma distribuição Qui-quadrado.

Por fim, a rejeição de H_0 indica que pelo menos uma curva difere significativamente das demais em algum ponto da série temporal (Colosimo; Giolo, 2006).

3.3.2.6 O modelo de mistura padrão

Diferente da abordagem clássica da análise de sobrevivência, que presume que a falha para o evento de interesse é inevitável, em muitos cenários práticos, o modelo de longa duração assume que uma fração da população pode ser imune ao evento de interesse (ou “curada”), ou seja, o evento nunca ocorrerá para esses indivíduos. Em outros termos, tem-se que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) > 0 \quad (9)$$

Nesse caso, a função de sobrevivência para a população total não converge para zero, mas sim para um platô positivo, diferente de zero, que representa a proporção de indivíduos curados ou imunes ou não suscetíveis ao evento (Pinheiro, 2024).

Uma das principais classes consolidadas na literatura para modelar a fração de cura é o modelo de mistura padrão (Pinheiro, 2024). Proposto inicialmente por Boag (1949), Berkson e Gage (1952), o modelo de mistura padrão é mais realista para os casos em que há a presença de imunes, porque reconhece e formaliza a existência de duas subpopulações distintas dentro dos dados: uma parte da população é “suscetível”; a outra parte é “não suscetível” (Stella, 2022).

A formalização matemática dessa dualidade é realizada por meio de uma variável aleatória latente, ou seja, não observada diretamente, denotada por M , que segue a mais simples das distribuições de probabilidade: a distribuição de Bernoulli. Uma variável de Bernoulli descreve um experimento com apenas dois resultados possíveis, que, no contexto deste modelo, são interpretados da seguinte forma (Pinheiro, 2024):

- $M = 0$: representa a ausência de causas que levariam o indivíduo a experimentar o evento. Tal indivíduo é, portanto, considerado “curado” ou “imune”. A probabilidade de ocorrência deste evento é a fração de cura, denotada por $P(M_i = 0) = p_0$.
- $M = 1$: representa a presença de uma ou mais causas que tornam o indivíduo suscetível ao evento. A probabilidade associada a este resultado é $P(M_i = 1) = 1 - p_0$.

O modelo de mistura padrão é formulado como uma combinação (mistura) dessas duas

subpopulações. Ele é tipicamente representado pela função de sobrevivência populacional que é uma média ponderada das funções de sobrevivência dos dois grupos (Stella, 2022).

$$S_{pop}(t) = \theta + (1 - \theta)S(t) \quad (10)$$

Em que:

- Sendo $\theta = p_0$ a proporção de um indivíduo ser “curado” ou “imune” ao evento.
- $(1 - \theta)$ é a proporção de pessoas em risco.
- $S(t)$ é a função de sobrevivência para os indivíduos suscetíveis (aqueles que estão realmente em risco). Esta é uma função de sobrevivência “própria”, que tende a zero quando o tempo tende ao infinito.

3.3.2.7 A distribuição gama generalizada e seus casos particulares

Na modelagem paramétrica de dados de sobrevivência, a escolha da distribuição de probabilidade subjacente é um passo fundamental para o sucesso das estimativas. Para a estimação do tempo de falha dos indivíduos suscetíveis no modelo de longa duração, este trabalho utiliza a distribuição Gama Generalizada (GG). Introduzida na literatura por Stacy (1962), essa distribuição destaca-se pela sua expressiva flexibilidade, sendo capaz de acomodar diversas formas de função de risco, como taxas crescentes, decrescentes, unimodais e em forma de banheira (Cox *et al.*, 2007).

Matematicamente, a distribuição Gama Generalizada é caracterizada por três parâmetros positivos: um parâmetro de escala (α) e dois parâmetros de forma (γ e k). A sua função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(t) = \frac{\gamma}{\Gamma(k)\alpha^{\gamma k}} t^{\gamma k - 1} \exp\left\{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\gamma}\right\}, \quad t > 0 \quad (11)$$

em que $\Gamma(k)$ representa a função gama, definida como $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} \exp\{-x\} dx$ (Colosimo; Giolo, 2006).

A principal vantagem metodológica na adoção da Gama Generalizada reside no fato de que ela abrange outras distribuições amplamente utilizadas na análise de sobrevivência como casos especiais, configurando-se como um modelo generalizado que abriga "modelos encaixados". Ao impor restrições matemáticas aos seus parâmetros de forma, obtêm-se as seguintes distribuições particulares:

- **Distribuição Exponencial:** Obtida quando se restringe $\gamma = 1$ e $k = 1$.
- **Distribuição de Weibull:** Obtida quando o parâmetro de forma k é restrito a 1 ($k = 1$).
- **Distribuição Gama:** Obtida quando o parâmetro de forma γ é restrito a 1 ($\gamma = 1$).
- **Distribuição Log-normal:** Apresenta-se como um caso limite da distribuição gama generalizada quando o parâmetro k tende ao infinito ($k \rightarrow \infty$), conforme demonstrado por Lawless (1980).

Essa propriedade de abrigar modelos encaixados faz com que a distribuição Gama Generalizada atue como uma ferramenta de grande utilidade estatística na decisão e discriminação entre modelos probabilísticos alternativos (Colosimo; Giolo, 2006). Esse procedimento permite definir, com rigor matemático, se um modelo mais simples (como Gama, Weibull ou Log-normal) é suficiente e adequado para descrever o tempo até a entrada em invalidez, garantindo a parcimônia e a estabilidade da fração de cura estimada sem perda de robustez na modelagem final (Yu; Peng, 2004).

Embora originalmente descrita, de forma matemática, por outros parâmetros de forma e escala, a modelagem computacional moderna (incluindo a abordagem log-linear implementada nos pacotes estatísticos utilizados neste estudo) adota uma parametrização mais conveniente. Nessa configuração, a distribuição Gama Generalizada é caracterizada por três parâmetros estruturais: um parâmetro de localização (μ), um parâmetro de escala ($\sigma > 0$) e um parâmetro de forma (Q).

3.3.3 Métodos de estimação: O método da máxima verossimilhança

Na análise de sobrevivência, a estimação dos parâmetros de um modelo probabilístico exige métodos que sejam capazes de incorporar as informações parciais provenientes das censuras. Por essa razão, métodos estatísticos tradicionais, como o de mínimos quadrados ordinários, tornam-se inadequados para estudos de tempo de vida. Diante disso, o Método da Máxima Verossimilhança apresenta-se como a opção mais apropriada e amplamente utilizada na literatura, pois incorpora naturalmente as censuras e possui propriedades ótimas para grandes amostras (Colosimo; Giolo, 2006; Carvalho *et al.*, 2011).

A premissa central do método da máxima verossimilhança é encontrar os valores dos parâmetros populacionais desconhecidos que maximizem a probabilidade de a amostra observada ter ocorrido. Em outras palavras, o estimador de máxima verossimilhança escolhe o conjunto

de parâmetros, genericamente denotado pelo vetor ψ , que melhor explica a experiência de dados observada.

A construção da função de verossimilhança para dados de sobrevivência é dividida em duas partes distintas, correspondentes às falhas e às censuras. Para os indivíduos que falharam (isto é, sofreram a entrada em invalidez), conhece-se o tempo exato t_i da ocorrência. Assim, a contribuição desses indivíduos para a função de verossimilhança é dada pela função de densidade de probabilidade, $f(t_i; \psi)$. Por outro lado, para as observações censuradas, a informação disponível é apenas de que o tempo até o evento é estritamente maior que o tempo registrado no acompanhamento. Logo, a contribuição desses indivíduos é representada pela probabilidade de sobreviver além de t_i , expressa pela função de sobrevivência, $S(t_i; \psi)$.

Dessa forma, assumindo que as observações são independentes e que o mecanismo de censura é não informativo, a função de verossimilhança $L(\psi)$ para uma amostra de tamanho n é definida pelo produto dessas contribuições individuais (Colosimo; Giolo, 2006):

$$L(\psi) = \prod_{i=1}^n [f(t_i; \psi)]^{\delta_i} [S(t_i; \psi)]^{1-\delta_i} \quad (12)$$

em que δ_i é a variável indicadora do evento, assumindo o valor 1 se t_i for um tempo de falha e 0 se t_i for um tempo censurado.

Para fins de simplificação matemática e cômputo algorítmico, é conveniente trabalhar com o logaritmo natural da função de verossimilhança, denotado por $l(\psi) = \ln L(\psi)$. Como a função logarítmica é estritamente crescente, o vetor de parâmetros ψ que maximiza $L(\psi)$ é exatamente o mesmo que maximiza $l(\psi)$.

Os estimadores de máxima verossimilhança são obtidos ao se resolver o sistema de equações formado por igualar as primeiras derivadas da função log-verossimilhança em relação a cada parâmetro a zero.

3.3.4 Modelos e uso de testes estatísticos e métricas de erro para avaliação de qualidade de ajuste

Nesta seção, detalham-se os procedimentos estatísticos para aferir a qualidade do ajuste do modelo proposto e comparar seu desempenho com a abordagem tradicional, representada pela tábua teórica de Álvaro Vindas. Para garantir o rigor metodológico desta avaliação, é fundamental distinguir três conceitos centrais que norteiam a análise dos resultados.

- Ajuste empírico: Refere-se à capacidade descritiva do modelo de espelhar o comporta-

mento dos dados brutos observados. Trata-se da proximidade visual e numérica entre as curvas estimadas e a experiência real (avaliada pela sobreposição com o estimador não paramétrico de Kaplan-Meier) e da quantificação da magnitude dos desvios por meio de métricas de erro.

- Aderência estatística: Consiste na validação matemática formal do modelo. Envolve a aplicação de testes de hipóteses e critérios de informação para confirmar, sob um rigoroso nível de significância, se a distribuição teórica assumida representa adequadamente o processo gerador dos dados populacionais.
- Utilidade atuarial: Diz respeito à viabilidade prática e regulatória de transformar o modelo estatístico em uma premissa aplicável (uma tábua biométrica). Um modelo possui utilidade atuarial quando, além de ajustado e aderente, reflete de forma coerente a dinâmica institucional e administrativa do RPPS, sendo capaz de embasar o cálculo de obrigações futuras sem gerar distorções financeiras sistêmicas.

