

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Míria Hellen Barbosa dos Santos

A Teoria de Van Hiele e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: uma
investigação com estudantes da 3ª Série do Ensino Médio

Rio Tinto – PB

2026

Míria Hellen Barbosa dos Santos

A Teoria de Van Hiele e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: uma
investigação com estudantes da 3ª Série do Ensino Médio

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marcella Luanna da
Silva Lima

Rio Tinto – PB

2026

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S237t Santos, Míria Hellen Barbosa dos.

A teoria de Van Hiele e o desenvolvimento do pensamento geométrico: uma investigação com estudantes da 3ª série do Ensino Médio / Míria Hellen Barbosa Dos Santos. - Rio Tinto, 2026.
76 f. : il.

Orientação: Marcella Luanna da Silva Lima.
TCC (Graduação) - UFPB/CCAIE.

1. Geometria. 2. Teoria de Van Hiele. 3. Pensamento geométrico. 4. Ensino médio. I. Lima, Marcella Luanna da Silva. II. Título.

UFPB/CCAIE

CDU 51:373.5

Míria Hellen Barbosa dos Santos

**A Teoria de Van Hiele e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: Uma
Investigação com Estudantes da 3ª Série do Ensino Médio**

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Marcella Luanna da Silva Lima

Aprovado em: 30/07/2026

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **MARCELLA LUANNA DA SILVA LIMA**
Data: 05/08/2026 13:29:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^ª. Dra. Marcella Luanna da Silva Lima – UFPB - CCAE /DCX

Documento assinado digitalmente
 **CRISTIANE FERNANDES DE SOUZA**
Data: 06/08/2026 11:41:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^ª. Dra. Cristiane Fernandes de Souza – UFPB - CCAE /DCX

Documento assinado digitalmente
 **JUSSARA PATRICIA ANDRADE ALVES PAIVA**
Data: 07/08/2026 10:15:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^ª. Dra. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva – UFPB - CCAE /DCX

Aos meus pais Lourdes e Ronaldo, por todo apoio, incentivo, paciência e segurança, sempre me lembrando de parar e respirar, propiciando minha vitória nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por sempre me mostrar onde é o meu lugar.

Aos meus pais, por todo apoio, paciência e segurança.

À Yasmin Raphaelly, pela sua existência, por todos os sorrisos e abraços que me recebiam em casa depois das aulas e tudo mais que compartilhamos ao longo desses anos.

Aos meus amigos Álysson Dijanilo e Jonatha Alves, por todos os momentos e as boas risadas, dentro e fora da universidade. E à Vanessa Oliveira, por todo apoio durante minha graduação.

À minha orientadora, Marcella Luanna, por toda parceria, conversas, conselhos e risadas, como também pelo estímulo e colaboração nessa trajetória.

Ao meu companheiro, Luís Fernando, por todo carinho, pelas boas risadas, apoios, conselhos, segurança e ajudas na construção dessa pesquisa.

Às professoras Cristiane Fernandes, Jussara Paiva e Graciana Ferreira, por todas as trocas, conversas e conselhos, que contribuíram para minha formação acadêmica e profissional, auxiliando-me a me tornar a profissional que sou hoje.

A geometria é o conhecimento do eternamente existente.

Platão

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico de estudantes de duas turmas de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Rio Tinto-PB baseado na teoria de Van Hiele. Essa pesquisa é fruto das experiências vividas no Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen 2024), da Universidade Federal da Paraíba CCAE/campus IV-Rio Tinto. Quanto à metodologia classifica-se como qualitativa, exploratória e descritiva, e trata-se de um estudo de caso, sendo utilizado como instrumentos de coleta de dados os testes de Van Hiele. Foram participantes desta pesquisa 32 estudantes entre 16 e 18 anos e os resultados evidenciaram que os estudantes ainda se encontram no primeiro nível da teoria e apresentavam dificuldades pontuais como o não reconhecimento das figuras e das classes de inclusão, uma lista reduzida de definições, como também na elaboração de justificativas para as suas respostas. Após a análise dos testes, foi desenvolvida uma sequência de atividades, a qual deixamos como sugestão para futuras pesquisas e como subsídio para professores no planejamento de aulas de Geometria. Concluimos, por fim, que a Teoria de Van Hiele é um importante referencial na compreensão do processo de ensino-aprendizagem de Geometria e para o planejamento de práticas pedagógicas específicas para cada nível de pensamento geométrico.

Palavras-chave: Geometria. Teoria de Van Hiele. Pensamento geométrico. Ensino Médio.

ABSTRACT

This study investigates the level of geometric thinking among 3rd-year high school students at a state public school in Rio Tinto, Paraíba, based on Van Hiele's theory. Developed within the scope of the Teacher Training Support Program (Prolicen 2024) at the Federal University of Paraíba (UFPB/CCAE), this qualitative, exploratory, and descriptive case study utilized Van Hiele's tests for data collection. Participants included 32 students aged 16 to 18. Findings indicate that students remain predominantly at the first level of geometric thinking, exhibiting specific difficulties in figure recognition, class inclusion, definition recall, and answer justification. Based on these findings, a sequence of pedagogical activities was developed as a proposed resource for Geometry lesson planning and future research. Overall, the study reinforces Van Hiele's Theory as an essential framework for understanding geometry learning and designing level-appropriate pedagogical practices.

Keywords: Geometry. Van Hiele's Theory. Geometric thinking. High School.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa.....	10
1.2 Justificativa.....	11
1.3.1 Objetivo Geral	12
1.3.2 Objetivos Específicos	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1 O ensino-aprendizagem da Geometria no Brasil.....	13
2.2 A teoria de Van Hiele	16
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21
3.1 Contexto da pesquisa.....	21
3.2 Classificação da pesquisa	21
3.3 Etapas da pesquisa	22
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	25
4.1 Resultados e discussão do teste referente ao Nível 1 de pensamento geométrico	25
4.2 Resultados e discussão do teste referente ao Nível 2 de pensamento geométrico	30
4.3 Resultado e discussão do teste referente ao Nível 3 de pensamento geométrico	37
4.4 Síntese dos níveis de pensamento geométricos identificados	45
4.5 Intervenções pedagógicas realizadas pelo projeto Prolicen (2024): uma sugestão de proposta pedagógica para o ensino de Geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico	47
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
REFERÊNCIAS	57
APÊNDICES	60
ANEXOS.....	75

1 INTRODUÇÃO

1.1 Delimitação do Tema e Problema de Pesquisa

O presente trabalho está dentro da área de pesquisa de Educação Matemática, especificamente na linha de investigação de Práticas de Avaliação Matemática, com foco na pesquisa dos níveis de pensamento geométrico. Tal tema está voltado para o Ensino Médio em uma escola estadual localizada em Rio Tinto, litoral norte da Paraíba. O interesse pelo tema surgiu a partir de intervenções realizadas ao longo do projeto **O ensino-aprendizagem de conceitos e grandezas geométricas na Educação Básica: propostas metodológicas em atividades didáticas** do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen 2024), da Universidade Federal da Paraíba CCAE/ *campus* IV, cujo foco foram as competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, especificamente no campo de Geometria e Medidas da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), voltada para o Ensino Médio.

Apesar de a Geometria ser um importante ramo da ciência Matemática e está frequentemente presente no nosso dia a dia, Sousa e Bulos (2011, p. 1) afirmam que “os alunos que concluem o Ensino Médio, no Brasil, apresentam dificuldades nos conceitos de geometria”, o que, segundo Pavanello (1993), pode ser resultado do abandono do ensino sistemático da Geometria, ocorrido não só no Brasil, mas em todo o mundo, comprometendo a compreensão dos estudantes sobre esse campo do conhecimento matemático.

Para compreender melhor essas dificuldades, este estudo se apoia na Teoria de Níveis de Van Hiele, desenvolvida pelo casal holandês Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele na década de 1950, a partir de suas teses de doutorado. A teoria propõe que a aprendizagem da Geometria ocorre em cinco níveis hierárquicos de pensamento: (1) Visualização, no qual identificam e comparam as figuras geométricas com base em sua aparência; (2) Análise, quando começam a analisar as propriedades das formas geométricas; (3) Dedução Informal, nível em que compreendem as inter-relações entre propriedades e iniciam classificações; (4) Dedução Formal, em que desenvolvem habilidades de prova e raciocínio lógico-dedutivo; e (5) Rigor, quando dominam a abstração e formalização Matemática.

Para Van Hiele (1957), o avanço da compreensão do ensino da Geometria não depende apenas da teoria, mas também da análise prática do que ocorre em sala de aula. Tornando assim, fundamental investigar como os estudantes do Ensino Médio estão

desenvolvendo seu pensamento geométrico, a fim de compreender em que medida essa defasagem afeta seu aprendizado.

Diante disso surge à problemática dessa pesquisa, da necessidade de analisar o nível de pensamento geométrico de estudantes da 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Rio Tinto-PB, a partir dos testes elaborados pelo projeto do Fundão-UFRJ (Nasser; Sant'anna, 2017). Assim, a questão que norteia a pesquisa a ser realizada é: *Em qual nível de pensamento geométrico estão os alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual de Rio Tinto-PB?*

1.2 Justificativa

Como apresentam os estudos de Santos e Almeida (2022) e Freire e Vieira (2022), o aprendizado de Geometria é um desafio para muitos estudantes do Ensino Médio, podendo ser consequência de uma abordagem abstrata e tradicional do conteúdo, não levando em conta os níveis de conhecimento dos estudantes. Evidenciando a necessidade de compreender como esses estudantes desenvolvem seu pensamento geométrico e quais estratégias pedagógicas podem ser favoráveis nesse processo. Segundo Crowley (1994), o modelo de Van Hiele surge como uma forma de promover a investigação, permitindo ao professor identificar o nível do pensamento geométrico do estudante e orientá-lo na prática docente.

Um dos aspectos desta investigação é também a possibilidade de utilizar a teoria de Van Hiele como ferramenta de orientação para a formação de estudantes e para a avaliação de suas habilidades geométricas. Crowley (1994) salienta a importância de o ensino estar de acordo com o nível do estudante, cabendo ao professor saber identificar os níveis de pensamento geométrico dos seus estudantes. Desse modo, a aplicação dos testes ajuda na identificação do conhecimento dos estudantes e propõe caminhos que auxiliam o professor em decisões pedagógicas futuras (Crowley, 1994). Reforçando a ideia de que a utilização dos testes de Van Hiele fornece informações para os professores, permitindo que compreendam melhor as dificuldades e potencialidades dos estudantes.

Além disso, apesar de existirem diversas pesquisas que abordam a Teoria de Van Hiele em diferentes contextos, se observa que na região em que esta investigação ocorreu, ainda são escassos os estudos voltados à teoria. Assim, esta pesquisa busca contribuir para a ampliação das discussões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico nesse contexto.

Assim, esta pesquisa se justifica pela necessidade de analisar o nível de pensamento geométrico de estudantes de 3ª série do Ensino Médio, período no qual segundo a BNCC (Brasil, 2018, p. 272), “o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas”, tornando importante a verificação da consolidação dos conhecimentos geométricos adquiridos ao longo da educação básica. Dessa maneira, identificar o nível de pensamento geométrico dos estudantes permite não apenas entender as dificuldades, mas avaliar se as aprendizagens foram devidamente consolidadas, de acordo com o esperado pelo documento norteador, BNCC (Brasil, 2018), e compreender as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Por fim, a utilização do teste como acompanhamento da progressão do pensamento geométrico dos estudantes mostra-se essencial para a identificação de avanços e dificuldades, pois, como destaca Van de Walle (2009, p. 444), “todo professor deve ser capaz de perceber algum desenvolvimento no pensamento geométrico do estudante”, ressaltando a importância desse acompanhamento. Assim, os testes de Van Hiele surgem como um caminho estruturado para que a avaliação da progressão ocorra, permitindo que os professores identifiquem as dificuldades e os avanços no raciocínio geométrico dos estudantes.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar o nível de pensamento geométrico de estudantes de duas turmas de 3ª série de Ensino Médio de uma escola pública estadual de Rio Tinto-PB baseado na teoria de Van Hiele.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Aplicar os três primeiros dos cinco testes de Van Hiele para estudantes da 3ª série do Ensino Médio, utilizando a estrutura proposta no projeto do Fundão-RJ;
- Verificar os padrões de dificuldades e acertos dos estudantes, a partir dos resultados obtidos nos testes;
- Analisar o desempenho dos estudantes em níveis de pensamento geométrico com base nos testes segundo a Teoria de Van Hiele.

- Apresentar uma sequência de atividades como sugestão para futuras pesquisas e como subsídio para professores no planejamento de aulas de Geometria.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O ensino-aprendizagem da Geometria no Brasil

A Geometria é um dos diversos campos da Matemática, estando presente em vários aspectos do nosso cotidiano, possuindo importância significativa nos processos de desenvolvimento de capacidades como visualização, percepção espacial, argumentação, análise e dedução. Para além disso, está presente também em diversas áreas de atuação no mundo do trabalho, como as engenharias, artes, tecnologias digitais e arquiteturas.

Apesar da importância da Geometria no cotidiano, seu estudo no contexto educacional brasileiro iniciou-se, sobretudo, no final do século XVIII, vinculado à formação militar, especialmente para atender às necessidades da engenharia, da cartografia e da artilharia (Valente, 1999). Com o passar do tempo, as concepções sobre o ensino de Geometria sofreram transformações e, conforme Pavanello (1993), intensificaram-se as discussões acerca de "o que" ensinar de Geometria e "como" esse ensino deveria ser desenvolvido. No Brasil, durante grande parte do século XX, o ensino de Matemática esteve fortemente voltado para a preparação dos estudantes para os exames de ingresso no ensino superior. Dessa forma, os conteúdos eram puramente abstratos, sem relações com o cotidiano.

Na década de 1930, houve a reorganização do ensino, chefiado pelo então Ministro da Educação Francisco Campos, em que os cursos foram divididos em dois ciclos: o fundamental que duraria cinco anos e o complementar dois anos e, durante esse período, foi proposto que o ensino da Geometria se iniciasse pelas explorações intuitivas.

Posteriormente, com a promulgação da Lei Orgânica do Ensino Secundário, em 1942, ocorreu uma nova reorganização da estrutura do ensino. O primeiro ciclo, denominado curso ginasial, passou a ter duração de quatro anos, enquanto o segundo ciclo foi dividido em cursos clássico e científico, ambos com duração de três anos. Nessa organização, a Geometria era ensinada de forma intuitiva nas quatro primeiras séries e, posteriormente, de maneira dedutiva nas séries finais. Entretanto, esse modelo foi criticado pelo “longo tempo reservado para seu desenvolvimento, tornando meramente formal o ensino nas escolas” (Pavanello, 1993, p. 11).

Novas mudanças voltaram a acontecer no final da década de 1950 e início da década de 1960 com a chegada do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, cujo foco era

adaptar a Matemática aos novos conceitos que surgiram pela evolução do ensino. Com a chegada dos novos livros didáticos, a prioridade dos conteúdos torna-se ainda mais algébrica e abstrata, o que contribuiu para a redução ou exclusão do espaço da Geometria nas escolas, o que consolida-se com a aprovação da lei 5562/71, que concede autonomia aos professores para criar seu próprio plano de ensino (Brasil, 1971).

Nesse contexto, autores como Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) discorrem sobre os motivos e as consequências da ausência da Geometria na sala de aula, especialmente entre as décadas de 1960 e 1980. Dentre elas, pode-se destacar o uso excessivo do livro didático, visto que, em alguns livros, os conteúdos apareciam apenas nas últimas páginas e, devido ao calendário escolar, não conseguiam ser vistos e, como consequência disso, podemos destacar a privação do estudante do estímulo ao pensamento visual, dedutivo e espacial, limitando-o à execução mecânica de regras e fórmulas características da Álgebra. Lorenzato (1995, p. 5) ainda destaca a importância da Geometria ao dizer que “sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida”.

Com o enfraquecimento do Movimento da Matemática Moderna, em 1970, passou-se a repensar a ideia que se tinha de Matemática Moderna. Em 1980 surge um novo movimento internacional cuja finalidade é indicar normativas curriculares para professores de Matemática “e essas normativas indicavam a necessidade de um ensino com compreensão e significado, em que se destacou o papel ativo do aluno e apontou a resolução de problemas como foco para o ensino de Matemática” (Santos; Rosa; Souza, 2021, p. 102).

No Brasil, a Educação Matemática também ganha espaço e força e se intensifica com a criação e implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na década de 1990, “documento que referencia a qualidade da educação, tanto para o Ensino Fundamental como para o Ensino Médio” (Vasconcelos; Pigatto; Leivas, 2020, p. 549). Tal documento recomendava a retomada do ensino de Geometria, afirmando que

os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1997, p. 39).

Os PCN (Brasil, 1997) ainda reafirma posteriormente que a Geometria é um espaço favorável para se trabalhar e os estudantes se interessam intuitivamente, estabelecendo conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento .

