



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Thiago Vinicius Rocha Mendes

USO DAS ALGEPLACAS EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
NO ENSINO DA ÁLGEBRA: Explorando Produtos Notáveis

Rio Tinto – PB

2025

Thiago Vinicius Rocha Mendes

**USO DAS ALGEPLACAS EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
NO ENSINO DA ÁLGEBRA: Explorando Produtos Notáveis**

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dra. Jussara Patrícia
Andrade Alves Paiva

Rio Tinto – PB

2025

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

M538u Mendes, Thiago Vinicius Rocha.

Uso das algeplacas em uma sequência didática no ensino da álgebra : explorando produtos notáveis / Thiago Vinicius Rocha Mendes. - Rio Tinto, 2025.
64 f. : il.

Orientação: Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.
TCC (Graduação) - UFPB/CCSA.

1. Algeplacas. 2. Produto notáveis. 3. Álgebra. 4. Ensino de matemática. I. Paiva, Jussara Patrícia Andrade Alves. II. Título.

UFPB/CCAE

CDU 373.3:512

Thiago Vinicius Rocha Mendes

**Uso das Algeplacas em uma Sequência Didática no Ensino da
Álgebra: Explorando Produtos Notáveis**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

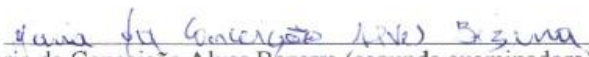
Orientador(a): Prof. Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Aprovado em: 30/04/25

BANCA EXAMINADORA


Prof.^a Dr.^a Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva (orientadora) – UFPB – CCAE / DCX


Prof.^a Dr.^a Graciana Ferreira Dias (primeira examinadora) – UFPB – CCAE / DCX


Prof.^a Dr.^a Maria da Conceição Alves Bezerra (segunda examinadora) – UFRN - NuPHEM

AGRADECIMENTOS

Em primeiro, quero agradecer a Deus por me dar forças e determinação para alcançar meus objetivos, sem ele nada sou. O seu amor e a sua misericórdia que ele tem por mim me mantém firme em minha caminhada de desafios. Obrigado, O Pai!

Aos meus pais, Lizete de Souza e Edvaldo Mendes, pelo sacrifício de sempre proporcionar o melhor para que eu pudesse ter uma boa educação, pelo qual não puderam alcançar.

A minha orientadora, Jussara, uma professora incrível que pude ter o prazer de aprender, com uma grande colaboração nessa trajetória. Obrigada, professora, por ter me aceitado como orientanda.

Agradeço aos companheiros e amigos de curso, em especial Antonio Leandro, Milena da Silva e Felipe Euriquo, que compartilhamos momentos bons e ruins, compartilhamos aprendizagens acadêmicas e da vida. Esses momentos tornam a trajetória mais leve e prazerosa de vivenciar.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo geral investigar as potencialidades do material didático Algeplacas, por meio da elaboração de uma sequência didática voltada à compreensão dos conceitos relacionados aos produtos notáveis. Para isso, elaboramos uma proposta metodológica baseada no material manipulativo das Algeplacas para os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, proporcionando minimizar as dificuldades e possibilitar o desenvolvimento da aprendizagem de conceitos. Para conduzir esta pesquisa, nos baseamos em referências teóricas de Emerique (1991), Lorenzato (2021), Pimentel (2010), Radford (2006; 2010; 2011), Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), Rêgo; Rêgo (2021), Van de Walle, (2009), entre outros. Para o desenvolvimento, classificamos a pesquisa como aplicada com relação à natureza, como qualitativa, quanto à sua abordagem, quanto aos objetivos, exploratória, e por fim, quanto aos procedimentos técnicos investigativos, qualifica-se como bibliográfica. Foi realizado um levantamento bibliográfico de livros didáticos para analisar a maneira como é abordado o objeto do conhecimento, visando compreender possíveis fatores que causam a dificuldade no aprendizado dos produtos notáveis, também, entender as orientações propostas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) referentes aos anos finais. Na sequência, entender a importância de usar materiais manipulativos no ensino da Matemática, sendo um recurso auxiliador na aprendizagem dos alunos no desenvolvimento de pensamentos críticos e criação de conceitos significativos. Em seguida, a pesquisa se desenvolveu no sentido de conhecer as Algeplacas e seus potenciais como material didático, para utilizar na formulação e organização das tarefas educativas da sequência didática. Por fim, a pesquisa apresenta uma sequência didática na perspectiva do uso do material manipulativo das Algeplacas, para o ensino dos produtos notáveis, proporcionando ao aluno o desenvolvimento do seu próprio conhecimento.

Palavras-chave: Algeplacas. Produto Notáveis. Álgebra. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The main objective of this study is to investigate the potential of the Algeplacas teaching material by developing a teaching sequence aimed at understanding the concepts related to notable products. To this end, we developed a methodological proposal based on the Algeplacas manipulative material for 9th grade elementary school students, minimizing difficulties and enabling the development of concept learning. To conduct this research, we based ourselves on theoretical references from Emerique (1991), Lorenzato (2021), Pimentel (2010), Radford (2006; 2010; 2011), Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), Rêgo; Rêgo (2021), Van de Walle, (2009), among others. For development, we classify the research as applied in relation to its nature, as qualitative, in relation to its approach, in relation to its objectives, exploratory, and finally, in relation to the technical investigative procedures, it qualifies as bibliographic. A bibliographic survey of textbooks was carried out to analyze the way in which the object of knowledge is approached, aiming to understand possible factors that cause difficulty in learning the notable products, also, to understand the guidelines proposed in the National Common Curricular Base (Brazil, 2018) related to the final years. Next, understand the importance of using manipulative materials in teaching Mathematics, as a resource that helps students learn to develop critical thinking and create meaningful concepts. Then, the research was developed to understand Algeplacas and their potential as teaching materials, to be used in the formulation and organization of educational tasks in the teaching sequence. Finally, the research presents a didactic sequence from the perspective of using the manipulative material of Algeplacas, for teaching remarkable products, providing the student with the development of their own knowledge.

Keywords: Algeplacas. Notable Products. Álgebra Teaching Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro A Conquista Matemática.	22
Figura 2: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Superação Matemática	24
Figura 3: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Desafios da Matemática.	25
Figura 4: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Matemática e Realidade.	26
Figura 5: Método Chinês de Multiplicação.	32
Figura 6: Balança Algébrica para expressar equação algébrica.	33
Figura 7: Apresentação de materiais das Algeplacas	33
Figura 8: Formas geomtericas das Algeplacas	35
Figura 9: Representação visual do quadrado da soma de dois termos.	36
Figura 10: Representação visual do quadrado da diferença de dois termos.	36
Figura 11: Representação visual do produto da soma pela diferença de dois temos 1º modelo.	37
Figura 12: Representação visual do produto da soma pela diferença de dois temos 2º modelo.	37

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Comparativo das introduções aos Produtos Notáveis nos livros analisados.

27

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa.....	10
1.2	Justificativa.....	11
1.3	Objetivos.....	14
1.3.1	Objetivo Geral	14
1.3.2	Objetivos Específicos	14
1.4	Classificação da Pesquisa	14
1.5	Etapas e Instrumentos da Pesquisa	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	O Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental.....	16
2.2	Produtos Notáveis: Conceitos e Importância.....	19
2.2.1	Definição e Exemplos de Produtos Notáveis	19
2.2.2	Os Produtos Notáveis e sua relação com o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico	20
2.2.3	Como os Livros Didáticos abordam os Produtos Notáveis	23
2.3	Materiais Manipulativos no Ensino de Matemática	31
2.4	As Algeplacas como Recurso Didático	36
3	PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	41
3.1	Aspectos Gerais	41
3.2	Desenho das Tarefas da Sequência Didática	43
3.3	Sequência Didática: Produtos Notáveis com a utilização das Algeplacas	44
3.3.1	Apresentação da parte I: a relação entre multiplicação e área com o material concreto .	44
3.3.2	Apresentação da parte II: construção dos produtos notáveis com as Algeplacas.....	47
3.3.3	Apresentação da parte III: desenvolvimento da sistematização e formalização dos produtos notáveis.....	48
3.3.4	Avaliação do Conhecimento.....	52
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
	REFERÊNCIAS.....	56
	APÊNDICE A	60

APÊNDICE B.....61
APÊNDICE C62
APÊNDICE D63

1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa

Em minhas experiências com aulas de reforço, observei estudantes com grandes dificuldades de aprendizagem em conteúdos matemáticos, especialmente quando se trata de expressões algébricas. Percebi que, em diversos casos, os alunos só reproduziam o que haviam memorizado do conteúdo, com muita repetição na resolução de problemas.

Acredito que o ensino tradicional, ainda presente na maioria das escolas, não é o único caminho. Dessa forma, nesta pesquisa busco compreender como se dá o ensino e aprendizagem de alguns conteúdos que apresentam obstáculos para desenvolver, mais especificamente do pensamento matemático. Para isso, pretendo explorar novos métodos de ensino ou aprimorar métodos existentes que possam ajudar os alunos a compreenderem conceitos e resolverem situações-problemas.

Um dos possíveis métodos para modificarmos o caminho tradicional que podemos citar, é o de materiais manipuláveis, auxiliando na aprendizagem dos conceitos, nas resoluções de problemas, no entendimento do pensamento matemático. O raciocínio algébrico possibilita que os alunos desenvolvam não só a capacidade de trabalhar com o cálculo algébrico, mas também a capacidade de lidar com os diversos conteúdos matemáticos.

Para promover esse raciocínio, é essencial que os alunos compreendam o significado dos símbolos algébricos, pois é uma das principais dificuldades que enfrentam ao aprender conteúdos algébricos. Muitos alunos memorizam as fórmulas, sem compreender de onde elas vêm, o que dificulta sua aplicação em situações futuras. Além disso, a ausência de exemplos visuais, como quadrados e retângulos representando áreas, impede que os alunos vejam o significado real por trás, como no objeto de conhecimento dos produtos notáveis.

Alguns alunos, por exemplo, confundem produtos notáveis com a propriedade distributiva simples, levando a erros em cálculos. Assim, surgem as perguntas: ‘como podemos facilitar uma melhor compreensão de conceitos dos produtos notáveis?’ e ‘de que maneira, podemos elaborar uma sequência didática para aprendizagem dos conceitos para construir significado?’ A partir desses questionamentos, podemos considerar possíveis soluções, como o uso de material manipulativo.

Com base nessas questões, propõe-se investigar como a utilização das Algeplacas, em uma sequência didática, pode contribuir para o ensino da Álgebra, especialmente no que se refere aos produtos notáveis. Acreditamos que o uso das Algeplacas pode ser uma das maneiras

eficientes para a aprendizagem e compreensão dos conceitos dos produtos notáveis, que possibilita o desenvolvimento de habilidades cognitivas de identificar as expressões, escrever e resolver problemas algébricos, em geral, portanto, possibilita a aproximação do aluno com a Matemática com o uso do material concreto.

Os materiais concretos são ferramentas que podem ser fundamentais para contribuir na aprendizagem do aluno, pois tornam a aprendizagem mais dinâmica, auxiliando na interação com o conteúdo, fazendo com que o aluno participe ativamente em sala de aula.

Contudo, investigaremos de que maneira as Algeplacas podem auxiliar na compreensão de produtos notáveis, para facilitar a aprendizagem da Álgebra, pois muitos estudantes a veem como algo difícil de aprender.

Também percebi em minhas experiências nos Estágios Supervisionados, durante o curso de Licenciatura Matemática, e nas aulas de reforço que houve uma defasagem significativa no aprendizado dos alunos nos conteúdos matemáticos após a Pandemia da Covid-19. Diante disso, acreditamos que o uso do material didático Algeplacas pode proporcionar uma maior interação dos alunos na sala de aula, fazendo com que aprendam de uma maneira diferente, assim como pode suprir boa parte do conhecimento não adquirido pela falta de progressão de aprendizagem durante a pandemia.

1.2 Justificativa

Do tema da presente pesquisa foi motivada pela minha experiência em aulas de reforço, nas quais pude observar as dificuldades dos estudantes na compreensão dos conceitos e a análise matemática do problema em alguns conteúdos, principalmente quando se tratava de expressões algébricas e produtos notáveis, que por sua vez tinham dificuldades no manuseio de sua resolução e o entendimento da expressão. Pela tamanha dificuldade os estudantes se questionam e perguntam o que impacta a aprendizagem dos produtos notáveis na matemática e se irão utilizar em alguma outra ocasião, sem ser na escola.

Além da minha experiência prática, dados estatísticos, resultados de levantamento avaliativo do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, reforçam a necessidade de atenção à aprendizagem em Matemática. O desempenho dos alunos em Matemática tem mostrado uma queda preocupante: no 9º ano do Ensino Fundamental: de 265,16 pontos (2019) para 258,64 (2021). O mesmo cenário se apresenta na 3ª série do Ensino Médio: 278,53 (2019) e 271 (2021). Esses resultados indicam que a pandemia do Covid-19 teve um grande impacto

na educação brasileira, principalmente na aprendizagem da matemática. A pontuação está com um desempenho muito abaixo em relação às outras ciências. Desta forma, é de suma importância promover o ensino de matemática para a progressão da aprendizagem e para o caso específico da nossa pesquisa, o pensamento algébrico, na utilização de métodos que possa possibilitar o desenvolvimento da aprendizagem.

Com isso, sabemos que o ensino de produtos notáveis auxilia no desenvolvimento matemático dos estudantes, pois esses conceitos são fundamentais para a compreensão de álgebra e cálculo. Por meio do estudo dos produtos notáveis, os alunos podem desenvolver habilidades de raciocínio lógico, análise e resolução de problemas, essenciais para o sucesso em disciplinas matemáticas mais avançadas e em diversas áreas profissionais. Portanto, a introdução ao ensino de produtos notáveis é crucial para estabelecer uma base sólida no aprendizado da matemática.

Por esses motivos, propomos neste trabalho mostrar os conceitos e a compreensão dos produtos notáveis, utilizando as Algeplacas com o benefício da aprendizagem das expressões algébricas com a resolução de problemas. Este recurso permite associar a manipulação concreta de formas geométricas à abstração algébrica, estimulando tanto o pensamento geométrico quanto o algébrico.

Sabemos que, “[...] os conceitos do campo algébrico constituem um conjunto de conhecimentos bastante significativos para que o aluno desenvolva sua capacidade de análise e síntese” (Miranda, *apud* Pasquetti, 2008, p.19). O estudo da Álgebra e seus conceitos são essenciais para proporcionar a organização de pensamento, interpretação e compreensão da linguagem simbólica e a resolução de problemas, assim, desenvolver o pensamento algébrico.