Para estruturar a avaliação do modelo e comprovar a sua aplicabilidade, os procedimentos metodológicos foram divididos em duas grandes fases complementares

1. Fase de Ajuste e Seleção do Modelo: O objetivo desta etapa inicial é identificar a distribuição que melhor descreve o comportamento dos dados observados. O ajuste empírico é avaliado, inicialmente, de forma visual, contrapondo as funções de sobrevivência estimadas pelos modelos à curva de Kaplan-Meier (KM), a fim de verificar a capacidade do modelo em capturar o platô de estabilização. Simultaneamente, a aderência estatística é validada por meio de ferramentas formais. Utiliza-se o Teste da Razão de Verossimilhança (TRV) para discriminar modelos encaixados, verificando se as restrições impostas aos parâmetros de um modelo mais geral para obter um modelo mais simples são válidas (Silva, 2015). Suas hipóteses consistem em: Nula (H_0), em que as restrições são válidas; e alternativa (H_1), indicando que o modelo mais geral oferece um ajuste significativamente melhor. Depois de constatados os modelos adequados, a seleção final baseia-se no Critério de Informação de Akaike (AIC), que escolhe a abordagem com a menor perda de informação, permitindo comparar modelos não necessariamente encaixados (Silva, 2015).
2. Fase de Validação para a Prática Atuarial: Uma vez selecionado o modelo na fase anterior, o foco volta-se para a sua utilidade atuarial. O modelo estatístico é materializado na construção de uma tábua biométrica de entrada em invalidez, e seu desempenho é comparado

com o da tábua de mercado Álvaro Vindas. A adequação dessas tábuas frente aos dados reais é testada por meio dos testes Qui-Quadrado (χ^2) e Kolmogorov-Smirnov (KS). Para ambos, assume-se a hipótese nula (H_0) de que a estimativa é aderente, e a alternativa (H_1) de que não é. Enquanto o Qui-Quadrado compara as frequências observadas com as esperadas, o KS confronta as funções de distribuição acumulada empírica e estimada (Siegel; Castellan Jr., 2006). Adicionalmente, aplicam-se métricas de erro para quantificar a precisão preditiva de cada abordagem, medindo a magnitude média dos desvios entre as probabilidades previstas e observadas. Utiliza-se o Erro Absoluto Médio (MAE), que trata todos os erros com o mesmo peso e fornece uma interpretação direta do erro médio na mesma unidade da variável; e a Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), que calcula a raiz quadrada da média dos erros ao quadrado, penalizando de forma mais severa os grandes desvios (Chai; Draxler, 2014).

O Quadro 4 apresenta as principais formulações referentes aos tipos de análise apresentados nesta subseção.

Quadro 4 - Resumo das equações de avaliação de qualidade de ajuste

Etapa	Teste/métrica de erro	Fórmula
Validação da adequação do modelo	Teste da Razão de Verossimilhanças	$S_{RV} = 2[l(\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2; D) - l(\psi_{10}, \psi_{20})]$
	Critério de Informação de Akaike (AIC)	$AIC = 2l(\hat{\psi}; D) + 2p$
Testes de aderência	Teste Qui-Quadrado (χ^2)	$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
	Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS)	$D_{calc} = F_n(x) - F(x) $
Métricas de erro	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$
	Erro Absoluto Médio (MAE)	$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i $

Fonte: Elaboração própria (2025), adaptado de Silva (2015), Siegel e Castellan Jr. (2006), Chai e Draxler (2014).

A aplicação dos testes e métricas permite determinar o modelo mais aderente à experiência do grupo, indicando a melhor abordagem para a estimação da entrada em invalidez, de modo que seja possível observar os resultados e as conclusões dessa análise comparativa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta os resultados derivados da aplicação da metodologia proposta sobre a base de dados do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União. A análise compreende desde a exploração descritiva até a validação do modelo paramétrico de longa duração, avaliando sua aderência às estimativas observadas.

Para a obtenção dos resultados, a estratégia analítica fundamentou-se nos seguintes pontos:

a) Divisão da base e critérios de seleção:

A base de dados foi segmentada entre período de treino (01/01/1970 à 31/12/2000) e período de teste (01/01/2001 à 31/12/2024). O grupo de treinamento incluiu todos os indivíduos presentes no banco de dados durante o intervalo estipulado, sendo excluídos os óbitos ocorridos antes do início do período e os ingressos realizados após o seu encerramento.

b) Definição dos tempos de observação e eventos

Para a análise deste trabalho, foram estabelecidas duas formas distintas de mensuração do tempo de observação, fundamentadas em interpretações divergentes das saídas da observação. A distinção central entre os dois cenários é fundamental para a interpretação dos resultados.

- **Cenário 1 (Risco institucional e atuarial estrito):** Este cenário adota critérios estritamente vinculados ao período em que o servidor permanece sob risco real de entrar em invalidez. Do ponto de vista atuarial, o risco de entrada em invalidez está condicionado à permanência no serviço ativo. Parte-se do pressuposto de que, uma vez atingida a inatividade (por qualquer causa), encerra-se a observação, pois cessa a possibilidade de uma nova transição para invalidez. Assim, o Cenário 1 representa melhor a dinâmica institucional do evento, medindo o tempo apenas enquanto o risco ainda faz sentido atuarialmente. O limite de observação é determinado por três condições:
 - Caso 1: Data da inatividade para os servidores que chegam à inatividade por invalidez ou qualquer outra causa
 - Caso 2: Data do óbito para aqueles que faleceram antes de chegar à inatividade.
 - Caso 3: Data final do período de treino para os indivíduos que permaneceram vivos e ativos até o término da observação.

- Cenário 2 (Tempo total Registrado): Diferente do anterior, este cenário foi construído com um objetivo metodológico específico: avaliar se existe, nos dados, evidência de um comportamento de longo prazo compatível com a presença de uma fração de indivíduos que não experimentam o evento de invalidez. O Cenário 2 é mais coerente com a ideia de tempo total registrado no banco de dados. Aqui, uma inatividade por causa não inválida não encerra a observação; a exposição prossegue até que ocorra o desfecho morte ou o fim do estudo. Os limites de observação são definidos como:
 - Caso 1: Data da inatividade apenas para os servidores que apresentarem a inatividade por invalidez.
 - Caso 2: Data do óbito para aqueles que faleceram durante o período de treino sem apresentar invalidez prévia.
 - Caso 3: Data final do período de treino para os indivíduos que permaneceram vivos sem apresentar invalidez ou incapacidade até o término da observação.

c) Mensuração de expostos (E_x) e ocorrências (dx)

A sistematização dos dados por idade seguiu os critérios abaixo:

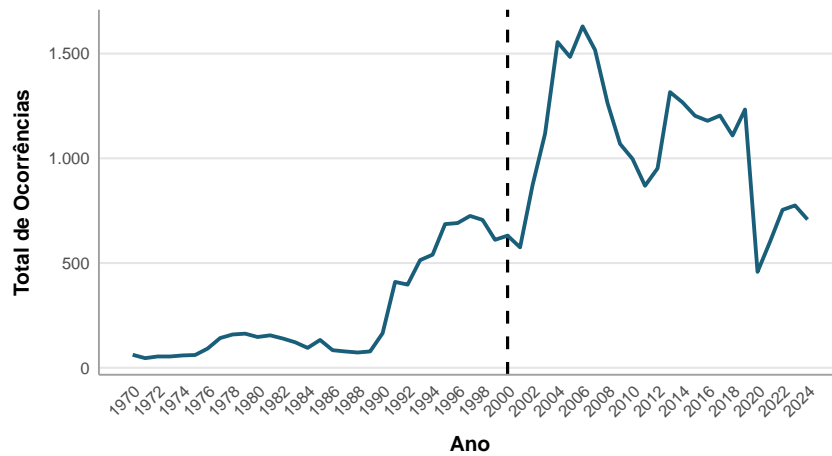
- Número de Expostos por Idade (E_x): Considerou os indivíduos que permaneceram ativos durante todo o ano civil (sem ocorrência de óbito ou inatividade por qualquer causa entre a data inicial e final de cada exercício), utilizando a idade atingida na data de fechamento do ano.
- Número de Ocorrências por Idade (d_x): Contabilizou os indivíduos que transitaram para a inatividade por invalidez/incapacidade entre a data inicial e final de cada ano, também referenciados pela idade na data final do respectivo período.

4.1 Análise descritiva e exploratória

Para dar início à análise exploratória dos dados, observou-se o objeto central da pesquisa, a concessão de aposentadorias por invalidez, visando identificar o comportamento do evento de interesse ao longo do horizonte temporal da amostra.

A Figura 1 apresenta a distribuição anual do número absoluto de ocorrências de invalidez, abrangendo a totalidade dos dados. Além da série histórica, a ilustração delimita os intervalos temporais selecionados para os conjuntos de treinamento e de teste, permitindo visualizar a representatividade dos dados em cada etapa da modelagem.

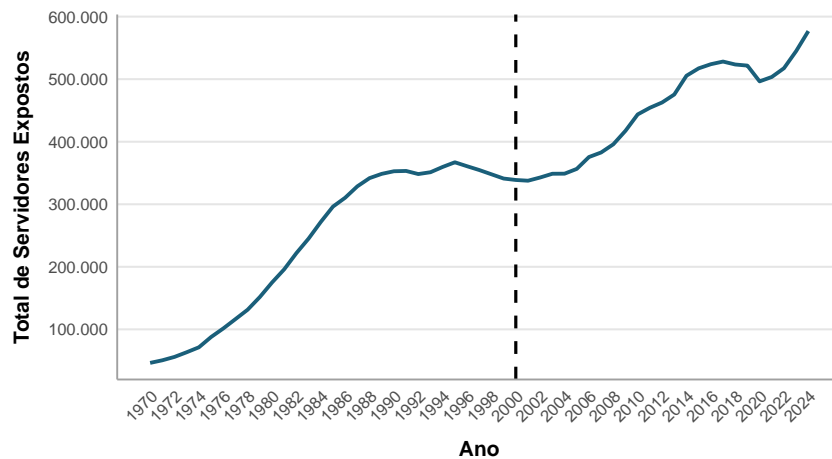
Figura 1 - Série temporal de ocorrências de entrada em invalidez de servidores públicos federais (1970 - 2024).



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

A série temporal ilustrada na Figura 1 evidencia a complexidade inerente à estimativa do risco de invalidez, uma vez que a ocorrência do evento não obedece a uma tendência linear ao longo do tempo. Como complemento à análise do comportamento das entradas em invalidez, também foi observada a evolução temporal do número de expostos ao risco, conforme apresenta a Figura 2.

Figura 2 - Série temporal de expostos ao risco de servidores públicos federais (1970 - 2024).



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Ao observar a Figura 2, nota-se que a evolução do número de expostos ao risco apresenta uma tendência contínua de crescimento ao longo do tempo. O confronto dessa informação com a série temporal de ocorrências (Figura 1) sugere que não há uma relação de proporcionalidade direta entre o aumento da base populacional e as entradas em invalidez.

Diante dessa complexidade histórica, torna-se essencial investigar as características indi-

viduais que influenciam a ocorrência do evento. Para tanto, as análises descritivas apresentadas deste ponto em diante focam nas variáveis explicativas selecionadas para o modelo. Cabe ressaltar que, visando resguardar a capacidade de validação futura, todas as estatísticas a seguir foram calculadas exclusivamente a partir do subconjunto de dados destinado ao período de treinamento.

De forma inicial foram observadas as frequências por classificação dos dados de censura e falhas, cujos quantitativos e percentuais estão detalhados na Tabela 1.