Apesar dos esforços, a Geometria ainda era vista de forma fragmentada nas salas de aula. Surge então a necessidade da unificação e reestruturação curricular para os sistemas de

ensino e, em 2017, se aprova a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Sendo ele um documento normativo e norteador que define as aprendizagens essenciais e fundamentais da Educação Básica, definindo as competências e habilidades previstas para cada etapa de ensino.

No que se refere à Geometria, a BNCC enfatiza que “a Geometria não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas” (Brasil, 2018, p. 272).

A BNCC (Brasil, 2018) ainda destaca que a Geometria deve estar conectada com o cotidiano dos estudantes, estimulando a capacidade de resolver problemas, argumentar e tomar decisões fundamentadas. Dessa forma, torna-se necessário investigar se os estudantes estão desenvolvendo as habilidades esperadas ao longo do processo escolar, o que, se tratando da Geometria, se torna possível por meio da análise do nível de pensamento geométrico.

De tal maneira, podemos observar que o ensino de Geometria no Brasil passou por múltiplas transformações ao longo da história, marcadas por reformas educacionais e mudanças curriculares. E, apesar de documentos como PCN e BNCC ressaltarem a importância do ensino da Geometria, desafios ainda são encontrados relacionados ao seu ensino e aprendizagem.

No contexto paraibano, esses desafios também podem ser observados em Souza (2015), que relata tais dificuldades após pesquisas realizadas em uma escola estadual na cidade de Mamanguape-PB, em que foram participantes de tal pesquisa cinco turmas de 9º ano e apontaram que na aplicação dos testes de Van Hiele, de 128 estudantes apenas 21 são considerados proficientes no nível 1, 4 estudantes no nível 2 e nenhum estudante foi considerado proficiente no nível 3. Ou seja, ao observarmos os resultados podemos inferir que a maioria dos estudantes ainda apresenta dificuldade no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento geométrico, visto que poucos alcançaram a proficiência nos dois níveis iniciais e nenhum dos 128 estudantes no nível 3.

Tais dados sugerem limitações por parte dos estudantes para analisar propriedades e estabelecer relações mais complexas. Além disso, aproximadamente 16,40% dos estudantes investigados estão no nível 1 da teoria de Van Hiele, indicando que eles apenas identificam as figuras geométricas por sua aparência global, desconhecendo as suas propriedades. Diante de tais fatos, se torna necessário refletir sobre metodologias que auxiliem os estudantes a alcançarem uma aprendizagem mais significativa.

2.2 A teoria de Van Hiele

A teoria de Van Hiele surgiu a partir das teses de doutorado do casal de professores pesquisadores holandeses Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Gelford na década de 1950, na Universidade de Utrecht, na Holanda. A teoria começa a partir de dificuldades encontradas por seus estudantes do curso secundário. Villiers (2010) afirma que a tese de Pierre objetivava explicar o porquê de os estudantes possuírem tanta dificuldade em Geometria, e descrevia como os estudantes pensavam e aprendiam. A tese de Dina, por sua vez, abordava sobre maneiras de organizar o ensino para melhorar essa aprendizagem. Após o término do doutorado, Dina Van Hiele-Gelford faleceu e Pierre Marie Van Hiele deu continuidade à teoria.

Apesar de ter sido divulgada na década de 1950, a teoria ainda não era muito conhecida, ganhando conhecimento apenas na década de 1960. Autores como Costa (2016) justificam essa falta de reconhecimento à língua na qual a tese estava escrita, o holandês. Ainda na década de 1960, a “União Soviética modificou-se o currículo de Geometria [...] para se ajustar à teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico proposta por Van-Hiele (Costa, 2016, p. 63). Já na década de 1970, o professor norte-americano Isaak Wirzup divulgou o modelo e, posteriormente, Hans Freudenthal, professor da tese dos Van Hiele, a divulgou na sua obra *Mathematics as an Educational Task*. Já na década de 1980, a teoria ganhou traduções no inglês, facilitando o acesso à obra e conquistando maior visibilidade.

Em relação aos níveis, Nasser e Tinoco (2011) afirmam que, inicialmente, os níveis da Teoria de Van Hiele foram enumerados de 0 a 4. Posteriormente, pesquisadores americanos passaram a numerá-los de 1 a 5, por considerarem o primeiro nível fundamental, uma vez que muitos estudantes ainda não o haviam desenvolvido ao ingressar nos estudos de Geometria. Assim, neste trabalho, adota-se a numeração de 1 a 5, em consonância com essa convenção. Em seguida, tais níveis passaram a ser descritos por nomes, sendo eles: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor. Crowley (1994) e Van de Walle (2009) detalham sobre os cinco níveis de pensamento geométrico, a saber:

- No nível 1, temos o nível de Visualização, e nesse nível os estudantes reconhecem, comparam e nomeiam as figuras geométricas com base na sua aparência. Por exemplo, “uma forma quadrada é um quadrado porque parece um quadrado” (Van de Walle, 2009, p. 440). Van de Walle (2009, p. 440) ainda acrescenta que “o objetivo geral desse nível é explorar como as formas são parecidas e diferentes e usar essas ideias para criar classes e formas”;

- No nível 2, temos o nível de Análise, os estudantes começam a identificar as propriedades das figuras, como seus lados e ângulos. Os estudantes ainda são capazes de “listar todas as propriedades de quadrados, retângulos e paralelogramos, mas não percebem que esses são subclasses de outra classe, que todos os quadrados são retângulos e todos os retângulos são quadrados” (Van de Walle, 2009, p. 441);
- No nível 3, temos o nível de Dedução Informal. Nesse nível, os estudantes são capazes de compreender as relações entre as propriedades e desenvolver raciocínios lógicos de forma intuitiva. Aqui, os estudantes conseguem descrever as propriedades por meio de uma lista mínima de definição (LMD) (Van de Walle, 2009), por exemplo, um quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos e o reconhece também como um retângulo;
- No nível 4, temos o nível de Dedução Formal. Nele, os estudantes são capazes de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas, estabelecendo conclusões baseadas na lógica e não na intuição (Van de Walle, 2009). Por exemplo, “são capazes de demonstrar as propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos” (Nasser; Tinoco, 2011, p. 78);
- Por fim, no nível 5, temos o nível de Rigor. Nele o estudante já é capaz de fazer demonstrações formais e trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos. Por exemplo, os estudantes são capazes de estabelecer e demonstrar teoremas em uma geometria finita (Nasser; Tinoco, 2011, p. 78).

Villiers (2010, p. 400) nos diz que “a principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamento com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca da Geometria”. Além desta organização, Nasser e Tinoco (2011) apresentam cinco características específicas que explicam como ocorre o desenvolvimento do raciocínio geométrico. São elas:

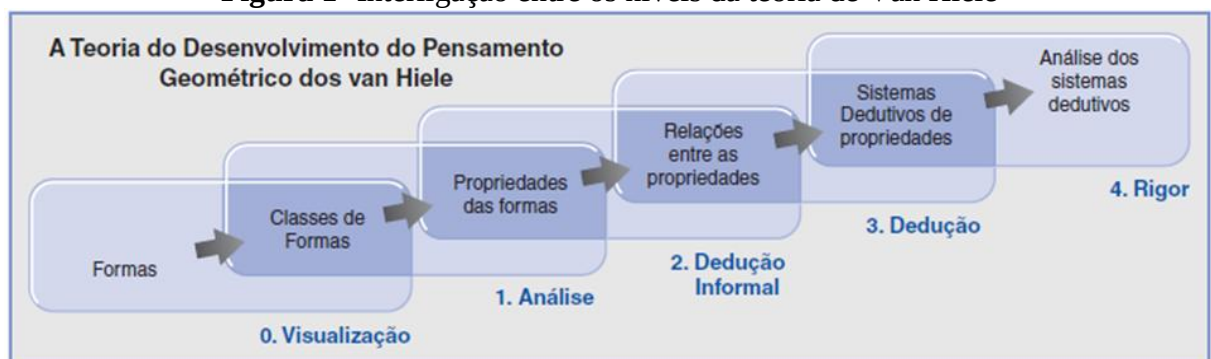
- Hierarquia: Nos diz que os níveis são hierárquicos, ou seja, para atingir um nível, deve ter passado pelos anteriores. Por exemplo, “o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração), se distinguir a propriedade de cada uma dessas classes (nível de análise)” (Nasser; Tinoco, 2011, p. 79);
- Linguística: Nos diz que cada nível tem sua linguagem própria, conjuntos de símbolos e sistema de relações, por exemplo, não adianta falar sobre propriedade para um estudante que está no nível de reconhecimento, pois ainda não reconhece o sentido da palavra (Nasser; Tinoco, 2011) ;

- **Conhecimentos Intrínsecos:** Aqui, o estudante consegue notar ou reconhecer algo, mas não sabe explicar o porquê. Por exemplo, o estudante pode reconhecer um quadrado sem saber especificamente o porquê de ele ser um quadrado ou o que faz dele um quadrado (Nasser; Tinoco, 2011);
- **Nivelamento:** No nivelamento, temos que duas pessoas de níveis distintos não se entendem, pois, raciocinam em níveis diferentes. Por exemplo, “não adianta o professor pedir a um aluno que está raciocinando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele ainda não domina o processo dedutivo” (Nasser; Tinoco, 2011, p. 79);
- **Avanço:** Aqui temos que o progresso entre os níveis depende das instruções oferecidas pelo professor, pois o estudante só irá progredir para o próximo nível após vivenciarem atividades específicas, o preparando para o próximo nível (Nasser; Tinoco, 2011).

Para Crowley (1994, p. 1), “o modelo de pensamento geométrico de Van Hiele pode ser usado para orientar a formação, assim como para avaliar as habilidades do aluno”. Nesse sentido, a teoria se apresenta como uma ferramenta para compreender como ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico e planejar práticas pedagógicas compatíveis com o nível de raciocínio dos estudantes.

Um dos principais pressupostos da teoria refere-se à progressão entre os níveis de pensamento geométrico. Segundo Van de Walle (2009, p. 443), “os produtos de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento do nível seguinte”, evidenciando que os conhecimentos construídos em determinado nível passam a constituir a base para o desenvolvimento do nível posterior.

Figura 1- Interligação entre os níveis da teoria de Van Hiele



Fonte: Van de Walle (2009, p. 443)

Como apresenta a Figura 1, o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre de forma gradual, cumulativa e hierárquica. Os conhecimentos construídos em um nível não são abandonados quando o estudante avança, mas sim ressignificados como objeto de reflexão no estágio seguinte. Essa relação de objeto-produto deixa claro que o avanço só acontece quando o nível anterior está plenamente consolidado.

Corroborando essa perspectiva, Crowley (1994, p. 5) explica que

a progressão de um nível para o outro depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que da idade. Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível; alguns métodos acentuam o progresso, ao passo que outros o retardam ou até impedem a passagem de um nível a outro.

Dessa forma, a passagem de um nível para outro não ocorre espontaneamente, mas exige experiências de aprendizagem adequadas ao nível de raciocínio em que o estudante se encontra.

Crowley (1994) também apresenta as fases de aprendizado propostas por Van Hiele para abordar tais questões. As cinco fases sequenciais são: Interrogação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. Essas fases seguem uma progressão estruturada. Na Interrogação (Fase 1), o professor e os alunos exploram conhecimentos prévios e introduzem vocabulário específico. Na Orientação Dirigida (Fase 2), atividades sequenciadas revelam gradualmente as estruturas do nível. Na Explicação (Fase 3), os alunos compartilham suas percepções e refinam a linguagem matemática. Na Orientação Livre (Fase 4), enfrentam desafios mais complexos e descobrem estratégias próprias. Por fim, na Integração (Fase 5), revisam e sintetizam o aprendizado, consolidando um novo nível de pensamento.

Ao tratar da avaliação dos níveis de pensamento geométrico dos estudantes, Nasser e Tinoco (2011) apresentam um estudo que traz a adaptação de três testes da teoria de Van Hiele, testes esses capazes de identificar os três primeiros níveis de pensamento geométrico: Visualização, Análise e Dedução Informal. A opção por apenas três testes justifica-se pelo fato de contemplarem os níveis considerados fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico na Educação Básica, uma vez que os níveis 4 e 5 requerem um rigor geralmente alcançado apenas no Ensino Superior, além de serem os mais compatíveis com os objetivos desta pesquisa.

Os testes são compostos por 5 questões, cada um, e exploram diferentes habilidades geométricas características de cada nível. No primeiro teste, se avalia a capacidade do estudante de reconhecer figuras geométricas por sua aparência visual; no segundo teste, se investiga como os estudantes reconhecem as propriedades e características dessas figuras; e,

no terceiro teste, se analisa as habilidades relacionadas ao estabelecimento de relações entre propriedades, à realização de classificações e à elaboração de argumentos geométricos.

Além disso, os testes permitem não apenas identificar em que nível de pensamento geométrico o estudante se encontra, mas também auxiliam os professores no planejamento de abordagens mais adequadas para a turma em que lecionam, favorecendo o avanço das aprendizagens (Nasser; Tinoco, 2011). Dessa forma, a análise dos resultados obtidos por meio dos testes possibilita não apenas avaliar o nível atual dos estudantes, mas também refletir sobre as práticas pedagógicas relacionadas ao ensino de Geometria, identificando lacunas no processo de ensino-aprendizagem e contribuindo para a melhoria da qualidade da educação.

Por meio disso, essa pesquisa busca analisar o nível de pensamento geométrico dos estudantes de duas turmas de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Rio Tinto-PB, com base na Teoria de Van Hiele, utilizando a adaptação dos testes apresentados por Nasser e Tinoco (2011). A partir da utilização desses testes, o objetivo é investigar em que nível os estudantes se encontram e com a obtenção desses resultados, refletir sobre as práticas pedagógicas adotadas no ensino da Geometria. Dessa maneira, este estudo pretende não apenas compreender o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, mas também contribuir para o aprimoramento das metodologias de ensino, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e alinhada às diretrizes estabelecidas pela BNCC.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Contexto da pesquisa

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o nível de pensamento geométrico de estudantes de duas turmas da 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Rio Tinto, estado da Paraíba. Foram participantes da pesquisa 32 estudantes entre 16 e 18 anos, sendo 21 estudantes da primeira turma e 11 estudantes da segunda turma. O interesse pelo tema desta pesquisa se deu a partir dos estudos e oficinas realizadas no âmbito do projeto do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen) da UFPB/campus IV Rio Tinto, Litoral Norte da Paraíba, desenvolvido no ano de 2024, que atuou na referida escola nas aulas de nivelamento em Matemática com abordagem de conteúdos de Geometria e de Grandezas e Medidas.

Tal investigação está fundamentada na Teoria de Van Hiele, criada pelos pesquisadores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele. Para analisarmos o nível de pensamento geométrico dos estudantes, utilizamos os testes de Van Hiele (Anexo A), presentes no livro *Geometria segundo a teoria de Van Hiele* elaborado pela equipe do Projeto do Fundão/UFRJ, coordenado pelas pesquisadoras Lilian Nasser e Neide Sant'anna (Nasser; Sant'Anna, 2017).

3.2 Classificação da pesquisa

Uma pesquisa pode ser classificada segundo a natureza da abordagem do objeto a ser pesquisado, quanto aos objetivos e quanto aos procedimentos técnicos de investigação. No caso da pesquisa que apresentamos, segundo Gil (2008), a classificamos como qualitativa, exploratória e descritiva, e estudo de caso.

Quanto à abordagem dos dados, a pesquisa possui caráter qualitativo, pois, conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 32), esse tipo de pesquisa “buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos”. Assim, esta investigação prioriza a compreensão e a interpretação dos níveis do pensamento geométrico dos estudantes, a partir da análise dos testes de Van Hiele.

No tocante aos objetivos, a pesquisa se classifica como exploratória e descritiva, visto que classifica-se como exploratória porque “tem como finalidade proporcionar mais

informações sobre o assunto que vamos investigar ” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 52), já que investigamos um fenômeno educacional, como: em que nível de pensamento geométrico se encontram os estudantes de 3ª série do Ensino Médio.

Além disso, classifica-se como descritiva, pois “visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 52), especialmente no que se refere ao nível de pensamento geométrico dos estudantes ao final da educação básica.

No que se refere aos procedimentos técnicos de investigação, a pesquisa se caracteriza como estudo de caso, pois, segundo Silveira e Córdova (2009), essa estratégia se torna mais adequada para responder a perguntas do tipo "como" e "por que", especialmente em fenômenos inseridos em contextos da vida real. Visto que a finalidade da pesquisa foi investigar o nível de pensamento geométrico dos estudantes de duas turmas de 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual do Município de Rio Tinto-PB, buscando entender o porquê de marcarem as alternativas escolhidas.