“O pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade envolve o desenvolvimento de maneiras de pensar em atividades em que o símbolo-letra da Álgebra pode ser usado como ferramenta, que não é exclusiva da Álgebra, e que podem ser realizadas sem usar qualquer símbolo-letra da Álgebra, tais como, analisar relações entre quantidades, perceber estruturas, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar e prever” (Kieran, 2004, *apud* Branco, 2008, p. 4).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998), a Álgebra é um meio estruturador para aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Quando apresenta a afirmação de que, “o estudo da Álgebra, constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de

lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (Brasil, 1998, p. 115).

Com a aprendizagem da Álgebra, possibilita-se desenvolver o pensamento algébrico, que é essencial não apenas para a aprendizagem da Matemática, mas também para a formação do pensamento lógico-abstrato, fundamental à formação cidadã.

Pensando nisso, para poder alcançar os objetivos de aprendizagem, podemos propor metodologias alternativas que trazem como estratégia pedagógica o desenvolvimento das competências do aluno e a superação do conceito tradicional ensinado. O uso do material manipulativo, Algeplacas, pode colaborar significativamente com o desenvolvimento e a progressão de aprendizagem. As Algeplacas possuem atribuições da Geometria, possibilitam a interação dos alunos e um melhor aprendizado do conteúdo algébrico.

Por isso, a Geometria é vista como uma ferramenta fundamental para a aprendizagem da Álgebra, é uma maneira alternativa de possibilitar o desenvolvimento da visão geométrica e análise na identificação, para desenvolver a linguagem algébrica.

Oliveira e Laudares (2015), afirmam que a utilização de Geometria na construção de figuras permite ao aluno desenvolver a observação e a análise, a capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações, além de corrigir a linguagem matemática por meio de diferentes processos de raciocínio e de interação. Vamos entender como as Algeplacas ajudam no desenvolvimento de habilidades cognitivas, possibilitam ao aluno solucionar situações-problema e construir noções e conceitos matemáticos.

Por fim, como aponta Rêgo (2010), o uso de material manipulativo possibilita a compreensão das operações com expressões, a construção de modelos mentais, generalizações e formalizações do conteúdo. Assim, como podemos observar, a utilização de um material manipulativo com o uso de figuras geométricas poderá favorecer o desenvolvimento dos conceitos e a compreensão das expressões algébricas e a habilidade de resoluções de problemas.

Nesse sentido, esta pesquisa busca responder à seguinte questão: *de que maneira o uso das Algeplacas, em uma sequência didática, pode contribuir para a compreensão dos produtos notáveis no ensino de Álgebra?*

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar as potencialidades do material didático Algeplacas, por meio da elaboração de uma sequência didática voltada à compreensão dos conceitos relacionados aos produtos notáveis.

1.3.2 Objetivos Específicos

Identificar os conceitos fundamentais dos produtos notáveis que podem ser explorados por meio do material manipulativo das Algeplacas.

Elaborar uma sequência didática que utilize o material manipulativo Algeplacas como recurso no ensino de produtos notáveis.

Discutir as possíveis contribuições do uso das Algeplacas para o desenvolvimento da compreensão algébrica no contexto da proposta elaborada.

1.4 Classificação da Pesquisa

Uma pesquisa pode ser classificada segundo à natureza, quanto à abordagem do objeto a ser pesquisado, quanto aos objetivos e aos procedimentos técnicos de investigação. No caso da pesquisa que apresentamos, segundo Gil (2002), a classificamos como uma abordagem de pesquisa qualitativa, sendo uma pesquisa de caráter exploratório e bibliográfico.

Ainda segundo Gil (2002, p. 133), a pesquisa será qualitativa quando “utilizamos diversos fatores, como coleta de dados e os pressupostos teóricos utilizados, como norteador da investigação.” Podemos definir como uma sequência de atividades que dará e proporcionará uma melhor investigação dos dados, da qualidade do processo de ensino. Desta forma, busca-se analisar as suas habilidades e conceitos compreendidos sobre produtos notáveis.

Quanto à pesquisa exploratória, “visa proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses” (Gil, 2002, p. 41). Pode-se dizer que estas pesquisas visam o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Por isso, foi desenvolvida uma sequência didática, propondo a aproximação do aluno no ensino da Matemática e auxiliar na aprendizagem sobre os conceitos apresentados acerca dos produtos notáveis. Para este trabalho, utilizamos as Algeplacas, que são um material

manipulável que proporciona maior interação dos alunos e auxilia no ensino e aprendizagem da Álgebra.

A pesquisa bibliográfica, conforme Gil (2002, p. 44), “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Foi analisada e investigada a abordagem inicial dos livros didáticos, para compreender o motivo das dificuldades dos alunos do 9º do Ensino Fundamental na aprendizagem de produtos notáveis.

1.5 Etapas e Instrumentos da Pesquisa

Nosso trabalho está estruturado em quatro capítulos. No primeiro capítulo, a Introdução, contempla uma breve contextualização, apresenta a temática, além da justificativa, objetivos e a metodologia adotada.

No segundo capítulo, intitulado Referencial Teórico, abordamos um pouco sobre a trajetória da Álgebra no Brasil e em outros países, destacando a importância do ensino dos produtos notáveis para a aprendizagem dos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental. Discutimos, ainda, como esse conteúdo é tratado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Em seguida, analisamos algumas coleções de livros didáticos de Matemática a fim de compreender de que forma os produtos notáveis são abordados nesse material. Por fim, enfatizamos a relevância do uso de materiais manipulativos no ensino de Matemática, com destaque para as Algeplacas como recurso didático.

No terceiro capítulo, tratamos da proposta da sequência didática, descrevendo alguns pontos para o desenvolvimento das tarefas da sequência e o delineamento da estrutura das ações a serem realizadas. Por fim, o quarto capítulo apresenta as Considerações Finais, com as conclusões do trabalho, seguidas das referências e dos apêndices.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, discutimos a história e o ensino da Álgebra no Brasil, com ênfase em sua introdução durante o Movimento da Matemática Moderna, na década de 1960, e o impacto que esse período teve na inserção da Álgebra no currículo escolar. Em seguida, aprofundamos a importância do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental para a aprendizagem dos produtos notáveis, destacando as dificuldades enfrentadas pelos alunos no desenvolvimento do pensamento algébrico. Também analisamos como esse conteúdo é abordado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Além disso, apresentamos algumas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental para verificar de que forma os produtos notáveis são trabalhados nessas coleções. Por fim, ressaltamos a relevância do uso de materiais manipulativos no ensino de Matemática, com destaque para as Algeplacas como recurso didático.

2.1 O Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental

Antes de falarmos sobre o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental, é importante entender um pouco da trajetória da Álgebra e como ela se desenvolveu para ocupar lugar de destaque no ensino de Matemática no Brasil e em outros países.

A Álgebra no Brasil teve alguns momentos na sua história antes, durante e depois do Movimento da Matemática Moderna – MMM, como podemos ver no artigo *Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo* (1992). A Álgebra no Brasil buscava seu espaço para ser introduzida, já que não se tinha alto valor em comparação à Aritmética e Geometria. Já em outros países, por exemplo, França e Estados Unidos, a Álgebra era importante para o desenvolvimento da matemática.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), na década de 1960 se iniciou o MMM com o intuito de introduzir a Álgebra moderna e diminuir o modo obsoleto de ensino que a Geometria possuía, teve-se a ideia de realizar uma fusão de ideias da Geometria e da Álgebra moderna, para poder auxiliar no entendimento da Geometria e da Aritmética.

Durante o MMM, a Álgebra moderna desempenharia um papel principal na união, viria para fundir e dar fundamentos. Tinha-se a proposta de que o seu ensino desempenharia um papel principal em relação aos outros conteúdos.

Fazendo com que a Geometria deixasse de ser vista como uma grande potencialidade com sua capacidade específica de possibilitar a percepção, organização e sistematização, assim, centralizando no ensino da Álgebra.

Porém, o MMM, não desempenhou o que se esperava e não houve grandes resultados, isso se deve ao fato de que minimizou a concepção do valor cultural e instrumental de outros conteúdos. Conforme Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), cada país buscou outros caminhos para utilizar esta matemática. Na França, encaminhava-se no sentido de uma ênfase no rigor e na dedução e após o fracasso do MMM o país promoveu uma reforma curricular que manteve a estrutura formal da álgebra, mas com um retorno gradual à geometria, buscando maior equilíbrio entre as áreas; nos Estados Unidos (EUA), após a constatação fracasso, houve uma forte reação contrária, impulsionando movimentos como a volta para o básico, mas depois aos poucos foi usada na aplicação de diferentes tópicos e da adoção de uma abordagem mais intuitiva e experimental; já no Brasil, o movimento se acabava aos poucos, tendo caráter eclético, devido às interferências de “forças” de diversos movimentos que ocasionaram o enfraquecimento da introdução da Álgebra moderna. Ou seja, com o fracasso da MMM, houve uma retomada de discussões pedagógicas, marcada pela busca de uma educação matemática mais crítica, contextualizada e reflexiva.

Portanto, algumas das consequências do MMM da década de 1960, foram negativas para o ensino, uma vez que trouxe um o excesso de abstração e formalismo da matemática que gerou um distanciamento da realidade dos alunos e a desvalorização da geometria. Essas características dificultaram a compreensão dos conteúdos, aumentaram a evasão escolar e geraram desmotivação. Além de que a adoção de um modelo europeu, sem adaptação ao contexto brasileiro, contribuiu para uma crise na educação matemática. Entretanto, podemos dizer que essas consequências impulsionaram busca por abordagens mais contextualizadas.

Atualmente, o ensino da Álgebra no Brasil é uma parte essencial do currículo de Matemática, introduzido gradualmente ao longo da educação básica, com maior ênfase a partir dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. A álgebra desempenha um papel importante no desenvolvimento do pensamento lógico e abstrato dos estudantes, além de ser uma ferramenta fundamental para a resolução de problemas em diversas áreas. Com isso, temos a introdução dos produtos notáveis que se apresentam nos anos finais da etapa do Ensino Fundamental, que auxilia na transição da Aritmética para a Álgebra.

No Ensino Fundamental, os alunos são introduzidos aos conceitos iniciais de Álgebra, como a representação de números desconhecidos por letras, expressões numéricas e o uso de equações simples para resolver problemas. Durante o Ensino Fundamental ocorre a transição

da Aritmética para a Álgebra, essa fase marca a transição entre a matemática concreta de números e de operações, passando para a matemática mais abstrata com a introdução de variáveis, propriedades das operações e padrões matemáticos, um dos conteúdos contidos na Álgebra é o dos Produtos Notáveis. Segundo Pimentel (2010, p. 26), “o raciocínio algébrico é fundamental para a formação intelectual do estudante, pois esse conhecimento proporciona condições para a continuidade dos estudos.”

A Álgebra desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico e abstrato, sendo uma ferramenta essencial para a formação intelectual e a capacidade de resolver problemas complexos. O desenvolvimento do pensamento lógico exige que os estudantes sigam passos lógicos para resolver equações, simplificar expressões e na manipulação de variáveis. Com isso, ajuda a desenvolver a capacidade de organizar ideias de forma coerente, neste processo, o aluno pode conseguir reconhecer padrões e regularidades, permitindo a formulação de generalizações matemáticas, como regras e fórmulas.

Contudo, o desenvolvimento do pensamento abstrato se trabalha com símbolos, na qual a Álgebra introduz o uso de variáveis para representar valores desconhecidos, o que desafia os estudantes a pensar além de números concretos. O estudo dos conceitos como produtos notáveis incentiva a compreensão das relações dos termos, promovendo uma visão mais ampla e abstrata dos problemas.

Os estudantes frequentemente enfrentam várias dificuldades no aprendizado da Álgebra. Um dos problemas que temos é a dificuldade da compreensão da transição da Aritmética para a Álgebra. Esta mudança do pensamento concreto para o abstrato faz com que muitos alunos tenham dificuldade em lidar com conceitos, com o uso de variáveis para representar números desconhecidos, ocasionando confusão. Com isto, o processo de aprendizagem dos estudantes passa por problemas com a compreensão conceitual, ocasionando a memorização sem o entendimento dos conceitos, o que limita sua capacidade de aplicar esses conhecimentos em novas situações. Sabemos que a aprendizagem é uma progressão em que cada conteúdo auxilia no entendimento do próximo.

É preciso que os professores busquem metodologias para desempenhar um papel de minimizar as dificuldades encontradas pelos estudantes, pois “todas as crianças são capazes de aprender toda a matemática que nós queremos que elas aprendam, e elas podem aprendê-la de uma maneira significativa e de um modo que lhes faça sentido” (Van de Walle, 2009, p. 33).

Com este intuito, a aprendizagem significativa deve estar alinhada com planejamento adequado e deve estar adaptada conforme a BNCC (Brasil, 2018), proporcionando um melhor conhecimento para conseguir desempenhar em estudos posteriores.

Ao analisarmos a BNCC (Brasil, 2018), que é um documento normativo que orienta os currículos escolares no Brasil, ela orientará as ideias do docente que usará para manipular o conteúdo, assim podendo auxiliar na progressão de aprendizagem do aluno. A BNCC, no que diz respeito ao ensino de produtos notáveis, na etapa final do Ensino Fundamental, introduz os produtos notáveis no contexto do campo da Álgebra, com um foco no desenvolvimento de habilidades de manipular e interpretar as expressões algébricas.

Uma das habilidades relacionadas é reconhecer e identificar regularidades em expressões e operações, como quadrados perfeitos ou diferenças de dois quadrados. Também terão que aprender a utilizar identidades algébricas, como o quadrado da soma, quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença, para simplificar expressões ou resolver problemas, que são associadas ao conteúdo de produtos notáveis. A habilidade da BNCC relacionada a produtos notáveis é “(EF09MA09): *Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau*” (Brasil, 2018, p. 319).

2.2. Produtos Notáveis: Conceitos e Importância

Nesta seção, apresentamos os conceitos, a importância e a relevância dos Produtos Notáveis para a aprendizagem dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, utilizamos as ideias de Radford (2010) sobre o pensamento algébrico.

Analisamos também alguns livros didáticos, observando as suas formas de iniciar o conteúdo de produtos notáveis e se propõem atividades complementares com auxílio de material didático além do próprio livro didático.

