Universidade Federal da Paraíba

Universidade Aberta do Brasil

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Licenciatura em Matemática à Distância

Oséias Pereira Matias da Silva

O cálculo da área de figuras planas no Ensino Fundamental: uma proposta de ensino com o Tangram.

Itaporanga – PB

2013

Oséias Pereira Matias da Silva

O cálculo da área de figuras planas no Ensino Fundamental: uma proposta de ensino com o Tangram.

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática

Orientador: Ms. Givaldo de Lima

Itaporanga – PB

2013

O cálculo da área de figuras planas no Ensino Fundamental: uma proposta de ensino com o Tangram.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Ms. Givaldo de Lima

Aprovado em: 25/ 07/2013

COMISSÃO EXAMINADORA

Presidente da banca: Prof. Ms. Givaldo de Lima

Avaliador: Prof. Dr.Eduardo Gonçalves dos Santos

Avaliador: Prof .Ms. José Elias dos Santos Filho

Catalogação na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S586c Silva, Oséias Pereira Matias da.
O cálculo da área de figuras planas no ensino fundamental : uma proposta de ensino com o Tangram / Oséias Pereira Matias da Silva. – João Pessoa, 2013.
43p. : il. –

Monografia (Licenciatura em Matemática / EAD) Universidade Federal da Paraíba.
Orientador: Prof. Ms. Givaldo de Lima.

1. Matemática – Ensino e aprendizagem. 2. Áreas de figuras planas. 3. Jogos matemáticos –Tangram. I. Título.

UFPB/BS-CCEN CDU 51 (043.2)

Dedico este trabalho aos meus pais, os quais sempre me apoiaram, e à minha filha Alice Vitória, que é minha vida e a razão do meu esforço e dedicação.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por ter me dado força, determinação e inspiração.

Aos **meus pais**, por me oferecer um teto para estudar e descansar.

Ao professor e orientador Ms. **Givaldo de Lima**, pelo incentivo e pelo apoio durante toda a realização deste trabalho.

Ao professor Ms. **José Elias dos Santos Filho** e ao professor Dr. **Eduardo Gonçalves dos Santos**, pelas indispensáveis contribuições que deram a este trabalho.

Aos **meus amigos**, pela admiração que sempre tiveram de mim.

À **minha namorada**, Sheyla Ribeiro, pela compreensão e incentivo.

À **minha filha**, Alice Vitória, pelo carinho que sempre me fortalece.

À **minha ex-esposa**, Flaviana Kelly, pelo apoio e compreensão quando ainda estávamos casados.

Aos **meus colegas de trabalho**, por me ajudarem nos momentos mais difíceis.

A **todos** que colaboraram para a realização deste Trabalho.

Não há ramo da Matemática, por abstrato que seja que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.

Lobachevsky

Resumo

O cálculo de área das figuras planas é uma tarefa com a qual quaisquer alunos do Ensino Fundamental já se depararam. E, como resultado da dificuldade neste conteúdo, a maioria dos discentes desse nível de ensino atingem um rendimento abaixo do esperado. Para que esse problema seja resolvido, faz-se necessário que os professores procurem inovar o ensino, permitindo uma aprendizagem significativa aos estudantes. Neste trabalho, foi desenvolvida uma proposta de ensino, baseada no TANGRAM, logo depois da exposição das fórmulas para cálculo da área de figuras planas. Com isso, o professor terá uma ferramenta, que facilitará à compreensão dos alunos quanto ao conceito de área.

PALAVRAS CHAVES: Área, ensino-aprendizagem, Tangram.

ABSTRACT

The calculation of the area of plane figures is a task with which any Elementary Students have encountered. And as a result of the difficulty in this content, the majority of students on this level reaches a yield lower than expected. For this problem to be solved, it is necessary that teachers seek to innovate teaching, allowing students to meaningful learning. In this work, we developed a teaching proposal, based on the tangram, shortly after the exhibition of the formulas for calculating the area of plane figures. With this, the teacher will have a tool that will facilitate the students' understanding about the concept of area.

KEYWORDS: Area, teaching-learning and Tangram.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS

EEEFM Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio

EF Ensino Fundamental

EM Ensino Médio

ES Ensino Superior

PCNs Parâmetros Curriculares Nacionais

PB Paraíba

UFPB Universidade Federal da Paraíba

UAB Universidade Aberta do Brasil

EAD Educação à Distância

CIRETRAN Circunscrição Regional de Trânsito

Ch. Chefe

Sumário

Introdução

Você já se deparou com algum conteúdo matemático que o forçou a fazer a seguinte pergunta: Para que estudar esse assunto? Ou esta: No cotidiano, onde isto pode ser aplicado? Tal como a Álgebra e a Aritmética, a Geometria também gera questionamentos sobre sua aplicação na prática. Mas, até quem tem pouco estudo, consegue perceber que a Geometria está a nossa volta, em todo lugar: nos prédios, nas casas, nas praças, nos carros, etc.

Aqui, neste trabalho, nos restringiremos à Geometria Plana, em especial ao cálculo de área de figuras planas. Quando ainda era estudante do Ensino Fundamental, conseguia notar que os professores não tinham muita facilidade para ensinar tal conteúdo, tendo em vista que meus colegas não tinham bom desempenho nos exercícios de fixação. Como aluno curioso e crítico, procurava entender por que a maior parte da turma não conseguia assimilar aquilo que eu o fazia com pouca dificuldade. Hoje, sei o porquê disso: a forma como cada conteúdo é passado influencia no aprendizado do aluno. Se o objeto de estudo é transmitido de forma adequada, onde o professor contextualiza, interage com o aluno e este participa na construção do conhecimento, associando o conteúdo com o seu dia-a-dia, a aprendizagem é efetivada; caso contrário, cada aluno, principalmente aqueles que não se identificam com a Matemática, terá que se esforçar muito para aprender. Por isso, acredito que o responsável pela educação do aluno, fazendo com que ela seja proveitosa, é o professor. Agora, cabe à escola e, consequentemente, ao Estado oferecer recursos para que a tarefa do docente seja facilitada.

Aprender a calcular área de figuras planas não é tão difícil, se estivermos falando do triângulo, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e quadrado, ou de qualquer outra figura que seja a combinação de algumas destas. Vale lembrar aqui o Tangram, que é um retângulo formado por sete figuras planas: cinco triângulos retângulos isósceles – dois grandes, dois pequenos e um médio –, um quadrado e um paralelogramo. Iremos utilizar o Tangram como material concreto, para facilitar o aprendizado do cálculo de áreas das figuras planas, cobrindo superfícies, até atingir o preenchimento total de uma determinada região. Os alunos, fazendo uso do Tangram, descobrirão a medida da área de figuras planas, sem ao menos precisarem fazer uso de fórmulas matemáticas. Depois, o resultado será verificado, ao utilizar as fórmulas para o cálculo de áreas.

Na internet, encontramos diversos trabalhos que comprovam a utilidade do TANGRAM para a aprendizagem da Geometria Plana, inclusive do cálculo da área de figuras planas. “A utilização do Tangram geometricamente não se limita em apenas construir figuras, podem ser aplicados em estudos de áreas, ângulos, perímetros de algumas figuras geométricas. Levando o jogo para sala de aula é possível trabalhar com a modelagem de várias figuras onde os desafios propostos aos alunos seriam calcular as medidas das figuras construídas, utilizando-se de instrumentos de medição como: régua; transferidor; compasso, desenvolvendo o manuseio de tais instrumentos e colocando em prática o conteúdo de geometria.” (Alves, 2013). Conforme essa autora, o trabalho com o TANGRAM enriquece o aprendizado dos alunos quanto à Geometria Plana.