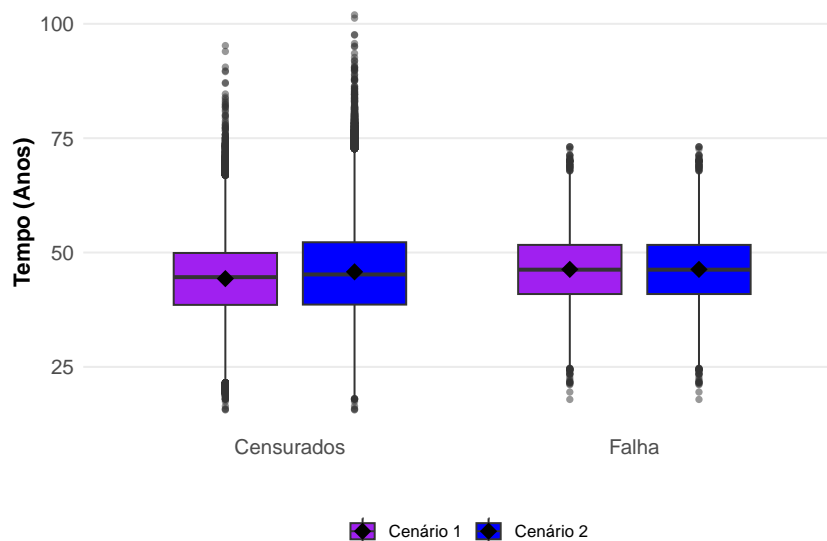
Tabela 1 - Frequências por tipo de observação

Classificação	Frequências	Percentual
Censura	432.393	98,13%
Falha	8.244	1,87%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

As informações de censura são fundamentais para a análise de sobrevivência, pois diferentemente de outras abordagens de modelagem, esta metodologia incorpora a complexidade desses dados por meio do tempo de observação. Ao analisar as frequências de censura e falha exibidas na Tabela 1, evidencia-se que a análise de sobrevivência é a ferramenta adequada para este cenário. Ademais, o elevado percentual de censura observado (98,12%) atua como um indicativo da presença de indivíduos não suscetíveis ao evento de invalidez presente nos dados.

A Figura 3 apresenta a distribuição das medidas descritivas obtidas para o tempo de observação discriminadas para cada cenário por meio de gráficos boxplot (diagrama de caixa).

Figura 3 - Boxplot da distribuição do tempo de observação (em anos) por tipo de observação

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

A análise das medidas descritivas dos tempos de observação revela nuances fundamentais em que foi empregado os tempos em cada cenário. Observa-se que, no Cenário 1, as medidas de tendência central, como a média e a mediana, refletem o tempo de permanência estrita na condição de atividade. Nesse contexto, a interrupção da observação no momento da inatividade por qualquer causa (aposentadoria voluntária ou compulsória) limita o tempo de acompanhamento ao período laboral. Estatisticamente, isso resulta em tempos de observação mais curtos, onde a média de idade no desfecho tende a concentrar-se próximo aos limites regulamentares de aposentadoria (Brasil, 1998).

Em contrapartida, os resultados obtidos no Cenário 2 apresentam um deslocamento das medidas centrais para idades mais avançadas. Ao estender o monitoramento até o óbito ou o fim do período de estudo, mesmo para indivíduos já inativos, este cenário torna-se mais coerente com a ideia de tempo total registrado no banco de dados. O Cenário 2 pode superestimar a impressão de fração de cura, uma vez que continua acompanhando (gerando tempos de observação maiores para os censurados) indivíduos que, na prática, já não estão mais sob o risco real de entrada em invalidez.

Desse modo, o Cenário 2 oferece uma perspectiva analítica complementar. Em vez de focar estritamente no período em que há risco, as censuras tardias (ocorridas no óbito em idade avançada) fornecem evidências empíricas de que tais indivíduos concluíram sua trajetória no sistema sem apresentar a falha. Embora o prolongamento da observação gere tempos maiores de forma artificial, essa abordagem atua como uma ferramenta metodológica essencial para a

aplicação de modelos que comportem a proporção de indivíduos que saem da exposição ao risco institucional sem sofrer a invalidez.

Também é possível observar que, em ambos os cenários, os tempos de falha restringem-se necessariamente ao período laboral do servidor. Visto que a aposentadoria por incapacidade permanente pressupõe a perda da aptidão durante o exercício das funções, tais registros ocorrem exclusivamente durante o período de atividade. Limitando o tempo até a falha ao período laborativo do servidor, que corresponde às idades em atividade.

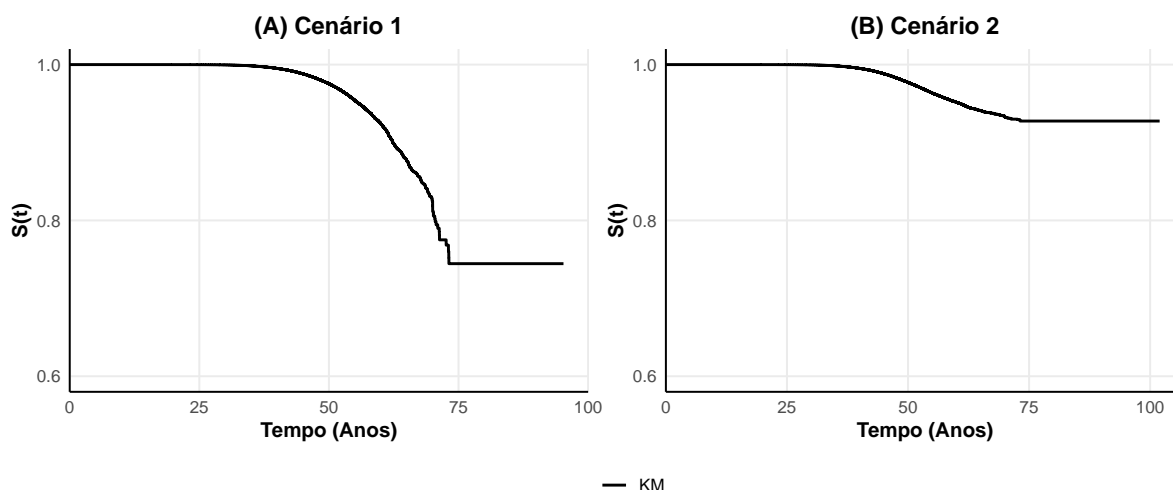
4.2 Análise não paramétrica

Os resultados apresentados nesta seção baseiam-se nas estimativas de sobrevivência obtidas empiricamente a partir do conjunto de dados de treinamento, utilizando o Estimador de Kaplan-Meier. Adicionalmente, apresenta-se uma análise comparativa do comportamento da sobrevivência entre diferentes perfis sociodemográficos, focando especificamente no tempo até a ocorrência da entrada em invalidez.

4.2.1 Estimador Kaplan-Meier

A análise da curva de Kaplan-Meier (KM) constitui a etapa inicial para a visualização empírica de um plato de estabilização acima de 0 que indica a presença da fração de curados. A Figura 4 ilustra o comportamento da função de sobrevivência estimada a partir dos dados de treinamento para cada cenário.

Figura 4 - Função de sobrevivência estimada pelo estimador de Kaplan-Meier para o grupo de servidores públicos federais



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

O estimador de Kaplan-Meier permite verificar a forma da função de sobrevivência $S(t)$ sem a necessidade de assumir uma distribuição teórica pré-definida. Observa-se que as curvas para ambos os cenários apresentam um platô horizontal que se estabiliza acima de zero. Formalmente, este comportamento indica que:

$$S(t) = p_0 \quad (13)$$

em que p_0 representa a fração de indivíduos não suscetíveis ao evento. Porém essas proporções se diferem em cada cenário.

A divergência nos níveis em que a curva de sobrevivência se estabiliza entre os cenários não decorre de alterações nos dados brutos, mas sim da variação da janela de observação, que altera a interpretação estatística das censuras. No Cenário 1, a interrupção do acompanhamento no momento da inatividade funcional gera censuras em idades onde o risco de invalidez ainda é epidemiologicamente relevante. Essa perda de acompanhamento precoce resulta em uma informação “incompleta” para o estimador, reduzindo drasticamente o conjunto de risco (número de indivíduos sob observação) em idades avançadas. Consequentemente, cada evento de falha registrado passa a ter um peso relativo maior, tendendo a subestimar a fração de cura.

Em contrapartida, no Cenário 2, as censuras tornam-se mais longínquas ao serem estendidas até o óbito. Essa abordagem fornece ao estimador a evidência empírica de que o servidor atravessou toda a zona crítica de exposição ao risco (o período laboral) sem apresentar a falha. Contudo, é preciso reconhecer um viés de observação inerente a esta abordagem: o prolongamento da observação serve como evidência da não ocorrência do evento durante a vida funcional no sistema, mas não como prova de uma imunidade biológica absoluta à invalidez.

Ao manter um conjunto de risco até idades elevadas, o estimador consegue identificar com clareza o platô da curva de sobrevivência. No entanto, a elevada proporção de não suscetíveis observada no Cenário 2 pode refletir, em parte, uma construção artificial do tempo de observação. Isso ocorre porque o cenário gera tempos de observação maiores para censurados ao continuar acompanhando indivíduos que, atuarialmente, já não estão mais sob o risco real de entrada em invalidez. Portanto, a maior proporção observada no Cenário 2 não deve ser vista como uma representação atuarial direta, mas sim como uma ferramenta metodológica fundamental para revelar as limitações da literatura competitiva e provar a necessidade de modelos mais flexíveis.

4.2.2 Teste Log-Rank para grupos categóricos

Com o objetivo de investigar possíveis disparidades no comportamento de sobrevivência entre diferentes grupos, segmentados pelas variáveis sociodemográficas (sexo, natureza jurídica, estado civil e escolaridade) aplicou-se, o teste de log-rank. O teste consiste em um procedimento não paramétrico que foi utilizado para testar a hipótese nula (H_0) de que as funções de sobrevivência entre os subgrupos são idênticas.

Os resultados apresentados na Tabela 2 mostram os p-valores obtidos por meio do teste de log-rank para as variáveis sociodemográficas analisadas.

Tabela 2 - Teste log-rank para comparação das curvas de sobrevivência dos servidores públicos federais

Variável	p-valor
Sexo	0,592
Natureza Jurídica	< 0,001
Estado Civil	< 0,001
Escolaridade	< 0,001

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

A análise das sobrevivência via teste log-rank indica que apenas a variável sexo, cujo p-valor é igual a 0,592, não possui diferença estatística significativa, aceitando-se a hipótese de homogeneidade entre as curvas de homens e mulheres. Já para as variáveis natureza jurídica, estado civil e escolaridade, a significância estatística foi plena (p-valor < 0,001), refutando-se a igualdade entre as sobrevivências de cada categoria. A disparidade observada nessas três dimensões ratifica que o perfil socioeconômico e a natureza do vínculo laboral do servidor público federal influenciam o tempo de exposição ao risco de invalidez.

É importante se atentar que os resultados do testes não se diferenciam entre os cenários pois, o teste baseia-se na comparação das frequências de falhas ocorridas em cada tempo de observação. Uma vez que o conjunto de eventos (aposentadorias por invalidez) e as respectivas idades de ocorrência permaneceram constantes em ambos os cenários — alterando-se apenas o tempo de ocorrência das censuras para idades onde não há registro de novas falhas, a estatística do teste não sofre alteração, confirmando que a dinâmica de risco imediato é preservada, independentemente do prolongamento da janela de observação pós-inatividade.

4.2.3 Análise e seleção do ajuste modelo de mistura padrão

Para fins da obtenção dos modelos, os Cenários 1 e 2 foram submetidos aos critérios de seleção detalhados ao decorrer desta seção. O objetivo inicial não foi comparar modelos fundamentalmente diferentes, mas sim comparar diferentes modelos de mistura padrão, alterando a distribuição do tempo de falha dos indivíduos suscetíveis.