Por fim, trazemos a relevância do uso de materiais manipuláveis, com o intuito de potencializar o processo de ensino-aprendizagem. Em destaque, abordamos o uso de Algeplacas, voltado para a Álgebra, na aprendizagem dos conceitos do conteúdo dos produtos notáveis, tal material que aborda utilizando as figuras geométricas.

2.2.1. Definição e Exemplos de Produtos Notáveis

O ensino de produtos notáveis é de grande importância para o desenvolvimento matemático dos estudantes, pois seus conceitos são fundamentais para a compreensão da Álgebra, que envolve valores ao quadrado, diferença e produtos.

Podemos definir os produtos notáveis como multiplicações em que os fatores são polinômios, são divididos em propriedades, como o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o termo da soma pela diferença.

Por meio do estudo dos produtos notáveis, os alunos podem desenvolver habilidades de raciocínio lógico, análise e resolução de problemas, essenciais para o sucesso em disciplinas matemáticas mais avançadas. Assim, a introdução ao ensino de produtos notáveis é essencial para estabelecer uma base sólida no aprendizado da matemática e das expressões algébricas.

Nos produtos notáveis temos as seguintes propriedades:

- O quadrado da soma $(a + b)^2$: o primeiro termo elevado ao quadrado mais o dobro do primeiro termo multiplicado pelo segundo termo mais o segundo termo elevado ao quadrado.

$$\text{Exemplo: } (y + 3)^2 = (y)^2 + 2 \cdot y \cdot 3 + (3)^2 = y^2 + 6y + 9$$

- O Quadrado da diferença $(a - b)^2$: o primeiro termo elevado ao quadrado menos o dobro do primeiro termo multiplicado pelo segundo termo mais o segundo termo elevado ao quadrado.

$$\text{Exemplo: } (x - 4)^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + (4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

- O Produto da soma pela diferença entre dois termos $(a + b) \cdot (a - b)$: o quadrado do primeiro termo, menos o quadrado do segundo termo.

$$\text{Exemplo: } (y - 2) \cdot (y + 2) = y^2 - 2^2 = y^2 - 4$$

2.2.2. Os Produtos Notáveis e sua relação com o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico

Os produtos notáveis são conceitos fundamentais no aprendizado da Álgebra no Ensino Fundamental e Médio. Entre eles se destacam o quadrado da soma, o quadrado da diferença, a diferença de quadrados. Esses conceitos servem de base para estudos posteriores em Álgebra.

Esse objeto de estudo algébrico ajuda no desenvolvimento de habilidades como reconhecimento de regularidades, a capacidade de generalização, manipulação algébrica, além de conceitos geométricos. Isso facilita a simplificação de expressões e a resolução de equações, também com o desenvolvimento do raciocínio lógico.

O estudo dos produtos notáveis possibilita a compreensão da transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico. Segundo Radford (2011 *apud* Almeida, 2017, p. 13):

[...] a diferença do pensamento algébrico para o aritmético é que, enquanto o aritmético, lidamos com quantidades conhecidas, no pensamento algébrico lidamos com quantidades desconhecidas de maneira analítica, que dizer que, analisamos quantidades desconhecidas que são as incógnitas e variáveis, as

tratamos como se fossem conhecidas e resolvemos cálculos como realizamos na aritmética.

A diferença entre os tipos de pensamento ocasiona grandes dificuldades no ensino da matemática em sala de aula. Para que essa mudança ocorra no modo de pensar, são exigidas novas maneiras de interpretar e representar os conceitos matemáticos, o que Radford (2006 *apud* Almeida, 2017) caracteriza por meio de três aspectos inter-relacionados, desenvolvidos durante a transição do pensamento concreto para o abstrato.

O primeiro aspecto, segundo Radford (2006), é **o senso de indeterminação** dos objetos algébricos básicos, como incógnita e variável. Esta indeterminação permite substituir uma variável ou incógnita por outra em determinada situação para dar continuidade na resolução, porém, na Aritmética, não tem sentido de substituir valores numéricos.

O segundo aspecto, conforme Radford (2006), é **a analiticidade**, que é a capacidade de manipular objetos desconhecidos de maneira estruturada analiticamente. Quando tem a possibilidade de manipular com os objetos desconhecidos, as variáveis ou incógnitas, como na resolução de uma equação e inequação.

O terceiro aspecto, conforme Radford (2006), é **a designação simbólica**, na qual o autor, baseado na reflexão de Kant, ressalta que, ao contrário dos objetos da Geometria que podem ser representados e visualizados diretamente, as incógnitas, as variáveis e outros objetos algébricos são representados indiretamente, por meio de símbolos e construções matemáticas.

Além disso, Radford (2010) classifica pensamento algébrico em três vertentes: o pensamento algébrico factual, o pensamento algébrico contextual e o pensamento algébrico simbólico, ou as três formas diferentes de pensar, que destacam a importância do caminho percorrido pelo aluno para o seu desenvolvimento.

Sabendo da importância dos produtos notáveis para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da categorização, podemos relacionar o estudo dos produtos notáveis no contexto do desenvolvimento do pensamento algébrico categorizado por Radford (2010) nas três vertentes.

No pensamento algébrico factual, destacamos que no processo de ensino dos produtos notáveis, os estudantes começam a reconhecer como as variáveis podem ser trocadas dentro da expressão algébrica, como, por exemplo, no caso do quadrado da soma $(a + b)^2$, quando essa expressão pode ser trabalhada de forma prática, com o auxílio de material concreto ou desenhos em papel quadriculado, no qual o estudante explora o conceito sem precisar de valores específicos para a e b . Quando o estudante manipula ou desenha com os fatores $(a + b) \times (a +$

b) sem a utilização explícita das variáveis e observa os padrões, ou quando utiliza as propriedades de multiplicação, encontra os valores a^2 ; $2ab$ e b^2 .

Em relação ao pensamento contextual, quando os alunos começam a descrever os padrões e relações sem ainda utilizar a representação algébrica formal. Como no exemplo dos produtos notáveis, quando o aluno explica que o quadrado maior pode ser dividido em quatro retângulos menores e destaca as medidas dos lados desses retângulos como sendo um retângulo de lado a ; dois de lados a e b , e um de lado b .

E, o pensamento simbólico ocorre quando o aluno não depende da percepção visual e expressa as relações e padrões em termos de variáveis, como $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Portanto, a importância do percurso no desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial para que o estudante atribua significado. Por isso,

“[...] o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problemas e favorecer possíveis soluções” (Brasil, 1998, p. 64).

Diante da relevância dos produtos notáveis no processo de aprendizagem da álgebra, torna-se essencial refletir sobre como o uso de materiais manipulativos, como as Algeplacas, contribui para a transição do pensamento aritmético para o algébrico. Nesse sentido, as contribuições de Radford (2006, 2010, 2011) oferecem um importante referencial teórico para compreender a tomada de consciência dos saberes algébricos.

O uso das Algeplacas está diretamente relacionado aos aspectos do pensamento algébrico descritos por Radford (2011): o senso de indeterminação, a analiticidade e a designação simbólica. Pois permite aos estudantes interagirem com objetos matemáticos de forma concreta antes de avançarem para a abstração simbólica. Ao manipular as peças para representar expressões como $(a+b)^2$, o aluno experimenta o **senso de indeterminação**, lidando com variáveis que não possuem valor fixo.

Além disso, esse processo desenvolve a **analiticidade**, pois o aluno visualiza e organiza a estrutura da expressão algébrica por meio das peças – como representar o termo $2ab$, quando é preciso juntar os retângulos. Por fim, essa manipulação concreta do material facilita a passagem para a **designação simbólica**, na qual os símbolos passam a representar ideias que anteriormente foram manipuladas com as peças e compreendidas por meio da visualização.

Dessa forma, a manipulação e a visualização das peças concretas das Algeplacas tornam os conceitos dos produtos notáveis mais acessíveis para os alunos. Eles podem perceber que os

produtos notáveis não são apenas fórmulas, e sim o resultado da composição de áreas de quadrados e retângulos. Esse tipo de representação possibilita o desenvolvimento do pensamento contextual e simbólico.

Para ocorrer o pensamento algébrico, é preciso de recursos didáticos que proporcionem aos alunos o desenvolvimento do pensamento. Desta forma, deve ser feito um planejamento de sequência das atividades, com materiais concretos ligados ao conteúdo do livro didático que guia e auxilia os estudos e o professor.

2.2.3. Como os Livros Didáticos abordam os Produtos Notáveis

O livro didático é um auxiliador na condução do projeto pedagógico no ensino dos conteúdos, por isso o professor terá que utilizá-lo da melhor maneira para apoiar a aprendizagem dos alunos, daí a importância de ter um bom livro didático para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem e orientar os alunos para seu desenvolvimento, desta forma alcançar os objetivos criados pelo professor.

“O livro didático apresenta-se com destaque no cenário educacional, ou seja, desempenha um papel relevante no desenvolvimento das atividades de sala de aula, realizadas pelos professores com seus alunos. Trata-se, por tanto, de importante instrumento utilizado pelos professores para o desenvolvimento de suas atividades como docentes” (Costa; Allevato, 2010, p. 79).

Nesta subseção, apresentamos uma análise dos produtos notáveis em quatro coleções didáticas destinadas ao 9º ano do Ensino Fundamental: *Conquista da Matemática* (Júnior, 2022, Ed. FTD), *Superação Matemática* (Texeira, 2022, Ed. Moderna), *Desafios da Matemática* (Silveira, 2022, Ed. Moderna) e *Matemática e Realidade* (Iezzi; Dolce; Machado, 2022, Ed. Saraiva). A escolha dos quatro livros didáticos para analisar, foi realizada pelo acesso que tive pela internet.

O foco da análise é na forma como cada livro apresenta os conceitos, considerando o uso de representações algébricas e geométricas, se apresentam exemplos numéricos e algébricos e ainda se existe a proposta de tarefas práticas com utilização de materiais concretos, logo que o instrumento didático é importante para o desenvolvimento do aluno. Desta forma é preciso que o livro apresente de forma coerente e estratégica o objeto do conhecimento, de forma que tenha uma harmonia para poder ter uma melhor compreensão do conhecimento.

O livro - A Conquista Matemática – 9º ano (FTD)

O livro *A Conquista Matemática* – 9º ano, da editora FTD, antes de apresentar o objeto do conhecimento Produtos Notáveis, faz uma breve recordação do conteúdo do 8º ano sobre monômios e polinômios, utilizando alguns exemplos, com uma figura geométrica com valores de seus lados, desta forma formulando a expressão algébrica que a contém. Em seguida, apresenta os produtos notáveis como sendo expressões polinomiais e apresenta também as três propriedades dos produtos notáveis: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos.

O conteúdo se inicia pelo quadrado da soma de dois termos e apresenta a demonstração do desenvolvimento para a obtenção da expressão algébrica do produto notável. Em seguida, apresenta uma figura geométrica que representa a propriedade com os valores de cada lado, e área dos quadrados e dos retângulos, logo após apresenta uma discriminação da propriedade e como ler cada parte da expressão, por fim apresenta dois exemplos com valores para serem desenvolvidos e apresenta sua resolução. Na Imagem figura 1, podemos observar os exemplos e a propriedade detalhada com uma representação geométrica como parte da explicação inicial.

Figura 1: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro A Conquista Matemática.

PRODUTOS NOTÁVEIS

No 8º ano, você, provavelmente, estudou monômios e polinômios. Vamos relembrar? Denomina-se **monômio** ou **termo algébrico** todo número ou toda **expressão algébrica** formada apenas por uma variável, ou por uma multiplicação de números e variáveis, em que as variáveis têm como expoentes somente números naturais. Observe os exemplos a seguir:

$3x$ $7y$ x^2 abc $4x$

É um **polinômio** o qualquer monômio ou adição algébrica de monômios. Exemplos:

$ab + x^2 + 3x$ $9z + 3y$ $3x + 2y - x^2 + y^2$ $y - 2x$

Vamos escrever a expressão algébrica que representa a área da figura a seguir:

A área da figura é dada pela soma das áreas dos retângulos (1) e (2), dada por $ab + x^2$. Assim, a área dessa figura é dada pela expressão algébrica $ab + x^2$.

Observações:

- Qualquer monômio é considerado um polinômio. Por exemplo, $2xy$ é um polinômio de um só termo (monômio).
- Os monômios que formam um polinômio são denominados **termos** do polinômio. Por exemplo, $100x + 10y + 2$ é um polinômio de três termos; $100x$, $10y$ e 2 .

No cálculo algébrico, alguns produtos aparecem com muita frequência e, pela importância que têm, são chamados de **produtos notáveis**. Observe alguns deles:

- $(x + y) \cdot (x + y)$ ou $(x + y)^2$ (quadrado da soma de dois termos)
- $(x - y) \cdot (x - y)$ ou $(x - y)^2$ (quadrado da diferença de dois termos)
- $(x + y) \cdot (x - y)$ (produto da soma pela diferença de dois termos)

QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Vamos considerar a expressão $(x + y)^2$, que representa o **quadrado da soma de dois termos**, e desenvolvê-la algebricamente.

Aplicando a definição de potência e realizando a multiplicação de polinômios, temos:

$$(x + y)^2 = (x + y) \cdot (x + y) = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Então, obtemos a igualdade $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Geometricamente, podemos obter a mesma igualdade resolvendo o problema a seguir.

Considerando dois segmentos de retas, um de comprimento x e outro de comprimento y , como se pode calcular a área do quadrado cujo lado mede $(x + y)$?

Usando esses dois segmentos de retas, construímos a representação do quadrado da **figura 1**, cujo lado mede $(x + y)$. A área desse quadrado, dada por $(x + y)^2$, pode ser expressa pela soma das áreas das figuras que o formam, como mostra a **figura 2**. Observe:

Então, tanto algebricamente como geometricamente, foi demonstrado que:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Acompanhe como aplicamos esse resultado no cálculo dos seguintes produtos:

$$\begin{aligned} (3x + 2y)^2 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2 \\ (a^2 + 5b)^2 &= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 5b + (5b)^2 = a^4 + 10a^2b + 25b^2 \end{aligned}$$

Fonte: Júnior (2022, p. 62-63).

Contudo, na análise realizada deste livro, percebe-se que não é mencionada alguma atividade prática para ser realizada pelos alunos para poderem participar ativamente na manipulação dessas figuras apresentadas e poder visualizar os conceitos geometricamente, o que limita o aprofundamento conceitual dos alunos.