Para Gangi (2013), o TANGRAM torna possível o desbloqueio em alunos que não gostam da Matemática e se sentem incapazes de compreendê-la, é a mola impulsora para compor e decompor figuras. Comprovando que a aula de Matemática pode ser divertida independente da série, é um forte apelo lúcido interdisciplinar, ou seja, o aluno pode ver, tocar, construir [...]. Portanto, mais uma autora defende o efeito positivo que o TANGRAM promove nas aulas de Matemática, principalmente quando o assunto a ser estudado é Geometria Plana.

1. MEMORIAL ACADÊMICO

1.1. Histórico da formação escolar

Não me lembro dos primeiros anos na escola. Apenas sei que não era dedicado aos estudos até entrar no EF. Dava bastante trabalho aos colegas e professores e, em quase todas as semanas, ficava de castigo por alguma travessura que cometia. Porém, destes momentos no colégio, em que não era comportado, não gosto bem de lembrar, porque não servem de exemplo para quem deseja crescer na vida e ter um futuro promissor.

Até a 4ª série (atual 5º ano), estudei na Escola Ademar Leite, na cidade de Piancó. E, quando comecei a fazer o EF, estava estudando na EEEFM Beatriz Loureiro Lopes, na mesma cidade, onde concluí o EM.

Quando estava concluindo o EF, mais precisamente na 8ª série (atual 9º ano), passei a levar mais a sério os estudos, pois a falta de emprego e as condições financeiras da família, em particular, a minha condição, levaram-me a refletir sobre a importância do estudo como um todo, que me proporcionaria melhorias no âmbito financeiro, como também em outras áreas da vida. Ainda no 1º ano do EM, passei no concurso da prefeitura de Itaporanga, onde trabalho até hoje. Continuei meus estudos, almejando um dia ingressar na faculdade, onde faria Licenciatura em Matemática. Com esforço, dedicação e apoio de colegas e professores, concluí o EM e estava mais perto do ES.

1.2. Histórico da formação universitária

Depois que terminei o EM, desejei fazer o vestibular da UFPB Virtual. Contudo, por falta de atenção, perdi o período de inscrição e tive que esperar cerca de um ano para me inscrever no próximo vestibular.

Chegado o dia da inscrição, em 2010, não perdi tempo e garanti minha vaga na UFPB, na modalidade virtual, no polo de Itaporanga. Fiquei bastante feliz, porque, como sempre me identifiquei com a Matemática, à formação superior nesta área era um sonho que começava a se realizar. A EAD trouxe até mim a oportunidade de cursar Licenciatura em Matemática, através do programa UAB, criado pelo governo.

Encontrei muitas dificuldades, porém superei cada uma delas. Até o 6º período, nunca fiquei reprovado, nem fiz reposição. Mas, como necessitava trabalhar e consegui um emprego como Ch.da 17ª CIRETRAN - Piancó/PB, meu tempo começava a diminuir e as complicações surgiam a cada instante, devido o pouco tempo que tinha para estudar. Com esforço, concluí o 7º período e até pude adiantar uma disciplina do 8º período. E agora me encontro aqui, no 8º período, digitando este Memorial, tentando passar cada momento importante pelo qual passei. Contudo, não conseguirei dizer tudo aqui. Apenas quero falar que não foi, nem é fácil, mas estou conseguindo concluir o curso. Trabalho de segunda a sexta o dia todo e, um dia e outro não, à noite. Meu tempo é corrido, mas não desisti e nem penso nisso. Muito pelo contrário: desejo terminar este curso e farei o Mestrado, depois o Doutorado, porque costumo correr atrás dos meus sonhos até realizá-los.

2. REFLEXÃOTEÓRICA

2.1. Figuras planas e os PCNs

Todos os conteúdos que compõem a Matemática são importantes, tendo em vista que cada um deles possui aplicação no mundo real e/ou é útil para o estudo de outras Ciências. Porém, os conceitos geométricos, como afirmam os PCNs (BRASIL, 1998), se destacam no currículo de Matemática, no EF, pois é por meio deles que o aluno vem a desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Portanto, o estudo das figuras planas aproxima o aluno do mundo real, permitindo que o mesmo compreenda, descreva e represente cada forma plana, de modo organizado.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (BRASIL, 1998).

Daí, mesmo que somente se destaque aqui o cálculo da área de figuras planas, a Geometria possui uma infinidade de situações-problema que aproximarão os alunos do espaço em que vivem.

Do exposto, concluímos que os PCNs dão um valor especial às figuras planas, que são, na verdade, a ligação entre o mundo concreto e os conceitos geométricos, tendo em vista que cada uma delas é a representação de regiões planas do mundo real. Vale lembrar que cada conceito geométrico possui uma base nas figuras planas ou nas formas espaciais. Portanto, do mundo em que vivemos para o papel: desenhos de formas, que estão presentes em avenidas, navios, praças, prédios, pontes, carros, servem de alicerce para se desenvolver conceitos, que nos ajudam a compreender melhor o universo.

2.2. Conhecendo um pouco sobre áreas de figuras planas

Segundo Andrini (2002), para se medir é necessário comparar grandezas de mesma espécie e, para medir a superfície (ou a área) de uma figura plana, é preciso usar outra superfície como unidade de medida. Conforme esse autor, superfícies de quadrados são geralmente usadas como unidades padrão de medida. Por exemplo:

- Todo quadrado cuja área é de 1m² possui 1m de lado.

Assim, do exposto, podemos perceber que o quadrado de área unitária é tomado como padrão para se calcular as áreas das demais figuras planas. Por exemplo: Se uma figura plana tem 25 m² de área e, se ela fosse um quadrado, poderíamos sobrepor 25 quadrados de áreas unitárias sobre essa figura.

Vale lembrar que uma figura plana nada mais é do que um desenho de uma superfície plana que existe no mundo real. Daí, quando calculamos a área de uma figura plana, esse conhecimento pode ser aplicado no cotidiano. Por exemplo: Um terreno que possui a forma de um quadrado cujo lado mede 10 m pode ser desenhado no papel, em miniatura, e, usando os conhecimentos de cálculo de área, podemos calcular sua área, que, nesse caso, é 100 m².

Portanto, quando destacamos aqui o termo ‘figuras planas’, estamos na verdade trazendo para o papel a representação real de uma superfície plana. Logo, todo figura plana a ser citada neste trabalho existe no mundo real.

2.3. Figuras planas no cotidiano

Quando estudava Geometria plana no Ensino Fundamental, sempre me perguntava: “Onde irei aplicar tais conhecimentos?”. Hoje, percebo que toda a Geometria é útil no cotidiano. No entanto, não vamos falar dela em geral aqui. Pretendo destacar a Geometria Plana, em especial, as figuras planas mais conhecidas: paralelogramo, trapézio, retângulo, quadrado, losango e triângulo. O mais interessante é que estas figuras são desenhadas no papel e existem no mundo real.

Se olharmos para um edifício, conseguiremos enxergar um retângulo, um quadrado, um triângulo, um trapézio, etc. Os formatos das janelas de vários apartamentos e/ou de várias casas exploram estas figuras. Os terrenos são, geralmente, em forma de retângulos; a tela de um notebook, de um laptop, de um computador também assume esta forma; as faces de uma pirâmide são triângulos, etc.

Na foto abaixo, as janelas de vidro possuem forma de retângulos.

Figura 01: Pequeno jardim, próximo à sala de espera da 17ª CIRETRAN

Note que nesta foto a calçada está toda repartida em quadrados:

Figura 02: Entrada do estacionamento da 17ª CIRETRAN

Nesta foto agora a parte destacada tem a forma de um trapézio:

Figura 03: Visão lateral do prédio onde funciona a 17ª CIRETRAN

Percebe-se que, se tirássemos fotos de diversos lugares, muitas figuras planas, além das principais que conhecemos, apareceriam, tendo em vista que o mundo em que vivemos está rodeado de formas geométricas. Assim, todo conhecimento aqui apresentado tem aplicação significativa no dia-a-dia de cada ser humano.

