UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO - PPGE
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

CRISTIANE CARVALHO BEZERRA DE LIMA

ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM MAPAS CONCEITUAIS

João Pessoa - PB
2011

CRISTIANE CARVALHO BEZERRA DE LIMA

ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM MAPAS CONCEITUAIS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado, do Programa de Pós – graduação em Educação, da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação, na linha de pesquisa: Processos de Ensino – Aprendizagem, sob a orientação do Professor Dr. Romero Tavares da Silva.

João Pessoa - PB
2011

L732a Lima, Cristiane Carvalho Bezerra de.
Análise combinatória: uma aprendizagem significativa com mapas conceituais / Cristiane Carvalho Bezerra de Lima.-- João Pessoa, 2011.
201f. : il.
Orientador: Romero Tavares da Silva
Dissertação (Mestrado) – UFPB/CE
1. Educação – Matemática. 2. Ensino de matemática. 3. Aprendizagem significativa. 4. Mapas conceituais. 5. Análise combinatória. 6. Taxonomia de Bloom-Modificada.

UFPB/BC CDU: 37(043)

CRISTIANE CARVALHO BEZERRA DE LIMA

ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM MAPAS CONCEITUAIS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado, do Programa de Pós – graduação em Educação, da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação, na linha de pesquisa: Processos de Ensino – Aprendizagem, sob a orientação do Professor Dr. Romero Tavares da Silva.

Aprovada em 31 / 10 / 2011

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Romero Tavares da Silva – Orientador
Doutor em Física – USP/SP
Universidade Federal da Paraíba – CCEN/PPGE/DF

Prof. Dr. Fernando Cézar Bezerra de Andrade
Doutor em Educação – UFPB/PB
Universidade Federal da Paraíba – CE/DFE

Prof. Dr. Alex Sandro Gomes
Doutor em Ciências da Educação – UPV/França
Universidade Federal de Pernambuco – CIN/DSC

João Pessoa - PB
2011

DEDICO este trabalho de pesquisa a todos profissionais da Educação que escolheram ser professores por acreditarem na construção de uma Educação de qualidade.

AGRADECIMENTOS

Todo o trabalho não seria possível sem a colaboração direta ou indireta de várias pessoas, mesmo sem as citá-las tiveram influências significativas para a realização desse projeto. Registro meus agradecimentos, que são muitos, a todas elas e em particular:

A Deus, por tudo!

Ao professor orientador Romero Tavares pela confiança depositada em mim, por todos os trabalhos disponibilizados, todos os momentos de reflexões, pela paciência em minha ansiedade, por sua segurança e por ter sido um organizador prévio das idéias deste estudo.

À minha família, minha querida mãe Mª Salete, meu pai Ulisses, irmã Edlaine e irmão Marcos, minha amada filha Iasmin e ao meu companheiro e esposo Francisco Lima que souberam entender minha opção pelo estudo, compreendeu e respeitou minha ausência em tantos momentos e, como ninguém me apoiaram nos momentos difíceis e brindaram a cada etapa vencida.

Aos colegas Cristiane Ângelo, Cibele Castro, Emmanoel Falcão e a Valdecir Teófilo, por dedicar-se na avaliação e validação dos mapas conceituais e no questionário pré e pós-teste.

A amiga Severina Andréa Dantas (Andréa) por ter me apresentado o grupo de estudo do professor Romero, proporcionando o percurso inicial desse projeto, além de ter me incentivado em vários momentos decorrentes da pesquisa, muito obrigada amiga.

Ao professor Dr. João Agnaldo do Nascimento pelos cuidados e dedicação no tratamento estatístico dos dados da pesquisa.

Ao grupo de pesquisa sobre aprendizagem significativa, em especial a Kátia que contribui na aprendizagem significativa da utilização do software Cmap Tools para elaboração dos mapas conceituais e a Rejane, amiga de orientação que me ajudou muito nas análises dos dados qualitativos e nas revisões gramaticais.

Ao professor regente Jomoaldo Ferreira da Costa da escola Luzia Simões Bartollini, no qual realizei minha pesquisa.

Aos membros da escola Luzia Simões Bartollini que me cederam o espaço da escola à realização da pesquisa, em especial Lucélia, Ailza, Marlene e José.

A Francisca Rolin, diretora da Escola Carl Rogers em qual trabalho e que posso desfrutar de várias reflexões a cerca de uma educação transformadora e de qualidade, através das conversas e de materiais educativos disponibilizados.

Aos colegas da UFPB Virtual em qual faço parte como professora da disciplina Estágio Supervisionado II, podendo citar, Ramon, Joelson, Alissá, Amanda e muitos outros que me ajudaram com palavras de incentivo, materiais, sites, dentre outros recursos envolvidos na pesquisa.

Aos colegas da turma 29 que iniciaram com grande fervor e nas disciplinas de Pesquisa da Educação puderam contribuir com seus trabalhos, suas angustias e que me serviram de organizadores prévios na aprendizagem sobre pesquisas.

Aos professores da graduação, que disponibilizaram materiais didáticos e incentivaram na minha trajetória acadêmica.

Aos professores Fernando Cézar e Alex Sandro por aceitar participar da banca examinadora e tratar do tema da pesquisa com muita dedicação, além de sugerir melhorias significativas nos dados coletados, tornando dessa forma meu trabalho dissertativo com maior rigor no que tange um trabalho científico.

A todos os professores (as) e amigos do PPGE que com sua paciência conseguiram transparecer a verdadeira essência da palavra educação o meu muito obrigada.

“Tão importante quanto o que se ensina e se aprende é como se ensina e como se aprende”.

(César Coll)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma estratégia de ensino de matemática numa perspectiva de aprendizagem significativa, referente ao conteúdo do Ensino Médio intitulado Análise Combinatória, a fim de que possamos entender os processos de contagem a partir da compreensão dos conceitos envolvidos. Para o desenvolvimento da pesquisa, utilizaram-se pressupostos de uma metodologia de ensino baseada na teoria de David Ausubel e nas estratégias dos mapas conceituais de Joseph Novak e Bob Gowin, como mecanismo de estruturação do conhecimento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo mencionado. Ausubel nos fala que o conhecimento será adquirido e retido se o aprendiz conseguir associar as ideias relevantes pré existentes em sua estrutura cognitiva com as novas informações que estão sendo oferecidas. Nesta direção, Novak utiliza-se dos mapas conceituais para que essa relação entre o conhecimento existente e o adquirido tenha sentido para o aprendiz. Nosso trabalho foi de caráter experimental, expondo o conteúdo Análise Combinatória através do uso de mapas conceituais construídos e sistematizados pela Taxonomia de Bloom-Modificada, de maneira que verificamos a aprendizagem significativa no aprendiz. Para essa verificação, aplicamos um teste antes e depois da exposição do conteúdo, com uso de mapas conceituais na turma experimental e sem o uso de mapas conceituais na turma controle. Os resultados foram avaliados sobre um aspecto quantitativo e uma análise qualitativa, comprovando que o uso de mapas conceituais no estudo de matemática, especificamente no conteúdo trabalhado, favoreceu a aprendizagem significativa.

Palavras-chaves: Educação Matemática. Aprendizagem Significativa. Mapas conceituais. Análise Combinatória. Taxonomia de Bloom-Modificada.

ABSTRACT

This work presents a strategy for teaching mathematics in a meaningful learning perspective, concerning the content of high school called Combinatorial Analysis, to understand the processes of counting from the understanding of the concepts involved. For the development of research, we used the assumptions of a teaching methodology based on the theory of David Ausubel and strategies of concept maps by Joseph Novak and Bob Gowin, as a mechanism for structuring the knowledge of students in the teaching and learning of the content mentioned. Ausubel tells us that knowledge is acquired and retained if the learner able to associate the relevant ideas in our pre-existing cognitive structure with the new information being offered. In this sense, Novak uses the concept maps for this relationship between existing and acquired knowledge is meaningful to the learner. Our study was an experiment, exposing Combinatorial Analysis content through the use of concept maps constructed and systematized by Bloom's Revised Taxonomy, so that we find meaningful learning in the apprentice. To check this, we apply a test before and after exposure of the content, using concept maps in the experimental class and without the use of concept maps in class Control. The results were evaluated on a quantitative and a qualitative analysis, proving that the use of concept maps in the study of mathematics, specifically in the content worked, favored meaningful learning.

Keywords: Mathematics Education. Meaningful Learning. Concept Maps. Combinatorial Analysis. Bloom's Revised Taxonomy.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

ANOVA – Análise de Variância
CEN – Coordenadoria da Educação Nacional
CEP – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
CNB – Conselho Nacional de Educação Básica
CSC – Contextualização Sócio-Cultural
DP – Diferenciação Progressiva
E – R - (estimulo – resposta)
ENEM – Exame Nacional do Ensino Média
EUA – Estados Unidos da América
FGV – Fundação Getúlio Vargas de São Paulo
GEEN – Grupo de Estudos com Ensino de Matemática
IC – Investigação e Compreensão
IHMC – Instituto para a Cognição do Homem e da Máquina
LDB – Lei de Diretrizes e Bases
OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN + - Parâmetros Curriculares Nacionais mais Ensino Médio
PFC – Princípio Fundamental da Contagem
PPGE – Programa de Pós-Graduação em Educação
RC – Representação e Comunicação
RI – Reconciliação Integrativa
SPSS – Statistical Package for the Social Sciences
UFCE – Universidade Federal do Ceará
UFPB – Universidade Federal da Paraíba
UNESP – Universidade Estadual de São Paulo
ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE APÊNDICES

LISTA DE ANEXOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> O conhecimento não está nos livros à espera de que alguém venha a aprendê-lo; o conhecimento é produzido em resposta a perguntas; todo novo conhecimento resulta de novas perguntas, muitas vezes novas perguntas sobre velhas perguntas (POSTMAN e WEINGARTNER,1969 *apud* MOREIRA, 2000, p.1).

A educação brasileira passou por grandes reformas ao longo da história, e nesse percurso o Ensino da Matemática também teve suas modificações. Apesar disso, ainda encontramos muitos alunos com dificuldades ao se depararem com conceitos e ideias em que não veem sentido. Estas surgem da falta de subsunçores que são capazes de proporcionar a ancoragem dos novos conceitos.

Também observamos as várias dificuldades que os alunos enfrentam quando estão aprendendo o estudo da Análise Combinatória. Um dos problemas é aplicação do conteúdo através de fórmulas que para os alunos não têm muito sentido, se tornando muito abstrato e sem aprendizagem significativa. Acreditamos que essa aprendizagem poderia ser mais bem compreendida usando o Princípio Fundamental da Contagem – PFC como ponte subsunçora para o ensino da Análise Combinatória.

A presente dissertação teve como objetivo geral avaliar o uso de mapas conceituais como facilitador da aprendizagem significativa no que diz respeito ao estudo da Análise Combinatória, bem como ferramenta de avaliação de conhecimento e estruturador do processo de aprendizagem.

Para a execução do projeto tivemos os seguintes objetivos específicos:

- Construir mapas conceituais que indicassem de maneira sistemática uma estratégia de aprendizagem sobre Análise Combinatória, em que os conceitos fossem expostos de forma hierárquica e propusessem uma diferenciação progressiva e uma reconciliação integrativa entre esses conceitos;
- Utilizar-se dos mapas conceituais construídos para apresentar os conceitos gerais e específicos, bem como resolver problemas envolvendo o conteúdo da Análise Combinatória sem a necessidade da exposição direta de fórmulas ou a memorização de estratégias prontas para resolver determinadas situações;

- Avaliar a contribuição do uso de mapas conceituais para o ensino e aprendizagem dos conceitos envolvidos no estudo da Análise Combinatória através de um questionário aplicado antes e depois da exposição do conteúdo envolvido na pesquisa;
- Verificar nos resultados, obtidos através da aplicação do questionário nas turmas experimental e controle, a ocorrência da aprendizagem significativa.

Assim para construção dos mapas, aplicação em sala de aula e a análise dos resultados foram necessárias várias pesquisas de referenciais teóricos, cujo resultado foi a construção desta dissertação, que está distribuída em nove capítulos que versam sobre a temática em questão.

O capítulo sobre “As teorias da Aprendizagem Escolar” inicia-se com um breve histórico dos tipos de aprendizagem, para que possa respaldar e justificar a escolha da aprendizagem significativa. Também descrevemos a caracterização dessa aprendizagem, bem como fatores que favorecem sua ocorrência. Para fundamentar a construção dos mapas no capítulo seguinte, apontamos os princípios ausubelianos. Ao final do capítulo apresentamos um mapa conceitual que tanto serviu de resumo do capítulo como mostrou uma das diversas utilidades dessa estratégia de aprendizagem.

O capítulo seguinte, sobre Mapas Conceituais, aponta a contribuição da Teoria de Ausubel na construção de organizadores, a saber, mapas conceituais, que se fundamentam nessa teoria constituindo-se como uma estratégia para aprender significativamente. Nesse capítulo também apresentamos instruções completas sobre a construção de mapas conceituais, pois, segundo Novak (1984, p.18), “as pessoas pensam com conceitos e os mapas conceituais servem para exteriorizar esses conceitos e melhorar o pensamento”.

O capítulo sobre Educação Matemática traça um panorama do currículo Matemático, enfatizando a Análise Combinatória, temática em discussão, apontando sugestões dadas pelos documentos oficiais de educação no que se refere à aplicação em sala de aula. Nesse capítulo abordamos questões utilizadas na elaboração dos mapas conceituais, bem como no questionário que serviu de teste para verificar a ocorrência da aprendizagem do conteúdo estudado pelos alunos.

Para fundamentar a construção dos mapas conceituais nos objetivos esperados segundo os documentos nacionais do Ensino Médio sobre o conteúdo estudado, tratamos no capítulo “Instrumento de Avaliação: Taxonomia de Bloom” dos objetivos educacionais, que trata de um referencial para classificar afirmações das quais se espera que os alunos aprendam como resultado da instrução.

O questionário sistematizado de acordo com a Taxonomia de Bloom-Modificada, além de proporcionar uma motivação para o aprendizado, forneceu subsídio para o aluno avançar em graus de complexidade de conhecimento e permitir ao professor observar como e de que modo ele evoluiu. A discussão do questionário mencionado e a elaboração dos mapas conceituais, por outro lado, favoreceram no processo de assimilação e reflexão, ajudando o aluno na interiorização das informações e na construção de significados.

No capítulo Método, descrevemos a construção dos mapas conceituais e das questões do pré e pós-teste, bem como sua validação de acordo com profissionais da área. Também relatamos algumas atividades feitas pelos alunos considerados na pesquisa, com o intuito de compreendermos como ocorreu a aprendizagem do conteúdo nas duas turmas escolhidas.

Após a aplicação dos questionários pré e pós-testes, explanamos os resultados e discussões em capítulos distintos, de forma que, no capítulo dos Resultados apresentamos dados estatísticos no qual abordamos quantitativamente o processo do experimento, e no capítulo das Discussões, abordamos a entrevista feita por alunos da Turma Experimental, expressando assim, uma abordagem qualitativa.

O capítulo das Considerações Finais esclarece nosso resultado favorável na utilização dos mapas conceituais sobre Análise Combinatória, de forma a proporcionar uma Aprendizagem Significativa de Conceitos e também de Procedimentos, ou seja, da utilização de Cálculos.

Para sintetizar os textos da dissertação, optamos pelos apêndices e anexo, que aqui são considerados de grande importância quando lidos paralelamente aos capítulos já citados.

2 AS TEORIAS DA APRENDIZAGEM ESCOLAR: UM ENFOQUE NA APRENDIZAGEM VERBAL SIGNIFICATIVA

> Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fato isolado mais importante que informação na aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie-se isso os seus ensinamentos (AUSUBEL, 1980, p. viii).

O objetivo desse capítulo é apresentar os tipos gerais de aprendizagem que caracterizam a aprendizagem escolar, de modo a investigar e explicar os motivos que nos levaram à escolha pela aprendizagem significativa.

O capítulo está dividido em três seções. Pretende-se explicar nessas seções, os conceitos de aprendizagem, a aprendizagem significativa e propor uma estratégia de aprendizagem. Para isso, partimos de uma revisão sobre os tipos de aprendizagem juntamente com seus percussores, a fim de oferecer explicações sobre os processos de aprendizagem escolar, desde a segunda década do século XX, perpassando os anos 60, com a chegada da "Revolução Cognitiva" (COLL *et al.*, 2000b, p.215).

1.1 AS TEORIAS DA APRENDIZAGEM: UMA BREVE REVISÃO LITERARIA

Para apresentarmos e discutirmos as teorias e os teóricos que abordam o processo de aprendizagem, daremos um enfoque no conhecimento e compreensão dos conceitos e noções básicas de cada teoria e os princípios fundamentais em que se organizam e se articulam, mas também abordaremos suas limitações e particularidade.

Começamos por falar sobre o conceito de aprendizagem. Para muitos estudiosos a aprendizagem está definida como o processo por meio do qual os indivíduos adquirem novos conhecimentos, produzidos pela sociedade, desenvolvem competências e mudam o comportamento relativamente estável (AUSUBEL, 1980).

Assim, Tavares e Alarcão (2005, p.97) destacam as principais teorias que explicam como esses processos funcionam e seus principais representantes. São elas: behaviorista/comportamentalista – o condicionamento clássico (cujos autores mais conhecidos são Pavlov e Watson), o condicionamento operante/instumental (cujos autores mais conhecidos são Thorndike e Skinner), a teoria da aprendizagem social (cujo autor mais conhecido é Bandura), as teorias cognitivas (cujos autores mais conhecidos são Piaget e Ausubel), o movimento humanista (cujos autores mais conhecidos são Rogers e Maslow) e a teoria sóciocultural (autores são Vygostky e Wallon).

No início do Século XX, as teorias da aprendizagem são caracterizadas pelo condutismo, com ênfase na importância do ambiente na hora de determinar o comportamento, através da linguagem E-R (estímulo - resposta). Essa corrente comportamental divide-se em três processos, segundo Coll *et al.* (2000b, p. 216): Processos de condicionamento clássico; Processos de condicionamento operante; e Processos de modelagem.

Nos processos de condicionamento clássico, defendido pelo fisiólogo russo Pavlov (1849-1936), a aprendizagem acontece quando o estímulo condicionado provoca a resposta condicionada na ausência do estímulo incondicionado inicial. O exemplo extraído dos trabalhos de Pavlov é o da aprendizagem, por parte de um cachorro, da conduta de salivação ao sentir o som de um sininho:

> Em primeiro momento o cachorro saliva (resposta incondicionada), quando lhe é oferecida alguma comida (estímulo incondicionado), mas quando soa um sininho (estímulo condicionado) diversas vezes ao apresentar a comida, o cachorro começa a salivar (resposta condicionada) (COLL *et al.* , 2000b, p.216).

O condicionamento clássico como processo de aprendizagem é importante, pois desencadeia, mediante novos estímulos, respostas que já existem, porém não permite explicar aprendizagem de comportamentos novos.

Para o estudo da aprendizagem de novos comportamentos, destacamos o condicionamento operante, estudado pelo psicólogo B. F. Skinner. Nos processos de condicionamento operante a aprendizagem acontece mediada pelo reforço, pois à medida que um comportamento é positiva ou negativamente reforçado, o organismo tende a repetir, e ao contrário, quando o comportamento é positiva ou negativamente punido o organismo tende a extinguir, diminuindo a frequência de maneira gradual, operando desse modo num sentido instrumental.

A aplicação desse processo na aprendizagem escolar pode ser observada nas propostas de Skinner e seus seguidores que são: o ensino programado e as técnicas de modificação da conduta.

No primeiro caso, o “ensino programado” é feito por um “programa” com sequência ordenada de perguntas ao aluno, com grau de dificuldade crescente, que proporcione as respostas finais estabelecidas pelo programador. Quanto às “técnicas de modificações de conduta”, são estratégias que facilitam conseguir mudanças pequenas, mas estáveis no comportamento do aluno, permitem também ensinar ao aluno habilidades de auto-observação, autocontrole e autoregulação de conduta (COLL *et al.,* 2000b, p.216).

O terceiro dos processos condutistas é a modelagem, estudado por Bandura, o mais conhecido dos autores que estudaram esse tipo de processo. A aprendizagem nesse processo de modelagem se dá por observação de modelos: nesse caso, o mecanismo básico é a imitação dos comportamentos dos modelos observados.

Devido à diversidade das teorias da aprendizagem inspiradas no condicionamento, e suas aplicações no âmbito escolar, fica difícil avaliar suas proposições dos processos de mudança educativa (COLL *et al*., 2000b p.226).

> Sendo assim, vê-se que, no momento atual, alguns dos seus traços paradigmáticos distintivos e característicos comportam limitações notáveis para compreender, completamente e em conjunto, os processos de aprendizagem escolar. Pode-se afirmar isso, em particular, de aspectos como, por exemplo, a sua abordagem molecular de comportamento humano, a linearidade do seu modelo de explicação causal, o periferismo e o reducionismo dos fenômenos mais complexos aos seus componentes mais simples (COLL *et al.,* 2000b p.226).

Podemos observar que a maioria dos autores que trabalham com essas teorias incluem atualmente, nas formulações, elementos que ultrapassam claramente esses traços, apropriando-se de outras propostas alternativas procedentes da psicologia cognitiva (COLL *et al.,* 2000b, p.226).

A Teoria Genética da Aprendizagem, proposta por Piaget, afirma que:

> A aprendizagem é um processo relativo. O que o aluno é capaz de saber depende, sobretudo do que já sabe. O conhecimento se constrói ao longo da vida e que essa construção adota a mesma progressão para todos os sujeitos, subordina a aprendizagem ao desenvolvimento. Quer dizer que, o que uma pessoa pode compreender, assimilar e, portanto, aprender depende do seu nível de desenvolvimento cognitivo (COLL *et al*., 2000b, p. 252).

A Teoria Psicogenética defendida por Piaget concentra-se na construção do conhecimento através de ações físicas ou mentais, sobre objetos que, provocando o desequilíbrio, resultam em assimilação e acomodação em construção de esquemas ou conhecimento.

A visão de Piaget sobre a aprendizagem aponta a importância do ponto de vista do aluno e sua atividade sobre qualquer aquisição do conhecimento, pois explica o mecanismo geral no qual o aluno adquire esses conhecimentos. Nesse aspecto a teoria ajuda no delineamento de programas, elaboração de tarefas, organização de atividades na aula, entendendo as dificuldades que o aluno enfrenta de acordo com suas capacidades cognitivas.

Porém, o modelo de Piaget, segundo Coll *et al.* (2000b, p.256):

> Mais interessa em dar explicações sobre a evolução espontânea das capacidades lógicas dos alunos ao longo do seu desenvolvimento, em vez de explicar os mecanismos mais específicos de aprendizagem em situações escolares. Esse modelo, que pode servir para adquirir alguns conhecimentos gerais – sobretudo nas primeiras etapas do desenvolvimento – é incapaz de explicar as condições de aprendizagem mais específica, culturalmente relacionadas para a escola. Esse último além de demandar a intervenção de fatores ligados a conteúdos demanda mecanismo social e cultural (COLL *et al*., 2000b, p. 256).

A teoria sociocultural, idealizada pelo psicólogo russo L. S. Vygotsky inspira-se nas ideias sobre o caráter social e culturalmente mediado dos processos psicológicos mais caracterizados dos seres humanos. (COLL *et al*., 2000b, p. 258)

Segundo Coll *et al.* (2000b, p.259), para Vygostsky, a aprendizagem se dá através dos signos e sistemas de signos que servem de mediadores nos processos psicológicos superiores, não têm um caráter individual, mas foram elaborados pela humanidade, e, portanto sua origem é social.

Em Coll *et al.* (2000b, p. 260), vemos que, para Vygotsky, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) pode ser definida como a diferença existente entre o nível do que a pessoa é capaz de fazer com a ajuda de outros e o nível das tarefas que pode fazer independentemente.

Para Aragão (*apud* PEREIRA, 2008 p.26), a aprendizagem é resultado da interação entre o que o aluno já sabia e os novos conhecimentos adquiridos em que ocorre mudança ou evolução das ideias que os estudantes já apresentavam. Assim, a aprendizagem implica, em modificações na estrutura cognitiva do estudante, e não apenas em acréscimos.

2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL

Antes de falarmos sobre a Teoria Significativa da Aprendizagem é importante sabermos um pouco da biografia de seu percussor, e como isso influenciou na sua postura. David Paul Ausubel nasceu nos Estados Unidos, na cidade de Nova York, no ano de 1918 e sua família judia pobre, imigrante da Europa Central, que sofrerou preconceitos e conflitos.

A Teoria de Ausubel é o oposto da educação violenta e reacionária que recebeu no colégio. Para Ausubel a escola era “um cárcere para meninos, o crime de todos é a pouca idade e por isso os carcereiros lhes dão castigos” (AUSUBEL, 1968). Sua formação acadêmica se deu na Universidade de Nova York e suas ideias basearam-se na corrente cognitivista e construtivista.

É importante ressaltar que a Teoria de Ausubel não se refere a todos os tipos de aprendizagem, mas dá ênfase para a Aprendizagem Significativa Verbal, que é predominante em sala de aula.

A Teoria da Aprendizagem Significativa indica proposta sobre a aprendizagem escolar e do ensino, propondo uma psicopedagogia através do norte americano D. P. Ausubel, que entende a aprendizagem como um processo de modificação do conhecimento e não de comportamento em um sentido externo e observável, distanciando-se das propostas condutistas.

É provável que a Teoria de Ausubel tenha sido influenciada pela Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Piaget, em que a aprendizagem se dá quando as informações são armazenadas de forma organizada na mente de quem está aprendendo.

A Teoria de Ausubel promove uma Aprendizagem Verbal Significativa, ou seja, o indivíduo recebe informações através da linguagem dos signos de maneira verbal e eficiente, de tal forma que o ensino leva a um conhecimento mais seguro e durável. Quando o indivíduo aprende de forma significativa, tem o domínio dos conceitos e preposições de forma a conseguir integrar uma nova informação nos conhecimentos previamente adquiridos.

Podemos identificar quatro processos de aprendizagem: aprendizagem por recepção; aprendizagem por descoberta, aprendizagem mecânica ou receptiva e a aprendizagem significativa.

A aprendizagem por recepção se dá por meio da apresentação de conteúdos como produto final, em que o indivíduo recebe a informação sem muita interação no processo construtivo do conhecimento. Embora o conhecimento possa ser significativo, corre-se o risco de não termos um conhecimento duradouro, pois no processo de recepção os conhecimentos novos podem não ser associados a conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do aluno.

A aprendizagem por descoberta acontece mais autonomamente, ou seja, o conteúdo é descoberto por quem aprende, antes que ele seja incorporado na estrutura cognitiva. Por exemplo, aplicar uma informação de um problema a uma fórmula, ou seja, temos um conteúdo mais ou menos acabado, e os indivíduos vão descobrir se a resposta está de acordo com o problema ou não.

A aprendizagem mecânica ou receptiva é o processo pelo qual o conhecimento é armazenado de forma arbitrária e sem conexão com conceitos prévios. Acontece geralmente quando o indivíduo memoriza a informação para aquele propósito, mas depois de um tempo o conhecimento é esquecido.

A aprendizagem significativa acontece por meio do qual os novos conhecimentos são bem organizados e armazenados, articulando-se na estrutura cognitiva de forma a conectar-se com conhecimentos prévios e gerar uma predisposição para aprender.

Para Ausubel a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa não são aprendizagem opostas, na verdade em alguns casos o indivíduo precisa receber informações de forma mecânica, quando na estrutura cognitiva faltam-lhe informações para associar com novos conhecimentos.

Segundo Ausubel (*apud* PRAIA, 2000, p.123) “a aprendizagem por recepção ou descoberta podem ser significativas, desde que a nova informação se incorpore de um modo não arbitrário e literal às estruturas cognitivas”.

A estrutura cognitiva de que Ausubel fala, é onde “processa a organização e integração da informação a aprender”. Entendida como “conteúdo total organizado das ideias de um indivíduo; ou, no contexto da aprendizagem de uma matéria de ensino, o conteúdo e organização das ideias numa área particular de conhecimentos” (MOREIRA e MASINI, 1982).

Para Ausubel as novas ideias e informações que o aprendiz associa com os conhecimentos prévios na estrutura cognitiva são “idéias-âncora” ou conceitos subsunçores.

A essência da aprendizagem significativa é que a nova informação, ao ser relacionada com a estrutura cognitiva, acontece de forma não-arbitrária (não aleatório) e não substantiva (não literal e não verbal). O não arbitrário porque a nova informação vai ser estruturada aos conhecimentos já existentes que já são relevantes, de forma que funcione como “ancoragem”. A substantividade refere-se ao significado da nova informação, portanto o individuo entenderá aquela nova informação mesmo de diferentes formas apresentadas, através de sinônimos, por exemplo, pois o que é mais importante é o significado e não somente o signo.

Nesse processo a nova informação interagiu com uma estrutura de conhecimento específico, a qual Ausubel define como conceito subsunçor, existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. À medida que a aprendizagem vai se tornando significativa, os subsunçores se tornam mais elaborados e prontos para ancorar novos conhecimentos.

Essas interpretações sobre como acontece a aprendizagem significativa, podem ser observadas na Figura 1, que mapeia as principais ideias da aquisição do conhecimento de forma hierárquica e subsequente.

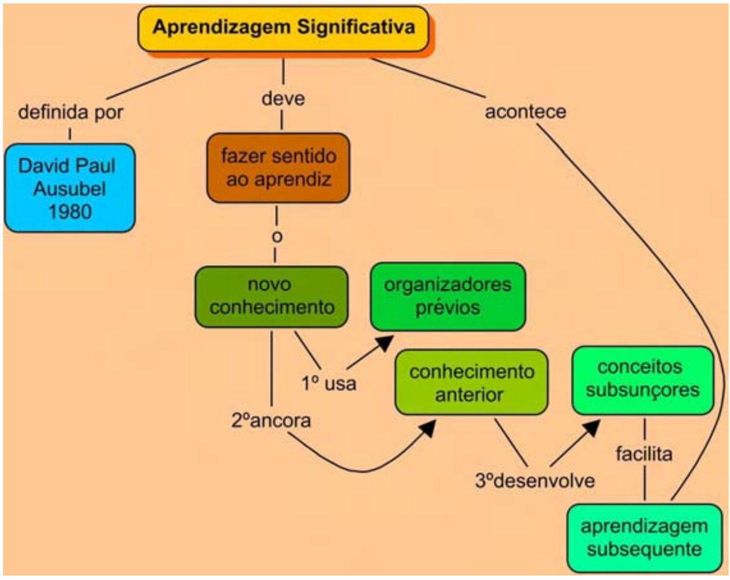


Figura 1. Mapa Conceitual sobre a Aprendizagem Significativa segundo a teoria de Ausubel.

2.3 TIPOS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Ausubel descreve três tipos de Aprendizagem Significativa: representacional, de conceitos e proposicional.

A **aprendizagem representacional** está ligada aos símbolos ou imagens, em que se “estabelece uma equivalência entre os símbolos arbitrários e os seus referentes correspondentes (objetos, exemplos, conceitos), passando a remeter o indivíduo ao mesmo significado” (PRAIA, 2000, p.125). A aprendizagem se torna significativa, pois as proposições de equivalência proposicionais (símbolos já existentes na mente) são relacionadas a casos mais específicos, na estrutura cognitiva, com essa generalização apresentada (proposição).

A **aprendizagem de conceitos** trata-se de um caso particular da aprendizagem representacional, pois os conceitos são representados por símbolos. Nessa aprendizagem interessam os significados dos conceitos, objetos e acontecimentos, que são representados por uma palavra específica, ou que existe uma “equivalência entre a palavra que representa o conceito e o próprio conceito” (PRAIA, 2000, p.125).

A **aprendizagem proposicional** consiste em aprender “os significados das ideias expressas por grupos de palavras (geralmente representando conceitos) combinados em proposições ou sentenças”.

Assim para a aprendizagem significativa, é preciso que exista um símbolo representando um conceito, que por sua vez tem um significado dentro de um contexto, tornando-se as ideias potencialmente significativas.

A aprendizagem proposicional pode ser: subordinada, superordenada ou combinatória.

Na **aprendizagem proposicional subordinada,** “os novos conceitos ou proposições potencialmente significativos se relacionam ou interagem com uma ideia particular relevante, mais abstrata, geral e mais inclusiva as idéias-âncoras (existentes na estrutura cognitiva do indivíduo)” (PRAIA, 2000, p.126) A aprendizagem proposicional subordinada pode ser derivativa ou correlativa. A **derivativa** acontece quando o novo conceito a ser aprendido é um caso específico do conteúdo (conceito ou proposição preexistente), com “estabilidade e inclusividade”. A **correlativa** acontece quando o novo conceito a ser aprendido é uma continuidade, “elaboração, modificação, ou qualificação” (PRAIA, 2000, p.126) dos conteúdos ou proposições preexistentes.

Na **aprendizagem proposicional superordenada** as ideias-âncoras (novas ideias ou conceitos subsunçores) são interrelacionadas entre os conceitos existentes, passando a subordinar os conceitos ou proposições já existentes na estrutura cognitiva.

> Trata-se de um tipo de aprendizagem pouco frequente, mas muito importante na formação de conceitos e na unificação e reconciliação integradora de proposições aparentemente não relacionada ou conflituosa (MOREIRA, 1997 *apud* PRAIA, 2000, p.126).

A **aprendizagem proposicional combinatória** acontece quando a nova ideia não está hierarquicamente relacionada com as ideias preexistente na estrutura cognitiva, ou seja, não é nem exemplo nem generalização do conteúdo existente. Na verdade usam-se conceitos já dominados pelos alunos para ensinar novos conceitos e que guardam alguma relação com os antigos que servirão como âncora.

> Refere-se à aprendizagem do significado de um novo conceito ou proposição que não são subordinado, nem superordenados, em relação a proposições ou conceitos específicos, podem relacionar-se com antecedentes amplos de um conteúdo genericamente relevante na estrutura cognitiva (PRAIA, 2000, p.126-127).

Segundo o modelo ausubeliano, a aprendizagem significativa só ocorrerá se indivíduo, material e estrutura cognitiva estiverem em harmonia.

O indivíduo deve ter predisposição para a aprendizagem, ou seja, interesse em relacionar, de forma não-arbitrária e substantiva, à ideia-âncora na sua estrutura cognitiva. Se ele apenas memorizar arbitraria e literalmente ocorrerá uma aprendizagem mecânica.

Como diz Ausubel (1976):

> Para que ocorra realmente aprendizagem significativa não é suficiente que o novo material seja intencional e que se relacione substancialmente com as idéias correspondentes abstratamente (...). É também necessário que esse conteúdo idealmente pertinente exista na estrutura cognitiva do aluno em particular (AUSUBEL, 1976, p.215).

Além da predisposição do indivíduo, o novo material (conteúdo) deve ser potencialmente significativo, capaz de relacionar-se com o material já existente, e por fim, a estrutura cognitiva do indivíduo deve apresentar ideias-âncoras específicas para se relacionar com as novas ideias-âncoras.

2.4 CRITÉRIOS PARA A OCORRÊNCIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: A FUNÇÃO DOS ORGANIZADORES PRÉVIOS NA AUSÊNCIA DE IDEIAS-ÂNCORAS (CONCEITOS SUBSUNÇORES)

A aprendizagem significativa é a aquisição, retenção e organização de significados na estrutura cognitiva (ARAGÃO, 1976, p.2).

Ausubel defende que a aprendizagem significativa se desenvolve apresentando primeiramente os conteúdos mais gerais e inclusos para depois progressivamente apresentar os conceitos mais específicos e subordinados. Esses conteúdos mais gerais e abrangentes servirão de “âncoras” aos conteúdos existentes e potencialmente significativos, que depois, progressivamente diferenciados, em termos de detalhes e especificidade. (PRAIA, 2000, p.130-131)

A existência de ideias-âncoras (conceitos e proposições claras, estáveis, diferenciáveis, especificamente relevantes) (MOREIRA, 1997, *apud* PRAIA, 2000, p.128-129) na estrutura cognitiva do indivíduo facilita a assimilação dos novos conceitos.

Quando essas ideias-âncoras não existirem ou estiverem “obliteradas”, Ausubel propõe os organizadores prévios que servirão de “âncora as novas aprendizagem, proporcionando o desenvolvimento de ideias-âncoras (conceitos subjacentes) as novas aprendizagem subsequente.” (MOREIRA e MASINI, 1982, *apud* PRAIA, 2000, p.129).

De acordo com Ausubel existe uma tendência reducionista da estrutura cognitiva humana, de modo que ao passar o tempo, as ideias mais específicas vão sendo progressivamente assimiladas pelas mais gerais às quais estão ligadas, e vão sendo gradativamente esquecidas. Caso a subordinação de um conceito com outro tenha sido feito corretamente, mesmo que o novo conceito alargue o sentido do antigo conceito, a obliteração não significará perda de informação.

