



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CENTRO DE INFORMÁTICA
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Bruno Pinto Alves Mascarenhas

Algoritmo Non-Local Means e Otimizações

**João Pessoa
2013**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CENTRO DE INFORMÁTICA

BRUNO PINTO ALVES MASCARENHAS

ALGORITMO NON-LOCAL MEANS E OTIMIZAÇÕES

Monografia submetida ao Curso de Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Hamilton Soares da Silva

João Pessoa

2013

BRUNO PINTO ALVES MASCARENHAS

ALGORITMO NON-LOCAL MEANS E OTIMIZAÇÕES

Monografia submetida ao Curso de Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Aprovado no dia de Abril de 2013

Banca examinadora:

Prof. Me. Hamilton Soares da Silva

Prof. Dr. José Antônio Gomes de Lima

M395a Mascarenhas, Bruno Pinto Alves.
Algoritmo Non-Local Means e otimizações / Bruno Pinto Alves
Mascarenhas. – João Pessoa, 2013.
46 p. : Il.

Monografia (Graduação em Bacharelado em Ciência da Computação)
– Universidade Federal da Paraíba.
Orientador: Prof. Hamilton Soares da Silva.

1. Algoritmo para construção de programas. 2. Processamento digital
de imagens. 3. Non-Local Means. I. Título.

BS/CCEN

CDU 004.421(043.2)

AGRADECIMENTOS

Aos colegas e professores presentes durante todo o curso.

Aos meus pais por me apoiarem durante todo o curso.

Ao professor Hamilton pela orientação oferecida neste trabalho.

Resumo

A remoção de ruído é uma parte importante dentro do processamento digital de imagens, e várias abordagens foram propostas para melhorar a visualização das imagens. O algoritmo Non-Local Means apresenta ótimos resultados na remoção de ruído, porém sua complexidade computacional é alta, tornando o algoritmo inviável em termos práticos.

Com o objetivo de melhorar o desempenho da filtragem e reduzir a complexidade do algoritmo, vários trabalhos vêm sendo apresentados. Este trabalho apresenta o algoritmo introduzido por Buades, Coll e Morel, além de algumas propostas para otimização do algoritmo.

Palavras Chave: Processamento digital de imagens, ruído, Non-Local Means

Abstract

Image denoising is an important part of digital image processing, and many approaches were proposed to enhance the visualization of images. The Non-Local Means algorithm has great results in noise removal, although its computational complexity is high, making the algorithm not viable for practical use.

Many papers have been presented with the objective of enhance the performance of the filter and reduce the complexity of the algorithm. This paper shows the algorithm introduced by Buades, Coll and Morel, as well as some approaches to optimize the algorithm.

Keywords: Digital Image Processing, noise, Non-Local Means

Lista de figuras

Figura 1 – Vizinhanças.....	12
Figura 2 – Imagens com diferentes fatores de decaimento	14
Figura 3 – Na ordem: Imagem original, ruído de método Gaussiano, Curvatura Média, Variação Total, Variação Total Iterada, Variação Total em Osher et al., de Vizinhança, soft TIWT, hard TIWT, DCT empírico Wiener Filter e Non-Local Means.....	16
Figura 4 – Resultados dos testes. A primeira imagem (topo) é a imagem original, a imagem a esquerda é a imagem filtrada com o método proposto e a imagem a direita é a imagem filtrada com o algoritmo Non-Local Means Original.....	19
Figura 5 – Valor do PSNR para os métodos comparados.	21
Figura 6 – Histogramas dos métodos comparados e do ground truth.	22
Figura 7- Imagens filtradas na parte de cima e ruído de método abaixo.....	22
Figura 8- Passos do algoritmo proposto.....	23
Figura 9- d) Imagem Original, e) Imagem com ruído ($\sigma=20$), f) Imagem suavizada com filtro gaussiano, g) Cluster 1, h) Cluster 2, i) Imagem final com o algoritmo proposto.	24
Figura 10 – PSNR em função do valor de h para a imagem peppers.	25
Figura 11- Resultados do testes usando PCA.....	26
Figura 12- Estrutura dos clusters.....	27
Figura 13 – Resultados visuais dos métodos comparados. Na primeira linha, da esquerda para a direita: imagem com ruído ($\sigma= 25$), resultado do non-local means original, resultado do prefilt1, resultado do prefilt2 e resultado do método proposto. Na segunda linha, a mesma ordem de resultados, com $\sigma= 50$	29
Figura 14- Resultados de parte do algoritmo	30
Figura 15 – Resultado do método proposto para detecção de partículas	32
Figura 16 – Imagens resultantes dos testes, incluindo SVD	33
Figura 17- Vizinhanças e valores das distâncias	34
Figura 18 – Gráfico representando o valor de PSNR em função do desvio padrão do ruído entre os dois métodos comparados.	36
Figura 19 – Resultados dos testes. Da esquerda para a direita: Imagem original, Imagem com ruído, Imagem resultante do Non-Local Means e Imagem do método proposto.....	36
Figura 20. Da esquerda para a direita: imagem original, imagem com ruído, resultado do Non-Local Means original (MSE=68) e resultado do método proposto (MSE=81)	37
Figura 21- Resultado visual dos testes feitos	39
Figura 22 – Resultado visual do Non-Local Means original e Non-Local Means anisotrópico	41
Figura 23- Comparação entre os métodos. Da esquerda para a direita, e de cima para baixo: Imagem original, imagem com ruído, Non-Local Means original, Non-Local means apresentado na seção 3.1 e algoritmo proposto.	43

Lista de tabelas

Tabela 1– Erro Médio Quadrático dos métodos.....	17
Tabela 2- Resultado dos testes com uma imagem de tamanho 181x217x181 com 9% de ruído.....	23
Tabela 3- Resultados dos testes.....	24
Tabela 4- Resultados dos testes do método usando dicionário de imagens em PSNR	28
Tabela 5 – Resultados dos testes, em segundos, com diferentes tamanhos de janela de busca.	28
Tabela 6- Índice PSNR dos métodos testados.....	32
Tabela 7- Tempo gasto para filtragem	37
Tabela 8- MSE do teste com método usando SSI e FFT.....	37
Tabela 9- Resultado das comparações com o método usando PET	38
Tabela 10- Comparação do índice PSNR para testes com Non-Local Means original e Non-Local Means anisotrópico	40
Tabela 11- MSE dos três métodos testados.....	42
Tabela 12- Tempo, em segundos, dos métodos testados.....	42

Sumário

1 Introdução	9
1.1 Objetivos	9
1.2 Estrutura do trabalho	10
2 Fundamentação Teórica	11
2.1 Non-Local Means	11
3 Implementações	19
3.1 Valores dos pixels e gradiente.....	19
3.2 Média e Desvio Padrão.....	20
3.3 K-Means Clustering	23
3.4 Principal Component Analysis.....	25
3.5 Dicionário de Imagens.....	26
3.6 Haar-Like Features	29
3.7 Singular Value Decomposition (SVD).....	33
3.8 Markovian Clustering.....	35
3.9 SSI e FFT	36
3.10 Probabilistic Early Termination (PET).....	38
3.11 Non-Local Means Anisotrópico	40
3.12 Filtro Direcional e Direção de Filtragem	41
4 Conclusão	44
Referências	45

1 Introdução

A filtragem de imagens é uma área importante do processamento digital de imagens. Mesmo com a tecnologia atual, as imagens muitas vezes são prejudicadas com ruído, por isso a filtragem é necessária para recuperar a qualidade da imagem o melhor possível.

Uma proposta de remoção de ruído que apresentou ótimos resultados foi o algoritmo Non-Local Means proposto em (BUADES, COLL e MOREL,2005). O algoritmo faz uma média ponderada de todos os pixels da imagem para calcular o valor do pixel na imagem filtrada.

Apesar dos resultados tanto nos índices quanto na qualidade visual serem significativos, o algoritmo apresenta uma alta complexidade computacional, já que é necessário usar todos os pixels da imagem para calcular o valor de cada pixel, tornando-se inviável para o uso prático. Os próprios autores do trabalho propõem que seja utilizada uma janela de busca, reduzindo o número de cálculos necessários no algoritmo. Ainda assim, o algoritmo apresenta alta complexidade.

Com o objetivo de resolver esse problema e ainda melhorar os resultados visuais e dos índices, várias abordagens foram propostas, sendo necessária uma pesquisa bibliográfica para identificar o que já foi desenvolvido.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral investigar o algoritmo non-local means sugerido em (BUADES, COLL e MOREL, 2005) e novas implementações que otimizam o algoritmo em termos de complexidade e desempenho na filtragem. Os objetivos específicos são:

- Descrever a implementação original e as novas implementações.
- Identificar as principais vantagens de cada abordagem nova e apresentar os resultados dos testes presentes em cada trabalho pesquisado.

1.2 Estrutura do trabalho

O trabalho apresenta mais três capítulos, divididos da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica do algoritmo non-local means, apresentando as características do algoritmo, vantagens e desvantagens.
- O capítulo 3 apresenta as implementações pesquisadas para a otimização do algoritmo, mostrando as idéias apresentadas e os resultados obtidos. Cada tópico neste capítulo apresenta uma pesquisa diferente.
- O capítulo 4 apresenta as considerações finais sobre a pesquisa.

2 Fundamentação teórica

Uma imagem é geralmente codificada como uma matriz de níveis de cinza ou valores de cor (MARQUES, 2012). Cada par $(i, u(i))$, onde $u(i)$ é o valor em i , é chamado de pixel.

O ruído pode ser definido como uma perturbação na imagem. As equações abaixo representam o valor do pixel com ruído com componente aditivo e multiplicativo, respectivamente.

$$v(i) = u(i) + n(i)$$

Equação 1- Valor do pixel com componente aditivo

$$v(i) = u(i) n(i)$$

Equação 2- Valor do pixel com componente multiplicativo

Onde:

- $v(i)$ – Valor do pixel i
- $u(i)$ – Valor real do pixel i
- $n(i)$ – Valor de perturbação (ruído) no pixel i

A remoção de ruído é uma dos problemas mais estudados e ainda não resolvidos no processamento de imagens. O propósito da remoção de ruído é estimar a imagem original (ou uma melhor representação dela) a partir da imagem com ruído (MAHMOUDI E SAPIRO, 2005). Vários métodos para remoção de ruído foram propostos ao longo do tempo, e um dos algoritmos que mostrou ótimos resultados foi o algoritmo Non-Local Means.