2.4. As figuras planas

Passaremos a conhecer algumas figuras planas. Mas, antes de tudo, devemos lembrar que um quadrilátero é um polígono com quatro lados. Assim, todas as figuras planas mostradas neste trabalho, exceto o triângulo, são quadriláteras. Para definições mais precisas e um aprofundamento maior sobre os temas tratados aqui, sugerimos consultar o livro: **Geometria Euclidiana Plana** (Barbosa, 2006).

De acordo com Netto (1993), segue que:

- **Paralelogramo**

  É o quadrilátero que tem os lados opostos paralelos:

Figura 04: Paralelogramo: Geogebra.

$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ e $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$ se, e somente se, ABCD é paralelogramo

- **Trapézio**

  É o quadrilátero que tem dois lados opostos paralelos:

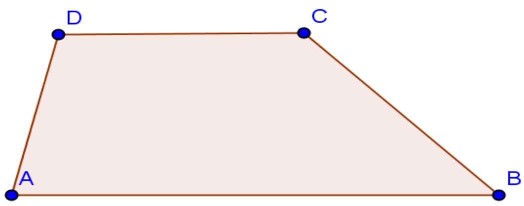

Figura 05: Trapézio: Geogebra.

$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ se, e somente se, ABCD é trapézio

- **Losangos**

São os paralelogramos que têm os quatro lados congruentes:

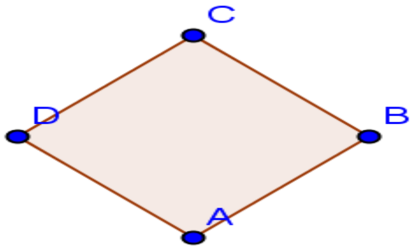

Figura 06: Losango: Geogebra.

$$\left.\begin{matrix}\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA} \\ \overline{AB} \; // \; \overline{CD} \; e \; \overline{AD} \; // \; \overline{BC}\end{matrix}\right\}\text{se, e somente se, ABCD é um losango}$$

- **Retângulos**

São os paralelogramos que têm os quatro ângulos internos retos:

Figura 07: Retângulo 01: Geogebra.

$$\left.\begin{matrix}\overline{AB} \; // \; \overline{CD} \; e \; \overline{AD} \; // \; \overline{BC} \\ \hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C} \cong \hat{D} \\ \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \text{ e } \hat{D} \; são \; todos \; retos\end{matrix}\right\}\text{se, e somente se, ABCD é retângulo}$$

- **Quadrados**

São os paralelogramos que têm os quatro lados congruentes e os quatro ângulos internos retos:

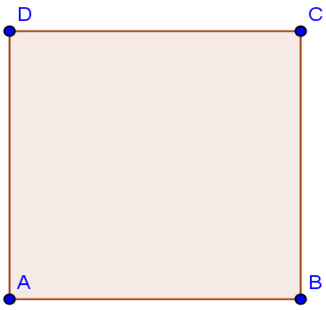

Figura 08: Quadrado 01: Geogebra.

$$\left.\begin{array}{c} \overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA} \\ \hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C} \cong \hat{D} \\ \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \text{ e } \hat{D} \text{ são todos retos} \end{array}\right\} \text{se, e somente se, ABCD é quadrado}$$

- **Triângulos**

São todos os polígonos que possuem três lados:

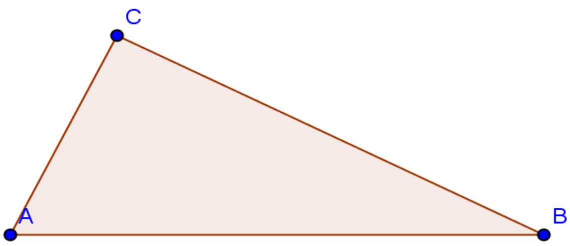

Figura 09: Triângulo acutângulo: Geogebra.

Acabamos de conhecer as seis principais figuras planas. Agora o que resta é aprender a calcular a área de cada uma delas.

2.5. Calculando a área das figuras planas através de fórmulas

Para se calcular a área de figuras planas, fazemos uso de fórmulas, que nos auxiliam nessa tarefa. Assim, segundo Barroso (2006), temos que:

- **Área do quadrado:**

Seja $\boldsymbol{l}$ a medida do lado de um quadrado:

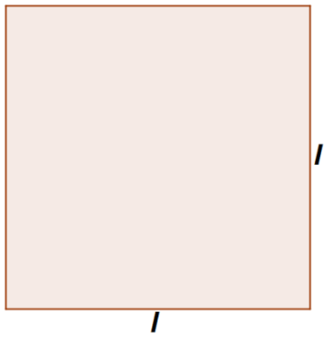

Figura 10: Quadrado 02: Geogebra e Paint.

A área **S** de um quadrado é dada por $\mathbf{S = \textit{l} \times \textit{l} = \textit{l}^2}$. Ou seja, a área de um quadrado é o quadrado da medida de seu lado. Para contextualizar, observe a seguinte situação-problema.

Exemplo 01: O pai perguntou ao filho estudioso como faria para saber quantos litros enche a caixa d’água. O filho respondeu: “Multiplique a área do fundo da caixa pela medida de sua profundidade. Aí, multiplique o resultado por 1000.” O fundo da caixa d’água é quadrado, com 3 m de lado, e sua profundidade é de 1,5 m. Quantos litros cabem na caixa d’água?

Resolução:

Como o fundo da caixa d’água é quadrado, sendo **S** a área do fundo da mesma, temos que $\mathbf{S = (3 \times 3)\ m^2 = 9\ m^2}$. Portanto, sendo **Q** a quantidade de litros que cabem na caixa d’água, temos:

$\mathbf{Q = 9 \times 1{,}5 \times 1000 = 13{,}5 \times 1000 = 13500\ l}$

Logo, a caixa d’água comporta 13500 litros.

- **Área do retângulo**

Sejam ***b*** a medida da base de um retângulo e ***h*** a medida de sua altura:

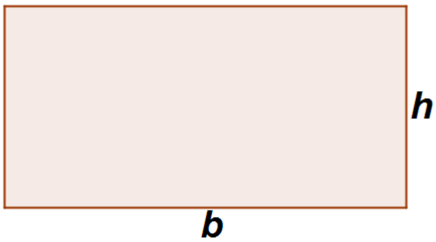

Figura 11: Retângulo 02: Geogebra e Paint.

A área **S** de um retângulo é dada por **S = *b* x *h***. Ou seja, a área de um retângulo é obtida através do produto da medida da base pela medida da altura. Vejamos os seguintes exemplos:

Exemplo 02: O quintal de seu Joaquim é um terreno retangular. Para que a frente da casa fique bem mais bonita, ele pretende colocar grama em toda a região do quintal. Ao procurar sobre o preço, o vendedor afirmou que cada metro quadrado de grama custa R$ 7,00. Sabendo que o quintal de seu Joaquim tem 5 m de comprimento e 3 m de largura, qual o valor que ele vai gastar para gramar todo o quintal?

Resolução:

Para descobrirmos quanto seu Joaquim irá gastar, precisamos saber a área do quintal. Como se trata de um retângulo, a fórmula a ser usada é **S = b x h**, onde **S** é a área do quintal, **b** o comprimento e **h** a largura. Assim, **S = (5 x 3) m² = 15 m²**. Logo, seu Joaquim deve comprar 15 metros quadrados de grama. Portanto, se um metro quadrado custa R$ 7,00, então o gasto total será de R$ 105,00 (15 x 7,00), que é o valor que seu Joaquim irá gastar para gramar todo o quintal.