3.3 Etapas da pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida em três etapas. A primeira etapa consistiu na coleta de dados, correspondente ao primeiro objetivo específico. A segunda etapa compreendeu a análise dos dados obtidos nos testes, correspondente aos segundo e terceiro objetivos específicos, e, por fim, a terceira etapa diz respeito à elaboração de uma sequência de atividades proposta como possibilidade para favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, correspondente ao quarto objetivo específico.

A coleta de dados foi realizada por meio dos testes de Van Hiele (Nasser; Sant’Anna, 2017), que contemplam os três primeiros dos cinco níveis propostos pela Teoria e contém cinco questões cada, sendo classificados como questionários padronizados. A aplicação dos testes se deu por intermédio do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen) e ambas as aplicações dos testes ocorreram no dia 18 de abril de 2024, no turno da manhã, em horários distintos.

A escolha desse tipo de coleta de dados se deve à possibilidade do reconhecimento do nível de pensamento geométrico dos estudantes em relação à capacidade de reconhecer, analisar e deduzir propriedades geométricas. No contexto desse estudo, a aplicação dos testes serviu para analisar e descrever em que nível se encontram os estudantes das duas turmas de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Rio Tinto-PB.

O procedimento da coleta de dados ocorreu de forma individual em cada uma das turmas, da seguinte forma: o primeiro teste foi entregue aos estudantes e, ao término da realização por toda a turma, os testes eram recolhidos e o do nível seguinte era entregue, e assim se sucedeu pelos três testes. Ambas as aplicações realizaram-se com a duração de 1h40min, que no contexto escolar equivalia a duas horas-aula e aconteceram sem intervenção por parte do professor responsável pela turma, no que se refere especificamente ao conteúdo de Geometria.

Após a coleta de dados, realizou-se a etapa de análise, baseada nos resultados obtidos por meio da aplicação dos testes de Van Hiele. De acordo com Silveira e Córdova (2009, p. 112), essa etapa consistiu na “interpretação e análise dos dados tabulados [...]”. Para isso, segundo os autores, “é necessário agrupar os dados, sintetizando-os, para serem ordenados de forma lógica e possam dar as respostas desejadas de forma clara e objetiva” (Silveira; Córdova, 2009, p. 113).

Para a identificação dos níveis de pensamento geométrico de cada estudante, consideramos seus acertos nos testes propostos e, para serem considerados proficientes, os estudantes deveriam acertar 60% de cada um dos testes ou três das cinco questões propostas. Além disso, também foram analisadas as questões que os estudantes não acertaram, a fim de buscar entender as dificuldades que estão associadas à permanência dos estudantes entre os níveis. Assim, todos os procedimentos propostos estão em consonância com os objetivos da pesquisa, a qual buscou compreender o nível de pensamento geométrico em um grupo específico de estudantes.

Após a aplicação e a análise dos testes, foi elaborada uma sequência de atividades (Apêndice A). Destaca-se que esses encontros aconteceram também por intermédio do Prolicen (2024) e são apresentados aqui apenas como uma proposta pedagógica, com o intuito de fornecer subsídios aos professores para o ensino de Geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico, não constituindo objeto de análise desta pesquisa. A sequência foi inicialmente planejada para três encontros, realizados entre os dias 25 de abril e 9 de maio de 2024, com duração de 1h40min cada, equivalente a duas aulas no contexto escolar. No primeiro encontro após a aplicação dos testes, realizamos com os estudantes uma aula na qual foram propostas 11 questões do Enem e de outros vestibulares, focadas nos três níveis dos testes de Van Hiele: Visualização, Análise e Dedução Informal.

No segundo encontro, nos dedicamos às atividades que estivessem relacionadas aos assuntos da ementa do professor, sendo ela a Geometria Espacial. Aqui, propomos uma atividade em que os estudantes representassem por meios de desenhos alguns sólidos

geométricos, após a explicação do conteúdo. Já no terceiro encontro, ainda seguindo a ementa com o assunto de Geometria Espacial, propomos aos estudantes uma atividade de visualização de sólidos em construções presentes no cotidiano dos estudantes, além de um segundo momento em que foi proposto a construção dos sólidos utilizando isopor e palitos de churrasco.

Retomamos as atividades com as turmas de 3ª série no período de 26 de setembro a 18 de outubro de 2024 e ocorreram mais três encontros, mas, por motivos externos, como a reforma escolar, nossas atividades nesse período se deram de modo remoto, transmitida via *Google Meet*, com as duas turmas juntas. No primeiro encontro, apresentamos aos estudantes o *site* e aplicativo *Gartic*, com o intuito de sondar os conhecimentos dos estudantes acerca dos polígonos e poliedros, como também o GeoGebra para proporcionar suporte visual aos estudantes durante o estudo dos conteúdos, por fim, utilizamos também o *Google Forms* para trabalharmos um questionário referente aos conteúdos abordados na aula.

No segundo encontro, trabalhamos com o assunto de Corpos Redondos e utilizamos o aplicativo GeoGebra, recurso para facilitar a visualização dos conceitos estudados. Finalizando com o terceiro e último encontro, realizamos uma revisão do que havia sido estudado como também um novo assunto: os Sólidos Platônicos, finalizando com o uso do GeoGebra com uma atividade referente ao que foi estudado na aula.

Embora essas atividades não tenham sido pensadas, elaboradas e desenvolvidas à luz da Teoria de Van Hiele, mas sim com foco no ensino de Geometria, os recursos utilizados e as estratégias metodológicas adotadas podem favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, constituindo uma sugestão de atividades que podem ser articuladas aos pressupostos da teoria.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base nos resultados obtidos a partir da aplicação dos instrumentos de coleta de dados, correspondentes aos três primeiros níveis do teste de Van Hiele, procedemos com a análise das respostas dos 32 estudantes participantes da pesquisa, pertencentes a duas turmas da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública do município de Rio Tinto-PB. A partir dos dados coletados, foi possível identificar os níveis de pensamento geométrico apresentados pelos estudantes, possibilitando uma discussão fundamentada nos pressupostos da Teoria de Van Hiele acerca do desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Ressalta-se que parte das análises apresentadas neste capítulo teve origem em um estudo previamente desenvolvido e apresentado por Santos *et al.* (2024) e Lima *et al.* (2026), ambos os trabalhos no Congresso Nacional de Educação (CONEDU). Para atender aos objetivos desta pesquisa, tais análises foram revisadas e ampliadas, contemplando especificamente os dados das duas turmas da 3ª série do Ensino Médio.

Salientamos que, em cada um dos testes da teoria de Van Hiele, encontramos cinco questões, sendo da questão 1 à questão 5 pertencentes ao primeiro nível, das questões 6 à 10 ao segundo nível e das questões 11 à 15 do terceiro nível.

Para a discussão deste capítulo, o dividimos em cinco subtópicos. No subtópico 4.1, apresentam-se e analisam-se os resultados referentes ao Nível 1, de Visualização. No subtópico 4.2, discutem-se os resultados relacionados ao Nível 2, de Análise. No subtópico 4.3, examinam-se os resultados obtidos no Nível 3, de Dedução Informal. No subtópico 4.4, realiza-se uma análise geral dos resultados, buscando estabelecer relações entre os níveis de pensamento geométrico identificados. Por fim, no subtópico 4.5, apresenta-se uma proposta pedagógica, com o intuito de fornecer subsídios aos professores para o ensino de Geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico.

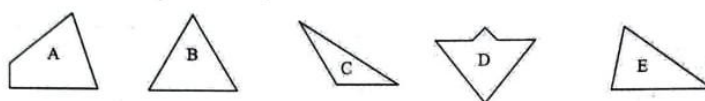
4.1 Resultados e discussão do teste referente ao Nível 1 de pensamento geométrico

O primeiro teste da teoria de Van Hiele, o nível de Visualização, se concentra nas questões de um a cinco. Nesse nível, o estudante deve observar e pensar acerca das características visuais das figuras, referentes a sua aparência e forma, destacando elementos como lados, vértices, curvatura e paralelismo, mas sem inferir ou argumentar diretamente sobre suas propriedades geométricas.

Assim, esse teste nos permite entender como um indivíduo percebe e classifica determinada figura com base em aspectos visíveis, e como determinadas mudanças como rotação, ampliação e deslocamento impactam nessa percepção. Na questão 1 (Figura 2), é solicitado que os estudantes assinalem, entre as cinco figuras presentes, os triângulos exibidos na imagem.

Figura 2- Questão 1 teste de Van Hiele, nível de Visualização

1 – Assinale o(s) triângulo(s):

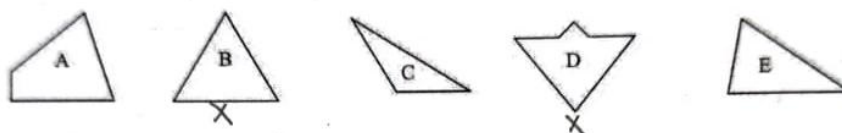


Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

Era esperado que nessa questão os estudantes assinalassem os três triângulos presentes na figura, sendo eles o “B”, “C”, “E”. Porém, apenas 3 dos 32 estudantes conseguiram acertar. Dentre os triângulos apresentados, o único assinalado pelos 32 estudantes foi o triângulo “B”, correspondente ao triângulo equilátero. Essa escolha pode ser compreendida sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele, visto que, no nível de Visualização, os estudantes tendem a reconhecer as figuras por sua aparência global, identificando, assim, com maior facilidade aquelas figuras que correspondem aos protótipos mais familiares. Assim, o triângulo equilátero, mais utilizado como representação padrão de um triângulo em livros didáticos e, é mais reconhecido, enquanto os triângulos “C” e “E”, por apresentarem configurações menos comuns, se tornam mais difíceis de serem identificados como pertencentes à mesma classe de figuras. Houve ainda dois estudantes que marcaram a figura “D” (Figura 3).

Figura 3- Questão respondida incorretamente por um estudante

✗ – Assinale o(s) triângulo(s):



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

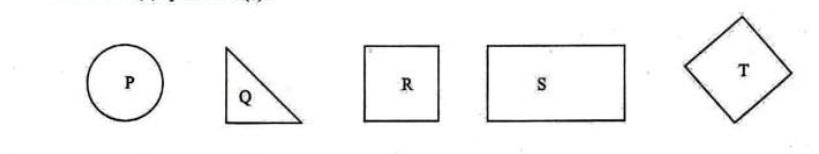
Essa escolha pode estar relacionada ao fato de que a figura “D” apresenta características visuais que se assemelham a um triângulo equilátero, o que pode ter influenciado tal identificação incorreta realizada pelos estudantes. Esse resultado pode ser explicado pelo fato de que, nesse nível, o reconhecimento das figuras ocorre, de modo geral,

por meio da visualização e da aparência global da figura. Assim, torna-se comum que os estudantes associem o nome da figura à imagem mental que possuem dela, construída ao longo de sua Educação Básica. Nessa perspectiva, a linguagem e a representação visual encontram-se vinculadas, levando o estudante a identificar uma figura por sua semelhança visual, desconsiderando as propriedades que caracterizam um triângulo e o diferenciam de outras formas geométricas.

Na questão 2 (Figura 4), é solicitado que os estudantes assinalem, entre as cinco figuras presentes, os quadrados exibidos na imagem.

Figura 4- Questão 2 teste de Van Hiele, nível de Visualização

2 – Assinale o(s) quadrado(s):



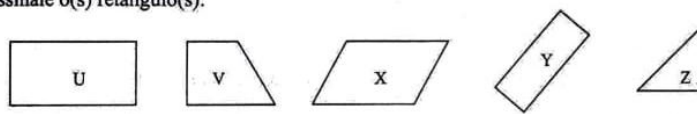
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

Era esperado que nessa questão os estudantes assinalassem dois quadrados sendo eles o “R” e o “T”. Porém, apenas 9 dos 32 estudantes acertaram corretamente a questão. Dentre as figuras exibidas, a marcada por todos os estudantes foi o quadrado “R”, essa escolha pode ser explicada, mais uma vez, pela predominância dessa forma nas experiências visuais dos estudantes, diferentemente do quadrado “T”, rotacionado, fugindo do habitual visto pelos estudantes. Podemos destacar também que, nessa questão, embora fosse solicitado que os estudantes assinalassem apenas os quadrados, três deles identificaram o retângulo, representado pela figura “S”, como sendo um quadrado. Esse resultado indica que as dificuldades dos estudantes vão além da forma como a figura é apresentada. Nesse caso, a identificação incorreta sugere que alguns estudantes não reconhecem visualmente as características que distinguem um quadrado de outras figuras geométricas, evidenciando uma fragilidade no reconhecimento e na identificação dessas formas. Tais habilidades são esperadas de estudantes que se encontram no nível de Visualização da Teoria de Van Hiele.

Na terceira questão (Figura 5), é solicitado que os estudantes assinalem, entre as cinco figuras presentes, os retângulos exibidos na imagem.

Figura 5- Questão 3 teste de Van Hiele, nível de Visualização

3 – Assinale o(s) retângulo(s):



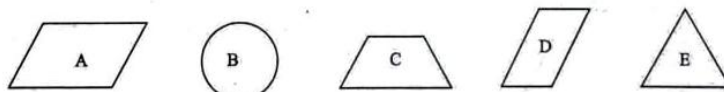
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

Nessa questão era esperado que os estudantes assinalassem os dois retângulos exibidos na questão, sendo eles o retângulo “U” e “Y”. Mas apenas 10 dos 32 estudantes conseguiram acertar corretamente a questão. Dentre as figuras expostas, 29 estudantes marcaram o retângulo “U” e 10 estudantes marcaram o retângulo “Y”, essa diferença pode ter sido influenciada pela segunda questão, em que alguns dos estudantes reconheceram o retângulo como sendo um quadrado, como também pela forma que o retângulo costuma ser visto pelos estudantes, uma vez que o retângulo “Y” foi pouco reconhecido por estar rotacionado, diferente do habitual, Van de Walle (2009) justifica tal afirmativa ao dizer que nesse nível o que nesse nível é a aparência da forma que a define e que ao ser rotacionado, para o estudante desse nível, um quadrado deixa de ser um quadrado e passa a ser um losango, pois a aparência “é o fator dominante nesse nível e faz com que as aparências possam prevalecer sobre as propriedades de uma forma” (Van de Walle, 2009, p. 440) .

Aconteceu também de um estudante assinalar a figura “V”, sendo ela um trapézio, 4 estudantes marcaram a figura “X”, sendo ela um paralelogramo e 2 estudantes assinalaram a figura “Z”, sendo ela um triângulo. Referente às figuras “V” e “X”, as escolhas podem ser justificadas, mais uma vez, pela falta de conhecimento das classes de inclusão dos quadriláteros ou as formas similares das figuras com o retângulo que resulta em uma semelhança visual. Com relação a figura “Z”, não é possível determinar a partir dos dados obtidos uma razão exata que tenha levado os estudantes a essa escolha. Mas, uma possível explicação está ligada à presença de um ângulo reto na figura assinalada, fazendo assim, os estudantes associarem a um retângulo. Tal comportamento já é esperado para estudantes do Nível 1 da teoria de Van Hiele, no qual a identificação ocorre por meio de aspectos visuais e perceptivos.

Na quarta questão (Figura 6), era solicitado que os estudantes assinalassem, entre as cinco figuras presentes, os paralelogramos exibidos na imagem.

Figura 6- Questão 4 teste de Van Hiele, nível de Visualização
4 – Assinale o(s) paralelogramo(s):



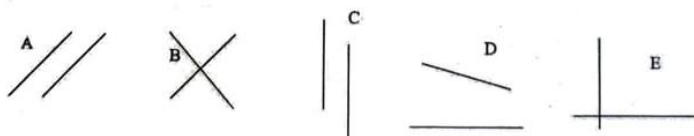
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

Nessa questão era esperado que os estudantes assinalassem os dois paralelogramos exibidos, sendo eles o “A” e o “D”. Mas apenas 7 dos 32 estudantes conseguiram acertar corretamente a questão. Dentre as figuras expostas, 21 estudantes marcaram a figura “A” e 13 estudantes marcaram a alternativa “D”. Desses 32 estudantes, 10 marcaram apenas uma das figuras, sendo ela a figura “A”, essa escolha repete-se mais uma vez devido à familiaridade dos estudantes com a figura, visto que essa configuração é a mais comumente encontrada ao longo da sua educação básica, não reconhecendo a figura “D”, por estar rotacionado, o que difere do habitual.

Houve ainda 12 estudantes que assinalaram a figura “C”, correspondente a um trapézio. Essa escolha pode ser explicada pelo fato de que, no nível de Visualização da Teoria de Van Hiele, os estudantes tendem a reconhecer as figuras com base em sua aparência global, e não nas propriedades que as definem. Assim, a presença de lados paralelos pode ter sido suficiente para que alguns estudantes associassem o trapézio a um quadrado, evidenciando dificuldades no reconhecimento visual e na distinção entre diferentes figuras geométricas.