Foram estimadas as funções de sobrevivência baseadas em modelos de fração de cura por mistura padrão, conforme a metodologia proposta. Como distribuições candidatas, utilizou-se a Gama Generalizada e seus respectivos casos particulares: Gama, Gompertz, Weibull e Lognormal. A seleção do melhor ajuste para a mistura padrão baseou-se no Teste da Razão de Verossimilhança (TRV) e no Critério de Informação de Akaike (AIC), cujos resultados estão sintetizados na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultados dos critérios de seleção para ajuste do modelo com fração de cura em cada cenário (TRV e AIC).

Modelo	Cenário 1			Cenário 2		
	TRV		AIC	TRV		AIC
	Est	p-valor		Est	p-valor	
Gama Gen.	-	-	119670,2	-	-	124165,9
Gama	0,1581725	0,690	119668,4	29,01732	< 0,001	124193,0
Weibull	62,0790124	< 0,001	119730,3	194,47041	< 0,001	124358,4
Log-Norm	28,4329594	< 0,001	119696,6	80,48389	< 0,001	124244,4
Gompertz	552,5390460	< 0,001	120220,7	979,66550	< 0,001	125143,6

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

No Cenário 1, tanto o teste de razão de verossimilhança (p-valor = 0,690) quanto o critério AIC (119668,4) apontaram o modelo Gama como o mais adequado, oferecendo o melhor ajuste de forma parcimoniosa em relação à Gama Generalizada. Por outro lado, no Cenário 2, o modelo Gama Generalizada foi superior. Todos os TRV para os modelos simplificados rejeitaram a hipótese nula (p-valor < 0,001), e o Gama Generalizada apresentou o menor AIC (124165,9), justificando sua escolha para representar os dados neste segundo cenário.

Após a validação dos modelos de fração de cura, comparou-se a adequação destes com a dos modelos de sobrevivência sem fração de cura. Para isso, manteve-se em ambas as abordagens a mesma distribuição ajustada para o tempo de falha de cada cenário.

A Tabela 4 apresenta a comparação dos parâmetros estimados e do critério de qualidade de ajuste (AIC) entre o modelo de sobrevivência sem fração de cura e o modelo com fração de

cura, ambos fundamentados na distribuição Gama para o Cenário 1.

Tabela 4 - Comparação dos parâmetros e AIC dos modelos sem fração de cura e com fração de cura (Cenário 1).

Métricas	Sem fração de cura	Fração de cura
$\hat{\theta}$	-	0.11205
$\hat{\alpha}$	12.61045	12.88692
$\hat{\beta}$	0.13258	0.13904
AIC	119666.1	119668.4

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

No modelo de fração de cura, o parâmetro $\hat{\theta}$ foi estimado em 0,11205. Isso indica que, sob as premissas deste modelo, aproximadamente 11,2% da massa de servidores seria considerada não suscetível ao risco de invalidez. Essa proporção capta essencialmente os indivíduos que deixaram de estar expostos ao risco por razões institucionais e administrativas durante a atividade antes de sofrerem o evento.

Observa-se que os parâmetros da distribuição Gama (α e β) sofrem alterações sutis entre os dois modelos. No entanto, a pequena variação sugere que a dinâmica de falha para quem é suscetível é muito similar à dinâmica geral da amostra neste cenário.

O resultado do AIC apresenta um veredito importante. Embora a diferença seja pequena (2,3 unidades), o modelo sem fração de cura apresenta o menor AIC. Estatisticamente, isso indica que, para o Cenário 1, a inclusão de um parâmetro extra (θ) não trouxe um ganho de ajuste que justificasse o aumento da complexidade do modelo.

A Tabela 5 apresenta as estimativas para a distribuição Gama Generalizada selecionada no Cenário 2, definida pelos parâmetros de localização (μ), escala (σ) e forma (Q). Adicionalmente, a tabela exibe a estimativa do parâmetro (θ) de fração de cura e os respectivos valores do Critério de Informação de Akaike (AIC), permitindo a comparação entre o modelo de sobrevivência sem fração de cura e o modelo de sobrevivência com fração de cura.

Tabela 5 - Comparação dos parâmetros e AIC dos modelos sem fração de cura e com fração de cura (Cenário 2).

Métricas	Sem fração de cura	Fração de cura
$\hat{\theta}$	-	0,92771
$\hat{\mu}$	4,8537	4,03802
$\hat{\sigma}$	0,9622	0,18403
\hat{Q}	-2,0617	0,46876
AIC	124461,8	124165,9

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

O parâmetro de fração de cura ($\hat{\theta} = 0,9277$) estimado, no Cenário 2, representa o p_0 que indica que aproximadamente 92,77% da amostra observada é composta por indivíduos “imunes” ou que não apresentam o risco de sofrer entrada em invalidez ao longo de todo o horizonte observacional. Vale ressaltar que essa elevada proporção não deve ser interpretada como uma imunidade biológica ou funcional absoluta ao risco. No contexto deste estudo, essa fração de "cura" atua como um indicador de não ocorrência do evento dentro do sistema e do período observado. Ou seja, ela capta os indivíduos que saíram do risco por razões administrativas e que continuaram sendo acompanhados até o óbito ou fim do estudo. Portanto, reflete a dinâmica do sistema e a construção do tempo de observação prolongado característico do Cenário 2

Diferente do Cenário 1, a implementação do parâmetro de fração de cura (θ) promoveu alterações substanciais nas estimativas dos parâmetros estruturais de escala (σ) e de forma (Q) da distribuição Gama Generalizada. Essas mudanças evidenciam que a omissão de uma parcela de indivíduos imunes ao evento distorce a interpretação biométrica dos indivíduos suscetíveis neste cenário.

Observa-se uma redução drástica no parâmetro de escala ($\hat{\sigma}$), que declinou de 0,9622 no modelo sem fração de cura para 0,1840 no modelo de fração de cura. Estatisticamente, essa diminuição sugere que, ao isolar a parcela “curada” da amostra, a variabilidade no tempo de ocorrência do evento entre os indivíduos suscetíveis é consideravelmente menor.

Isso implica que o risco de entrada em invalidez não é tão disperso quanto o modelo sem fração de cura sugere, pelo contrário, uma vez identificado o grupo de risco, o evento tende a ocorrer em um intervalo de tempo muito mais concentrado e previsível.

Essa concentração das estimativas remete diretamente à natureza do benefício previ-

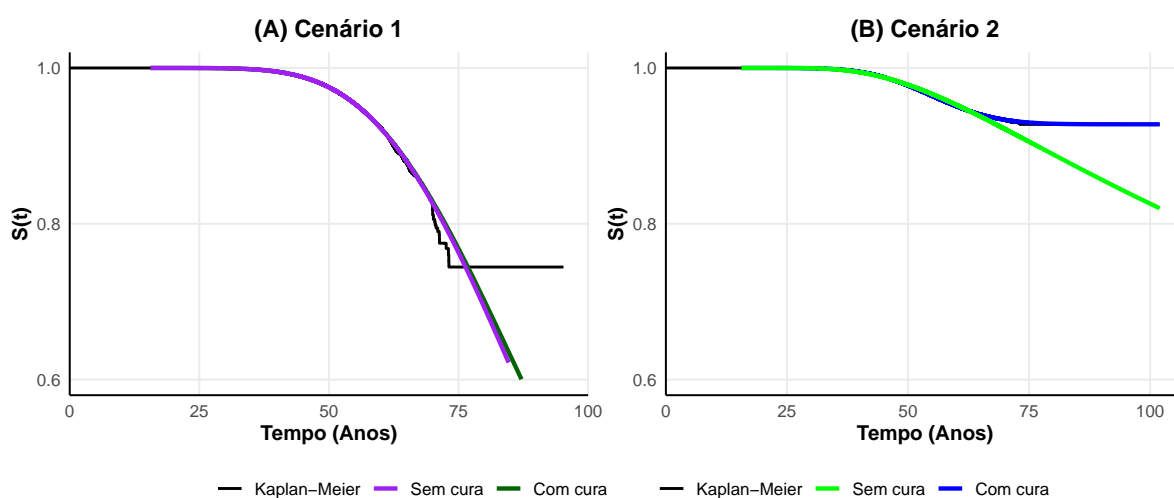
denciário estudado. Conforme discutido anteriormente, a entrada em invalidez é um evento cujas ocorrências são estritamente limitadas ao período laborativo do servidor. Diferente da mortalidade, que pode ocorrer em qualquer idade, a invalidez “cessa” como risco coberto no momento da aposentadoria voluntária ou compulsória.

Quanto ao parâmetro de forma, a mudança foi ainda maior. No modelo sem fração de cura, o valor de $\hat{Q} = -2,06$ indicava uma distribuição com cauda pesada à esquerda, uma tentativa do modelo de compensar a presença de uma grande massa de dados que não sofria o evento. Com a inclusão da fração de cura (θ), o parâmetro de forma (\hat{Q}) elevou-se para 0,46. Essa transição demonstra que, para os indivíduos efetivamente suscetíveis, o risco de invalidez segue uma dinâmica de sobrevivência mais simétrica e bem definida, validando a hipótese de que o modelo sem fração de cura estava viesado por não distinguir os grupos.

O modelo com fração de cura mostrou melhor aderência no cenário metodologicamente mais compatível com esta hipótese, o que é ratificado pelo Critério de Informação de Akaike (AIC). Ao comparar os dois modelos no Cenário 2, observa-se que a inclusão do parâmetro de fração de cura resultou em uma redução no valor do critério, que passou de 124.461,8 no modelo sem fração de cura para 124.165,9 no modelo proposto.

A Figura 5 ilustra o confronto entre as funções de sobrevivência estimadas pelos modelos sem fração de cura e de fração de cura e a curva de Kaplan-Meier para cada cenário.

Figura 5 - Curvas de sobrevivência estimadas por Kaplan-Meier e pelos modelos de sobrevivência sem fração de cura e de fração de cura para os dados dos servidores públicos federais



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

O Cenário 1 representado no Gráfico (A) da Figura 5, apresenta as curvas dos modelos sem e com fração de cura praticamente indistinguíveis uma da outra, e ambas acompanham de

perto a trajetória do estimador de Kaplan-Meier até o limite dos 75 anos. Como foi observado pela análise do AIC e dos parâmetros, no Cenário 1, a interrupção da observação na saída da atividade gera tempos de acompanhamento mais curtos, e o modelo sem fração de cura é estatisticamente suficiente para descrever o fenômeno nesse espaço de tempo.

A análise visual das curvas estimadas para o Cenário 2, representadas no Gráfico (B) da Figura 5, revela a divergência fundamental que justifica o objetivo metodológico deste trabalho. Observa-se que a função de sobrevivência do modelo com fração de cura apresenta uma aderência superior, sobrepondo-se com precisão à estimativa empírica de Kaplan-Meier ao longo de todo o horizonte temporal. Em contrapartida, o modelo sem fração de cura demonstra uma limitação estrutural ao tentar representar a tendência de estabilização dos dados em idades avançadas. Enquanto a curva de Kaplan-Meier indica a existência de um platô horizontal, o modelo convencional força uma queda contínua, exigindo que a função de sobrevivência tenda a zero ($S(t) \rightarrow 0$) conforme o tempo avança.