O livro - *Superação Matemática* 9º ano – (Moderna)

O livro *Superação Matemática* – 9º ano, da editora Moderna, apresenta uma breve informação do tópico sobre produtos de polinômios, chamados de Produtos Notáveis, de forma direta.

A primeira propriedade apresentada é o quadrado da soma de dois termos, ressaltando que o Produto Notável é um produto de polinômios. Na sequência, mostra sua fórmula de resolução, contendo a demonstração do desenvolvimento desse produto utilizando a multiplicação de distributividade. São mostradas duas maneiras de visualização: na primeira, mostra o valor de cada lado do quadrado e mostra que a propriedade é o valor da área do quadrilátero; na segunda maneira, já é mais trabalhada, pois realiza a divisão de cada lado e a área de cada quadrilátero e que posteriormente mostra que cada valor das áreas representará o valor do produto da distributiva que foi realizado anteriormente apresentado e que será necessário somá-los ao final para encontrar a expressão final da propriedade.

Na imagem da figura 2, podemos verificar que o livro não apresenta exemplos para serem praticados ou qualquer indicação para a utilização de algum material concreto para auxiliar na aprendizagem. Com isso, perde-se a oportunidade de possibilitar atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de uma abordagem mais lúdica e exploratória.

Figura 2: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Superação Matemática

Produtos notáveis

Neste tópico, estudaremos produtos de polinômios que aparecem em problemas e apresentam algumas regularidades. Eles são chamados produtos notáveis e, ao estudá-los e conhecê-los, perceberemos que as regularidades apresentadas possibilitam, em alguns momentos, a redução da quantidade de cálculos.

Quadrado da soma de dois termos

Um dos produtos notáveis é o quadrado da soma de dois termos. Podemos indicá-lo da seguinte maneira.

$(a + b)(a + b)$ ou $(a + b)^2$

1º termo 2º termo

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, obtemos:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + \underset{ba = ab}{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

O polinômio $a^2 + 2ab + b^2$ tem três termos e é chamado trinômio quadrado perfeito. Podemos visualizar geometricamente a igualdade acima. Para a e b positivos, calcularemos a medida da área de um quadrado com o comprimento do lado medindo $a + b$ de duas maneiras diferentes.

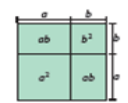
1ª maneira



Multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura:

$A = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$

2ª maneira



Adicionando as medidas das áreas das quatro partes:

$A = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Note que, em ambas as imagens, o quadrado cuja medida do comprimento do lado é $a + b$ tem a mesma medida de área. Portanto: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$.

84

Fonte: Teixeira (2022, p. 84).

Portanto, sabemos que o pensamento algébrico vai além do que se representa no livro, pois o aluno se limita a memorizar os conceitos e assim perde a característica do aluno poder analisar, refletir e tirar conclusões ao utilizar um material manipulável, que ajuda na compreensão do conceito de forma mais sustentável, tendo em vista que a aprendizagem ativa ajudará a compreensão do conhecimento por mais tempo.

O livro - *Desafios da Matemática 9º ano* – (Moderna)

O livro *Desafios da Matemática* – 9º ano, da editora Moderna, exhibe o objeto do conhecimento Produtos Notáveis de maneira direta, indicando que a primeira propriedade é o quadrado da soma de dois termos, que tal terá dois termos que é representado por $(a + b)^2$, denotando a demonstração do desenvolvimento desta propriedade que será exposta pela multiplicação distributiva. Em seguida, apresenta dois exemplos resolvidos, um com variáveis e outro com valores numéricos, e na continuidade faz a representação geométrica como parte da explicação inicial, como mostra a imagem da figura 3, que constitui o valor de cada lado do

quadrado e, constitui o valor da área de cada quadrilátero que está sendo dividido para poder representar e compor a propriedade do produto notável.

Figura 3: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Desafios da Matemática.

2 Produtos notáveis

Quadrado da soma de dois termos

O quadrado da soma de dois termos, a e b , é indicado por $(a + b)^2$. Desenvolvendo esse produto, obtemos:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ou seja:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto dos dois termos mais o quadrado do segundo termo.

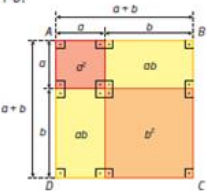
Observe alguns exemplos.

a) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

b) $\left(\frac{a}{5} + 3b\right)^2 = \left(\frac{a}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{5} \cdot 3b + (3b)^2 = \frac{a^2}{25} + \frac{6ab}{5} + 9b^2$

Representação geométrica

Vamos representar geometricamente o quadrado da soma de dois termos, a e b , que indicamos por $(a + b)^2$, admitindo os números a e b positivos. Considere o quadrado $ABCD$ cuja medida do comprimento do lado é representada por $a + b$.



A expressão $a^2 + 2ab + b^2$ apresenta três termos e é denominada **trinômio quadrado perfeito**.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

101

Fonte: Silveira (2022, p. 101).

Neste livro, a introdução do conteúdo ocorre direto ao objeto de conhecimento, apresentando sua fórmula e a sua representação geométrica, portanto, não é explícito que há uma maneira diferente para guiar o professor para trabalhar este conteúdo, além de expor de forma mecânica, possibilitando um maior desinteresse pelos alunos para participar da aula.

Livro Matemática e Realidade 9º ano – (Saraiva)

O livro *Matemática e Realidade* – 9º ano, da editora Saraiva, aborda produtos notáveis a partir da explicação do quadrado da soma de dois termos, mostrando que terá dois termos ao quadrado e dá início à aplicação da multiplicação distributiva. Após mostrar a realização da distributiva, traz a denotação de como se realiza a propriedade, sendo descrita como o quadrado do primeiro mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo termo e a indicação de cada valor e quem representa a forma descrita. Logo após, teremos uma

parte descrita com “participe” (Figura 4) que mostra algumas questões e uma figura quadrada dividida em quatro partes, que tem um quadrado maior e quatro menores dentro dele, contendo cada um o valor de seus lados. Nesta atividade, deve-se buscar o valor da área de cada quadrilátero.

Figura 4: Introdução aos Produtos Notáveis do Livro Matemática e Realidade.

Capítulo 3 **Produtos notáveis**

Quadrado da soma de dois termos

A expressão algébrica $(a + b)^2$ apresenta a soma de dois termos, $a + b$, elevada ao quadrado; é, portanto, o quadrado da soma de dois termos. Podemos calculá-la algebricamente multiplicando $(a + b)$ por $(a + b)$:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

$$(a + b)^2 = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$

Como $ba = ab$, temos: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Esse resultado é um **produto notável**. Podemos determiná-lo sem precisar multiplicar termo a termo.

Verifique:

$(a$	$+$	$b)^2$	$=$	a^2	$+$	$2ab$	$+$	b^2
1º termo		2º termo		quadrado do 1º termo		duas vezes o produto dos termos		quadrado do 2º termo

Ou seja:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo termo.

Participe

I. Na figura, há 2 quadrados com o número 1 em seu interior e 2 retângulos com o número 2 em seu interior.

No caderno, responda:

a) Qual é a medida de área de cada quadrado com o número 1 em seu interior? a^2 e b^2 .

b) Qual é a medida de área de cada retângulo com o número 2 em seu interior? ab e ab .

II. Os quadrados menores e os retângulos são partes de um quadrado maior. A medida de área do quadrado maior é igual à soma das medidas de áreas dos quadrados menores e dos retângulos.

No caderno, responda:

a) Quanto medem os lados do quadrado maior? $a + b$.

b) Qual é a medida de área do quadrado maior? $(a + b)^2$ ou $a^2 + b^2 + 2ab$.

c) A sentença $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ é verdadeira ou falsa? **Verdadeira.**

Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2022, p. 52).

Podemos notar que neste livro a aprendizagem do conteúdo vai de forma direta, de forma que o aluno parte para o cálculo antes de refletir para entender o porquê ou o que está acontecendo para determinar os valores da questão, sendo assim restringido o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Porém, neste livro, apresenta-se um incentivo para que o professor faça uma atividade de participação dos alunos, para não ficar somente na visualização da Imagem 4. Desta forma, o professor é guiado para planejar uma atividade que poderá ser prática, possibilitando a manipulação da propriedade e permitindo a reflexão dos alunos diante do objeto de conhecimento.

Portanto, como vimos, em cada livro são diferentes formas de guiar o professor para a abordagem do objeto de estudo, isso quer dizer que o professor não necessariamente precisa se

restringir ao que está no livro, podendo explorar outros materiais didáticos e outras abordagens para alcançar o objetivo de ensino.

A seguir, apresentamos no Quadro 1, um comparativo visando sintetizar as principais características observadas nas quatro coleções didáticas analisadas, destacando os aspectos de como é a introdução ao conceito, se utiliza representação visual, se fornece exemplos com números e, por último, se indica alguma tarefa prática.

Quadro 1: Comparativo das introduções aos Produtos Notáveis nos livros analisados.

Aspecto observado	A Conquista da Matemática (Editora FTD)	Superação Matemática (Editora Moderna)	Desafios da Matemática (Editora Moderna)	Matemática e Realidade (Editora Saraiva)
Introdução ao conceito	Explicação de monômio e polinômios, realização do cálculo das expressões algébricas e em seguida apresentação do conteúdo de produtos notáveis com quadrado da soma de dois termos.	Informa que utiliza de produto de polinômios e inicia com a identificação do quadrado da soma de dois termos e logo após mostra as duas formas de representar e posteriormente como realizar a operação, por meio da multiplicação de distributiva.	Inicia com a identificação do quadrado da soma de dois termos e logo após mostra como realizar a operação, por meio da multiplicação de distributiva.	Apresenta de maneira direta, com a fórmula e a utilização da propriedade distributiva. Em seguida, descreve cada parte da expressão do quadrado da soma de dois termos e finaliza com uma atividade.
Utilização de representação visual	Inclui imagem para montagem de polinômios e imagem para representar o produto notáveis.	Inclui duas imagens para representar o produto notável e como será dividido este quadrado para poder representar a expressão do produto notável.	Inclui uma imagem para representar o resultado do produto notável encontrado do quadrado da soma de dois termos.	Inclui uma imagem, mas em uma tarefa para ser respondida a partir de sua visualização.
Exemplos numéricos e algébricos	Exemplo de polinômios e três exemplos de produto notáveis, sendo um com relação a distributiva.	Dois exemplos, uma é a maneira de realização da multiplicação e o outro como representar e calcular a partir do valor da imagem da	Dois exemplos de produtos notáveis, com valores diferentes.	Não possui, somente a propriedade e sua maneira de resolução.

		propriedade do produto notável.		
Atividade prática e manipulativa	Não possui	Não possui	Não possui	Não possui

Fonte: Elaboração do autor, (2025).

Conforme as análises dos livros, percebemos que possuem uma limitação na apresentação do conhecimento, pois a maioria é de forma direta, trazendo apenas uma breve explicação/recordação de polinômios e a maneira de realizar a multiplicação de polinômios por distributiva, para encontrar a expressão das propriedades dos produtos notáveis.

Nos livros, apresentam-se os desenhos geométricos para auxiliar no entendimento do conteúdo a partir da visualização de como é representada a expressão geometricamente, porém, não proporcionam uma participação ativa e aprofundada do conhecimento. Como também não tem a indicação de trabalhar de forma diferente, como a utilização de materiais manipuláveis, que podem ajudar a desenvolver de forma mais aprofundada.

Os livros deveriam propor o conteúdo com a participação ativa dos alunos, na utilização de materiais concretos que poderão manipular e associar com expressões algébricas as propriedades e conceitos dos produtos notáveis. O material concreto com as figuras geométricas em seu manuseio auxilia no entendimento e no aprofundamento de fazer generalizações, associações e assim desenvolvendo o pensamento algébrico.

Sabemos que muitos alunos memorizam fórmulas, sem compreender de onde elas vêm, o que dificulta sua aplicação em situações futuras. Com a ausência de exemplos visuais e concretos, como quadrados e retângulos representando áreas, impede que os alunos vejam o significado real por trás dos produtos notáveis. Desta forma, trazer atividades práticas possibilita melhor progresso de aprendizagem do aluno, portanto:

“O estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos” (Brasil, 1998, p. 29).

A aprendizagem de novos conceitos de forma prática possibilita ao aluno obter por muito mais tempo o conhecimento e não se perder rapidamente devido à memorização, que ocasiona um esquecimento mais veloz.

O conteúdo de produtos notáveis é abordado nos anos finais do Ensino Fundamental, no 9º ano, na unidade temática de Álgebra. Nesse contexto, os objetos de conhecimento envolvem

as expressões algébricas, com ênfase na fatoração e nos produtos notáveis e a resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio da fatoração. A habilidade a ser desenvolvida pelos alunos, conforme a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), é a “(EF09MA09): *compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.*”

Para realizar o pensar algébrico, devemos aprimorar os conhecimentos em relação às expressões algébricas e equações de 2º grau, portanto essas habilidades devem ser trazidas de tal forma que o aluno reflita e pense matematicamente, nas realizações de operações com letras de grau dois (2) e auxiliando na generalização da matemática. Pode ser um bom plano de desenvolvimento com o aluno inserir alguns conceitos utilizando as figuras geométricas, sabe-se que a Geometria pode ser uma ferramenta importante no desenvolvimento da álgebra, podendo fazer com que maximize o aprendizado. “Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (Brasil, 1998, p. 39).

Portanto, destacamos a importância da utilização de material manipulável, que pode fazer com que o aluno obtenha o aperfeiçoamento dos conceitos e o pensar matemático dos produtos notáveis. Por isso, os materiais manipulativos podem auxiliar no ensino-aprendizagem para aprimorar o conhecimento dos alunos, de forma coerente e efetiva conforme o objetivo.

2.3 Materiais Manipulativos no Ensino de Matemática

Apesar das constantes e crescentes pesquisas acerca do uso de materiais manipulativos no ensino, esta é uma prática que ainda é pouco usada em nossas salas de aula, como alguns professores acham que é “perda de tempo”. Também temos professores que estão conscientes de que não conseguem alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e acabam procurando novos elementos, às vezes, como buscas por materiais prontos, como receitas de ensinar determinados conteúdos, acreditando na melhora deste quadro. Por isso, deveríamos buscar experimentar e analisar a maneira de usar os materiais, logo que a maneira como se utiliza determina a experiência de aprendizagem e a melhoria do progresso do aluno. Por trás de cada material, se esconde uma visão de educação e de matemática, portanto, existe uma proposta pedagógica que o justifica. Comenius (1592-1671) considerado o pai da Didática, dizia

em sua obra “Didática Magna” (1657) “[...] ao invés de livros mortos, por que não podemos abrir o livro vivo da natureza? Devemos apresentar à juventude as próprias coisas, ao invés das suas sombras” (Ponce, p. 127; *apud* Fiorentine; Miorim, 1990).