Na quinta e última questão do teste (Figura 7), é solicitado que os estudantes marquem as retas paralelas dentre as cinco retas apresentadas.

Figura 7- Questão 5 teste de Van Hiele, nível de Visualização
5 – Assinale os pares de retas paralelas:



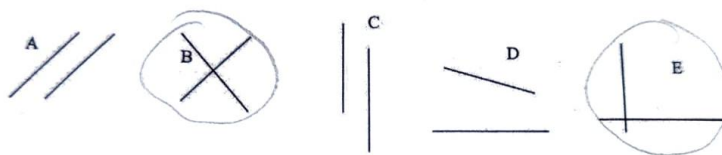
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 95)

Era esperado que os estudantes marcassem os pares de retas “A” e “C”, porém apenas 4 estudantes acertaram a questão. Dentre as respostas, temos que o par de retas “A” foram assinaladas por 17 estudantes e o par de retas “C” por 8 estudantes. Tais escolhas podem estar associadas à forma que as retas são vistas pelos estudantes durante seu período de estudos relacionados à retas, em que a reta “A”, é mais comumente vista.

Houve ainda 10 estudantes que assinalaram o par de retas “B” e 7 estudantes de assinalaram o par de retas “E” (Figura 8), que correspondem às retas concorrentes e perpendiculares, respectivamente, sendo 4 desses estudantes que as assinalaram simultaneamente, o que para todos os casos, indica que pode ter acontecido uma confusão entre as retas paralelas, sendo elas as que não tem pontos em comum, e as retas concorrentes, sendo elas, as que se tem um único ponto em comum, ou seja, cruzam em um ponto.

Figura 8- Questão respondida por um estudante

~~X~~ Assinale os pares de retas paralelas:



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Destacamos ainda 6 estudantes que assinalaram o par de retas “D”, sendo ela um par de retas oblíquas, o que é compreensível tal confusão visto que visualmente de fato as retas paralelas e oblíquas se assemelham, porém, com as retas oblíquas, havendo prolongamento de suas retas, sendo elas infinitas, em algum momento acabam por se cruzar. Tal resultado evidência que parte dos estudantes ainda se encontram no nível de Visualização, dado que, baseiam suas respostas apenas no aspecto visual dos pares de retas, não levando em consideração as propriedades as distinguem.

Para o primeiro teste referente ao Nível de Visualização, sendo ele o do pensamento geométrico de Van Hiele, era esperado que os estudantes fossem capazes de reconhecer formas e retas pela sua aparência e mediante os resultados apresentados, é possível observar que apenas 5 dos 32 estudantes são considerados proficientes. Esse resultado indica que a maioria dos participantes ainda apresenta dificuldade no reconhecimento e na classificação das características visuais das figuras e retas. O que sugere com base na Teoria de Van Hiele, diante das evidências apresentadas, que os estudantes não consolidaram os conhecimentos necessários no nível de Visualização para que possa ocorrer a progressão para o próximo nível, sendo ele o de Análise.

4.2 Resultados e discussão do teste referente ao Nível 2 de pensamento geométrico

O segundo teste utilizado na verificação dos níveis de pensamento geométrico, com base na teoria de Van Hiele, refere-se ao nível de Análise e está compreendido nas questões 6

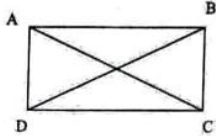
a 10. Esse teste permite que, com base nas respostas referentes a propriedades para determinadas figuras planas, possamos verificar de que maneira os estudantes distinguem as figuras geométricas a partir de suas características e propriedades específicas, relacionadas a seus ângulos, lados, diagonais, dentre outras.

A primeira questão do segundo teste, questão de número 6 (Figura 9), solicita que o estudante julgue e marque apenas as afirmativas verdadeiras referentes às características de um retângulo.

Figura 9- Questão 6 teste de Van Hiele, nível de Análise

6 – No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



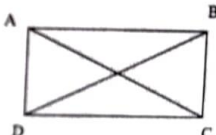
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Era esperado que nessa questão o estudante fosse capaz de identificar que as únicas opções que obrigatoriamente precisam ser atendidas em um retângulo são “A”, “B” e “C”, visto que, apesar de existirem retângulos nos quais seus lados têm comprimento de mesmo valor, como no caso dos quadrados, esta não é uma característica aplicável para todos os retângulos. Apesar disso, apenas um estudante foi capaz de reconhecer tal fato e assinalar todas as opções verdadeiras (Figura 10).

Figura 10- Questão respondida corretamente por um estudante

6 – No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- ~~a)~~ Têm 4 ângulos retos. ✓
- ~~b)~~ Têm lados opostos paralelos. ✓
- ~~c)~~ Têm diagonais de mesmo comprimento. ✓
- d) Têm os lados iguais. ✗
- e) Todas são verdadeiras. ✗



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Os outros 31 estudantes erraram esta questão por diferentes fatores que variam desde o não reconhecimento de todas as opções verdadeiras até a marcação de uma característica excludente. Desses estudantes, 15 erraram por incompletude, visto que, apesar de marcarem

opções verdadeiras, estas não representavam o todo, sendo assinaladas apenas uma ou duas alternativas entre “A”, “B” e “C”.

Os outros 16 estudantes, erraram a questão por entenderem que possuir lados iguais é uma característica aplicável a todos os retângulos. Este segundo erro pode estar associado também a não consolidação do nível de Visualização, uma vez que a questão apresenta o aporte visual para inferir certas propriedades e características que se não são percebidas, não podem ser analisadas.

A questão número 7 (Figura 11), dá seguimento à análise dos quadriláteros, solicitando que o estudante escreva três propriedades fundamentais para o quadrado.

Figura 11- Questão 7 teste de Van Hiele, nível de Análise

7 – Dê 3 propriedades dos quadrados:

1 -

2 -

3 -



Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Nessa questão era esperado que o estudante estabelecesse para além de propriedades gerais a outros quadriláteros, anteriores a ele na classe de inclusão, propriedades específicas que juntas correspondessem apenas a figura geométrica desejada, o quadrado. As principais características esperadas para essa questão estavam relacionadas, simultaneamente, a possuir quatro lados de mesmo comprimento, possuir diagonais de mesma medida, ter todos os ângulos internos com medida de 90° e ter dois pares de lados opostos paralelos.

É importante destacar que, apesar dessas quatro propriedades estarem relacionadas ao quadrado, nem sempre a combinação de duas ou três delas corresponde única e exclusivamente a essa figura geométrica. Tal afirmação justifica-se pelo fato de que o retângulo possui diagonais de mesma medida, tem todos os ângulos internos com medida de 90° e tem dois pares de lados opostos paralelos; e o losango possui quatro lados de mesmo comprimento e tem dois pares de lados paralelos.

Desse modo, as combinações de características que satisfazem a condição de ser um quadrado são: possuir quatro lados de mesmo comprimento, ter todos os ângulos internos com medida de 90° e possuir diagonais de mesmo comprimento ou possuir quatro lados de mesmo

comprimento, ter todos os ângulos internos com medida de 90° e ter dois pares de lados opostos paralelos.

A necessidade dessa análise mais detalhada na escolha das propriedades pode justificar o baixo número de acertos para essa questão, sendo apenas 2 dos 32 estudantes. Apesar do quantitativo de propriedades corretas apresentadas, como “lados iguais”, “quatro vértices”, “ângulos retos”, “quatro lados”, nem sempre estas estavam relacionadas apenas ao quadrado.

Dentre as respostas apresentadas, a mais recorrente como justificativa foi a presença de quatro lados iguais, característica fortemente atrelada ao quadrado. Para além disso, foi possível verificar que, em algumas respostas, a afirmação "ser quadrado" (Figura 12) foi apresentada pelos estudantes como justificativa para a escolha da figura. Esse resultado pode indicar que alguns estudantes ainda não conseguem distinguir a figura de suas propriedades, utilizando o próprio nome da figura como justificativa. Tal aspecto reforça a hipótese de que o reconhecimento do quadrado ainda está fortemente associado à sua imagem global, em detrimento da compreensão de suas propriedades geométricas.

Figura 12- Questão respondida por um estudante

~~X~~ - Dê 3 propriedades dos quadrados:

- 1 - Ter medidas iguais
- 2 - Ter 4 ângulos retos
- 3 - Ser quadrado



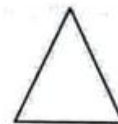
Fonte: Dados da pesquisa (2024)

A questão de número 8 (Figura 13), entre as apresentadas de todo o segundo teste foi a que obteve o maior número de acertos, totalizando 19 avaliações marcadas corretamente. A questão pedia para que o estudante assinalasse dentre as cinco afirmativas apresentadas, a afirmativa verdadeira em relação ao triângulo isósceles.

Figura 13- Questão 8 teste de Van Hiele, nível de Análise

8 – Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- (a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- (b) Um dos ângulos mede 90° .
- (c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- (d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Para essa questão era esperado que os estudantes assinalassem a opção “C” que referia-se a possuir dois ângulos da mesma medida. Apesar do quantitativo maior em comparação às outras questões até então apresentadas para o segundo teste, existiram ainda questões marcadas de forma equivocada, tais erros podem estar possivelmente atrelados ao reconhecimento da figura apresentada como um triângulo equilátero.

Essa afirmativa se fundamenta por dois grandes fatores, o primeiro fator está relacionado à questão de número 1 do teste de Visualização, no qual a maior parte dos estudantes assinalaram o triângulo “B” em contraponto aos outros, sendo este equilátero. O segundo fator está relacionado justamente às características desse triângulo, ligadas a possuir três ângulos congruentes de 60° . Dos 13 estudantes que erraram a questão 8, 11 deles marcaram opções que tinham aspectos relacionados às características do triângulo equilátero, como possuir todos os três ângulos de mesma medida e ter pelo menos um ângulo medindo 60° , alternativas “D” e “A”, respectivamente

Outro fator que pode estar associado aos resultados obtidos é a não consolidação das relações de inclusão entre as classes de triângulos. Espera-se que, no nível de Dedução Informal, os estudantes sejam capazes de compreender que todo triângulo equilátero também é um triângulo isósceles, embora nem todo triângulo isósceles seja equilátero. As respostas obtidas indicam que essa relação ainda não foi plenamente construída pelos estudantes, evidenciando dificuldades em estabelecer conexões entre as propriedades e as classes das figuras geométricas

A questão 9 (Figura 14), assim como a questão 7, retoma os estudos dos quadriláteros, mas agora com foco nas propriedades do paralelogramo. As propriedades expressas para essa questão, diferentemente da questão 7 que apresentava um caso mais específico, deveriam ser válidas para todos os paralelogramos e não apenas para os casos mais restritivos como os paralelogramos retangulares, losangulares ou quadrados.

Figura 14- Questão 9 teste de Van Hiele, nível de Análise

9 – Dê 3 propriedades dos paralelogramos:



1 -
 2 -
 3 -

Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Algumas propriedades que poderiam ser utilizadas para responder corretamente ao problema proposto estavam relacionadas a possuir dois pares de lados opostos paralelos, ângulos opostos de mesma medida, lados paralelos de mesmo comprimento e diagonais que cortam-se no ponto médio. Neste caso, como as propriedades são mais amplas, quaisquer combinação de três delas são suficientes para delimitar um paralelogramo.

Para essa questão nenhum estudante foi capaz de atribuir três propriedades que satisfizessem adequadamente o problema, limitando as respostas apresentadas apenas as características visuais da figura. As principais propriedades observadas pelos estudantes estavam relacionadas a: “possuir uma forma diferente”; “não ser reto”; “ter um ângulo torto”; “ter lados paralelos”; “ter lados maiores e menores”. Todas essas características observáveis que foram apresentadas como propriedades para os paralelogramos pelos estudantes podem indicar como estes ainda estão restritos ao nível de Visualização.

Apesar disso, foi possível observar em algumas respostas a presença de propriedades que não perpassam o aspecto visual, como “diagonais com comprimentos diferentes” e “tem lados opostos paralelos”, mas que apresentam uma estrutura mais formal para a propriedade.

A última questão do segundo teste dá seguimento na análise dos quadriláteros, mas agora sem o aporte visual inicial. A questão solicita que o estudante escreva e desenhe um quadrilátero cujas diagonais não possuem o mesmo comprimento (Figura 15).

Figura 15- Questão 10 teste de Van Hiele, nível de Análise

10 – Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1:	S
	N

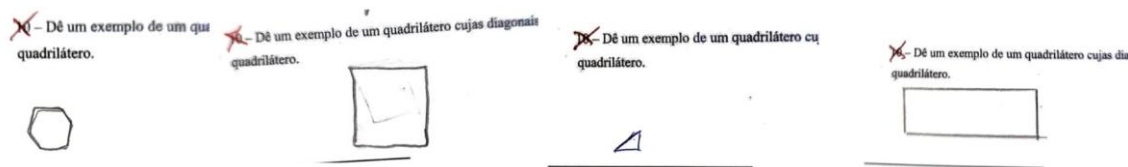
Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Para responder a questão, o estudante poderia utilizar diferentes quadriláteros, sendo eles regulares ou não, mas na perspectiva das questões analisadas os principais quadriláteros que respondem a esse problema são os trapézios escalenos e retangulares, os paralelogramos e os losangos.

Dos 32 estudantes que realizaram o teste, apenas 11 deixaram a questão em branco, sem escrever ou desenhar o quadrilátero solicitado. Os demais estudantes que se propuseram a responder à questão, não responderam de forma satisfatória, muito devido a incompletude das informações solicitadas, pois apresentavam em sua maioria apenas o desenho do quadrilátero.

Diversas foram as representações utilizadas para expressar o desenho solicitado no comando da questão, mas apenas 7 estudantes apresentaram de fato o desenho de um quadrilátero com diagonais de tamanhos diferentes, sendo eles dois paralelogramos e cinco trapézios retângulos. Os demais desenhos realizados englobam figuras como quadrados, triângulos, retângulos, hexágonos e trapézios isósceles (Figura 16).

Figura 16- Algumas representações feitas pelos estudantes



Fonte: dados da pesquisa (2024)

Os resultados obtidos nessa questão podem estar relacionados a diferentes fatores. Como por exemplo a incompletude das questões uma vez que os estudantes responderam apenas parte da questão, não contemplando tudo que era solicitado, outro fator pode estar associado ao possível desconhecimento da nomenclatura para a figura desenhada. Desse modo, os aspectos apresentados, também podem indicar fatores externos ao conhecimento geométrico, ligados à leitura e interpretação textual, que prejudicaram a resolução correta do problema.

Para o segundo teste, referente ao Nível de Análise da teoria de Van Hiele, era esperado que o estudante, a partir da observação ou não de uma figura geométrica, pudesse inferir características e propriedades que ultrapassassem a barreira do visual. Deste modo, com base nas respostas obtidas, nenhum estudante apresentou proficiência no nível proposto no teste, a Análise. Esses resultados podem indicar prejuízos na consolidação dos conhecimentos geométricos, visto que em diversas situações as respostas apresentadas

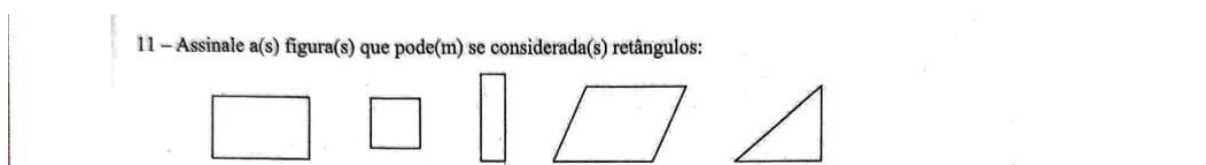
recorriam apenas as características visuais da figura geométrica e não as propriedades intrínsecas a ela. Além disso, como apenas 5 estudantes estavam no nível 1, então não poderíamos encontrar um número maior para este nível, já que, de acordo Nasser e Tinoco (2011), uma das características dos níveis de pensamento geométrico da teoria de Van Hiele é a Hierarquia, ou seja, para atingir um nível superior, deve-se passar pelos anteriores.

4.3 Resultado e discussão do teste referente ao Nível 3 de pensamento geométrico

No terceiro nível de pensamento geométrico, temos o nível de Dedução Informal, referente às questões 11 a 15. Nesse nível, é esperado que os estudantes sejam capazes de estabelecer relações entre as propriedades das figuras geométricas, compreender as classes de inclusão e elaborar justificativas fundamentadas nessas propriedades, mesmo que de modo informal, além de organizar tais argumentos de modo a determinar se uma figura pertence ou não a uma determinada classe. É também esperado que os estudantes sejam capazes de estabelecer relações de implicação entre as propriedades, identificando condições necessárias e suficientes para a classificação das figuras, como também formular demonstrações informais baseadas em argumentos lógicos, sem recorrer, necessariamente, ao rigor das demonstrações formais.