Exemplo 03: (PUC-RIO 2008) Um festival foi realizado num campo de 240 m por 45 m. Sabendo que por cada 2 m² havia, em média, 7 pessoas, quantas pessoas havia no festival?

(a) 42.007

(b) 41.932

(c) 37.800

(d) 24.045

(e) 10.000

Resolução:

Calculando a área do campo, que é retangular, temos:

S = b x h = (240 x 45) m² = 10805 m², em que **S** é a área do campo, **b** o comprimento e **h** a largura. Para finalizarmos, vamos usar uma regra de três simples, com grandezas diretamente proporcionais:

$$\frac{2}{10805} = \frac{7}{x}$$

$$2x = 75635$$

$$x = 37817{,}5$$

Portanto, a única alternativa que mais se aproxima da resposta é a **(c)**. Logo, no festival, havia cerca de 37800 pessoas. No entanto, se fôssemos encontrar um valor mais aproximado, no festival, teriam aproximadamente 37817 pessoas.

- **Área do paralelogramo**

O paralelogramo pode ser transformado em um retângulo.
Veja a figura:

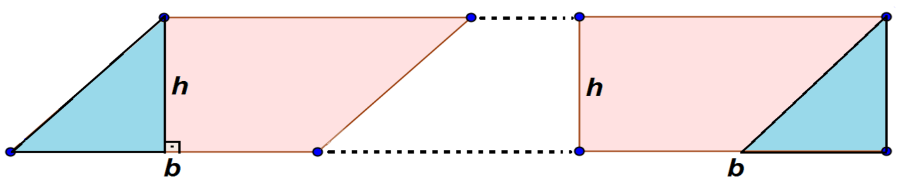

Figura 12: Paralelogramo convertido em retângulo: Geogebra e Paint.

Portanto, a área **S** de um paralelogramo é dada por **S = *b* x *h***. Ou seja, a área de um paralelogramo é obtida pelo produto da medida da base pela medida da altura, semelhantemente ao cálculo da área de um retângulo de mesma base e mesma altura. Vejamos um exemplo abaixo.

Exemplo 04: A pracinha de uma pequena cidade é conforme a figura:

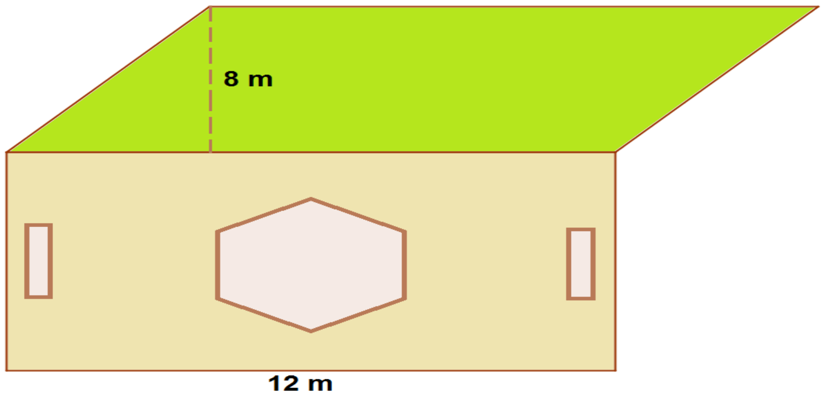

Figura 13: Pracinha: Geogebra e Paint.

Na parte verde, pretende-se gramar. Qual a área de grama a ser usada?

Resolução:

Como a parte verde da pracinha é um paralelogramo, sendo **S** sua área, temos que **S = b x h = (12 x 8) m² = 96 m²**, sendo **b** a base do paralelogramo e **h** a altura.

Portanto, a área de grama a ser usada é de 96 m².

- **Área do losango**

Da mesma forma que o paralelogramo pode ser transformado em um retângulo, o losango pode ser transformado em um retângulo.

Veja a figura:

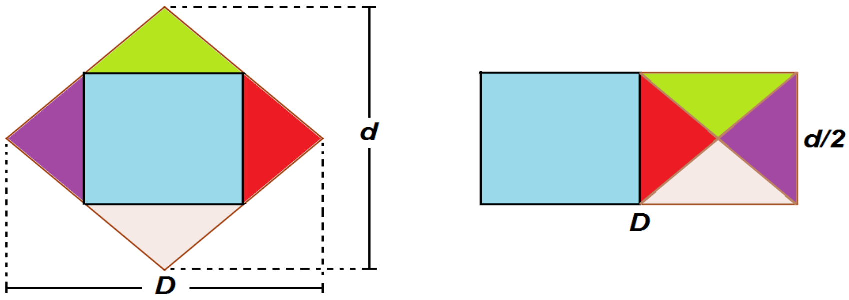

Figura 14: Losango convertido em retângulo: Geogebra e Paint.

Deste modo, a área **S** do losango é dada por **S = (D x d)/2**, onde **D** é a medida da diagonal maior e **d** é a medida da diagonal menor. Ou seja, a área de um losango é a metade do produto da medida da diagonal maior pela medida da diagonal menor. Como exemplo, temos:

Exemplo 05: A piscina da casa de Bruninha tem o fundo com a forma de um losango, onde a diagonal maior me 5 m e a diagonal menor mede 4 m. Se esta piscina possui 3 m de profundidade, quantos litros de água cabem na mesma?

Resolução:

Usando o mesmo raciocínio do **Exemplo 01**, onde **S** é a área do fundo da piscina, temos que **S = (5x4)/2 m² = 20/2 m² = 10 m²**. Portanto, sendo **Q** a quantidade de litros que cabem na mesma, temos que:

Q = 10x 3 x 1000 = 30 x 1000 = 30000 l

Logo, a piscina comporta 30000 litros de água.

- **Área do trapézio**

Seguindo o mesmo raciocínio, já o trapézio pode ser transformado em um paralelogramo, quando o mesmo é repetido.

Observe:

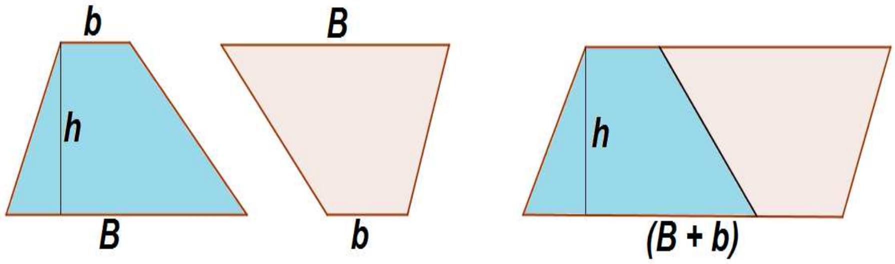

Figura 15: Composição de trapézios: Geogebra e Paint.

Se fôssemos calcular a área do trapézio azul, que é equivalente a calcular a área do trapézio rosa, o procedimento seria:

1. Sabendo que a área do paralelogramo é duas vezes a área do trapézio azul, visto que o trapézio foi repetido e juntado um ao outro, para se calcular a área desse trapézio, basta calcular a área do paralelogramo e dividi-la por dois.
2. Como a área **S** do paralelogramo formado é **S = (*B*+ *b*) x *h***, temos que a área $\mathbf{S_1}$ do trapézio azul é $\mathbf{S_1 = S/2}$.
3. Deste modo, temos que a área $\mathbf{S_1}$ do trapézio azul é dada por $$\mathbf{S_1} = \frac{(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{x}\ \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}.$$

Portanto, do exposto, tem-se que a área **S** de um trapézio é dada por $\mathbf{S} = \frac{(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{x}\ \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$, onde ***B*** é a medida da base maior, ***b*** é a medida da base menor e ***h*** é a medida da altura. Vejamos um exemplo:

Exemplo 06: (Barroso 2006) Um terreno tem a forma de um trapézio de bases medindo 36 m e 24 m, com altura de 20 m. Foi construído no local um galpão retangular de 10,6 m por 5,5 m. No restante do terreno foi plantada grama. Qual é a área da parte que foi gramada?