A obliteração pode ocorrer de três formas:

Um conceito ou ideia se liga a outro, tanto o novo quanto o velho se modificam, ou seja, a perda de informação acarretou em um novo conceito mais inclusivo do que o anterior, isso porque o conceito “a ser esquecido” já não é mais considerado importante pela estrutura cognitiva, assim âncora e ancorado não mais se distinguem, de modo que o conceito mais inclusivo já abarca o mais restrito, prescindindo dele.

Pode ocorrer ainda uma obliteração quando um conceito novo, ao se ligar no conceito anterior não seja diferenciado adequadamente, de modo que ambos, conceito novo e anterior, parecem ser a mesma coisa, mas só de aparência, o que torna o conceito novo menos inclusivo e desnecessário.

Uma terceira possibilidade de obliteração será quando o novo conteúdo se liga a ideias pouco estáveis da estrutura cognitiva do indivíduo, nesse caso ou as ideias novas se reduzirá a que foi ancorada, ou não se modificará de forma a englobar a essência dela, nesse caso a informação se perdeu por não ter sido assimilado corretamente.

Os organizadores prévios podem ser “explicativos” ou “comparativos”, favorecendo a fixação dos novos conceitos à estrutura cognitiva existente. São materiais apresentados antes do conteúdo que se pretende ensinar, sendo mais gerais, abstratos e inclusivos, tendo relação com o conteúdo a ser aprendido ou a uma atividade.

Ausubel define a principal função dos organizadores prévios como “pontes cognitivas” entre o que o aluno já sabe com as novas ideias a serem aprendidas (explicativos). Seria uma espécie de “ancoradouro provisório” (MOREIRA, 1997 *apud* PRAIA, 2000, p.129) para facilitar a aprendizagem. Mas também servirão para “reavivar” conteúdos e significados já existentes do aluno, que não são usados a muito tempo (comparativos).

2.5 PRINCÍPIOS AUSUBELIANOS

Ausubel apresenta quatro princípios programáticos dos conteúdos curriculares para proporcionar a aprendizagem significativa: diferenciação progressiva, reconciliação integrativa, organização sequencial e consolidação.

O **princípio da diferenciação progressiva** trata da aprendizagem em que os conteúdos são apresentados dos mais gerais e inclusivos para que progressivamente, sejam diferenciados aos conteúdos mais específicos e detalhados.

O **princípio da reconciliação integrativa** é o processo pelo qual existe uma reconciliação real e manifesta entre os conteúdos existentes, de forma a destacar as diferenças e similaridades relevantes.

O **princípio de organização sequencial** tem o papel de “sequenciar os conteúdos, ou unidades de estudos, de maneira tão coerente quanto possível (atendendo aos princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa)” com relações de dependência naturalmente existentes na matéria de ensino. (MOREIRA, 1997 *apud* PRAIA 2000, p.131).

Por fim o **princípio da consolidação** trata-se de insistir no domínio do conteúdo em que o aluno já sabe para promover o aprendizado, utilizando da aprendizagem sequencialmente organizada.

Dos quatro princípios Praia (2000) constata:

> O desenvolvimento cognitivo é um processo dinâmico no qual os novos conhecimentos estão em constante interação com os já existentes. Assim, a estrutura cognitiva resulta progressivamente mais diferenciada e tende a organizar hierarquicamente os conceitos e proposições, partindo dos mais gerais para os menos inclusivos, que se assimilam aos primeiros (PRAIA, 2000, p.131).

A facilidade de uma aprendizagem significativa em sala de aula, isto é, a manipulação deliberada dos atributos cognitivos para fins pedagógicos, é realizada de duas maneiras (PRAIA, 2000, p.128): Substantivamente e Programaticamente.

Primeiro deve-se substantivar, usando os conceitos e proposições unificadoras do conteúdo, pois esses têm o poder explicativo, inclusivo e generalizado do assunto. É importante selecionar ideias básicas para não sobrecarregar o aluno com o que não é importante e não lhe prejudicar na aquisição de uma estrutura cognitiva adequada.

Depois que selecionar o conteúdo unificador, deve-se programar a matéria em estudo, identificando os conceitos e sua relação hierárquica, para depois sequenciar os conteúdos em ordem decrescente de inclusividade, utilizando das dependências sequenciais naturalmente existentes entre os tópicos.

Assim, para haver a aprendizagem significativa segundo a teoria de Ausubel, o aluno deve estar predisposto ao aprendizado e o conteúdo deve ser potencialmente significativo. A aquisição do conhecimento acontece quando o novo conteúdo for assimilado com conteúdo preexistente na estrutura cognitiva, de forma que ocorra uma mudança cognitiva, ou seja, o aluno seja capaz de resolver problemas novos e não familiares.

Para termos um panorama das ideias mais relevantes sobre Aprendizagem Significativa, observe na Figura 2 o resumo desse capítulo. As cores distintas revelam conceitos distintos, que estão dispostos de forma hierárquica em grau de importância. Fica a cargo do leitor identificar cada conceito dentro do capítulo para elucidar ainda mais as ideias relevantes. Porém, observando o mapa (Figura 2) não serão necessários uma nova leitura no capitulo, visto que a visão geral que ele proporciona reflete uma boa ordenação na estrutura cognitiva.

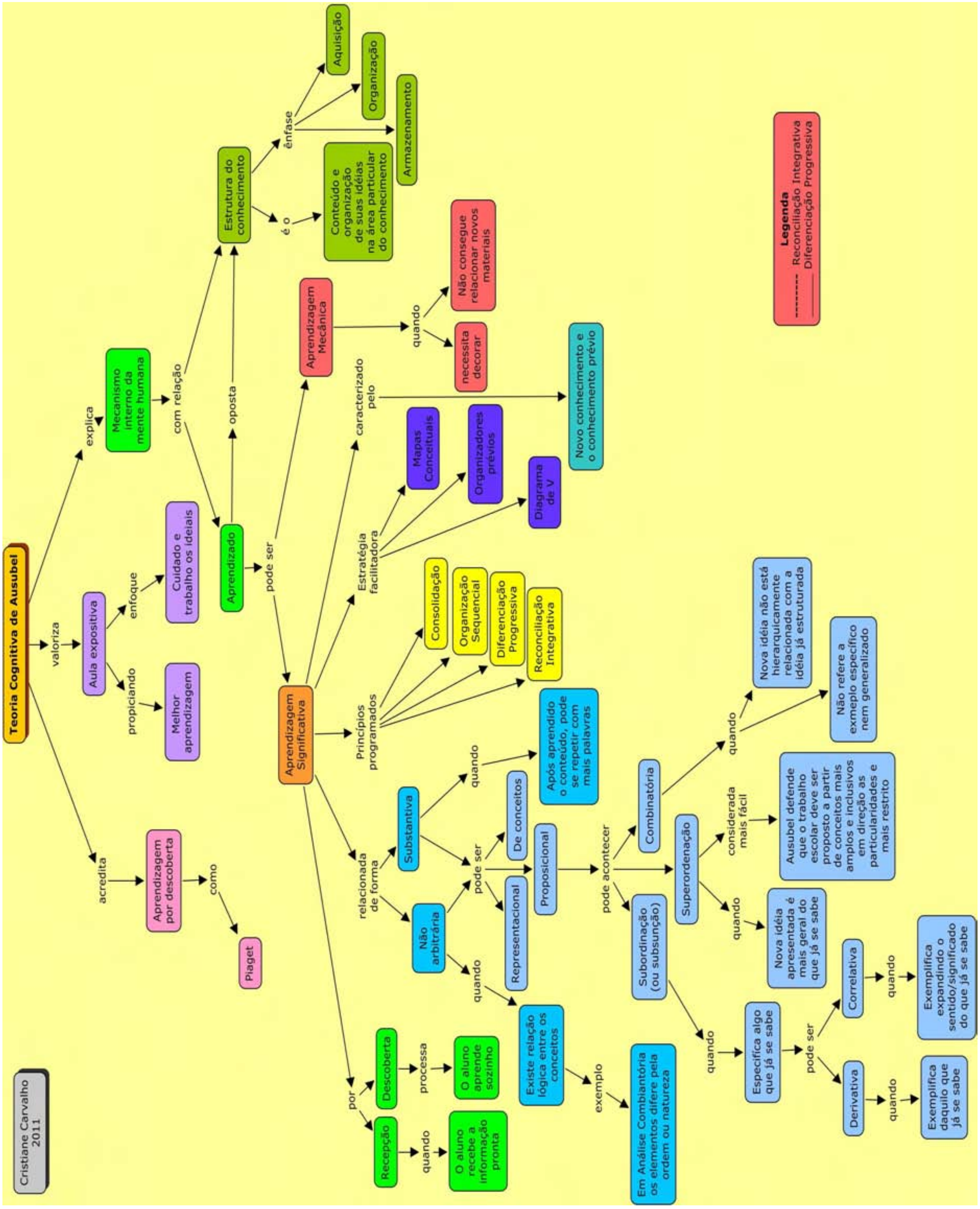


Figura 2. Mapa conceitual resumindo o capítulo sobre Aprendizagem Significativa.

3 MAPAS CONCEITUAIS: UMA ESTRATÉGIA PARA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

> Tudo que é dito ou escrito pode ser transformado em mapa conceitual e todo o bom mapa conceitual pode ser facilmente transformado, de volta, na fala ou no texto original. (Mauriáhiberg – University of Helsinki, Finland)

O objetivo deste capítulo é apresentar os referenciais teóricos que a pesquisa utilizou do uso de mapas conceituais como instrumento estratégico de ensino e aprendizagem, a fim de investigar a mudança de comportamento e, por conseguinte o conhecimento adquirido pelos alunos.

Para apresentar e discutir as teorias e os teóricos que estiveram envolvidos na pesquisa destacaremos os conceitos e características dos mapas conceituais na primeira parte desse capítulo e depois traçaremos um panorama de alguns trabalhos científicos que utilizaram de mapas conceituais, a fim de mostrar as diversas maneiras de explorar essa estratégia de ensino.

3.1 OS MAPAS CONCEITUAIS: CONCEITOS E CARACTERÍSTICAS

A ideia de hierarquia de conceitos, em que Ausubel propõe a Teoria da Aprendizagem Significativa, através dos princípios facilitadores dessa aprendizagem – diferenciação progressiva e reconciliação integrativa – permitiu o norte americano Joseph D. Novak, da Universidade de Cornell e seus colaboradores em 1972, idealizar os mapas conceituais, através, com o objetivo de instrumentalizar essa teoria.

> Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual nas quais elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos (MOREIRA, 1982, p. 7-8).

Mapas conceituais são representações visuais que podem estabelecer relações bidirecionais (vertical /ou horizontal), podendo ser constituído por círculos e/ou retângulos onde se escrevem conceitos seguidos de linha (ligações), com proposições que estabelecerão a relação entre esses conceitos. Representam uma estrutura hierárquica que vai desde os conceitos mais abrangentes até os menos inclusivos.

Novak é professor emérito da Universidade de Cornell e pesquisador sênior do Instituto para a Cognição do Homem e da Máquica (IHMC). Nessa instituição, ele desenvolve métodos de aplicação de ferramentas educativas em ambientes corporativos e colaborativos, *online* e a distância. Esse trabalho é realizado juntamente com uma equipe interdisciplinar e tem como finalidade a qualidade e eficiência na interação entre o homem e a máquina (NUNES *apud* SOUZA, 2010, p.17).

Novak (*apud* PEREIRA, 2008, p.33) relata que, com seu grupo de pesquisa na década de 70 sentia dificuldade de registrar o que os estudantes sabiam sobre certo tipo de conhecimento, antes e depois do ensino. Isso era identificado através das provas e trabalhos apresentados pelos alunos, que elegiam a resposta correta por motivos equivocados, embora, sabiam mais do que se expressavam nessas atividades. Então Novak e seus colaboradores entrevistaram os estudantes, mas depois sentiram dificuldade em interpretar os resultados da pesquisa no sentido de identificar porque eles aprendiam ou não os novos conceitos.

Assim Novak (*apud* PEREIRA, 2008, p.33) e seus colaboradores decidiram analisar a transcrição das entrevistas, buscando as “palavras conceitos” e as “proposições” fornecidas pelos alunos, já que eles indicavam conhecimentos prévios e posteriores ao período de ensino. Dessa forma surgiu a ideia de mapas conceituais, que desde então desempenha um papel de importância progressiva nos programas de ensino e investigação de Novak.

O processo de construção de mapas conceituais permite a exteriorização do conhecimento através da representação visual que cada indivíduo elabora. Está estruturado em: conceitos, palavras de ligações e proposições.

Os conceitos (geralmente substantivos), segundo Novak e Gowin (1984), a partir da perspectiva do indivíduo, são as imagens mentais que provocam em nós as palavras ou signos com os quais expressamos regularidades. Nossos conceitos não são exatamente iguais, ainda que utilizemos as mesmas palavras. Assim um mapa conceitual nunca é igual a outro, pois os conceitos vão exprimir significados de nossa própria experiência, tornando-se indissiocrático.

As palavras de ligação (geralmente verbos) são termos usados para unir os conceitos formando as proposições, são elas que indicam o tipo de relação existente entre os conceitos, esta relação entre os conceitos é uma das principais características que diferenciam os mapas conceituais das outras representações esquemáticas (resumos, organogramas, mapas mentais, fluxogramas, etc.)

Proposição é a unidade semântica formada pela união entre conceitos e, através dela se determina algo ou a ideia que se tem do conceito, ampliando a simples denominação conceitual. Pode ser representado assim:

Conceito + palavra de ligação + conceito = proposição

A construção de mapas conceituais, proposta por Novak, contribui para o reconhecimento da Diferenciação Progressiva e da Reconciliação Integrativa entre os conceitos. Podemos construir mapas conceituais a partir de uma pergunta, um problema, um assunto ou ainda um simples texto.

> Ausubel sustenta o ponto de vista de que cada disciplina acadêmica tem uma estrutura articulada e hierarquicamente organizada de conceitos que constitui o sistema de informações dessa disciplina. [...] Esses conceitos estruturais podem ser identificados e ensinados ao estudante, constituindo para ele um sistema de processamento de informações, um verdadeiro mapa intelectual que pode ser usado para analisar o domínio particular da disciplina e nela resolver problemas (MOREIRA e MASINI, 1982, p.42).

Algumas considerações podem ser importantes para o processo de construção de um Mapa Conceitual (ONTORIA *et al.*, 2004); citaremos algumas dessas ideias:

1. Os mapas conceituais devem reunir um número pequeno de conceitos e ideias de forma que o aluno possa realmente expressar o que compreendeu de determinado conteúdo;

2. Isolar conceitos e palavras de ligação, entendendo que estas categorias de palavras vão desempenhar diferentes funções;

3. Hierarquizar os conceitos, colocando na parte superior os mais gerais (inclusivos) e na parte inferior os mais específicos (menos inclusivos);

4. Devem ser montados várias vezes, pois o primeiro que se constrói quase sempre tem algum defeito e após uma releitura sempre é possível fazer ajustes que tornem mais claros ou que permitem melhorar as ligações;

5. O mapa conceitual deve ser acessível ao entendimento de outro indivíduo com o mesmo nível de conhecimento, a fim de observar os aspectos visuais e os conceitos formados.

Assim, através do uso de mapas conceituais é possível visualizar com maior compreensão o conteúdo e suas inter-relações e através deles estimular a reflexão, levando o aluno a desenvolver suas capacidades analítica, criativa e conversacional.

Vejamos o mapa abaixo para entender como funciona esse processo de aquisição e retenção do conhecimento pelo aluno.

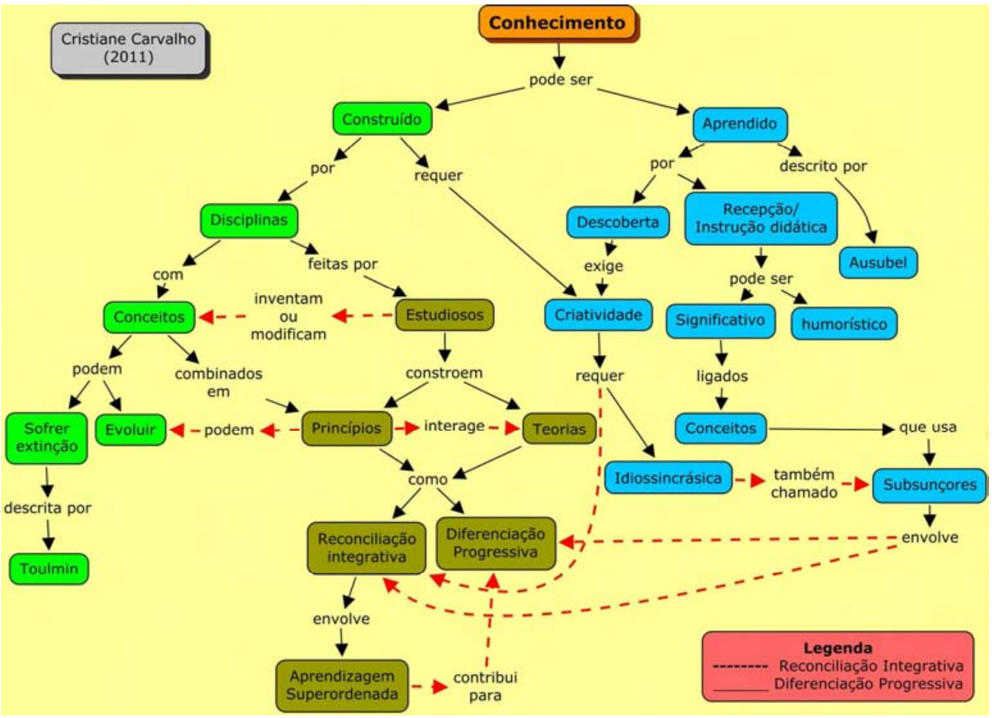


Figura 3. Mapa Conceitual sobre o conhecimento (adaptado de Novak e Gowin, 1984, p.18).

O mapa, da Figura 3, descreve sobre o tema conhecimento que sugere ser construído ou apreendido (verde e azul), e a partir daí traça uma sequência hierárquica das principais ideias da aquisição e construção do conhecimento adquirido pelo aprendiz. Podemos perceber ainda as setas que ligam cada conceito, promovendo a diferenciação progressiva, e ainda, linhas tracejadas conectando conceitos aparentemente díspares numa reconciliação integrativa.

3.2 USO DE MAPAS CONCEITUAIS NA EDUCAÇÃO: UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA

Segundo Moreira (2006), os mapas conceituais, no Componente Curricular a Matemática, podem ser utilizados para averiguar o conhecimento prévio dos alunos sobre certos conceitos, instrumento de avaliação, revisão de conceitos e resumos de conteúdos. Porém, mostra ser um instrumento que pode auxiliar o professor a conhecer de que forma os alunos associam diferentes conceitos e possibilidades, interferindo de forma direta nas lacunas apresentadas pelos alunos.

Dessa forma podemos destacar as seguintes qualidades dos mapas de conceitos:

a) ajudam o estudante a tornar evidentes os conceitos-chaves ou proposições a serem aprendidos, além de mostrar ligações entre novos conhecimentos e o que o estudante já conhece;

b) permitem ao professor determinar as etapas para a organização de significados e identificar conceitos não válidos;

c) permitem separar a informação significativa da trivial, durante o planejamento e organização de currículos;

d) permite ao estudante entender seu papel como aprendiz e esclarecem o papel do professor, criando uma atmosfera de aprendizado pautada pelo respeito mútuo.

Segundo Tavares (2007), existe uma diversidade de tipos de mapas conceituais, construídos pelas mais diversas razões e seguindo alguns critérios; o autor elenca quatro tipos: “teia de aranha”, “fluxograma”, “sistema: entrada e saída” e o “hierárquico”. Nesse artigo o autor ainda descreve a vantagem e desvantagem de cada um, justificando dessa forma que o mapa hierárquico é o único tipo de mapa que segue uma teoria cognitiva em sua elaboração proposta por Novak e Gowin.

Assim consideramos os mapas conceituais como sendo do tipo hierárquico e buscamos trabalhos científicos que utilizam desse instrumento como fonte de pesquisa, fizemos um levantamento de alguns artigos realizados nos quatro anos (2004, 2006, 2008 e 2010) do “Congresso Internacional sobre Mapas Conceituais (CMC)” para saber: Como os mapas conceituais estão sendo usados na Educação Matemática?

Dessa forma, encontramos que os mapas podem ser usados como instrumento didático para avaliação, como um roteiro de aprendizagem (TAVARES, 2008), como um heurístico epistemológico (SCHMITTAU, 2004) e ainda como um "[...] instrumento de metacognição, pois permitem uma reflexão sobre o próprio pensamento, aprendendo a pensar e a aprender a aprender [...]" (PRAIA, 2000, p.132).

Os mapas como **instrumento didático para a avaliação** foram percebido nos artigos de: Mendia *et al*. (2006), em que mapas conceituais foram usados para verificar a aprendizagem de conceitos pelos alunos do Ensino Secundário, sobre proporcionalidade de área. Huerta (2006), que explorou a multidimensionalidade dos mapas conceituais sobre probabilidade, construídos por professores de pós-graduação.

A utilização dos mapas conceituais como um **roteiro de aprendizagem** foi encontrado nos artigos de: Flores (2004), em que os professores e alunos construíram mapas para a aprendizagem do conteúdo de Cálculo I; Leou & Chen (2004) que comprovaram o uso de mapas conceituais como ferramenta para os professores (junior e sênior) prepararem e projetarem as atividades de aprendizagem sistemática e assim, refletirem sobre modificações posteriores no ensino; Caldwell *et al*. (2006), que descrevem em seu artigo uma parceria entre o Istituto de Educação da Flórida (FIE) com o Instituto de Cognição Humana e Machine (IHMC), cujo objetivo era trazer o uso de mapas conceituais para aula de Matemática do Ensino Médio. A equipe formada focou em projetar e escrever mapas que refletissem conjunto de conceitos conectados sobre Álgebra I, que depois seriam aplicados em sala de aulas. O artigo diz que esse projeto ainda não tinha sido concluído, ou seja, não se tinha aplicado em sala de aula, mas que já se tinham feitos *workshop* para debater melhorias dos mapas construídos.

Mapas como **heurístico epistemológico** foram encontrados nos trabalhos de: Schmittau (2004), que investigou dois professores (alunos de mestrados) sobre a compreensão da natureza da matemática, do conteúdo conceitual de procedimentos (multiplicação) e do conhecimento necessário de conteúdos pedagógicos para mediar aulas de Matemática, os mapas conceituais dos dois professores revelaram tais investigações; Vagliardo (2004), embora não usou esse termo (heurístico epistemológico) pesquisou a compreensão dos professores sobre o conceito de logaritmo, os mapas iniciais revelaram pouco conhecimento e após alguns estudos os mapas seguintes demonstraram amadurecimento de conceitos pelos professores; Grevholm (2008) utilizou-se dos mapas conceituais como ferramenta de pesquisa de conceitos e posteriormente de concepções matemáticas em professores e alunos sobre o conteúdo Funções e Equações.

A utilização dos mapas conceituais como **ferramenta metacognitiva** foi encontrada nos artigos de: Afamasaga-Fuata'i (2004), para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos (equações diferenciais ordinárias); Ramirez *et al*. (2008), que explicam uma estratégia para o ensino e aprendizagem de modelos matemáticos usados em cursos de física. Os mapas são usados para melhorar a compreensão de estruturas conceituais básicas envolvidos no processo de Modelagem Matemática de fenômenos físicos. Os resultados indicam que o uso combinado de mapas conceituais e o diagrama V (Gowin) servem para promover o processo de "pensar sobre o pensamento", ou mais precisamente a metacognição. Miller e Callado (2010) em seu artigo analisaram características de mapas conceituais construídos por alunos e professores sobre conteúdos matemáticos, resultando que, após *feedback* os mapas conceituais revelaram melhorias significativas sobre o conhecimento dos envolvidos.

Podemos, ainda, observar que, nos últimos anos, tem-se popularizado o uso de mapas em diferentes propósitos educacionais: essa afirmação se deu a partir da investigação de algumas possíveis funções didático-pedagógicas a que eles têm servido, através de trabalhos científicos. Vejamos os casos estudados:

Menegolla (2005) utilizou mapas conceituais como ferramenta para organizar, representar e fixar conceitos matemáticos dos mais abrangentes aos menos interessantes, com o objetivo de auxiliar o aluno, na construção de um material que reforçasse o conhecimento já adquirido, tornando as informações mais acessíveis e visíveis. Nesse trabalho, os alunos do ensino fundamental utilizaram dos mapas conceituais construídos pela professora, como técnica de estudos, em que estes perceberam as relações hierárquicas entre os conceitos de geometria.

Tavares (2008) usou mapas conceituais integrado a animações interativas, como estratégia pedagógica, auxiliando tanto nos cursos presenciais como suporte na educação à distância. Foram construídos, por especialistas, mapas conceituais sobre conceitos da Física, integrando as animações interativas como suporte de apresentar informações mais específicas. O autor ainda sugere que os mapas podem ser construídos pelos alunos através de uma atividade colaborativa.

Pereira (2008), em sua pesquisa dissertativa, empregou a estratégia da construção de mapas conceituais com alunos do Ensino Médio sobre o conteúdo de Ecossistema, a fim de investigar a construção de conceitos de Biologia. O trabalho se desenvolveu em quarenta aulas, foram propostos questionários para elucidar conhecimentos prévios, quatro mapas que foram melhorados ao longo das aulas, ministradas através de: aulas expositivas, aulas de campo, apresentação de vídeos e de músicas, favorecendo na busca de conhecimentos com mais clarezas nas apresentações dos conceitos pelos alunos através dos mapas.

Souza (2010) investigou professores de uma universidade federal acerca de como eles usavam mapas conceituais nas suas aulas. O público escolhido foram professores com formação que variam de graduado a doutor e que ministravam nos cursos da graduação e/ou pós-graduação. Na dissertação, ele caracterizou as possíveis funções didático-pedagógicas sobre o uso de mapas conceituais: instrumento de pesquisa e investigação; instrumento para construção de recursos didáticos; instrumento que reforça a aprendizagem e instrumento de avaliação.

Nunes (2008), na sua dissertação de mestrado, aplicou um questionário a docentes brasileiros de todos os níveis de ensino e áreas do conhecimento para identificar as funções didático-pedagógicas atribuídas pelos mesmos. Foi constatado que esta é uma metodologia de ensino facilitadora do aprendizado e pode ter as seguintes funções:

1. Apoio instrucional;
2. Organizadores prévios;
3. Desenvolvimento dos conteúdos;
4. Síntese dos conteúdos trabalhados;
5. Compartilho informações;
6. Construção colaborativa em grupos de mesmo nível de ensino;
7. Construção colaborativa em outras instituições de ensino;
8. Avaliação;
9. Portifólio;
10. Reflexão crítica.

Na dissertação de Barbosa (2008), identificamos o uso de mapas conceituais como síntese do capítulo, elaborando um mapa resumo, e assim, evidenciando os conceitos importantes de cada item. Em seu trabalho investigou e analisou um objeto digital de aprendizagem com enfoque na Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, constando que o grupo experimental obteve resultados significativamente melhores que o grupo controle, o que decorreu da eficiência do instrumento no qual o grupo controle não foi submetido.

Através dessas análises, percebemos a importância da utilização de mapas conceituais para o professor e para os alunos. Detectamos que os mapas foram usados em diferentes públicos e disciplinas, tornando-se ainda mais generalizado e amplo seu uso no que diz respeito a aprendizagem de conceitos. Para mostrar um panorama das principais funções do mapa conceitual fizemos uma adaptação das ideias e características que envolvem a sua construção, veja Figura 4.

Na Figura 4, observamos mais uma vez conceitos distintos, caracterizados por cores distintas, dispostos de forma hierárquica numa diferenciação progressiva e reconciliando-se integrativamente com conceitos aparentemente dispares. Para maiores detalhes, observe a legenda em vermelho.

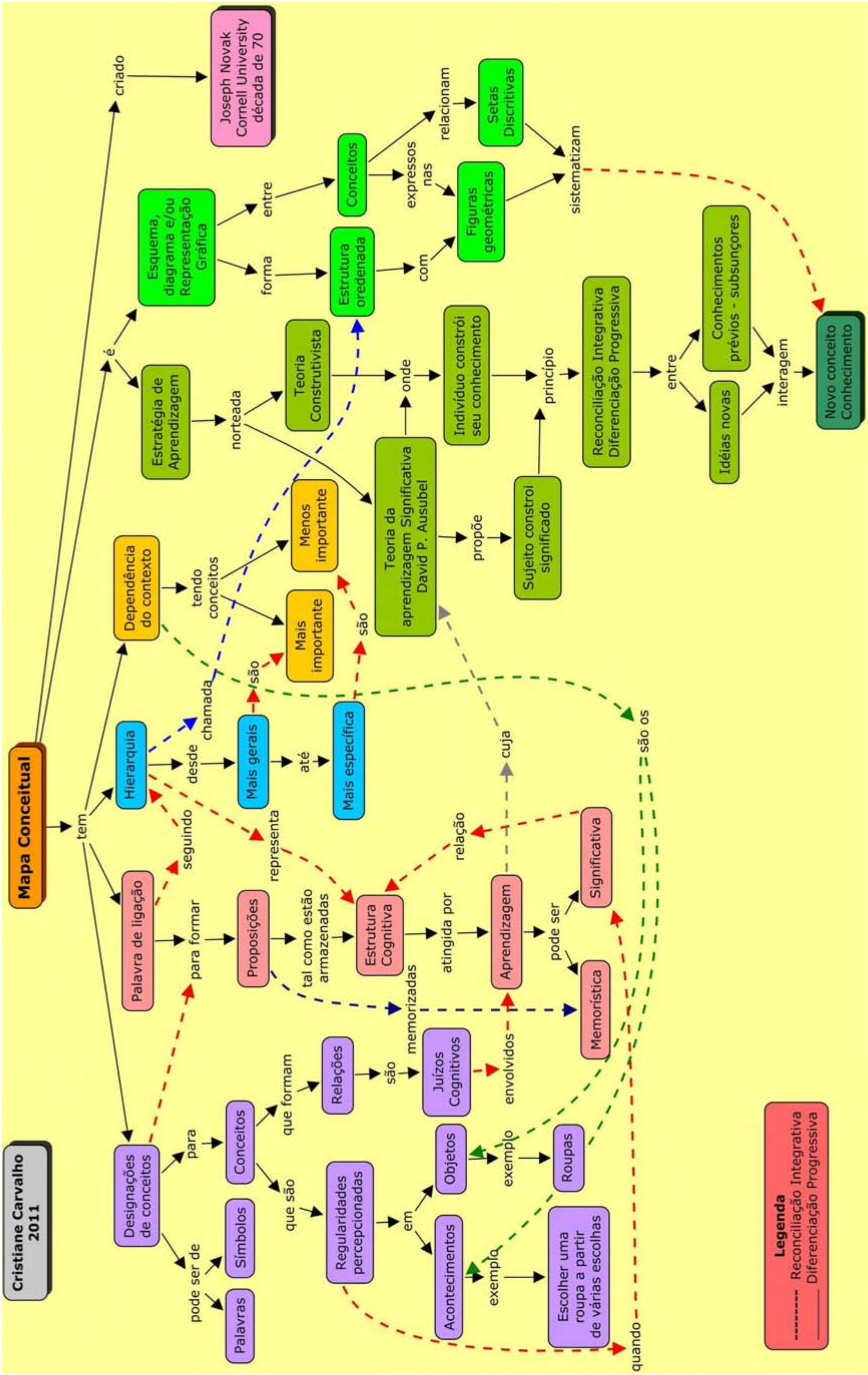


Figura 4. Um mapa conceitual mostrando as ideias e as características-chaves que envolvem sua construção. Adaptado de Novak e Gowin (1984, p.30).

4 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

> Ensinar é um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver, naqueles cujos olhos, aprenderam a ver o mundo, pela magia da nossa palavra. O professor não morrerá jamais. (Rubem Alves)

A disciplina de Matemática, no decorrer dos tempos, tem sido temida por muitos alunos, pois existem diversos mitos que a cercam, como: “Só os mais inteligentes aprendem”; “meninos têm mais facilidade do que meninas”; “é preciso dar um modelo ou seguir uma instrução”; “inserir as tecnologias de forma aleatórias”; ou ainda “usar o lúdico sem planejamento, perdendo o foco do currículo” (POLATO, 2008, p.63).

Neste capítulo iremos abordar o contexto histórico, a fim de entendermos a falta de interesse pelos alunos, bem como a evolução do currículo de Matemática e daremos um enfoque no conteúdo de Análise Combinatória e o uso de mapas conceituais nesse contexto.

4.1 UMA BREVE HISTÓRIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

A palavra Matemática deriva do grego *Mathema* significa compreensão, entendimento, enquanto “tica” vem de *tikê*, técnica ou arte. Matemática tem então, na sua origem a ideia de arte da compreensão, ciência.

A Matemática na época de Pitágoras e de Tales representava uma primeira tentativa de explicar racionalmente a realidade e, seu nome deriva desta concepção. Tirando os aspectos hoje considerados esotéricos, a Matemática abordava por meio dos Números Naturais e de suas razões os problemas envolvendo contagem e medidas. Estudavam-se também as relações entre números (múltiplos, divisores, primos).

Para eliminar os problemas criados com a utilização dos números de acordo com a teoria desenvolvida por Pitágoras, os filósofos gregos passaram a subordinar os números à geometria e esta passou a predominar. A Matemática perdeu então o seu lugar destaque, tendo surgido outras ciências como Filosofia, a Física e a Lógica. A partir de então, somente eram pensados os números como associados a uma medida (contagem de elementos discretos ou medida de comprimento, área ou volume).

Na época de Platão, século IV a.C. desenvolveu-se a teoria de que havia um mundo de formas perfeitas formado das figuras geométricas, cabendo ao ser humano apreender esta forma por um processo de purificação, praticando o bem e buscando a sabedoria. Além disso, a matemática passou a ser desenvolvida pelo método axiomático, desenvolvido por Euclides, onde os axiomas eram todos baseados em fatos intuitivos de fácil aceitação, exceto o quinto postulado, o das paralelas.

Até o século IV a.C. tivemos importantes avanços na Matemática, seguindo os princípios determinados por Euclides. O Império Romano permitiu que a cultura grega se desenvolvesse e as suas academias continuassem a trabalhar. As invasões bárbaras e o surgimento da religião cristã não valorizaram a cultura clássica, destruindo suas bibliotecas e transformando as suas academias em templos. Segundo D'Ambrósio (1996):

> Proclus alertou para a fraqueza teórica do cristianismo, dando como exemplo do que deveria ser uma verdadeira filosofia *Os elementos* de Euclides. Alexandria Teon (330 – 405), importante comentarista de Ptolomeu, [...] sua filha Hipatia (370 – 415), também matemática, escreveu comentários sobre Apolônio. Evidenciando o antagonismo dos cristãos com a filosofia e a matemática gregas, Hipatia foi morta pelos cristãos e a biblioteca de Alexandria, queimada (D'AMBRÓSIO, 1996, p.40).

Entretanto a Matemática continuou a desenvolver-se no Vale do Indo, onde se criou o Sistema Decimal de Numeração e nos territórios dominados pelos Árabes a partir do Século VI d.C.. Estas duas culturas munidas de traduções das obras dos gregos antigos desenvolveram a representação decimal, os algoritmos de operações numéricas e criaram a Álgebra, trabalhando-a como uma ferramenta para resolução de problemas.

No Século XVII ocorreu na Europa uma revolução científica com Galileu (Física), Kepler (Astronomia), Descartes (Geometria Analítica), Fermat e Pascal (Cálculo da Probabilidade), Newton e Leibniz (Cálculo Diferencial e Integral). Nesse período que vai até o final do Século XVII, pouco se preocupou com a axiomatização dos gregos, as aplicações de seus resultados foram tão grandes que os problemas do rigor foram deixados de lado. A preocupação era utilizar os raciocínios a partir de bases intuitivas e os resultados se revelaram.

No final do século XIX decorrente da Revolução Francesa e da Revolução Industrial, a Matemática necessitava de mudanças no currículo de seu ensino. A época era de transformações e a sociedade necessitava de mudanças para adaptar os novos cidadãos a esta nova sociedade e a matemática era o foco de cobranças.

Podemos dizer que são Hilbert, Gauss, Riemann e Poincaré os grandes autores do desenvolvimento do ensino da Matemática no início do século XX. Eles não ficaram enclausurados em pesquisa, mas empenharam-se em levar a seus alunos uma Matemática aplicada em uma grande variedade de situações e sua dimensão global influenciou nas outras disciplinas.

Segundo Boyer (1991), a Matemática do Século XX é marcada pela abstração e preocupação com a análise de grandes esquemas. Em 1939 surge o primeiro volume de uma obra chamada "Elementos de Matemática", assinado por Nicolas Bourbaki, que esteve em desenvolvimento até meados da década de 60. Na realidade, os autores da obra eram um grupo de matemáticos que, sob esse pseudônimo, elaboraram um tratado que pretendiam integrar de modos coerente e impecavelmente rigorosos principais desenvolvimentos da Matemática.