2.1 Non-Local Means

O algoritmo Non-Local Means se baseia no fato de que imagens possuem características que se repetem não somente localmente, mas também globalmente (BUADES, COLL e MOREL, 2005). O algoritmo realiza uma média ponderada de todos os pixels da imagem para poder determinar o valor estimado de um pixel i , usando a equação abaixo:

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in D} w(i,j)v(j)$$

Equação 3 – Equação para o valor de um pixel i

Onde:

- $NL(v)(i)$ – Novo valor do pixel i
- $w(i,j)$ – Peso do pixel j com relação ao pixel i
- $v(j)$ Valor do pixel j

O peso será definido pela semelhança das vizinhanças entre os pixels i e j. Por causa disso, pixels distantes podem ter pesos maiores do que pixels próximos ao pixel de interesse. Isso é demonstrado na imagem abaixo:

Figura 1 – Vizinhanças



Na imagem, com relação ao pixel P1, apesar do pixel P2 estar mais próximo de P1, ele tem peso menor do que P3 e P4, pois as vizinhanças de P3 e P4 têm maior semelhança com relação a P1.

A equação do peso é mostrada abaixo:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} e^{(-1) \frac{\|v(Ni) - v(Nj)\|_{2,a}^2}{h^2}}$$

Equação 4 – Equação do peso

Onde:

- $w(i, j)$ – Peso do pixel j com relação ao pixel i
- $Z(i)$ – Fator de normalização
- h – Fator de decaimento
- $v(Ni)$ e $v(Nj)$ representam os vetores de níveis de cinza das vizinhanças centradas nos pixels i e j .

O termo $Z(i)$ é o fator de normalização, e sua equação é apresentada abaixo:

$$Z(i, j) = \sum_{j \in I} e^{(-1) \frac{\|v(Ni) - v(Nj)\|_{2,a}^2}{h^2}}$$

Equação 5 – Fator de normalização

O termo $\|v(Ni) - v(Nj)\|_{2,a}^2$ é chamado de distância euclidiana quadrática ponderada. Ela pode ser escrita da seguinte forma:

$$\|v(Ni) - v(Nj)\|_{2,a}^2 = \sum_{j=1}^k a_j (x_j - y_j)^2$$

Equação 6 – Distância euclidiana ponderada quadrática

Onde a_j é definido usando um kernel Gaussiano bidimensional.

O termo h na equação 4 controla o fator de decaimento da função exponencial. O valor dele vai determinar o grau de filtragem da imagem. Se o valor de h for muito pequeno, pode ser que não remova o ruído. Caso o valor seja muito alto, a imagem será muito filtrada, podendo remover detalhes da imagem. A imagem abaixo, retirada de (GAMBARRA, 2010) mostra uma imagem com diferentes valores de h .

Figura 2 – Imagens com diferentes fatores de decaimento



A primeira imagem, no topo à esquerda, é a imagem original com $\sigma_n = 20$. A imagem ao lado possui o valor $h^2 = 200$, na imagem na parte de baixo à esquerda $h^2 = 100$ e na parte de baixo à direita $h^2 = 2000$. Pode-se notar que $h^2 = 100$ não elimina totalmente o ruído, enquanto que $h^2 = 2000$ remove vários detalhes da imagem.

Em (BUADES, COLL e MOREL,2005), é feita uma comparação entre o algoritmo Non-Local Means e os métodos:

- Filtro Gaussiano.
- Deslocamento de Curvatura Média.
- Variação Total e duas variações.
- Filtro Anisotrópico.

- Variação Total Iterada.
- Filtragem de Vizinhança Yaroslavsky.
- Translation Invariant Wavelet Thresholding.
- DCT empirical Wiener Filter.

Os critérios usados para avaliar o desempenho dos algoritmos são:

- Ruído de método.
- MSE (Mean Square Error- Erro Médio Quadrático).
- Avaliação visual da filtragem.

O ruído de método pode ser definido como:

$$n(Dh, u) = u - Dh(u).$$

Onde:

- Dh, u - Imagem filtrada
- u - Imagem com ruído
- $n(Dh, u)$ – Ruído de método

O ruído de método deve ser o mais próximo do ruído branco.

A equação do MSE é apresentada abaixo:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2$$

Equação 7 – MSE

Onde:

- N – Número de pixels
- x_i e y_i são as intensidades do i -ésimo pixel nas imagens x e y , respectivamente.

Em alguns dos trabalhos apresentados na seção 3, usa-se o índice PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) para apresentar os resultados obtidos com os testes. A equação do PSNR é mostrada abaixo:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{L^2}{MSE}$$

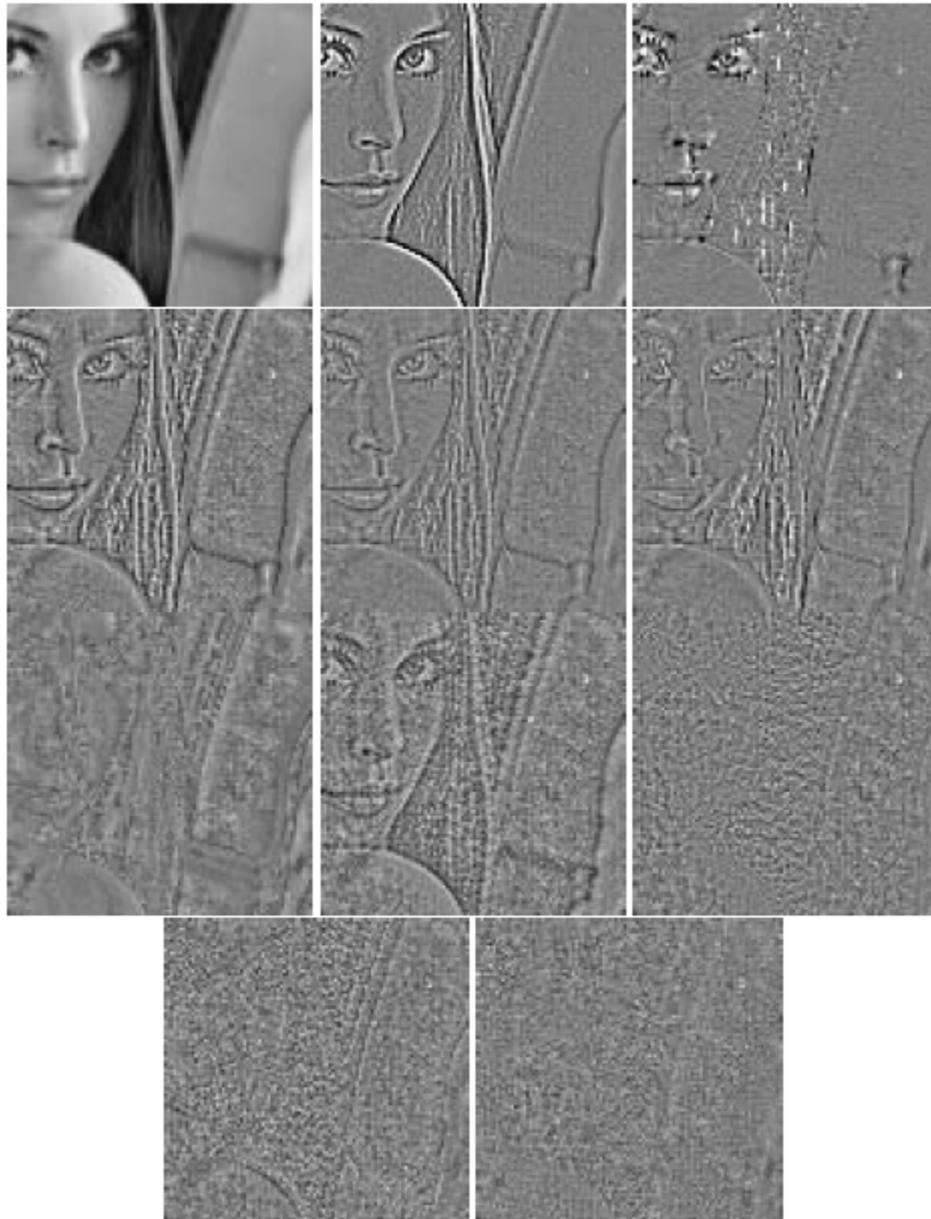
Equação 8 - PSNR

Onde:

- L – Alcance máximo dos níveis de cores da imagem. Em imagens com 8 bits de resolução de níveis de cinza, $L = 255$.

A figura abaixo mostra o ruído de método dos métodos comparados com o Non-Local Means. É possível perceber que o ruído de método do Non-Local Means é o mais próximo do ruído branco, portanto sendo o melhor método de filtragem de acordo com esse critério.

Figura 3 – Na ordem: Imagem original, ruído de método Gaussiano, Curvatura Média, Variação Total, Variação Total Iterada, Variação Total em Osher et al., de Vizinhança, soft TIWT, hard TIWT, DCT empirical Wiener Filter e Non-Local Means.



A tabela abaixo mostra os resultados dos testes com diferentes imagens. Os valores da primeira coluna representam o desvio padrão do ruído. Os outros valores representam o erro médio quadrático. Quanto menor o MSE, a imagem filtrada está mais próxima da imagem original. Pode-se notar que o Non-Local Means apresenta os melhores valores em comparação com os outros métodos usados para os testes.

Tabela 1– Erro Médio Quadrático dos métodos.

Image	σ	GF	AF	TV	YNF	EFW	TIHWT	NL-means
Boat	8	53	38	39	39	33	28	23
Lena	20	120	114	110	129	105	81	68
Barbara	25	220	216	186	176	111	135	72
Baboon	35	507	418	365	381	396	365	292
Wall	35	580	660	721	598	325	712	59

De acordo com os critérios usados para comparar os métodos, pode-se notar que o Non-Local Means obteve os melhores resultados.

O algoritmo non-local means, apesar de ser uma ótima solução para a redução de ruído em imagens, não pode ser usado na prática devido à alta complexidade do algoritmo. O fato de o algoritmo calcular o valor de um pixel i fazendo a média de todos os pixels, faz com que o algoritmo tenha complexidade $O(N^2M^2)$, onde N é o número de pixels da imagem e $M \times M$ é o tamanho da vizinhança. Em (BUADES, COLL e MOREL, 2005), os autores propõem que, em vez de usar toda a imagem para calcular a média, seja usada apenas uma janela de busca, de tamanho 21×21 . Com a vizinhança de tamanho 7×7 , a complexidade é reduzida para $O(49 \times 441 \times N)$. Ainda assim, o algoritmo não se mostra adequado para ser usado na prática. Por isso, várias propostas para otimizar o non-local means foram desenvolvidas. A próxima parte do trabalho apresenta algumas dessas propostas.