Resolução:

A ilustração abaixo representa o terreno.

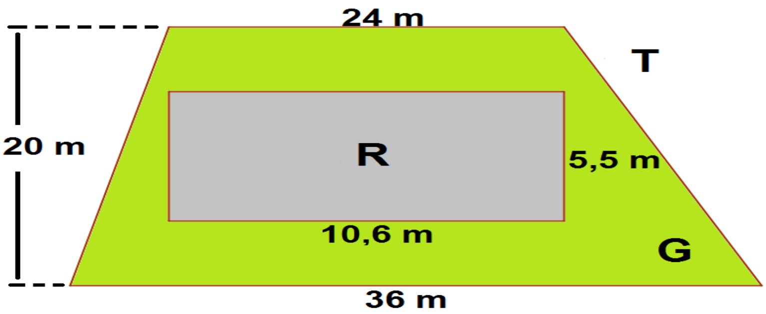

Figura 16: Terreno em forma de trapézio: Geogebra e Paint.

Suponhamos que **T** seja a área do terreno, **R** a área do galpão retangular e **G** a área da parte gramada. Então, **G = T – R**.

Como

$$\mathbf{T} = \frac{(36+24)x20}{2} = \frac{60\ x\ 20}{2} = 30\ x\ 20 = 600\ m^2$$

$$\mathbf{R} = 10{,}6\ x\ 5{,}5 = 58{,}3\ m^2$$

Logo, **G = (600 – 58,3) m² = 541,7 m²**. Assim, a área da parte que foi gramada é de 541,7 m².

- **Área do triângulo**

Todo triângulo pode ser transformado em um paralelogramo.

Veja a figura:

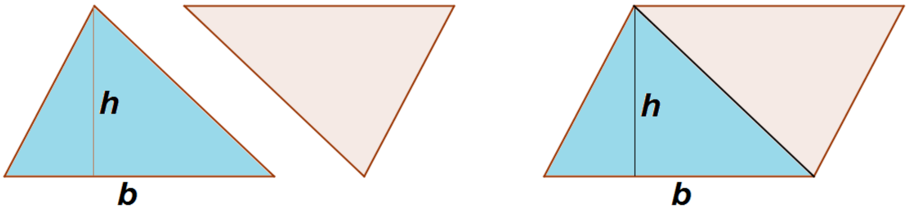

Figura 17: Composição de triângulos: Geogebra e Paint.

Usando o mesmo raciocínio anterior, se quisermos calcular a área do triângulo azul, basta calcular a área do paralelogramo formado e dividi-la por dois.

Portanto, a área **S** do triângulo azul é dada por $\mathbf{S} = \frac{b \, x \, h}{2}$, que é a fórmula geral para se calcular a área de um triângulo, onde ***b*** é a medida da base e ***h*** é a medida da altura.

Há mais fórmulas para se calcular a área de um triângulo. Dentre elas, temos a chamada *Fórmula de Heron*.

Considere ***a***, ***b***, ***c*** medidas dos lados do triângulo abaixo.

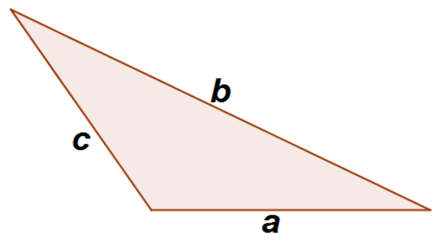

Figura 18: Triângulo obtusângulo: Geogebra e Paint.

Notemos também que $\mathbf{p} = \frac{a+b+c}{2}$ é o semiperímetro desse triângulo. Assim, apresentamos a *Fórmula de Heron*:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Logo, **S** é a área de um triângulo qualquer, calculada em função das medidas de seus lados. Como ilustração, temos:

Exemplo 07: Um pai de família, muito fascinado por geometria, deseja pintar um enorme triângulo na parede de seu quarto, de lados 3 m, 4 m e 5 m. Se, para cada metro quadrado, ele gastar 500 ml de tinta, quantos litros de tinta ele vai gastar para pintar todo o triângulo?

Resolução:

Para esse problema, temos o triângulo retângulo:

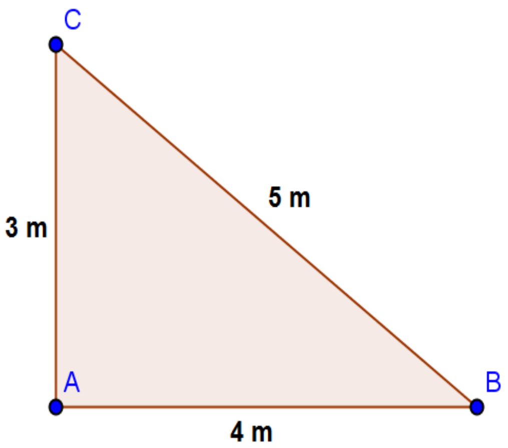

Figura 19: Triângulo retângulo: Geogebra e Paint

Primeira forma de resolver:

Resolvendo esse problema usando a fórmula de Heron, sendo: **a = 3 m**, **b = 4 m** e **c = 5 m** e **p = (3+4+5)/2 m = 6 m**.

Assim, sendo **S** a área do triângulo a ser pintado, tem-se que:

$$\boldsymbol{S = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}\, m^2 = \sqrt{6x3x2x1}}$$

$$\boldsymbol{S = \sqrt{36}\, m^2 = 6\, m^2}$$

Segunda forma de resolver:

Por meio da fórmula tradicional de cálculo de área de um triângulo, temos:

$$\boldsymbol{S = \frac{4\,x\,3}{2}\, m^2 = \frac{12}{2}\, m^2}$$

$$\boldsymbol{S = 6\, m^2}$$

Agora, utilizando uma regra de três simples, diretamente proporcional, temos:

$$\frac{1}{6} = \frac{500}{x}$$

$$x = 3000\, ml = 3\, l$$

Logo, para pintar todo o triângulo, serão gastos 3 litros de tinta.

3. PROPOSTA DE ENSINO: A ÁREA DAS FIGURAS PLANAS E O TANGRAM

De acordo com Lopes (1996), os alunos podem ser capazes de utilizar uma fórmula para calcular uma área, porém nem sempre têm ideia do que significa o número que obtém. Ou seja, a produção de significado dificilmente ocorre, e os alunos aprendem de forma mecânica.

Trabalhar com o TANGRAM, em sala de aula, na construção do conceito de área é uma ideia interessante, mas não inovadora, tendo em vista que muitos já o fizeram. Mas, serão concentrados aqui todos os esforços para que esta proposta de ensino seja proveitosa, permitindo que o estudante produza em si mesmo o significado de área das figuras planas.

É preciso salientar que o TANGRAM será usado somente como ferramenta que auxiliará na compreensão do conceito de área. Para reforçar o aprendizado e tornar mais científico o conteúdo, as fórmulas para o cálculo de área das figuras planas serão usadas em cada atividade proposta. Portanto, as atividades com o TANGRAM serão desenvolvidas, em conjunto, com estas fórmulas. Por isso, cada tarefa deve ser elaborada com bastante atenção, a fim de que o estudante venha a construir a ideia de área de forma significativa.