Nesse grupo de matemáticos, quase todos franceses que formaram uma espécie de sociedade secreta, Jean Dieudonné e André Weil foram considerados os dois líderes mais ativos. Os trabalhos de Bourbaki caracterizavam-se por uma adesão completa ao tratamento axiomático e lógico.

Nos EUA a preocupação com o avanço tecnológico russo e a necessidade das novas indústrias americanas foi primordial para alavancar os investimentos americanos nas reformas do ensino de Matemática. Após o lançamento do Sputnik, o primeiro satélite artificial da Terra que foi lançado pela União Soviética em 4 de outubro e 1957 no Soviet Union's Rocket Testing Facility, os americanos sentiram-se ameaçados em perder a liderança tecnológica e investiram na promoção de uma reforma na educação.

De fato, as ideias modernistas começaram a tomar corpo em 1961 com a criação do Grupo de Estudos em Ensino de Matemática (GEEM).

Segundo o pensamento modernista no Brasil, a Matemática Moderna era tida como que ajuda a pensar e acreditava-se que seu método iria revolucionar o ensino, como era noticiado no artigo “A matemática que ensina a pensar”, do jornal Folha de São Paulo:

> [...] as crianças vão aprender matemática de uma forma muito mais lógica. Elas não farão mais cálculos – uma coisa mecânica – que ficará para as máquinas. Aprenderão tudo por meio da lógica [...] (FOLHA DE SÃO PAULO, 07/12/70 *apud* LIAO, 2011).

Na década de 1980, diante das dificuldades surgidas com a proposta formalista referente à explicação do que seja a Matemática e de como são criados os novos conhecimentos, bem como diante das demandas sociais sobre os saberes desta disciplina e a necessidade de massificá-los, surgimento de novas tecnologias de pesquisa e ensino com o uso de computadores, houve também o avanço de vários outros ramos do conhecimento. Estes fatos fizeram surgir novas concepções para a matemática.

Hoje predomina uma visão mais pragmática que considera a Matemática em nível de educação básica e de graduação como sendo a área do conhecimento que desenvolve padrões abstratos para estudar os problemas envolvendo contagem, as formas e as medidas, o espaço, a variedade dos argumentos, os fenômenos aleatórios, a relação entre grandezas e variáveis, os fenômenos periódicos e outros ramos.

Temos a compreensão de que o avanço dos conhecimentos matemáticos decorre da necessidade de resolução de problemas oriundos da matemática, de questões de outras disciplinas ou do cotidiano e este avanço somente tem sentido se houver uma maneira de torná-lo compreensivo para a comunidade.

Este é o objetivo de todos aqueles que apreciam a Matemática, sejam pesquisadores desta ciência, que contribuem diretamente para o avanço dos seus conhecimentos específicos, sejam aqueles cuja atuação está ligada a Educação Matemática.

4.2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DOS CONCEITOS

A educação é o processo pelo qual procuramos mudar o significado da experiência, podendo se “libertadora” ou “opressiva”, no entanto queremos torná-la mais libertadora (NOVAK, 1984, p.21).

Para Ausubel (1980) a estrutura cognitiva de cada indivíduo é extremamente organizada e hierarquizada, no sentido em que as várias ideias se encadeiam de acordo com a relação que se estabelece entre elas. Além disso, é nesta estrutura que se ancoram e se reordenam novos conceitos e ideias que o indivíduo vai progressivamente internalizando, aprendendo.

O ensino de matemática nos últimos anos tem demonstrado que a aprendizagem dos conteúdos está voltada puramente para a memorização e descontextualizada com a realidade do aluno.

De acordo com Cunha (1999):

> O ensino da matemática deve ir além de simples técnicas para seu entendimento (imediato); ele deve oferecer meios que garantam ao aluno uma compreensão verdadeira dos conteúdos ensinados, através de reflexões, análises e (re) construções desses conhecimentos, visando, também, a sua aplicação no cotidiano. Esta aplicação não está apenas no fato de executar cálculos no dia-a-dia, mas de realizá-los de modo a compreender e analisar o que se está calculando (CUNHA, 1999, p.65).

Dessa forma, o estudo da Análise Combinatória deve partir dos conceitos envolvidos nesse conteúdo e progressivamente demonstrando as fórmulas como consequência da compreensão desses conceitos.

Segundo os Referenciais Curriculares para o Ensino Médio (2007):

> O objetivo com o ensino de matemática está além de desenvolver o pensamento científico e o raciocínio lógico no educando, é preciso proporcionar uma formação que lhe permita o domínio do conteúdo matemático em situações de contextos diversificados e as competências matemáticas necessárias para lidar com elas (PARAÍBA, 2007, p.61).

Assim, devemos consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando que o indivíduo continue seus estudos, preocupado com a qualificação profissional, cidadania, formação ética e com o desenvolvimento autônomo intelectual e do pensamento crítico quando relacionados à teoria e prática no ensino de cada disciplina.

Sobre o caráter instrumental, Moreira (2006) fala que a matemática deve ser vista pelo educando com um conjunto de conhecimentos, técnicas e estratégias para serem aplicados nas diversas áreas do conhecimento, nas mais variadas situações do cotidiano e em diferentes contextos no momento oportuno.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> [...] a matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. [...] mas também deve ser vista como ciência, nesse sentido o aluno deve perceber que as definições, demonstrações e encadeamento conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 1999, p.40-41).

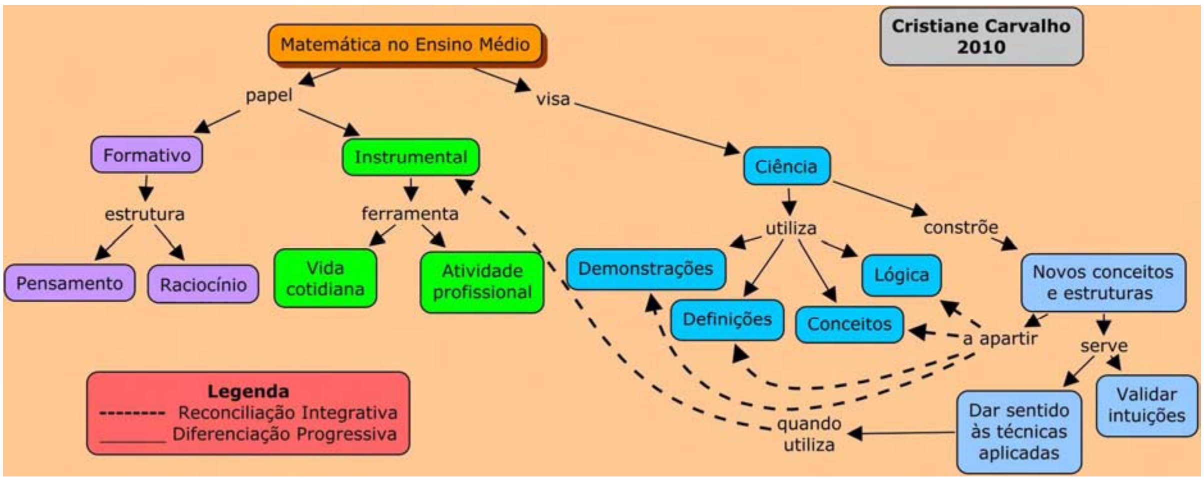


Figura 5. Mapa Conceitual: Estrutura da Importância da Matemática no Ensino Médio.

A Figura 5 apresenta de forma hierárquica o que descreve os PCN, a cerca da proposta de ensinar matemática para os alunos do Ensino Médio.

Assim é necessário que o professor responsável por esse processo de ensino e aprendizagem seja mediador entre o conteúdo matemático e a aprendizagem do aluno, de forma que aconteça uma aprendizagem significativa, para que consiga formar um cidadão crítico, autônomo e com habilidades em estratégia para resolver problemas envolvidos na vida profissional e cotidiana.

Nossos instrumentos de pesquisa formam desenvolvidos tendo como referência as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) que visa "aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos de forma a desenvolver competências e habilidades essenciais para o aluno". E a resolução de problemas foi ponto norteador para desenvolver essas competências e habilidades, pois "o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios" (BRASIL, 2002).

As análises desses instrumentos consideram quatro critérios:

(i) Competências exigidas para o Ensino Médio;

(ii) A Aprendizagem Significativa;

(iii) Princípios Ausebeliano; (para maiores informações, ver capítulo 4);

(iv) Clareza e objetivos educacionais. (Taxonomia de Bloom, ver capítulo 5)

Sobre o item (i), considerem:

São três competências exigidas para o Ensino Médio:

- <u>Representação e comunicação</u> (RC): envolve leitura, interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens;

- <u>Investigação e compreensão</u> (IC): capacidade de enfrentar e resolver situações-problemas, utilizando os conceitos e procedimentos peculiares do faze e pensar das ciências;

- <u>Contextualização</u> das ciências no âmbito <u>sócio-cultural</u> (CSC): analisar criticamente as idéias e os recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas pelo pensar e o conhecimento científico.

Sobre o item (ii), considerem:

Segundo Tavares (2003) existem três requisitos essenciais para a aprendizagem significativa:

R1 - A oferta de um novo conhecimento estruturado de maneira lógica (conceitos subsunçores ou âncora);

R2 - A existência de conhecimentos na estrutura cognitiva que possibilite a sua conexão com o novo conhecimento;

R3 - A atitude explícita de apreender e conectar o seu conhecimento com aquele que pretende absorver.

Sobre o item (iii), considerem:

Ausubel (1980) propõe dois princípios para ser apresentado ao aprendiz, quando se estrutura um conteúdo:

- Diferenciação progressiva (DP*)*: o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e abrangentes da disciplina sejam apresentadas inicialmente, e assim progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários;

- Reconciliação integrativa (RI): a programação do material deve ser feita para explorar relações entre idéias, apontar similaridades e diferenças significativas.

Segundo Schwab (*apud* NOVAK, 1984, p.22), a experiência educacional é um acontecimento que envolve “quatro lugares-comuns”: o professor, o aluno, o currículo e o meio.

Cabe ao professor organizar o conteúdo (material) a ser aprendido pelo aluno e decidir qual conhecimento é mais incluso em sequência hierárquica, podendo envolver o aluno no planejamento das atividades. Para o aluno cabe aprender, a aprendizagem é “pessoal e indiossincrásica” (NOVAK, 1984, p.21), portanto não pode ser compartilhada, diferente do conhecimento, que é público e compartilhado.

Quanto ao currículo que diz respeito a compreensão do conhecimento, das capacidades, e os valores da experiência educativa que satisfaçam critérios de excelência, cabe ao professor especialista selecionar tais critérios. (SCHWAB *apud* NOVAK, 1984, p.22)

Por fim, “o meio” que é o lugar onde a aprendizagem acontece e influencia o professor e o aluno no compartilhamento dos significados do currículo (SCHWAB *apud* NOVAK, 1984, p.22).

Traçado os quatro lugares para haver aprendizagem fica mais fácil compreender os responsáveis em cada papel do espetáculo: adquirir novos conhecimentos.

Sabemos que o processo de ensino - aprendizagem nas séries do Ensino Médio é bastante analítico no que diz respeito à formação abstrata do conceito científico em todas as disciplinas.

A partir deste contexto podemos dizer que a Matemática tem um caráter social e culturalmente importante, cujas situações matemáticas trabalhadas tornam relevante saber alguma matemática no nosso cotidiano.

Tendo em vista a importância da Educação Matemática, faz-se necessário oferecer ao aluno uma boa formação matemática. E, com certeza, o professor responsável por esse processo deve ser mediador entre o conhecimento matemático e o aluno.

4.3 ANÁLISE COMBINATÓRIA: A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96) entende o caráter do Ensino Médio como etapa final da Educação Básica, complementando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental.

No Ensino Fundamental o aluno se aproxima de vários campos do conhecimento matemático e no Ensino Médio utilizarão, desenvolverão e ampliarão as capacidade, quanto à abstração, raciocinar em todas suas vertentes e resolver problemas de qualquer tipo

O Ensino de Matemática no Ensino Médio deve contribuir para o aluno adequar seu desenvolvimento cognitivo e profissional, promovendo-o a cidadão crítico e participativo na sociedade, através de uma visão de mundo para ler, interpretar a realidade e desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Tais contribuições são realizadas através de diferentes motivações, interesses e capacidades, de forma que possibilitem compreender conceitos e procedimentos matemáticos.

A Matemática ajudará na leitura através do domínio dos códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos relacionando-os à linguagem discursiva (BRASIL, 2002, p.112).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, p.112) a resolução de problemas é peça central para o Ensino Médio, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o aluno é desafiado a enfrentá-los.

Os problemas propostos devem ser contextualizados e interdisciplinares, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático.

Segundo a resolução nº15/98 da CEB, do CNE o conceito de interdisciplinaridade:

> [...] fica mais claro quando se considera o fato trivial de que todo conhecimento mantém um diálogo permanente com outros conhecimentos, que pode ser de questionamentos, de confirmação, de complementação, de negação, de ampliação de iluminação de aspectos não distinguíveis (BRASIL, 1998).

Já no aspecto da contextualização, a resolução nº15 /98 da CEB, do CNE diz que:

> A contextualização seria o recurso para tornar a aprendizagem significativa ao associá-la com experiências da vida cotidiana ou conhecimento adquiridos espontaneamente (BRASIL, 1998).

Dessa forma, Iezzi (2004) sugere que:

> O caráter de educação básica do ensino médio fica mais claro quando se estabelece como um dos objetivos levar o aluno a compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que lhe permitam desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral. Aprender a aprender e a pensar, a dar significado ao aprendido, a relacionar conhecimentos são competências a serem desenvolvidas (IEZZI, 2004, p.22).

Para que esses objetivos sejam alcançados é necessário que o tema escolhido possua um trabalho pensado para o aluno que é cognitivo, afetivo e social, que possui projetos de vida, histórias pessoais e escolares.

De acordo com os PCN (BRASIL, 2002, p.120), um conjunto de temas, que possibilitem o desenvolvimento das competências almejadas com relevância científica e cultural e com articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos está dividido em três eixos (ou temas) estruturadores: Álgebra, Geometria e Análise de Dados. Podemos visualizar melhor no Mapa Conceitual da Figura 6.

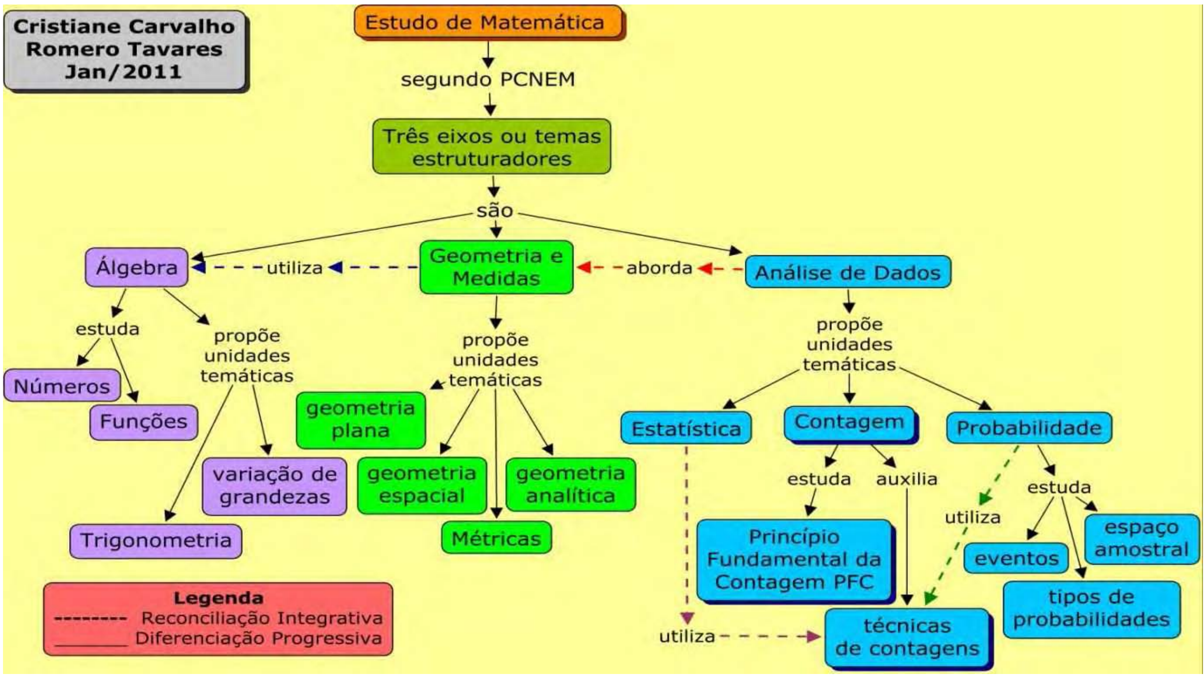


Figura 6. Mapa Conceitual envolvendo os Temas Estruturadores para o Ensino Médio.

Nosso foco principal nessa pesquisa está na aprendizagem do conteúdo Análise Combinatória, cujo eixo estruturador é “Análise de dados” que está subdividido na unidade temática “Contagem” como mostra o mapa conceitual da Figura 6.

Segundo os PCN (BRASIL, 2002, p.126), a análise de dados tem sido essencial em problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas à saúde, população, transportes, orçamentos e questões de mercado. A contagem (tema principal de nossa pesquisa) estará proporcionando à quantificação desses dados.

A contagem permite desenvolver o raciocínio combinatório, ou seja, decisão cognitiva quanto à forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis. Segundo os PCN (BRASIL, 2002), essa forma de organizar e contar os números não deve ser apresentado como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação.

Para Morgado (2006), se a aprendizagem destes conceitos se faz de maneira mecânica, limitando-se a empregá-los em situações padronizadas, sem procurar habituar o aluno com a análise cuidadosa de cada problema, cria-se a impressão de que a Análise Combinatória é somente um jogo de fórmulas complicadas.

Sabemos que a resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida para apresentação desse conteúdo, entendendo como um processo de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado. Dessa forma, Smole (2003) traça algumas maneiras de resolver problemas envolvendo Análise Combinatória.

A Figura 7 permite visualizar os diversos métodos de resolução de problemas e através dos exemplos analisamos em que momento cada um desses tipos podem ser utilizados, dessa forma teremos uma facilidade nos cálculos e a obtenção dos resultados mais rápidos e precisos em determinados conjuntos de elementos a serem agrupados para a contagem.

Analisando a Figura 7 observa-se que para resolver um problema de contagem em que os elementos são compostos em grandes números é viável utilizar o "esquema", proveniente da utilização do método "Árvore de possibilidade". Esse método do "Esquema" ajudará no entendimento das fórmulas como generalização desse método para casos em que os elementos são ainda maiores.

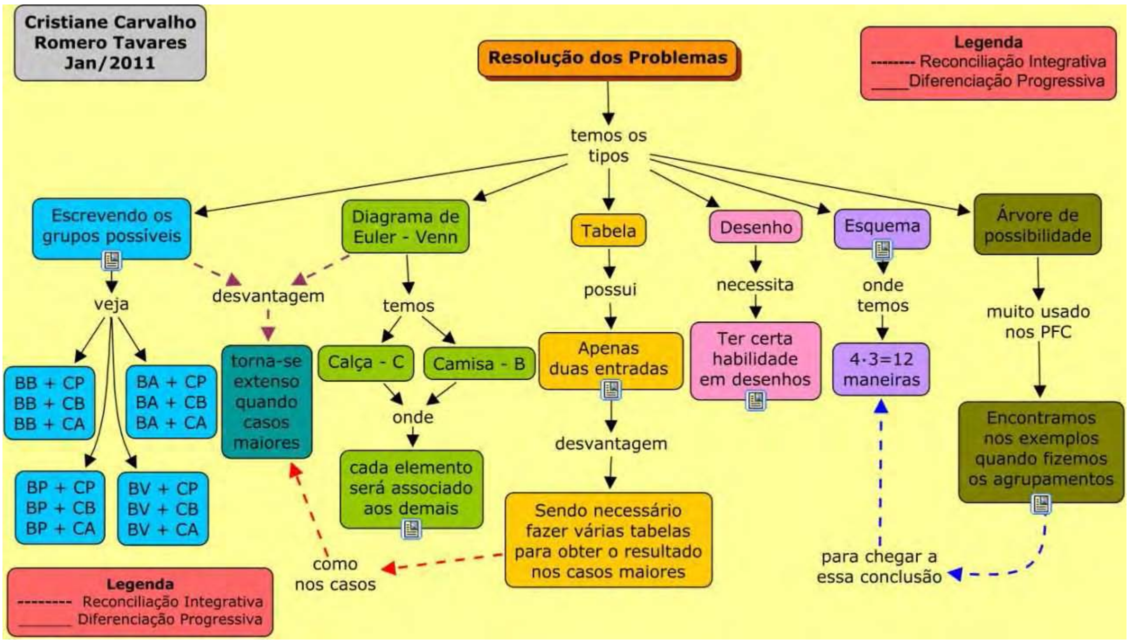


Figura 7. Mapa conceitual envolvendo métodos de resolução de problemas.

Todo problema de contagem pode ser resolvido pelo Princípio Fundamental da Contagem (PFC), porém em alguns desses problemas torna-se complicada sua resolução, sendo necessário o uso das técnicas de contagem que simplificarão a resolução de muitos problemas.

O PFC mostra-nos um método algébrico para determinar o número de possibilidades de ocorrer um evento, sem precisarmos descrever todas as possibilidades.

Para esse conteúdo, Morgado (2006) revela dois tipos de problemas:

1. Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições;

2. Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas.

Segundo Lima (2005), problemas de Contagem estão entre os considerados mais difíceis pelos alunos (e professores) do Ensino Médio. O autor ainda afirma que provavelmente esse fato está relacionado ao conteúdo ser introduzido apenas na segunda série do Ensino Médio, embora o seu estudo exija-se apenas o conhecimento das operações aritméticas de soma, subtração, multiplicação e divisão.

Para resolver problemas de contagem, Lima (2005), sugere três estratégias:

1. **Postura:** Devemos sempre nos colocar no papel da pessoa que deve fazer a ação solicitada pelo problema e ver que decisões devemos tomar.

2. **Divisão:** Devemos, sempre que possível, dividir as decisões a serem tomadas em decisões mais simples, correspondentemente às diversas etapas do processo de decisão.

   A ordem em que as decisões são tomadas pode ser extremamente importante para a simplicidade do processo de resolução.

3. **Não adiar dificuldades:** Pequenas dificuldades adiadas costumam se transformar em imensas dificuldades. Se uma das decisões a serem tomadas for mais restrita que as demais, essa é a decisão que deve ser tomada em primeiro lugar.

As fórmulas típicas deste conteúdo devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantificação de dados é muito grande, e não se restringirem a um uso mecânico sem nenhum significado.

Os PCN (BRASIL, 2002, p.79) indicam como objetivo específico da aprendizagem sobre Análise Combinatória compreender e utilizar o PFC na resolução de problemas, após adquirir habilidades quanto a isso, poderá inserir os conceitos sobre permutação, arranjo e combinação e utilizá-los na resolução de problemas.

Ao término do Ensino Médio o aluno deve ser capaz de compreender o assunto como exposto no Mapa Conceitual 8 (Figura 8), que indica a sequência hierárquica que os conteúdos devem ser abordados para que a estrutura cognitiva do aluno associe os conhecimentos já existentes aos novos conhecimentos a serem estudados.

Além disso, a Figura 8 também propõe que alguns conceitos devem ser reconhecidos integrativamente, como exemplo a Permutação, que é um caso particular de Arranjo, e também que a Combinação utiliza-se da razão entre Arranjo e Permutação para compor sua formulação. Salientamos que o termo “razão” está no sentido matemático, ou seja, representa a divisão de duas grandezas, que no caso são o Arranjo e a Permutação.

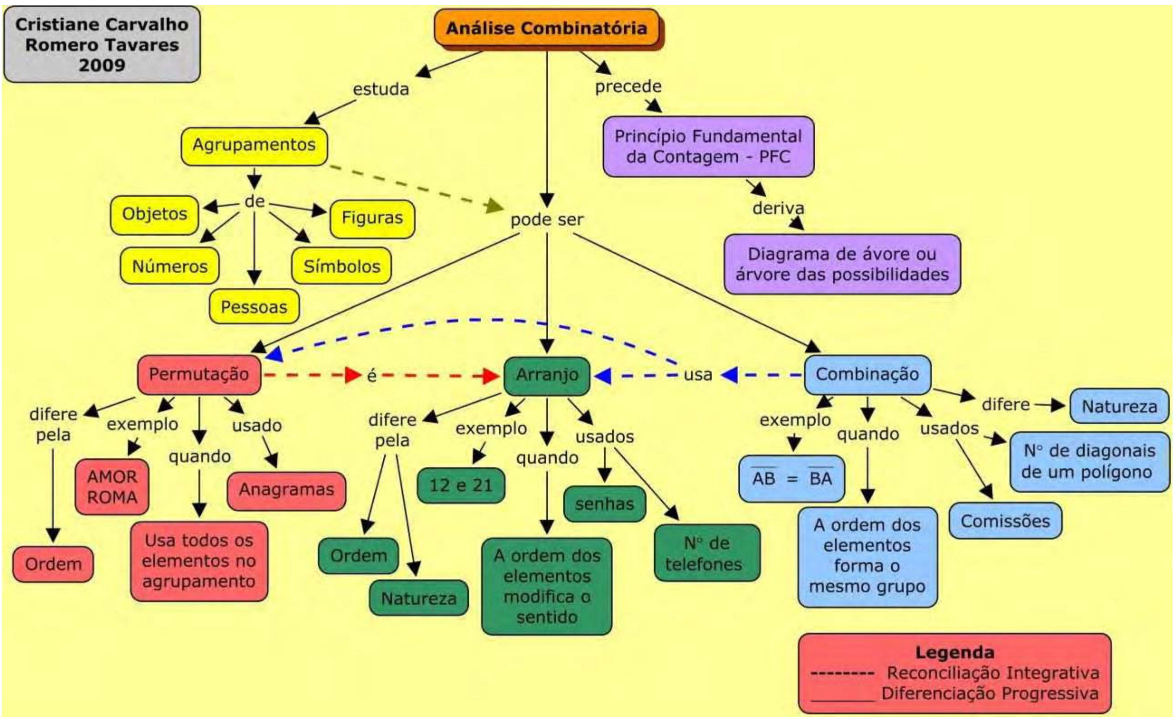


Figura 8. Mapa conceitual resumindo os conceitos sobre Análise Combinatória.

Nossa pesquisa foi pautada em apresentar os conceitos de Análise Combinatória mediante o uso de Mapas Conceituais, seguindo a teoria da

Aprendizagem Significativa de Ausubel, para isso elaborando mapas potencialmente significativos que serão apresentados no capítulo seguinte: essa estrutura pode ser observada na Figura 9.

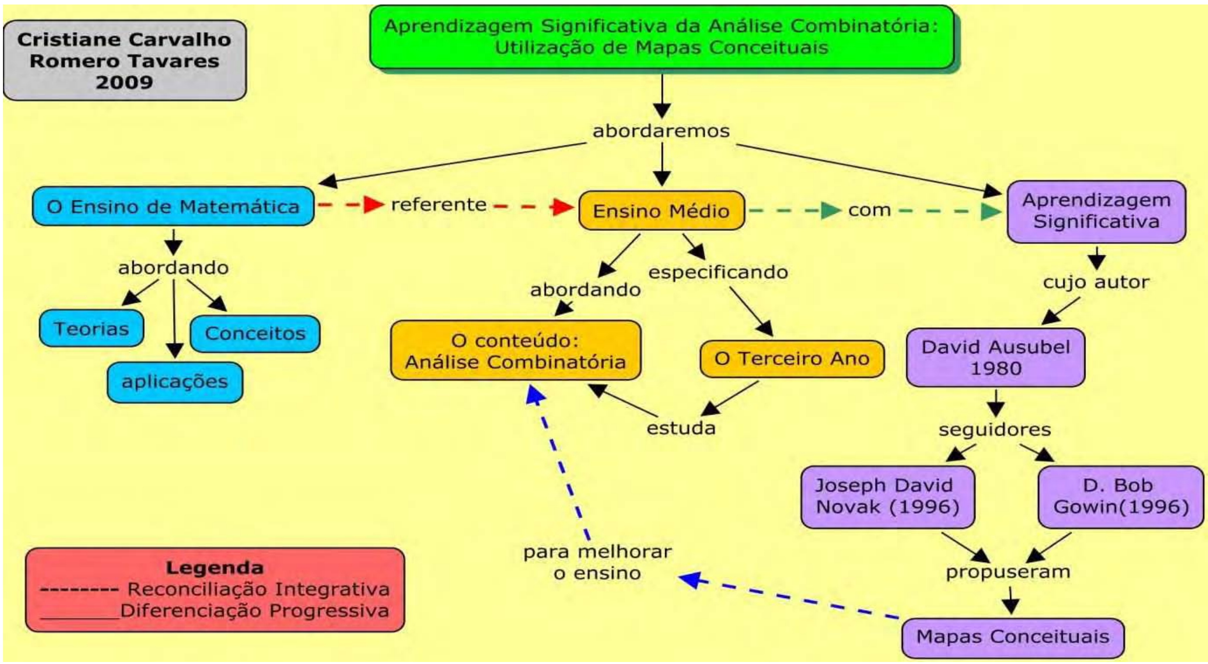


Figura 9. Mapa conceitual da Aprendizagem Significativa de Análise Combinatória pelo uso de Mapas Conceituais.

5 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO: TAXONOMIA DE BLOOM REVISADA

Taxonomia tem seu significado do grego *taxis*, que é ordenação, e *nomos*, que é sistema, norma, ou seja, é todo sistema de classificação ordenada.

Benjamin Bloom e seus colaboradores compunham um grupo formado pela *American Psychological Association* para criar uma classificação de objetivos de processos educacionais. Definiram a taxonomia em objetivos educacionais divididos em três domínios:

i) Domínio Cognitivo: lida com o saber, enfatiza o relembrar ou reproduzir algo que foi aprendido, ou a resolução de alguma atividade intelectual;

ii) Domínio Afetivo: lida com os sentimentos, emoções ou grau de aceitação ou rejeição;

iii) Domínio Psicomotor: lida com as ações físicas, ou seja, as habilidades musculares ou motoras. Concentraremos nosso estudo no domínio cognitivo.

A taxonomia dos objetivos educacionais é um referencial para classificar afirmações sob as quais se espera que os alunos aprendam como resultado da instrução. Esse referencial foi concebido como uma maneira de facilitar o intercâmbio de testes escolares entre as faculdades das diversas universidades americanas, e esse intercâmbio considerava a construção de um banco de testes, cada um deles avaliando os mesmos objetivos educacionais.

Ao considerar os mapas conceituais sobre Análise Combinatória um material potencialmente significativo, que poderá favorecer a aprendizagem por recepção significativa, segundo a classificação da aprendizagem de Ausubel; Novak e Hansesian (1980) (maiores detalhes veja capítulo 2 dessa dissertação), é adequado apresentar os objetivos que fundamentam a utilização do mesmo. Recorre-se para isso à Taxonomia de Bloom *et al.* (1976) revisada por Anderson e Krathwohl *et al.* em 2001, para classificar metas e objetivos educacionais esperados nos mapas conceituais.

A taxonomia modificada (ANDERSON *et al*, 2001; KRATHWOHL, 2002, *apud* TAVARES, 2010, p.5) é a classificação de resultados educacionais, “semelhante à seleção de símbolos para classificar objetos em categorias, segundo as suas características comuns”, que propiciaram definições cuidadosas para as dimensões do conhecimento e dos processos cognitivos, estruturados como um referencial bidimensional.

Os objetivos cognitivos (KRATHWOHL; BLOOM; MASIA, 1964) são divididos em seis níveis que, usualmente, são apresentados numa sequência que vai do mais simples (conhecimento) ao mais complexo (avaliação). Assim teremos por objetivos dos níveis do domínio cognitivo os seguintes:

Quadro 1. Objetivos educacionais – Taxonomia de Bloom (1976) – área cognitiva.

Taxonomia de Bloom Área Cognitiva		
NÍVEIS	**OBJETIVOS**	**CAPACIDADES A ADQUIRIR**
Conhecimento	Lembrar informações sobre: fatos, datas, palavras, lugares, regras, critérios,procedimentos,etc	Definir, descrever, distinguir, identificar, rotular, listar, memorizar, ordenar, reconhecer, reproduzir, etc.
Compreensão	Entender a informação ou o fato, captar seu significado, utilizá-la em contextos diferentes.	Classificar, converter, descrever, discutir, explicar, generalizar, identificar, inferir, interpretar, prever, reconhecer, redefinir, selecionar, situar, traduzir, etc.
Aplicação	Aplicar o conhecimento em situações concretas	Aplicar, construir, demonstrar, empregar, esboçar, escolher, escrever, ilustrar, interpretar, operar, praticar, preparar, programar, resolver, usar, etc.
Análise	Identificar as partes e suas inter-relações	Analisar, calcular, comparar, discriminar, distinguir, examinar, experimentar, testar, esquematizar, questionar, etc.
Síntese	Combinar partes não organizadas para formar um todo	Compor, construir, criar, desenvolver, estruturar, formular, modificar, montar, organizar, planejar, projetar, etc.
Avaliação	Julgar o valor do conhecimento.	Avaliar, criticar, comparar, defender, detectar, escolher, estimar, explicar, julgar, selecionar, etc.

Porém na revisão desta taxonomia feita por Anderson e Krathwohl *et al.* (2002), o tipo de conhecimento a ser adquirido (dimensão do conhecimento) e o processo utilizado para a aquisição desse conhecimento (dimensão do processo cognitivo) foram combinados dando origem ao quadro abaixo, que tornou mais fácil a tarefa de definir com clareza os objetivos de aprendizagem.

Quadro 2. A taxonomia de Bloom revisada

Dimensão do conhecimento	**Dimensão dos processos cognitivos**					
	1. Relembrar	2. Entender	3. Aplicar	4. Analisar	5. Avaliar	6. Criar
A. Conhecimento factual						
B. Conhecimento conceitual						
C. Conhecimento procedimental						
D. Conhecimento meta-cognitivo						

Para a dimensão do **conhecimento**, foram considerados os seguintes tipos:

i. **Conhecimento factual:** Conhecimentos básicos de uma disciplina com os quais os alunos devem estar familiarizados.

ii. **Conhecimento conceitual:** Inter - relações entre os elementos básicos de uma estrutura, que os permite funcionar conjuntamente.

iii.**Conhecimento procedimental:** Como fazer algo, métodos de questionamento; critérios para utilização de habilidades, algoritmos, técnicas e métodos.

iv. **Conhecimento metacognitivo:** Conhecimento da cognição em geral, conhecimento da própria cognição e da prontidão

Para a dimensão **processos cognitivos**, foram considerados os seguintes tipos:

i. **Relembrar:** Resgatar conhecimentos relevantes da memória de longo prazo

ii. **Entender:** Construir significados a partir de mensagens instrucionais, incluindo mensagens orais, escritas e comunicações gráficas.

iii. **Aplicar:** Executar ou usar um procedimento numa dada situação

iv. **Analisar:** Quebrar um material em suas partes constituintes, e determinar quais partes se relacionam com as outras e com a estrutura global, ou com o propósito global.

v. **Avaliar:** Fazer julgamentos baseados em critérios e padrões.

vi. **Criar:** Pôr juntos elementos de modo a formar um todo coerente ou funcional; reorganizar elementos em um novo padrão ou estrutura.

A Taxonomia de Bloom revisada é baseada numa visão mais ampla de aprendizagem, que inclui não apenas a aquisição de conhecimentos, mas também a capacidade de usar esses conhecimentos em novas situações (MAYER, 2002, p.227). A capacidade de transferir a utilização de conhecimentos para outras situações acontece principalmente quando a aprendizagem é substantiva e não literal. Quando a estrutura cognitiva do indivíduo constrói significados sobre a nova informação que lhe é apresentada acontece a aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa é reconhecida como um importante objetivo instrucional. Ela requer que a instrução vá além da apresentação de “conhecimento factual”, e que as avaliações exijam dos estudantes mais que simplesmente “relembrar” ou “reconhecer” o “conhecimento factual”.

Dessa forma, usar a Taxonomia de Bloom revisada para analisar mapas conceituais ajudará a evidenciar quais são os processos cognitivos e tipos de conhecimentos que estão sendo utilizados na realização de um mapa. Pode-se dizer que essa é uma informação crucial para a tomada de decisão acerca da atitude pedagógica seguinte a ser tomada pelo mestre, para facilitar o caminho do aprendiz em direção a uma aprendizagem significativa do tema considerado.

Além de usarmos a Taxonomia na análise dos mapas, também usamos para analisar as questões do pré e pós-teste, que categorizou os objetivos educacionais esperados nas questões, potencializando ainda mais os resultados da pesquisa. Essa análise será discutida no próximo capítulo.