3 Implementações

Este capítulo tem em cada tópico uma pesquisa diferente sobre a otimização do Non-Local Means.

3.1 Valores dos pixels e gradiente

Apesar de obter resultados excelentes de remoção de ruído, o algoritmo Non-Local Means é computacionalmente impraticável. Para acelerar o algoritmo os autores de (MAHMOUDI E SAPIRO, 2005) propõem filtros para eliminar vizinhanças não relacionadas para a média ponderada.

Como o algoritmo Non-Local Means original usa todos os pixels da imagem para os cálculos, a idéia apresentada em (MAHMOUDI E SAPIRO, 2005) é pré-classificar os blocos da imagem de acordo com características como média dos valores de cinza e orientação do gradiente. Dessa forma, primeiro os pixels são classificados, depois o algoritmo usa nos cálculos apenas os blocos com características semelhantes. O acesso aos blocos pode ser implementado com tabelas de busca. No algoritmo proposto, para cada pixel i , no máximo $2n+1$ pesos são calculados. O parâmetro n pode definir se muitos pixels serão selecionados para calcular o peso. Além disso, a razão entre a média dos valores de cinza entre o pixel de interesse i e um pixel j é considerada. Para o cálculo do peso ser efetuado, a razão entre a média dos valores de cinza de i e j deve estar entre os parâmetros η_1 e η_2 , onde $\eta_1 < 1$ e $\eta_2 > 1$.

Outro método para classificar os pixels é utilizado além da media de valores de cinza. Para isso, os autores utilizaram a magnitude do gradiente e a orientação do gradiente. Os pixels são selecionados caso o gradiente do pixel i ou do pixel j forem menores que um determinado valor, ou a orientação do gradiente for menor que um determinado ângulo.

Os testes foram feitos com imagens com cor e com níveis de cinza, e foram usados uma vizinhança de 11×11 para o gradiente e 7×7 para média do nível de cinza. A figura abaixo mostra o resultado do teste do algoritmo proposto em uma das imagens.

Figura 4 – Resultados dos testes. A primeira imagem (topo) é a imagem original, a imagem a esquerda é a imagem filtrada com o método proposto e a imagem a direita é a imagem filtrada com o algoritmo Non-Local Means Original



Nesta figura, o parâmetro h (presente também no Non-Local Means original) teve seu valor definido como 10 e o parâmetro $n=100$. O resultado foi que o algoritmo proposto foi 10,53 vezes mais rápido que o Non-Local Means original. Na imagem, pode-se perceber que as áreas com mais detalhes foram mais bem preservadas no algoritmo proposto, enquanto regiões planas poderiam ter tido mais remoção de ruído caso o parâmetro n fosse maior, já que em regiões planas existe um grande número de pixels semelhantes. Portanto, reduzir o número de pixels escolhidos para o cálculo do peso pode reduzir significativamente o tempo de execução, porém a filtragem em regiões planas tem desempenho menor.

O trabalho não mostra testes dos valores de MSE ou PSNR.

3.2 Média e Desvio Padrão

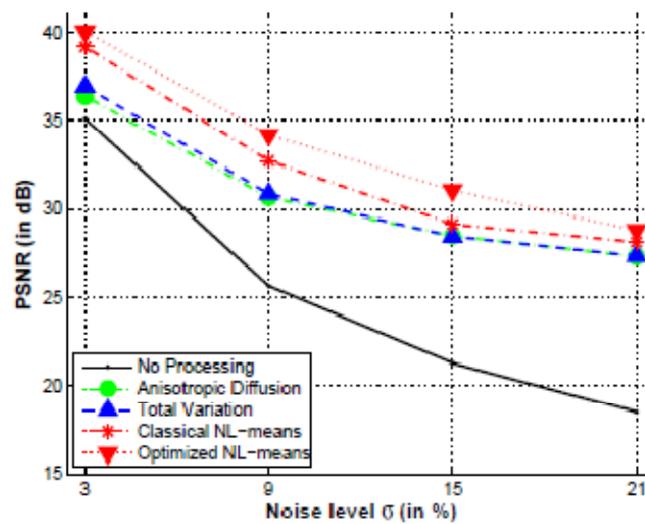
Imagens de ressonância magnética podem conter ruído, especialmente com os novos sistemas de 3 tesla. 3T scanners podem introduzir ruído, tendo um impacto negativo em procedimentos envolvendo segmentação, por exemplo. Por isso, o trabalho apresentado em (COUPÉ, YGER, BARILLOT, 2006) propõe um método de remoção de ruído para imagens médicas em 3D, baseado na média e desvio padrão, para selecionar os pixels que devem ser usados no cálculo do peso.

Como o gradiente é sensível ao nível de ruído, o algoritmo proposto utiliza o desvio padrão para casos de um alto nível de ruído. O trabalho utiliza para os testes 8 processadores Xeon, já que as características do Non-Local Means original permitem o uso de multithreading.

Os testes foram feitos em imagens 3D de tamanho 181x217x181 e foram usados os métodos do filtro anisotrópico, variação total e Non-Local Means original para comparação com o método proposto no trabalho. Os critérios usados na avaliação dos testes foram o PSNR, comparação de histograma entre as imagens filtradas e o ground truth, e a avaliação visual.

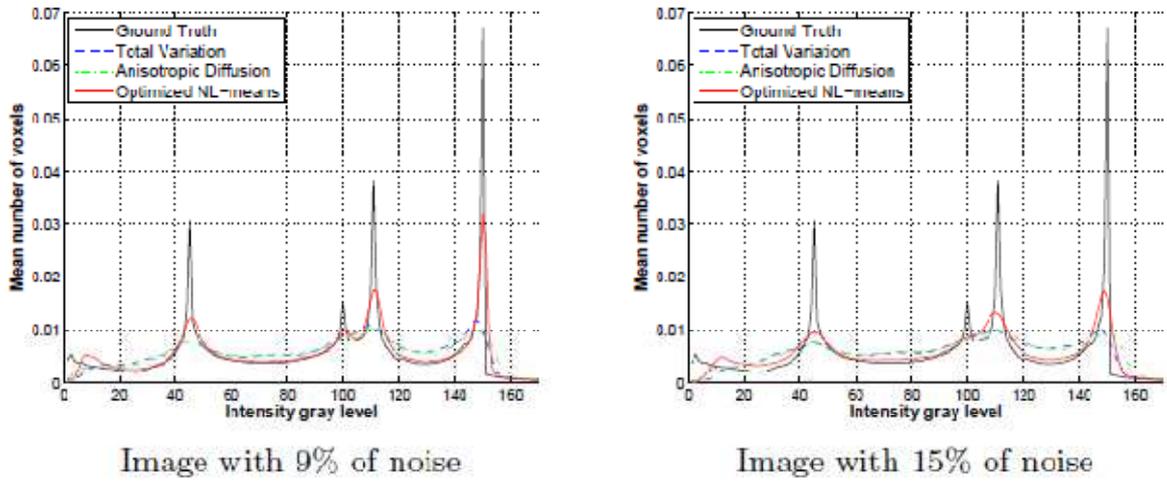
A figura 5 mostra que o algoritmo proposto obtém os melhores índices, mesmo com diferentes níveis de ruído.

Figura 5 – Valor do PSNR para os métodos comparados.



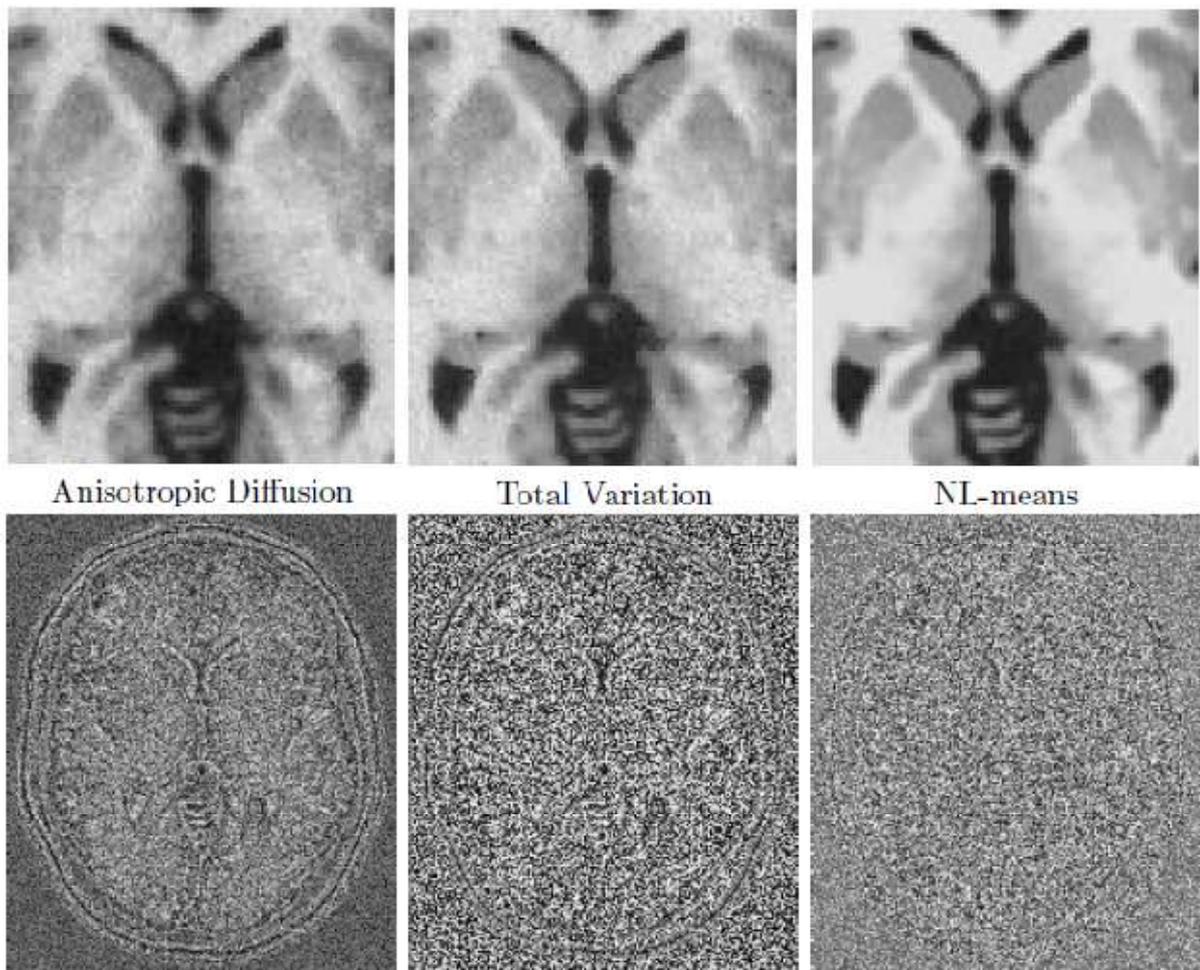
A figura 6 mostra a comparação do histograma com o ground truth. A versão otimizada do Non-Local Means é o que possui o histograma mais parecido com o ground truth.