Logo, a proposta de ensino apresentada aqui, que visa oferecer ao professor um material que desenvolverá no aluno uma aprendizagem significativa, constitui da utilização do TANGRAM para produzir no estudante o conceito de área, vindo a despertar no mesmo a curiosidade e interesse, o que tornar a aula mais atraente, gerando com isso a atenção e dedicação em cada tarefa.

3.1. O tão famoso TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeça que nos permite montar várias figuras. Um jogo bastante famoso, que é formado por sete peças: cinco triângulos retângulos (dois grandes, dois pequenos e um médio), um quadrado e um paralelogramo. Se o montarmos com cuidado, podemos obter o seguinte quadrado:

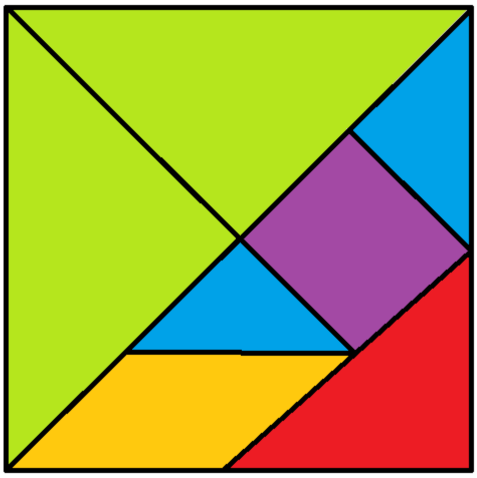

Figura 20: O Tangram: Geogebra e Paint.

Perceba que os triângulos verdes são congruentes, assim também como os triângulos azuis. Note ainda que a área do quadrado lilás é a soma das áreas dos dois triângulos azuis. Vale lembrar também que o quadrado, o triângulo vermelho e o paralelogramo possuem a mesma.

Portanto, pode-se perceber que o TANGRAM é um objeto interessante para se trabalhar com áreas de figuras planas. E, neste trabalho, essa ferramenta será usada como base para a proposta aqui apresentada. Por isso, não é preciso nos concentrar na história desse famoso jogo. Assim, ficaremos somente limitados a estas sete peças coloridas: dois triângulos verdes, dois azuis e um vermelho, um quadrado lilás e um paralelogramo amarelo. Isto é, utilizaremos como modelo o TANGRAM da Figura 19, que servirá como suporte a esta proposta. Em casa, o professor e/ou o aluno poderá confeccioná-lo, seja de madeira, cartolina, papelão, isopor, etc.

3.2. A área do TANGRAM-modelo

Imaginemos que o TANGRAM da Figura 19, que é um quadrado, tenha 16 cm^2 de área total. Ou seja, a medida do lado deste quadrado é de 4 cm.

Intuitivamente, percebemos que cada triângulo verde tem 4 cm^2; o triângulo vermelho, que é a metade do verde, possui área de 2 cm^2; e cada triângulo azul, que, ao serem postos lado a lado, de modo conveniente, formam o triângulo vermelho, passa a ter 1cm². O quadrado lilás e o paralelogramo amarelo ficam com 2 cm² de área, cada um deles. Perceba que, somando as áreas das setes peças, obtemos exatamente a área do quadrado.

Veja o cálculo:

$$(4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1)\ \text{cm}^2 = 16\ \text{cm}^2$$

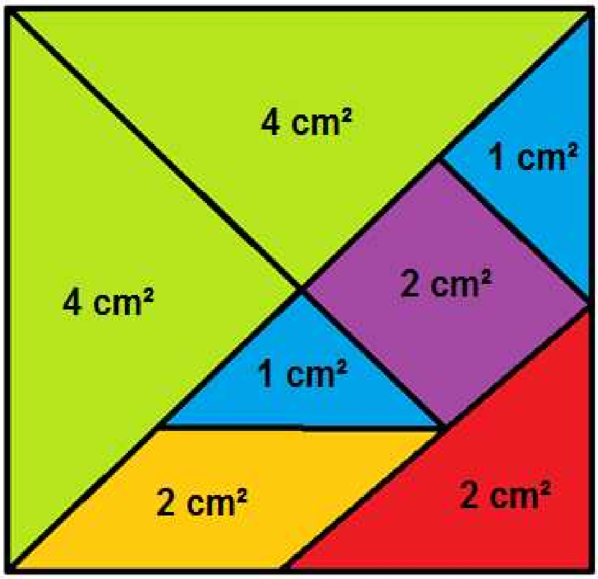

Figura 21: Tangram-modelo: Geogebra e Paint.

O interessante aqui é que cada triângulo azul servirá como unidade de área. Isso significa, por exemplo, que um paralelogramo de 8 cm² pode ser totalmente coberto por 1 triângulo verde e 2 triângulos vermelhos. Ou ainda: Um trapézio de 20 cm² pode ser coberto por 20 triângulos azuis.

Observe:

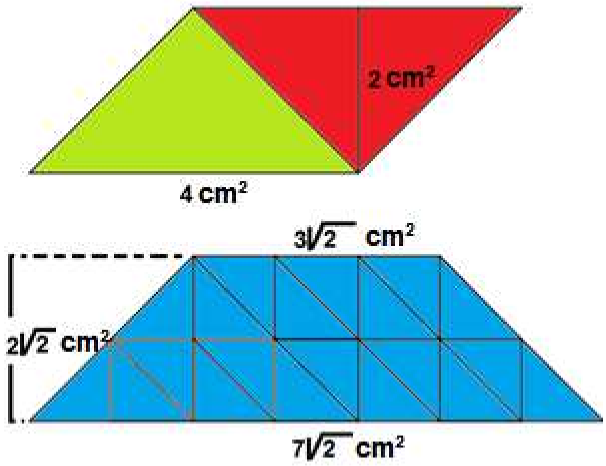

Figura 22: Paralelogramo e Trapézio: Geogebra e Paint.

Portanto, o professor de Matemática, ao trabalhar com o cálculo da área de figuras planas, pode usar as peças do TANGRAM, a fim de que possa cobrir cada figura que pretender calcular a área. Depois, o resultado encontrado é conferido com o cálculo da área, através da fórmula correspondente. Não é necessário usar todas as sete peças em cada atividade, nem somente, uma vez cada uma delas, como percebemos na Figura 21. O aluno, na verdade, manipulará todas as peças, mas utilizará apenas as necessárias. Vale lembrar que, como, em alguns casos, serão imprescindíveis diversas peças repetidas, o professor deverá providenciar o maior número de peças possível, ou seja, vários TANGRANS para um só aluno. Mas, por questão de simplicidade, faremos uso aqui apenas de dois TANGRANS.

3.3. Cobrindo as figuras planas

Partindo do **TANGRAM-modelo**, que tem 16 cm² de área, cada aluno deve realizar atividades que solicitem o valor da área de figuras planas. Primeiramente, é claro que não será usada nenhuma fórmula matemática, porque o foco maior é o uso do TANGRAM. Porém, depois de obtida a resposta, será utilizada a fórmula adequada para conferir o resultado, permitindo que o estudante pratique e venha a desenvolver uma aprendizagem significativa.

Pode-se aqui apresentar diversos exemplos para cada figura plana, contudo vamos expor apenas um exemplo para cada uma delas.

Devemos lembrar também que esta proposta de ensino é simples. Por isso, evitaremos o uso de fórmulas e cálculos mais complexos. Ainda por este motivo, não será dado exemplo aqui que faça uso da *Fórmula de Heron*.

Vamos supor que aqui o aluno já conheça as fórmulas de áreas de figuras planas, para depois de cada atividade comparar os resultados obtidos.

Para que venhamos compreender melhor esta proposta, apresentaremos aqui várias sugestões de atividades que podem ser trabalhadas em sala de aula. A partir de agora, vamos sugerir algumas atividades que podem ser aplicadas em sala de aula, para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. As mesmas servirão para melhor entendimento da proposta de ensino aqui desenvolvida.