Os materiais devem ser seriamente considerados como um recurso didático que pode contribuir de forma eficiente, com entusiasmo e prazer, ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Percebemos que as crianças perdem o prazer de ter a redescoberta na aprendizagem em virtude na defasagem do próprio ensino. Quando o aluno é capaz de descobrir uma regra e chegar a enunciar, faz com que compreenda por muito mais tempo. Se, ao contrário, buscar economizar tempo e esforço, dando a regra, o aluno perde o prazer da descoberta e a compreensão por um todo, levando ao esquecimento do conhecimento que lhe foi passado pronto. Portanto, para haver o prazer da descoberta e uma aprendizagem com significado, “nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração” (Azevedo, p. 27; *apud* Fiorentine; Miorim, 1990).

Quer dizer que, trabalhado de forma dinâmica, proporciona uma melhor aprendizagem, a partir da reflexão do que está sendo trabalhado e desenvolvido, por isso, o professor deve planejar atividades que possam levar o aluno a este ápice de aprendizagem juntamente com o material concreto.

Rêgo e Rêgo (2022) em sua obra *Matemática* enfatizam a importância dos materiais manipuláveis no ensino da Matemática, especialmente na construção de conceitos abstratos. Nela, apresentam a construção de alguns materiais de baixo custo que proporcionam uma forma fácil e prática para se aplicar nas aulas de Matemática, concedendo um estudo significativo para os estudantes.

Segundo Rêgo e Rêgo (2021, *apud* Tomé, 2023), as atividades conduzidas no LEM, que são usados os materiais manipuláveis, são direcionadas ao aprimoramento de conhecimentos matemáticos e à formação geral do aluno, proporcionando:

- “i) ampliar sua linguagem e promover a comunicação de ideias matemáticas;
- ii) adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações;
- iii) desenvolver sua capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
- iv) iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação matemática;
- v) estimular sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
- vi) promover a troca de ideias por meio de atividades em grupo;
- vii) estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos” (Rêgo; Rêgo, 2021, p. 57 *apud* Tomé, 2023).

Para os autores, a lista de diversidade de conhecimentos e habilidades que podem ser desenvolvidas para ampliar o saber do aluno, com ações direcionadas com a utilização de materiais manipuláveis, proporciona reflexão, compreensão de conceitos e estimula em estratégias matemáticas para resolução de problemas.

Lorenzato (2006, *apud* Rodrigues; Gazire, 2012), vê os materiais manipuláveis como uma grande diversidade de funções na sala de aula, como apresentar novos assuntos, motivar os alunos e auxiliar na aprendizagem de conceitos. Porém, para ser eficaz, os materiais devem ser acompanhados por atividades mentais que promovam a reflexão e a compreensão por parte dos alunos.

Portanto, os materiais manipuláveis, quando integrados de forma consciente e planejada na educação, podem mudar a experiência de ensino e aprendizagem da matemática, tornando-a de forma dinâmica e eficaz.

“[...] não faltam argumentos favoráveis para que as escolas possuam objetos e imagens a serem utilizados nas aulas, como facilitadores da aprendizagem. Justamente por isso, decorre uma inescapável necessidade de as escolas possuírem laboratórios de ensino dotados de materiais didáticos de diferentes tipos” (Lorenzato, 2021, p. 14 *apud* Tomé, 2023).

O uso de materiais manipuláveis no ensino de Matemática oferece benefícios significativos que podem melhorar a compreensão e o engajamento dos alunos, incentivando-os a interagir fisicamente com os conceitos matemáticos, promovendo uma abordagem prática e ativa que pode facilitar a absorção de informações. Muitos conceitos matemáticos podem ser abstratos e difíceis de entender, mas com a utilização de materiais manipuláveis, como blocos, contadores e figuras geométricas, ajudam os alunos a visualizar e materializarem esses conceitos e as operações, assim, criando uma base sólida para a compreensão dos conceitos.

Assim, os materiais manipulativos, em sua utilização para aprendizagem dos conceitos, possibilitam fazer com que o aluno na sua:

“esfera cognitiva, gerar a possibilidade de construção de novos conhecimentos e procedimentos; a descoberta de erros e o planejamento de formas de superação dos mesmos; o levantamento de hipóteses e a capacidade de generalização, entre outras possibilidades” (Emerique, 1991, p. 195 *apud* Rêgo; Rêgo, 2022).

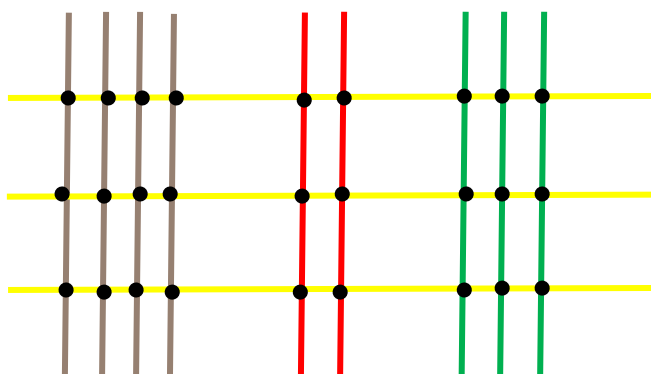
Ao manipular objetos, os alunos exploram diferentes estratégias de resolução de problemas, que estimula o desenvolvimento de diversos pensamentos e a sua criatividade, quer dizer que o uso de materiais permite que os alunos vejam rapidamente as consequências das suas ações. Desta forma, aumentando a motivação dos alunos e o seu envolvimento nas

atividades com análises e reflexões, por sua vez alcançando suas conclusões. O professor será um modelador essencial que contribuirá na aprendizagem do concreto para o abstrato, auxiliando o estudante na aprendizagem dos conhecimentos abstratos da álgebra.

Atualmente temos alguns materiais manipulativos que os professores podem utilizar em uma aula elaborada para ser encaixada no currículo para a aprendizagem dos alunos, então temos como: a multiplicação com palitos, a balança algébrica e as Algeplacas.

O primeiro é a multiplicação com palitos – É um recurso que estimula o raciocínio lógico na compreensão da operação de multiplicação. Este material manipulável é composto de 60 palitos de três cores diferentes, representando a classe das unidades (verde), dezenas (vermelho) e centenas (azul). A ideia é montar o produto de dois números formando uma intersecção com palitos, que corresponde ao resultado da multiplicação realizada. Por exemplo, para realizarmos a operação 423×3 , são colocados 4 palitos azuis (centenas) na horizontal, 2 palitos vermelhos (dezenas) na horizontal e 3 palitos verdes (unidade) na horizontal e 3 palitos na vertical fazendo interseções. Surgirão 12 cruzamentos na centena, 6 cruzamentos nas dezenas e 9 cruzamentos nas unidades, que corresponde ao resultado da multiplicação 1.269 (valor total). Este material foi elaborado com base no Método Chinês de Multiplicação, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5: Método Chinês de Multiplicação.



Fonte: Elaboração do autor (2025).

O segundo material manipulativo é a balança algébrica – Que necessita de um conjunto de pesos distintos cuja massa de todos seja conhecida, então o objeto que se deseja conhecer a massa é colocado sobre um dos pratos, como irá descer a massa adicionada na bandeja e o outro prato subirá, portanto, será adicionado os pesos um de cada vez no prato vazio ao lado, até que ambos os pratos estejam em equilíbrio, deixando na mesma altura da base. Isso significará que a massa total de todos os pesos que há em um prato é exatamente igual à massa do objeto que se encontra no outro prato, portanto, existe uma igualdade.

No ensino de equações algébricas, denomina-se de incógnita o objeto cuja massa é desconhecida e queremos conhecer com o auxílio da balança de dois pratos. O eixo da balança que mantém os pratos em equilíbrio é representado pelo sinal de igualdade na equação algébrica, os valores de cada peso são os demais termos da equação. Como mostra a Figura 6.

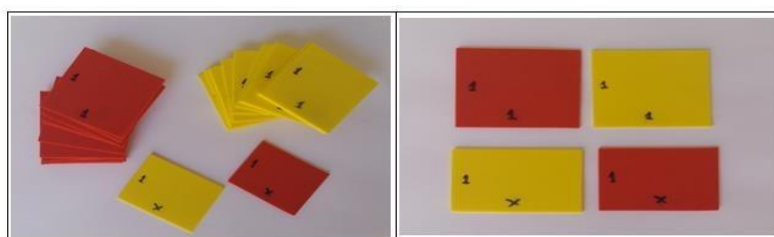
Figura 6: Balança Algébrica para expressar equação algébrica.



Fonte: Marinho (2022).

O terceiro material manipulativo é o *Algepan (Algeplacas)* – É um jogo formado por figuras geométricas nos formatos de quadrados e retângulos, possuindo unidades de medidas dos seus lados. Este material (Figura 7) tem por definição em contribuir na aprendizagem da Álgebra a partir da representação e visualização geométrica, contribuindo na aprendizagem visualmente dos conceitos dos Produtos Notáveis e fatoração.

Figura 7: Apresentação de materiais das Algeplacas



Fonte: Paiva (2021).

Podemos observar alguns dos materiais que auxiliam a aprendizagem do aluno caso seja empenhado em um planejamento realizado pelo professor, para proporcionar uma melhor educação do objeto de conhecimento. Logo, “o uso de metodologias e recursos diferentes proporciona aos alunos ganhos significativos no processo de ensino e aprendizagem” (Nicola; Paniz, 2016, p. 355).

Contudo, os professores podem ampliar o desenvolvimento de atividades com ajuda de materiais concretos para ajudar na aprendizagem. Desta forma, estarão não somente desenvolvendo os conhecimentos dos alunos, mas também aperfeiçoando suas habilidades e

proporcionando-se aperfeiçoar para outras formas de pensar matematicamente com os recursos didáticos. “A utilização de materiais diversificados e cuidadosamente selecionados, ao invés da “centralização” em livros de texto, é também um princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica” (Moreira, 2011 *apud* Silva; Victor, 2016, p.4).

Portanto, estaremos nos aprofundando e conhecendo mais sobre o material manipulativo das Algeplacas, sobre seu funcionamento e como pode proporcionar a aprendizagem de produtos notáveis a partir da utilização da Geometria.

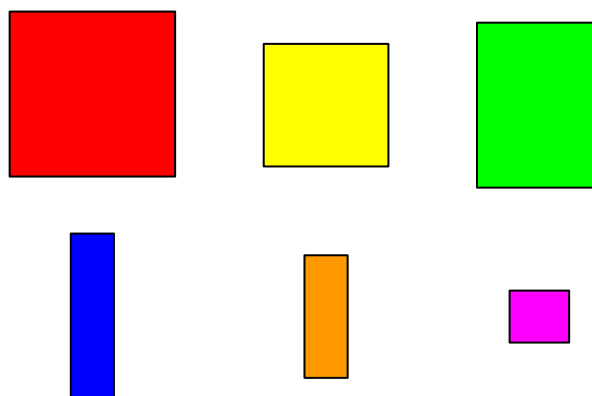
2.4 As Algeplacas como Recurso Didático

Iremos abordar o recurso didático das Algeplacas, para a compreensão de seus componentes que são figuras quadriculadas e como será seu funcionamento para a aprendizagem. Este recurso didático é um auxiliador na aprendizagem das propriedades e conceitos de produtos notáveis, como também de expressões algébricas a partir das visualizações geométricas.

As Algeplacas são um material didático voltado para o ensino de álgebra, especialmente desenvolvido para atender às necessidades de alunos do ensino fundamental e médio. A proposta desse material é facilitar a compreensão dos conceitos algébricos, promovendo uma aprendizagem mais interativa e envolvente.

É um recurso didático manipulável, aliado na construção e desenvolvimento da aprendizagem do aluno, cujas funções podem trazer muitos resultados significativos. Apesar da principal função estar ligada aos conceitos de Álgebra e Geometria, as Algeplacas podem ser usadas de diversas formas, como na interpretação e linguagem matemática, Aritmética, Álgebra e Geometria.

As Algeplacas são formadas por figuras geométricas nos formatos de quadrados e retângulos, possuindo unidades de medidas dos seus lados, o material tem 40 peças com as seguintes dimensões: quadrado de lado x com área de x^2 (peça vermelha), quadrados de lado y com área de y^2 (peça amarela), retângulos com lados x e y com área xy (peça verde), retângulos com lados x e 1 com área x (peça azul), quadrados de lado 1 com área 1 (peça roxa) e retângulos de lado y e 1 com área y (peça laranja), a representação da área das figuras fica desta forma (x^2 , y^2 , $x.y$, x , 1 , e y).

Figura 8: Formas geomtericas das Algeplacas

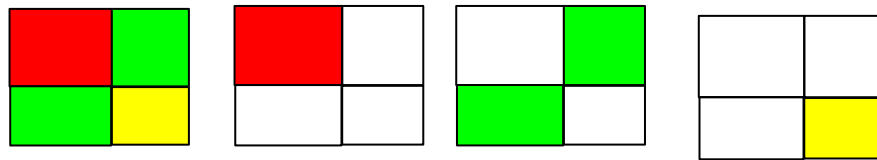
Fonte: Elaboração do autor, (2025).

Como podemos visualizar, cada peça tem seu valor, pode representar diferentes elementos algébricos como monômios e os termos quadráticos a partir da descoberta de sua área. Além disso, quando combinadas visualmente, podem formar expressões algébricas binomiais, trinomiais e polinomiais, tanto de 1º grau como de 2º grau. Entretanto, permite a manipulação direta dos termos algébricos, proporcionando uma abordagem concreta para a aprendizagem dos produtos notáveis juntamente com a visualização geométrica.

As Algeplacas, ao combinarmos com as operações matemáticas, tem o potencial de desenvolver o entendimento das expressões algébricas, positivas e negativas, que ao manipular o aluno poderá visualizar cada valor e como encontrará o resultado até de forma intuitiva a partir das figuras geométricas sendo combinadas. Para a compreensão dos valores negativos o professor deve mostrar a maneira de representar com a peça, por exemplo: a peça xy , para ficar $-xy$, utilizará o inverso da figura para representar o valor negativo da peça. Desta forma, possibilitando a compreensão do conceito das expressões, assim contribuindo para a aprendizagem dos conceitos e identidades. Também teremos a formação de expressões de 2º grau, potencializando a aprendizagem com a visualização geométrica, pois teremos a formação das figuras associadas às identidades dos Produtos Notáveis.