Figura 6 – Histogramas dos métodos comparados e do ground truth.



A comparação visual pode ser vista na figura 7.

Figura 7- Imagens filtradas na parte de cima e ruído de método abaixo



Por último, o trabalho ainda apresenta o resultado da seleção de pixels no novo algoritmo, reduzindo o tempo de execução se comparado com o Non-Local Means original.

Tabela 2- Resultado dos testes com uma imagem de tamanho 181x217x181 com 9% de ruído.

	Standard NL-Means	Optimized NL-Means
PSNR in <i>dB</i>	32.70	34.19
Mean number of voxels selected in V_i	$11^3 - 1331$	227
Computational time in second	21790	434 (3162)

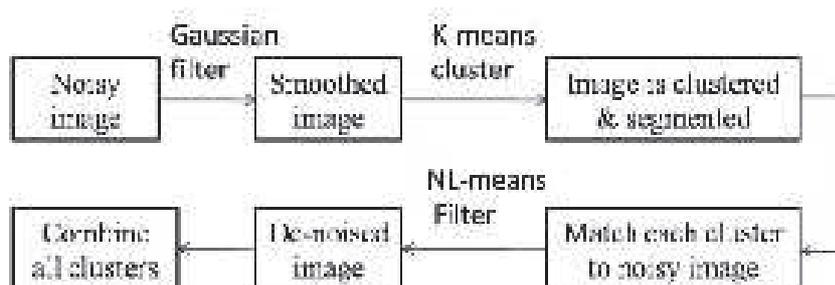
3.3 K-Means Clustering

A otimização proposta em (J, Dinesh Peter, R, Ramya, 2012) consiste em 3 passos:

- 1- Usar o filtro gaussiano na imagem
- 2- Segmentar a imagem baseado na intensidade do nível de cinza usando k-means cluster
- 3- Image Matching usando mask function

Os passos do algoritmo podem ser vistos na imagem abaixo:

Figura 8- Passos do algoritmo proposto

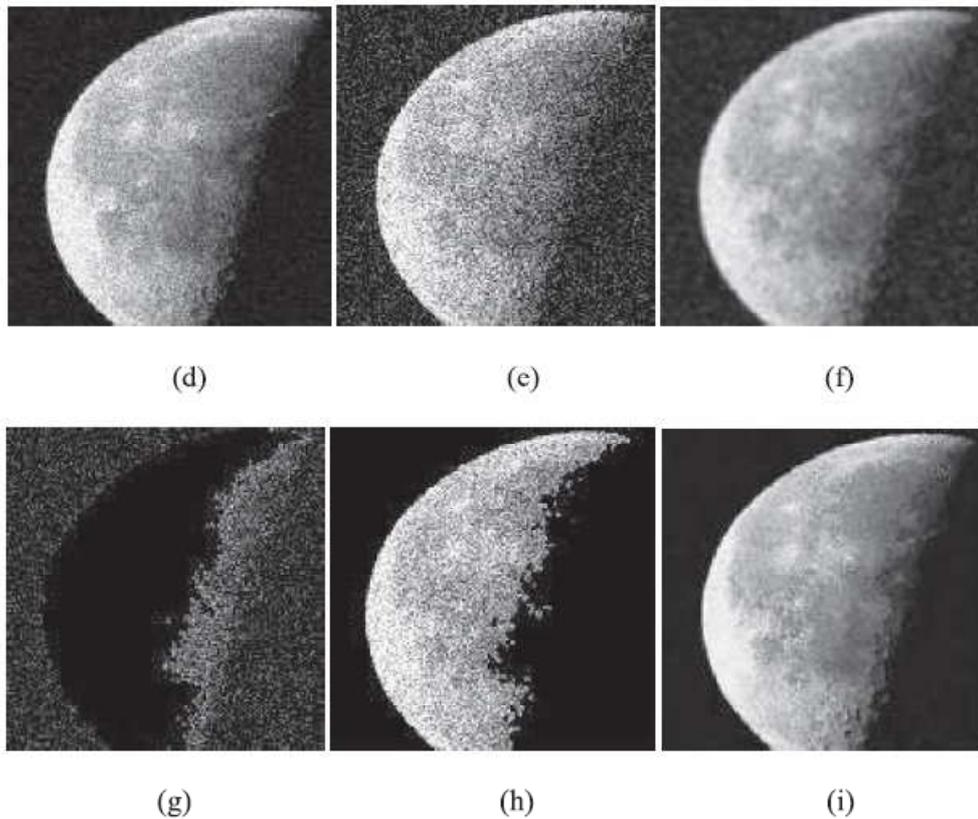


Os resultados são apresentados na tabela e imagem abaixo. A comparação é feita com o algoritmo non-local means original, usando os mesmos parâmetros usados no Non-Local Means original.

Tabela 3- Resultados dos testes

Images	$\sigma=10$		$\sigma=20$		$\sigma=30$	
	NLM	PROPOSED	NLM	PROPOSED	NLM	PROPOSED
Cameraman	33.28	33.96	29.45	30.64	28.14	30.13
Barbara	33.89	33.99	29.94	30.21	26.71	27.36
Peppers	33.82	34.02	30.94	31.24	27.63	27.91
Lena	34.91	34.99	31.11	31.47	27.59	28.68
chessboard	39.98	41.96	34.01	36.23	32.24	35.82

Figura 9- d) Imagem Original, e) Imagem com ruído ($\sigma=20$), f) Imagem suavizada com filtro gaussiano, g) Cluster 1, h) Cluster 2, i) Imagem final com o algoritmo proposto.



Como mostrado na tabela acima, pode-se ver que o algoritmo proposto apresenta um melhor índice PSNR do que o Non-Local Means original, tendo um melhor ganho em imagens planas como a imagem chessboard.

O trabalho não apresenta resultados sobre o tempo de execução do algoritmo.

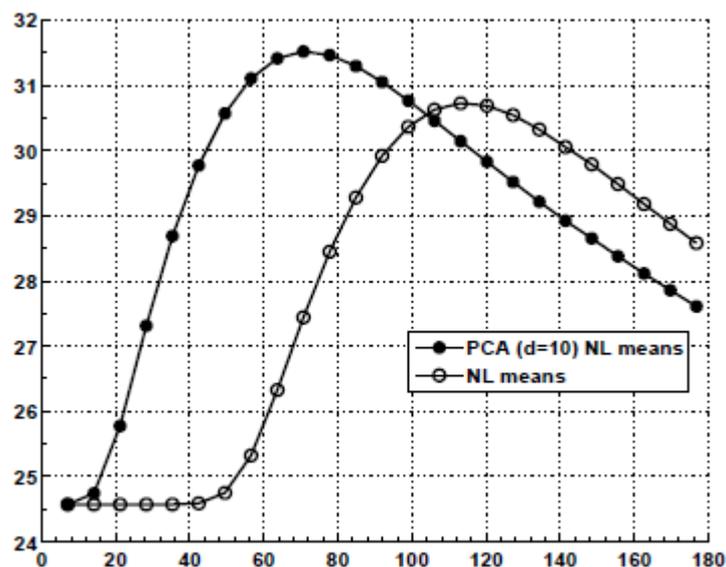
3.4 Principal Component Analysis

A proposta presente em (TASDIZEN,2008) consiste em usar o Principal Component Analysis (PCA) para projetar os vetores das vizinhanças usadas no Non-Local Means original em um subespaço menor.

A otimização consiste em substituir as distâncias $\|v(Ni) - v(Nj)\|_{2,a}^2$, presente na equação 4 mostrada anteriormente neste trabalho, referente ao Non-Local Means original, por distâncias computadas de projeções dos vetores em um subespaço menor através do PCA.

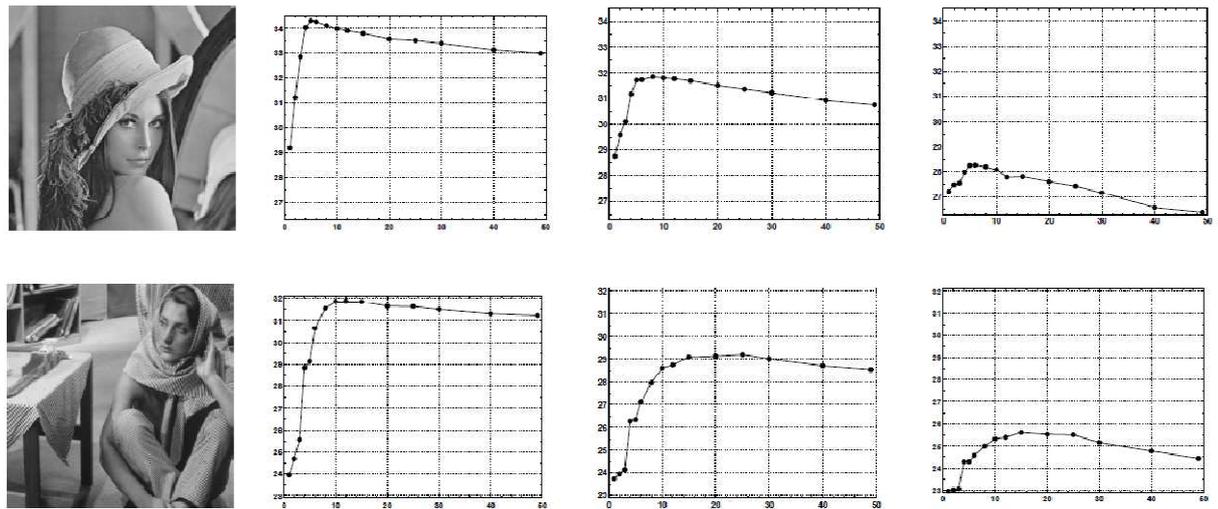
Para os testes, foram usados os valores 7×7 e 21×21 para a vizinhança e para a janela de busca, respectivamente. O valor de h , no trabalho, é determinado pelo valor da dimensionalidade do subespaço. A figura abaixo mostra o PSNR como uma função do valor h . O valor máximo para o PSNR é obtido com um valor de h menor do que no Non-Local Means original.