Diante dos resultados expostos, consolida-se o entendimento de que os cenários respondem a perguntas metodológicas distintas. O Cenário 1 representa melhor a dinâmica institucional do evento sob a ótica atuarial estrita (o risco de entrada em invalidez cessa após a saída do serviço ativo) e, por essa razão, as informações de censura encerram-se de modo precoce, tornando o modelo sem fração de cura favorecido estatisticamente.

No entanto, o Cenário 2 foi construído com um objetivo metodológico específico: avaliar a existência de um comportamento de longo prazo compatível com a presença de uma fração de indivíduos não suscetíveis à invalidez. Ao prolongar a observação até o óbito (coerente com o tempo total registrado no banco de dados), o modelo deixa de forçar uma falha inexistente e passa a reconhecer o platô de estabilidade.

Assim, o Cenário 2 não deve ser visto como uma representação direta ou livre de vieses de observação, mas sim como uma ferramenta analítica fundamental para revelar as limitações das ferramentas usualmente utilizadas. Em conformidade com os critérios de seleção e visando avaliar o impacto prático dessa flexibilidade frente a tábuas de mercado teóricas, o modelo de fração de cura ajustado sob o Cenário 2 foi definido como a modelagem final para a etapa de validação.

4.3 Testes de aderência e métricas de erro

Esta seção dedica-se à síntese do desempenho do modelo de fração de cura proposto, evidenciando sua robustez e aplicabilidade prática no contexto atuarial. O foco central reside na validação da acurácia das estimativas geradas.

Para garantir a integridade da análise, a capacidade preditiva do modelo foi avaliada sobre um subconjunto de dados reservado exclusivamente para a fase de teste. Este procedimento é essencial para certificar que o ajuste paramétrico não sofreu sobreajuste e para entender se o modelo é capaz de capturar a dinâmica da entrada em invalidez em dados não utilizados durante o processo de estimação.

O procedimento fundamental para a materialização dos resultados deste estudo consistiu na elaboração de uma tábua biométrica fundamentada no modelo de fração de cura selecionado. Esta tábua representa o produto final da pesquisa, traduzindo as estimativas paramétricas em probabilidades aplicáveis ao cálculo atuarial. A tábua completa, com as taxas de entrada em invalidez por idade, extraída da estimativa da função de sobrevivência do modelo proposto, está disponível para consulta no Apêndice A.1. Adicionalmente, a validação também consiste no confronto direto entre as taxas obtidas pelo modelo proposto e as taxas de invalidez da Tábua Álvaro Vindas.

Uma vez estruturada a tábua, a etapa subsequente para consolidar sua robustez consistiu na análise das frequências absolutas de eventos, comparando o número de entradas em invalidez observadas com as esperadas pelas tábuas. O cálculo dos valores esperados ($d_x^{Esperado}$) foi obtido por meio do produto entre o número de indivíduos expostos ao risco em cada idade e as respectivas taxas estimadas, conforme a equação 14.

$$d_x^{Esperado} = E_x^{Observado} \cdot q_x^{Esperado} \quad (14)$$

A primeira etapa da validação das frequências observadas e esperadas foi conduzida por meio de testes de hipóteses não paramétricos, especificamente os testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado. Este procedimento visou verificar a aderência das hipóteses biométricas em estrita conformidade com a metodologia estabelecida neste estudo.

Complementarmente aos testes de hipóteses, a segunda etapa da validação concentrou-se na análise da acurácia preditiva por meio das métricas de erro RMSE e MAE, quantificando a distância entre os valores observados e os estimados.

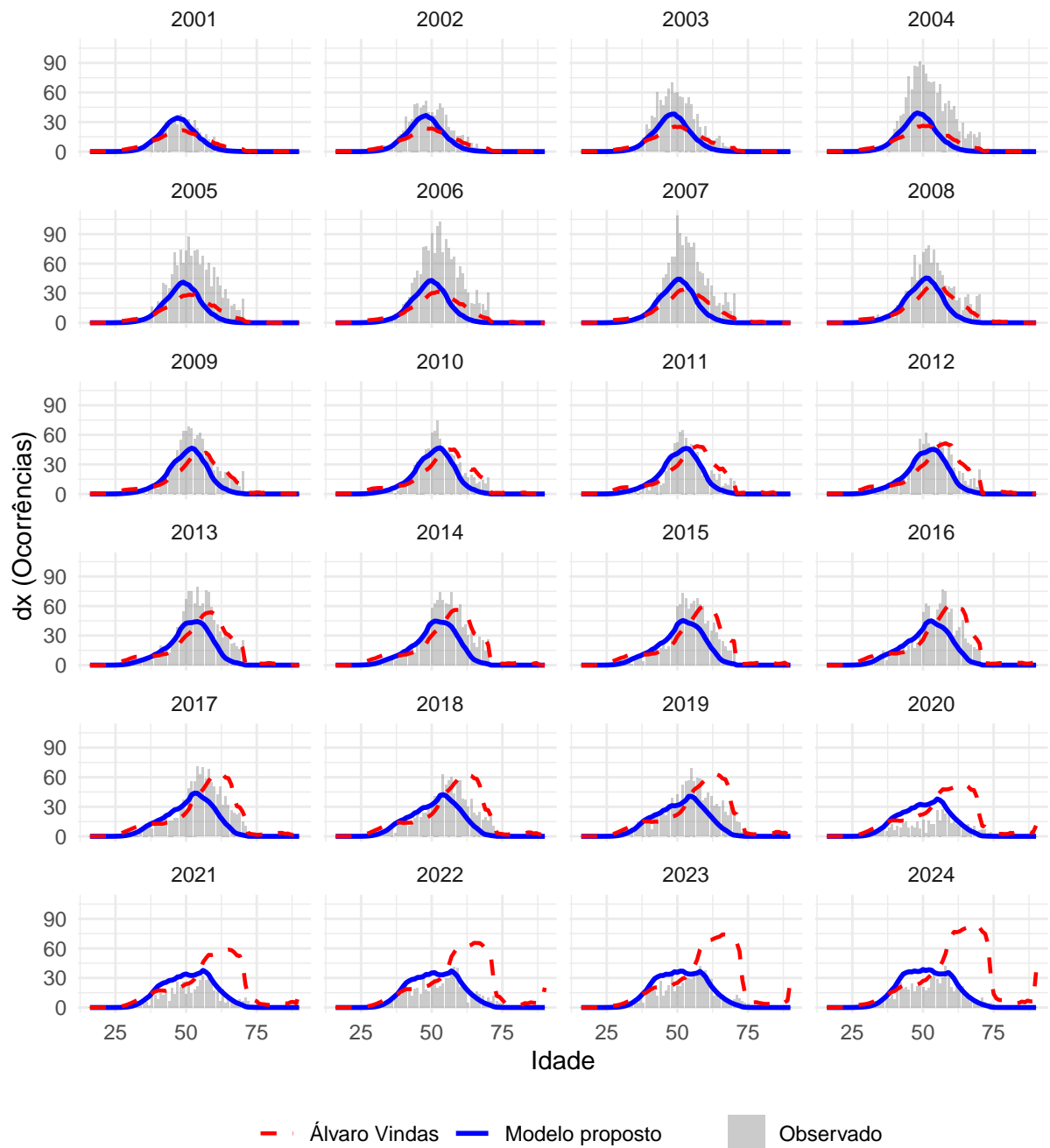
A utilização conjunta desses indicadores permite uma avaliação pragmática do desempenho atuarial, oferecendo critérios objetivos para comparar qual tábua apresenta o menor desvio em relação à realidade.

Dessa forma, mesmo em períodos onde a aderência estatística estrita não é atingida pelo teste de hipótese, as métricas de erro possibilitam identificar qual modelo é o mais resiliente e “erra menos” na prática.

Para verificar se a precisão do modelo é persistente ao longo do tempo, os testes de hipóteses e métricas de erro foram aplicados individualmente para cada ano que compôs o período de teste. Essa abordagem metodológica é fundamental para garantir que os resultados não fossem fruto de flutuações sazonais.

A Figura 6 apresenta a comparação detalhada entre as frequências de invalidez observadas e as esperadas por cada tábua (Álvaro Vindas e longa duração), ambas submetidas aos testes e métricas, segmentadas anualmente para todo o período de teste (2001-2024).

Figura 6 - Comparação de d_x observados e esperados por ano.



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

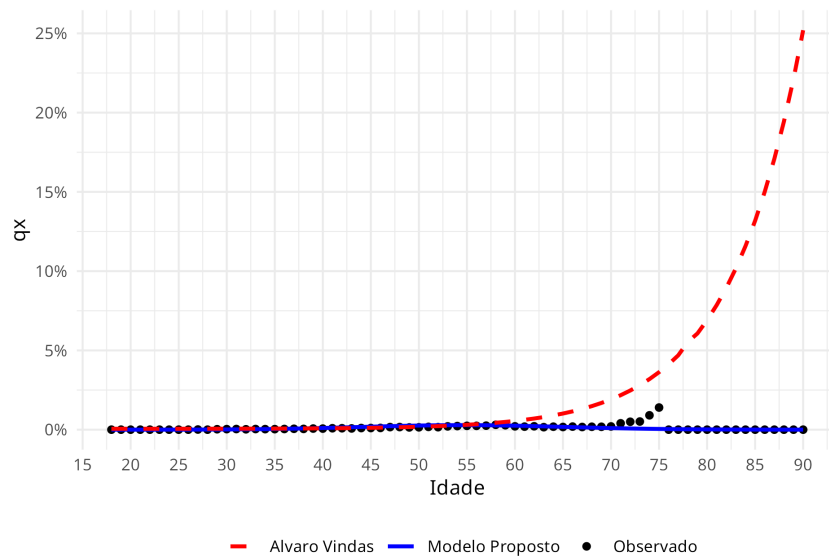
O histórico das ocorrências, ilustrado na Figura 6, evidencia períodos de acentuada oscilação na frequência observada de invalidez. Nota-se que, entre os anos de 2003 e 2008, os histogramas de valores observados apresentam volumes significativamente elevados. Em contrapartida, o intervalo entre 2020 e 2024 revela uma queda abrupta nas ocorrências registradas.

Mesmo diante dessa volatilidade, as estimativas de ocorrências do modelo proposto parecem mostrar uma maior adequação ao acompanhar o deslocamento da massa de dados.

Essa interpretação é evidenciada pela capacidade de manter a forma da distribuição alinhada ao observado, inclusive nos períodos de baixa extrema. Essa flexibilidade garante que as projeções não sejam severamente distorcidas por anos anômalos.

Por outro lado, a Tábua de Álvaro Vindas parece mostrar uma falha sistemática de ajuste ao superestimar frequentemente a ocorrência de invalidez em idades avançadas. Esse distanciamento em relação ao histograma real é particularmente crítico nos anos mais recentes, onde a tábua de referência projeta um volume de eventos que não encontra amparo na realidade. A evidência dessas disparidades entre as taxas projetadas pela Tábua de Álvaro Vindas e a experiência real, principalmente em idades avançadas, pode ser observada na Figura 7.

Figura 7 - Comparação entre q_x observados (empírico) e decorrentes da Tábua Álvaro Vindas e do Modelo Proposto.