ATIVIDADE 01:

Dado o quadrado

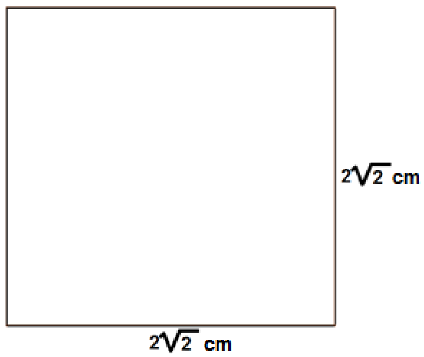

Figura 23: Quadrado 03: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse quadrado é coberto:

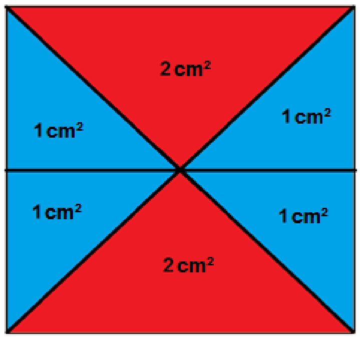

Figura 24: Quadrado coberto por peças do Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do quadrado dado é de 8 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do quadrado, sendo **S** a medida de sua área, temos:

$$\mathbf{S} = \left(2\sqrt{2}\ x\ 2\sqrt{2}\right)cm^2 = 4\sqrt{4}\,cm^2 = 8\ cm^2$$

ATIVIDADE 02:

Dado o retângulo

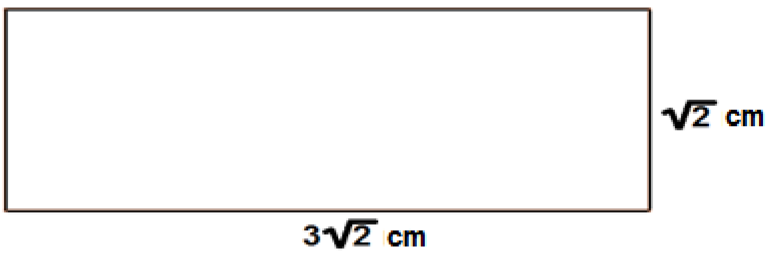

Figura 25: Retângulo 03: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse retângulo é coberto:

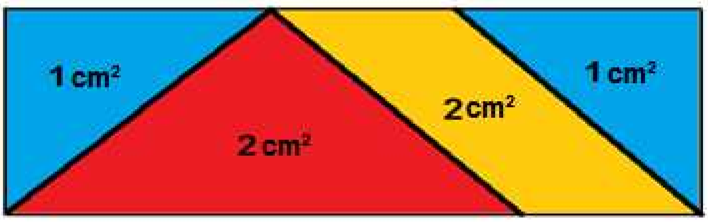

Figura 26: Retângulo coberto por peças do Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do retângulo dado é de 6 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do retângulo, sendo **S** a medida de sua área, temos:

$$\mathbf{S} = \left(3\sqrt{2}\ x\ \sqrt{2}\right)cm^2 = 3\sqrt{4}\,cm^2 = 6\ cm^2$$

ATIVIDADE 03:

Dado o paralelogramo

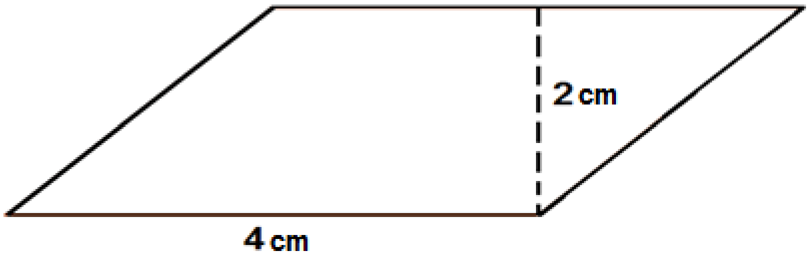

Figura 27: Paralelogramo 02: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse paralelogramo é coberto:

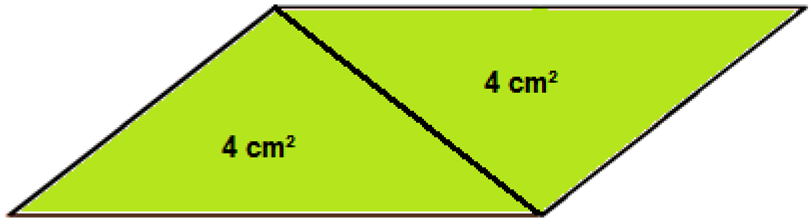

Figura 28: Paralelogramo coberto-Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do paralelogramo dado é de 8 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo, dado **S** a medida de sua área, temos:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{4}\ \boldsymbol{x}\ \mathbf{2}\ )\boldsymbol{cm}^{\mathbf{2}} = \mathbf{8}\ \boldsymbol{cm}^{\mathbf{2}}$$

ATIVIDADE 04:

Dado o losango

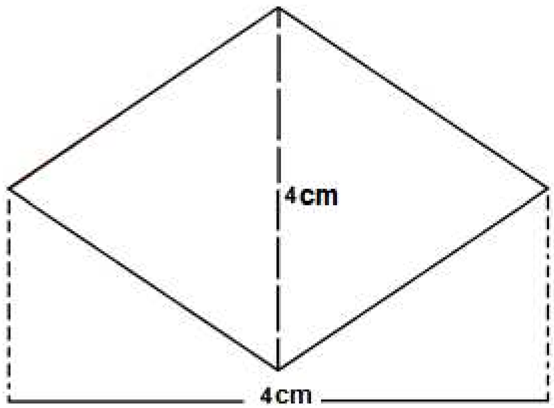

Figura 29: Losango 02: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse losango é coberto:

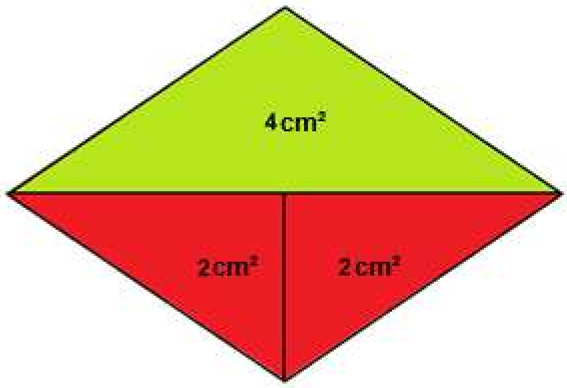

Figura 30: Losango coberto por peças do Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do losango dado é de 8 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo, dado **S** a medida de sua área, temos:

$$\boldsymbol{S = \frac{(4\ x\ 4\ )}{2} cm^2 = 8\ cm^2}$$

ATIVIDADE 05:

Dado o triângulo

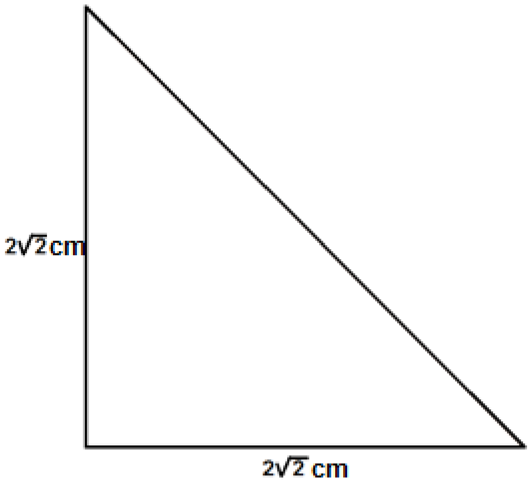

Figura 31: Triângulo retângulo: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse triângulo é coberto:

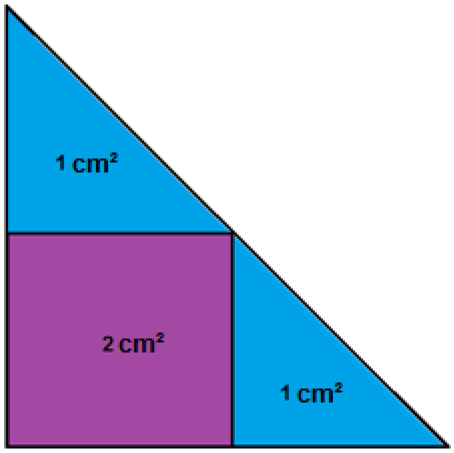

Figura 32: Triângulo coberto por peças do Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do triângulo dado é de 4 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do triângulo, dado **S** a medida de sua área, temos:

$$\boldsymbol{S} = \frac{\left(\boldsymbol{2\sqrt{2}\ x\ 2\sqrt{2}}\right)}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{cm}^2 = \frac{\left(\boldsymbol{4\sqrt{4}}\right)}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{cm}^2 = (\boldsymbol{2\ x\ 2})\boldsymbol{cm^2} = \boldsymbol{4\ cm}^2$$

ATIVIDADE 06:

Dado o trapézio

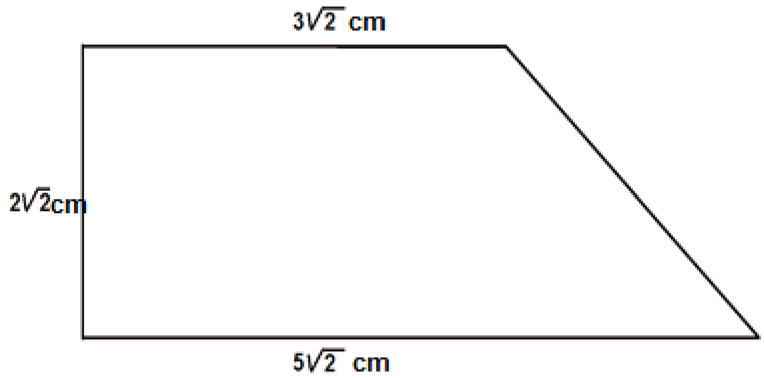

Figura 33: Trapézio 02: Geogebra e Paint.

Por tentativas, esse trapézio é coberto:

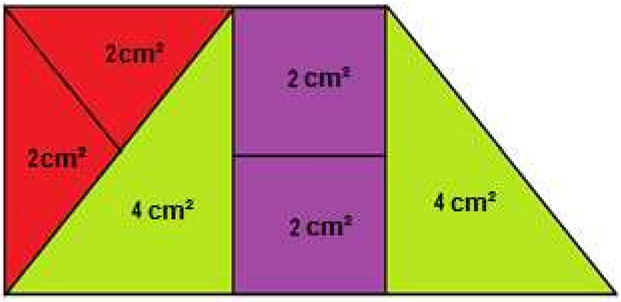

Figura 34: Trapézio coberto por peças do Tangram: Geogebra e Paint.

Logo, conclui-se que a área do trapézio dado é de 16 cm².

Usando a fórmula para o cálculo da área do trapézio, sendo **S** a medida de sua área, temos:

$$\boldsymbol{S} = \frac{\left(5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}\right) x\ 2\sqrt{2}}{2}\, cm^2 = \frac{8\sqrt{2}\ x\ 2\sqrt{2}}{2}\, cm^2 = 8\sqrt{4}\ cm^2 = 16\ cm^2$$

ATIVIDADE 07: Limitação do TANGRAM. Para resolver o **Exemplo 07**, proposto no capítulo 2, não podemos usar o TANGRAM-modelo, tendo em vista que as medidas são em metros e que também as peças do mesmo não são suficientes. Logo, vemos que nem toda questão que trata do cálculo de área de figuras pode ser resolvida com o TANGRAM-modelo. A proposta aqui desenvolvida tem como objetivo ajudar aos alunos a compreenderem o conceito de área e a chamar a atenção dos mesmos para o assunto aqui abordado.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cálculo da área de figuras planas é uma tarefa simples para alguns, porém muito difícil para outros. Os que aprendem com muita dificuldade, necessitam de ajuda, para que seja amenizada sua situação; e aqueles que possuem facilidade de aprendizagem nesta área também vão precisar de auxílio, a fim de que tenham maior proveito. Portanto, todos precisam de um facilitador de aprendizagem, que é o professor. Assim, cabe ao professor desenvolver estratégias de ensino, para que os alunos tenham uma aprendizagem significativa. No entanto, além dessas estratégias, existem materiais concretos que auxiliam o professor em sua tarefa. E, dentre eles, destacamos o TANGRAM, que é um quebra-cabeça bastante rico e com muitas utilidades. Aqui, utilizamo-lo como instrumento facilitador da compreensão dos alunos quanto ao conceito de área de figuras planas.

Este trabalho iniciou-se de forma bastante organizada, destacando primeiro as figuras planas; depois, apresentando as fórmulas para cálculo de suas áreas; e, por último, fizemos uso do TANGRAM, para que pudesse servir de suporte à construção de significados por parte do estudante e para que o ensino ficasse mais atraente.

A proposta de ensino aqui apresentada não foi usada em sala de aula, na prática, porém tenho plena certeza de que o resultado de sua aplicação é muito proveitoso, porque, como estudante de Matemática e formando nesta disciplina, pude entender melhor o conceito de área, após desenvolver esta proposta.

Portanto, para a compreensão ideal da temática aqui defendida, devemos fazer uso do TANGRAM, a fim de que o cálculo de área das figuras planas não seja apenas algo mecânico, mas divertido, atraente e proveitoso.

REFERÊNCIAS

ALVES, Daiane Cristina. GAIDESKI, Gislaine. JUNIOR, José Maria Teles Carvalho. **O Uso do Tangram para Aprendizagem de Geometria Plana**. [online] Disponível na internet via WWW. URL: http://tcconline.utp.br/wp-content/uploads/2012/05/O-USO-DO-TANGRAM-PARA-APRENDIZAGEM-DE-GEOMETRIA-PLANA.pdf. Arquivo capturado em 02 de agosto de 2013.

ANDRINI, Álvaro: **Novo Praticando Matemática** / Álvaro Andrini, Maria José C. de V. Zampirolo. – São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BARBOSA, João Lucas Marques Barbosa. **Geometria Euclidiana Plana**. Coleção do Professor de Matemática/SBM. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

BARROSO, Juliana Matsubara**: Projeto Araribá: matemática** / obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Juliane Matsubara Barroso. – 1. Ed. – São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1998.

GANGI, Sandra Regina da Silva. **Geometria Plana: O Uso do Jogo Tangram no Ensino da Matemática como Material Lúcido**. [online] Disponível na internet via WWW. URL: http://www.sinprosp.org.br/congresso_matematica/revendo/dados/files/textos/Sessoes/GEOMETRIA%20PLANA_%20A%20IMPORT%C3%82NCIA%20DO%20JOGO%20TANGRAM%20NO%20ENSINO%20DA%20.pdf. Arquivo capturado em 02 de agosto de 2013.

LOPES, Maria Laura M. Leite: **Geometria: na era da imagem e do movimento** / Coordenação de Maria Laura M. Leite Lopes [e] Lilian Nasser. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

NETO, Scipione di Pierro: **Matemática Conceitos e Histórias** / Scipione di Pierro Neto – São Paulo: Editora Scipione, 1993.