Figura 10 – PSNR em função do valor de h para a imagem peppers.



A figura abaixo mostra alguns resultados dos testes apresentados no trabalho, onde o índice PSNR é uma função da dimensão d . Os gráficos representam os resultados para três níveis de desvio padrão do ruído: 10, 25 e 50, da esquerda para a direita.

Figura 11- Resultados do testes usando PCA



Os resultados mostram que o índice PSNR é maior para $d=6$ em todas as imagens testadas no trabalho, exceto na imagem *barbara*, que possui os maiores índices com o valor de d entre 10 e 15, dependendo do valor do desvio padrão do ruído.

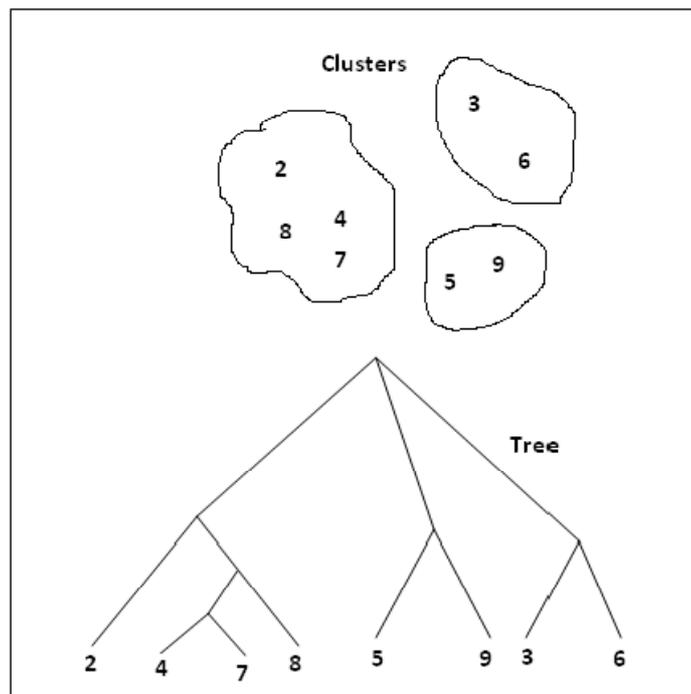
3.5 Dicionário de Imagens

Em (BHUJLE, CHAUDHURI, 2012), a otimização proposta consiste em uma pré-seleção e agrupamento de vizinhanças através de um dicionário. Imagens com vários tipos de objetos são usados no dicionário, e vizinhanças com características semelhantes são agrupadas. Na remoção de ruído, são procuradas no dicionário vizinhanças semelhantes à vizinhança do pixel de interesse.

Assim como em uma mesma imagem é possível encontrar várias vizinhanças semelhantes, também é possível encontrar em imagens diferentes. Por isso, várias imagens diferentes de alta qualidade são usadas para criar o dicionário para busca de vizinhanças semelhantes. A criação do dicionário é feita apenas uma vez, e para o agrupamento de

vizinhanças semelhantes, é utilizado o algoritmo BIRCH (Balanced Iterative Reducing and Clustering using Hierarchies). O critério de agrupamento é a distância euclidiana quadrática. Os clusters são organizados em uma estrutura de árvore, como ilustrado na figura abaixo.

Figura 12- Estrutura dos clusters



Após a construção do dicionário, pode-se utilizá-lo para filtrar uma imagem com ruído.

As imagens utilizadas nos testes foram *cameraman*, *house*, *peppers*, *lena*, *boat* e *barbara*. Para a construção do dicionário foram usadas aproximadamente 50 figuras. Foram feitas comparações com os métodos apresentados nas seções 3.1 e 3.2, nomeados pelos autores deste trabalho como *prefilt 2* e *prefilt1*, respectivamente, e os testes foram feitos em um computador Linux com Intel Core 2 Quad 2.66 GHz e 4 Gb de RAM. O tamanho da janela de busca e da vizinhança para os métodos comparados são 21x21 e 7x7, respectivamente, e o parâmetro $h=12 * \sigma$. A tabela abaixo mostra as comparações para diferentes níveis de ruído.

Tabela 4- Resultados dos testes do método usando dicionário de imagens em PSNR

Test image	Noise level(σ)	NLM-std	Prefilt1	Prefilt2	Proposed
cameraman	10	31.86	31.93	31.89	31.52
	25	28.48	27.59	27.26	28.13
	50	24.48	22.42	22.13	24.11
house	10	35.44	35.43	35.38	35.41
	25	30.73	30.51	30.34	30.67
	50	26.21	24.12	23.92	26.16
peppers	10	33.33	33.38	33.34	33.28
	25	28.83	28.38	28.06	28.76
	50	24.72	22.72	22.41	24.66
lena	10	32.94	32.94	32.98	32.36
	25	28.53	27.79	27.53	27.94
	50	24.68	22.15	21.89	23.95
boat	10	32.73	32.75	32.79	32.46
	25	28.29	28.44	28.35	27.88
	50	24.63	23.39	23.03	24.17
barbara	10	33.81	33.83	33.88	33.13
	25	28.71	28.32	28.10	27.88
	50	24.73	22.47	22.03	23.71

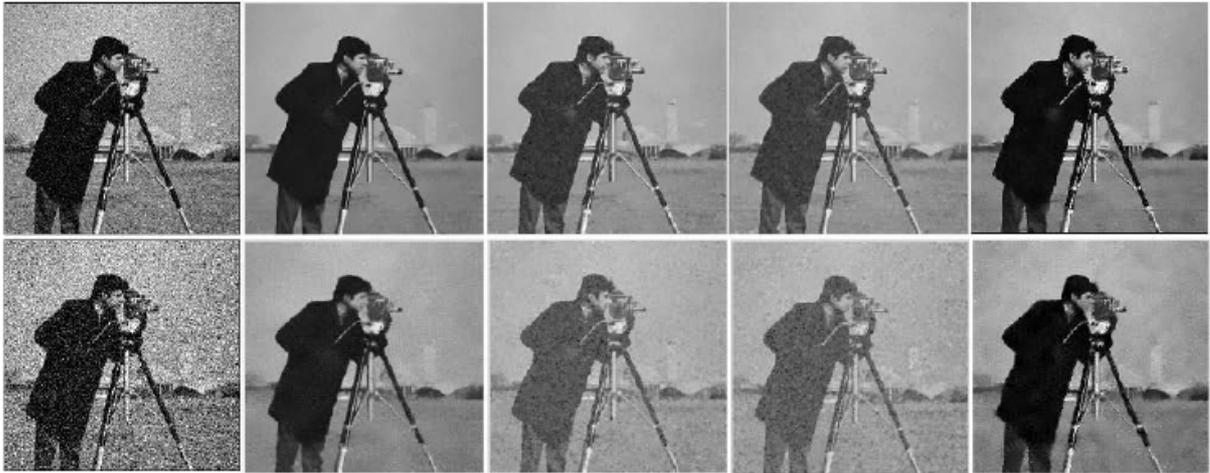
Uma das vantagens do algoritmo proposto é que ele não depende do tamanho da janela da vizinhança, diferente dos métodos comparados no trabalho. Essa vantagem aumenta com um número maior de pixels usados na janela de busca. A tabela abaixo mostra os resultados dos testes com diferentes tamanhos de janela de busca.

Tabela 5 – Resultados dos testes, em segundos, com diferentes tamanhos de janela de busca.

Search window size	NLM-std time(sec.)	prefilt (1 and 2) Avg. time(sec.) (speed-up factor)	NLM_{Dict} time(sec.) (speed-up factor)
17 × 17	28	10.43(2.68)	10.14(2.76)
21 × 21	42	13.33(3.15)	10.14(4.14)
31 × 31	98	24.57(3.98)	10.14(9.66)
61 × 61	401	76.22(5.26)	10.14(39.54)
127 × 127	1527	188.31(8.11)	10.14(150.6)
Full search	16091	1349(11.92)	10.14(1587)

O resultado visual dos testes para a imagem *cameraman* é mostrado abaixo.

Figura 13 – Resultados visuais dos métodos comparados. Na primeira linha, da esquerda para a direita: imagem com ruído ($\sigma=25$), resultado do non-local means original, resultado do prefilt1, resultado do prefilt2 e resultado do método proposto. Na segunda linha, a mesma ordem de resultados, com $\sigma=50$



3.6 Haar-Like Features

Imagens fluorescentes de processos dinâmicos em células geralmente resultam em um valor baixo de PSNR. Neste caso, os objetos de interesse são pequenas partículas com resolução limitada de forma que as bordas são pouco definidas e sua detecção é facilmente comprometida por ruído. O trabalho desenvolvido em (YANG, PARTON, BALL, QIU, GREENAWAY, DAVIS, LU, 2010) desenvolve uma nova forma do Non-Local Means, adicionando uma nova medida estatística no algoritmo. Isso se deve ao fato de que algoritmos baseados na distância euclidiana quadrática podem levar a uma pobre preservação das características da imagem quando aplicados em imagens com baixo PSNR contendo partículas fracas.

Partículas em imagens de células são caracterizadas por uma concentração de grupos de pixels com um valor de nível de cinza relativamente maior quando comparados com os pixels ao redor. O trabalho, adicionando a nova medida estatística, pretende melhorar as características das partículas em imagens que possuem muito ruído. As etapas do algoritmo proposto podem ser resumidas da seguinte forma:

- 1- Uso do algoritmo Haar-like features, que é efetivo em detecção de faces, para determinar o máximo contraste entre uma pequena área ao redor de um pixel e a área ao seu redor.

- 2- Um limite é aplicado para classificar os pixels em duas classes: possivelmente pertencente a uma partícula ou background.
- 3- Uma probabilidade de partícula de cada pixel é calculada como a razão do número de pixels que possivelmente pertencem a uma partícula e são espacialmente conectados, e o número total de pixels em uma pequena região centralizada no pixel.
- 4- É adicionada na equação do peso um novo fator, que quantifica a similaridade de probabilidade de partícula entre a mesma vizinhança.

Haar-like features foi usado inicialmente para detecção de faces, medindo o contraste entre as características da face e a área ao redor, ou seja, medindo a diferença entre a média do valor de cinza das características e a vizinhança. Para construir uma imagem de probabilidade de partícula, é determinado um limite λ , para determinar se a diferença de nível de cinza pode ser considerada como uma partícula ou não.