Desse modo, esse teste possibilita verificar se os participantes conseguem ir além da identificação das figuras com base na sua forma global e da análise das suas propriedades, estabelecendo conexões entre conceitos geométricos e justificando suas respostas. A questão 11 (Figura 17) aborda uma situação de reconhecimento visual e solicita que os estudantes marquem dentre as cinco figuras apresentadas, aquelas nas quais são consideradas retângulos.

Figura 17- Questão 11 teste de Van Hiele, nível de Análise



Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Era esperado nessa questão que os estudantes assinalassem as três primeiras figuras, sendo elas um retângulo, um quadrado e um outro retângulo, dado que no terceiro nível de pensamento geométrico os estudantes devem estar cientes de que um quadrado também é um

retângulo, dado às suas propriedades referentes à classe de inclusão. Porém, apenas um estudante conseguiu responder à questão corretamente.

Dentre as cinco figuras, a mais votada foi o primeiro retângulo, assinalada por 21 estudantes, desses estudantes 8 assinalaram apenas o primeiro retângulo, o que demonstra que os estudantes ainda estão no nível 1 de pensamento geométrico, a Visualização, não sendo capazes de reconhecer figuras geométricas quando diferentes do habitual. Houve ainda 6 estudantes que marcaram o primeiro e o terceiro retângulo simultaneamente, demonstrando aptidão para o nível 1, por terem reconhecido a figura mesmo que apresentadas de maneiras diferentes, porém, ainda não conhecem devidamente as propriedades, indicando não aptidão ao nível 2 de pensamento geométrico.

O quadrado foi reconhecido como retângulo apenas por 2 estudantes, sendo um deles o estudante que respondeu a questão corretamente e o outro estudante que o assinalou simultaneamente com a figura do segundo retângulo, a terceira figura apresentada na questão. Houve ainda 7 estudantes que assinalaram os dois retângulos da imagem e o paralelogramo, o que pode indicar confusão por parte dos estudantes pela aparência das figuras geométricas, visto que retângulos e paralelogramos apresentam leve semelhança na sua aparência global, o que pode ser confirmado pela resposta de um estudante que assinalou apenas o paralelogramo, sendo ele o único paralelogramo presente na questão.

Destacamos, ainda, que 4 estudantes assinalaram a quinta figura apresentada na questão como sendo um retângulo, embora ela corresponda, geometricamente, a um triângulo retângulo. E a escolha por essa figura pode estar associada justamente ao termo “retângulo” e à presença de um ângulo reto. O que indica que o estudante identificou as propriedades, mas a utilizou de uma forma errônea para classificar as figuras, desconsiderando que o retângulo é um quadrilátero. Isso evidencia que ainda existem dificuldades nas relações entre as propriedades das figuras e a sua classificação, indicando que o estudante ainda não consolidou conhecimentos suficientes para avançar nos níveis de pensamento geométrico.

A questão 12 (Figura 18) em contraponto com as demais questões até então analisadas deste nível, não apresenta aporte visual, sendo necessário que o estudante, com base na descrição fornecida, discorra acerca dos questionamentos levantados. Nessa questão os estudantes deveriam argumentar sobre um quadrilátero ABCD que possui todos os ângulos internos iguais.

Figura 18- Questão 12 teste de Van Hiele, nível de Análise

- 12 – Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.
- (a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
- (b) Por que?
- (c) Que tipo de quadrilátero é ABCD?

Fonte: Nasser e Sant'anna (2017, p. 96)

Esse problema pressupõe que o estudante conheça as características e propriedades geométricas de determinadas figuras planas, sendo capaz de abstrair e identificar qual ou quais figuras são compatíveis com o comando apresentado.

Para responder corretamente a cada uma das perguntas apresentadas os estudantes deveriam deduzir que entre todos os quadriláteros até então apresentados, nos testes anteriores, apenas o retângulo e o quadrado possuem obrigatoriamente todos os ângulos internos congruentes com medida de 90° e que para a questão apresentada não há restrição quanto a medida dos lados. Tais fatos são necessários e suficientes para justificar todos os três questionamentos propostos nas alternativas “A”, “B” e “C”.

Para as perguntas das alternativas “A” e “B”, como existem duas figuras geométricas que se adequam a resposta, os quadrados e os retângulos, não é possível afirmar com certeza que o quadrilátero ABCD é um quadrado. Desse modo, a resposta correta da alternativa “A” deveria ser “não” com a justificativa na alternativa “B” de que “o quadrilátero apresentado poderia ser um retângulo”. A resposta da alternativa “C”, por sua vez, segue um caminho contrário, visto que na classe de inclusão o quadrado é também um retângulo, por possuir todos os requisitos para tal. Desse modo, como a questão apresentada não impõe restrição quanto à medida dos lados, o quadrilátero que melhor se adequa como afirmativa correta é o retângulo.

Dos 32 testes analisados, três foram deixados em branco. Dos demais testes, foi observado que 17 estudantes responderam “Sim” para o questionamento da alternativa “A” e ao justificarem tal posicionamento na alternativa “B” levantaram em sua maioria dois argumentos principais: o primeiro referente a possuir todos os ângulos iguais e o segundo, uma conclusão errônea sobre a igualdade dos lados do quadrilátero. Existiram também alguns casos isolados que, por falhas na interpretação do comando da questão, entenderam o quadrilátero ABCD como sendo quatro figuras distintas. Quando questionados na pergunta “C” sobre qual seria o quadrilátero apresentado, voltaram a reforçar que este seria um quadrado.

Os 12 estudantes restantes responderam “Não” para o questionamento da alternativa

“A”, mas apenas quatro foram capazes de justificar de forma correta, na alternativa “B”, o porquê do quadrilátero em questão não ser obrigatoriamente um quadrado (Figura 19).

Figura 19- Algumas das respostas dos estudantes que acertaram a questão

12- Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

(a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Não

(b) Por que? Porque os 4 lados iguais

(c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? Retângulo sem qd.

12- Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

(a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Não

(b) Por que? Porque não tem lados iguais

(c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? Não sabe qual

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

As quatro justificativas apresentadas discorriam sobre o mesmo argumento, a necessidade de congruência para todos os lados do quadrado. Desse número restrito de estudantes que responderam corretamente as alternativas “A” e “B”, apenas três deles apresentaram o quadrilátero que satisfaz o problema, sendo este um retângulo.

Como o problema apresentado em questão não disponibiliza o aporte visual, os principais erros cometidos aqui podem estar associados a não consolidação das características e propriedades das figuras planas frente a sua representação em desenho, pois a questão propõe que, a partir de uma descrição, o estudante visualize a figura, analise suas características e argumente sobre ela. Tal argumento pode ser justificado pelo quantitativo de erros associados às questões 9 e 10 do nível de Análise, que, respectivamente, solicitam que o estudante analise determinada figura e compreenda suas características e represente de maneira visual uma determinada figura a partir de suas características.

Estes aspectos que condicionam os principais erros encontrados na questão 12 incidem principalmente sobre a classe das formas, suas propriedades e relações que, como apresenta Van de Walle (2009), são as interseções entre os diferentes níveis, de modo que se, há prejuízo em uma delas, há também o comprometimento na seguinte.

A questão de número 13 (Figura 20), assim como a questão de número 12, tratou também de uma pergunta discursiva sobre quadriláteros, mas tornando mais específico os questionamentos acerca das classes de inclusão. Nessa questão, o estudante deveria construir um argumento para determinar se todo retângulo é também um paralelogramo, a partir de suas propriedades.

Figura 20- Questão 13 teste de Van Hiele, nível de Análise

13 – Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?..... Por que?

Fonte: Nasser e Sant’anna (2017, p. 96)

Para responder corretamente a essa questão, o estudante deveria entender que todo retângulo pode ser considerado um paralelogramo, uma vez que este atende a definição mais básica para isso, que é possuir quatro lados, sendo os lados opostos paralelos. Perceber esse aspecto pressupõe que o estudante é capaz de pensar e argumentar sobre as figuras planas para além de características globais, como o formato, o tamanho dos lados e a inclinação, por exemplo.

Dos 32 testes analisados, 4 deles não apresentaram resposta para nenhuma das duas perguntas e 2 deles apresentaram apenas uma resposta de “Sim” e “Não”, mas sem a explicação do porquê de tal afirmativa. Dos testes restantes, 18 deles apresentaram a resposta “Não” para o primeiro questionamento, o que já a torna resposta incorreta. Além disso, os argumentos apresentados, para esses 18 testes também estavam incorretos e pautavam suas explicações apenas em características físicas aparentes, delimitando as respostas majoritariamente em “não ter ângulos iguais” e “possuir lados diferentes”.

Os 8 testes restantes apresentaram “Sim” como primeira resposta, o que já os qualifica como parcialmente corretos, apesar disso nenhum estudante apresentou de fato um argumento que justificasse a afirmação (Figura 21).

Figura 21- Algumas representações feitas pelos estudantes

13 – Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?..... Sim..... Por que?
 Sim, todos os lados são paralelos.

13 – Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?..... Sim..... Por que?
 Porque todos têm ângulos iguais, mas não do mesmo tamanho.

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Apesar das justificativas apresentadas na Figura 21 tangenciarem um argumento válido, nenhuma delas de fato alcança o êxito, visto que apresentam erros conceituais. A primeira justificativa é invalidada pela falta de especificidade quanto às retas paralelas serem opostas, já a segunda justificativa apresenta uma contradição lógica ao afirmar e negar a congruência entre a medida dos ângulos.

Os demais, assim como os que responderam “Não”, apresentaram justificativas equivocadas baseadas apenas em características visuais, como considerar que todo retângulo pode possuir o mesmo “formato” de um paralelogramo. Esse baixo desempenho é um fator esperado, pois como já apresentado em parágrafos anteriores o desempenho em cada nível tem relação direta com os níveis que o antecede, que por sua vez também não apresentavam um quantitativo expressivo de estudantes proficientes.

A questão de número 14 (Figura 22) segue um caminho diferente das anteriores, nas quais os estudantes deveriam transcrever argumentos para justificar uma resposta, nesta questão são apresentados argumentos que devem ser analisados para a dedução da resposta correta. Essa questão, para além dos estudos da Geometria, engloba também aspectos da Lógica, pois apresenta sentenças que deverão ser julgadas como verdadeiras ou falsas a partir de conectivos lógicos.

Figura 22- Questão 14 teste de Van Hiele, nível de Análise

- 14 – Considere as afirmativas:
- (I) A figura X é um retângulo.
 - (H) A figura X é m triângulo.
- Assinale a afirmativa verdadeira:
- (a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
 - (b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
 - (c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
 - (d) I e II não podem ser ambas falsas.
 - (f) Se II é falsa, então I é verdadeira.

Fonte: Nasser e Sant’anna (2017, p. 96)

Para responder corretamente a essa questão, primeiramente devemos entender que, não sabemos o valor lógico das sentenças “I” e “H” apresentadas, neste caso, há uma ambiguidade quanto à possibilidade de serem verdadeiras ou falsas. Para a alternativa de letra “A”, temos um caso geometricamente impossível, visto que temos duas figuras com uma quantidade de lados distintos, sendo um triângulo e um retângulo. A alternativa “B”, por sua vez, não nos fornece argumento suficiente para a justificativa, uma vez que negar o item “I” não é suficiente para afirmar o item “H”, uma vez que este pode ter valor lógico falso, sendo a “X” outra figura diferente de um retângulo ou um triângulo. De modo análogo, a alternativa “F” apresenta a mesma estrutura de raciocínio, mas negando agora o item “H”.

A alternativa “D”, assim como as anteriores, também está incorreta, uma vez que há a possibilidade da figura “X” não ser nem um retângulo nem um triângulo, pois como apresentado nas alternativas supracitadas não temos certeza do valor lógico dos itens “I” e “H”. Por sua vez, a alternativa correta de letra “C”, contorna os problemas expostos ao

apresentar um caminho que não gere dubiedade ou um caso impossível, uma vez que apresenta a impossibilidade da figura “X” de ser ao mesmo tempo um retângulo e um triângulo.

Dos testes analisados, 2 estudantes não assinalaram nenhuma alternativa, a deixando em branco, 24 estudantes erraram a questão e 6 estudantes marcaram a alternativa correta. Dos 24 testes, 13 deles marcaram a alternativa “A”, 6 escolheram a alternativa “B” e 5 a alternativa “D”. A alternativa “F” não foi assinalada nenhuma vez. Embora a alternativa correta tenha sido assinalada 6 vezes, com base no quantitativo de acertos até então apresentado para as questões anteriores e o nível de pensamento geométrico atribuído aos estudantes, não é possível afirmar com precisão que esse resultado total decorra da compreensão do conceito, podendo tratar-se de um acerto ao acaso.

Com relação à última questão do teste, a questão 15 (Figura 23) segue um caminho semelhante ao da questão anterior, a questão 14, em que os estudantes deveriam julgar a afirmativa correta em relação às propriedades dos retângulos e quadrados.

Figura 23- Questão 15 teste de Van Hiele, nível de Análise

- 15 – Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados;
- (a) qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
 - (b) Uma propriedade dos quadrados nunca, é propriedade dos retângulos.
 - (c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
 - (d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
 - (e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Fonte: Nasser e Sant’anna (2017, p. 96)

Era esperado que os estudantes assinalassem a opção “C”, que diz que as propriedades dos retângulos é também válida para os quadrados, dado que, como já mencionado, neste nível os estudantes já devem ser capazes de reconhecer as figuras pelas suas propriedades, mas apenas 8 estudantes conseguiram responder corretamente. Apesar desse quantitativo de acertos, assim como na questão anterior, não é possível afirmar precisamente que esse resultado represente a compreensão do conceito, podendo tratar-se novamente de um acerto ao acaso, visto o nível do pensamento geométrico atribuído aos estudantes.

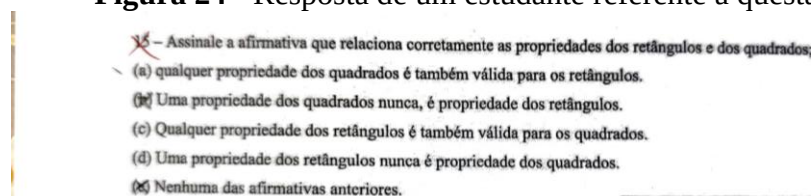
Para a alternativa “A”, temos que 6 estudantes a assinalaram incorretamente, dado que, nem toda propriedade dos quadrados é válida para os retângulos, como por exemplo, o fato do quadrado ter obrigatoriamente lados iguais. Na alternativa “B”, temos que 7 estudantes a assinalaram, essa alternativa é também incorreta, pois existem algumas

propriedades dos quadrados que também são propriedades dos retângulos, como possuir quatro ângulos retos, lados opostos paralelos e diagonais congruentes.

Já a alternativa “D” foi assinalada por 9 estudantes. Essa alternativa é também considerada incorreta, visto que, de acordo com as classes de inclusão, o quadrado é um caso particular de retângulo, herdando assim, todas as propriedades dos retângulos, como possuem quatro ângulos retos, têm lados opostos paralelos, possuem diagonais congruentes, têm lados opostos de mesma medida e acrescentando outras específicas, como seus quatro lados têm a mesma medida e as diagonais são perpendiculares.

Temos ainda dois casos particulares, no primeiro citamos um estudante que não apresentou resposta para a questão, e o segundo caso, temos um estudante que assinalou as alternativas “B” e “E” (Figura 24)

Figura 24 - Resposta de um estudante referente à questão 15



Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Essa inconsistência pode estar relacionada a uma dificuldade do estudante na interpretação do enunciado ou da lógica das alternativas, não sendo possível afirmar com segurança qual foi a intenção do estudante ao responder à questão.

Para o terceiro e último teste de Van Hiele, referente ao Nível de Dedução Informal, era esperado que os estudantes fossem capazes de estabelecer relações lógicas entre propriedades e entre classes de figuras geométricas, compreendendo que determinadas propriedades implicam outras e que algumas figuras são casos particulares de outras. Além disso, os estudantes desenvolvem também a capacidade de argumentar e justificar suas conclusões com base nas propriedades geométricas, utilizando raciocínios lógicos para explicar por que uma figura pertence a determinada classe ou por que uma propriedade decorre de outra.

Desse modo, nenhum estudante apresentou ser proficiente nesse nível, mediante as respostas obtidas no teste, o que mais uma vez indica prejuízo na consolidação no que se refere aos conhecimentos geométricos. Para além disso, de modo análogo ao que aconteceu no teste 2, como nenhum estudante apresentou-se proficiente no teste anterior, não seria possível encontrar um estudante proficiente nesse nível, como de acordo com Nasser e Tinoco

(2011), temos uma hierarquia característica dos níveis, em que não podemos avançar de nível quando o anterior não está bem consolidado.