6 MÉTODO

Todos perdem quando não usamos a pesquisa na prática. (Gerard Vergnaud)

Considerando o processo ensino-aprendizagem sobre o conteúdo de Análise Combinatória com foco na aprendizagem significativa, através da utilização dos mapas conceituais, serão analisados e discutidos neste capítulo os dados coletados do experimento, as avaliações dos mapas e dos questionários pré e pós-teste e as atividades feitas pelos alunos durante a execução da pesquisa.

6.1 Delineamento da Pesquisa

Essa pesquisa pode ser considerada de natureza quantitativa e qualitativa, do tipo experimental, objetivando investigar a eficácia do uso de mapas conceituais no processo de ensino e aprendizagem de alunos do segundo ano do Ensino Médio.

Segundo Appolinário (2009), podemos definir a pesquisa experimental "[...] como um processo no qual podemos provocar deliberadamente algumas mudanças, enquanto observamos os resultados, com a finalidade de aumentar o conhecimento sobre o assunto" (APPOLINÁRIO, 2009, p. 63).

Ainda segundo esse autor a natureza quantitativa e qualitativa de uma pesquisa decorre do fato de que:

> [...] qualquer pesquisa provavelmente possui elementos tanto qualitativos como quantitativos, ou seja, em vez de duas categorias dicotômicas e isoladas, temos antes uma dimensão contínua com duas polaridades extremas, e as pesquisas se encontraram em algum ponto desse contínuo (APPOLINÁRIO, 2009, p. 59).

Na natureza qualitativa de uma pesquisa, segundo Oliveira (2008), é um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação. Assim para ele:

> As abordagens qualitativas facilitam descrever a complexidade de problemas e hipóteses, bem como analisar a interação entre variáveis, compreender e classificar determinados processos sociais, oferecer contribuições no processo das mudanças, criação ou formação de opiniões de determinados grupos e interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos (OLIVEIRA, 2008, p.59).

Com relação à natureza quantitativa de uma pesquisa, Richardson (2010) descreve:

> A abordagem quantitativa significa quantificar dados obtidos por meio de informações coletadas através de questionários, entrevistas, observações, assim como “o emprego de recursos e técnicas estatísticas desde as mais simples como: porcentagem, média, moda, mediana e desvio-padrão, até as de uso mais complexo como coeficiente de correlação, análise de regressão (RICHARDSON, 2010, p.70).

Inseridos nessas perspectivas, na nossa pesquisa realizamos aulas para os alunos utilizando mapas conceituais. Nessas aulas observamos dois grupos: o grupo experimental, que foram expostos ao uso de mapas conceituais para sistematizar o conteúdo que focamos, no caso, Análise Combinatória; e o grupo controle no qual ministramos o mesmo conteúdo de forma tradicional em que estavam habituados, ou seja, sem o uso de mapas conceituais.

Para o levantamento de dados da pesquisa aplicamos um questionário envolvendo conceitos sobre Análise Combinatória, em dois momentos: Um pré – teste, aplicado antes de iniciar o estudo, e um pós-teste, aplicado após a execução das aulas.

Segundo Oliveira (2008), o questionário pode ser definido como uma técnica para obtenção de informações sobre sentimentos, crenças, expectativas, situações vivenciadas e sobre todo e qualquer dado que o (a) pesquisador (a) deseja registrar para atender os objetivos de seu estudo.

Dessa forma utilizamos o questionário com dois objetivos, primeiro: aplicamos um questionário pré-teste, para coletar informações sobre os conhecimentos prévios dos alunos, a cerca do conteúdo Análise Combinatória; segundo: aplicamos o mesmo questionário pós-teste para, avaliar quais conceitos foram adquiridos após a exposição do conteúdo e, dessa forma, determinar se houve uma aprendizagem significativa, ou não, baseada nos dois questionários realizados.

Para Gil (1999, p.137), o pré- teste de um instrumento de coleta de dados tem por objetivo assegurar-lhe validade e precisão, mas é preciso assegurar que esteja bem elaborado. Nesse sentido, propomos alguns critérios que foram avaliados por alguns profissionais envolvidos na educação matemática. Eles julgaram tanto os questionários pré e pós-teste como os mapas conceituais construídos para ministrar as aulas. Essas análises serão discutidas nos Capítulos 6.3.1 e 6.3.2.

Para a realização da pesquisa escolhemos uma amostra não probabilística com alunos do segundo ano do Ensino Médio, pois Oliveira (2008), o (a) pesquisador (a) determina a quantidade de elementos ou o número de pessoas aptas a responder um questionário. O que não é definido na amostra probabilística, no qual o (a) pesquisador (a) deve ter conhecimento de todos os elementos e da totalidade de sujeitos para determinar sua amostra através de sorteio ou de outro critério ou técnica que achar viável e confiável.

Os dados coletados pelos questionários pré e pós-teste foram analisados quantitativamente pelo modelo estatístico Análise de Variância (ANOVA) através do *software Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS).

Portanto, a nossa pretensão foi de, através dessas metodologias, averiguarmos a eficácia da estratégia do uso de mapas conceituais, de maneira que o aluno demonstrasse maturidade nos entendimentos dos conceitos de forma estável e diferençável, o se espera na aprendizagem significativa.

6.2 O Campo da Pesquisa

A escola escolhida para o experimento foi a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professora Luzia Simões Bartollini, situada na cidade de João Pessoa/PB. Essa escolha se deu pelo fato da pesquisadora ter concluído o Ensino Médio e atualmente lá também leciona, embora os alunos envolvidos na pesquisa tivessem outro professor. É considerada uma escola polo do bairro pela sua estrutura física e que comporta um número grande de alunos, bem como pela disposição de salas que a subdividem entre: salas de aula, biblioteca, direção, secretaria, sala de professores, almoxarifado, sala de informática e quadra poliesportiva.

Todos os dados divulgados têm a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal das Paraíba (UFPB), maiores detalhes vejam Anexo A.

Nossa amostra, para pesquisa, foi formada pelas turmas do 2° (segundo) ano do Ensino Médio, que são 2 (duas) no turno da tarde, totalizando 25 (vinte e cinco) alunos, sendo 13 (treze) alunos do grupo controle e 12 (doze) alunos do grupo experimental, compondo assim nossa amostragem não probabilística intencional. O Quadro 3 indica as idades médias e distribuição por gênero e grupo (turma).

Quadro 3. Idade e Gênero dos Participantes do Experimento

<table>
<tr><td rowspan="4">Idade</td><td rowspan="2">Turma A
(Controle)</td><td>Média</td><td>Desvio</td><td>Mínima</td><td>Máxima</td></tr>
<tr><td>17</td><td>1,2</td><td>16</td><td>19</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Turma B
(Experimental</td><td rowspan="2">16</td><td rowspan="2">4,8</td><td rowspan="2">15</td><td rowspan="2">39</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="3">Gênero</td><td rowspan="2">Turma A
(Controle)</td><td>Homens</td><td>Mulheres</td><td colspan="2">Total</td></tr>
<tr><td>6</td><td>7</td><td colspan="2">13</td></tr>
<tr><td>Turma B
(Experimental)</td><td>4</td><td>8</td><td colspan="2">12</td></tr>
</table>

Nosso experimento se deu com a disciplina de Matemática, que tinha 4 (quatro) horas aulas semanais nas turmas do 2° (segundo) ano, com 45 (quarenta e cinco) minutos de duração cada.

Nas turmas Controle e Experimental tivemos 20 horas/aulas, sendo que duas aulas foram para o pré-teste e duas aulas para o pós-teste, ou seja, ministramos o conteúdo de Análise Combinatória em 16 horas/aulas. A distribuição das aulas pode ser apreciada com maiores detalhes no Plano de Aulas (ver Apêndice F).

O professor regente das turmas escolhidas para a pesquisa tem graduação em matemática, com experiência profissional de três anos no Ensino Médio, possui bom relacionamento com os alunos e atualmente é professor integral da escola, ou seja, trabalha nos três turnos da escola.

6.3 Materiais

O objetivo de nossa pesquisa foi verificar o conhecimento que os alunos adquiriam quando expostos a um instrumento de aprendizagem (Mapas Conceituais) sobre o conteúdo de Análise Combinatória, como pode ser observado na Figura 9, que explica os conceitos abordados e o procedimento da avaliação.

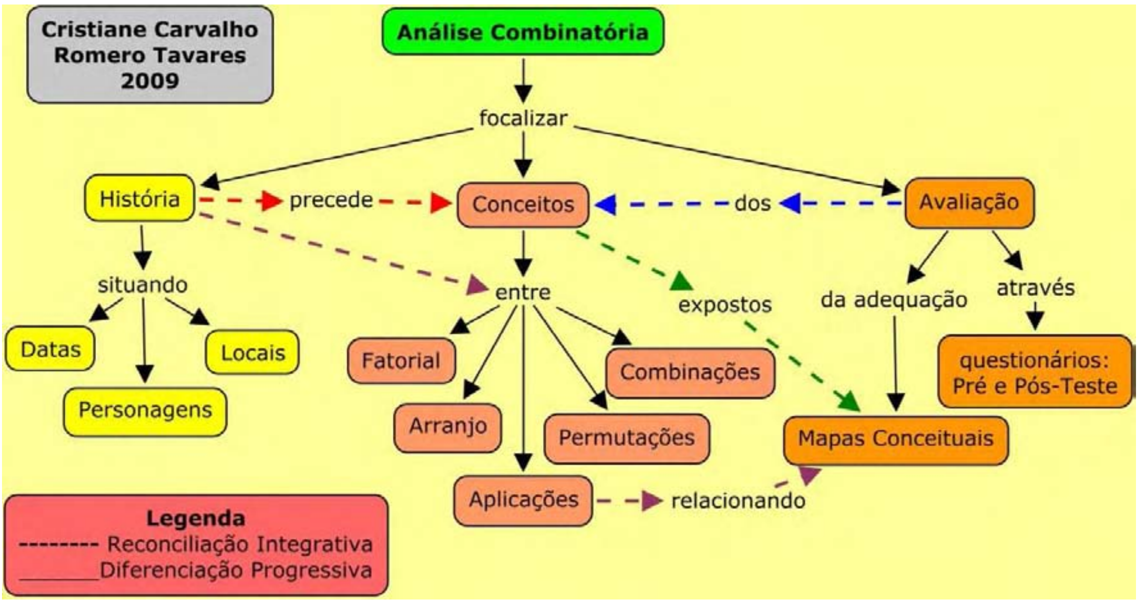


Figura 9. Aprendizagem usando Mapa Conceitual sobre Análise Combinatória.

Para essa verificação, consideraram-se, na realização da pesquisa dois materiais, que auxiliaram na análise quantitativa e qualitativa. Os materiais foram os Mapas Conceituais sobre Análise Combinatória e os Questionários Pré e Pós-teste. Eles foram validados por profissionais com conhecimento na área de estudo. Nessa seção iremos discutir cuidadosamente a construção e validação desses dois materiais.

6.3.1 Construção e Validação do Objeto de Estudo: Mapas Conceituais Potencialmente Significativos

O estudo de Análise Combinatória tem a finalidade de proporcionar ao aluno o desenvolvimento do raciocínio combinatório, onde consegue adquirir informações que constroem um modelo explicativo e simplificado da situação. Dessa forma para promover a aprendizagem desse conteúdo propomos mapas conceituais que se fundamentam na Teoria Significativa de David Ausubel (1980) e nos ideais de Joseph D. Novak (1996) referente à estratégia de mapas conceituais para traduzir o processo de transformação psicológica.

Mapas conceituais segundo Novak e Gowin (*apud*. MOREIRA, 2006) se destinam a representar relações significativas para representar um conjunto de significados entre conceitos na forma de proposições, isto é, são dispositivos esquemáticos para representar um conjunto de significados de conceitos encaixados em um sistema de referência proposicional.

Para a elaboração de mapas conceituais, partimos dos princípios ausubelianos da ”diferenciação progressiva”, em que os alunos devem aprender um conteúdo inicial (conceitos e ideias), e a partir desse conteúdo, associando progressivamente ao novo conteúdo fazendo uma distinção (diferenciação) entre esses conceitos. E da “reconciliação integrativa”, em que os conceitos originais buscam associações (reconciliadoras) entre si, interligando-se de forma expansiva e sistemática (AUSUBEL, 1980).

A elaboração dos mapas conceituais é bem simples: o tema principal fica no topo, dentro de um retângulo, logo abaixo se colocam os conceitos relacionados com o principal, também dentro de um retângulo e unido por um segmento ou seta descritiva (com uma palavra), que estabelece uma conexão entre os elementos conceituais.

Na construção de um mapa conceitual, em primeiro lugar é necessário identificar os conceitos-chaves subordinados e os superordenados do conteúdo geral. Precede-se à hierarquização dos conceitos, numa estrutura bidimensional, considerando que os conceitos mais específicos e menos gerais devem ser integrados sob conceitos mais gerais e menos inclusivos; posteriormente, identificam-se as possíveis relações entre os conceitos, esclarecendo os significados através das proposições de ligação (PRAIA, 2000).

Os mapas conceituais podem ser elaborados de diversas formas: no papel comum, com papeis *Post-it* (adesivos), com cartolina, ou mesmo *software*.

Dos recursos tecnológicos existentes, há softwares que possibilitam formas diferenciadas de se ler e escrever, destacando-se aqueles que permitem representar mapas, citaremos aqui o Cmap Tools, um *software free*, desenvolvido pelo *University of West Florida* do IHMC, sob a supervisão do Dr. Alberto J. Cañas, que permite construir, navegar e compartilhar mapas de forma individual ou colaborativa.

Inicialmente, foram selecionadas 100 (cem) questões de diversos livros de matemática e variados autores com experiência no ensino de matemática. Dessas questões fizemos outra seleção seguindo os critérios de relevância no cotidiano dos alunos, e assim obtivemos 50 questões. Por último selecionamos 40 questões com critérios nos objetivos educacionais e as competências do Ensino Médio, dessa forma, separados 20 (vinte) questões para o questionário (pré e pós-testes) e 20 (vinte) questões para elaborar os mapas conceituais.

Após a escolha das 20 questões destinadas para a construção dos mapas conceituais, foram elaborados mapas conceituais sobre o conteúdo de Análise Combinatória a partir de um estudo de alguns livros didáticos e de apoio ao professor de matemática. Esses mapas podem ser observados no Apêndice H.

Nas 20(vinte) questões estiveram envolvidos conceitos sobre Princípio Fundamental da Contagem, Permutação (Simples, com repetição e circular), Arranjos (Simples e com repetição) e Combinatória (Simples). A cada término do conceito tínhamos um mapa conceitual resumindo as principais ideias apresentadas e necessárias ao aprendizado, dessa forma construímos mais 5 (cinco) mapas conceituais resumos (Resumo do PFC, Resumo de Fatorial, Resumo de Permutação, Resumo de Arranjo e Resumo de Combinação), ao final da construção tínhamos 25 (vinte e cinco) mapas conceituais.

Os mapas conceituais construídos para a pesquisa tiveram como conceitos centrais a definição, os elementos, os conceitos anteriores, as restrições e os agrupamentos em que cada questão exigia. Eles foram apresentados durante as aulas, após a discussão do conteúdo de forma dialogada e com o auxilio do material de apoio (Ver Apêndice D).

Os vinte e cinco mapas construídos podem ser classificados em quatro conteúdos: Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Permutação (Simples, Com Repetição e Circular), Arranjo (Simples e Com Repetição) e Combinação Simples.

Os mapas conceituais de 1 a 7 (ver Apêndice H) refere-se ao PFC e tem o mapa conceitual 21 como resumo.

Observem no mapa da Figura 10, os conteúdos envolvidos (estão separados em cores distintas), os princípios ausubelianos (que estão indicados pela seta contínua) e a hierarquias em que esses conceitos estão dispostos dos mais gerais e exclusivos aos mais específicos e dependentes, e compreenda como um simples conteúdo de Contagem pode envolver diferentes conceitos que interligados permitem conectar ideias que aparentemente não tinham sentido.

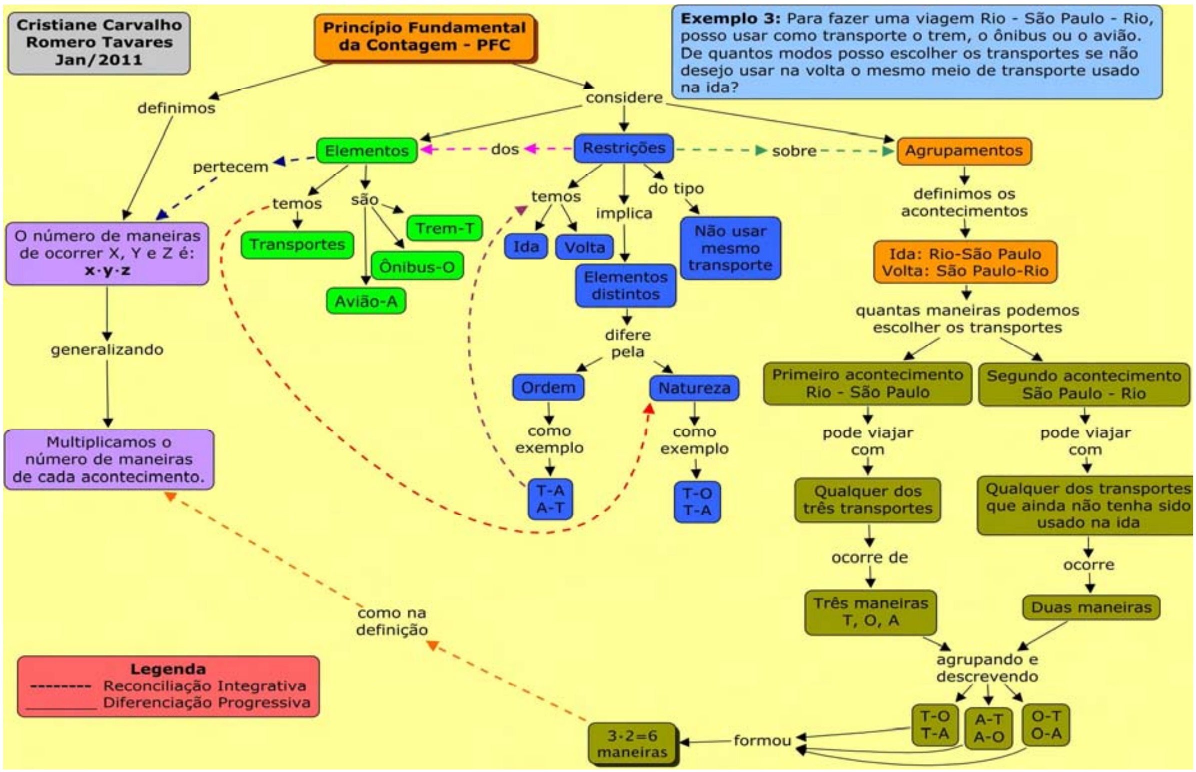


Figura 10. Mapa Conceitual referente ao exemplo 3: PFC e os Meios de Transportes.

Na análise visual da Figura 10 identificamos um conceito central: Princípio Fundamental da Contagem que terá como conceitos subordinados: definição, elementos, restrições e combinação, formando assim uma proposição. Cada proposição está ligada por um segmento linear que caracteriza o principio ausubeliano da diferenciação progressiva (de acordo com a legenda) e permite que os alunos compreendam os conceitos de forma hierárquica partindo dos conceitos mais gerais e inclusivos integrando os conceitos menos específicos. Também se observa nesse mapa, segmentos pontilhados, que promove o princípio ausubeliano da reconciliação integrativa em que os conceitos buscam associar-se entre si, interligando-se de forma expansiva e sistemática.

Fazendo uma análise conceitual, podemos observar na Figura 10, que o aluno deve compreender o princípio fundamental da contagem retirando do exemplo citado na caixa azul claro, elementos que submetidos a algumas restrições permitirá agrupar os elementos considerados e assim determinar quantos meios de transportes podem ser escolhidos.

Os mapas conceituais de 8 a 13 (ver Apêndice H) são destinados ao conteúdo de Permutação e tem o mapa conceitual 23 como resumo.

As cores em que estão dispostos os conceitos dos mapas também representam uma característica entre todos os mapas, facilitando assim identificar cada conceito no exemplo da caixa azul clara.

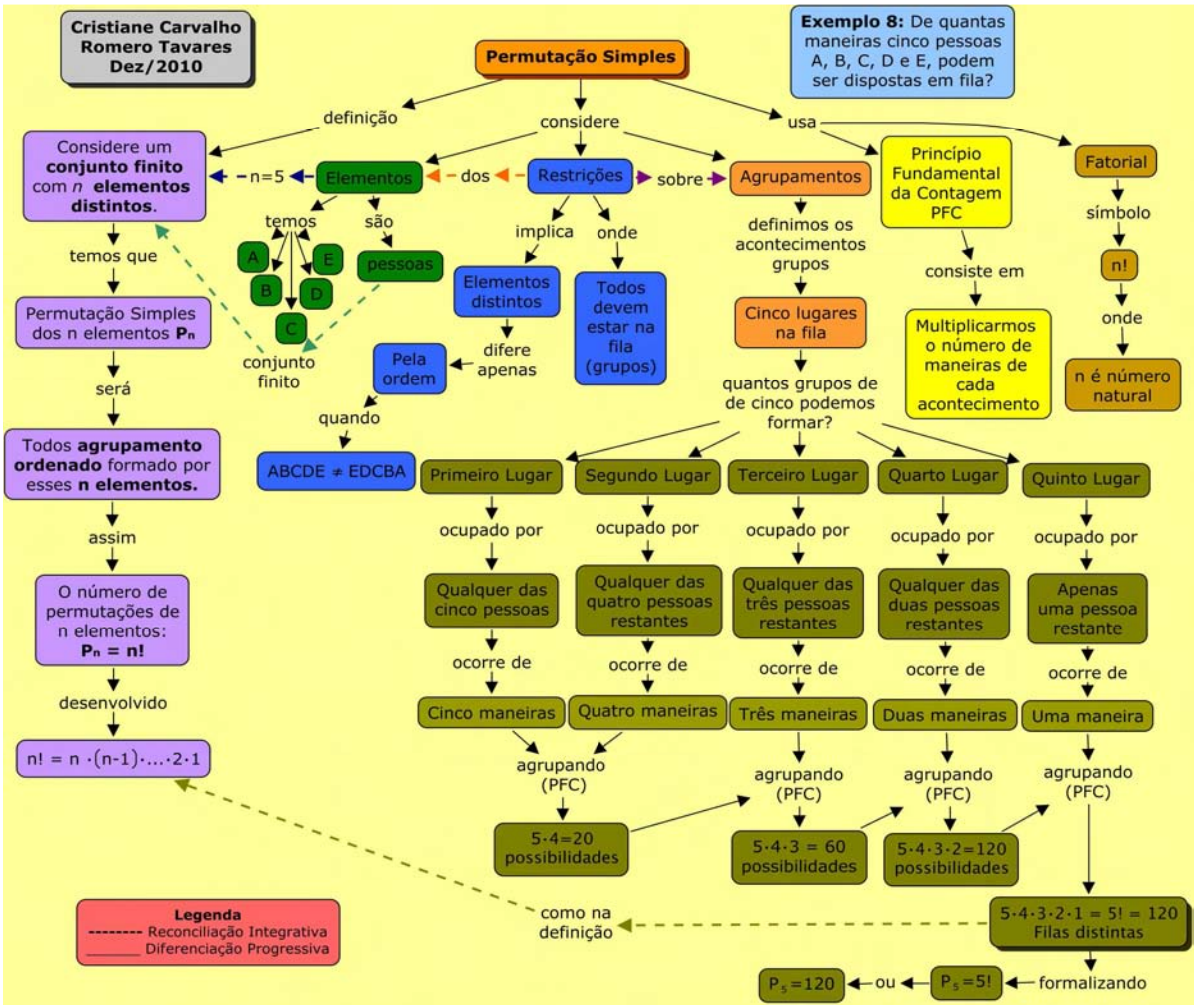


Figura 11: Mapa conceitual referente ao exemplo 8: Permutação Simples e Disposição de uma Fila.

Podemos observar na Figura 11, o princípio ausubeliano da diferenciação progressiva nas conexões entre os conceitos por setas contínuas e a reconciliação integrativa entre os conceitos nas setas pontilhadas como mostra a legenda em vermelho. A disposição em que os conceitos estão no mapa também permite visualizar a hierarquia dos conceitos e para o aluno que já observou sete mapas anteriores fica claro que os elementos que estão nas cores verdes são importantes para montar o agrupamento e que as restrições permitirão indicar quantos retângulos (esquemas) serão considerados no agrupamento.

Observe que na Figura 10, se o aluno compreendeu o esquema do agrupamento, na sequência hierárquica do retângulo bege, ele entenderá, na Figura 11, porque a fórmula de permutação é “n!”. Dessa forma o mapa deve ajudá-lo no entendimento das fórmulas como processo de construção e amadurecimento do conhecimento, pelo menos é que se espera nesse estudo.

Os mapas conceituais de 14 a 17 (ver Apêndice H) referem-se ao conteúdo de Arranjo e tem o mapa conceitual 24 como resumo.

Na Figura 12, o agrupamento permitiu chegar a alguma solução do problema, mas o que fez compreender a fórmula foi à reconciliação integrativa com a definição e também com conceitos subordinados sobre permutação (na Figura 12 está na cor roxa).

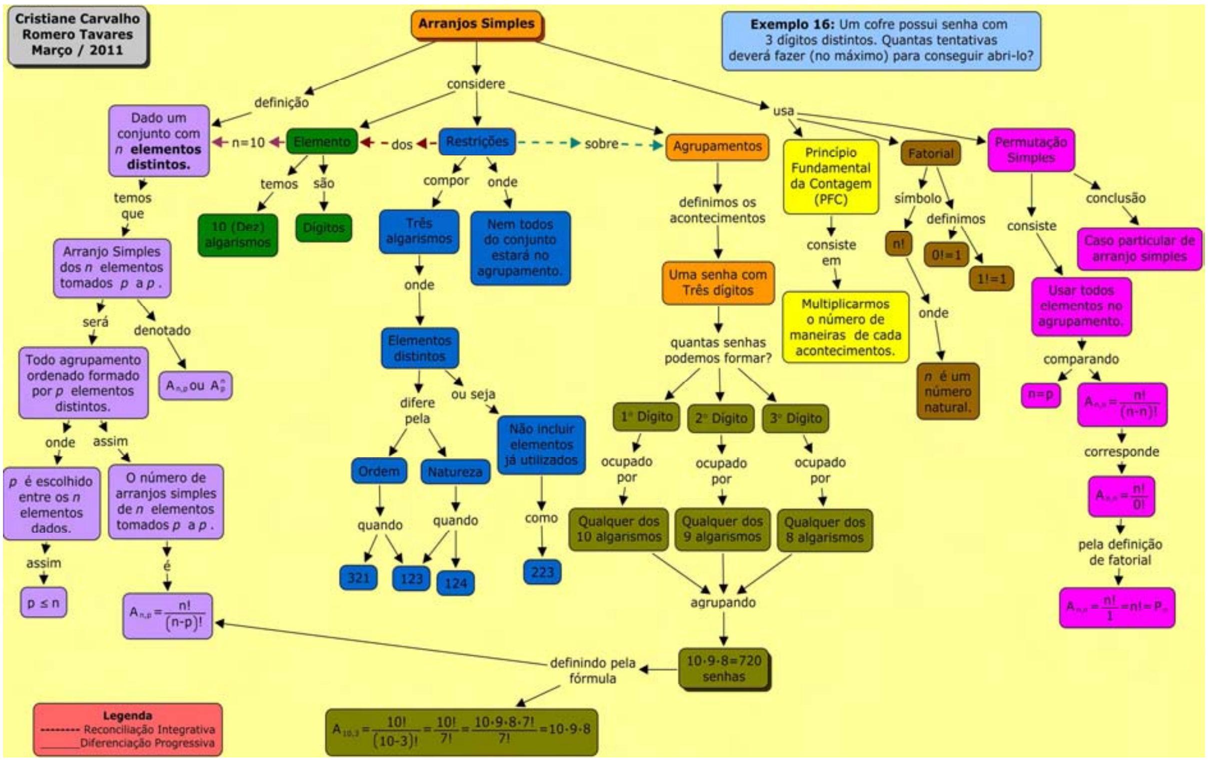


Figura 12. Mapa Conceitual referente ao exemplo 16 sobre Arranjo Simples e as Senhas.

Por fim os mapas conceituais de 18 a 20 (ver Apêndice H) referem-se ao conteúdo de Combinação que tem o mapa conceitual 25 como resumo.

Os mapas-resumos são semelhantes aos mapas-exemplos (caracterizado por aqueles que têm um retângulo azul claro descrevendo o exemplo) e também, utiliza-se dos princípios ausubelianos que refletem a hierarquia dos conceitos envolvidos dos mais gerais aos mais específicos, indicada pela seta contínua e, reconhecer as relações entre conceitos aparentemente dispares, que indicamos por setas tracejadas, permitindo assim, o entendimento desses conceitos sobre a temática em discussão, sem que haja necessariamente um agrupamento que resulte em alguma solução de algum problema, como é o caso dos mapas-exemplos.

A Figura 13 representada pelo resumo de Arranjo mostra poucas reconciliações integrativas, ou seja, relações entre conceitos na visualização horizontal do mapa, porém é fácil identificar os diferentes tipos de arranjo e exemplos de elementos que sugere esse tipo de agrupamento de forma a diferenciar progressivamente. As cores são as mesmas usadas nos mapas exemplos e também possuem a legenda indicando os princípios ausubelianos.

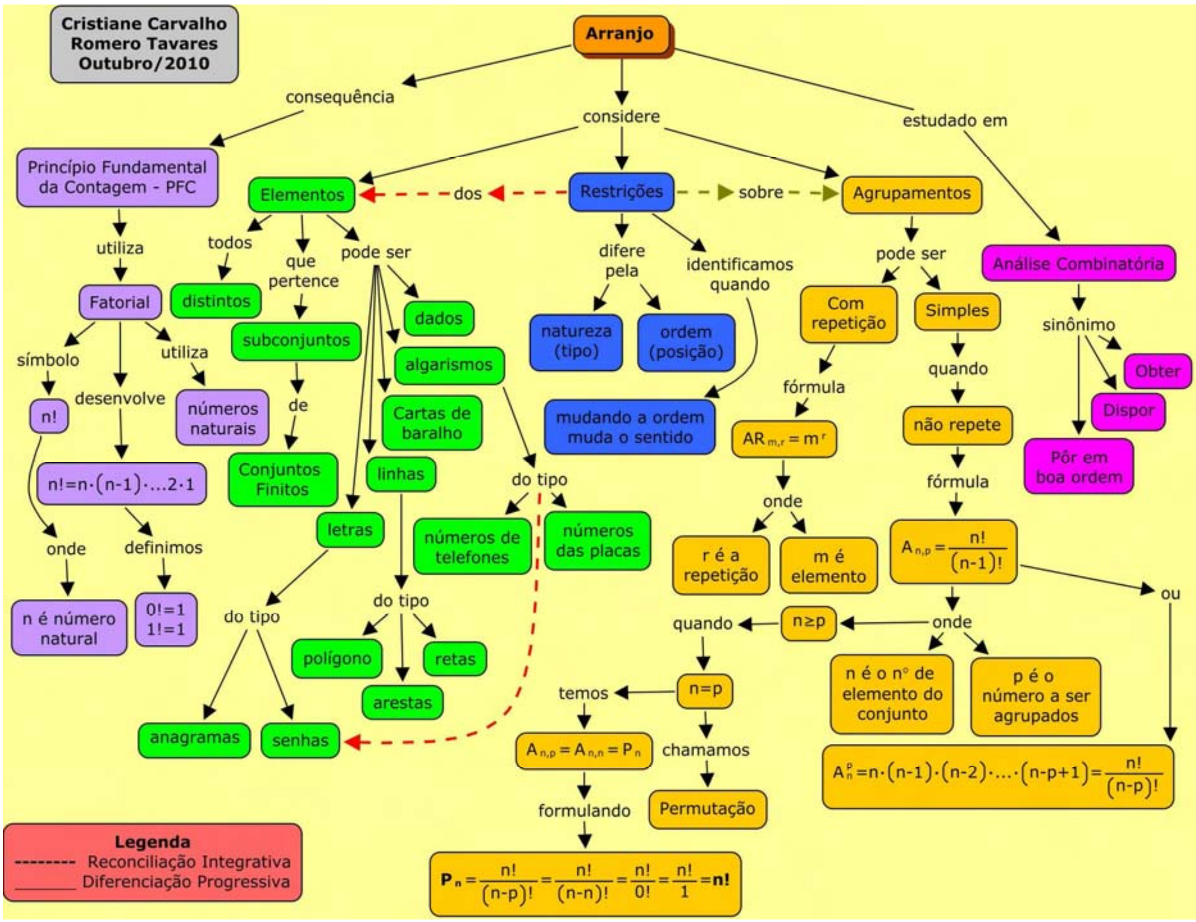


Figura 13. Mapa Conceitual referente ao mapa resumo de Arranjo.

A análise desses instrumentos considerou que o avaliador possuía conhecimento sobre Mapas Conceituais, a Teoria Significativa de Ausubel, as

Competências para o Ensino Médio em Matemática e a Taxonomia de Bloom. Afim, de objetivarmos nosso estudo traçamos alguns conceitos importantes sobre cada item supracitados que posteriormente foram analisados quantitativamente e qualitativamente. Esses critérios podem ser observados no Capítulo 4.2 dessa dissertação.

Os avaliadores foram submetidos a responder 12 questões envolvendo os critérios supracitados (ver Apêndice G).

Para fortalecer ainda mais a análise dos mapas, os avaliadores ressaltaram a necessidade do professor como mediador para expor os conteúdos, pois acreditam que os alunos podem não terem conhecimentos prévios para conectar, sozinhos, todas as ideias apresentadas nos mapas.

Sugere ainda que a aplicação possa ser feito em três momentos (Avaliador 1): No primeiro momento como leitura sugerida para os próprios alunos, referenciando ao conteúdo, no segundo momento como modelo para repensar alguns exercícios para a assimilação e um terceiro momento no final do conteúdo para avaliar os alunos sobre o que foi absorvido por eles, ou mesmo como revisão.

Todos os mapas foram considerados válidos pelos avaliadores para a aplicação em sala de aula, porém eles sugeriram melhorias e recomendações que foram cumpridas de acordo com as possibilidades.

6.3.2 Construção e Validação do Questionário Pré e Pós-teste

Separadas 20 questões para o pré e pós-teste, cujos critérios eram sua relevância na aplicação do cotidiano dos alunos, as competências exigidas no Ensino Médio, os objetivos educacionais e a postura adotada no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), modificamo-las, mas sem perder o valor informativo, a fim de proporcionar a contextualização. Nessa direção Bravo (2006), sugere que devemos apresentar um problema sugestivo que encaminhe o aluno a uma busca de respostas no conteúdo apresentado posteriormente.

As 20 (vinte) questões foram separadas por seções classificadas por letras (de A até J, ver Apêndice B), que motivava os alunos no entendimento do enunciado, uma vez que o questionário, enquanto pré-teste, não buscava conhecimento científico do conteúdo pelos alunos.

Cada questão continha quatro alternativas, sendo que a quarta alternativa (“d”) dava ao aprendiz a oportunidade de optar pelo desconhecimento total do assunto, evitando que a escolha fosse de forma aleatória e assim podermos verificar os conhecimentos prévios no pré-teste ou os conhecimentos adquiridos no pós teste.

O objetivo das questões, enquanto pré-teste eram verificar o nível de conhecimento específico existente na estrutura cognitiva do aprendiz, ou seja, os conhecimentos prévios relevantes que serviriam de subsunçores na aprendizagem significativa da Análise Combinatória.

Questões de conhecimento prévio foram relevantes quando os alunos se depararem com situações problemas envolvendo conteúdos ainda não estudados em sala de aula. Dessa forma, o questionário como pré-teste também proporcionou a curiosidade em aprender sobre o conteúdo proposto, motivando assim, na busca de novos conhecimentos.

As questões elaboradas envolveram conceitos sobre: os tipos de agrupamento, quais elementos fazem parte do conjunto a serem agrupados, quais restrições devem ser levadas em considerações, a junção dos tipos de agrupamentos em um mesmo problema, além da utilização das fórmulas como ferramenta de agilidade nos cálculos: essas considerações podem ser apreciadas com maiores detalhes no Capítulo 4.3.

Das 20 (vinte) questões, separadas para o pré e pós teste, 11 (onze) envolveram questões que exigiam o desenvolvimento de cálculos e o uso de fórmulas e 9 (nove) questões exigiam apenas conhecimentos conceituais sem necessidade de fórmulas específicas.

O teste teve valor de 0 (zero) a 10 (dez) sendo distribuídas igualmente entre as 20 (vinte) questões, ou seja, cada questão foi pontuada com valor 0,5 (cinco décimos) pontos.

Após a elaboração do questionário precisávamos saber se realmente era válido do ponto de vista científico. A esse respeito, Richardson (2010), diz que o pré-teste deve ser selecionado entre pessoas com experiência no assunto. Assim escolhemos 4 (quatro) profissionais, da educação com titulação de mestrado e/ou doutorado para analisarem se os questionários realmente eram válidos ou não.