Além disso, é necessário determinar a probabilidade de encontrar uma partícula em uma posição i , pela seguinte equação:

$$P(\mathbf{i}) = (\Delta N / N_{tot})_{A_i}$$

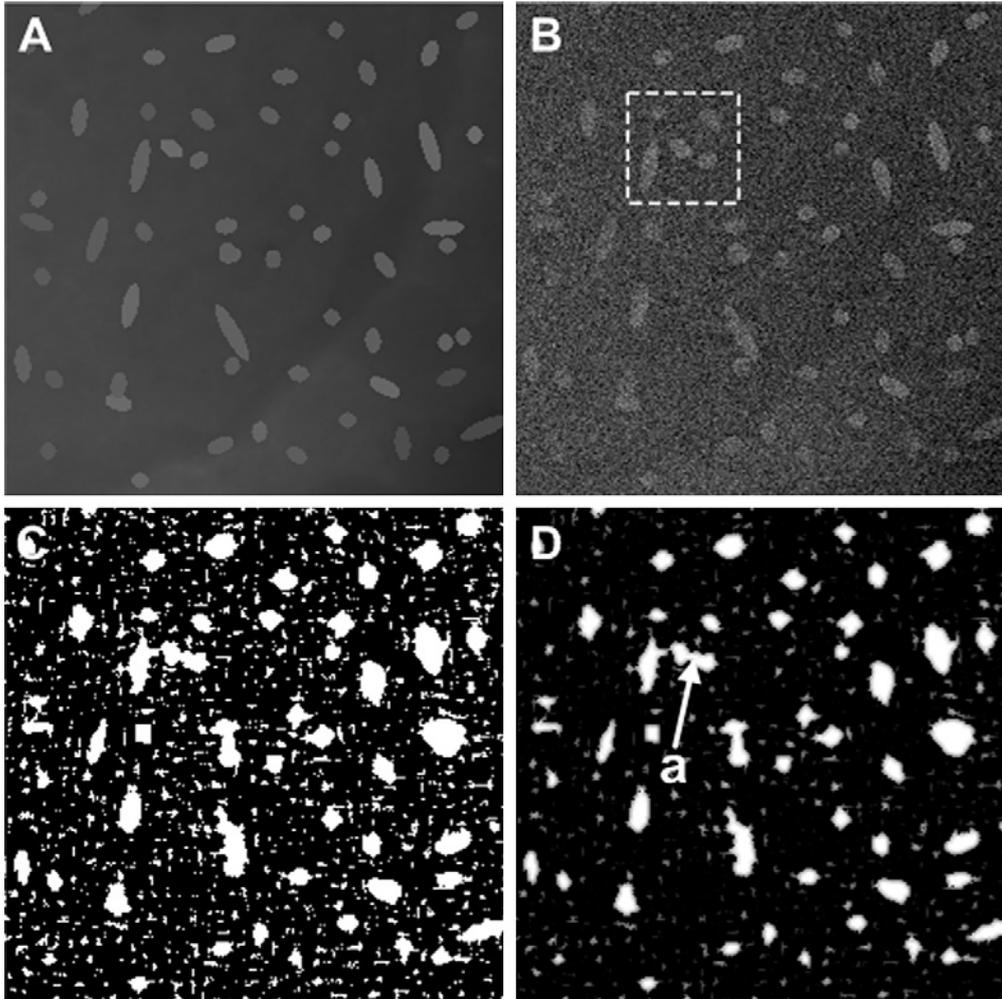
Equação 9 – Probabilidade de i ser uma partícula

Onde:

- N_{tot} – Número total de pixels em uma área A_i , centrada em i
- ΔN é o número de pixels de A_i que estão dentro do limite λ e são espacialmente conectadas.

Como o limite λ é baixo, com o objetivo de não eliminar partículas, muitas regiões que não são partículas terminam sendo consideradas como tais. A equação 9 é aplicada para reduzir as falsas partículas, já que elas precisam estar espacialmente conectadas. A figura abaixo mostra o resultado antes e depois da aplicação da equação 9, junto com a imagem original e a imagem com ruído.

Figura 14- Resultados de parte do algoritmo



A imagem A é a imagem original, a B é a imagem com ruídos, a C é a imagem binária resultado do limite λ aplicado e a imagem D é a imagem de probabilidade de partícula, após o uso da equação 9. Mesmo com o uso dessa equação, algumas áreas são erroneamente classificadas como partícula, como mostrado na área a indicada pela seta. Para determinar as verdadeiras partículas, a equação do peso do Non-Local Means original é alterada, e é mostrada abaixo.

$$\omega(\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \frac{1}{A(\mathbf{i})} \times \exp \left(-\frac{\|\mathbf{V}(N_i) - \mathbf{V}(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} - \frac{\|\mathbf{P}(N_i) - \mathbf{P}(N_j)\|_{2,a}^2}{g^2} \right)$$

Equação 10 – Nova equação do peso

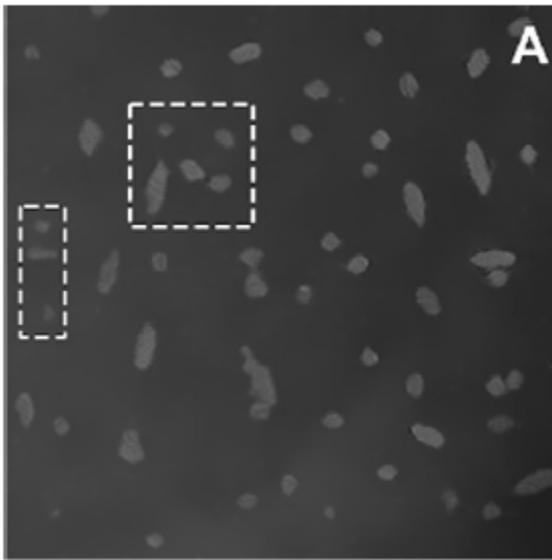
Onde:

$\|P(N_i) - P(N_j)\|_{2,\sigma}^2$ é a distância euclidiana de probabilidade de partículas tomada da imagem de probabilidade de partículas.

g^2 é o novo parâmetro de filtragem, que determina a detecção de características fracas da imagem.

O resultado da aplicação nova equação do peso pode ser vista na figura abaixo.

Figura 15 – Resultado do método proposto para detecção de partículas



É possível notar que a região *a* na figura 14-D, que estava erroneamente classificada como partícula, está classificada corretamente. Na tabela abaixo, é feita a comparação do método proposto, chamado de FP-NLM, com outros métodos. Os valores mostrados na tabela são valores de PSNR. É possível perceber que o novo método tem índices melhores.

Tabela 6- Índice PSNR dos métodos testados

RAW σ	NAD	TV	WF	BF	NLM	PBF	FP-NLM
20	34.26	34.81	34.05	32.01	33.44	36.04	36.59
30	31.87	32.45	32.10	28.36	31.30	33.84	34.25

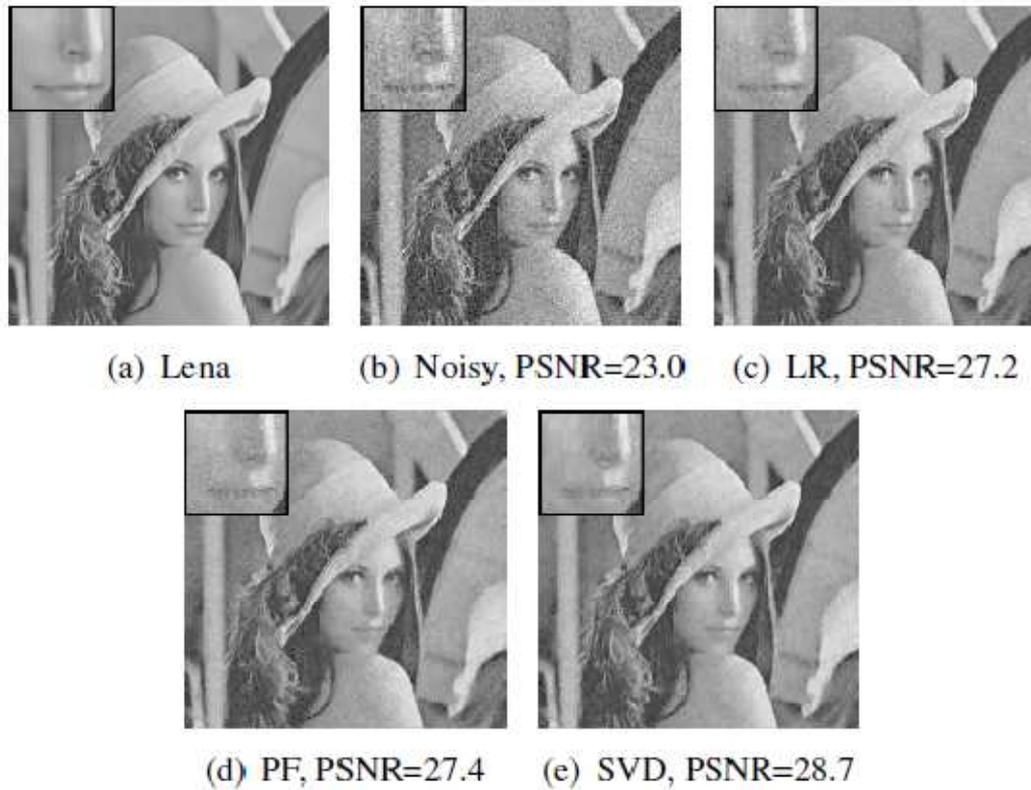
3.7 Singular Value Decomposition (SVD)

A proposta apresentada em (ORCHARD, EBRAHIMI, WONG, 2008) consiste também em eliminar as vizinhanças de pixels dos cálculos que são muito diferentes do pixel a ser filtrado, usando um subespaço das vizinhanças, assim como o trabalho apresentado na seção 3.3, porém os autores deste trabalho realizam a tarefa usando Singular Value Decomposition (SVD).

A distância euclidiana quadrática entre as vizinhanças de um pixel de interesse x e todas as outras vizinhanças são estimadas usando aproximações rank-1. Assim, é possível eliminar os pixels que possuem o maior valor da distância. Com um conjunto menor de pixels, é possível continuar o processo usando ranks maiores e eliminar novamente os pixels com maiores valores de distância.

Nos testes, foram feitas comparações com 3 métodos: o Non-Local Means original usando janela de busca, o método apresentado na seção 3.1 e o novo método proposto usando SVD. A imagem abaixo mostra o teste feito para verificar qual método produz o maior valor de PSNR.