Como, por exemplo, a propriedade do quadrado da soma de dois termos, composta por $(a + b)^2$. Conforme a Figura 9 e a sua visualização geométrica, podemos aperfeiçoar o conceito dos produtos notáveis, a partir da composição da figura e cada valor de sua área, que quando juntas formam um quadrilátero de uma área total e quando separamos cada valor de cada peça e juntamos uma de cada lado com o sinal que cada um pertence e realizamos a operação, temos o valor da expressão algébrica.

Figura 9: Representação visual do quadrado da soma de dois termos.

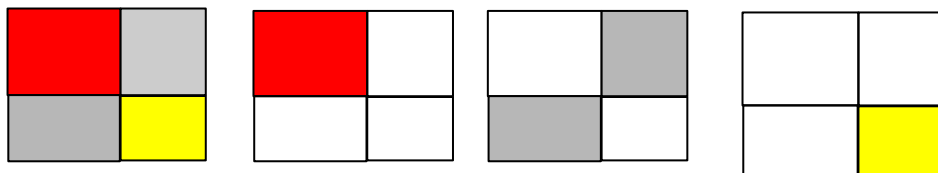


$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Fonte: Elaboração do autor, (2025).

No segundo exemplo, temos a propriedade do quadrado da diferença de dois termos, composta por $(a - b)^2$. Conforme a Figura 10, podemos visualizar a seguinte formação geométrica, que agora possui valor negativo. A partir da composição e formação dos valores, teremos uma expressão algébrica da propriedade dos produtos notáveis em que o termo do centro será negativo, enquanto nas extremidades continuará sendo positivo ao quadrado.

Figura 10: Representação visual do quadrado da diferença de dois termos.



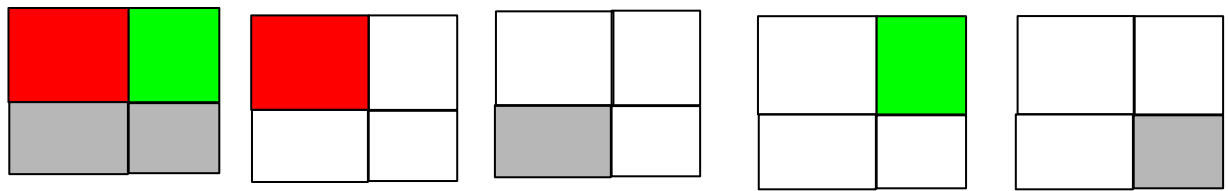
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Fonte: Elaboração do autor, (2025).

Se observarmos, teremos valores negativos nas áreas, o que resultará em uma operação de soma, já que são valores iguais de sinais iguais. As figuras são representadas de uma cor diferente, para contribuir no entendimento da realização da operação matemática e assim encontrar o valor da expressão algébrica da propriedade.

No terceiro exemplo, a propriedade do produto da soma pela diferença de dois termos, composta por $(a^2 - b^2)$. Conforme os modelos das Figuras 11 e 12, temos a seguinte representação geométrica da propriedade que possui nos lados os valores $(a + b)$ e $(a - b)$. Nesta representação, podemos visualizar a composição da formação da expressão e a remodelagem da figura geométrica para poder exemplificar a multiplicação da propriedade.

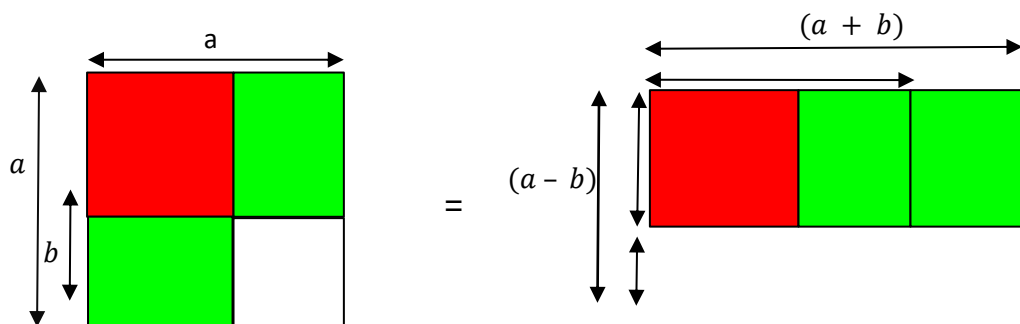
Figura 11: Representação visual do produto da soma pela diferença de dois termos 1º modelo.



$$(a^2 - b^2) = (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

Fonte: Elaboração do autor, (2025).

Figura 12: Representação visual do produto da soma pela diferença de dois termos 2º modelo.



$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Fonte: Elaboração do autor, (2025).

Se observarmos a configuração da figura no primeiro modelo, a figura terá uma peça com valor oposto, sendo a peça verde e seu inverso em cinza, com isso o resultado da operação de um valor positivo e o outro negativo é zero, e por fim no resultado ficará com $a^2 - b^2$. Agora, no segundo modelo, é representado por um quadrado maior que tem medidas de lado 'a', que neste quadrado maior contém quatro partes possuindo uma peça vermelha, duas peças verdes e um espaço vazio. Neste espaço vazio representa a retirada do b^2 , pois, na propriedade consta que será $-b^2$, e para encontrar a representação do produto da soma pela diferença, será necessário fazer a organização da figura agrupando uma ao lado da outra, portanto, a remodelagem da figura geométrica ficara em formato de retângulo. Portanto, como tínhamos um lado de medida 'a' do quadrado maior e retiramos a peça verde a baixo com medida de lado 'b', este terá o lado de medida $(a - b)$ e com a adição da peça de lado 'b' ao outro lado da figura de medida de lado 'a', ficará representada por lado de medida $(a + b)$.

Com isso, na organização das figuras teremos um retângulo com altura $(a - b)$ e base $(a + b)$. E para encontrar a área da figura de um retângulo precisamos do produto da base pela altura que fica $(a + b) \cdot (a - b)$.

Portanto, de acordo com Rêgo, Rêgo e Vieira (2022, p.18), “insistir no ensino de Geometria por meio da aula expositiva, utilizando a linguagem formal, sem envolver o aluno em atividades práticas, não permite que a maioria destes desenvolva conhecimentos que respondam às demandas de saberes matemáticos atuais”. Entretanto, não basta mostrar apenas em livros o material ou a figura geométrica, se não podem manuseá-lo para a compreensão dos conceitos, pois, empobrece o desenvolvimento da Educação Matemática.

Como vimos as maneiras de resoluções das explicações dos conceitos e identidades dos Produtos Notáveis, foi realizado com figuras geométricas concretas, que vão ser manuseadas de tal forma que estarão sendo construídas e mostradas juntamente aos alunos em sala de aula.

Conforme o que vimos e analisamos sobre o material manipulativo das Algeplacas e sua maneira de utilizar, devemos pensar em utilizá-lo na elaboração de uma sequência didática segundo as necessidades dos alunos. No trabalho em conjunto com as Algeplacas, podemos alcançar diversos objetivos de acordo com o planejamento traçado. Sendo um fator importante para auxiliar na progressão de aprendizagem e minimizar as dificuldades existentes dos estudantes.

3. PROPOSTA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, apresentamos a elaboração e o desenvolvimento de uma sequência didática, destacando as tarefas propostas e a importância de um planejamento cuidadoso voltado ao aluno. Em seguida, abordamos o ensino dos produtos notáveis por meio do uso do material manipulativo Algeplacas.

3.1 Aspectos Gerais

Tivemos como objetivo a elaboração da sequência didática, com o auxílio do material manipulativo das Algeplacas, para o ensino de produtos notáveis, para poder ser utilizada em sala de aula da Educação Básica e em oficina nos Laboratórios de Educação Matemática.

O ensino dos produtos notáveis com o uso do material manipulável das Algeplacas é uma metodologia que busca facilitar a compreensão dos conceitos para os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, a elaboração de uma sequência didática para utilizar em sala de aula, oficinas e Laboratórios de Matemática contribui no progresso nos estudos e na redução de limitações com relação aos produtos notáveis e seus conceitos.

É importante enfatizar que o professor pode utilizar esta metodologia das Algeplacas com outras turmas, como a do Ensino Médio, e em outros conteúdos, contudo, modificando segundo as necessidades dos alunos. Pais (2015), ressalta que a sequência didática é composta por um conjunto de aulas previamente planejadas e analisadas, para identificar situações de aprendizagem que envolvam os conceitos explorados na pesquisa didática.

Isto quer dizer que uma estratégia que potencializa a conquista do objetivo pretendido deve ter uma organização e estudos antecipados para a elaboração do propósito de aprendizagem. Assim, permite ao professor buscar o melhor caminho de ensino, pois a sequência didática apresenta diversas atividades que se conectam uma à outra, proporcionando um processo de ensino gradual.

Zabala (2014), diz que uma sequência de atividade de ensino e aprendizagem são formas de produzir e associar diferentes tarefas durante a unidade didática, permitindo a análise de diferentes formas de intervenção conforme as atividades realizadas, principalmente, no sentido do que adquirem na sequência orientada para determinados objetivos educacionais.

As sequências apontam um papel avaliativo da eficiência das atividades, determinando a validação ou não da atividade. Desta forma, a sequência didática indica se haverá desenvolvimento de conhecimento e aprendizagem dos diferentes objetos do conhecimento.

Portanto, as ações do professor devem ser aplicadas estrategicamente com os métodos e abordagens que utilizará na aprendizagem dos alunos, é fundamental para ter um ambiente de ensino eficaz e alcançar os objetivos de aprendizagem. O aluno deve ter participação ativa na sala de aula, na discussão de conceitos, nas realizações de atividades, pois a aprendizagem não deve ser uma transmissão passiva de conhecimento. Por isso, os materiais selecionados e empregados pelo professor podem ser grandes auxiliares na aprendizagem dos alunos. Esses materiais devem estar alinhados com os objetivos da aula para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem.

De acordo com Peretti e Costa (2013), a sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas segundo os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação.

Para o desenvolvimento da estrutura na sequência didática, de acordo com Giordan, Guimarães e Massi (2011), é desenvolvida em quatro fases: apresentação da situação, produção inicial, módulos de tarefas e produção final. A primeira fase consiste em mostrar aos alunos como será desenvolvido o processo da sequência didática, incluindo o tema escolhido e os objetivos que o professor pretende desenvolver. Na segunda fase, é essencial identificar os conhecimentos prévios dos alunos, o que pode ser feito por meio de uma atividade diagnóstica. Nesta parte, permite-se compreender melhor a turma e ajustar com mais precisão os objetivos traçados para a sequência.

Na terceira fase, teremos as atividades como tarefas e ações direcionadas para compreensão do objeto de estudo, sendo fundamental que as aulas sejam de forma dinâmica e atrativa, estimulando o desenvolvimento e envolvimento consciente dos alunos no ensino-aprendizagem. Na quarta fase, envolve-se analisar o processo ao longo da sequência didática, isto incluindo a sistematização dos conhecimentos adquiridos, a comparação entre o desempenho inicial e final dos alunos, permitindo avaliar se os objetivos propostos foram alcançados efetivamente.

Contudo, cada etapa apresentada deve ser realizada de forma cuidadosa para que o aluno possa ter uma evolução na sua aprendizagem de seus conhecimentos, por isso, será apresentada uma sequência didática utilizando as Algeplacas para proporcionar uma melhor maneira de desenvolver os conhecimentos dos alunos no conteúdo de produtos notáveis.

3.2 Desenho das Tarefas da Sequência Didática

A elaboração de uma sequência didática deve ser analisada e planejada para que a realização dela seja efetivada. Para isso, deve-se realizar um diagnóstico para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, para posteriormente entrelaçar o planejamento com o diagnóstico ou com as dificuldades dos alunos. E, por fim, fazer a verificação contínua do progresso dos alunos, que visa identificar lacunas de conhecimento e poder ajustar o ensino conforme necessário.

Contudo, para realizar essas fases da sequência didática, é importante que o professor faça o uso dos fundamentos metodológicos da Teoria da Objetivação, que é uma teoria que, de acordo com Radford (2017 *apud* Paiva, 2019), o ser humano não pode ser entendido fora do seu mundo, do seu contexto histórico e cultural e, diante disso, pode ser incluída dentre as linhas teóricas socioculturais contemporâneas.

Desta forma, essa teoria considera a importância do uso da realidade do aluno dentro e fora da escola, como também enxergar individualmente e de forma coletiva a turma para o desenvolvimento da sequência didática. Assim, para o desenvolvimento das tarefas, devemos considerar cada aluno de forma ampla e individual, para poder progredir e alcançar de forma significativa os objetivos traçados para a sua aprendizagem.

Segundo a Teoria da Objetivação, segundo Radford (2015) o planejamento das tarefas deve:

- a) Levar em consideração o que os estudantes sabem;
- b) Ser interessantes do ponto de vista dos estudantes;
- c) Abrir um espaço de reflexão e interação crítica através da discussão em pequenos grupos, entre discussões em pequenos grupos e discussões gerais;
- d) Tornar significativos os conceitos matemáticos alvo em níveis conceituais profundos;
- e) Oferecer aos estudantes a oportunidade de refletir matematicamente de diferentes maneiras (não apenas através das lentes da matemática dominante);
- e
- f) Ser organizados de tal forma que exista um fio conceitual orientado para problemas de crescente complexidade matemática (Radford, 2015, p. 554-555, *apud* Paiva, 2019).

Nesse sentido, utilizamos os aspectos metodológicos, conforme Radford (2015), para o planejamento e elaboração da sequência didática. Na qual as tarefas vão inicialmente considerar os conhecimentos prévios dos alunos e propor tarefas que despertem o interesse dos alunos e que possibilitem um engajamento, interação e reflexão, tanto em pequenos grupos quanto em discussões mais amplas.

3.3 Sequência Didática: Produtos Notáveis com a utilização das Algeplacas

As tarefas da sequência didática são compostas por três partes, contendo ao todo sete tarefas, relacionadas entre si. Conforme descrito a seguir.

Objetivos de aprendizagem: Identificar e compreender o conceito de produtos notáveis a partir da representação geométrica de suas multiplicações, a partir da utilização das Algeplacas, permitindo a generalização e formalização de expressões dos produtos notáveis, em representações geométricas.

Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidade:

Unidade temática: Álgebra.

Objetos do conhecimento: Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis, resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.

Habilidade: (EF09MA09) – Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Tempo estimado: 5 horas de aula.