Os pesquisadores tiveram que analisar o questionário de acordo com os seguintes critérios:

i) Grau de dificuldade com escala de 1 (um) a 4 (quatro);

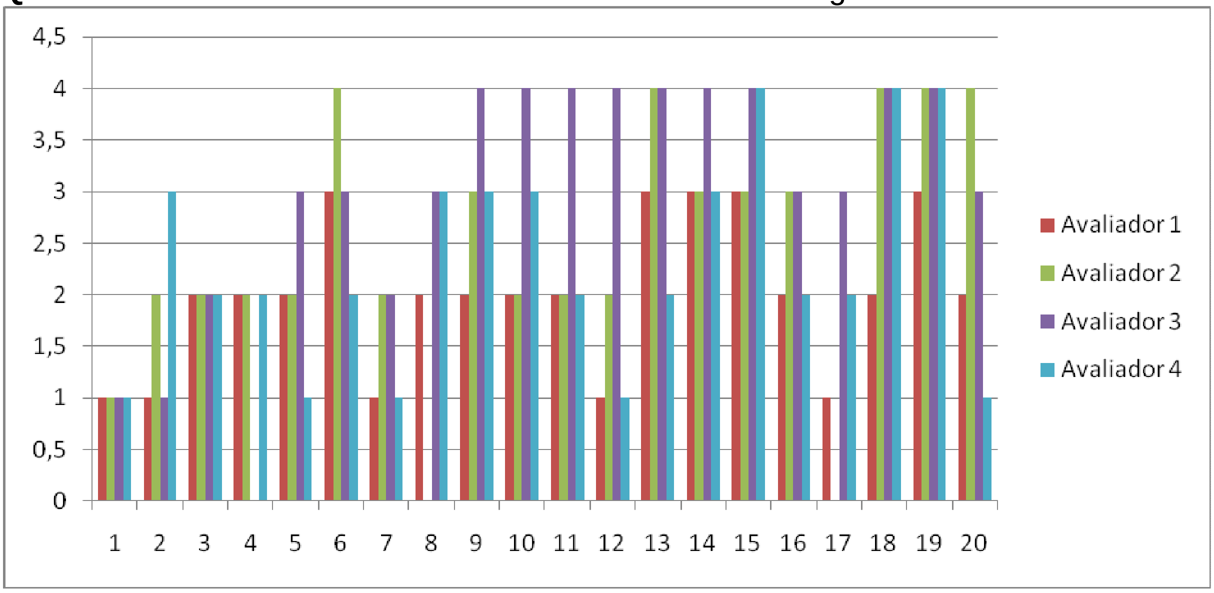
ii) Clareza e objetivos educacionais (veja Capítulo 5 dessa dissertação).

Sobre o item (i), deveriam considerar:

- **Nível básico: 1 (um)** - a questão requer interpretação simples, cuja resolução exige a utilização de esquema ilustrativo como por exemplo diagrama de árvore e/ou Princípio Fundamental da Contagem (PFC);
- **Nível intermediário: 2 (dois)** – a questão requer interpretação envolvendo combinatória, cuja resolução é feita com a aplicação das regras de combinação simples, arranjo simples e/ou permutação simples;
- **Nível difícil: 3 (três)** – a questão requer interpretação envolvendo conceitos sobre combinatória, cuja resolução exige conhecimento sobre combinação simples, arranjo com repetição e/ou permutação com repetição;
- **Nível avançado: 4 (quatro)** – a questão requer interpretação de combinatória, cuja resolução exige o conhecimento de um conjunto de regras de combinação simples, arranjo simples e com repetição e/ou permutação simples, com repetição e/ou circulares.

A análise dos pesquisadores quanto a esse item (Grau de Dificuldade) está indicado no Quadro 4, mostrando o perfil de dificuldade de cada questão segundo a opinião deles.

Quadro 4. Resultado do nível de dificuldade dos testes segundo os avaliadores.



Fazendo uma interseção nos dados, observamos que a questão 1 (linha horizontal do Quadro 4), envolvendo conteúdo conceitual, foi considerada com nível de dificuldade 1 (linha vertical do Quadro 4) por 100% (cem por cento) dos avaliadores, ou seja, a questão permitia perceber se o aluno sabia interpretar os elementos envolvidos no princípio fundamental da contagem.

No mínimo 75% (setenta e cinco por cento) dos avaliadores, ou seja, três ou os quatros, julgaram em nível de dificuldade 2 às questões 3, 4, 10 e 11, sendo que as questões 3, 4 e 11 envolviam cálculos na sua resolução e a questão 10 envolvia apenas questões conceituais. Ou seja, essas questões permitiam analisar, se os alunos sabiam interpretar os conceitos de combinatória e utilizar de regras para resolvê-la.

Também detectamos que as questões 6, 13, 14, 15 e 19 foram consideradas por no mínimo 75% (setenta e cinco por cento) dos avaliadores com nível de dificuldade 3, sendo que as questões 6, 14, 15, 19 envolvem cálculo para sua resolução e a questão 13 envolve apenas questões conceituais. Com essas questões percebemos se os alunos sabiam interpretar os conceitos e resolver cálculos sobre combinatória envolvendo resolução de combinação, permutação e arranjo simples.

Não houve concordância entre os avaliadores, quanto ao nível de dificuldade 4, ou seja, 100% (cem por cento) dos avaliadores usaram essa alternativa de forma diferenciada dos demais.

Quanto ao segundo critério (Clareza e Objetivos Educacionais) a serem avaliados nas questões, fizemos dois levantamentos: O primeiro realizado pela pesquisadora desse trabalho e o segundo foi à intersecção dos dados dos avaliadores.

Quadro 5 Distribuição das questões do teste nas dimensões da Taxonomia de Bloom-Anderson segundo a pesquisadora.

Dimensão do Conhecimento	Dimensão dos processos cognitivos					
	1. Relembrar	**2. Entender**	**3. Aplicar**	**4. Analisar**	**5. Avaliar**	**6. Criar**
A. Conhecimento factual	1, 6, 9, 19					
B. Conhecimento conceitual	3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17	2, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 17, 18, 19, 20	3, 6, 14, 18	8, 11, 14, 15, 18, 19	5, 6, 7, 10, 12, 13, 15, 17, 20	
C. Conhecimento procedimental	4, 5, 8, 11, 14, 15	3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 19	3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 14, 15, 18, 19	8, 9, 11, 14, 15, 18	6, 9, 12, 14, 15, 16, 18, 19	
D. Conhecimento meta-cognitivo						

Segundo julgamento da pesquisadora podemos identificar no Quadro 5 que, as vinte questões permitem verificar o conhecimento conceitual e procedimental dos alunos sobre Análise Combinatória, através da dimensão dos processos cognitivos relembrar, entender , aplicar, analisar e avaliar.

Para mostrar a análise dos avaliadores quanto a esse item, fizemos uma intersecção dos dados, prevalecendo os itens com maior ocorrência.

Essa análise também pode identificar que as vinte questões verificam o aprendizado dos conhecimentos conceituais e procedimentais sobre o conteúdo Análise Combinatória pelos alunos.

Quadro 6 Distribuição das questões segundo o julgamento dos avaliadores

Dimensão do Conhecimento	Dimensão dos processos cognitivos					
	1. Relembrar	**2. Entender**	**3. Aplicar**	**4. Analisar**	**5. Avaliar**	**6. Criar**
A. Conhecimento factual	1, 2, 6, 9, 12					
B. Conhecimento conceitual	8, 10, 13, 14, 17	4, 5, 6, 7, 10, 14, 17, 18, 19, 20	4, 6, 12	7, 8, 12, 15, 18	12, 17	
C. Conhecimento procedimental		6, 8, 18	2, 4, 6, 9, 11, 15	2, 14, 15	16	
D. Conhecimento meta-cognitivo						

Antes da interseção dos dados, identificamos, na análise individual, que o Avaliador 1 julgou todas as vinte questões como: “relembrar os conhecimentos factuais, conceituais, procedimentais e metacognição”. O Avaliador 2 concentrou seu julgamento no “entendimento, analise e avaliação dos conhecimentos factual, conceitual e procedimental”, a Avaliadora 3 julgou quanto o “relembrar, entender aplicar e analisar os conhecimentos conceituais e procedimentais” e a Avaliadora 4 foi bem homogênea no julgamento das questões, ou seja, concentrou-se nos cinco processos cognitivos consecutivos e nas três dimensões do conhecimento (A, B e C), excetuando a meta-cognição nos seis processos cognitivos e a criação nas quatro dimensões do conhecimento.

Assim, de acordo como Quadro 6, as questões permitem expressar pelos alunos o entendimento nos conhecimentos conceituais, aplicação nos conhecimentos conceituais e procedimentais, análise nos conhecimentos conceituais e procedimentais e avaliação nos conhecimentos conceituais.

Por outro lado nenhum avaliador julgou que os alunos possam aplicar a metacognição, o que não torna as questões irrelevantes, pois estamos propondo a aprendizagem de apenas um conteúdo dentre os diversos conteúdos do Ensino Médio e espera-se, também que esse conteúdo sirva de ancoras para os demais assuntos.

Tendo em vista as análises dos avaliadores, o parecer foi favorável para aplicarmos as questões (pré e pós-teste) ao público indicado.

6.4 Relato da Intervenção

Para nossa pesquisa, escolhemos aplicar um teste de conhecimento sobre Análise Combinatória, chamamos de pré-teste (ver Apêndice B) e depois de 16 horas/aulas aplicamos o mesmo questionário, só que agora chamamos de pós-teste (Tivemos 2 horas/aulas para o pré e 2 horas/aulas para o pós, totalizando assim 20 horas/aulas).

O pré-teste foi aplicado nas duas turmas ao mesmo tempo, ou seja, os alunos se concentraram em uma mesma sala, como pode ser observado na Figura 14.

Figura 14. Alunos da Turma Controle e Experimental realizando o Pré-Teste.

A duas turmas foram divididas em Turma Experimental e Turma Controle. A turma Experimental recebeu o conteúdo de Análise Combinatória com o uso de mapas conceituais e a Turma Controle recebeu apenas aulas tradicionais com exemplos e demonstração de fórmulas.

Considere de Turma Experimental o 2° (segundo) ano B e Turma Controle o 2° (segundo) ano A, essa escolha seguiu o critéri o determinado pelo professor regente, alegando ser o 2° A, a turma com maior fac ilidade de aprendizagem, e por optar um desafio maior na aprendizagem de Análise Combinatória com o uso de mapas conceituais, preferimos ficar com a turma do 2° (segundo) B para aplicação do experimento.

Após a aplicação do pré-teste os alunos foram submetidos a aulas expositivas com o uso de *data-show* e material de apoio (ver Apêndice D), essas aulas foram intercaladas com cinco atividades (ver Apêndice E) a fim de monitorar a aprendizagem do conteúdo, e assim perceber a necessidade de reforço na aprendizagem.

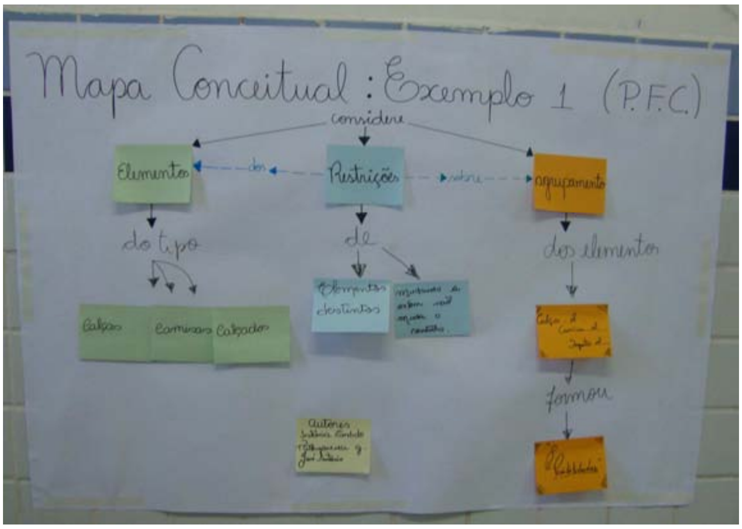


Figura 15. Mapa elaborado pelos alunos da turma Experimental durante a explanação do conteúdo.

Os alunos da Turma Experimental foram submetidos a aulas expositivas com o uso de mapas conceituais. Porém inicialmente, construímos alguns mapas conceituais com os alunos, para que depois já habituado, os alunos entenderiam a composição de cada mapa.

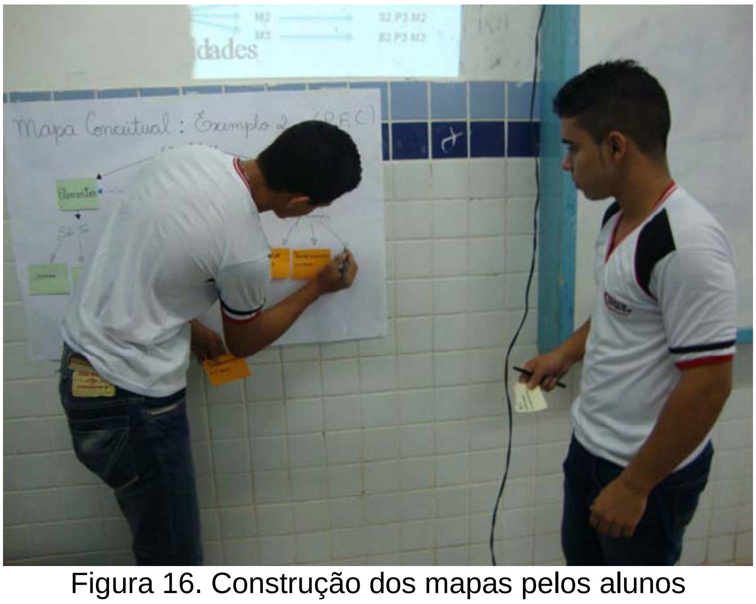


Figura 16. Construção dos mapas pelos alunos

Para os mapas conceituais iniciais solicitamos que colocassem nos *post-it* os “elementos”, “restrições”, e “agrupamentos” que estava envolvido no exemplo 1 (situado no material de apoio – ver Apêndice D). As cores dos *post-it* tinham semelhança as cores encontradas nos mapas construídos para ministrar as aulas. Na Figura 16 podemos ver os Elementos na cor verde clara e os Agrupamentos na cor laranja.

Abaixo descrevemos o processo de ensino e aprendizagem em que os alunos foram submetidos ao longo dessas aulas e como os mapas conceituais influenciaram nas resoluções.

A atividade 1 refere-se a aprendizagem sobre o Principio Fundamental da Contagem (PFC), está dividida em 8 (oito) exercícios. Antes da sua aplicação os alunos (das duas turmas) foram submetidos a aulas teóricas, sendo que a turma experimental com a utilização dos mapas conceituais 1 ao 7 (ver Apêndice H) depois, foram resolvidos em sala de aula.

Na questão 1 da atividade 1 proposta em sala de aula temos: “Thiago possui duas calças (amarelo e preto), duas camisas (amarela e preta) e dois calçados (amarelo e preto). De quantas maneiras ele poderá escolher uma calça, uma camisa e um calcado?”. As soluções feitas pelos alunos da turma experimental podem ser observadas na Figura 17.

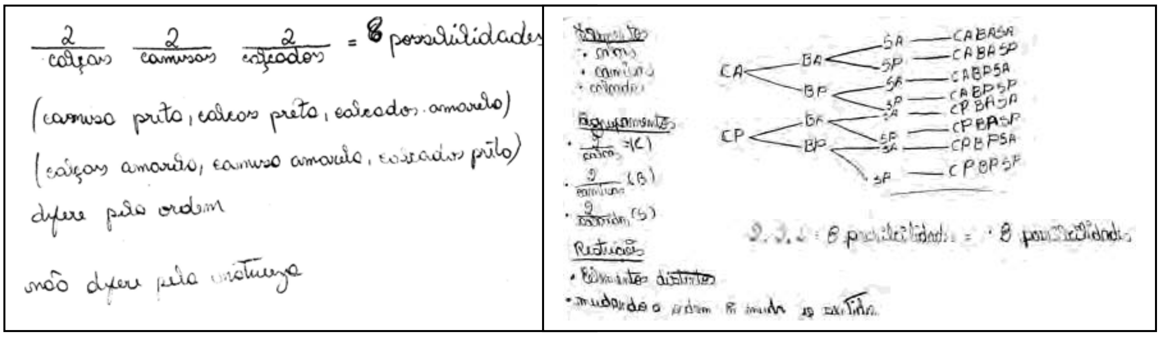


Figura 17: Primeiro exercício referente a atividade 1 (um) do aluno da turma controle (a esquerda) e da turma Experimental (a direita).

Podemos perceber que os conceitos, sobre o conteúdo Princípio Fundamental da Contagem, que necessitava o desenvolvimento da árvore de possibilidades, foram desenvolvidos por ambos os alunos da turma Experimental e

Controle, porém o aluno da Turma Experimental retirou mais informações do problema deixando mais evidente seu aprendizado pelo conteúdo.

Os alunos na realização dessas atividades tiveram como apoio um material (Apêndice D) construído especialmente para ministrar o conteúdo de Análise Combinatória e também para que ambas as turmas tivessem acesso as mesmas informações. Porém, para realizar as atividades os alunos da turma Experimental também tiveram o apoio dos mapas conceituais, construídos para cada exemplo citado no material de apoio. Observem nas Figuras 18 e 19 abaixo, como os alunos da Turma Experimental e de Controle responderam as atividades com consulta.

Figura 18. Execução das atividades por meio da consulta dos mapas conceituais.

Figura 19. Buscando os conceitos por meio do mapa conceitual.

Observa-se na Figura 20 que os alunos da Turma Controle tiveram apenas o Material de Apoio para realizar as atividades propostas.

Figura 20. Aula na turma Controle.

Considerando ainda a atividade 1 propusemos a segunda questão: “Certo dono de um restaurante promoveu um campeonato para verificar quem conseguiria fazer o número máximo de refeições. No restaurante há 2 tipos de saladas, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesas. Sendo assim quais e quantas possibilidades temos para fazer refeições composta com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa?”

As soluções dos alunos das duas turmas Experimental e de Controle podem ser observadas nas Figuras 21 e 22.

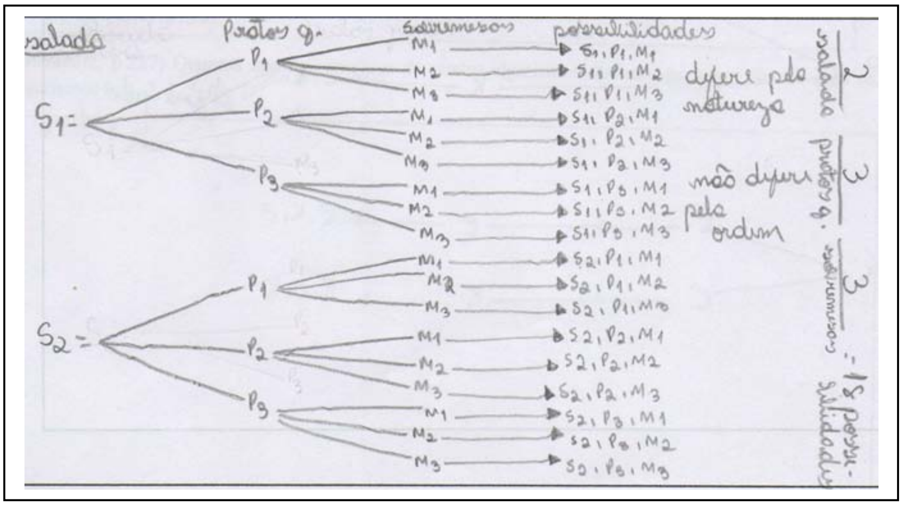


Figura 21. Segundo exercício da atividade 1(um) aluno da turma Controle.

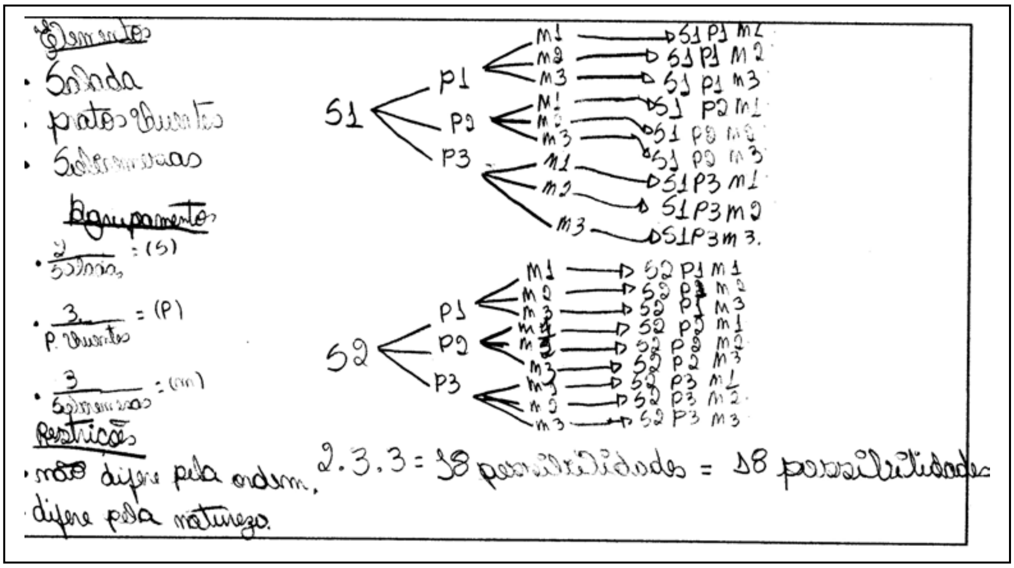


Figura 22. Segundo exercício da atividade 1(um) aluno da turma Experimental.

Na Figura 21 o aluno da turma Controle respondeu corretamente o exercício utilizando a árvore de possibilidade para chegar à solução, também percebeu quais eram os elementos e como eles se diferenciavam, porém não deixa claras as informações importantes que devem ser consideradas na questão, ou seja, os elementos, os agrupamentos e as restrições. Embora para um profissional da área de Matemática fica claro que o aluno respondeu corretamente a questão sem necessitar maiores detalhes.

Já na Figura 22 essas identificações, dos elementos, restrições e agrupamentos ficam mais claras. É importante salientar que identificar esses conceitos, facilitará o reconhecimento dos tipos de agrupamentos e assim usar a fórmula adequada para resolver cada questão.

Ainda na atividade 1 considerando a questão 3 “Para fazer uma viagem Rio – São Paulo – Rio, posso usar como transporte o trem, o ônibus ou o avião. De quantos modos posso escolher os transportes se não desejo usar na volta o mesmo meio de transporte usado na ida?”

A solução dos alunos das turmas Experimental e Controle foram:

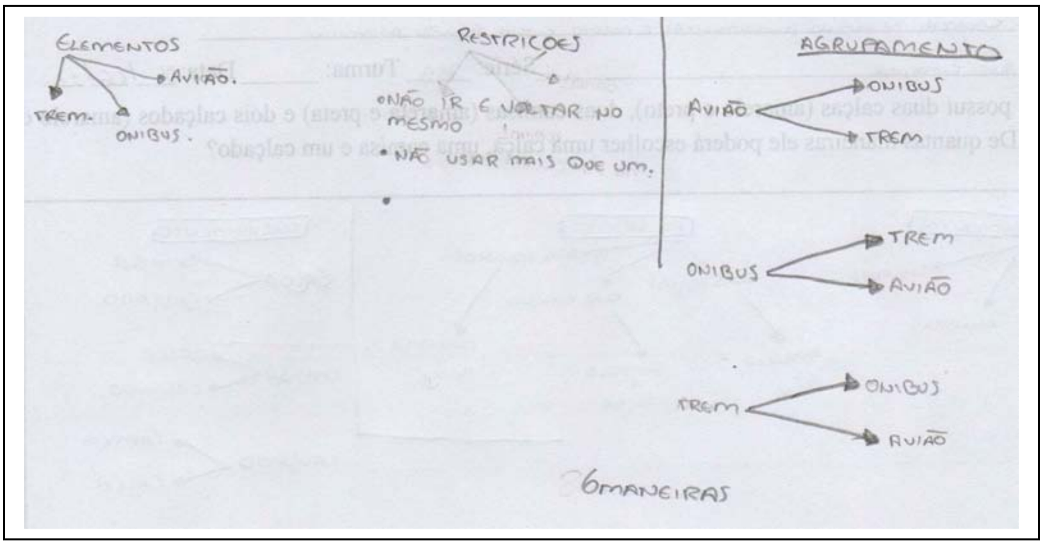


Figura 23. Terceiro exercício da atividade 1 (um) aluno da turma Experimental.

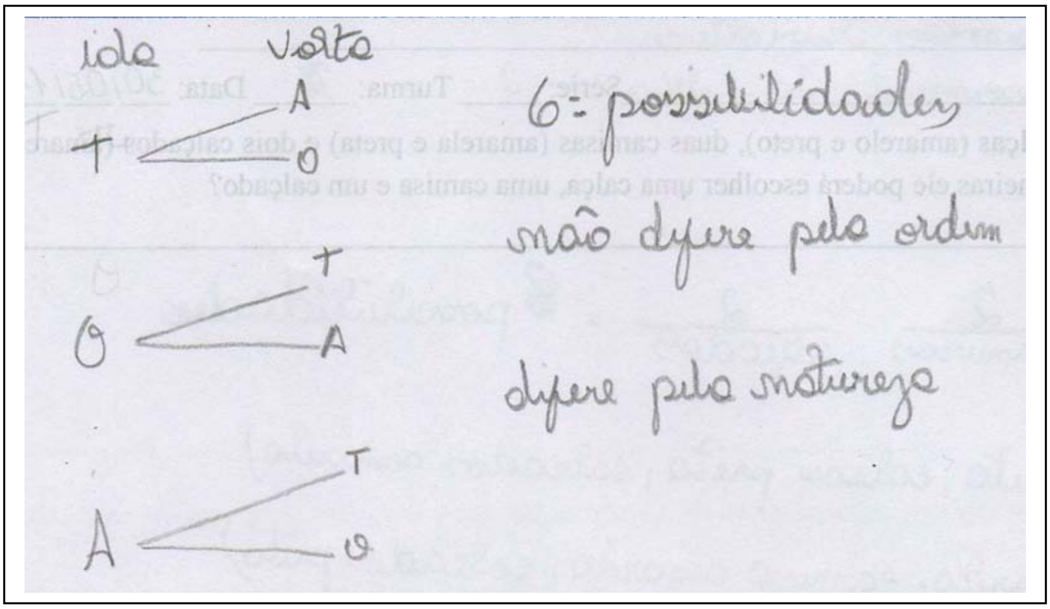


Figura 24. Terceiro exercício da atividade 1 (um) da aluna da Turma Controle.

Na Figura 23 o aluno da turma experimental estruturou sua resposta, parecido com um mapa conceitual, e deixou claro quais os conceitos mais importantes que deveria considerar na questão proposta. Ele utilizou a árvore de possibilidades e respondeu corretamente.

Já o aluno da turma Controle a atividade da Figura 24 embora tenha respondido corretamente, não deixou claro se houve entendimento sobre os elementos, as restrições e consequentemente se o esquema feito com a árvore de possibilidade se tratava de um agrupamento.

Podemos ilustrar diversos exemplos para mostrar a influência dos mapas conceituais na aprendizagem significativa do conteúdo de Análise Combinatória, porém para não ser exaustivo apresentaremos os exemplos mais relevantes.

Considere a questão 6 da atividade 1 “ Quantos números ímpares de quatro algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 5, 6 e 7?”

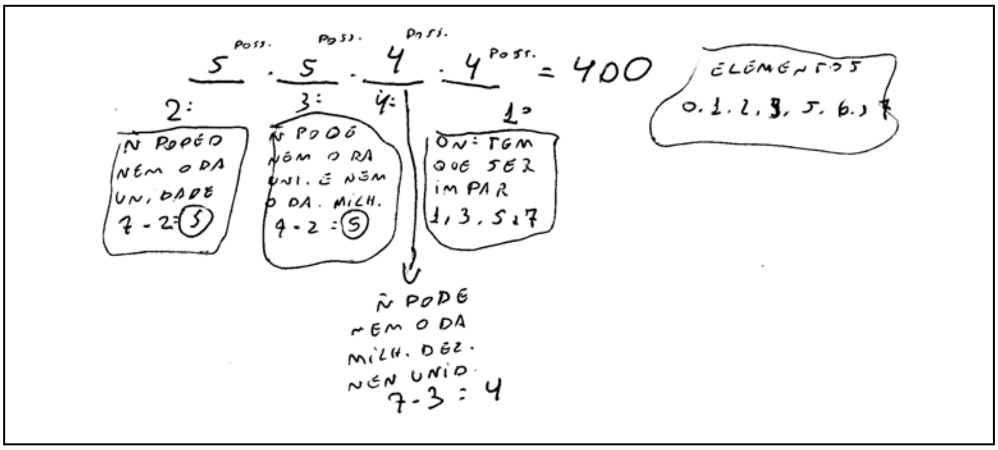


Figura 25. Sexto exercício da atividade 1(um) do aluno da Turma Experimental.

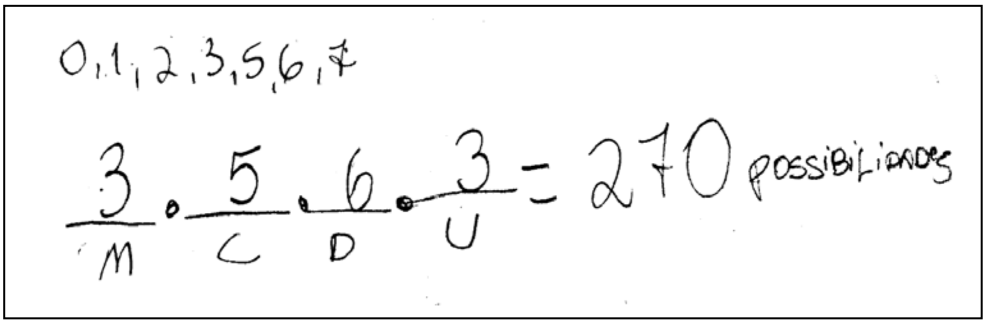


Figura 26. Sexto exercício da atividade 1 (um) do aluno da Turma Controle.

Podemos observar na Figura 26, que o aluno da turma controle, embora usasse os conceitos envolvidos na questão, não conseguiu identificar as restrições e por isso não respondeu corretamente. Já na Figura 25, o aluno da turma Experimental além de ter respondido corretamente, apresentou os conceitos inseridos na questão, demonstrando mais uma vez a eficiência da utilização dos mapas, ou da aprendizagem através deles. Essa foi uma questão que poucos alunos conseguiram responder, sendo que na turma experimental tivemos mais respostas corretas.

Apresentaremos alguns exemplos da Atividade 2, cujo objetivo principal era avaliar se os alunos haviam compreendido sobre o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) sem a ajuda de nenhum material ou pessoa, dessa forma os resultados aqui apresentados reflete de que maneira isso aconteceu.

A primeira questão da atividade 2 trata: “Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados usando-se os algarismos 1,2, 3, 4 e 5?”. Os resultados dessa questão foram:

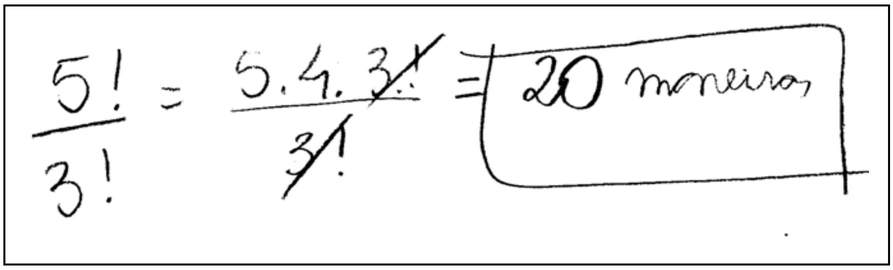


Figura 27. Primeiro exercício da atividade 2 (dois) aluno da turma controle.

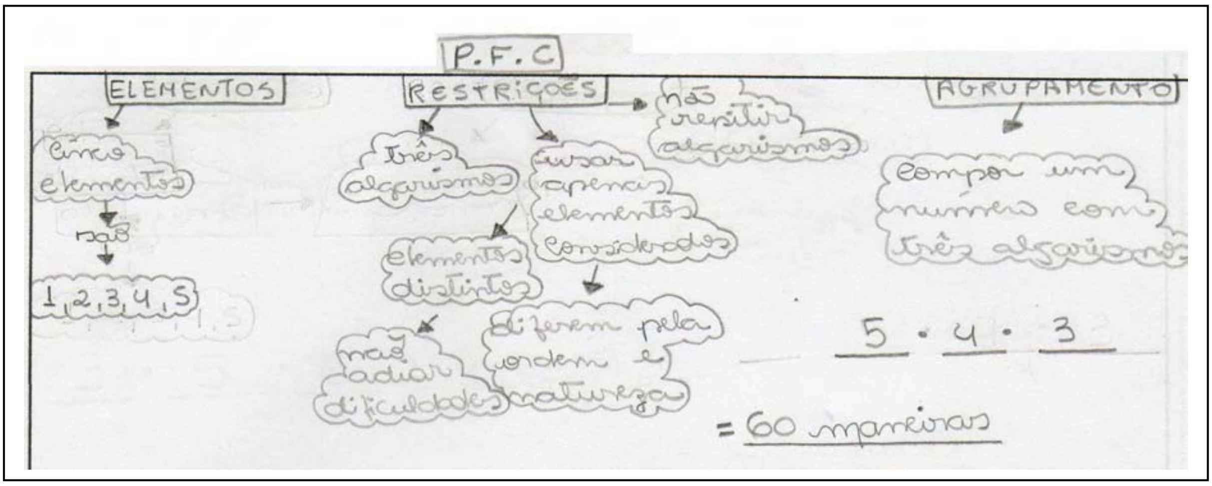


Figura 28. Primeiro exercício da atividade 2 (dois) aluno da turma Experimental.

Podemos observar na Figura 27, que o aluno da turma controle não entendeu bem sobre Arranjo, e, usou a fórmula através do PFC dividindo por 3! e não por 2!, causando erro na resolução. Isso é caracterizado pelo não entendimento dos conceitos importantes da questão, ou seja, os elementos, as restrições e o agrupamento. O fato de ele ter dividido por 3! implica no não entendimento da restrição que era considerar apenas agrupamento de três elementos .

Já na Figura 28, o aluno da turma experimental não se preocupou em usar a fórmula e apresentou os conceitos e a resolução de forma clara e objetiva. Na forma como a solução foi expressa caracteriza uma aprendizagem com hierarquia de conceitos e compreensão dos elementos, restrições e agrupamento da questão.

É importante salientarmos que não tivemos o interesse de ensinar técnicas de construção de mapas conceituais, porém não podemos ignorar a influência dos mapas que os alunos demonstraram na resolução dos problemas.

Ainda na atividade 2, considere a questão 4: “De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meias e 2 pares de sapatos?”. As respostas dos alunos das duas turmas estão nas Figuras 29 e 30.

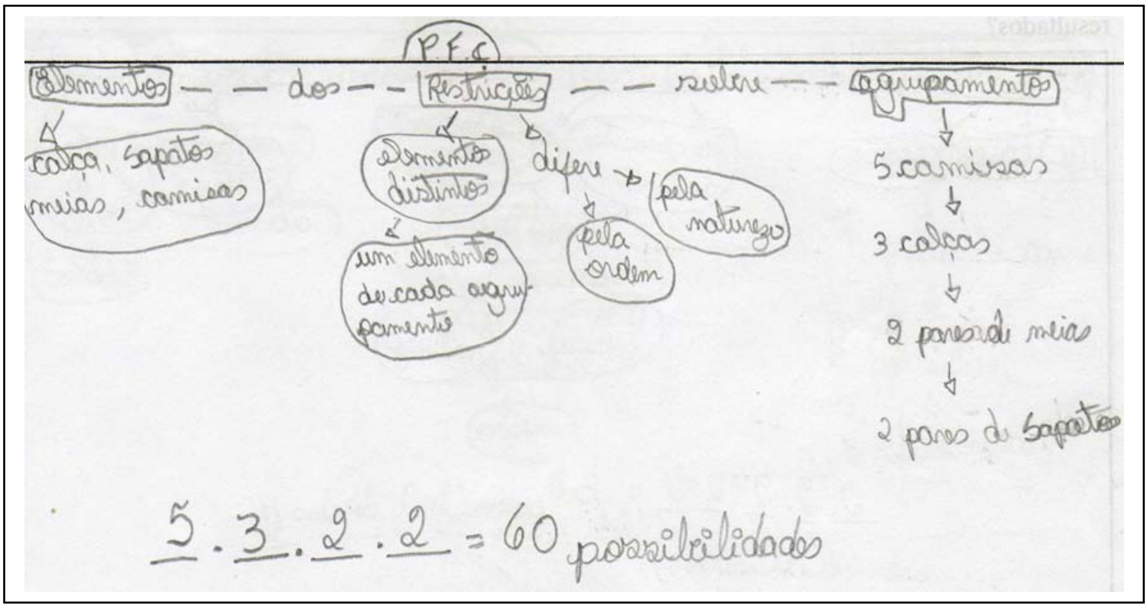


Figura 29. Quarto exercício da atividade 2(dois) da aluna da Turma Experimental.