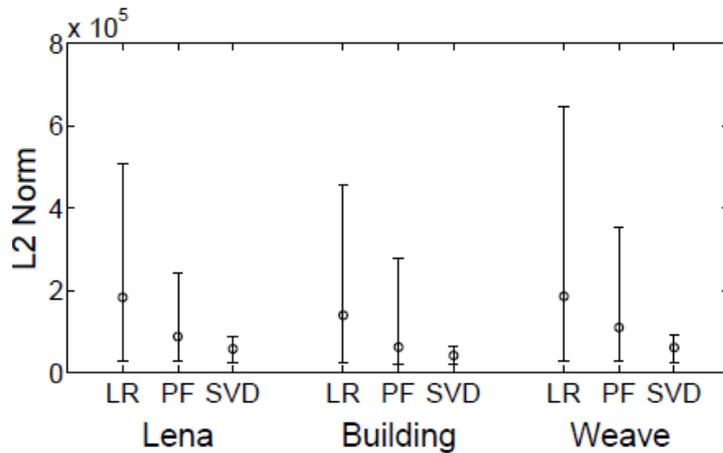
Figura 16 – Imagens resultantes dos testes, incluindo SVD



As imagens representam: (a) – Imagem original, (b) - Imagem com ruído, (c) – Non-Local Means com janela de busca, (d) – Imagem resultante do método mostrado na seção 3.1, e (e) Imagem resultante do método proposto. Nesse teste, o novo método obteve o maior valor de PSNR.

Outro teste foi feito, para verificar qual dos métodos selecionava as vizinhanças mais semelhantes entre si. O resultado é mostrado na imagem abaixo, mostrando o maior valor, o valor médio e o menor valor da distância entre as vizinhanças.

Figura 17- Vizinhanças e valores das distâncias



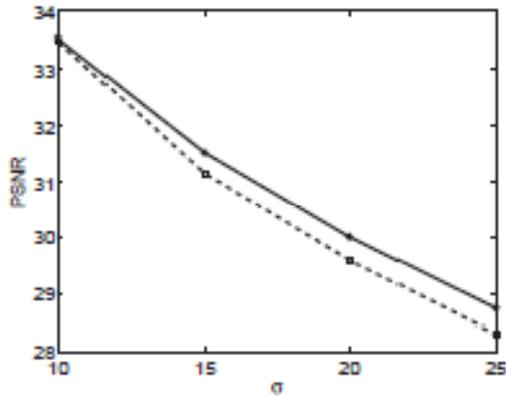
O método proposto selecionou as vizinhanças com menos diferença entre si. O trabalho não mostrou nenhum teste com tempo de execução do algoritmo.

3.8 Markovian Clustering

Em (HEDJAM, MOGHADDAM, CHERIET, 2009), os autores selecionam os melhores pixels para os cálculos dos pesos usando particionamento de grafos e utiliza Markovian Clustering em um pixel adjacency graph (PAG). No grafo, cada pixel na janela de busca é associado com um único vértice. Todos os vértices são conectados ao vértice do centro, que é associado ao pixel de interesse i . O peso das arestas é igual ao peso entre os pixels, porém só as arestas que ligam pixels ao pixel de interesse i têm peso. As arestas entre os outros pixels têm peso zero. O grafo é representado através de uma matriz. Para o uso do Markovian Clustering, os autores utilizam apenas uma parte da matriz (primeira linha, primeira coluna e diagonal).

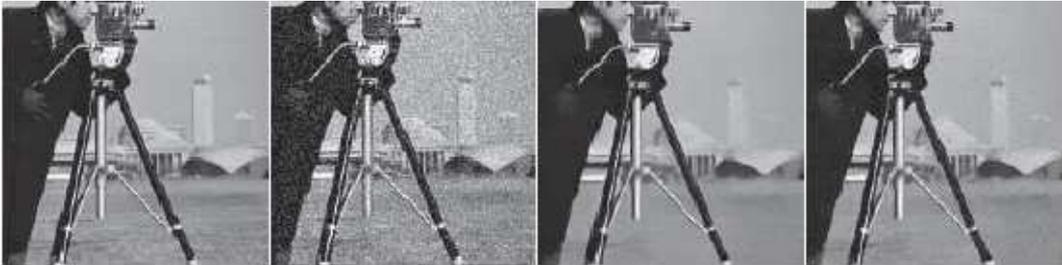
A imagem abaixo representa um gráfico relacionando o PSNR e o desvio padrão do ruído, comparando o método proposto (representado pela linha contínua) e o Non-Local Means original (representado pela linha pontilhada). É possível perceber que o método proposto tem índices melhores que o Non-Local Means.

Figura 18 – Gráfico representando o valor de PSNR em função do desvio padrão do ruído entre os dois métodos comparados.



A figura abaixo mostra os resultados visuais dos testes.

Figura 19 – Resultados dos testes. Da esquerda para a direita: Imagem original, Imagem com ruído, Imagem resultante do Non-Local Means e Imagem do método proposto



3.9 SSI e FFT

Em (WANG, GUO, YING, LIU, PENG, 2006), os autores propõem o uso de Summed Square Image (SSI) junto com a transformada rápida de Fourier (FFT) para acelerar o algoritmo Non-Local Means.

O cálculo da distância euclidiana quadrática no Non-Local Means original, que demanda muito tempo, é substituída no algoritmo proposto pelo cálculo de convoluções e soma de quadrados. No Non-Local Means original, com a vizinhança de tamanho 7×7 e janela de busca 21×21 , a complexidade do algoritmo é $49 \times 441 \times N$, como mostrado na seção 2.1.

Com o uso de SSI e FFT, o algoritmo não necessita de 49 operações para o cálculo da semelhança entre vizinhanças, portanto a otimização proposta é aproximadamente 50 vezes mais rápida que o Non-Local Means original.

As duas tabelas abaixo representam os resultados de tempo e MSE, respectivamente. É possível perceber que a otimização proposta apresenta melhores resultados em termos de tempo, e apresenta resultados próximos em termos de MSE.

Tabela 7- Tempo gasto para filtragem

Image size	Original NL	Fast NL algorithm	Ratio
512 * 512	28.16 secs.	0.35 secs.	80.5
1024 * 768	85.45 secs.	1.44 secs.	58.6
2592 * 1944	551.1 secs.	9.55 secs.	57.7

Tabela 8- MSE do teste com método usando SSI e FFT

Stand deviation σ	5	10	15	20	25
Our acceleration method	14.6	32	55	81	110
Original non-local	12	30	52	68	106

A imagem abaixo mostra os resultados visuais do algoritmo proposto. Pode-se perceber que os resultados visuais também são parecidos com o Non-Local Means original.

Figura 20. Da esquerda para a direita: imagem original, imagem com ruído, resultado do Non-Local Means original (MSE=68) e resultado do método proposto (MSE=81)



3.10 Probabilistic Early Termination (PET)

Para reduzir o número de vizinhanças no cálculo dos pesos, o trabalho apresentado em (VIGNESH, OH, KUO, 2010) propõe o uso de probabilistic early termination (PET). O cálculo da distorção entre as vizinhanças (distância euclidiana quadrática no Non-Local Means original) pode ser terminado e o pixel referente ao cálculo rejeitado caso o valor esperado da distorção seja superior a um limite pré-determinado, que define quais pixels serão úteis no cálculo do peso.

O critério de eliminação varia com a diferença estrutural entre as vizinhanças consideradas. O valor esperado da distorção é estimado a cada estágio da computação por um modelo probabilístico baseado nas características da vizinhança.

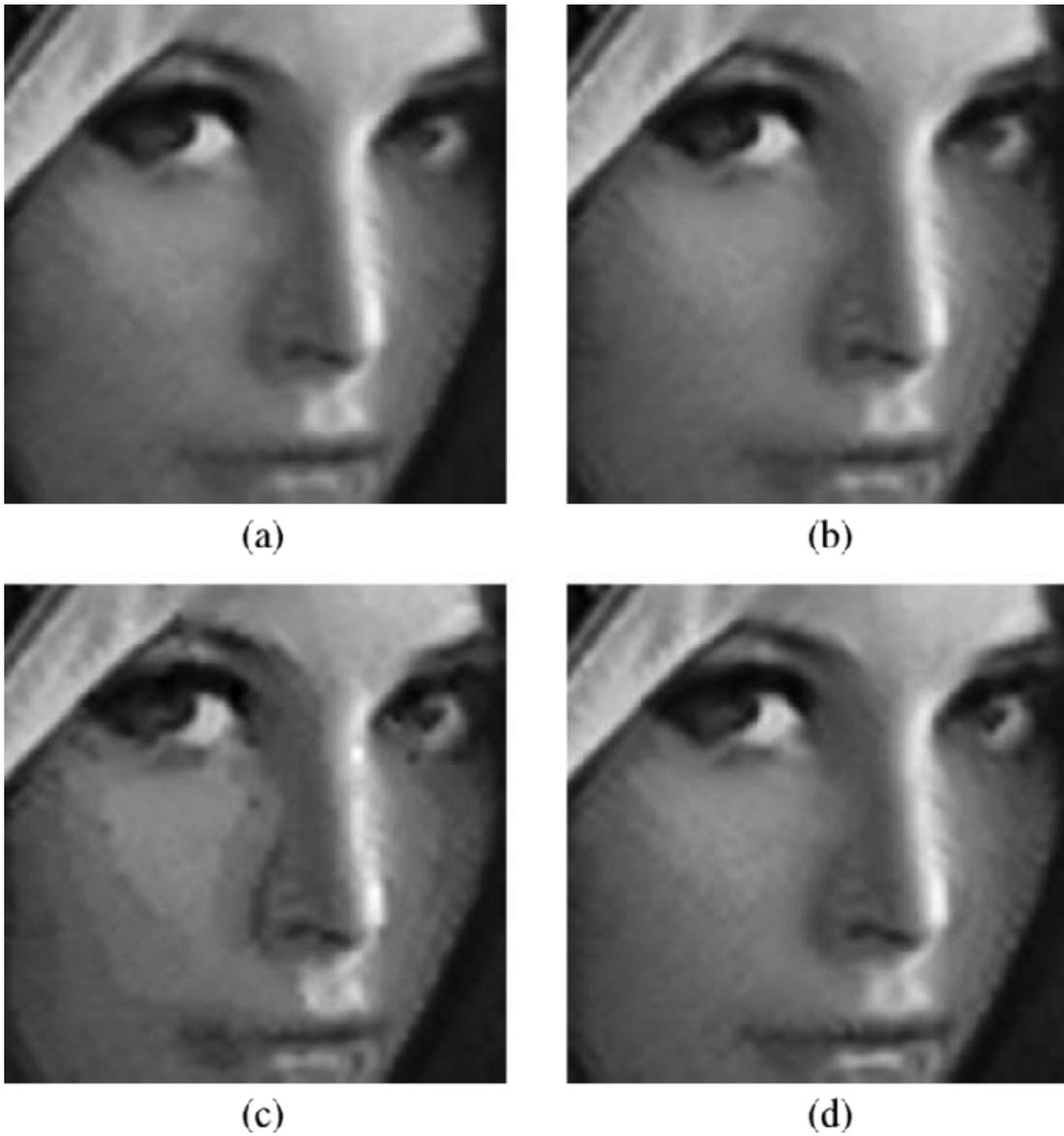
A tabela abaixo mostra os resultados dos testes usando a imagem *Lena* com diferentes tamanhos para a janela de busca e para a vizinhança. O método proposto (Proposed PET) é comparado com o método apresentado na seção 3.1 (chamado de Fast NLM [2]) e com o método presente em (BROX, KLEINSCHMIDT, CREMERS, 2010), chamado de Fast NLM [3].