Material necessário: Quadro, lápis, apagador, material manipulável, Algeplacas, malha quadriculada e datashow.

3.3.1 Apresentação da parte I: a relação entre multiplicação e área com o material concreto

O objetivo é familiarizar os alunos com o material concreto, Algeplacas, e promover a compreensão da multiplicação por meio de uma representação geométrica, utilizando as Algeplacas para visualizar a relação entre as expressões algébricas e as áreas das figuras planas.

As orientações ao professor: é importante dividir a aula em três momentos, o primeiro momento para o levantamento dos conhecimentos prévios, fazendo questionamentos aos alunos sobre o que eles entendem por multiplicação e por expressões algébricas; o segundo momento será realizada uma tarefa prática para possibilitar que o aluno relacione a representação geométrica a uma multiplicação; e o terceiro momento se destina a uma discussão para promover a socialização das observações e descobertas dos alunos sobre a atividade.

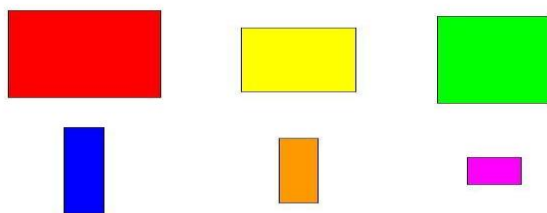
No primeiro momento, para poder fazer o levantamento dos conhecimentos prévios, devem ser entregues aos alunos as Algeplacas, para o manuseio do material de forma livre, objetivando reconhecer as peças. Em seguida, devemos fazer questionamentos sobre o entendimento acerca de expressões, e sobre a possibilidade de montar uma expressão com as peças que eles têm. Após isso, fazê-los montar uma expressão com as peças. Na sequência, realizar outro questionamento sobre o que entendem de uma multiplicação geométrica de dois números e como seria a realização dela.

No segundo momento da aula (tarefa 1), o professor pode pedir que os estudantes explorem a relação entre a multiplicação e a área das figuras planas por meio da manipulação das peças das Algeplacas. Na tarefa 1 (Apêndice A), pode-se utilizar papel quadriculado para facilitar a compreensão dos estudantes sobre a multiplicação de dois números. Em seguida, utilizar as peças das Algeplacas para a identificação dos diferentes tipos de peças, como os retângulos quadrados e não quadrados.

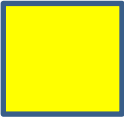
Depois, o aluno deverá montar modelos geométricos utilizando as Algeplacas, por exemplo: o quadrado de lado X , um retângulo de lados x e y ; um quadrado de lados 1 unidade; um retângulo de lados 2 e 3, e um retângulo de lados 1 e 6.

Em seguida, para cada modelo montado, o aluno deve relacionar a área de cada uma das peças das Algeplacas. (o quadrado de lado x , cuja área é x^2 ; o retângulo de lados x e y , cuja área é $x.y$; o quadrado de lado uma unidade, cuja área é 1^2 ; o retângulo de lados 2 e 3, cuja área é 6; e o retângulo de lados 1 e 6, cuja área é 6), registrando as suas observações, por meio de desenhos ou textos escritos.

Segue um exemplo de atividade para realizar:



1º tarefa – Montar uma tabela de valores e dimensões de cada peça. **(Esta atividade foi adaptada do trabalho de Silva (2014)).**

	Base	Altura	Cálculo da Área	Valor da Área
				
				
				
				
				
				

Terceiro momento da aula, o professor deve possibilitar um momento de discussão das observações e descobertas dos alunos sobre a relação entre a representação geométrica e a multiplicação dos lados das peças do material concreto. Podendo, inclusive, fazer questionamentos para desenvolver a discussão, por exemplo: como a multiplicação pode ser vista como a formação de uma região geométrica? Como diferentes multiplicações podem representar a mesma área?

A parte I da sequência didática pretende familiarizar o aluno com o material concreto e relembrar conceitos prévios sobre lados de polígonos e áreas de uma figura geométrica. Assim, possibilita também que os alunos desenvolvam suas representações do real (material concreto) para o simbólico (representação no papel), fazendo com que eles compreendam a construção

de uma expressão algébrica a partir da manipulação com o material concreto de uma situação real.

Então para os critérios para avaliação, deve considerar se os alunos conseguem identificar e manusear as peças das Algeplacas, reconhecendo suas dimensões e relacionando às expressões algébricas e às áreas correspondentes.

3.2.2 Apresentação da parte II: construção dos produtos notáveis com as Algeplacas

O objetivo é representar visualmente os produtos notáveis com as Algeplacas e identificar os padrões geométricos.

Orientação ao professor: separar a turma em grupos e cada grupo ficar com um produto notável específico.

No primeiro momento, dividir a turma em três grupos para a realização da construção dos produtos notáveis com as Algeplacas. Cada grupo ficará responsável por uma das propriedades, por exemplo, grupo 1: o produto da soma pela diferença; grupo 2: a diferença de dois quadrados; grupo 3: soma de dois quadrados.

Segundo momento da aula, na tarefa 2 (Apêndice B), os estudantes devem aprofundar a relação da geometria com a álgebra, exatamente por meio da representação visual dos produtos notáveis. Os estudantes sistematizarão uma tabela que relacione a expressão algébrica, a representação geométrica e o padrão identificado pelo grupo. Eles devem observar como as peças se organizam para formar áreas que correspondem às expressões algébricas.

Em seguida, cada grupo deve apresentar para a turma como ficou o desenho da construção da representação visual de cada produto notável.

2º Tarefa – representar visualmente os produtos notáveis e o valor das áreas.

Base	altura	cálculo da área	Área	Desenho
$(x + a)$	$(x + a)$	$(x + a)^2$	$x^2 + 2xa + a^2$	
$(x - b)$	$(x - b)$	$(x - b)^2$	$x^2 - 2xb + b^2$	

$(x - y)$	$(x + y)$	$x^2 + xy - xy - y^2$	$x^2 - y^2$	
-----------	-----------	-----------------------	-------------	--

No terceiro momento, será realizada a socialização dos grupos, para discutir as dificuldades enfrentadas, os resultados encontrados e a forma que desenvolveram que levou para a construção geométrica e algébrica da propriedade. Neste momento, deverá ser mostrado que, para a realização desta atividade, se utiliza do conhecimento de lado e área já visto na parte I. Após a discussão, deve-se mostrar a construção de cada propriedade. Que na construção das formas geométricas teremos valores de sinais iguais que se somarão, por exemplo, $x^2 + x.a + x.a + a^2$ e de valores diferentes que subtrairão como, $x^2 + x.y - x.y - y^2$. Assim, poder relacionar as figuras com os valores algébricos e poder construir e encontrar as expressões dos produtos notáveis.

Nesta parte II, o objetivo é fazer com que os estudantes possam identificar padrões geométricos associados às expressões, que poderão ter valores negativos que deverão ser realizados a operação necessária, para consequentemente conseguir compreender sua estrutura geométrica. Desta forma, desenvolvendo o pensamento algébrico sobre os produtos notáveis, auxilia-se para a generalização e formalização dos produtos notáveis.

Portanto, para os critérios de avaliação, observar se os alunos conseguem estabelecer com clareza a relação entre a expressão algébrica, a forma geométrica construída e o valor das áreas envolvidas, utilizando a tabela como instrumento de sistematização e análise.

3.2.3 Apresentação da parte III: desenvolvimento da sistematização e formalização dos produtos notáveis

O objetivo é aprofundar a compreensão dos produtos notáveis para poder desenvolver a generalização e formalizar as expressões dos produtos notáveis das representações geométricas.

Orientação ao professor: nesta etapa, deve ser trabalhada de forma que o estudante compreenda e realize a resolução das atividades com o uso das Algeplacas, que possa reconhecer a formação geométrica de cada tarefa, assim, para que ocorra a associação das figuras com as expressões e o aprendizado dos conceitos dos produtos notáveis.

No primeiro momento, na tarefa 3 (Apêndice C), trabalhar com as figuras geométricas das Algeplacas, que possa fazer com que os alunos trabalhem a compreensão de resolução de expressões com o material concreto, desta forma possibilitando a escrita da tal expressão adquirida. Por exemplo:



$$R: 2x^2 + 3y^2$$



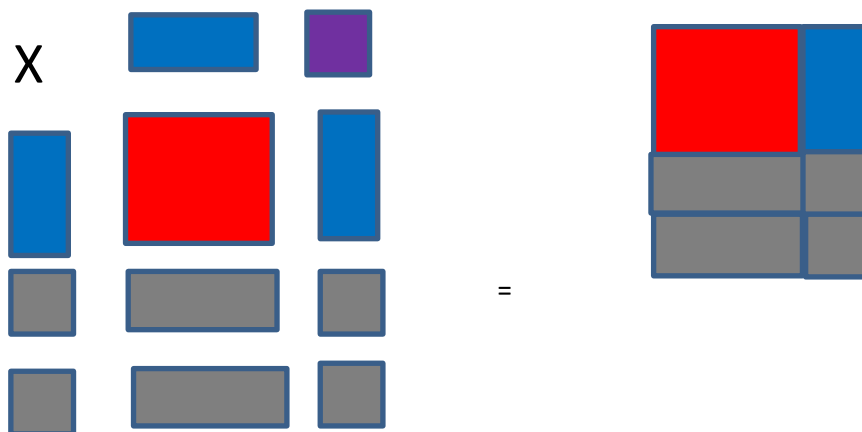
$$R: -x^2 - x + 3$$

3º Tarefa – a partir das imagens das Algeplacas, montar as expressões.



Na segunda etapa da aula, nas tarefas 4 e 5 (Apêndice C), os estudantes devem utilizar os conceitos trabalhados dos produtos notáveis na resolução de expressões algébricas.

A multiplicação das expressões algébricas das Algeplacas mostra que teremos expressões de 2º grau, já que se utilizará da soma de expoentes na multiplicação da mesma incógnita. Nesta etapa, deve-se desenvolver o entendimento da formação geométrica, de seu encaixe de peças e o porquê de tal formação, e com a compreensão a partir da associação de como funciona a representação desta multiplicação com e sem as figuras para o seu desenvolvimento. Por exemplo, $(x - 2).(x + 1)$. Em seguida, observaremos sua multiplicação com as Algeplacas e, do lado, ao unir as peças, a figura geométrica formada.



$$R: (x - 2).(x + 1) = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2$$

Desta forma, neste momento, o aluno estará compreendendo a forma abstrata e concreta no manuseio das peças das Algeplacas, proporcionando as características e conceitos que envolvem a aprendizagem dos produtos notáveis. Com isso, nas questões seguintes, trabalhará de forma aprofundada, tal que os alunos devem trabalhar de formas diferentes para conseguir desenvolver as questões e trazer de forma completa os conceitos desenvolvidos.

Na tarefa 4, os alunos terão que usar as Algeplacas para a sua resolução, pondo em prática a aprendizagem do manuseio, proporcionando o aprofundamento de formas geométricas de seus valores dos lados e áreas, como também a escrita das expressões dos produtos notáveis a partir das Algeplacas.

Tarefa 4 – Resolver questões de produtos notáveis utilizando as Algeplacas.

a) $(x + 2)^2 =$

b) $(y - 4)^2 =$

Na tarefa 5, os alunos irão expressar a compreensão dos conceitos aprendidos com o material concreto, será manipulado sem as Algeplacas e, ao fim, irão montar a forma geométrica adquirida. Assim, proporcionando a análise da aprendizagem e fazendo com que eles comecem a se adaptar a resolver as questões sem o material.

Tarefa 5 – Resolver as questões de produtos notáveis sem as Algeplacas, porém, construindo ao final a forma geométrica e o valor de cada área.

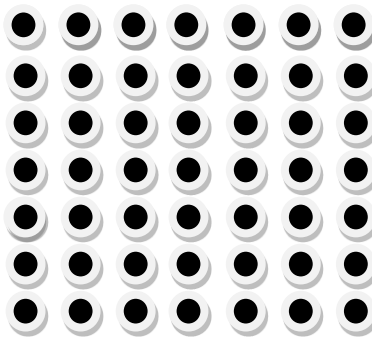
a) $(x + 5)^2 =$

b) $(y - 3)^2 =$

c) $x^2 - 16 =$

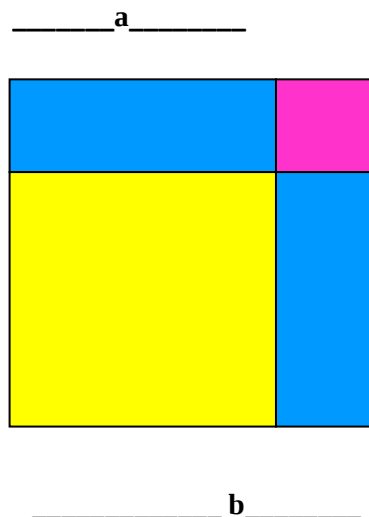
No terceiro momento, serão entregues a tarefa 6 e 7 (apêndice D), que proporcionarão uma síntese da aprendizagem dos alunos, com relação aos conceitos, de identificar a soma de um quadrado, na obtenção e identificação das figuras geométricas que serão desenhadas e também, a utilização da propriedade de produtos notáveis, com a aplicação da multiplicação distributiva na obtenção da expressão algébrica da propriedade e por fim, na compreensão das formas geométricas com a identificação de seus valores de lados e áreas, sendo os valores da figura ao todo, como também nas figuras menores repartidas.

Tarefa 6 – Trace uma reta vertical e uma reta horizontal, dividindo a figura em quatro partes, de modo que represente a expressão: $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2^2$



Tarefa 7 – A área do quadrado maior é igual a 2.500 m² e a área do quadrado com lado de medida a é 1.600m².

- Qual é o valor de ‘a’ e o valor de ‘b’?
- Qual é a área do quadrado menor?



Com isso, essa parte III proporciona a compreensão dos conceitos de produtos notáveis, da forma concreta para a abstrata, além das propriedades e um aprofundamento na aprendizagem, de tal forma que possa utilizar as propriedades sem o material concreto. O que pode proporcionar o avanço da aprendizagem dos alunos, com relação à Geometria e suas formas, e a obtenção a partir de imagens das peças utilizadas para a formação das expressões.

Portanto, serão considerados como critérios de avaliação se os alunos conseguem manipular corretamente as Algeplacas, identificando e representando geometricamente as expressões algébricas; se resolvem as expressões com e sem o material concreto.