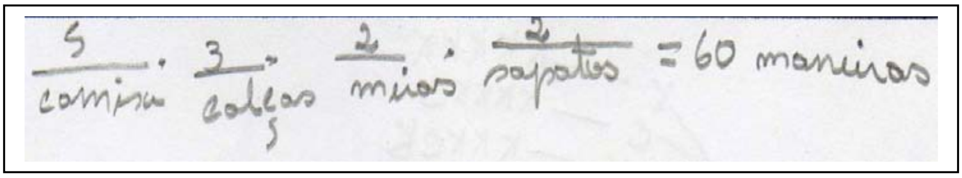


Figura 30. Quarto exercício da atividade 2 (dois) da aluna da turma Controle.

Na resposta do aluno da turma Experimental na Figura 29, podemos encontrar uma reconciliação integrativa entre os conceitos. Enquanto que na Figura 30 o aluno importou-se mais na resolução final e não deixou claro o entendimento dos conceitos importantes da questão. Embora ambos, acertaram a questão fica evidente a aprendizagem dos conteúdos pelo aluno da turma Experimental com relação ao aluno da turma controle que apresentou informações que evidenciou uma aprendizagem de conceitos.

Na apresentação dos conteúdos de forma expositiva, enfatizamos que os agrupamentos eram diferenciados, ou pela ordem, ou pela natureza, ou pela ordem e natureza, afim de que na atividade 3 fosse mais fácil identificar os agrupamentos do tipo Arranjo, Permutação e Combinação.

A questão 1 da atividade 3 investiga: “De quantas maneiras cinco pessoas A, B, C, D e E, podem ser dispostas em fila?”, as respostas estão expressas nas Figuras 31 e 32.

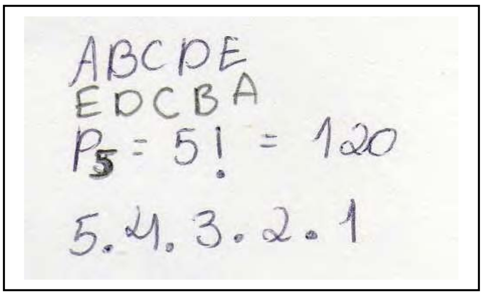


Figura 31. Primeiro exercício da atividade 3 (três) aluno da turma Controle.

Figura 32. Primeiro exercício da atividade 3(três) do aluno da turma Experimental.

Podemos identificar que nas Figuras 31 e 32 ambos os alunos souberam identificar o tipo de agrupamento envolvido na questão, mas o aluno da turma Experimental apresentou conceitos relevantes do assunto como “difere pela ordem”, justificando assim sua utilização pelos conceitos de Permutação e o aluno da turma Controle demonstrou apenas uma utilização direta de fórmula condizendo às propostas dos PCN (2002) no qual as fórmulas devem ser consequência da aprendizagem e não memorização.

Na atividade 4 era exigido a compreensão dos conceitos envolvendo Arranjo Simples. Considere a terceira questão: “Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0 a 9. O segredo do cofre é formado por uma sequência de 3 dígitos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas deverá fazer (no máximo) para conseguir abri-lo. (Suponha que a pessoa sabe que o segredo é formado por dígitos distintos)”. As respostas pelos alunos das duas turmas estão nas Figuras 33 e 34.

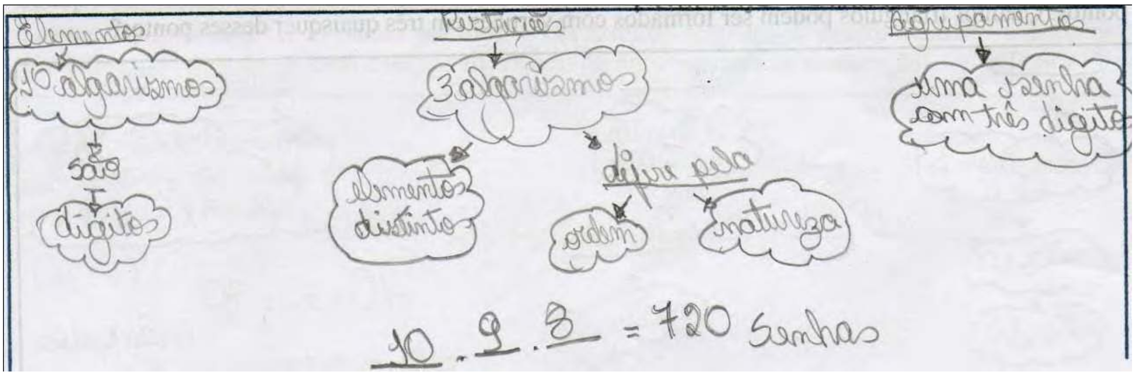


Figura 33. Terceiro exercício da atividade 4 (quatro) da aluna da turma Experimental.

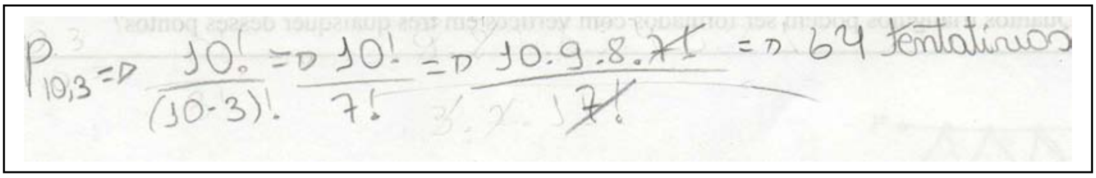


Figura 34. Terceiro exercício da atividade 4 (quatro) da aluna da turma Controle.

Observe na Figura 34, que a aluna da turma controle embora tenha usado a fórmula correta, ao multiplicar confundiu o resultado (8x9 = 64), que deveria ser 72, e também não multiplicou por 10, talvez a preocupação no uso da fórmula correta possa ter confundido seu entendimento. Porém na resolução da Figura 33 houve uma compreensão dos conceitos e da fórmula a ser utilizada, na verdade a aluna demonstrou a fórmula de arranjo simples.

Ainda na atividade 4 considere a questão 6, onde podemos encontrar mais um erro conceitual. “De quantas maneiras diferentes um professor poderá formar um grupo de 3 alunos, escolhidos a partir de um grupo de 6 alunos?”. Os resultados estão nas Figuras 35 e 36:

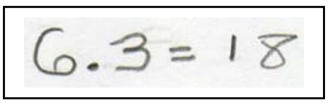


Figura 35. Sexto exercício da atividade 4 (quatro) da aluna da turma Controle.

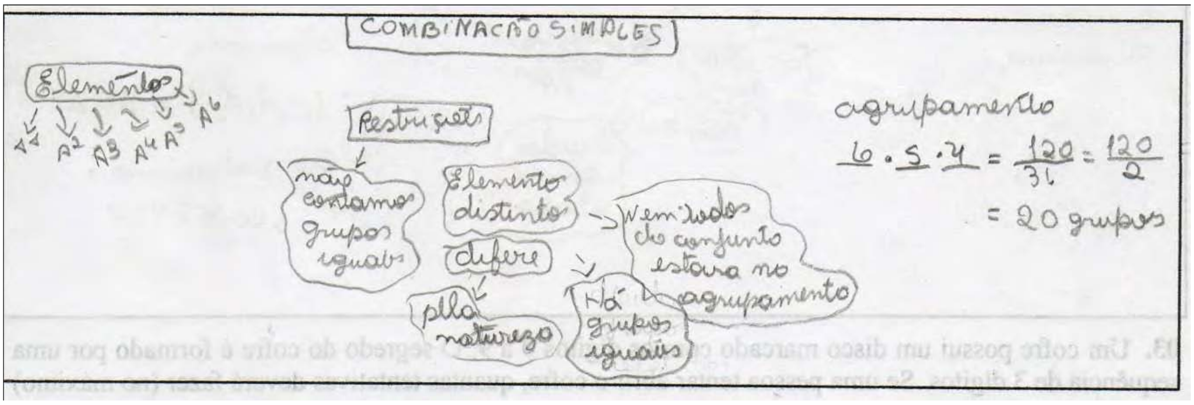


Figura 36. Sexto exercício da atividade 4 (quatro) da aluna da turma Experimental.

Observa-se que na Figura 35, a aluna respondeu utilizando apenas os números do enunciado, não demonstrando o entendimento dos conceitos “elementos, restrições e agrupamento”, e consequentemente errou no resultado final.

Na Figura 36, por outro lado, além da resposta estar correta, pode ainda, perceber, quais conceitos foram considerados pelo aluno, ou seja, o esquema composto por três posições que seriam preenchidas por 6 pessoas na primeira posição, 5 pessoas na segunda posição e 4 pessoas na última posição, como sugere a restrição. Porém esse entendimento não foi percebido na atividade do aluno representado pela figura 35.

Considerando ainda a atividade 4, na questão 7 temos: “ Marcam-se cinco pontos sobre uma reta r. sobre outra reta s, paralela a r, marcam-se mais quatro pontos. Quantos triângulos podem ser formados com vértices em três quaisquer desses pontos?”. As respostas foram:

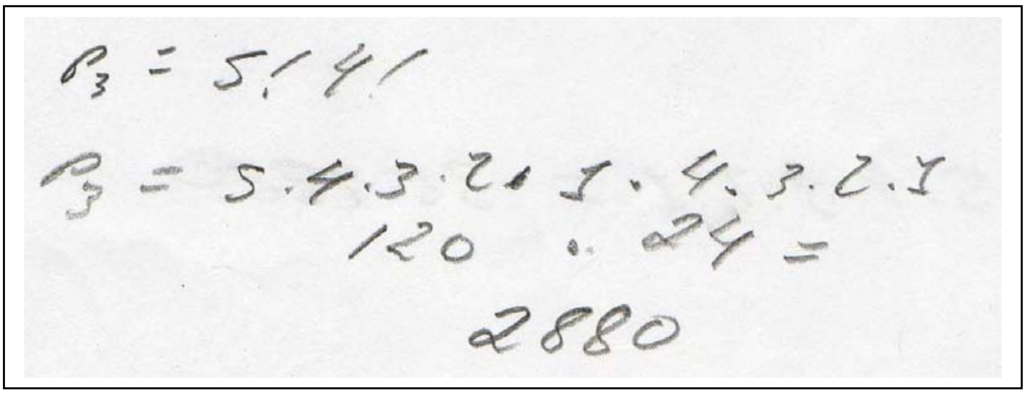


Figura 37. Sétimo exercício da atividade 4 (quatro) do aluno da turma Controle.

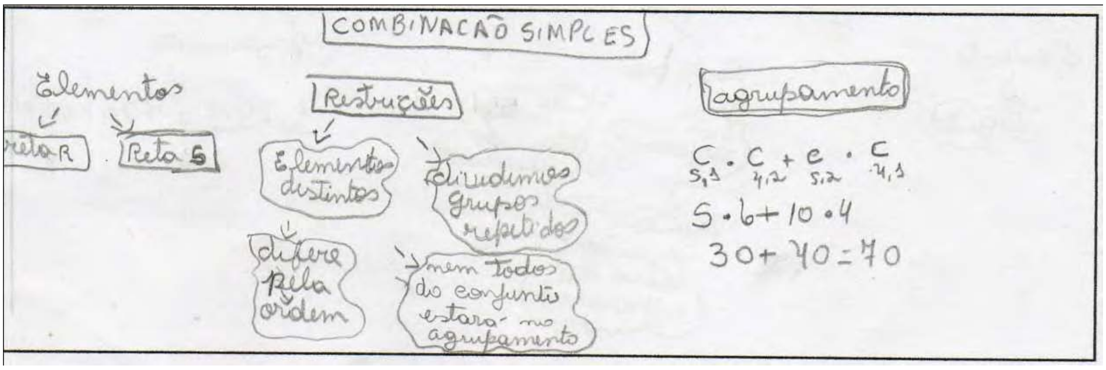


Figura 38. Sétimo exercício da atividade 4 (quatro) da aluna da turma Experimental.

Na Figura 37, novamente o aluno não compreendeu o que o enunciado queria, aplicando a fórmula de Permutação aleatoriamente apenas para encontrar algum valor, porém na Figura 38 está claro a compreensão dos conceitos e o uso correto de Combinação.

Por fim na atividade 5 procurou verificar a aprendizagem dos diversos agrupamentos apresentados na aula sobre Análise Combinatória. Considere a questão 1 dessa atividade 5: “ De quantas maneiras podemos arrumar em fila 5 livros diferentes de Matemática, 3 livros diferentes de Estatística e 2 livros diferentes de Física, de modo que livros de uma mesma matéria permaneçam juntos?”. Vejamos os resultados:

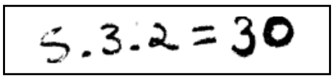


Figura 39. Primeiro exercício da atividade 5 (cinco) da aluna da turma controle.

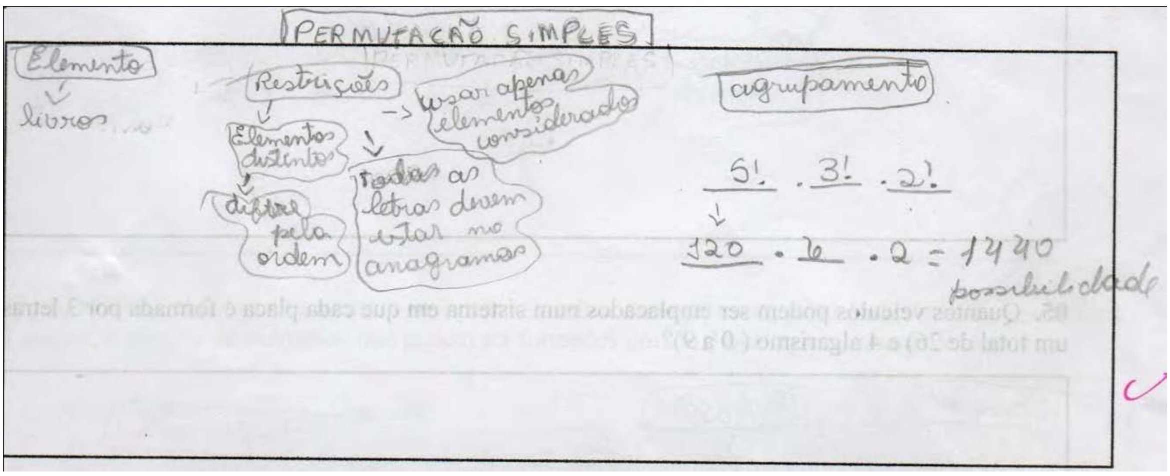


Figura 40. Primeiro exercício da atividade 5 (cinco) aluno da turma Experimental.

Na questão 1 da atividade 5 o aluno da turma Controle, representado pela Figura 39, apresenta seu resultado com os números indicado na questão, não deixando claro se o aluno errou por não compreender o enunciado, ou se não compreendeu os conceitos sobre permutação simples. Já o aluno da turma Experimental (Figura 40) explanou com maior detalhe sua resposta deixando mais evidente a compreensão desses conceitos.

Para finalizar nosso relato de experiência vamos a uma última questão da atividade 5. Considere a questão 4 “De quantas maneiras 5 meninos podem sentar-se num banco que tem apenas 3 lugares?”. Vejamos as respostas:

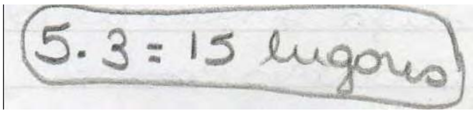


Figura 41. Quarto exercício da atividade 5 (cinco) da turma Controle.

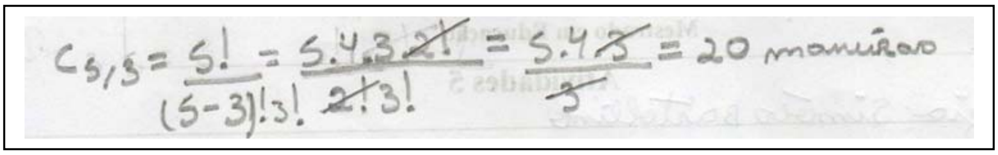


Figura 42. Quarto exercício da atividade 5 da turma Experimental.

Mais uma vez detectamos que as respostas feitas pelos alunos que não tiveram a apresentação dos conteúdos através do uso de mapas conceituais, não apresentaram, conceitos essencialmente relevantes, ou seja, os elementos, as restrições e o agrupamento. Embora na Figura 42 a resposta do aluno da turma Experimental não mostrou o aprendizado desses conceitos, ele não errou a questão e demonstrou o uso correto da fórmula de Combinação Simples.

As aulas realizadas nas duas turmas foram de forma expositiva e dialogada, porém na turma experimental em que utilizamos o uso de mapas conceituais, percebemos que estavam mais empolgados na execução das atividades, talvez por ter como apoio outro recurso de pesquisa.

Alguns alunos da turma experimental ainda comentaram que “se formos verificar temos mais mapas do que folhas no caderno”, fazendo referência à quantidade de material recebido nas aulas e ainda acrescentaram “o uso de mapas diminui a quantidade numerosa de volumes de livros que temos que trazer para a escola, já que se concentra uma grande quantidade de informações”.

7 RESULTADOS

Segundo Richardson (2010, p.177) “um dos métodos para estimar a confiabilidade de um instrumento é conhecido como o método de ‘teste-reteste’. O método do reteste para medir a confiabilidade é considerado um índice de estabilidade do instrumento”.

Aplicou-se um teste (pré-teste) de conhecimento sobre Análise Combinatória a todos os alunos envolvidos na pesquisa e após 20 horas/aulas (ver Apêndice F), o mesmo teste foi aplicado (pós-teste) e avaliamos as das duas turmas.

Como as questões foram fechadas, não houve necessidade de criar categorias para as respostas. Os dados obtidos com esse instrumento refere-se sempre à variável dependente “nota”, isto é a soma de pontos obtidos pelas respostas corretas do questionário, atingindo como pontuação máxima 10 (dez) pontos e pontuação mínima 0 (zero) pontos.

Podemos resumir os procedimentos experimentais no quadro abaixo:

Quadro 7. Esquema do experimento realizado

Grupos	1ª Etapa: Pré-teste (mensuração da VD)	2ª Etapa: Intervenção (manipulação da VI)	3ª Etapa: Pós-teste (mensuração VD)
Turma Experimental (n = 12)	Notas (VD) das 20 questões de múltipla escolha.	VI = Aulas expositivas com Mapas Conceituais	Notas (VD) das 20 questões de múltipla escolha.
Turma Controle (n = 13)	Notas (VD) das 20 questões de múltipla escolha.	VI = Aulas expositivas sem Mapas Conceituais	Notas (VD) das 20 questões de múltipla escolha.

VD – Variável Dependente
VI – Variável Independente

Nesse esquema (Quadro 7) geral, podemos perceber que o grupo de alunos que recebeu aulas com Mapas Conceituais sobre Análise Combinatória chamada de Turma Experimental teve um número de alunos igual a 12. E o grupo de alunos que não recebeu aulas com o uso de Mapas Conceituais, chamada de Turma Controle teve um número de alunos igual a 13.

Segundo Appolinário (2009, p.119), “o grupo controle é muito importante, pois será utilizado como elemento de comparação, para verificar a efetividade da condição experimental” (no caso será a utilização dos mapas nas aulas sobre Análise Combinatória). Os outros dois elementos importantes serão o pré e pós-teste: “o primeiro representa a medição da (s) variável (is) dependente (s), antes da intervenção experimental; e o segundo representa a medição das mesmas variáveis depois da intervenção experimental” (APPOLINÁRIO, 2009, p. 119).

Após coletarmos os dados através do questionário pré e pós-teste, preparamos uma planilha no *software Excel*. Os dados coletados no experimento foram organizados em um arquivo eletrônico e inserido no pacote estatístico *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS) que permitiu a realização das análises estatísticas dos modelos utilizados para a análise dos dados.

O modelo estatístico utilizado para analisar os dados correspondentes às notas (variável dependente) nos dois testes foi a Análise de variância (ANOVA) multivariada (Johnson e Wichern, 1998) que para o caso de dois grupos é equivalente ao teste T^2 de Holling para a comparação do vetor de médias de dois grupos independentes.

Analisando as médias dos dois grupos (controle e experimental) no pré e pós-teste temos os seguintes resultados:

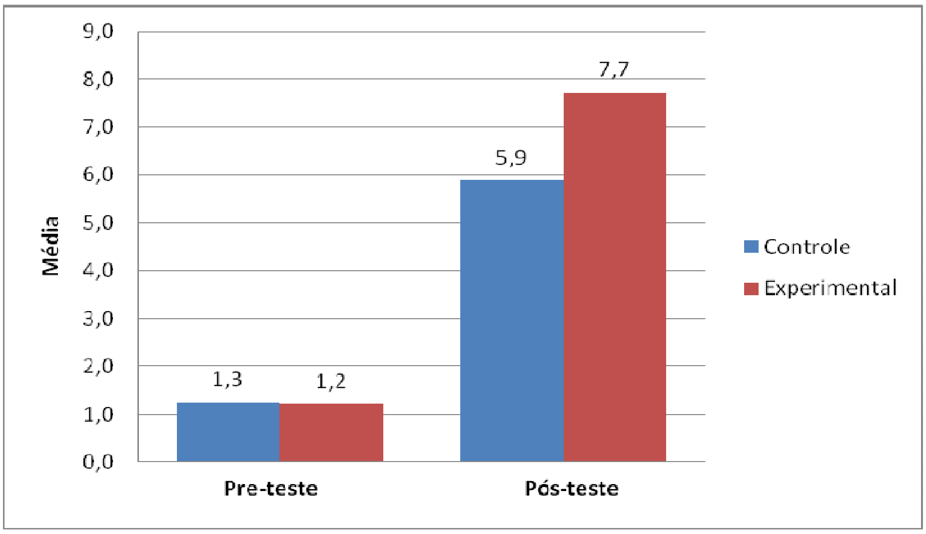


Gráfico 1. Média dos alunos das turmas experimental e controle no pré e pós-teste.

Com a realização do pré e pós-testes podemos observar, no Gráfico 1, que a turma controle, no pré-teste, obteve uma média levemente maior, comprovando o que professor afirmou ao dizer que a turma controle (2° A) tinha mais facilidade em aprender com relação à turma experimental (2° B). No entanto, após as aulas com o uso de mapas conceituais na turma experimental a média elevou de 1,2 pontos para 7,7 pontos, um aumento de 6,5 pontos na média. Já a turma controle passou de uma média de 1,3 pontos para uma média de 5,9 pontos, um aumento de 4,6 pontos na média, ou seja, uma média menor do que à turma experimental.

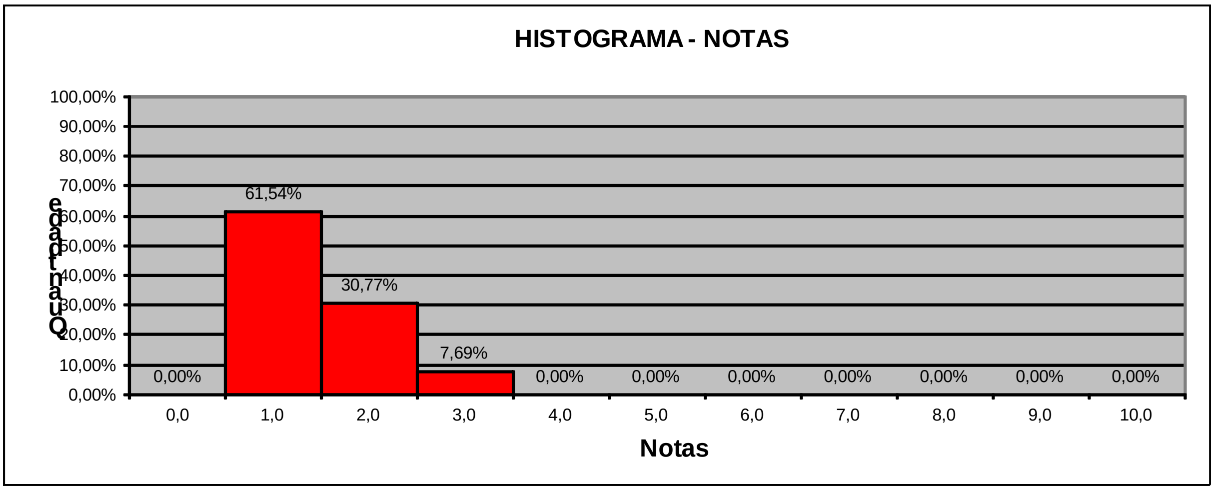


Gráfico 2. Porcentagem de Alunos da Turma Controle sobre o resultado das notas do Pré-teste.

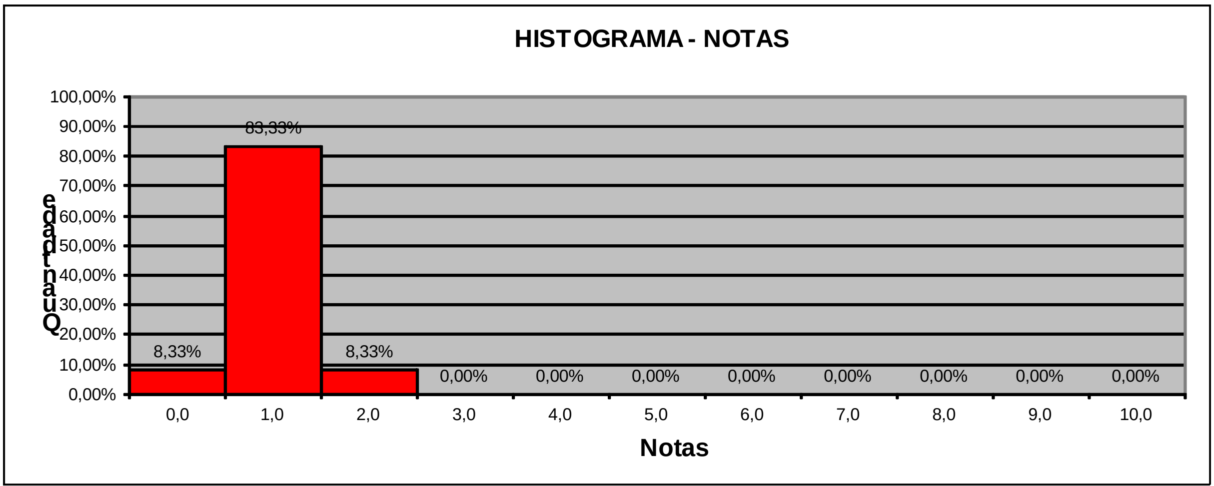


Gráfico 3. Porcentagem de Alunos da Turma Experimental sobre o resultado das notas do Pré-teste.

Analisando, nos Gráficos 2 e 3, as notas do pré teste, tanto da turma controle como da turma experimental, podemos perceber que ambas não dominavam o conteúdo a ser estudado, obtendo no pré-teste notas entre 1 e 3 pontos na turma controle e notas entre 0 e 2 na turma Experimental. Obviamente esse resultado já era de se esperar, uma vez que as turmas escolhidas tinham como critério o desconhecimento pelo conteúdo, a fim de termos elementos comprobatórios, ou não, da aprendizagem, sem haver fatores que influenciassem tais resultados.

Após as aulas ministradas expositivamente com o uso de mapas conceituais na turma experimental, e sem o uso de mapas conceituais, na turma controle, aplicamos o mesmo questionário, que agora chamaremos de pós-teste. Os resultados com mais detalhes podem ser observados no gráfico abaixo.

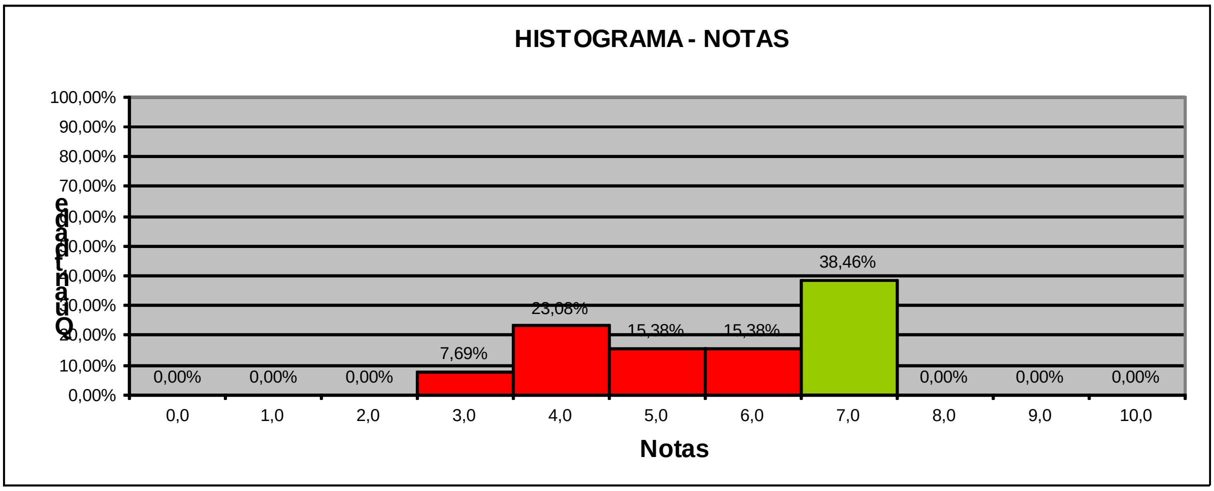


Gráfico 4. Desempenho dos alunos das Turma Controle no pós-teste.

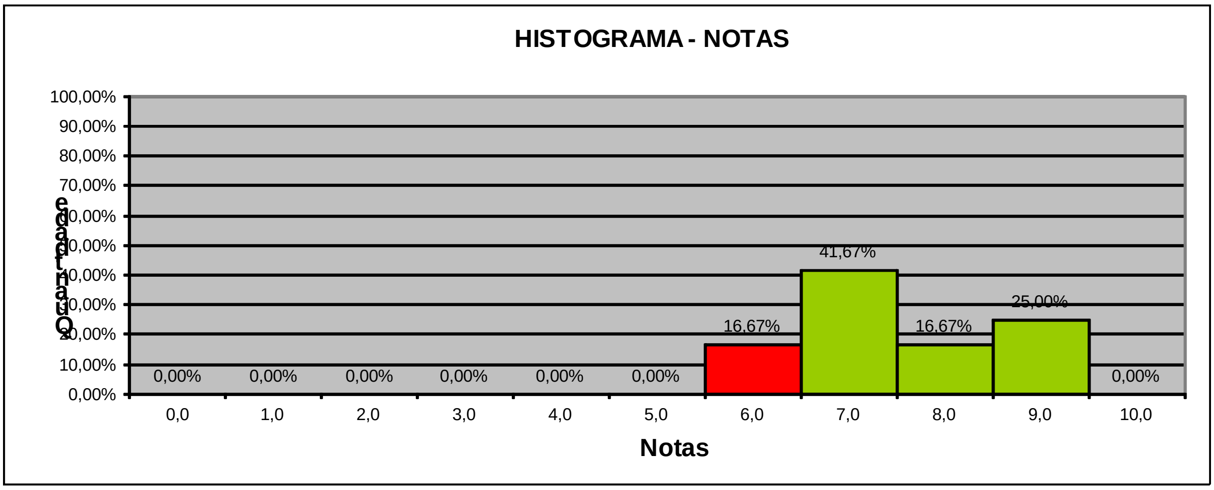


Gráfico 5. Desempenho dos alunos da Turma Experimental no pós-Teste

Analisando os Gráficos 4 e 5, percebemos que as porcentagens de acertos pelos alunos da turma experimental demonstraram maiores índices de aprendizagem pelo conteúdo, tendo 41,67% dos alunos uma classificação de sete pontos na turma experimental e 38,46% de alunos da turma controle nessa mesma classificação. Além disso, observamos, que os alunos que foram submetidos ao uso de mapas conceituiais não tiveram resultados considerados menores que cinco (parte vermelha do Gráfico), o que não aconteceu na turma controle.

Para visualizarmos melhor os resultados, consideremos um corte nas médias em duas categorias: porcentagem do que se deseja para concluir aprendizagem pelos alunos e porcentagem indicando falta de conhecimento, necessitando, portanto, de reforço na aprendizagem. A primeira categoria indicaremos na cor verde e a segunda categoria indicaremos na cor vermelha, como indica os Gráficos 6 e 7.

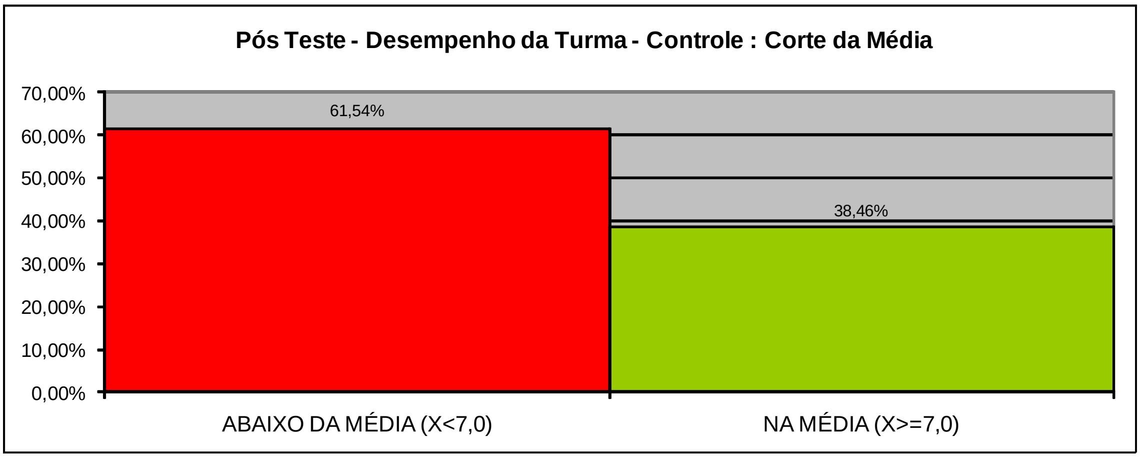


Gráfico 6. Desempenho da Turma Controle no pós-teste: Corte da Média.

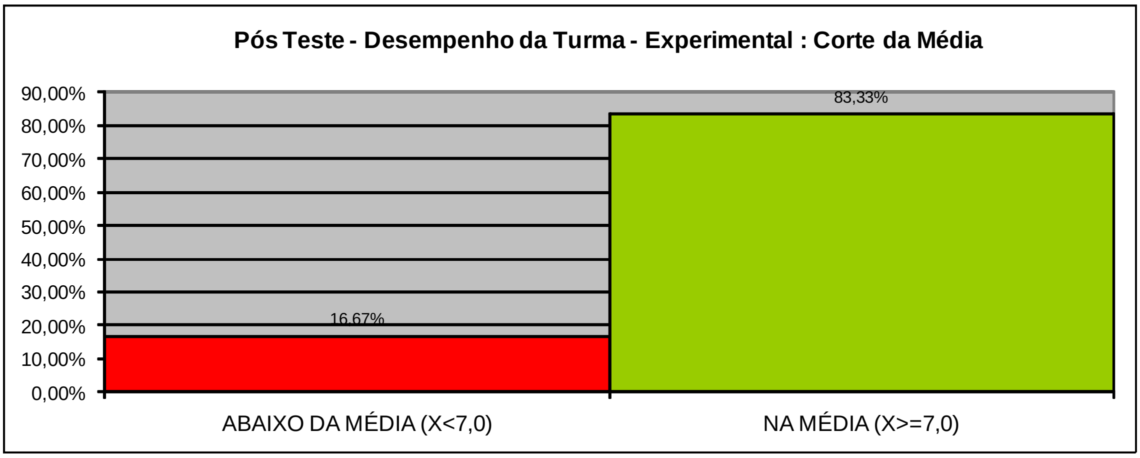


Gráfico 7. Desempenho da Turma Experimental no pós-teste: Corte da Média.

De acordo com os Gráficos 6 e 7, fica mais claro observar a diferença entre as duas categorias, ou seja, na turma experimental, o indíce de aproveitamento da turma foi melhor comparando com o mesmo indíce de aproveitamento da turma controle, em termos de estatistica temos 83,3% na turma experimental comparado com 38,46% da turma controle, uma diferença significativa entre as duas.

Esse resultado não comprova que os mapas conceituais tiveram influenciado no aumento da aprendizagem pelos alunos da turma experimental. Porém avaliamos no pré e pós-teste os resultados em que os alunos marcaram “Não sei responder”, percebemos que houve um aumento de aprendizagem em ambas as turmas.

Considere que no início do pré-teste, orientamos os alunos, sobre a responsabilidade de responder conscientemente e em justificar as questões de cálculo no quadro (ao lado de cada questão) e, caso não soubessem marcariam no item “d”.