Tabela 9- Resultado das comparações com o método usando PET

Schemes	Search Window = 23 × 23						Search Window = 43 × 43						Search Window = 63 × 63					
	NPS = 7 × 7			NPS = 11 × 11			NPS = 7 × 7			NPS = 11 × 11			NPS = 7 × 7			NPS = 11 × 11		
	Comp. (%)	PSNR	SSIM	Comp. (%)	PSNR	SSIM	Comp. (%)	PSNR	SSIM	Comp. (%)	PSNR	SSIM	Comp. (%)	PSNR	SSIM	Comp. (%)	PSNR	SSIM
Standard NLM	100	28.68	0.821	100	29.06	0.838	100	28.79	0.812	100	28.83	0.831	100	28.61	0.810	100	28.72	0.827
Fast NLM [2]	40.71	28.44	0.816	41.32	28.93	0.834	30.32	28.62	0.815	31.98	28.70	0.824	30.11	28.42	0.802	29.62	28.36	0.817
Fast NLM [3]	37.46	28.32	0.757	38.51	29.05	0.788	20.14	28.58	0.735	22.23	28.66	0.760	16.84	28.53	0.732	15.19	28.82	0.749
Proposed PET	20.12	28.54	0.814	17.36	29.03	0.831	12.79	28.74	0.804	8.40	28.71	0.822	5.16	28.63	0.789	2.80	28.68	0.824

O resultado visual dos testes é apresentado na figura abaixo.

Figura 21- Resultado visual dos testes feitos



A figura (a) é o resultado do Non-Local Means original, (b) é o resultado do trabalho da seção 3.1, (c) é o resultado do teste com o método em (BROX, KLEINSCHMIDT, CREMERS, 2010) e a figura (d) é o resultado do método proposto.

3.11 Non-Local Means anisotrópico

A proposta apresentada em (WONG, FIEGUTH, CLAUSI, 2008) consiste em usar uma função de similaridade entre as vizinhanças que seja anisotrópica. Para isso, os autores adaptam a função de similaridade para ser baseada nas características do conteúdo da imagem usando o Mexican Hat wavelet.

Como o peso é calculado de uma forma isotrópica no Non-Local Means original, às vezes conteúdo insignificante da imagem obtém um peso grande no cálculo de conteúdo significativo da imagem. Isto gera redução na qualidade visual da imagem. Para resolver isso, os autores do trabalho usam uma função de similaridade anisotrópica, que é orientada para características significativas como bordas. Inicialmente, é necessária uma função objetiva para medir a significância do conteúdo da imagem, o que é feito usando o Mexican hat wavelet. Depois, é necessário determinar a orientação do conteúdo. Com isso, a forma e a orientação da função do peso pode ser adaptada para se adequar as características do conteúdo da imagem.

A tabela abaixo mostra o resultado dos testes com quatro imagens, onde há a comparação com o algoritmo proposto e o Non-Local Means original.

Tabela 10- Comparação do índice PSNR para testes com Non-Local Means original e Non-Local Means anisotrópico

Test	PSNR (dB)		PSNR Gain
	Isotropic NLM Algorithm	Proposed Algorithm	
TEST1 (23.1047 dB)	27.3062	28.4433	+1.1371
TEST2 (22.8748 dB)	26.5609	27.0750	+0.5141
TEST3 (16.0456 dB)	17.3089	18.7122	+1.4033
TEST4 (23.1857 dB)	26.8599	27.3393	+0.4794

Os resultados mostram que o método proposto apresenta valor de PSNR superior ao Non-Local Means original.

A próxima figura mostra os resultados visuais dos testes. Na figura à esquerda, está a imagem com ruído. No meio, está a imagem resultante do Non-Local Means, e a imagem à direita é do algoritmo proposto. No trabalho não foi mostrado nenhum teste do tempo de execução do algoritmo.

Figura 22 – Resultado visual do Non-Local Means original e Non-Local Means anisotrópico



3.12 Filtro Direcional e Direção de Filtragem

Com o objetivo de melhorar o desempenho da proposta apresentada em (MAHMOUDI E SAPIRO, 2005), os autores de (BILCU, VEHVILAINEN, 2007) propõem usar diferentes critérios para classificar os pixels que serão usados no cálculo do peso.

Nessa nova proposta, dois pixels são semelhantes se a saída de um filtro direcional e a principal direção de filtragem são similares. Para determinar esses valores, uma janela de tamanho $L \times L$ é centralizada em um pixel e médias e variâncias são calculadas em 5 sub-janelas. As médias e variâncias são calculadas para determinar os valores dos critérios usados no método.

A tabela abaixo mostra a comparação entre o método proposto, o Non-Local Means original e a abordagem de (MAHMOUDI E SAPIRO, 2005), usando o MSE.

Tabela 11- MSE dos três métodos testados

Image	NL-mean	Fast NL-mean	Our
lena	14.91	14.96	15.05
barbara	14.71	14.78	14.97
gold hill	15.58	15.65	15.77
boats	15.36	15.44	15.53

A tabela seguinte mostra a comparação entre os mesmos três métodos, mas agora comparando o tempo gasto na filtragem.

Tabela 12- Tempo, em segundos, dos métodos testados

Image	NL-mean	Fast NL-mean	Our proposal
lena	2299.6	892.1	667.6
barbara	2330.0	719.51	527.6
gold hill	2258.5	904.3	517.7
boats	2315.9	1087.0	697.1

A figura a seguir mostra os resultados visuais das filtrações dos três métodos comparados no trabalho.

Figura 23- Comparação entre os métodos. Da esquerda para a direita, e de cima para baixo: Imagem original, imagem com ruído, Non-Local Means original, Non-Local means apresentado na seção 3.1 e algoritmo proposto.



4 Conclusão

Neste trabalho foi apresentado o algoritmo Non-Local Means mostrado em (BUADES, COLL e MOREL, 2005). Foi mostrada a alta complexidade do algoritmo, tanto na abordagem de utilizar toda a imagem para o cálculo dos pesos como também com o uso de uma janela de busca, o que torna o algoritmo inviável para uso prático.

Também foram apresentadas algumas das propostas existentes para melhorar o desempenho do algoritmo Non-Local Means, tanto em termos de desempenho como em redução da complexidade. A maioria dos trabalhos apresentados que buscaram reduzir a complexidade consiste em uma pré-classificação de quais pixels entrarão no cálculo dos pesos. Também foram apresentados trabalhos que usaram a redução da dimensão da vizinhança e o uso de uma nova função de similaridade para otimizar o Non-Local Means. Além disso, um dos trabalhos apresentados objetivou a melhoria de detecção de partículas em imagens médicas.

Para trabalhos futuros, pode-se aprofundar a pesquisa em mais trabalhos, buscando conhecer outras abordagens já existentes e novas que poderão surgir.

REFERÊNCIAS

- Buades, A.; Coll, B. ; Morel, J. M. **A review of image denoising algorithms, with a new one.** Multiscale Modeling and Simulation, 2005.
- Mahmoudi, M.; Sapiro, G. **Fast Image and Video Denoising via Non-Local Means of Similar Neighbourhoods.** IEEE Signal Processing Letters, 2005.
- Gambarra, L. L. **Otimização do algoritmo Non-local means utilizando uma abordagem mista de hardware e software.** UFPB, 2010.
- Marques, D. S. **Sistema Misto Reconfigurável Aplicado à Interface PCI para Otimização do Algoritmo Non-Local Means.** UFPB, 2012.
- J, Dinesh Peter; R, Ramya. **A novel adaptive non-local means for image de-noising.** International conference on modeling, optimization and computing, 2011.
- Yang, L.; Parton, R.; Ball, G.; Qiu, Z.; Greenaway, A.H.; Davis, I.; Lu, W. **An adaptive non-local means filter for denoising live-cell images and improving particle detection.** Journal of Structural Biology, 2010.
- Gonzalez, R. C.; Woods, R. E. **Processamento de Imagens Digitais.** São Paulo: Edgard Blücher, 2000.
- Coupé, P.; Yget, P.; Barillot, C. **Fast Non-Local Means Denoising for 3D MR Images.** Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, 2006.
- Tasdizen, T. **Principal components for non-local means imaging denoising.** Proc. IEEE Int. Conf. Image Proc., 2008.
- Bhujle, H.; Chaudhuri, S. **Accelerating non-local denoising with a patch based dictionary.** ICVGIP, 2012.
- Orchard, W.; Ebrahimi, M.; Wong, A. **Efficient nonlocal-means denoising using the svd.** IEEE Int. Conf. on Image Proc., 2008.
- Hedjam, R.; Moghaddam, R. F.; Cheriet, M. **Markovian clustering for the non-local means image denoising.** ICIP, 2009.

Wang, J.; Guo, Y.; Ying, Y.; Liu, Y.; Peng, Q. **Fast Non-Local Algorithm for Image Denoising**. ICIP, 2006.

Vignesh, R.; Oh, B.T.; Kuo, C.C.J. **Fast Non-Local Means (NLM) computation with Probabilistic Early Termination**. IEEE Signal Process. Lett. , 2010.

Brox, T.; Kleinschmidt, O.; Cremers, D. **Efficient nonlocal means for denoising of textural patterns**. IEEE Trans. Image Process, 2008.

Wong, A.; Fieguth, P.; Clausi, D. **A perceptually adaptive approach to image denoising using anisotropic non-local means**. ICIP, 2008.

Bilcu, R. C.; Vehvilainen, M. **Fast non-local means for image de-noising**. Digital Photography III Proc. of SPIE IS&T, 2007.