4.4 Síntese dos níveis de pensamento geométricos identificados

Como já mencionado em subitens anteriores, consideramos proficiente os estudantes que acertaram pelo menos 60% do teste ou três das cinco questões propostas e, de maneira geral, os resultados obtidos nos três testes apresentaram que apenas 5 estudantes dos 32 que realizaram o teste, podem ser considerados proficientes e apenas no nível de Visualização, conforme apresentado na Tabela 1. Destacamos ainda que dos 5 estudantes considerados proficientes, apenas 2 acertaram quatro das cinco questões e 3 estudantes acertaram as três questões que era solicitado para ser considerado proficiente.

Tabela 1 - Estudantes considerados proficientes

Teste	Proficiente	Não proficiente
Nível 1, Visualização	5 estudantes	27 estudantes
Nível 2, Análise	0 estudante	32 estudantes
Nível 3, Dedução Informal	0 estudante	32 estudantes

Fonte: Santos *et al.* (2024)

Os resultados dos níveis 2 e 3 eram esperados visto que, houve poucos estudantes proficientes no nível 1, o nível de Visualização, então não seria possível encontrarmos mais de 5 estudantes proficientes no nível 2, de Análise, e, conseqüentemente, nenhum no nível 3, o de Dedução Informal, pois, como tratam Van de Walle (2009) e Nasser e Tinoco (2011), existe a relação de objeto-produto entre os níveis, o que indica que não pode acontecer o avanço dos níveis, quando o anterior não está bem consolidado.

Segundo a teoria de Van Hiele, o desenvolvimento do pensamento geométrico não ocorre com o avanço da idade ou da escolaridade, podendo ser desenvolvida em qualquer momento da vida, por meio de um ensino intencional e sistematizado, mas, Van de Walle (2009) nos traz que o objetivo fundamental do currículo do Ensino Fundamental é preparar os estudantes para o currículo de Geometria dedutiva do Ensino Médio. Por essa óptica, é esperado que, até o final do 9º ano do Ensino Fundamental, os estudantes tenham alcançado o nível 2 de pensamento geométrico, a Análise, e sair do Ensino Médio proficientes ao menos no nível 3, a Dedução Informal. Apesar disso, os resultados apresentados pelos estudantes

nesta pesquisa revelam que eles ainda estão no primeiro nível da Teoria, a Visualização, como pode ser visto na Tabela 2.

Tabela 2 - Números de acertos por questão

Teste	Nível 0: Visualização					Nível 1: Análise					Nível 2: Dedução informal				
Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Número de Acertos	9	14	17	13	10	7	5	14	2	3	0	1	0	6	8

Fonte: Santos *et al.* (2024)

Ao analisar individualmente o quantitativo de acertos por questão (Tabela 2), podemos inferir que a maioria dos acertos se concentra nas questões de Visualização, em que a identificação das figuras ocorre por meio de sua aparência, sem a necessidade de conhecer suas propriedades ou as relações de inclusão entre as classes de figuras geométricas, como na maioria das questões dos testes 2 e 3, por exemplo.

Quanto às questões que obtiveram o maior índice de erros podemos citar as questões 11 e 13 que pertencem ao nível 3 da teoria, o nível de Dedução Informal, no qual nenhum estudante conseguiu acertar corretamente, contendo assim um número nulo de acertos. Essas questões se referiam a identificação de formas e ao entendimento das classes de inclusão. Esses resultados evidenciam as dificuldades dos estudantes em estabelecer relações lógicas entre propriedades e as classes de figuras, como também em elaborar argumentos que justifiquem essas relações, habilidades características deste nível de pensamento geométrico.

Tais resultados podem estar relacionados às lacunas acumuladas durante a Educação Básica no que se trata da aprendizagem de Geometria. Entre as principais dificuldades observadas, destacam-se a identificação das propriedades das figuras geométricas, a compreensão das classes de inclusão dos quadriláteros, a elaboração de justificativa e a ausência de uma Lista Mínima de Definições (LMD), podendo indicar que os estudantes tenham recebido um ensino mais voltado para o reconhecimento visual ou à memorização de conceitos e fórmulas do que para a compreensão das propriedades e relações entre elas.

Portanto, isso nos mostra que, tais resultados, apenas reforçam as proposições de Van Hiele (1957) de que o avanço entre os níveis ocorre quando o ensino está bem organizado e as experiências que os estudantes irão vivenciar ao longo desse processo, evidenciando como as práticas pedagógicas favorecem no desenvolvimento do pensamento geométrico. Corroborando com tais ideias, Van de Walle (2009) afirma que todo professor deve estar ciente de que tais experiências são um fator importante para a evolução dos estudantes.

4.5 Intervenções pedagógicas realizadas pelo projeto Prolicen (2024): uma sugestão de proposta pedagógica para o ensino de Geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico

Após a aplicação e análise dos testes de Van Hiele, foram realizados seis encontros com os estudantes e que ocorreram em dois momentos distintos, sendo três encontros no período de 25 de abril a 9 de maio de 2024 e três encontros no período de 26 de setembro a 18 de outubro de 2024, sendo esses últimos realizados de modo remoto via *Google Meet* devido à reformas na escola. Embora as atividades tenham sido elaboradas com foco no ensino de Geometria, elas também podem ser utilizadas para analisar ou favorecer o desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico propostos pela Teoria de Van Hiele.

No primeiro encontro com os estudantes, realizado após a aplicação e a correção dos testes de Van Hiele, desenvolvemos uma aula composta por 11 questões¹ do Enem e de outros vestibulares relacionadas aos três primeiros níveis da teoria: Visualização, Análise e Dedução Informal. A seleção das questões foi realizada previamente em reunião com as coordenadoras do projeto Prolicen (2024), buscando contemplar habilidades correspondentes a cada um desses níveis.

Foram selecionadas 3 questões referentes ao nível 1, o de Visualização, 4 questões voltadas ao nível 2, de Análise, e 4 questões destinadas ao nível 3, de Dedução Informal. A opção por utilizar questões do Enem ocorreu a pedido do professor da turma, uma vez que os estudantes estavam no último ano do Ensino Médio e se preparavam para a realização do exame. Dessa forma as atividades também possibilitaram aos estudantes o contato com o estilo de questões presentes nessa avaliação.

Todas as questões eram transmitidas por um televisor presente na sala de aula, líamos as questões e posteriormente disponibilizamos um tempo de 5 minutos para que os estudantes pudessem pensar nas respostas e, em seguida, discutimos em conjunto (Figura 25).

¹Questões utilizadas nessa aula disponíveis em:

https://drive.google.com/drive/folders/1pEhNWGWgM6sogXMTMuDuRr7JesQ7yNdS?usp=drive_link

Figura 25 - Discussão da resolução da questão no quadro



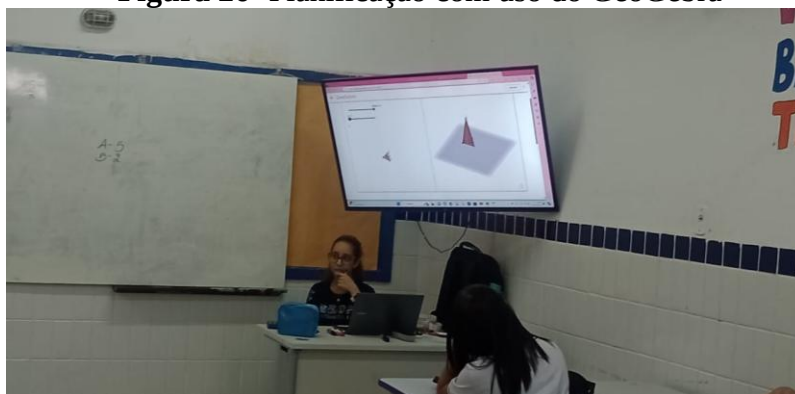
Fonte: Arquivo pessoal (2024)

É importante destacar nesse momento que as questões foram apresentadas aos estudantes de acordo como a progressão dos níveis pede: Primeiro as questões que envolviam Visualização, posteriormente as de Análise e, por fim, as questões de Dedução Informal. Essa organização permite acompanhar o desenvolvimento dos estudantes de forma progressiva, respeitando a sequência dos níveis proposta pela Teoria de Van Hiele. Apesar da atividade não ter sido utilizada para comparar o desempenho dos estudantes com os resultados obtidos nos testes de Van Hiele, ela possibilitou a discussão de conceitos e propriedades geométricas presentes em questões do Enem, contribuindo para a reflexão sobre diferentes formas de resolução. Tal atividade pode ser utilizada ao trabalhar os três primeiros dos cinco níveis da teoria de Van Hiele, visto que contemplou os três níveis ao trazer questões compatíveis com tal, respeitando a progressão proposta na teoria.

Além disso, utilizamos o *site* e aplicativo GeoGebra² (Figura 26) como recurso didático para facilitar a visualização dos sólidos geométricos, pois como traz Proença (2008, p. 19), “a planificação de poliedros pode dar condições aos alunos de começarem a estudar os polígonos e suas propriedades, bem como seus atributos definidores”.

² Materiais utilizados para exploração das planificações dos sólidos geométricos:
 Prismas <https://www.geogebra.org/m/uz5ddyzy>
 Cilindros: <https://www.geogebra.org/m/XzfFNDYV>
 Pirâmides: <https://www.geogebra.org/m/mz7vggh2>
 Cubo: Cubo planificado sobre plano – GeoGebra

Figura 26- Planificação com uso do GeoGebra



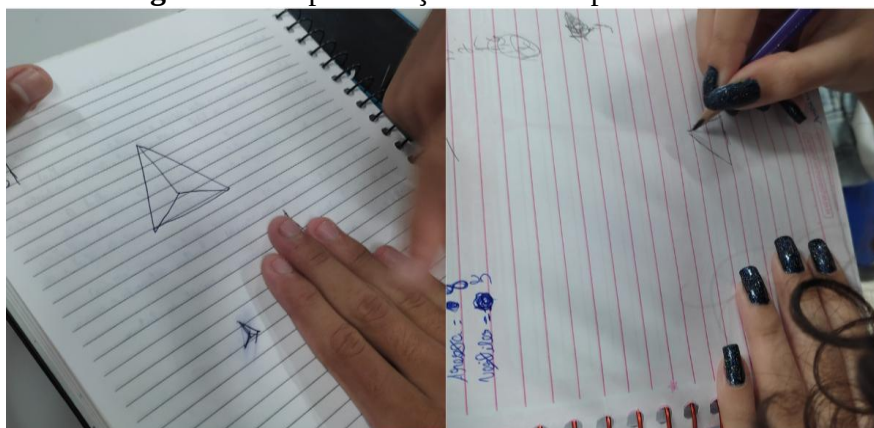
Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Ao possibilitar uma exploração mais dinâmica das figuras, esse recurso contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico, uma vez que favorece a observação, a identificação de propriedades e o estabelecimento de relações entre os objetos geométricos, aspectos fundamentais na progressão dos níveis propostos por Van Hiele.

No segundo encontro começamos a trabalhar com a ementa do professor, sendo essa aula sobre Geometria Espacial. Nessa aula, para além de levarmos alguns conceitos como o que seria a Geometria Espacial, poliedros convexos e não convexos, conceitos de arestas, vértices e faces e a relação de Euler e apresentá-los por meio de *slides*, íamos propondo pequenas atividades no processo, como no momento da explicação dos poliedros convexos e não convexos, foi apresentado alguns sólidos para que os estudantes os definissem como convexo ou não, no momento que estávamos tratando sobre os conceitos de arestas, vértices e faces apresentamos alguns sólidos para a contagem desses elementos.

Encerramos esse encontro com uma atividade em que apresentamos na TV, propriedades de algumas figuras para que os estudantes as desenhasssem em seus cadernos (Figura 27), como pirâmide de base triangular, sólido que contenha cinco faces, sólido que contenha seis faces, prisma de base hexagonal e algum poliedro não convexo.

Figura 27- Representação realizada pelos estudantes



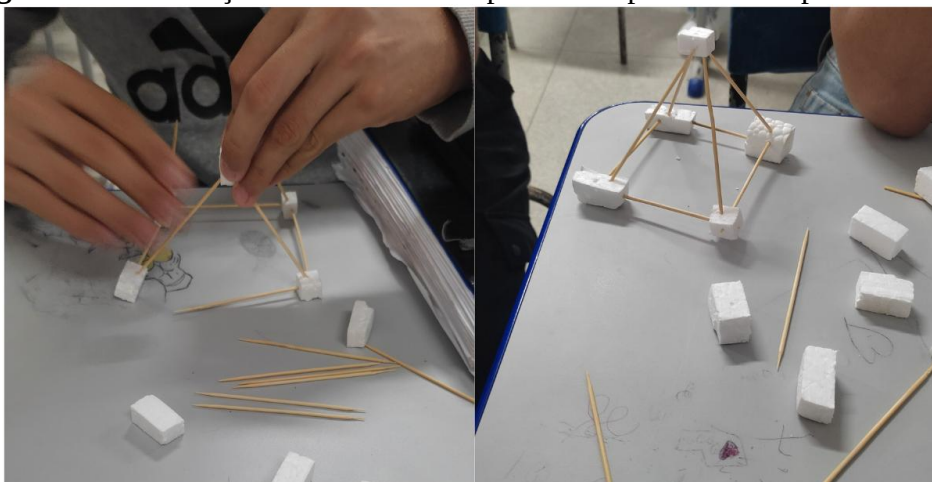
Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

A partir dessas atividades, acabamos por evitar caminhos que favorecessem não apenas a memorização de elementos já apresentados, mas construir um caminho viável na exploração de conceitos e definições, o que pode favorecer a progressão nos níveis de pensamento de Van Hiele.

Essa atividade está alinhada ao nível 2 da Teoria de Van Hiele, o nível Análise, pois possibilita que os estudantes identifiquem, comparem e utilizem propriedades dos sólidos geométricos, como faces, vértices e arestas. Nesse nível, o foco deixa de ser apenas o reconhecimento visual das figuras e passa a contemplar a identificação de suas características e propriedades, favorecendo a construção de conceitos geométricos e o desenvolvimento do pensamento geométrico.

No terceiro e último encontro presencial, dividimos a aula em três momentos. No primeiro momento, apresentamos aos estudantes algumas imagens de construções como a da igreja Santa Rita de Cássia, localizada em Rio Tinto-PB, para que os estudantes identificassem sólidos geométricos presentes nela, revisamos os conteúdos da aula anterior, e abordamos o conceito de volume e o Princípio de Cavalieri. No segundo momento, partimos dos conceitos trabalhados para construir alguns sólidos com os estudantes, utilizando palitos e isopor (Figura 28), finalizando com o terceiro momento, em que nos dedicamos à resolução de questões do Enem e de outros vestibulares e, como no primeiro encontro, disponibilizamos de 5 minutos para os estudantes resolverem antes de uma discussão em conjunto.

Figura 28- Construção dos sólidos com palito e isopor realizada pelos estudantes



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Essas atividades favorecem a visualização, a manipulação e a exploração das características dos sólidos, como afirma Lorenzato (2010), a utilização de materiais didáticos se apresenta como uma possibilidade viável, pois, em decorrência do trabalhado no concreto, pode-se alcançar a linguagem e o rigor.

Referente a essa aula, podemos utilizá-la em diferentes níveis da teoria, mas com o foco para o segundo nível. Para o nível 1, o de Visualização, visto que trabalhamos com a identificação de sólidos. Para o nível 2, o de Análise, ao trabalharmos com a construção dos sólidos com palitos e isopor, no qual favorece a compreensão das propriedades e, por fim, enquanto realizamos a resolução e discussões das questões, contribuímos para a progressão do pensamento geométrico e a aproximamos das características esperadas para o nível 3, o de Dedução Informal.

No primeiro encontro que se decorreu de modo remoto, via *Google Meet*, foi preciso que houvesse adaptações nas atividades que já havíamos planejado, para isso, contamos com o *site* e aplicativo Gartic e GeoGebra, para que continuássemos a levar aulas dinâmicas e diferentes do rotineiro dos estudantes. O Gartic é um jogo virtual e gratuito de desenhos em que se costuma fazer salas para que várias pessoas possam jogar ao mesmo tempo nele, é sorteado um jogador para desenhar enquanto os demais tentam adivinhar o que está sendo desenhado. É possível criar as próprias palavras e adicionar as pontuações e tempos desejados, no nosso caso optamos por palavras valendo de 6 a 10 pontos, sendo vencedor aquele estudante que alcançasse 130 pontos primeiro.

Utilizamos o Gartic para trabalhar com os estudantes sobre Geometria Plana e Espacial, com o intuito de sondar os conhecimentos dos estudantes acerca de tais assuntos.

Posteriormente, revisamos a definição de Sólidos Geométricos e suas classificações: Corpos Redondos e Poliedros.

Finalizando a aula, com uma atividade que foi transmitida pelo *Google Meet* e respondida pelo *Google Forms*, a atividade consistia em explorar sólidos geométricos, suas propriedades e nomenclaturas, com o suporte do GeoGebra³, permitindo a manipulação dos sólidos por rotações, planificações, ajustes de formas e dimensões, de maneira que, por meio da visualização, os estudantes pudessem responder corretamente aos questionamentos propostos.