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

A Figura 7 apresenta o confronto entre as taxas de entrada em invalidez das tábuas biométricas e as probabilidades empíricas extraídas diretamente dos dados, em que as probabilidades empíricas foram obtidas a partir da razão entre o somatório das ocorrências por idade e o total de expostos ao risco na mesma idade, abrangendo todo o período de teste (2001-2024), conforme a equação 15.

$$q_x^{Empirica} = \frac{\sum_{i=2001}^{2024} d_x^i}{\sum_{i=2001}^{2024} E_x^i} \quad (15)$$

A estruturação desta probabilidade empírica permite a comparabilidade direta entre a experiência real do período e as curvas teóricas das tábuas propostas. Esta comparação corrobora

a discussão anterior, na qual se observa que a curva de q_x da Tábua Álvaro Vindas tende a se afastar drasticamente das probabilidades empíricas conforme a idade avança.

Em contrapartida, a curva do modelo proposto acompanha com maior precisão as probabilidades empíricas durante a maior parte do ciclo de vida. Notando-se uma leve subestimação da probabilidade apenas em idades próximas aos 75 anos, ponto que coincide com o limite do período laborativo e a redução drástica da exposição ao risco.

A Tabela 6 sintetiza o desempenho comparativo entre a tábua do modelo proposto e a tábua Álvaro Vindas, avaliado por meio do teste de aderência (KS) aplicado anualmente, contabilizando em quantos períodos cada tábua biométrica foi capaz de representar com significância estatística a massa de dados observada.

Tabela 6 - Resultados sintetizados dos testes de aderência (KS)

Tábua	Conclusão	Quantidade	Percentual
Modelo proposto	Aderente	18	75,0%
	Não Aderente	6	25,0%
Álvaro Vindas	Aderente	13	54,2%
	Não Aderente	11	45,8%

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Os resultados consolidados revelam que o modelo proposto apresentou melhor aderência aos dados empíricos, obtendo o percentual de 75% de aderência entre o total de anos do período testado (18 anos), enquanto a Tábua Álvaro Vindas apresentou aderência em apenas 54,2% dos casos no período analisado (13 anos). É importante ponderar que este desempenho favorável reflete o ajuste do modelo sob a ótica do Cenário 2, atuando como uma ferramenta metodológica fundamental. Ao acomodar matematicamente a dinâmica institucional de saídas do sistema — indivíduos que deixam de estar expostos ao risco por razões administrativas —, o modelo revela a limitação da tábua de mercado, que força a ocorrência de falhas em idades avançadas de forma descolada da realidade do RPPS.

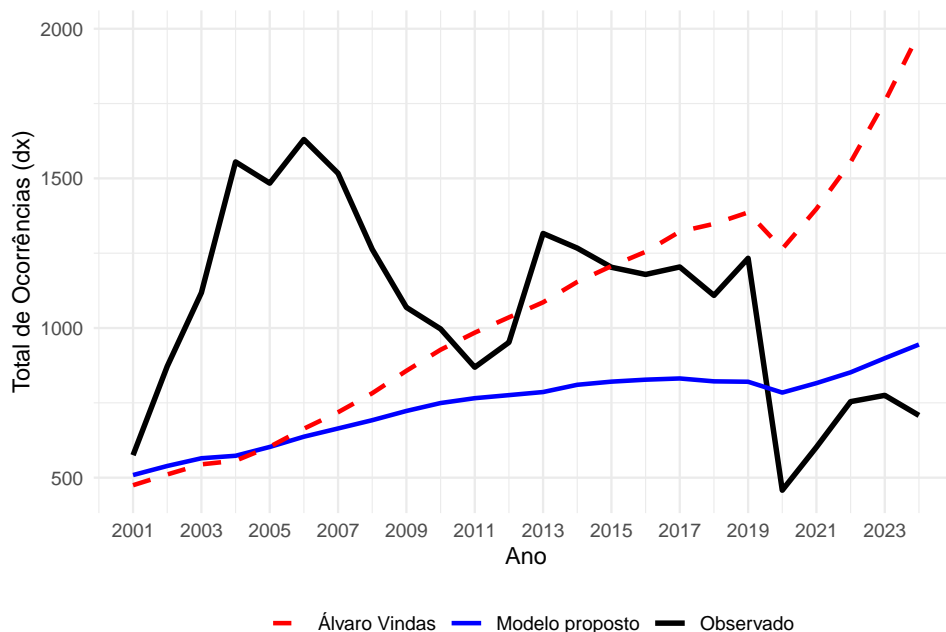
Quanto ao teste Qui-quadrado, nem a Tábua do modelo proposto, nem a Tábua de Álvaro Vindas, apresentaram aderência estatisticamente significativa. A divergência observada entre os resultados dos testes de aderência decorre das propriedades estatísticas intrínsecas a cada um. Enquanto o teste Kolmogorov-Smirnov (KS) avalia a aderência da função de distribuição acumulada, focando primordialmente na forma da curva e na dinâmica do fenômeno ao longo

das idades, o teste Qui-quadrado baseia-se na frequência absoluta de eventos em intervalos discretos.

A literatura estabelece como pressuposto o número mínimo de 5 eventos esperados por categoria para a validade do teste (Almeida; Vieira, 2024). Tal requisito não foi alcançado, mesmo após a agregação dos dados em faixas etárias, devido à baixa ocorrência de entradas em invalidez e à concentração desses eventos em um curto intervalo (o período laboral do servidor).

Como alternativa, o teste Qui-quadrado foi aplicado às frequências das ocorrências por período (anos), conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 - Evolução anual das frequências de invalidez observadas e esperadas decorrentes da Tábua Álvaro Vindas e do Modelo Proposto.

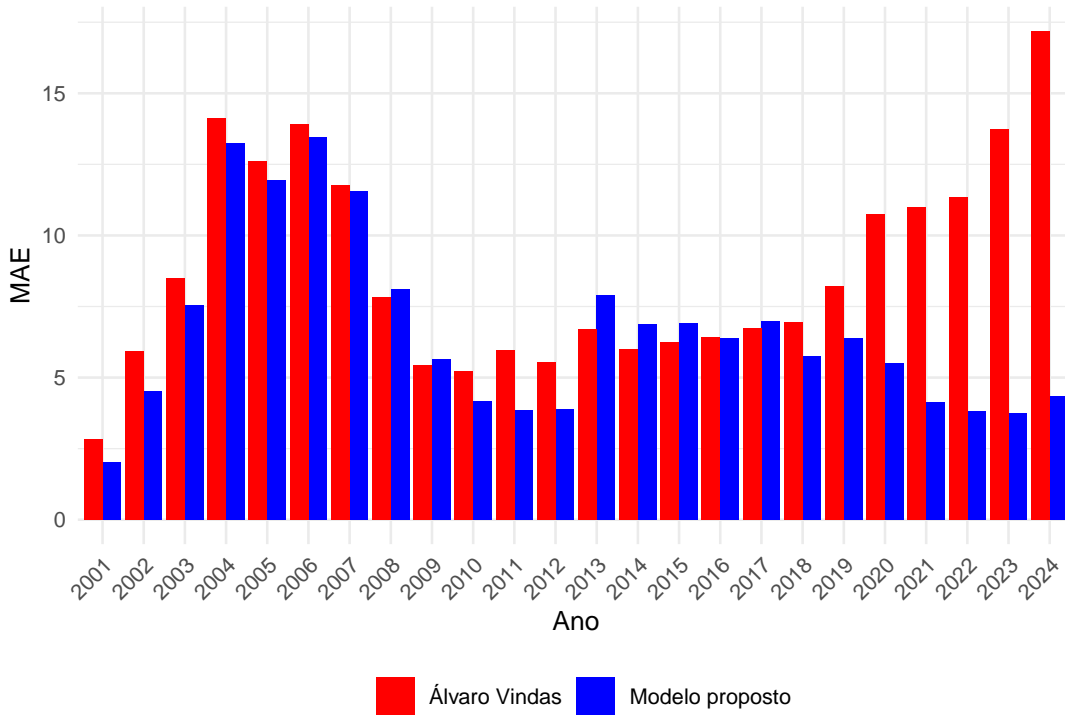


Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Nota-se, contudo, que as acentuadas oscilações nas frequências observadas distanciam-se significativamente das esperadas. Somando isso à alta sensibilidade do teste ao tamanho da amostra e à volatilidade temporal (Almeida; Vieira, 2024), não foi possível obter resultados favoráveis para ambas as tábuas, conclui-se que o teste Qui-quadrado não é um teste adequado para validar tal aderência, sendo, portanto, inviável para este cenário específico.

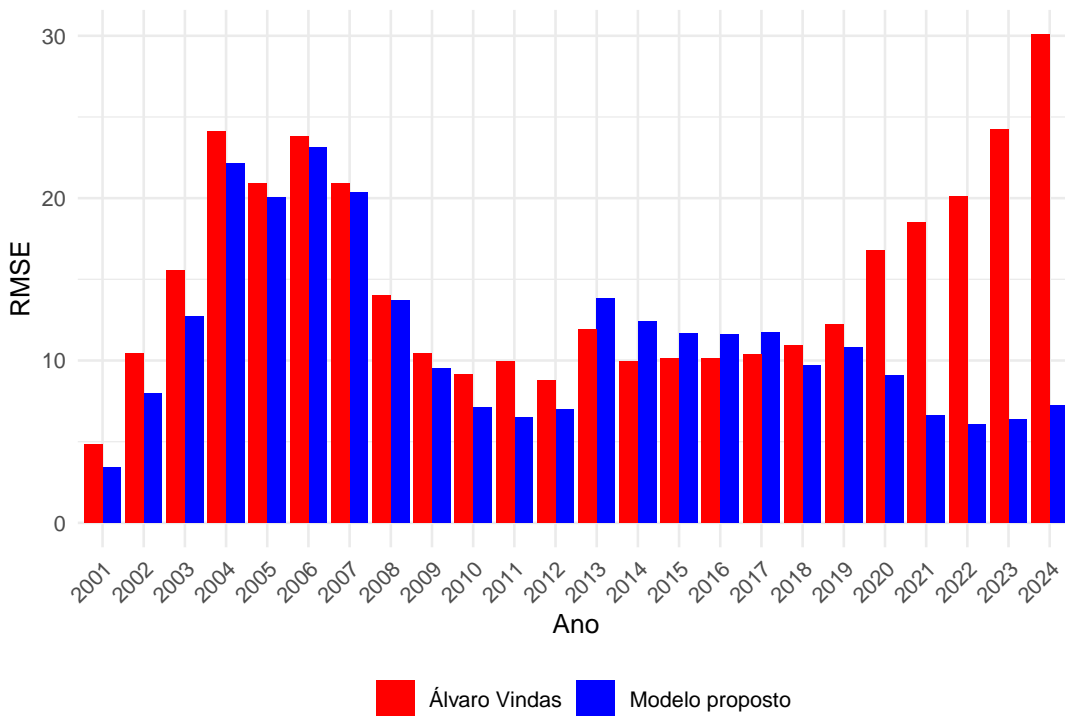
Os testes de aderência são capazes de mostrar se o modelo é estatisticamente válido por uma resposta binária de sim ou não para as aderências. Já os resultados obtidos pelas métricas de erro (MAE e RMSE), consolidados nas Figuras 9 e 10, mostram a magnitude e a estabilidade desse acerto ou erro ao longo do tempo.

Figura 9 - Evolução anual do erro médio absoluto (MAE) das frequências de invalidez: Modelo Proposto vs. Tábua Álvaro Vindas.