No levantamento de dados, consideramos como “não sabe responder”, tanto as respostas dos alunos que marcaram a letra “d”, como aqueles que não justificaram o “cálculo”.

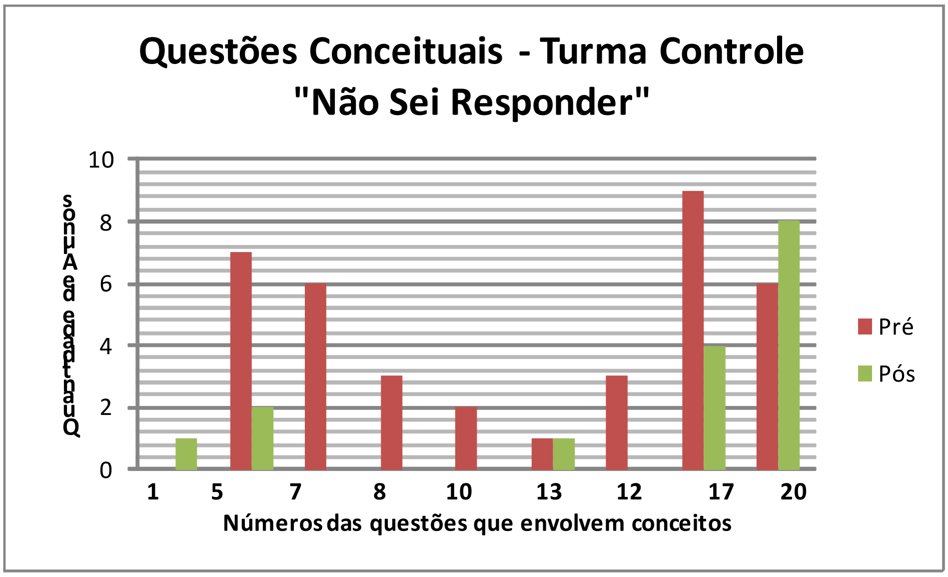


Gráfico 8. Quantidade de Alunos que marcaram a alternativa “d” no pré-teste da Turma Controle: questões conceituais.

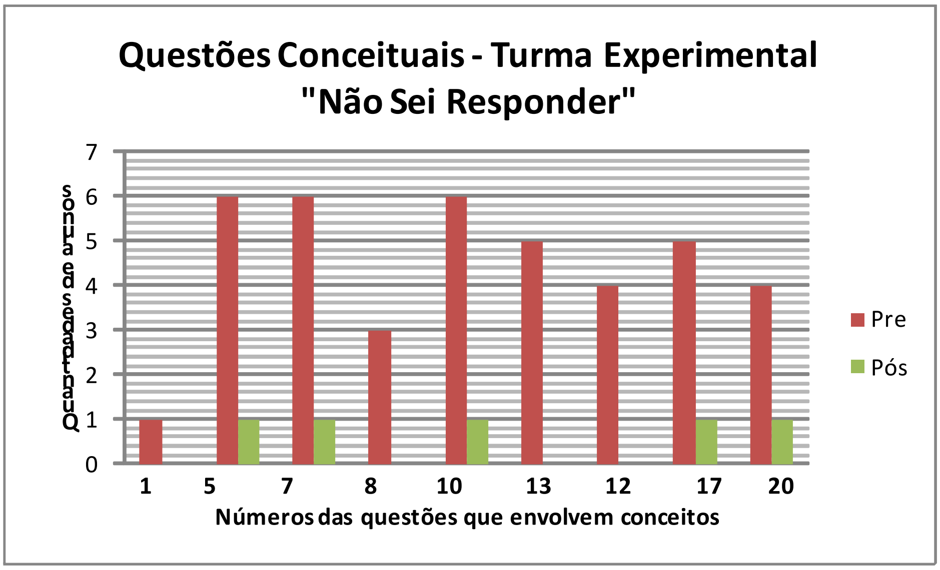


Gráfico 9. Quantidades de Alunos que marcaram a alternativa “d” no pré-teste da Turma Experimental: questões conceituais.

Tínhamos o objetivo de, com o uso de mapas conceituai, verificar se os conceitos sobre Análise Combinatória estavam sendo bem aplicados nas fórmulas envolvidas nesse conteúdo. Por isso ao elaborar o questionário (pré e pós) separamos nove questões conceituais e onze questões envolvendo cálculo (uso de fórmulas).

Com relação às questões que envolviam apenas conhecimentos conceituais sobre Análise Combinatória, percebemos, através dos Gráficos 8 e 9, que no pré teste (em vermelho) a turma controle demonstrou-se mais segura ao marcar uma das alternativas que indicasse o resultado da questão, ou seja, uma das alternativas a, b ou c, uma vez que orientamos aos alunos de só marcarem a questão “d” (não sei responder) caso realmente não soubessem.

Na turma experimental, tivemos marcações da alternativa “d” em todas as questões do pré-teste, porém, após as aulas com o uso de mapas conceituais, houve uma redução considerada no pós-teste, mas isso não quer dizer que esses alunos tenham acertado a questão ao invés de marcar a letra “d”, ou seja, terem marcado uma questão confirmando o não conhecimento da resposta.

Por isso, também fizemos uma análise, dos acertos das questões, com as duas turmas controle e experimental, mas antes de comentarmos tais análises, vamos discutir as questões envolvendo cálculo na mesma perspectiva em que as questões de conceitos foram analisadas.

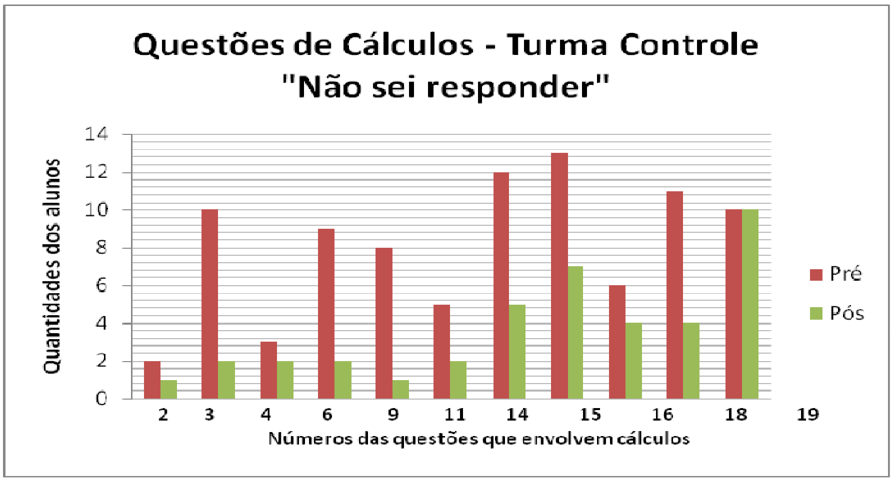


Gráfico 10. Quantidade de Alunos que marcaram a alternativa “d” no pré-teste da Turma Controle: questões de cálculo.

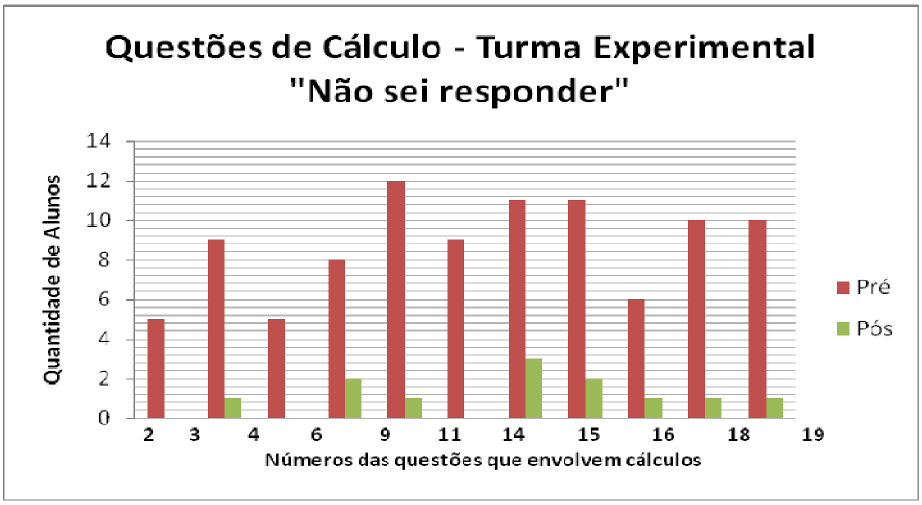


Gráfico 11. Quantidade de Alunos que marcaram a alternativa “d” no pré-teste da Turma Experimental: questões de cálculo.

Analisamos as respostas dos alunos quanto ao não entendimentos por esse tipo de questão (cálculo), percebemos pelos Gráficos 10 e 11, que no pré-teste (em vermelho) a turma controle tinha um número menor de alunos, que optaram por essa alternativa nas onze questões de cálculos envolvidas, com relação a turma experimental. Porém no pós-teste (em verde), depois de realizarmos aulas sobre o contéudo envolvido no pré e pós-teste, a turma controle embora tenha diminuido o indíce de dúvida quanto a resposta correta (comparando verde e vermelho no Gráfico 10), teve o índice de ocorrência dessa alternativa consideravelmente menor. Na turma experimental, observamos (Gráfico 11), que essa diminuição foi ainda menor (comparando barras vermelhas e verde no Gráfico 11), inclusive nas questões 2, 4 e 11 não houve alternativas com dúvidas.

Essa análise sobre o não entendimento das questões, não quer dizer que o aluno tenha acertado a questão. Por isso, analisamos, também o número de acertos das questões no pré e pós-teste em ambas as turmas.

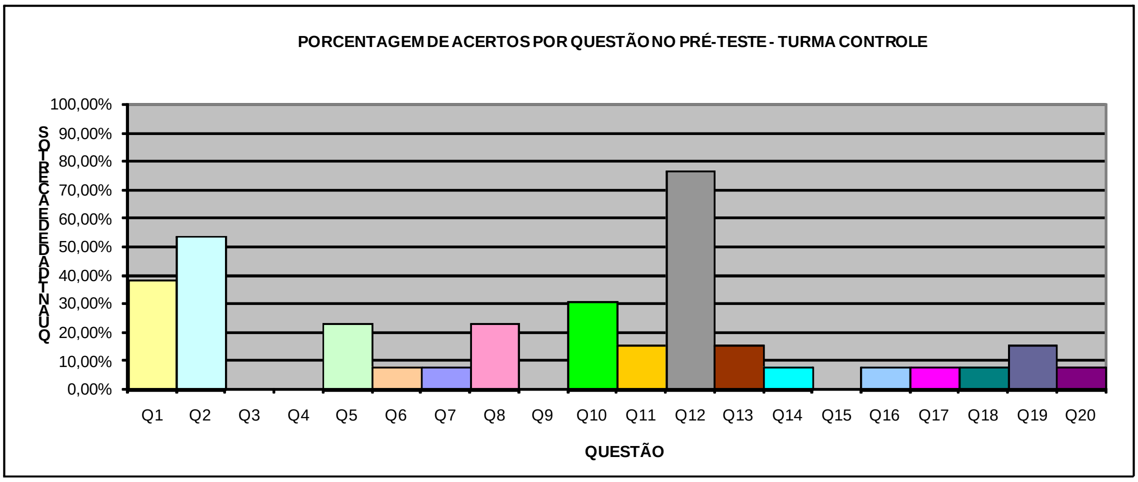


Gráfico 12. Porcentagem de acertos pelos alunos da Turma Controle no pré-teste.

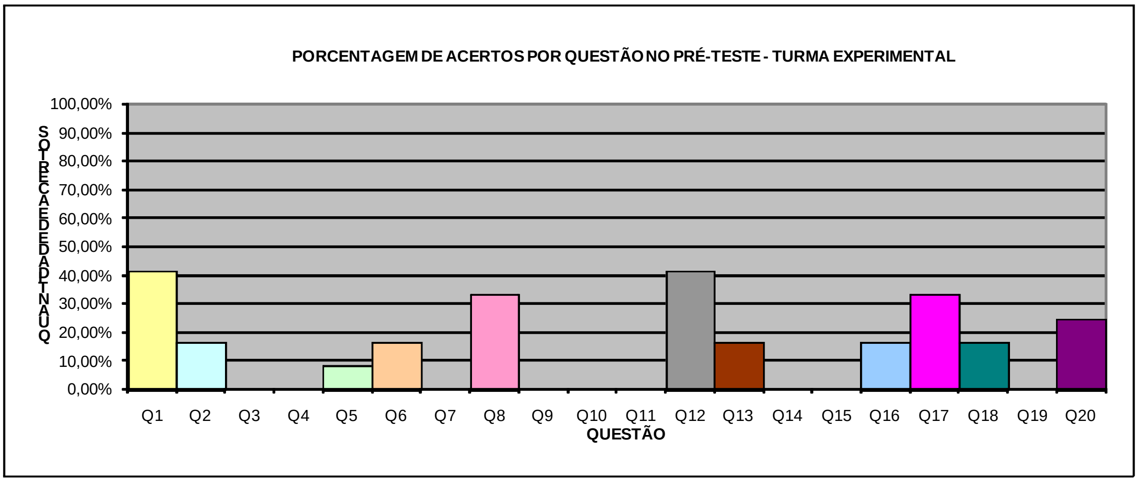


Gráfico 13. Porcentagem de acertos pelos alunos da Turma Experimental no pré-teste.

Podemos verificar nos Gráficos 12 e 13, que a Turma Controle respondeu corretamente mais questões do que a Turma Experimental, ou seja, enquanto na Turma Controle errou-se ou não se sabia responder, quatro questões (3, 4, 9, 15), todas envolvendo cálculo, na Turma Experimental errou-se ou não sabia responder, nove (3, 4, 7, 9, 10, 11, 14, 15, 19), incluindo as mesmas quatro que a Turma Controle errou. Isso quer dizer que inicialmente a Turma Experimental tinha menos conhecimentos prévios do que a Turma Experimental.

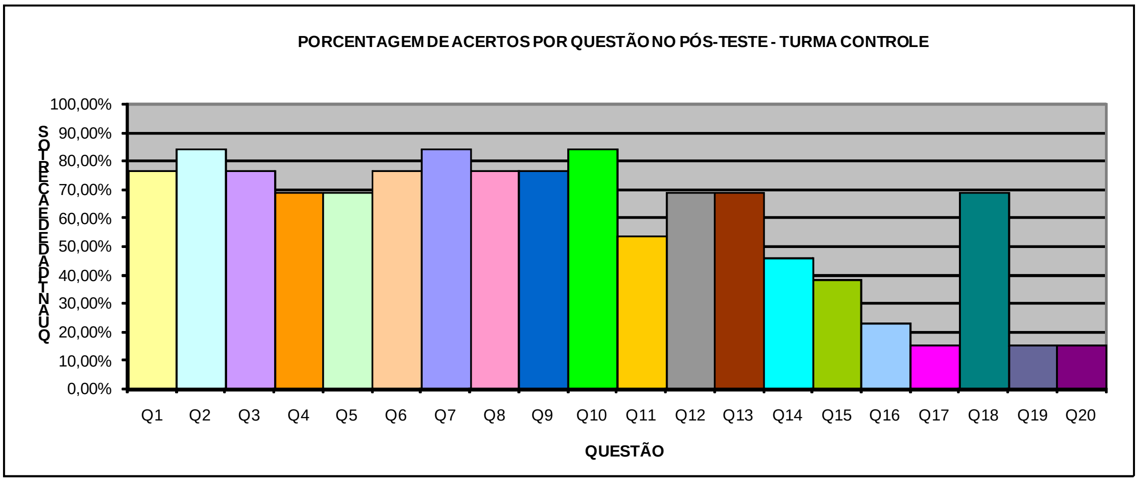


Gráfico 14. Porcentagem de acertos pelos alunos da Turma Experimental no pós-teste.

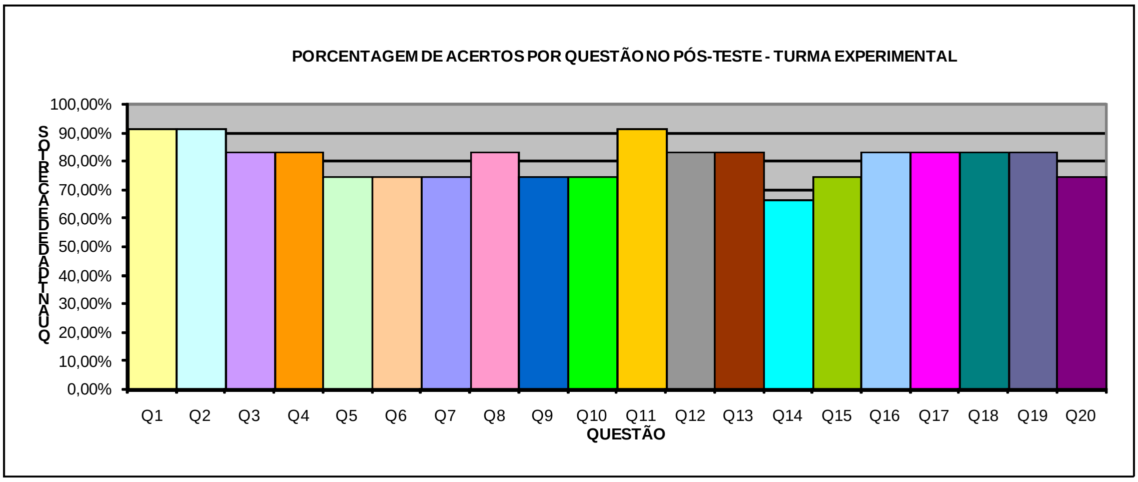


Gráfico 15. Porcentagem de acertos pelos alunos da Turma Experimental no pós-teste.

Analisando agora nos Gráficos 14 e 15, os acertos das questões no pós-teste, verificamos que o número de alunos da turma Experimental, que acertaram as questões, foram maiores do que na Turma Controle, e que as questões que os alunos da Turma Controle mais erraram foram duas de Conceitos (17 e 20) e duas envolvendo Cálculos (16 e 19), ou seja, encontramos dificuldades em ambos níveis de conhecimentos (conceitual e procedimental).

A análise da alternativa “não sei responder” das questões, serviu apenas, para analisar se as questões conceituais teriam os níveis de acertos mais elevados com relação as questões de cálculos, pois pode-se questionar sobre o fato dos mapas conceituais só facilitar as questões que envolvem conceitos. Isso ficou evidenciado que não, uma vez que os alunos melhoraram nas duas turmas, tanto nas questões conceituais como nas de cálculo após as aulas expositivas.

Assim conclui-se que a turma experimental que foi exposta ao uso de mapas conceituais teve melhorias significativas na aprendizagem sobre Análise Combinatória. Porém, não podemos supor que os resultados obtidos por essa amostragem são generalizáveis para toda a população de onde os sujeitos foram extraídos. Ao nosso modo de entendimento, não basta saber que a média dos dois grupos é arimeticamente diferentes, temos que verificar se essas diferenças encontradas entre as médias são ou não estatisticamente significantes.

A tabulação quantitativa desses dados, foi feita por meio da Estatística Inferencial que de acordo com Appolinário (2009), trata se de testar uma hipótese como verdadeira ou falsa. No nosso caso, fizemos essa análise com a finalidade de investigar se houve uma aprendizagem significativa pelos alunos (da turma experimental) do segundo ano do Ensino Médio, sobre o assunto Análise Combinatória e se, o uso de mapas conceituais influenciou nessa aprendizagem significativa.

Dessa forma vamos considerar duas hipóteses estatísticas: H_o (hipótese nula), refere-se a média populacional das notas da turma experimental igual a média populacional das notas da turma controle; H (hipotese alternativa) a média populacional das notas da turma experimental não é igual à média populacional das notas da turma controle.

Após definir nossas hipóteses precisamos encontrar técnicas estatisticas que nos leve a anular a hipótese nula. Segundo o modelo estatístico (ANOVA), que está detalhado no capítulo 6.6 (seis ponto seis) e utilizado para analisar os dados do experimento, o Valor-p que é a significância estatística de um resultado, “é uma medida estimada do grau em que este resultado é “verdadeiro” (no sentido de que seja realmente o que ocorre na população, ou seja, no sentido de “representatividade da população”) (BARBOSA, 2008, p.113). Tecnicamente falando, “o valor do nível-p representa um índice decrescente da confiabilidade de um resultado. Quanto mais alto o nível-p, menos se pode acreditar que a relação observada entre as variáveis na amostra é um indicador confiável da relação entre as respectivas variáveis na população”. (BARBOSA, 2008, p. 113).

Consideramos nos testes de hipótese (Análise Variância Multivariada com um fator) o nível de significância de 5%. Então todo Valor-p inferior a 5% implica a decisão da rejeição da hipótese nula (efeito não significativo do fator) do teste.

Aplicamos o modelo Análise de variância multivariada (Johnson e Wichern, 1998) para analisar os dados desse experimento considerando o vetor de variáveis (Pré e Pós-teste) nos grupos: Experimental e de Controle.

TABELA 1: Comparação do vetor de médias dos grupos experimental e controle.

Teste Multivariado	Valor	F	gl 1	gl 2	Valor-p
Traço de Pilai	0,240	3,469	2	22	0,049
Lambda Wilks	0,760	3,469	2	22	0,049
Traço de Hotelling	0,315	3,469	2	22	0,049
Maior autovalor de Roy	0,315	3,469	2	22	0,049

Pode-se observar na Tabela 1 que os quatro testes multivariados utilizados na comparação do vetor de médias dos dois grupos apresentam diferença estatística significante. (Valor-p < 0,05).

Os resultados indicam que houve um crescimento quantitativo das médias do desempenho dos sujeitos da pesquisa, assim pode-se supor que implicitamente exista um crescimento também qualitativo, pois se o grupo experimental se saiu melhor no pós-teste, deve considerar-se que pelo menos houve maior e/ou melhor retenção do conteúdo.

7.1 Análise Qualitativa

O fato da turma experimental, ter se saído melhor nos resultados do pós-teste com relação à turma controle, não indica seguramente que tenha sido por causa do uso de mapas conceituais.

Dessa forma, realizamos uma entrevista do tipo semi – estruturada, que segundo Appolinário (2009), trata-se de um roteiro previamente estabelecido que pode elucidar elementos que surgem de forma imprevista através das informações dadas pelo entrevistado, neste caso, alguns alunos da turma experimental, para que pudéssemos saber o que influenciou nas resoluções das questões do pós-teste e se os mapas conceituais contribuíram para a aprendizagem de tais conceitos e cálculos envolvidos no questionário.

Para tanto, foram escolhidos dois alunos para a entrevista, sendo um aluno com menor nota no pós-teste e o outro aluno com a maior nota no mesmo pós-teste. Chamaremos de aluno A o que teve 65% de acertos no pós-teste e de aluno B o que teve 90% de acertos. Cabe ressaltar que, tivemos dois alunos com 65% de acertos e três alunos com 90% de acertos, porém, no dia da entrevista apenas um membro de cada grupo, estava presente.

Para a entrevista foi escolhida duas perguntas em comum para os dois alunos e as demais foram escolhidas de acordo com o que cada um ia falando durante o percurso da entrevista. Essas discussões foram feitas individualmente e em particular, para que não houvesse influência do outro entrevistado.

7.1.1 Entrevista com o aluno A:

1. Pergunta da pesquisadora:

O que achou das questões do pré teste em termos dos conteúdos envolvidos?

Resposta do aluno A:

"Algumas questões que estavam na prova eram bem parecidas com as que fizemos na aula."

2. Pergunta da pesquisadora:

Quais conteúdos você se lembra de ter estudado na aula? E por quê?

Reposta do aluno A:

"Me lembro da árvore de possibilidade, pois tinha que contar quantas roupas o cara tinha para usa e, essa também caiu na prova, mas usando o mágico. A gente fez um mapa na sala de aula para achar os elementos, as restrições e os agrupamento com o papelzinho amarelo, azul e verde. Depois de fazermos todo aquele trabalho a senhora mostrou um pronto, mesmo assim foi legal ".

3. Pergunta da pesquisadora:

O que você achou quando usou o mapa conceitual para resolver as atividades em sala de aula?

Resposta do aluno A:

"Achei muito legal, porque ficou mais fácil achar a resposta usando o mapa."

4. Pergunta da pesquisadora:

Como o mapa permitiu que você achasse a resposta?

Resposta do aluno A:

"Eu sabia que no mapa tinha um exemplo e a solução dele, as cores facilitavam encontrar os elementos desse exemplo, então pegava esses elementos do exercício, depois colocava no esquema e colocava os números em cima de acordo com as restrições que eu ia verificando no mapa com o do exercício. No final eu chegava à fórmula e resolvia".

5. Pergunta da pesquisadora:

Com relação às questões de conceitos e as que envolviam cálculo, quais foram as que mais encontraram dificuldade?

Resposta do aluno A:

"Eu achei bem fácil as questões, mas não me lembrava das fórmulas, por isso só resolvi as que davam para contar. As de conceitos eu me lembrei pelos mapas que a senhora deu. Foram tantos e tão parecidos que acabei lembrando, dos conceitos".

6. Pergunta da pesquisadora:

Então você gostou de usar mapas conceituais na aula sobre Análise Combinatória?

Resposta do aluno A:

"Foi legal, a gente conseguia ver várias coisas que não imaginava ter uma questão, que os elementos é que formavam os agrupamentos e que os números que colocamos no agrupamento dependem da restrição. Os assuntos dos mapas dependem uns dos outros".

7. Pergunta da pesquisadora:

Se eu te pedisse para construir um mapa conceitual sobre essa questão (mostrei a questão que ele havia errado, mas não sabia) você faria?

“Quantas placas podem ser formadas apenas com as letras R, S, T e os números 5, 6, 7 e 8, sem repetir nenhuma letra e nenhum número?” (Apêndice B, questão 19)

Resposta do aluno A:

“Nem me lembro dessa questão, foi da prova?”

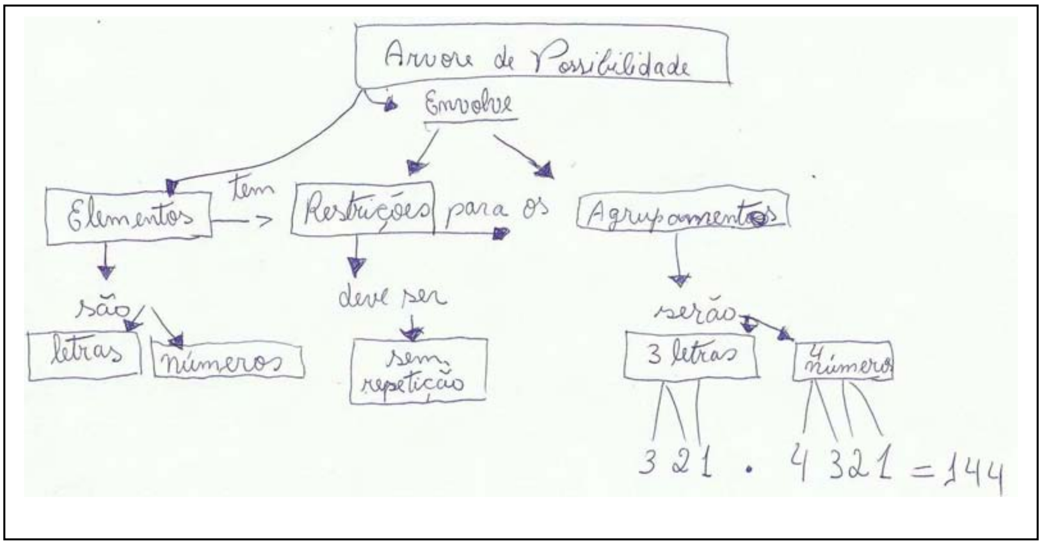


Figura 43. Mapa conceitual construído pelo aluno A na entrevista.

8. Pergunta da pesquisadora:

Depois eu mostrei a resposta que ele havia feito e ele me disse:

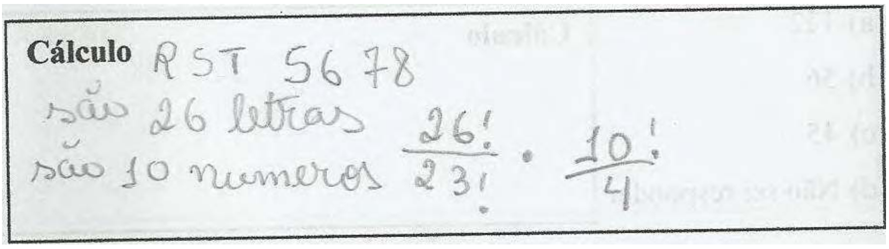


Figura 44. Resposta do aluno A no pré-teste.

Resposta do aluno A:

“Me lembrei agora, essas alternativas estavam confusas, seu eu soubesse que fazendo o mapa eu conseguiria tinha feito antes”.

Durante a elaboração do mapa, e antes de mostrar a que havia resolvido, o aluno A disse que não se lembrava de ter respondido assim com esses resultados, mas lembrou que em todos os mapas tinham os termos (conceitos) Elementos, Restrições e Agrupamentos.

Essa entrevista durou aproximadamente 1 hora e o aluno A me agradeceu pelas aulas em que ministrei, no final disse: “Sempre que ouvir falar de Análise Combinatória vou lembrar-me dos mapas conceituais”.

7.1.2 Entrevista com o aluno B:

1. Pergunta da pesquisadora:

O que achou das questões do pré-teste em termos dos conteúdos envolvidos?

Resposta do aluno B:

“Achei que estavam de acordo com o que estudamos em sala de aula. Se a pessoa tivesse prestado a atenção nas aulas, sairia muito bem. Além do mais estamos prestes a realizar o vestibular e para isso temos que estarmos preparados.”

2. Pergunta da pesquisadora:

Já que falou em sala de aula, você se lembra de algum conteúdo estudado na aula?

Reposta do aluno B:

“Sim, muitos. No início da aula a senhora construiu conosco alguns mapas conceituais sobre saladas de frutas, meios de transportes e da roupa de uma pessoa, mas o assunto que estávamos falando era o Princípio Fundamental da Contagem. Também me lembro sobre Permutação e a senhora usou o exemplo da palavra AMOR”.

3. Pergunta da pesquisadora:

O que você achou quando usou o mapa conceitual para resolver as atividades em sala de aula?

Resposta do aluno B:

“Gostei muito de usar os mapas, pois percebi conceitos muito importantes para o estudo de permutação, combinação e arranjo.”

4. Pergunta da pesquisadora:

Que conceitos você achou importante?

Resposta do aluno B:

“Nos mapas conceituais percebi que existiam três conceitos gerais, elementos, restrições e agrupamento, e que cada um descrevia outros conceitos dependentes deles que eram importantes, para o entendimento da questão”.

5. Pergunta da pesquisadora:

Considerando os mapas utilizados na sala de aula, o que você entendeu por elementos, restrições e agrupamento?

Resposta do aluno B:

“Os elementos são, por exemplo, as letras da palavra amor, os meios de transportes, as peças de roupas, etc., as restrições são de que esses elementos diferem se é pela ordem ou pela natureza, ou mesmo pelos dois, também pode ser quando o problema considera apenas elementos distintos, e o agrupamento é calcular a quantidade de elementos que se pedem nos problemas dependendo da restrição”.

6. Pergunta da pesquisadora:

Você gostou de usar mapas conceituais sobre Análise Combinatória?

Resposta do aluno B:

“Sim, acho que todos os professores poderiam adotar essa ideia, porque assim teríamos o entendimento melhor dos conteúdo e também mostra o resumo do que vai ser ensinado”.

Esse aluno discutiu mais as questões e como tínhamos pouco tempo, não deu para pedir a ele que construísse um mapa conceitual. Essa entrevista durou quase 1 hora e no final disse que iria prestar vestibular para matemática, pois achava essa disciplina “desafiadora”.

8 DISCUSSÕES

Na entrevista considerando o aluno A, como sendo o que menos aprendeu nas aulas com o uso dos mapas conceituais, pois sua média foi menor, podemos evidenciar que mesmo assim, houve influência desses mapas em sua aprendizagem, por exemplo, quando o aluno A na resposta a pergunta 4, comenta que nos mapas, os conceitos estavam conectados numa diferenciação progressiva, ao dizer “coloca o número em cima, de acordo com as restrições”, também pode ser observado na frase “elementos é que formavam os agrupamentos [...] no agrupamento depende a restrição”(Aluno A).

Outra evidencia que os mapas influenciaram na aprendizagem, foi quando, ainda o aluno A, ao construir o mapa percebeu que os conceitos envolvidos na questão poderiam ter ajudado na busca da solução e foi o mapa que ajudou a encontrar tal solução.

Agora considerando o aluno B, como sendo o que mais aprendeu nas aulas com o uso de mapas conceituais, também percebemos que seu sucesso no pós-teste, foi devido ao uso de mapas conceituais nas aulas. Na entrevista percebemos várias citações envolvendo o princípio ausubeliano da diferenciação progressiva, por exemplo, quando fala “percebi que existiam três conceitos gerais [...] e que cada um descrevia outros” (Aluno B, resposta da pergunta 4). Ele também entendeu o que significava cada um desses conceitos ao responder a questão 5.

Para ajudar na busca do conhecimento anterior, o uso de mapas conceituais na apresentação do conteúdo de Análise Combinatória, estruturou os conhecimentos anteriores com os novos, conseguindo obter uma aprendizagem significativa.

Assim analisamos os dois alunos A e B podemos detectar vários fatores que influenciaram na aprendizagem significativa, como as imagens, as cores, a sequência em que os conteúdos estavam dispostos e, todos estavam relacionados aos mapas apresentados na aula. Mas, o fato importante que devemos levar em consideração é que a entrevista foi realizada depois de quase quatro meses ministradas as aulas, e os alunos ainda se lembravam dos conteúdos estudados, isso é característico do que propõe Ausubel (2003) sobre a retenção, em longo prazo, das informações na estrutura cognitiva do indivíduo.

Diante destas análises, é possível diagnosticar que uma estratégia pautada na Aprendizagem Significativa, com o uso dos mapas conceituais, proporciona um diferencial na efetivação da aprendizagem significativa de conceitos. Tomando esse estudo por base, é possível aceitar tais caminhos como razoavelmente seguros para a realização de mapas conceituais na aprendizagem de qualquer conteúdo matemático.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos a Teoria de Ausubel e como ela pode ser utilizada na sala de aula com o objetivo de facilitar a aprendizagem do aluno e agora, através das considerações finais iremos propor quatro tópicos significativos para a conclusão do trabalho, relacionado ao psicólogo da aprendizagem significativa, segundo o cognitivismo.

Primeiramente iremos propor uma definição e um entendimento da Psicologia Educacional. Segundo Ausubel:

> Uma ciência aplicada que tem valor social interessada não em leis gerais da aprendizagem em si mesmas, mas tem propriedades de aprendizagem, que possam ser relacionadas a meios eficazes de deliberadamente levar a mudanças na estrutura cognitiva (AUSUBEL, *apud* MOREIRA, 1982, p.88).

Fica, então, evidenciado, que no estudo do processo de aprendizagem, é imprescindível considerar o mundo onde o aluno se situa, o qual é ponto de partida para uma aprendizagem significativa.

Segundo Ausubel , a preocupação básica da Psicologia educacional deve ser a aprendizagem em situação de aula. Um professor que possua um conjunto de princípios psicológicos à aprendizagem em sala de aula, pode racionalmente escolher novos enfoques para testar e improvisar soluções para novos problemas, ao invés de basear-se em intuições vagas ou seguir cegamente certas regras. Os princípios são mais flexíveis do que regras, pois podem ser adaptados a diferenças individuais entre pessoas e situações. Embora Ausubel admita que algumas tradicionais "regras de ensino" resistiram ao teste do tempo e são provavelmente válidas, ele argumenta que sua aplicação varia em função de mudanças nas condições educacionais e objetivos. É conveniente também analisar sequencialmente, o foco da teoria de Ausubel.

Há uma distinção entre três tipos gerais de aprendizagem: cognitiva, afetiva e psicomotora. A aprendizagem cognitiva é aquela que resulta no armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado é conhecido como estrutura cognitiva. A aprendizagem afetiva resulta de sinais internos ao indivíduo e pode ser identificada com experiências tais como prazer e dor, satisfação ou descontentamento, alegria ou ansiedade (a aprendizagem afetiva é concomitante com a cognitiva. A aprendizagem psicomotora envolve respostas musculares adquiridas mediante treino e prática, mas alguma aprendizagem cognitiva é geralmente importante na aquisição de habilidades psicomotoras, tais como aprender a tocar piano, dançar balé, etc.

Ausubel focaliza aprendizagem cognitiva, porém, isto não quer dizer que os outros tipos de aprendizagem não sejam importantes ou ignorados por Ausubel. Na verdade, aprendizagem afetiva está relacionada com o cognitivismo, como por exemplo, a predisposição do aprendiz para aprender e isso é uma das condições para a aprendizagem significativa. Através da sua teoria cognitivista, ele salienta aprendizagem significativa. Podemos distinguir três tipos de aprendizagem significativa: representacional, de conceitos e proposicional.