Tais atividades desenvolvidas nesta aula contemplam e podem ser utilizadas em aulas relacionadas aos dois primeiros níveis da teoria, a Visualização e a Análise. Ao utilizarmos o Gartic, favorecemos o reconhecimento visual das figuras, e, ao revisar os conceitos e explorar as propriedades com o auxílio do GeoGebra, permitimos aos estudantes identificar as características e as nomenclaturas dos sólidos explorados, promovendo a compreensão de suas propriedades e favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico no nível de Análise.

O segundo encontro dissertamos sobre corpos redondos: esfera, cone e cilindro, envolvendo suas definições, planificações, sólidos de revolução e cálculos de volume. Para que os estudantes tivessem uma melhor visualização das planificações, utilizamos mais uma vez o aplicativo GeoGebra⁴ e finalizamos a aula com algumas perguntas referentes ao conteúdo abordado, tais questões foram retiradas de cadernos de Enem e outros vestibulares.

Essa atividade pode ser utilizada ao tratar do nível de Análise da teoria de Van Hiele, dado que os estudantes foram levados a compreender as definições, as planificações e as propriedades dos corpos redondos e as resoluções de questões possibilitou a utilização dos conceitos estudados durante a aula.

Para o último encontro, havíamos planejado encerrar o projeto com a construção de três dos sólidos platônicos com a técnica de origami, mas, devido aos problemas enfrentados, como a reforma escolar e as aulas no modo remoto, não foi possível a realização da construção, sendo necessário uma adaptação para a atividade que seria realizada e, para isso, recorreremos mais uma vez para o uso do *site* e aplicativo do GeoGebra. Iniciamos com uma revisão da aula anterior e seguimos com uma contextualização sobre quem foi Platão e de maneira breve discutimos sobre o porquê de existirem apenas cinco sólidos considerados

³ Material utilizado como atividade exploratória na aula sobre Sólidos Geométricos: <https://www.geogebra.org/m/qhQe2gbW>

⁴ Material utilizado para o estudo de Corpos Redondos: <https://www.geogebra.org/m/JgBQVjZK>

platônicos, abordando as condições necessárias para que um sólido seja classificado como tal. Em seguida, foram apresentados os sólidos e discutidas as associações que Platão fez entre esses sólidos e os elementos da natureza.

Ao conversarmos sobre os sólidos platônicos, utilizamos o aplicativo GeoGebra para, mais uma vez, apresentarmos as planificações e finalizamos a aula com algumas questões retiradas de cadernos de Enem e outros vestibulares. Apesar de não termos utilizado a construção dos origamis, deixamos como sugestão, pois atividades como essas favorecem o desenvolvimento do pensamento geométrico e proporcionam aos estudantes explorar as propriedades e os sólidos de uma maneira concreta. Sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele, essa atividade contribui para a progressão dos níveis, visto que permite o reconhecimento visual, a identificação de suas propriedades e estabelece uma relação entre elas (Nasser; Tinoco, 2011).

Essa aula pode ser levada para os estudantes ao trabalharmos em relação principalmente ao nível 2, o nível de Análise. Dado que os estudantes foram levados a identificar e analisar as propriedades dos sólidos platônicos, compreendendo as características que os definem.

Durante todos os encontros mencionados, os estudantes mostraram-se ativos e participativos, uma vez que buscamos desenvolver aulas diferenciadas, utilizando materiais manipuláveis que possibilitassem a visualização e a exploração tátil dos conceitos geométricos. Além disso, procuramos aproximar os conteúdos da realidade dos estudantes, favorecendo uma aprendizagem mais significativa ao estabelecer relações entre os novos conhecimentos e suas experiências prévias. Nessa perspectiva, as atividades propostas estão em consonância com a Teoria de Van Hiele, ao proporcionar experiências que estimulam a construção gradual do pensamento geométrico, encorajando os estudantes a avançarem para níveis superiores de raciocínio, conforme defende Crowley (1994), ao afirmar que o ensino deve desafiar e incentivar os alunos a operar no nível de pensamento imediatamente superior.

Após o término das intervenções, foi realizada uma tentativa de reaplicação dos testes, com o intuito de verificar possíveis avanços nos níveis de pensamento geométrico dos estudantes. Entretanto, durante o processo foi observado uma decorrência de fatores que comprometeram a confiabilidade dos resultados, como o fato de a mudança de planejamentos para adaptar as aulas para o formato remoto nos últimos três encontros e a realização dos testes que aconteceu com as duas turmas juntas, o que gerou conversas e comentários excessivos sobre as respostas ou assuntos alheios à atividade. Dessa forma, optamos por não

considerar os dados gerados nessa reaplicação, preservando o rigor metodológico e a confiabilidade dos resultados.

Portanto, os resultados obtidos nos testes aplicados permitiram identificar os níveis de pensamento geométrico em que os estudantes da 3ª série se encontravam, como também algumas das dificuldades apresentadas por eles, como a identificação das propriedades das figuras geométricas, o reconhecimento das classes de inclusão dos quadriláteros e a elaboração de justificativas para suas respostas. A partir dessas dificuldades, foram pensadas e elaboradas as atividades desenvolvidas neste trabalho, buscando contemplar aspectos relacionados aos níveis da Teoria de Van Hiele. Nesse contexto, as atividades desenvolvidas são apresentadas como sugestões para o ensino de Geometria baseadas na Teoria de Van Hiele, que podem auxiliar os professores na organização das suas aulas referentes ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, contribuindo para um ensino mais planejado e alinhado com a necessidade dos estudantes.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico de 32 estudantes de duas turmas da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Rio Tinto-PB, com base na Teoria de Van Hiele. Para alcançar esse objetivo, foram aplicados os testes de Van Hiele, cujos resultados possibilitaram identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e analisar suas principais dificuldades em relação aos conceitos geométricos avaliados.

Os resultados obtidos evidenciaram que os estudantes apresentam dificuldades relacionadas à identificação de propriedades das figuras geométricas, ao não reconhecimento das classes de inclusão dos quadriláteros, como também na elaboração de justificativas para as suas respostas, incluindo um conjunto reduzido de lista mínima de definições. Esses aspectos indicam que os estudantes não estão no nível que era esperado para a série em que estão e apenas 15,62% dos estudantes encontram-se no nível 1, o de Visualização, reforçando a importância de um ensino de Geometria que busque desenvolver o pensamento geométrico de forma gradual, como é proposto pela Teoria.

Durante os encontros em que aconteceram a sequência de aulas, foi possível observar que as atividades incentivaram uma maior participação e engajamento dos estudantes, no qual foi favorecido por momentos de discussão, investigação e construção do conhecimento. A construção dos sólidos com palitos e isopor possibilitou que os estudantes manipulassem os objetos geométricos, enquanto o GeoGebra contribuiu para a visualização das representações, favorecendo uma análise mais precisa por parte dos estudantes. Aspectos que tornam a aprendizagem mais significativa, e aproximam conceitos que, por vezes, eram mais abstratos.

Assim, essa pesquisa reforça que a Teoria de Van Hiele representa um importante papel quando se trata de compreender como ocorre a aprendizagem de Geometria, visto que permite ao professor identificar os níveis em que se encontram os estudantes da sua sala de aula, as dificuldades e assim conseguir planejar aulas estratégicas para que o avanço dos níveis ocorra de maneira adequada. Dessa forma, reforçamos que o desenvolvimento do pensamento geométrico não ocorre de maneira espontânea, mas a partir das experiências propostas a esses estudantes, promovendo a observação, a exploração, a argumentação e a construção dos conceitos gradualmente.

Como principais limitações deste estudo, destacam-se os fatores externos que surgiram durante o desenvolvimento das atividades, os quais dificultaram a execução de parte da pesquisa, como a reforma escolar ocorrida sem aviso prévio na qual tivemos que adaptar as

atividades, alterando o cronograma previamente estabelecido, como também o tempo limitado para a intervenção, não sendo possível um maior acompanhamento da progressão do nível de pensamento geométrico dos estudantes. Além disso, a reaplicação dos testes, que, por questões das condições da reaplicação, não foi possível ser considerada dada a confiabilidade dos dados obtidos, não sendo possível sua utilização neste trabalho. Assim, levamos em conta apenas os resultados do primeiro teste aplicado, nas atividades desenvolvidas e das observações realizadas durante todo esse processo.

Apesar das limitações citadas, acreditamos que os objetivos propostos foram alcançados, uma vez que fizemos a aplicação dos testes e conseguimos identificar os níveis de pensamento geométrico em que os estudantes se encontravam, compreendendo as suas dificuldades e refletindo sobre as práticas pedagógicas sob a luz da Teoria. Esperamos que este trabalho possa contribuir para a prática docente, incentivando os professores a buscar identificar o nível de pensamento geométrico da sua turma, como também a planejar atividades que respeitem os níveis em que se encontram os estudantes, favorecendo o seu avanço e valorizando a utilização de metodologias mais ativas que incentivem os estudantes a participar ativamente das aulas, contribuindo assim para a construção do seu conhecimento.

Por fim, sugerimos, para futuras pesquisas, a ampliação do tempo destinado às intervenções, por meio de um acompanhamento mais prolongado dos estudantes, possibilitando uma análise mais aprofundada da evolução dos níveis de pensamento geométrico propostos pela Teoria de Van Hiele. Além disso, recomenda-se a elaboração de atividades planejadas especificamente para atender às características de cada nível de pensamento geométrico e favorecer a progressão dos estudantes entre esses níveis, levando em conta as fases de aprendizado propostas por Van Hiele, bem como a investigação das contribuições de diferentes estratégias metodológicas para o ensino de Geometria no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. MEC/SEF. Brasília. 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 ago. 2024.

COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do Ensino Fundamental**: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2016.

CROWLEY, M. L. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

FREIRE, A. F.; VIEIRA, L. S. Diagnóstico sobre as dificuldades de aprendizagem da Geometria. **Contraponto - Revista Científica do Instituto Federal Catarinense**, v. 4, n. 2, p. 12–25, 2022. Disponível em: <https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/contraponto/article/download/2746/2319/9353>. Acesso em: 28 jan. 2025

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil (UAB/UFRGS) e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

LIMA, M. L. S. *et al.* O ensino-aprendizagem de conceitos geométricos em turmas do ensino médio: propostas metodológicas em atividades didáticas. In: CONEDU, 11., 2025, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2026. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/143113>. Acesso em: 03 de ago. 2026

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev, - Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores)

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, v. 3, n.4, p. 3–13, 1995. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311>. Acesso em: 23 maio 2026.

SANTOS, S. M.; ALMEIDA, I. M. M. Z. P. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma Leitura Psicanalítica. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 38, p. 637–655, 2022. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/7vQhs3s9MYBFVpJ7xLWTPyR>. Acesso em: 28 jan. 2025

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. (orgs.). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Editora do IM-UFRJ. 2017.

NASSER, L.; TINOCO, L. (orgs.). **Curso Básico de geometria: Enfoque didático**. Rio de Janeiro: Editora do IM-UFRJ. 2011.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**. Campinas, UNICAMP, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PRODANOV, C. C; FREITAS, E. C. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo-RS: Universidade Feevale, 2013. E-book.

PROENÇA, M. C. **Um Estudo Exploratório Sobre a Formação Conceitual em Geometria de Alunos do Ensino Médio**. 2008. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2008.

SANTOS, N. M. S; ROSA, M. C.; SOUZA, D. S. Os Sólidos Geométricos na Educação Brasileira: Comparativo entre PCN e BNCC. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [S. l.], v. 14, n. 1, p. 99–109, 2021. Disponível em: <https://jieem.pgsscogna.com.br/jieem/article/view/7915>. Acesso em: 23 maio 2026.

SANTOS, M. H. B. *et al.* O nível de pensamento geométrico de estudantes da 3ª série do ensino médio. In: CONEDU, 10., 2024. **Anais [...]** Campina Grande: Realize Editora, 2024. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/112108>. Acesso em: 03 ago. 2026

SILVEIRA, D. T; CÓRDOVA, F. P. A Pesquisa Científica. In: GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. (org.) **Métodos de Pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. E-book. Cap 2, p. 31-42.

SOUZA, F. F. L. **Investigação sobre o nível de pensamento geométrico dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Mamanguape/PB**. 2015. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto-PB.

SOUZA, E. S.; BULOS, A. M. M. A ausência da Geometria na formação dos professores de Matemática: causas e consequências. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM-IACME), 13., 2011, Recife. **Anais [...]**. Recife: CIAEM, 2011.

VALENTE, V. R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: FAPESP, 1999. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=rfsqnQod21wC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_atb#v=onepage&q&f=true. Acesso em: 18 maio 2026

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VAN HIELE, P. M. **El problema de la comprensión** (en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria). 1957. (Tese de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais). Tradução Rosa Corberán *et al.* Universidade de Utrecht: Utrecht, Holanda, 1957.

VASCONCELOS, J., PIGATTO, A. G. S. Y LEIVAS, J. C. P. Uma análise sobre a geometria nos livros didáticos e na provinha Brasil. **Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias**, v. 15, n. 3, p. 547-568, set. 2020.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 12, n. 3, 2010. Disponível em:
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>. Acesso em: 26 maio 2026.

APÊNDICES

Apêndice A



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA - Prolicen

Público alvo: 3ª série do Ensino Médio
Unidade Temática (BNCC): Geometria e Medidas
Objeto de Conhecimento (BNCC): • Poliedros
Habilidades (BNCC): (EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas, questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos.
Objetivos: • Identificar e classificar sólidos geométricos em poliedros convexos e não convexos. • Reconhecer os elementos dos poliedros (faces, arestas e vértices) e compreender a Relação de Euler. • Representar, por meio de desenhos, diferentes tipos de poliedros, identificando suas principais características.
Materiais Didáticos: • Caderno; Lápis ou caneta; Pincel; quadro Branco; Slides; Televisor.
Duração da Aula: 2 horas/aula
ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

1º Momento

A aula será iniciada com uma breve retomada do conceito de sólidos geométricos, para assim podermos iniciar o estudo dos poliedros. Em seguida, serão apresentados, por meio de *slides*, diferentes exemplos de poliedros para que os estudantes possam classificá-los em convexos ou não convexos, justificando suas respostas. Após esse momento, serão formalizados os conceitos de poliedros convexos e não convexos, destacando suas características e diferenças.

2º Momento

Nesse momento, serão apresentados os elementos que compõem um poliedro, sendo eles: faces, arestas e vértices. Utilizando os sólidos exibidos nos slides, os estudantes serão convidados a identificar e determinar a quantidade de cada um desses elementos. A partir das respostas obtidas, partiremos para os estudos sobre a Relação de Euler, demonstrando sua validade para os poliedros convexos e exemplificando sua utilização em diferentes sólidos.

3º Momento

Nesse momento, propomos uma atividade, na qual os estudantes teriam que representar s por meio de desenhos, alguns sólidos geométricos, tais como: uma pirâmide de base triangular, um poliedro com cinco faces, um poliedro com seis faces, um prisma de base hexagonal e um poliedro não convexo. Durante a realização da atividade, serão discutidas as características de cada sólido, favorecendo a identificação de seus elementos

Avaliação

A avaliação será realizada de forma contínua, considerando a participação dos estudantes durante as discussões, a identificação correta dos poliedros convexos e não convexos, o reconhecimento dos elementos dos poliedros e a compreensão da Relação de Euler. Também será analisada a atividade de representação dos sólidos, observando a coerência dos desenhos e a identificação das características solicitadas.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf
. Acesso em: 29 jul. 2024.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DA OFICINA - Prolicen

Público alvo: 3ª série do Ensino Médio
Unidade Temática (BNCC): Geometria
Objeto de Conhecimento (BNCC): • Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características; • Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)
Habilidades (BNCC): (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
Objetivos: • Identificar a presença de sólidos geométricos, como pirâmides, prismas e cilindros em construções arquitetônicas; • Construir sólidos geométricos, utilizando palitos e isopor, com o intuito de compreender os conceitos de faces, vértices e arestas; • Resolver problemas que envolvam a identificação da planificação de sólidos e do número de faces, arestas e vértices.
Materiais Didáticos: 1. Palitos de Churrasco; 2. Isopor; 3. Televisão; 4. Slide;

5. Quadro;
6. Pincel.

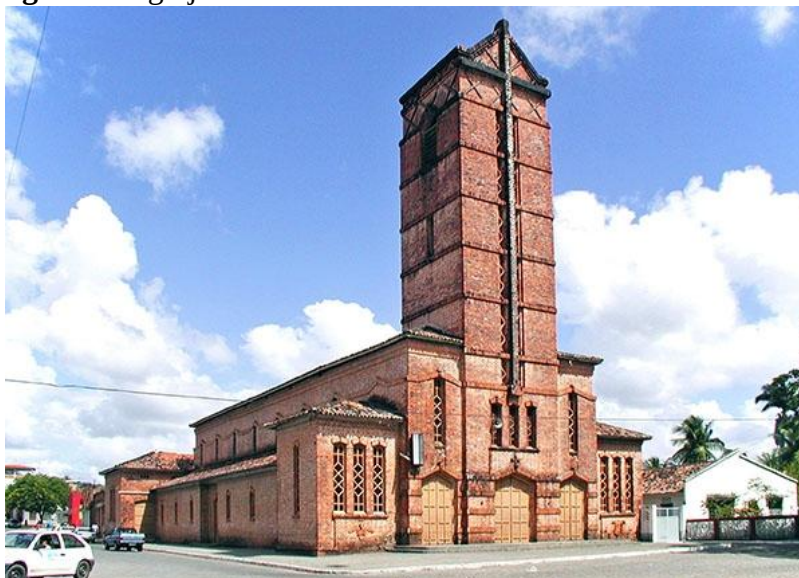
Duração da Oficina: 2 horas/aula

ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

1º Momento:

Iniciaremos a aula com a apresentação de um *slide* no televisor, em um primeiro momento da apresentação, exibiremos imagens de algumas construções, como o exemplo da Figura 1, que mostra a Igreja Católica do centro da cidade de Rio Tinto. Os estudantes deverão identificar nas imagens as formas geométricas sólidas dessas construções.