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Figura 10 - Evolução anual do erro quadrático médio (RMSE) das frequências de invalidez: Modelo Proposto vs. Tábua Álvaro Vindas.



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Conforme observado nas Figuras 9 e 10, o modelo proposto apresenta uma magnitude de erro consistentemente inferior em praticamente toda a série histórica. Em complemento a essa análise visual, a Tabela 7 consolida o desempenho das métricas, quantificando o número de anos em que cada modelo obteve o menor erro.

Tabela 7 - Resultados sintetizados das métricas de erros

Métricas	Anos com menor MAE	Anos com menor RMSE
Álvaro Vindas	6	5
Modelo proposto	18	19

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do RPPS da União (2026).

Mais importante ainda, os resultados também evidenciam a robustez do modelo proposto diante de cenários recentes de queda nas ocorrências registradas (período de 2020 a 2024). Enquanto a tábua de mercado sofreu uma degradação severa em suas estimativas, com erros absolutos e quadráticos disparando, o modelo proposto absorveu essas variações, mantendo métricas de erro estáveis e em patamares inferiores.

Em suma, a análise das métricas de erro ratifica a eficácia do modelo proposto como uma alternativa metodologicamente mais aderente para a estimação da entrada em invalidez no cenário avaliado. Ao considerar a proporção de indivíduos que atravessam a vida funcional sem sofrer o evento, o modelo mitiga as distorções em idades avançadas, demonstrando maior adequação empírica do que a base biométrica tradicionalmente utilizada na comparação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo modelar estimativas de entrada em invalidez, partindo da premissa de que as tábuas biométricas frequentemente utilizadas no mercado podem carecer de representatividade em relação à realidade observada.

A modelagem considerou a natureza específica do evento, tratando-o como uma ocorrência experimentada por apenas uma parcela dos indivíduos suscetíveis. Além disso, buscou-se validar a aplicabilidade atuarial dessas estimativas, comparando o seu desempenho com a tábua de mercado Álvaro Vindas.

Para atingir tais objetivos, a sobrevivência foi estimada por meio de modelos de longa duração, submetidas a contrastes de cenários e seleção para ajuste do modelo, utilizando a experiência de um recorte temporal da base de segurados do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União. Essas estimativas foram também submetidas à comparação com o modelo sem fração de cura de sobrevivência.

A exploração dos dados revelou a complexidade inerente à estimação da invalidez, uma vez que o comportamento do evento ao longo do tempo não apresenta uma tendência linear, nem uma proporcionalidade direta em relação ao número de expostos ao risco.

O confronto entre a abordagem sem fração de cura de sobrevivência e o modelo de fração de cura evidenciou que, de fato, o modelo de longa duração representa melhor o comportamento da entrada em invalidez, desde que sua aplicação respeite as premissas fundamentais para esta modelagem. Enquanto o modelo sem fração de cura perde desempenho ao forçar a sobrevivência a zero, o modelo de longa duração adequa-se à existência de segurados que nunca experimentam o evento.

Os resultados referentes à aplicabilidade atuarial, bem como a análise comparativa com a tábua Álvaro Vindas, evidenciam que a tábua obtida a partir da abordagem de sobrevivência de modelo de longa duração apresenta maior aderência técnica quando confrontada com o comportamento real da massa de segurados no cenário de observação prolongada. Observou-se que a utilização da tábua Álvaro Vindas mostra desassociação da experiência específica do grupo, o que pode levar a distorções nas estimativas de invalidez. Em contrapartida, a modelagem proposta demonstrou maior aderência aos dados observados, consolidando-se como uma ferramenta mais precisa para o dimensionamento de riscos e para o planejamento previdenciário no âmbito do RPPS da União.

A relevância deste estudo reside, primordialmente, na capacidade de oferecer uma premissa mais fidedigna para a gestão do Regime Próprio de Previdência Social. Ao evidenciar que modelos de longa duração possuem maior aderência do que tábuas biométricas generalistas, como a Álvaro Vindas, o trabalho contribui para o fortalecimento da governança e da solvência do regime.

Sob a ótica atuarial, a pesquisa inova ao aplicar o conceito de fração de cura para o evento de invalidez, demonstrando que o tratamento estatístico adequado da parcela de indivíduos não suscetíveis ao evento é determinante para evitar distorções no cálculo de prêmios e reservas. Assim, os achados aqui apresentados servem como subsídio para que gestores e reguladores reavaliem a adoção de premissas biométricas padrão, incentivando o desenvolvimento de estudos que reflitam a real dinâmica demográfica de seus segurados.

Apesar dos resultados satisfatórios, este estudo apresenta limitações que devem ser consideradas na interpretação dos achados. Primeiramente, o fator temporal impôs um recorte necessário à pesquisa, influenciando a seleção de premissas e a profundidade de algumas análises. Devido ao cronograma acadêmico, não foi possível realizar o confronto do modelo de longa duração com uma ampla variedade de tábuas de mercado, limitando-se a comparação à tábua Álvaro Vindas. No entanto, tal escolha justifica-se pelo fato de esta ser a tábua de critério mínimo exigida pela legislação para os RPPS.

Outra limitação refere-se à abrangência da base de dados do MGI, restrita a órgãos específicos do Poder Executivo Federal. Grupos como militares, servidores do Judiciário e Legislativo, não compõem a amostra. Consequentemente, a tábua biométrica gerada reflete estritamente o comportamento institucional desse grupo. Para preservar a utilidade atuarial do modelo, ressalta-se que essas estimativas não são generalizadas para toda a totalidade dos servidores públicos.

Ademais, a validação da aplicabilidade atuarial concentrou-se na análise de aderência estatística e biométrica. Uma análise ainda mais profunda poderia ter incluído o efeito dessas premissas sobre o cálculo das provisões matemáticas e do impacto financeiro direto. Embora a melhor adequação do modelo proposto tenha sido demonstrada para o cenário metodologicamente compatível com a fração de cura, a quantificação monetária exata dessa diferença em termos de reservas técnicas constitui uma etapa que, por limitações de tempo, não foi integrada ao presente trabalho.

Diante das conclusões apresentadas e das limitações identificadas, este estudo abre

caminhos para novas investigações que possam aprofundar a temática da invalidez no contexto previdenciário brasileiro. Como desdobramentos futuros, sugere-se a realização de estudos que quantifiquem monetariamente a diferença entre o modelo de longa duração e as tábuas de mercado, calculando o impacto direto sobre as Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos (PMBC) e o equilíbrio atuarial do regime. Além disso, seria pertinente ampliar o confronto do modelo de fração de cura com outras tábuas biométricas modernas como a Tábua Gomes 2008, a fim de verificar se a superioridade estatística se mantém frente a parâmetros mais rigorosos. Recomenda-se, ainda, o teste de replicabilidade em regimes próprios estaduais ou municipais de menor porte, avaliando a estabilidade da fração de cura em diferentes perfis de exposição ao risco.

REFERÊNCIAS

- Almeida, R. P. d.; Vieira, F. S. D. *Fundamentos e Práticas da Gestão Atuarial: conceitos e princípios aplicados à previdência*. Belo Horizonte: Editora Dialética, 2024.
- Barros, T. V. S. d. *Uma introdução à análise de sobrevivência com fração de cura*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Estatística)) — Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Belo Horizonte, 2014.
- Berkson, J.; Gage, R. P. Survival curve for cancer patients following treatment. *Journal of the American Statistical Association*, v. 47, n. 259, p. 501–515, 1952.
- Boag, J. W. Maximum likelihood estimates of the proportion of patients cured by cancer therapy. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, v. 11, n. 1, p. 15–53, 1949.
- Borges, A. I. M. *Análise de Sobrevivência com o R*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade da Madeira, Funchal, Portugal, 2014. Disponível em: <<https://digituma.uma.pt>>.
- Borges, G. M.; Beltrão, K. I. Tábua de múltiplos decrementos para a saída da atividade no funcionalismo público federal. In: *Anais do 19 SINAPE – Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística*. São Pedro: [s.n.], 2010.
- Bowers, N. L. *et al. Actuarial Mathematics*. [S.l.]: The Society of Actuaries, 1997.
- Brasil. *Lei nº 8.213, de 24 de julho de 1991. Dispõe sobre os Planos de Benefícios da Previdência Social e dá outras providências*. 1991. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8213cons.htm>.
- Brasil. *Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998: Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências*. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc20.htm>.
- Brasil. *Emenda Constitucional nº 103, de 12 de novembro de 2019: Altera o sistema de previdência social e estabelece regras de transição e disposições transitórias*. Brasília, DF, 2019. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc103.htm>.
- Brasil. *Portaria nº 1.467, de 2 de junho de 2022. Dispõe sobre os procedimentos e prazos para elaboração e revisão das Normas Regulamentadoras – NR*. 2022. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, n. 105, p. 207-208.
- Carvalho, M. S. *et al. Análise de sobrevivência: teoria e aplicações em saúde*. [S.l.]: SciELO-Editora FIOCRUZ, 2011.
- Chai, T.; Draxler, R. R. Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae)? – arguments against avoiding rmse in the literature. *Geoscientific Model Development*, v. 7, n. 3, p. 1247–1250, 2014. Disponível em: <<https://gmd.copernicus.org/articles/7/1247/2014/>>.
- Claudino, J. E.; Oliveira, R. H. d. *Modelo de mistura com fração de cura na análise de sobrieda de pacientes com câncer de pele*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Estatística)) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

- Colosimo, E. A.; Giolo, S. R. *Análise de sobrevivência*. [S.l.]: Editora Blucher, 2006.
- Cordeiro Filho, A. *Cálculo atuarial aplicado: teoria e aplicações*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2014. ISBN 9788522487318.
- Corrêa, C. S. *Premissas atuariais em planos previdenciários: uma visão atuarial-demográfica*. [S.l.]: Appris Editora e Livraria Eireli-ME, 2018.
- Cox, C. *et al.* Parametric survival analysis and taxonomy of hazard functions for the generalized gamma distribution. *Statistics in Medicine*, v. 26, n. 23, p. 4352–4374, 2007.
- Crestani Filho, J. L. *Aplicações de modelo de fração de cura em pacientes durante o tratamento*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Estatística)) — Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2023.
- De Giovanni, D. *et al.* Functional disability in the health and retirement study: a semi-markov multi-state analysis. *Annals of Operations Research*, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-025-06526-7>>.
- Dias, J. L. *Aplicações da Tábua de Vida: Um estudo sobre a mortalidade dos usuários do plano de saúde Pró-Saúde*. [S.l.], 2014.
- Duarte, C. E. S. *O aumento de provisões matemáticas em face da ocorrência de eventos de invalidez que geram a concessão de benefícios não esperados em Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) de pequeno porte*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia)) — Universidade de Brasília, Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Brasília – DF, 2013.
- Gomes, H. V. S. F. *Teoria das múltiplas vidas: uma abordagem por dependência*. [S.l.], 2024.
- Gomes, M. M. F. *Da atividade à invalidez permanente: um estudo utilizando dados do Regime Geral da Previdência Social (RGPS) do Brasil no período 1999-2002*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Demografia)) — Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Belo Horizonte, 2008.
- Gomes, M. M. F.; Fígoli, M. G. B.; Ribeiro, A. J. F. Da atividade à invalidez permanente: um estudo utilizando dados do regime geral de previdência social (rgps) do brasil no período 1999-2002. *Revista Brasileira de Estudos de População*, v. 27, p. 297–316, 2010.
- Instituto Brasileiro de Atuária. *Tábuas Biométricas*. 2008. Disponível em: <<http://www.atuarios.org.br/tabuas-biometricas>>.
- Kaplan, E. L.; Meier, P. Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis, v. 53, n. 282, p. 457–481, 1958.
- Lawless, J. F. Inference in the generalized gamma and log gamma distributions. *Technometrics*, Taylor & Francis, v. 22, n. 3, p. 409–419, 1980.
- Macdonald, A. S. An actuarial survey of statistical models for decrement and transition data, iii. counting process models. *British Actuarial Journal*, v. 2, n. 3, p. 703–726, 1996.
- Mello Filho, T. C. d.; Santos Júnior, L. C. Desequilíbrio técnico-atuarial em planos de benefício definido ofertados por fundos de pensão: uma análise logística multinomial. *Revista Eniac Pesquisa*, v. 13, n. 1, p. 29–50, 2024.