3.2.4 Avaliação do Conhecimento.

O objetivo é identificar, se houve a compreensão dos conceitos dos produtos notáveis e se desenvolveram a generalização, formalizar e associação as expressões.

Orientação ao professor, temos como proposta uma avaliação contínua dos alunos, observando a compreensão e a participação nas atividades, durante todo o processo. Ao final, levar em consideração os seguintes critérios para avaliar individualmente ou de forma grupal, para cada critério deve observar quantos alunos alcançaram, para ter um panorama de necessidades ou avanços da turma.

Assim, possibilitando reconhecer também as potencialidades do uso das Algeplacas para aprendizagem do objeto de estudo. E caso necessário, a modificação para trabalhos futuros conforme as necessidades dos alunos.

Critérios para Avaliação	Quantidade de alunos		
	Sim	Não	Em parte
Compreendem e identificam a representação do simbólico para o concreto, no manuseio das Algeplacas, reconhecendo as dimensões e às áreas correspondentes?			
Conseguem estabelecer a relação entre a expressão algébrica, a forma geométrica construída?			
Conseguem estabelecer a relação entre a expressão algébrica e o valor das áreas envolvidas?			

Conseguem manipular corretamente as Algeplacas, fazendo a generalização e formalização dos produtos notáveis.?			
Conseguem manipular as Algeplacas, identificando e representando do concreto para a forma abstrata das expressões algébricas dos produtos notáveis?			
Conseguem resolver as expressões sem o material concreto?			

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada teve como objetivo responder à seguinte pergunta: *de que maneira o uso das Algeplacas, em uma sequência didática, pode contribuir para a compreensão dos produtos notáveis no ensino de Álgebra?* Para isso, investigamos como uma proposta metodológica baseada no uso das Algeplacas pode ajudar os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental em suas dificuldades na aprendizagem dos produtos notáveis. Em vista disso, elaboramos uma sequência didática para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, com o propósito de desenvolver habilidades e conceitos matemáticos, promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Para cumprir nosso objetivo, analisamos inicialmente quatro livros didáticos, e observamos que apresentam o conteúdo de forma direta, focando nas propriedades, procedimentos e na maneira de realizar as operações, mas não proporcionando espaço para a reflexão por parte dos alunos na aprendizagem da matemática.

A proposta foi desenvolvida para estar alinhada às dificuldades apresentadas pelos alunos. Para isso, o professor deve orientar seu planejamento com objetivos bem definidos, ajustando a proposta conforme as necessidades dos alunos, sempre seguindo os objetivos estabelecidos. A proposta consiste em sete tarefas com problemas a serem trabalhados com as Algeplacas, proporcionando espaço para desenvolver a criatividade, o senso crítico, a generalização e a associação, assim promovendo uma conexão na compreensão dos significados na utilização da Geometria. As tarefas foram elaboradas com objetivos específicos relacionados aos alunos, para que a atividade possa ser aplicada e desenvolvida para estimular a reflexão durante o manuseio das tarefas.

As Algeplacas são uma ferramenta com potencial para auxiliar o ensino dos estudantes, principalmente nesta fase de transição dos anos finais, do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, possibilitando um aprofundamento dos conceitos matemáticos. Este material manipulativo busca aproximar o aluno com a matemática, utilizando o manuseio de materiais concretos para promover a percepção e visualização dos conceitos.

Assim, esperamos que esta sequência didática auxilie os professores em sua prática de ensino e que eles possam perceber o potencial dos materiais manipuláveis como facilitadores da aprendizagem, promovendo uma melhor interação dos alunos com os conceitos matemáticos. Dessa forma, esperamos que, ao utilizarem esta sequência, os alunos desenvolvam as habilidades propostas, ampliem e consolidem a compreensão dos conceitos relacionados aos produtos notáveis.

Como perspectivas para trabalhos futuros, esperamos que essa sequência didática seja realizada em sala de aula em diferentes contextos, a fim de avaliar o uso das Algeplacas na aprendizagem dos produtos notáveis. Além disso, pretende-se ampliar a investigação do material manipulativo como recurso que integra as representações geométricas e algébricas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C.; **Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição.** (2017) Revista Paranaense De Educação Matemática. Disponível em: <https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.10.34-60>. Acesso: 03 jan. 2025.

BRANCO, N. C. V. **O Estudo de Padrões e Regularidades no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico.** (2008). Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf acesso em: 03 set. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso: 13 ago. 2023.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. **Livro didático de matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria.** Vidya, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/312/285>. Acesso: 27 mar. 2025.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática,** 1990. Disponível em: https://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf. Acesso: 08 jan. 2025

GIL, A. C.; **Como elaborar projetos de pesquisa,** (2002). Edt. ATLAS S.A. 4º Edição, São Paulo (2022).

GIORDAN, M; GUIMARÃES, Y. A. F.; MASSI, L. **Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências.** USP, 2011. Disponível em: https://abrapec.com/atas_enpec/viiienpec/resumos/R0875-3.pdf. Acesso: 09 mar. 2025.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade.** Edt. SARAIVA 10º Edição, São Paulo (2022). Disponível em: https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2024_OBJETO_1/Saraiva/Matematica/index_matematica_9ano_MP.pdf acesso: 12 jan.2025.

JÚNIOR, J. R. G. **A conquista matemática.** Edt. FTD 1º Edição, São Paulo (2022). Disponível em: https://issuu.com/editoraftd/docs/immp0000090079p240100020020_cara-reduz. Acesso: 12 jan. 2025.

MARINHO, V. **Sequência didática para utilização da balança de dois pratos na matemática.** (2022) Disponível em: <https://docentes.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/sequencias-didaticas-de-oficinas-sobre-materiais-manipulativos/oficina-balanca-de-equacoes> Acesso: 06 jan. 2025.

MIGUEL, A.; FIORENRINE, D.; MIORIM, M. A.; **álgebra ou geometria para onde pende o pêndulo?** (1992). Disponível em: https://www.academia.edu/107595714/Álgebra_ou_Geometria_para_onde_pende_o_pêndulo. Acesso: 11 jan. 2025.

NICOLA, J. A.; PANIZ, C. M. **A importância da utilização de diferentes recursos didáticos no ensino de Biologia.** *InFor - Inovação e Formação*, v. 2, nº 1, p. 355-381, 2016. Disponível em: <https://scispace.com/pdf/a-importancia-da-utilizacao-de-diferentes-recursos-didaticos-4zu05iovfl.pdf>. Acesso: 27 mar. 2025.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria**, 2016. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/510607302/Pensamento-Algêbrico-Uma-Relacao-Entre-Álgebra-Aritmetica-e-Geometria> Acesso: 03 set. 2023.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002. Disponível em: Minha Biblioteca: Didática da matemática: Uma análise da influência francesa. Acesso: 08 mar. 2025.

PAIVA, J. P. A. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria.** Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática. Natal, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29055/1/Teoriaobjetivacaodesenvolvimento_Paiva_2019.pdf. Acesso: 08 mar. 2025.

PAIVA, R. S.; **Instituto federal de educação, ciência e tecnologia curso de especialização em ensino de ciências e matemática**, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/1480/1/uso%20de%20Algeplacas%20no%20ensino%20da%20matemática%20explorando%20equações%20do%201º%20grau-%20robson%20silva%20de%20paiva.pdf>. Acesso: 11 jan. 2025.

PASQUETTI, C.; **Proposta de aprendizagem de polinômios através de materiais concretos** (2008). Disponível em: https://www.uricer.edu.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/845.pdf Acesso em: 10 set. 2023

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. **Sequência didática na matemática.** REI - Revista de Educação do Ideau, v. 8, n. 17, p. 1–14, 2013. Disponível em: https://www.bage.ideau.com.br/wp-content/files_mf/7ff08743d52102854eaaf22c19c4863731_1.pdf. Acesso: 26 mar. 2025.

PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra.** Dissertação (Pós-graduação) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/server/api/core/bitstreams/0e751fdf-ea3e-40a3-9e94-17145cb2cd23/content>. Acesso: 26 mar. 2025.

RADFORD, L. **Álgebraic thinking from a cultural semiotic perspective**, 2010. Disponível em:

https://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Álgebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf.

RÊGO, R. G. Tópicos Especiais em Matemática: Introdução à Linguagem Algébrica. II. In: ASSIS *et al.* **Licenciatura em Matemática a distância**, volume 5. João Pessoa: UFPB, 2010.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. **Matematicativa**. 4. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2022. Coleção formação de professores. Disponível em: https://play.google.com/store/books/details/Rogéria_Gaudencio_do_Rêgo_Matematicativa?id=V6-JEAAAQBAJ&hl=pt_BR. Acesso: 11 jan. 2025.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, SP: Autores Associados, 2022. Disponível em: https://play.google.com/store/books/details/Rogéria_Gaudencio_do_Rêgo_Laboratório_de_ensino_de?id=Ael5EAAAQBAJ&hl=pt_BR. Acesso: 09 jan. 2025.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S.; **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460> Acesso em: 12 mar. 2025.

SAEB: **queda nas notas de matemática mostra regressão na aprendizagem** (2021) Disponível em: <https://www.fundacaotelefonicaativo.org.br/noticias/saeb-2021-queda-nas-notas-de-matematica-mostra-regressao-na-aprendizagem/#:~:text=Em%202021%2C%20estudantes%20brasileiros%20de,matemática%20inferior%20ao%20de%202019>. Acesso: 03 set. 2023.

SILVA, K.C.N.R.; VICTER, E.F. **O uso de materiais didáticos no processo de ensino aprendizagem**. ENEM – XII Encontro nacional de Educação Matemática (2016). disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7617_3455_ID.pdf. Acesso: 26 mar. 2025.

SILVA, R.C.M.; **Utilizando o algeplan como recurso didático para a compreensão de expressões algébricas**. Monografia (Graduação) – UFPB/CCAIE. Rio Tinto: [s.n.], 2014.

SILVEIRA, E. **Desafios da matemática**. Ed. MODERNA, 1º Edição, São Paulo (2022). Disponível em: <https://pnld.moderna.com.br/wp-content/uploads/2023/05/EDIT-Desafios-da-matematica-Matematica-9-ano.pdf> acesso: 12 jan.2025.

TEIXEIRA, L.A. **Superação Matemática**. Edt. MODERNA 1º Edição, São Paulo (2022). Disponível em: <https://pnld.moderna.com.br/wp-content/uploads/2023/05/EDIT-Superação-Matemática-9-ano-.pdf> acesso: 12 jan.2025.

TOMÉ, J.L.G.; **O laboratório de ensino da matemática e sua importância no processo de Ensino-Aprendizagem, um estudo de campo sobre as perspectivas de professores e alunos de uma escola pública de João Pessoa**. Monografia (Graduação) – UFPB. João Pessoa, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/29979/1/JLGT11042024%20.pdf>. Acesso: 11 jan. 2025.

VAN DE WALLE, J. A.; **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese, 6 ed. Dados eletrônicos. Porto Alegre: Artmed, 2009. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/117291886/matematica-no-ensino-fundamental-john-a-van-de-walle>. Acesso: 01 jan. 2025

ZABALA, A. **A Prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2014. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788584290185/epubcfi/6/6%5B%3Bvnd.vst.idref%3Dtitle-page.html%5D!/4/10/10/3:20%5BEdu%2Cca%C3%A7%5D>. Acesso: 08 mar. 2025.

APÊNDICE A

Aluno (s):

Série / Turma:

Professor (a):

Data: / /

1º LISTA DE TAREFAS – PARTE I*1º Tarefa – Montar uma tabela de valores e dimensões de cada peça.*

	Base	Altura	Cálculo da Área	Valor da Área
				
				
				
				
				
				

APÊNDICE B

Aluno (s):

Série / Turma:

Professor (a):

Data: / /

2º LISTA DE TAREFAS – PARTE II*1º Tarefa – representar visualmente os produtos notáveis e o valor das áreas.*

Base	altura	cálculo da área	Área	Desenho
$(x + a)$	$(x + a)$			
$(x - b)$	$(x - b)$			
$(x - y)$	$(x + y)$			

APÊNDICE C

Aluno (s):

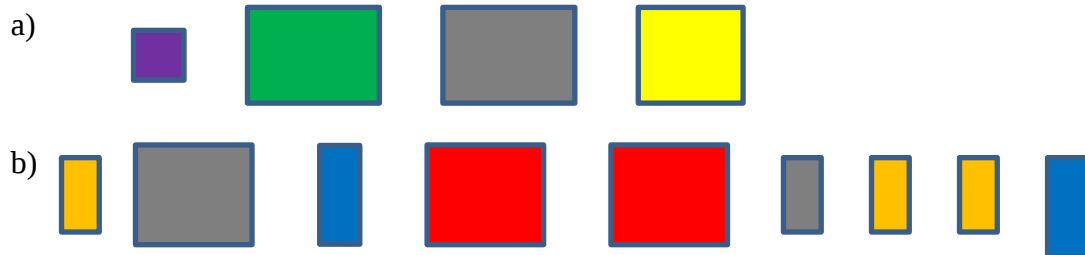
Série / Turma:

Professor (a):

Data: / /

3º LISTA DE TAREFAS – PARTE III

1º Tarefa – a partir das imagens das Algeplacas, montar as expressões.



2º Tarefa – Resolver questões de produtos notáveis utilizando as Algeplacas.

a) $(x + 2)^2 =$

b) $(y - 4)^2 =$

3º Tarefa – Resolver as questões de produtos notáveis sem as Algeplacas, porém, construindo ao final a forma geométrica e o valor de cada área.

a) $(x + 5)^2 =$

b) $(y - 3)^2 =$

c) $x^2 - 16 =$

APÊNDICE D

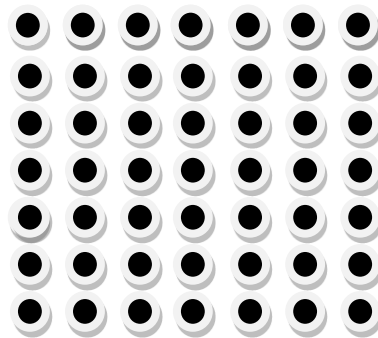
Aluno (s):

Série / Turma:

Professor (a):

Data: / /

1º Tarefa - Trace uma reta vertical e uma reta horizontal dividindo a figura em quatro partes, de modo que represente a expressão: $(5+2)^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2^2$



2º Tarefa - A área do quadrado maior é igual a 2.500 m² e a área do quadrado com lado de medida a é 1.600m².

- Qual é o valor de a e o valor de b?
- Qual é a área do quadrado menor?