Figura 1 - Igreja Católica do centro da cidade de Rio Tinto - PB



Fonte: blog fraciscoguiacm (2014)

2º Momento:

No segundo momento, faremos uma retomada de conhecimentos, apresentando de forma expositiva e explicativa as concepções de face, aresta e vértice dos sólidos geométricos. Além disso, utilizaremos o Princípio de Cavalieri para mostrar que dois sólidos distintos de mesma altura, quando cortados por secções transversais num plano, têm o mesmo volume.

3º Momento:

No terceiro momento, os estudantes deverão construir alguns sólidos geométricos utilizando palitos de churrasco e isopor. Esses sólidos que serão construídos seguirão dos comandos determinados na apresentação do *slide*. Por exemplo: “Construa um sólido

geométrico que tenha sete faces”. O intuito é proporcionar uma compreensão dos estudantes acerca da identificação da quantidade de faces, vértices e arestas e da classificação dos sólidos (Prismas e pirâmides).

4º Momento:

Neste momento, serão propostos alguns problemas em um *slide* no televisor, para que os estudantes resolvam. Os problemas abordados envolvem a visualização de sólidos por diferentes perspectivas, a planificação e identificação da quantidade de faces, vértices e arestas.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será realizada de forma contínua por meio da observação da participação, engajamento e contribuição dos estudantes ao longo da oficina. Utilizaremos como parâmetros avaliativos a participação, engajamento e nível de interesse dos estudantes durante as atividades propostas.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf
. Acesso em: 7 maio. 2024.

IGREJA DE SANTA RITA DE CÁSSIA EM RIO TINTO - PARAÍBA. Disponível em:
<https://franciscoguiacm.blogspot.com/2014/09/igreja-de-santa-rita-de-cassia-em-rio.html>.
Acesso em: 7 maio 2024.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA - Prolicen

Público alvo: 3ª série do Ensino Médio
Unidade Temática (BNCC): Geometria e Medidas
Objeto de Conhecimento (BNCC): ● Poliedros; ● Corpos Redondos.
Habilidades (BNCC): (EM13MAT407) Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas. (EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas, questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos.
Objetivos: ● Representar por meio de desenhos formas geométricas planas e espaciais; ● Identificar características dos sólidos geométricos de modo a categorizá-los quanto aos polígonos que os compõem e à quantidade de faces; ● Resolver questões que envolvam a nomenclatura de sólidos geométricos e suas planificações.
Materiais Didáticos: ● Gartic; GeoGebra; Google Meet; Google Forms; Slides.
Duração da Aula: 2 horas/aula
ESTRATÉGIAS DE ENSINO: 1º Momento:

Iniciaremos a aula apresentando o site e aplicativo Gartic, que será utilizado como atividade para o reconhecimento de figuras geométricas planas e espaciais. A atividade visa sondar os conhecimentos dos estudantes acerca dos polígonos e poliedros, que serão trabalhados em atividades no 3º Momento. O jogo consiste em expressar em forma de desenhos palavras referentes à geometria plana e espacial de modo que os jogadores possam “adivinhar” a palavra referente ao desenho. Cada acerto é pontuado com valores de 10 a 6 pontos, vencendo o jogo quem primeiro obtiver 130 pontos.

2º Momento:

Nesse momento realizaremos uma revisão com os estudantes com auxílio de *slides* que compreende a definição de Sólidos Geométricos e suas classificações, sendo elas Corpos Redondos e Poliedros, tratando dos poliedros convexos e não convexos, regulares e não regulares, suas planificações e classificações de acordo com os números de faces que possuem.

3º Momento:

Neste momento, realizaremos uma atividade em conjunto com os estudantes, a qual deverá ser respondida através de um questionário no *Google Forms*. Tal atividade será transmitida via *Google Meet* e consiste na exploração de sólidos geométricos, suas propriedades e nomenclaturas, com auxílio do GeoGebra. Tal atividade possibilita a exploração dos sólidos através de rotações, planificações, mudanças de formas e dimensões, de modo que, por meio de observações, os estudantes sejam capazes de responder corretamente aos questionamentos levantados.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será realizada de forma contínua por meio da observação da participação, engajamento e contribuição dos estudantes ao longo da aula. Utilizaremos como parâmetros avaliativos dois questionários no *Google Forms* que deverão ser respondidos e entregues no dia 26 de Setembro. Um dos questionários será respondido em sala durante a exploração do GeoGebra.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

. Acesso em: 29 jul. 2024.

CÁSSIO, J. As formas Geométricas Espaciais -Poliedros. **GeoGebra**, 10 ago. 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org/material/show/id/qhQe2gbW>. Acesso em: 25 set. 2024.

BLOG do Prof. Warles. Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/>. Acesso em: 17 ago. 2024.

GOUVEIA, R.. Poliedro. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/poliedro/>. Acesso em: 25 set. 2024

LUIZ, R. Poliedros. **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>. Acesso em: 25 set. 2024.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA - Prolicen

Público alvo: 3ª série do Ensino Médio
Unidade Temática (BNCC): Geometria e Medidas
Objeto de Conhecimento (BNCC): Corpos Redondos.
Habilidades (BNCC): (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados. (EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas, questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos.
Objetivos: - Identificar e caracterizar os corpos redondos (cilindro, cone e esfera), reconhecendo suas principais propriedades e sua formação como sólidos de revolução; - Compreender o conceito de volume dos corpos redondos e as fórmulas utilizadas para seu cálculo; - Utilizar os conhecimentos sobre corpos redondos e volume na resolução de problemas envolvendo situações do ENEM.
Materiais Didáticos:

- GeoGebra; Google Meet; Slides.

Duração da Aula: 2 horas/aula

ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

1º Momento

A aula será iniciada com a retomada dos conceitos de poliedros e corpos redondos, abordados na aula anterior, destacando que o foco da aula será o estudo dos corpos redondos. Em seguida, será apresentada uma definição formal desse conteúdo, introduzindo os sólidos cilindro, cone e esfera.

Durante a exposição, serão discutidas as principais características que definem cada sólido. Por exemplo, será ressaltado que o cilindro é um sólido geométrico constituído por duas bases circulares, congruentes e paralelas, unidas por uma superfície lateral curva. Da mesma forma, serão apresentadas as características do cone e da esfera.

Na sequência, serão abordados os sólidos de revolução, demonstrando como são gerados a partir da rotação de figuras planas. Também serão apresentadas as planificações do cilindro e do cone, promovendo uma discussão sobre a esfera, questionando os estudantes se acreditam ser possível realizar sua planificação e solicitando que justifiquem suas respostas.

Para favorecer a compreensão visual desse processo, serão utilizados modelos construídos no GeoGebra, permitindo que os estudantes observem a formação dos sólidos de revolução por meio da rotação das figuras planas.

2º Momento

No segundo momento, será introduzido o conceito de volume dos corpos redondos, apresentando seu significado e as fórmulas para o cálculo do volume do cilindro, do cone e da esfera. Durante a explicação, serão discutidos os elementos presentes em cada fórmula e sua aplicação na resolução de problemas, buscando relacionar os conceitos matemáticos com situações práticas.

3º Momento

Por fim, será realizada, juntamente com os estudantes, a resolução de duas questões retiradas de cadernos preparatórios para o ENEM, contemplando os conteúdos trabalhados durante a aula. A atividade será desenvolvida coletivamente, por meio da plataforma

Google Meet, incentivando a participação dos estudantes, a discussão das estratégias de resolução e a socialização das respostas.

Avaliação

A avaliação ocorrerá de forma contínua e processual, considerando a participação, o interesse, o envolvimento e as contribuições dos estudantes durante toda a aula. Além disso, será utilizada como instrumento avaliativo a atividade proposta no momento final, observando a compreensão dos conceitos trabalhados e a aplicação das fórmulas de volume dos corpos redondos na resolução das questões.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 29 jul. 2024.

SALGADO, M. Sólidos de Revolução. **GeoGebra**, 20 abr. 2014. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/JgBQVjZK>. Acesso em: 25 set. 2024.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PLANO DE AULA - Prolicen

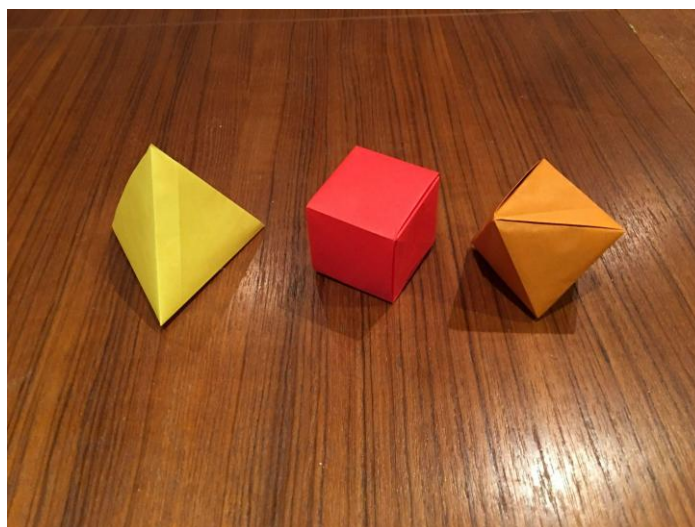
Público alvo: 3ª série do Ensino Médio
Unidade Temática (BNCC): Geometria e Medidas
Objeto de Conhecimento (BNCC): • Poliedros; • Corpos Redondos.
Habilidades (BNCC): (EM13MAT407) Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas.
Objetivos: • Compreender a associação entre sólidos geométricos e os quatro elementos na filosofia platônica. • Construir, por meio de origami, os sólidos geométricos de Platão; • Identificar características dos sólidos geométricos de modo a conjecturar sobre conceitos de arestas, faces e vértices; • Experienciar o origami como meio para aprimorar a coordenação, atenção, criatividade e percepção espacial; • Resolver questões que envolvam a nomenclatura de sólidos geométricos e suas planificações, além de exercícios, envolvendo arestas, faces e vértices.
Materiais Didáticos: • Papel A4 Colorido; Slide; Tv; Quadro; Pincel; Notebook
Duração da Aula: 2 horas/aula
ESTRATÉGIAS DE ENSINO: 1º Momento: O primeiro momento será dedicado a fazer o resgate de conteúdos acerca dos poliedros como faces, arestas, vértices, nomenclatura e Teorema de Euler. Tal resgate será feito com

o auxílio de slides e será base para a atividade de construção de sólidos no Momento 2.

2º Momento:

Nesse momento, de forma individual será entregue aos estudantes folhas coloridas de papel A4 para que seja realizada a confecção de três poliedros por meio da técnica do origami, sendo eles o Tetraedro, Hexaedro e Octaedro.

Figura 1- Imagem dos sólidos de Platão que serão confeccionados em sala



Fonte: Diário de um Emacs trágico

Tais sólidos foram escolhidos por serem considerados de “fácil” confecção e serem necessários poucos materiais. De modo que, durante a construção, os estudantes possam visualizar os vértices, faces e arestas e consigam relacionar a nomenclatura com os sólidos construídos. Os sólidos escolhidos correspondem a três dos cinco sólidos de Platão.

Ainda no Momento 2, reservaremos espaço para identificar os sólidos construídos e categorizá-los como Sólidos de Platão, considerando sua relevância histórica e seus princípios filosóficos. Utilizaremos o espaço para levantar ideias para a construção dos sólidos.

3º Momento:

Neste momento, será proposto questões retiradas de Enem, Saeb e demais vestibulares para serem resolvidas em sala juntamente com os estudantes, que contemplará a nomenclatura de sólidos geométricos e suas planificações, além de exercícios, envolvendo arestas, faces

e vértices.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será realizada de forma contínua por meio da observação da participação, engajamento e contribuição dos estudantes ao longo da aula. Utilizaremos como parâmetros avaliativos a construção dos sólidos geométricos propostos e as atividades referentes aos conteúdos explorados na aula e presentes em vestibulares e exames nacionais, Enem e Saeb.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 29 jul. 2024.

CÁSSIO, J. As formas Geométricas Espaciais -Poliedros. **GeoGebra**, 10 ago. 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org/material/show/id/qhQe2gbW>. Acesso em: 25 set. 2024.

BLOG do Prof. Warles. Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/>. Acesso em: 17 ago. 2024.

GOUVEIA, R.. Poliedro. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/poliedro/>. Acesso em: 25 set. 2024

LUIZ, R. Poliedros. **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>. Acesso em: 25 set. 2024.

ANEXOS

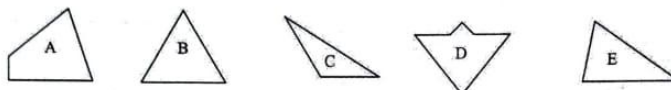
Anexo A

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO - CCAE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
PROGRAMA DE APOIO ÀS LICENCIATURAS – PROLICEN 2024
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

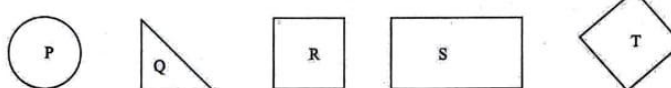
Teste de Van Hiele¹

Nome: _____ Turma: _____

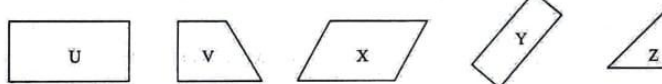
1 – Assinale o(s) triângulo(s):



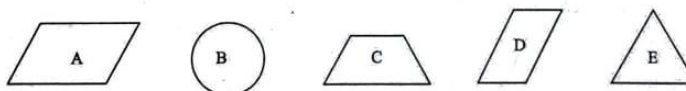
2 – Assinale o(s) quadrado(s):



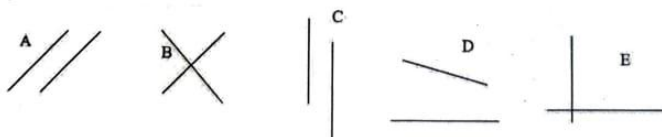
3 – Assinale o(s) retângulo(s):



4 – Assinale o(s) paralelogramo(s):



5 – Assinale os pares de retas paralelas:



Básico:	S
	N

¹ NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho (coord.). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

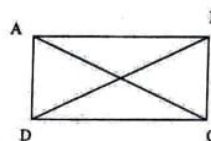
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO - CCAE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
PROGRAMA DE APOIO ÀS LICENCIATURAS – PROLICEN 2024
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Teste de Van Hiele²

Nome: _____ Turma: _____

6 – No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



7 – Dê 3 propriedades dos quadrados:

- 1 -
- 2 -
- 3 -



8 – Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- (a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- (b) Um dos ângulos mede 90° .
- (c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- (d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



9 – Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

- 1 -
- 2 -
- 3 -



10 – Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1:	S
	N

² NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho (coord.). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – CAMPUS IV
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO - CCAE
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS – DCX
PROGRAMA DE APOIO ÀS LICENCIATURAS – PROLICEN 2024
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Teste de Van Hiele³

Nome: _____ Turma: _____

11 – Assinale a(s) figura(s) que pode(m) se considerada(s) retângulos:



12 – Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

- (a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
- (b) Por que?
- (c) Que tipo de quadrilátero é ABCD?

13 – Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?..... Por que?

14 – Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo.

(H) A figura X é m triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

- (a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
- (b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
- (c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
- (d) I e II não podem ser ambas falsas.
- (f) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15 – Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados;

- (a) qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
- (b) Uma propriedade dos quadrados nunca, é propriedade dos retângulos.
- (c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
- (d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- (e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 2:	S
	N

³ NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho (coord.). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.