- Merino, A. V.; García, E. P.; Soler, J. V. *Análisis dinámico de la invalidez. Aplicación a los seguros de riesgo*. 2003.
- Miot, H. A. Análise de sobrevivência em estudos clínicos e experimentais. *Jornal Vascular Brasileiro*, v. 16, n. 4, p. 267–269, 2017.
- Nishizawa, R. M.; Vasconcelos, A. M. N.; Gomes, M. M. F. *Tábuas de Vida e Previdência Complementar: a experiência da entrada em invalidez em um fundo de pensão do Brasil*. s.d. [Dados complementares do periódico não informados].
- Oliveira, R. M. d. *Teste de aderência para premissas demográficas: aplicação para tábuas de entrada em invalidez*. 2016.
- Park, K.; Sherris, M. Actuarial modelling of australian population retirement risks: an australian functional disability and health state model. *Decisions in Economics and Finance*, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10203-023-00418-w>>.
- Pinheiro, L. d. M. *Modelo de longa duração com distribuição exponencial por partes potência e aplicação no contexto de crédito*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade/Instituição, Local, 2024. Orientador: Silvana Schneider.
- Pinheiro, R. P. *Riscos demográficos e atuariais nos planos de benefício definido e de contribuição definida num fundo de pensão*. 2005.
- Pinheiro, R. P. *A demografia dos fundos de pensão*. Brasília, DF: Ministério da Previdência Social, 2007.
- Prodanov, C. C.; Freitas, E. C. d. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico - 2ª Edição*. [S.l.]: Editora Feevale, 2013.
- Póvoas, R. F. Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos. 1991.
- Rocha, A. S. *et al.* Um estudo da entrada em invalidez no regime próprio de previdência social do estado do ceará. *Redeca, Revista Eletrônica do Departamento de Ciências Contábeis & Departamento de Atuária e Métodos Quantitativos*, v. 7, n. 1, p. 16–29, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.23925/2446-9513.2020v7i1p16-29>>.
- Rodrigues, J. A. *Gestão de Risco Atuarial*. 2. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2012.
- Siegel, S.; Castellan Jr., N. J. *Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento*. 2. ed. Porto Alegre: ArtMed, 2006. (Métodos de pesquisa). E-book. p.Capa. ISBN 9788536313580. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788536313580/>>.
- Silva, R. P. *Modelos Flexíveis de Sobrevivência com Fração de Cura: Implementação Computacional*. 152 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Estatística)) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.
- Stacy, E. W. A generalization of the gamma distribution. *The Annals of mathematical statistics*, JSTOR, 1962.

Stella, C. A. *Um estudo dos modelos de sobrevivência de longa duração LIGcr e GEPGWcr*. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/104/104131/tde-02012023-124537/>>.

Vindas, Á. Seguro de invalidez, vejez y muerte. *Estudio actuarial*. San José: Departamento Actuarial y Estadístico de la Caja Costarricense de Seguro Social, 1957.

Yu, B.; Peng, Y. Cure fraction estimation from the mixture models for grouped survival data. *Statistics in Medicine*, v. 23, n. 3, p. 455–466, 2004.

A TÁBUA DE ENTRADA EM INVALIDEZ OBTIDA A PARTIR DO MODELO DE SOBREVIVÊNCIA DE LONGA DURAÇÃO

Tabela A.1 - Tábua de entrada em invalidez por idade.

Idade	q_x	Idade	q_x	Idade	q_x
15	0,0000002382229	41	0,0012130229041	66	0,0016034421697
16	0,0000004478596	42	0,0013743877659	67	0,0014439739520
17	0,0000008077722	43	0,0015410221430	68	0,0012892137494
18	0,0000014035757	44	0,0017102482081	69	0,0011411948672
19	0,0000023577905	45	0,0018790695028	70	0,0010015521663
20	0,0000038405027	46	0,0020442532095	71	0,0008715161967
21	0,0000060811796	47	0,0022024284625	72	0,0007519245522
22	0,0000093811107	48	0,0023501968327	73	0,0006432476629
23	0,0000141257055	49	0,0024842502392	74	0,0005456257830
24	0,0000207956473	50	0,0026014908964	75	0,0004589137586
25	0,0000299756937	51	0,0026991475341	76	0,0003827302385
26	0,0000423597620	52	0,0027748820748	77	0,0003165082693
27	0,0000587508698	53	0,0028268812393	78	0,0002595446530
28	0,0000800545422	54	0,0028539281774	79	0,0002110459641
29	0,0001072644661	55	0,0028554501721	80	0,0001701696876
30	0,0001414394851	56	0,0028315397009	81	0,0001360594900
31	0,0001836714780	57	0,0027829475833	82	0,0001078741405
32	0,0002350442356	58	0,0027110485221	83	0,0000848100336
33	0,0002965841201	59	0,0026177809332	84	0,0000661176132
34	0,0003692040021	60	0,0025055644534	85	0,0000511122532
35	0,0004536426812	61	0,0023771997841	86	0,0000391803183
36	0,0005504026375	62	0,0022357564828	87	0,0000297812167
37	0,0006596894736	63	0,0020844548655	88	0,0000224462759
38	0,0007813567396	64	0,0019265482928	89	0,0000167752425
39	0,0009148599361	65	0,0017652117835	90	0,0000124311329
40	0,0010592233421				

Fonte: Elaboração própria (2026).

B PSEUDOCÓDIGO DE DEFINIÇÃO DE STATUS E TEMPO DE OBSERVAÇÃO

B.1 Cenário 1

INICIAR Processamento do Cenário 1

PARA CADA registro na tabela "df_modelos":

```
// 1. Definição da variável "status"
SE "tipo" contiver "INVALIDEZ" OU "INCAPACIDADE" ENTÃO:
    status <- 1
SENÃO:
    status <- 0
FIM SE

// 2. Definição da variável "dt_fim" (Data Final)
menor_data <- A menor data entre "dt_obit" e "dt_inat"

SE menor_data NÃO FOR nula ENTÃO:
    dt_fim <- menor_data
SENÃO:
    dt_fim <- dt_analise
FIM SE

// 3. Definição da variável "tempo"
dias_decorridos <- Diferença em dias entre "dt_fim" e "dt_nasc"
tempo <- dias_decorridos / 365.25
```

PRÓXIMO registro

FIM Processamento

B.2 Cenário 2

INICIAR Processamento do Cenário 2

PARA CADA registro na tabela "df_modelos":

```
// 1. Definição da variável "status"
SE "tipo" contiver "INVALIDEZ" OU "INCAPACIDADE" ENTÃO:
    status <- 1
SENÃO:
    status <- 0
FIM SE

// 2. Definição da variável "dt_fim" (Data Final)
SE "tipo" contiver "INVALIDEZ" OU "INCAPACIDADE" ENTÃO:
    dt_fim <- dt_inat

SENÃO SE "dt_obit" NÃO FOR nulo E "dt_obit" <= "dt_analise" ENTÃO:
    dt_fim <- dt_obit

SENÃO:
    dt_fim <- dt_analise
FIM SE

// 3. Definição da variável "tempo"
dias_decorridos <- Diferença em dias entre "dt_fim" e "dt_nasc"
tempo <- dias_decorridos / 365.25
```

PRÓXIMO registro

FIM Processamento

C PSEUDOCÓDIGO DE MENSURAÇÃO DE EXPOSTOS AO RISCO E NÚMERO DE OCORRÊNCIAS POR IDADE EM CADA PERÍODO

INICIAR FUNÇÃO gerar_tabelas(tabela_dados, lista_de_anos)

 Criar lista vazia "resultados_por_ano"

 // PARTE 1: PROCESSAMENTO ANO A ANO

 PARA CADA "ano" DENTRO da "lista_de_anos":

 Definir "data_inicio" como 01/01/[ano]

 Definir "data_fim" como 31/12/[ano]

 // 1. IDENTIFICAR ELEGÍVEIS (Filtro)

 MANTER em "tabela_dados" os registros que cumpram:

 - Regra A: "dt_ingr" <= "data_fim"

 (Ingressou no sistema até o fim do ano)

 - Regra B: "dt_inat" nula OU >= "data_inicio"

 (Ainda não tinha saído antes do ano iniciar)

 // 2. CALCULAR VARIÁVEIS (Para elegíveis)

 PARA CADA registro mantido no filtro:

 // Idade no final do ano de referência:

 idade <- Anos inteiros entre "dt_nasc" e "data_fim"

 SE idade >= 90 ENTÃO

 faixa_etaria <- "90+"

 SENÃO

 faixa_etaria <- texto da idade

 FIM SE

 // Verifica Ocorrência (Falha) no ano:

 SE "tipo" é "INVALIDEZ" ou "INCAPACIDADE"

```
E "dt_inat" >= "data_inicio"
E "dt_inat" <= "data_fim" ENTÃO
  status_falha <- 1
SENÃO
  status_falha <- 0
FIM SE

// 3. AGRUPAR E SOMAR
Agrupar os dados por "faixa_etaria":
  n_exp <- Contar pessoas na faixa (Expostos)
  dx_obs <- Somar "status_falha" = 1 (Falhas)

  Salvar resumo em "resultados_por_ano" sob o "ano"

PRÓXIMO ano

// PARTE 2: CONSOLIDAÇÃO DOS RESULTADOS
Unir tabelas de "resultados_por_ano" em "df_final"

// Auxiliar: tratar "90+" como 90 para ordenação

// PARTE 3: TABELA DE EXPOSTOS (Matriz Idade x Anos)
tab_expostos <- A partir de "df_final":
  Selecionar: Idade, Ano e n_exp
  Pivotar Ano em Colunas, usando n_exp como valores
  Preencher vazios com 0
  Criar "TOTAL" somando anos para cada idade
  Ordenar numericamente por Idade

// PARTE 4: TABELA DE FALHAS (Matriz Idade x Anos)
tab_falhas <- A partir de "df_final":
  Selecionar: Idade, Ano e dx_obs
```

Pivotar Ano em Colunas, usando dx_obs como valores
Preencher vazios com 0
Criar "TOTAL" somando anos para cada idade
Ordenar numericamente por Idade

RETORNAR "tab_expostos" e "tab_falhas"

FIM FUNÇÃO