A aprendizagem representacional é o tipo mais básico de aprendizagem significativa e do qual os outros dois dependem. Nela, os símbolos (tipicamente palavras) passam a significar aquilo que seus referentes (objetos, eventos, conceitos) significam. A aprendizagem de conceitos é de certa forma uma aprendizagem representacional, pois conceitos são, também, representados por símbolos arbitrários, porém, genéricos ou categoriais. Conceitos relevantes já existem na estrutura cognitiva, facilitam a aprendizagem significativa de novos conceitos e proposições. A aprendizagem significativa receptiva está alicerçada em conceitos. A aprendizagem proposicional em contraposição à representacional, a tarefa é aprender o significado de ideias expressas em forma de proposição.

De um modo geral, as palavras combinadas numa sentença para constituir uma proposição representam conceitos. No entanto, a tarefa não é aprender o significado dos conceitos (embora seja pré-requisito), e sim o significado das ideias expressas verbalmente por meio desses conceitos, sob forma de uma proposição (a tarefa está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que compõem a proposição).

Nossa proposta foi apresentar os conceitos sobre Análise Combinatória através de mapas conceituais, de maneira que o significado das ideias ficassem claros aos sujeitos submetidos a exposição dos mapas e não somente os conceitos propriamente dito. Com os resultados percebemos que as fórmulas que envolvia os conceitos foram bem compreendidos, pois entenderam os significados de cada conteúdo envolvido.

Na aprendizagem superordenada e combinatória, conforme novos elementos são adquiridos, as informações já existentes são reorganizadas para compor seu novo significado.

> As novas informações vão, espontânea e progressivamente, perdendo a dissociabilidade em relação às idéias âncora até que não sejam mais reprodusíveis como entidades individuais, restando apenas o subsunçor modificado (MOREIRA,1982, p.96).

O esquecimento é por sua vez um andamento natural e espontâneo desse processo de assimilação, que facilita a aprendizagem e a retenção de novas informações. No entanto, hierarquizar conceitos não faz parte do cerne da teoria de Ausubel, tal como o uso de mapas conceituais. Esse recurso foi proposto neste texto, pelos autores pesquisados, como tentativa de utilização da teoria cognitiva, para a preparação de materiais instrucionais e sua utilização em sala de aula.

A Teoria de Ausubel, apesar de complexa é muito interessante, é essencial realçá-la das outras teorias por ela saber valorizar o aluno em sua experiência e seus conhecimentos adquiridos durante toda a sua vida e sua trajetória escolar. Tal teoria por priorizar o "fazer sentido" permite que o aprendiz tenha noção do processo pelo qual está passando e consequentemente que este se sinta atuante em seu aprendizado. Assim para ser um bom profissional na área da educação, temos segundo Ausubel, que ver o aluno individualmente e ao mesmo tempo inserido na sociedade.

REFERÊNCIAS

AFAMASAGA-FUATA'I, K. ***Concept maps & vee diagrams as tools for learning new mathematics topics***. In: Cañas, A. J; Novak, J. D; González, F. M. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 1, 2004, Pamplona/Espanha.

ANDERSON, L. W.; KRATHWOHL, *et al*. ***A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.*** New York: longman, 2001.

APPOLINÁRIO, F. **Metodologia da Ciência: Filosofia e Prática da Pesquisa**. São Paulo: Cengage Learning, 2009.

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel: Sistematização dos Aspectos Teóricos Fundamentais.** 1976. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação, São Paulo.

AUSUBEL, D. P. ***Educacional Psychology: A Cognitive View****.* New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

______. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AUSUBEL D. P.; NOVAK J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro:Interamericana, 1980.

______. ***Educational Psychology: A Cognitive View.*** New York: Warbel & Peck, 1976.

BARBOSA, R. C. **Objeto de aprendizagem e o estudo de gramática: uma perspectiva de aprendizagem significativa**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós – Graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba.2008. 247p.

BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 1995. 2v.

BLOOM, B. S. *et al.***Taxionomia de Objetivos Educacionais. Compêndio primeiro: Domínio Cognitivo.** Trad. Flávia Maria Sant'Anna. Porto alegre: Globo, 1976.

BLOOM, B.. *et al.***Taxionomia de Objetivos Educacionais. Compêndio segundo: Domínio Afetivo**. Trad. Flávia Maria Sant'Anna. Porto alegre: Globo, 1976.

BOYER, C. **Historia da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide – São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1991.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,** Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, resolução CEB nº 3 e n°15 de 26 de junho de 1998.

______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetro Curricular Nacional para o Ensino Médio**– Matemática. MEC/ Semtec, 1999.

______. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*.* Brasília: MEC/Semtec, 2002.

______. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB), Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares do Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006.

CALDWELL, W. H. *et al*. ***Developing a concept mapping approach to mathematics achievement in middle school.*** In: Cañas, A. J; Novak, J. D (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 2, 2006, San José, Costa Rica.

COLL, C. **Psicologia e currículo:** uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar. São Paulo: Ática, 2000a, pp.47-60.

COLL, C.; ALEMANY, I. G. **Psicologia do Ensino.** Porto Alegre: Artmed, 2000b.

COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. (Org.) **Desenvolvimento psicológico e educação –** Psicologia da educação escolar. Trad. Fátima Murad. 2ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

CUNHA, C. M. **O saber matemático: informalidade e processos formais.** Ministério da Educação: Brasília, 1999.

D'AMBRÓSIO U. **Educação Matemática: da teoria a prática**. Campinas: Papirus, 1996.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2007. 2v.

FLORES, R. P. **Mapas conceptuales: elementos fundamentales para la intervencion.** In: Cañas, A. J; Novak, J. D; González, F. M. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 1, 2004, Pamplona/Espanha.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 5ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI Jr.,J. R. **Matemática Completa: Ensino Médio**. São Paulo: FTD, 2002.

GREVHOLM, B. ***Concept maps as research tool in mathematics education.*** In: Cañas, A. J. *et al*. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 3, 2008, Tallinn, Estonia and Helsinki, Finland.

HUERTA ,M. P. ***La evaluación de mapas conceptuales multidimensionales de matemáticas: aspectos metodológicos.*** In: Cañas, A. J; Novak, J. D (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 2, 2006, San José, Costa Rica.

IEZZI, G. *et al*. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 2ed. São Paulo: Atual, 2004. 2v.

______. **Matemática: Ciência e Aplicações: manual do professor**. 2ed. São Paulo: Atual, 2004. 2v.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. ***Applied multivariate statistical analysis***. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 816p.

JULIANELLI, J.R.; DASSIE, B. A.; LIMA, M. L. A. **Curso de Análise Combinatória e Probabilidade**.1ed. Rio de Janeiro: Autores, 2007. 154p.

KRATHWOHL, D. R.; BLOOM, B. S.; MASIA, B. B. ***Taxonomy of educational objectives: Affective domain***. New York: Longman. 1964.

LEOU, S.; CHEN, H. ***The effect improving teachers' knowledge of practice: concept-map implementation in the mathematical teacher professional development community.*** In: Cañas, A. J; Novak, J. D; González, F. M. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 1, 2004, Pamplona/Espanha.

LIAO, T. **Um estudo bibliográfico sobre a concepção mecanicista, o Movimento Bourbaki e a Matemática Moderna** (2011). Disponível em: http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/matematica/0012.html (15/10/2011).

LIMA, E. L. *et al*. **Temas e Problemas Elementares**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.

MAYER, R. E. ***Rote Versus Meaningful Learning*** - THEORY INTO PRACTICE, 41v, pp 227, 2002.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa**. 7ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MENEGOLLA, A. M. **Mapas Conceituais como Instrumento de Estudo da Matemática.** 2006. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.

MENDIA, P. *et al* .***Trabajando con mapas conceptuales el tema de la proporcionalidade de 2°de educación secundaria obl igatoria (E.S.O.).*** In: Cañas, A. J; Novak, J. D (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 2, 2006, San José, Costa Rica.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa e suas aplicações em sala de aula**. São Paulo: Pedagógica Universitária, 2006. 126p.

______. **Aprendizagem Significativa crítica.** In: Novak, J.D. *et al*. Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 3, Lisboa (Peniche), 2000.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. **A Aprendizagem Significativa;** a teoria de David Ausubel. São Paulo, Moraes, 1982.

MORGADO, A. C. de O. *et al*. **Análise Combinatória e Probabilidade: com soluções dos exercícios**. 9ed. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática: Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, 2006

MILLER, N. L.***Monitoreo de la estrutura y contenido de mapas conceptuales de ciencia y matemáticas en servidores de escuelas incorporadas al projecto conéctate al conocimiento.*** In: Sánchez J.;Cañas, A. J; Novak, J. D (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 4, 2010, Viña Del Mar, Chile.

MILLES, M. B. ***Qualitative data as na atractive nuisance: the prolem of analysis.*** In: Administrative Science Quarterly, 24(4). New York: Greenwood, 1979.

NEVES, J. L. **Pesquisa qualitativa – características, usos e possibilidades. Caderno de pesquisas em administração**. São Paulo. 1(3). 2° SEM./ 1996.

NOVAK, J. D. **Aprender, Criar e Utilizar o Conhecimento:** mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas. Tradução. Ana Rebaça. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000.

______. ***Conocimiento e Aprendizaje: Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas.*** Madrid: Editorial Alianza, 1998.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a Aprender**. Tad. Carla Valadares. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1996.

NOVAK, *J. D.; GOWIN,* D. B. ***Learning how to learn.*** Cambridge University Press: Cambridge, 1984.

NUNES, P.; DEL PINO, J. C. **Mapa Conceitual como estratégia para a avaliação da Rede Conceitual estabelecida pelos estudantes sobre o tema Átomo.** Revista Experimentais em Ensino de Ciências. 3(1) 53-63, 2008.

OLIVEIRA, M. M. de. **Formação em associativismo e desenvolvimento local no Nordeste do Brasil: a experiência de Camaragibe.** 1999, 320p. Tese (Doutorado em educação). Universidade de Sherbrooke, Quebec/Canadá, 1999.

ONTORIA PEÑA, A.; GÓMEZ, J. P.; MOLINA RUBIO, A. **Potencializar a capacidade de aprender e pensar**: o que mudar para aprender e como aprender para mudar. Tradução Fuvio Lulsisco. S. Paulo: Madras, 2004

PARAÍBA. Secretaria do Estado da Educação e Cultura. Coordenadoria do Ensino Médio. **Referências Curriculares para o Ensino Médio da Paraíba: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. João Pessoa: UFPB, 2007. 2v

PRAIA, J. F. **Aprendizagem Significativa em D. Ausubel**. In: Valadares, J. *et al*. Contributos do Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 3, Peniche, 2000.

PEREIRA, N. M. M. **A Construção do Conceito de Ecossistema por Meio dos Mapas Conceituais: Uma Experiência no Ensino de Biologia.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Gradudação em Educação em Ciências e Matemática do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico (NPADC), Belém, 2008.

POLATO, A. **Assim a Turma Aprende Mesmo. Nova Escola: Fundação Victor Cívita.** São Paulo: Editora Abril, Ano XXIII, n.216, pp 63-67, out.,2008.

POSTMAN, N.; WEINGARTNER, C.(1964). ***Teaching as a subversive activity***. In: MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem Significativa Crítica, Peniche, 2000.

RAMÍREZ, M. M. ***Mathematical modelling of physical phenomena with the use of gowins´s Vee and concept maps.*** In: Cañas, A. J. et al. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 3, 2008,Tallinn, Estonia and Helsinki, Finland.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social: Métodos e Técnicas**. 3ed. São Paulo: Atlas, 2010.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica.** 9ed. Petrópolis: Vozes, 1985.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. de S. V. **Matemática: Ensino Médio**. 3ed. São Paulo: Saraiva, 2003. 2v.

SOARES, L. H. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria básica.** 2008. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação), Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba.

SOUZA, G. S. **Mapas Conceituais nos cursos de formação de professores da UFS.** Texto (Qualificação de mestrado) – UFSE/NPGE, 2010. São Cristovão.

TAVARES, J.; ALARCÃO, I. Algumas teorias da aprendizagem. In: **Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem.** Coimbra: Almedina, pp. 91-116, 2005.

TAVARES, R. **Animações Interativas e mapas conceituais: uma proposta para facilitar a aprendizagem significativa em ciências.** Revista Ciências e Cognição. v.13, pp. 99-108, 2008.

______. Aprendizagem Significativa. Revista Conceitos, pp. 55–60, 2003.

______. **Construindo mapas conceituais**. Ciência e Cognição. v12, pp.72-85. Novembro 2007.

VAGLIARDO, J. J. ***Substantive knowledge and mindful use of logarithms: a conceptual analysis for mathematics educators***. In: Cañas, A. J; Novak, J. D; González, F. M. (Eds.) International Conference on Concept Mapping, 1, 2004, Pamplona/Espanha.

VIEIRA, S.; HOFFMANN R. **Estatística Experimental.** São Paulo: Atlas, 1989.

SCHMITTAN, J. ***Use of Concept Maps in Teacher Education in Mathematics.*** In: Cañas, P. Reiska, M. Åhlberg e J. D. Novak (Eds.) Concept Mapping: Connecting Educators. Proceedings of the Third International Conference on Concept Mapping, 3, 2004, Pamplona/Espanha,

APÊNDICE A:

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE EDUCAÇÃO - CE

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO - PPGE
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TÍTULO DO PROJETO: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS CONCEITUAIS

Srs. Pais e/ou responsáveis,

Esta pesquisa é sobre os processos de aprendizagens em Matemática especificando o conteúdo de "Análise Combinatória" mediado por um objeto de aprendizagem com alunos do 2º (segundo) ano do Ensino Médio e está sendo desenvolvida por Cristiane Carvalho Bezerra de Lima, mestranda do programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, sob a orientação do professor Dr. Romero Tavares da Silva.

O objetivo principal do estudo é compreender a aprendizagem mediada por mapas conceituais de maneira que possamos detectar sua influência positiva ou negativamente na aprendizagem sobre a Análise Combinatória pelos alunos.

A finalidade deste projeto é contribuir para a melhoria do ensino e a aprendizagem de matemática em especial do conteúdo da Análise Combinatória, bem como promover mudanças metodológicas desenvolvidas nos assuntos relacionados a matemática.

Solicitamos a sua colaboração para a execução desse estudo, que será desenvolvido após a aprovação do Comitê de Ética da Universidade Federal da Paraíba, no sentido de autorizar a participação de seu (ua) filho (a) a fim de fornecer as informações que lhe forem solicitadas, por meio de questionários, entrevistas, testes e utilização do objeto de aprendizagem. Solicitamos sua permissão para que os processos de coleta de dados sejam gravados (se for o caso), como também sua autorização para apresentar e publicar os resultados desse estudo em eventos e periódicos da área da educação, com a ressalva de que o nome do (a) seu (ua) filho (a) será mantido em sigilo ou iremos utilizar um codinome para embasar dados quantitativos e fundamentar análises qualitativas dentro da pesquisa. Após o término deste, todas as informações serão guardadas com a pesquisadora, com o acesso somente dela e de seu orientador.

Esclarecemos que a participação do (a) seu (ua) filho(a) no estudo é voluntária e, portanto, ele(a) não é obrigado(a) a fornecer as informações e/ou colaborar com as atividades de testagem solicitadas. Caso decida não participar da pesquisa, ou resolver a qualquer momento desistir da mesma, não sofrerá nenhum dano.

Informamos que todos os procedimentos metodológicos escolhidos para a pesquisa não ofereceram riscos previsíveis à saúde.

A pesquisadora estará a sua disposição para qualquer esclarecimento que considere necessário em qualquer etapa da pesquisa.

Agradecemos antecipadamente sua contribuição.

____

Assinatura do Pesquisador Responsável

De acordo com o texto exposto acima, declaro que fui devidamente esclarecido (a) e dou o meu consentimento para meu/minha filho/filha participar da pesquisa e para publicação dos resultados.

Escola participante: <u>Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professora Luzia Simões Bartollini</u>

Nome completo do (a) filho (a) (letra de forma):___________________________

Nome completo do responsável (letra de forma):__________________________

Nº do RG (SSP/Estado): ___________________ Série: ______________

Data: ____/____/____ Assinatura do responsável:________________

APÊNDICE B:

Pré e Pós Teste

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Pré-teste e Pós-teste

Escola:____

Nome:____

Série: _____ Turma: _____ Idade: ____ Professor regente:________________

email: ____ Data: ___/___/___

INSTRUÇÕES:

- Esse caderno **contém 20 questões**, sendo todas de **múltipla escolha;**
- Cada questão de múltipla escolha contém **apenas uma alternativa correta**;
- Responda todas as questões colocando os **procedimentos** de cálculo ou outra estratégia de resolução **no quadro** (cálculo);
- Caso **não saiba responder** ou não entendeu a questão, **marque na alternativa d** (não sei responder);
- Não é permitida a utilização de nenhum material de consulta que não seja o fornecido;
- Durante o pré-teste, não será permitido levantar-se ou comunicar-se com outro colega de turma;
- Essa prova terá duração máxima de **duas horas**.

A. (Cesgranrio - adaptado) Um mágico se apresenta em público vestindo calça e paletó. Para que ele se apresente durante uma temporada de shows, sem repetir nenhum conjunto de roupas, ele dispõe de 6 calças e 4 palitós de cores diferentes.

De acordo com essas informações responda as **questões 1 e 2.**

Questão 1

Quais são os elementos desse agrupamento?

a) Mágico e público

b) Público e conjunto de roupas

c) Calça e palitó

d) Não sei responder

Questão 2

Quantos shows ele fará durante essa temporada?

a) 24

b) 12

c) 10

d) Não sei responder

Cálculo

B. (Osec-SP) Uma faculdade mantém 8 cursos diferentes. No vestibular, os candidatos podem fazer opção por 3 cursos, determinado-os por ordem de preferência.

De acordo com esses dados responda a **questões 3**:

Questão 3

De quantas formas possíveis um candidato poderá optar no vestibular?

a) 336

b) 11

c) 56

d) Não sei responder

Cálculo

C. Um sinal de trânsito é composto por três cores: Verde, Amarelo e Vermelho. Cada cor representa a atitude do motorista ao se deparar com o sinal.

De acordo com a informação responda as **questões 4 e 5**.

Questão 4:

(UFF) Assinale a alternativa que apresenta o número de sequência de cores que podem ser formadas pelos 5 sinais de trânsito de uma certa avenida.

a) 15

b) 243

c) 625

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 5:

No problema da questão 4 identifique o(s) elemento(s) verificando se "difere pela ordem ou pela natureza" e classifique qual tipo de agrupamento permite resolvê-lo:

a) Arranjo com repetição

b) Arranjo Simples

c) Combinação Simples

d) Não sei responder

D. Os números naturais são compostos por 10 (dez) algarismos, podendo ser composto por um algarismo (0,1,2,...,9), dois algarismos (10,11,...99), três algarismos (100,101,...,999), e assim por diante.

Considerando os números formados por quatro algarismos distintos e múltiplos de três responda as **questões 6, 7 e 8**.

Questão 6:

(Fuvest-SP-modificado) Quantos números podem ser formados com 2, 3, 4, 6 e 9?

a) 120

b) 180

c) 72

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 7:

Ao compor um número com quatro algarismos distintos, podemos classificar esse agrupamento como sendo de:

a) Arranjo Simples

b) Combinação Simples

c) Permutação Simples

d) Não sei responder

Questão 8:

Considerando a resolução do problema da questão 6, quais restrições devemos considerar:

a) Começar por zero

b) Terminar em ímpar

c) Incluir elementos considerados

d) Não sei responder

E. Anagrama é qualquer ordenação formada com as letras de uma palavra, podendo ter sentido ou não. Por exemplo, com a palavra AMOR, podemos formar ROMA, OMAR, RMOA e outras.

Considerando a palavra AMOR, responda as **questões 9 e 10**.

Questão 9:

Quantos anagramas começam por vogal?

a) $P_2 \cdot P_3$

b) $A_2 \cdot C_3$

c) C_4

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 10:

Para saber quantos anagramas apresentam vogais juntas, quais estratégias deverão ser consideradas na resolução:

a) Terminar por consoantes

b) Vogais juntas como uma letra

c) Começar por vogal

d) Não sei responder.

F. Num automóvel de passeio, é possível colocar cinco pessoas com cinto de segurança. Responda as **questões 11 e 12**.

Questão 11:

De quantas maneiras 5 pessoas podem viajar em um automóvel com 5 lugares, se apenas uma delas sabe dirigir?

a) 25

b) 120

c) 24

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 12:

Considerando a resolução do problema da questão 11, quais restrições devemos considerar:

a) O motorista não está incluso no agrupamento

b) Os passageiros devem dirigir

c) Todas as pessoas irão aprender a dirigir

d) Não sei responder

G. Num agrupamento os elementos podem diferenciar-se <u>pela ordem</u> e/ou <u>pela natureza</u>.

Questão 13:

Considere os problemas abaixo e indique se existe uma diferenciação pela ordem (O), pela natureza (N), ou pela ordem e natureza (ON).

I. ( ) (FGV – SP- modificado) Um restaurante oferece no cardápio 2 tipos de saladas, 4 tipos de pratos de carnes, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja compor seu prato com um item de cada opção.

II. ( ) Para a eleição do corpo dirigente de uma empresa, candidatam-se oito pessoas. Deseja-se escolher presidente e vice-presidente.

III. ( ) Deseja-se saber quantos anagramas forma a palavra AMOR?

A sequência de associações corretas será:

a) N, ON, O

b) O, N, ON

c) ON, N, O

d) Não sei responder

H. (Unesp) Sobre uma reta marcam-se 3 pontos e sobre uma outra reta, paralela à primeira, marcam-se 5 pontos. Responda as **questões 14 e 15.**

Questão 14:

O número de triângulos que podem ser formados unindo 3 quaisquer desses 8 pontos será:

a) 112

b) 56

c) 45

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 15:

Na resolução do problema da questão 9 devemos considerar algumas restrições. Qual situação abaixo, melhor representa o agrupamento:

a) $C_{3,2} \cdot C_{5,1} + C_{3,1} \cdot C_{5,2}$

b) $C_{8,3} + C_{8,5}$

c) $P_2 \cdot P_3 \cdot A_8$

d) Não sei responder

Cálculo

I. (Unifor-CE) Uma agência de publicidade necessita de 2 rapazes e 3 moças para fazer um comercial para a TV. Responda as **questões 16 e 17**.

Questão 16:

Dispondo de 4 rapazes e 5 moças, quantas opções têm a agência para formar o grupo necessário?

a) 126

b) 9

c) 60

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 17:

Quais tipos de agrupamentos foram usados para resolver o problema da questão 16?

a) Arranjo e Combinação

b) Apenas Combinação

c) Permutação e Arranjo

d) Não sei responder

J. Os veículos brasileiros já foram identificados por placas que seguiam sistemas de combinações de algarismos e letras, mas com o aumento das frotas de carros, as possibilidades de combinações se esgotaram e foi necessário adotar um novo sistema. Pelo sistema atual, válido desde 1990, as placas são compostas de três letras seguidas de quatro algarismos.

De acordo com essas informações responda as **questões 18, 19 e 20**.

Questão 18:

Considerando as 26 letras do alfabeto e os 10 algarismos do sistema de numeração decimal, quantas placas de veículos podem ser feitas para esgotar todas as possibilidades?

a) $C_{26,3} \cdot C_{10,4}$

b) $P_{26,3} \cdot P_{10,4}$

c) $A_{26,3} \cdot A_{10,4}$

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 19:

Quantas placas podem ser formadas apenas com as letras R, S, T e os números 5, 6, 7 e 8, sem repetir nenhuma letra e nenhum número?

a) $\frac{26!}{23!} \cdot \frac{10!}{4!}$

b) 12

c) 144

d) Não sei responder

Cálculo

Questão 20:

As questões 18 e 19 possuem elementos que diferem respectivamente:

a) Pela ordem e pela natureza

b) Pela ordem e pela ordem

c) Pela natureza e pela ordem

d) Não sei responder

APÊNDICE C:

Critérios para Validação dos Questionários Pré e Pós teste

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Banco de Dados para o pré e pós teste, referente à Dissertação de Mestrado: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima

Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Proposta de Pré e Pós testes

Avaliação endereçada para:

Nome:____

Titulação:____

Nível de atuação:____

Instituição:____

Esse instrumento, enquanto pré-teste tem o intuito de verificar o nível de conhecimento específico existente na estrutura cognitiva do aprendiz, ou seja, o conhecimento prévio relevante, referente ao bloco de conteúdo: Análise de Dados, onde focamos no estudo da Análise Combinatória.

Questões de conhecimento prévio serão reveladas ao se depararem com situações problemas envolvendo conteúdos ainda não trabalhados em sala de aula. Dessa forma o questionário como pré-teste também proporcionará a curiosidade em aprender sobre o conteúdo proposto.

Como pós-teste, pretende obter-se informações relevantes acerca da aprendizagem significativa do conteúdo citado. Essas informações deverão revelar a eficiência ou não do instrumento de aprendizagem utilizado na explanação das aulas.

Serão abordadas questões envolvendo o conceito sobre os tipos de agrupamento, quais elementos fazem parte do conjunto a serem agrupados, quais restrições devem ser levadas em considerações, a junção dos tipos de agrupamentos em um mesmo problema, além da utilização das fórmulas como ferramenta de agilidade nos cálculos.

Dessa forma, analise as questões postas em dois critérios:

(i) Grau de dificuldade com escala de 1(um) a 4 (quatro);

(ii) Clareza e objetivos educacionais.

Sobre o item (i), considere:

- **Nível básico: 1 (um)** - a questão requer interpretação simples, cuja resolução exige a utilização de esquema ilustrativo como por exemplo diagrama de árvore e/ou Princípio Fundamental da Contagem (PFC);
- **Nível intermediário: 2 (dois) –** a questão requer interpretação envolvendo combinatória, cuja resolução é feita com a aplicação das regras de combinação simples, arranjo simples e/ou permutação simples;
- **Nível difícil: 3 (três)** – a questão requer interpretação envolvendo conceitos sobre combinatória, cuja resolução exige conhecimento sobre combinação simples, arranjo com repetição e/ou permutação com repetição;
- **Nível avançado: 4 (quatro)** – a questão requer interpretação de combinatória, cuja resolução exige o conhecimento de um conjunto de regras de combinação simples, arranjo simples e com repetição e/ou permutação simples, com repetição e/ou circulares.

Sobre o item (ii) além da clareza considere:

A taxonomia dos objetivos educacionais é um referencial para classificar afirmações sob as quais se espera que os alunos aprendam como resultado da instrução.

A taxonomia modificada (ANDERSON *et al.*, 2001; KRATHWOHL, 2002) propiciou definições cuidadosas para as dimensões do conhecimento e dos processos cognitivos (ver Quadro 1), estruturados como um referencial bidimensional.

Para a dimensão do **conhecimento**, foram considerados os seguintes tipos:

i. **Conhecimento factual:** Conhecimentos básicos de uma disciplina com os quais os alunos devem estar familiarizados.

ii. **Conhecimento conceitual:** Interrelações entre os elementos básicos de uma estrutura, que os permite funcionar conjuntamente.

iii. **Conhecimento procedimental:** Como fazer algo, métodos de questionamento; critérios para utilização de habilidades, algoritmos, técnicas e métodos.

iv. **Conhecimento meta-cognitivo:** Conhecimento da cognição em geral, conhecimento da própria cognição e da prontidão.

Para a dimensão **processos cognitivos**, foram considerados os seguintes tipos:

i. **Relembrar:** Resgatar conhecimentos relevantes da memória de longo prazo

ii. **Entender:** Construir significados a partir de mensagens instrucionais, incluindo mensagens orais, escritas e comunicações gráficas.

iii. **Aplicar:** Executar ou usar um procedimento numa dada situação

iv. **Analisar:** Quebrar um material em suas partes constituintes, e determinar quais partes se relacionam com as outras e com a estrutura global, ou com o propósito global.

v. **Avaliar:** Fazer julgamentos baseados em critérios e padrões.

vi. **Criar:** Por juntos elementos de modo a formar um todo coerente ou funcional; reorganizar elementos em um novo padrão ou estrutura.

Quadro 2: Taxonomia de Bloom-Revisada

Dimensão do Conhecimento	**Dimensão dos processos cognitivos**					
	1.Relembrar	**2. Entender**	**3. Aplicar**	**4. Analisar**	**5. Avaliar**	**6. Criar**
A. Conhecimento factual	1, 6, 9, 19					
B. Conhecimento conceitual	3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17	2, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 17, 18, 19, 20	3, 6, 14, 18	8, 11, 14, 15, 18, 19	5, 6, 7, 10, 12, 13, 15, 17, 20	
C. Conhecimento procedimental	4, 5, 8, 11, 14, 15	3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 19	3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 14, 15, 18, 19	8, 9, 11, 14, 15, 18	6, 9, 12, 14, 15, 16, 18, 19	
D. Conhecimento meta-cognitivo						

De acordo com os critérios supracitados analise as questões abaixo:

A. (Cesgranrio - adaptado) Um mágico se apresenta em público vestindo calça e paletó. Para que ele se apresente durante uma temporada de shows, sem repetir nenhum conjunto de roupas, ele dispõe de 6 calças e 4 palitós de cores diferentes. De acordo com essas informações responda as questões 1 e 2.

Questão 1: Relembrar – os conceitos envolvidos na questão. **Entender** – identificar os elementos pertencentes ao conjunto a ser agrupado.

1. Quais são os elementos desse agrupamento?

a) Mágico e público

b) Público e conjunto de roupas

c) Calça e palitó

d) Não sei responder

Considera a questão válida para o teste? ( ) sim ( )não

Quais as razões para sua opinião?

Assinale o(s) objetivo(s) educacional (is) que julgar ter a questão:

Dimensão do conhecimento	**Dimensão dos processos cognitivos**					
	1. Relembrar	**2. Entender**	**3. Aplicar**	**4. Analisar**	**5. Avaliar**	**6. Criar**
A. Conhecimento factual						
B. Conhecimento conceitual						
C. Conhecimento procedimental						
D. Conhecimento meta-cognitivo						

Nível de dificuldade?

APÊNDICE D:

Apostila referente ao conteúdo Análise Combinatória

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Nome:____ Série: ________

MOTIVAÇÃO:

Thiago possui 4 camisas diferentes (branca, azul, preta e vermelha) e 3 calças diferentes (preta, branca e azul). De quantas maneiras ele poderá escolher uma blusa e uma calça para se vestir?

RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE CONTAGEM:

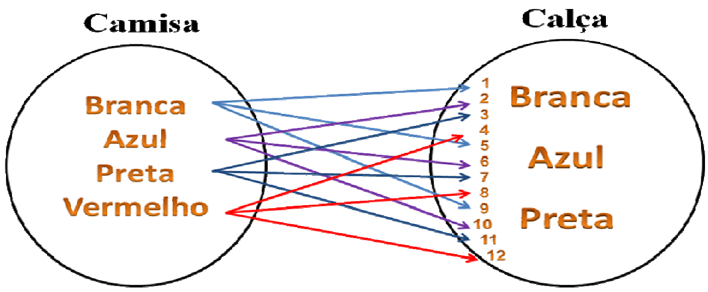
A. Escrevendo os grupos possíveis;
B. Usando o diagrama de Euler - Venn;
C. Montando uma tabela;
D. Diagrama chamado árvore de possibilidades;
E. Fazendo um desenho;
F. Fazendo um esquema;

A. Escrevendo os grupos possíveis;

1. Camisa branca, calça branca;
2. Camisa branca, calça azul;
3. Camisa branca, calça preta;
4. Camisa azul, calça branca;
5. Camisa azul, calça azul;
6. Camisa azul, calça preta;
7. Camisa preta, calça branca;
8. Camisa preta, calça azul;
9. Camisa preta, calça preta;
10. Camisa vermelha, calça branca;
11. Camisa vermelha, calça azul;
12. Camisa vermelha, calça preta.

Vemos, então que há 12 possibilidades diferentes de se vestir.

B. Usando o diagrama de Euler - Venn;



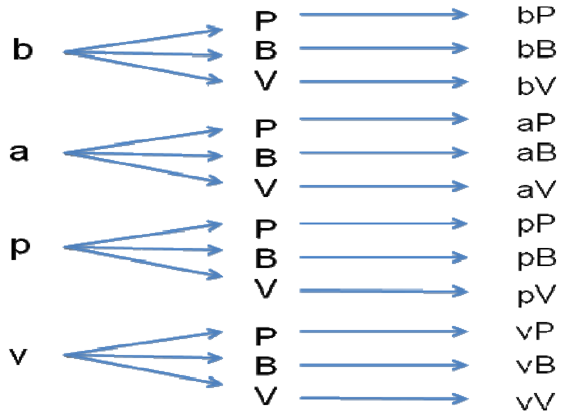
Também assim chegaremos a 12 maneiras.

C. Montando uma tabela;

Camisa \ Calça	Branca	Azul	Preta
Branca	bB	bA	bP
Azul	aB	aA	aP
Preta	pB	pA	pP
Vermelha	vB	vA	vP

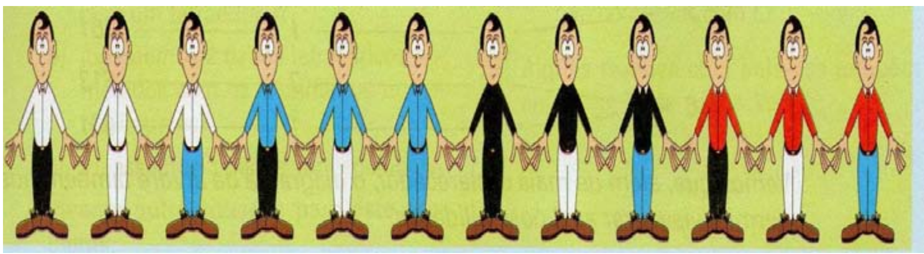
Vemos que há $3 \cdot 4 = 12$ possibilidades diferentes de se vestir.

D. Diagrama chamado árvore de possibilidades;



Também vemos que há $3 \cdot 4 = 12$ há possibilidades diferentes de se vestir.

E. Fazendo um desenho;



Novamente temos 12 possibilidades diferentes de se vestir.

F. Fazendo um esquema;

3	4
calça	Camisa

Para cada escolha de calça, temos 4 possibilidades de camisa, assim 3 vezes 4 correspondendo a 12 possibilidades diferentes de se vestir.

Exemplo 1:

Thiago possui duas calças (amarelo e preto), duas camisas (amarela e preta) e dois calçados (amarelo e preto).

De quantas maneiras ele poderá escolher uma calça, uma camisa e um calçado?

Exemplo 2:

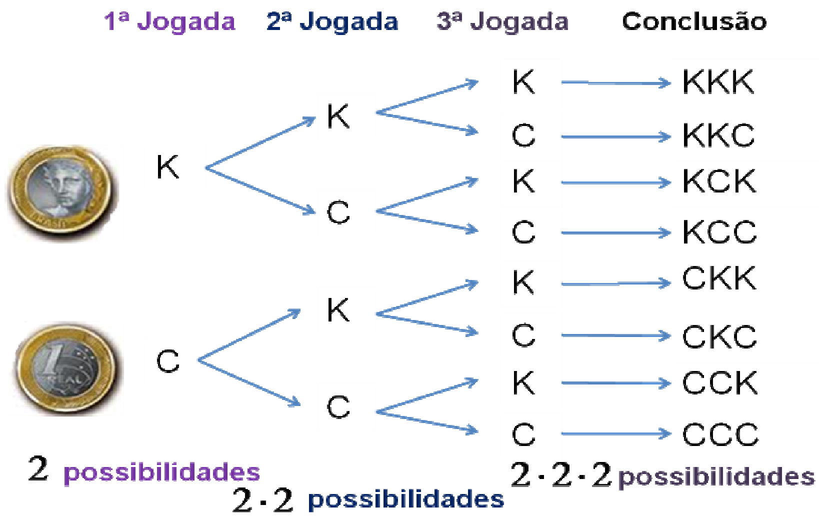
Certo dono de um restaurante promoveu um campeonato para verificar quem conseguiria fazer o número máximo de refeições. No restaurante há 2 tipos de salada, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesas. Sendo assim quais e quantas possibilidades temos para fazer refeições composta com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa?

Exemplo 3:

Para fazer uma viagem Rio - São Paulo - Rio, posso usar como transporte o trem, o ônibus ou o avião. De quantos modos posso escolher os transportes se não desejo usar na volta o mesmo meio de transporte usado na ida?

Exemplo 4:

Uma moeda é lançada para o alto. Ao cair ela mostrará na face superior “cara” ou “coroa”. Desejando saber quantos serão os resultados possíveis ao lançarmos uma moeda três vezes. Indicando cara por K e coroa por C, vamos resumir no esquema chamado “árvore das possibilidades”: (BIANCHINI, 1995, p.254)



Totalizamos 8 possibilidades de lançarmos a moeda.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Objetivo principal da análise combinatória é a determinação do número de possibilidades de um dado evento ocorrer. (BIANCHINI, 1995, p.253).

A Análise Combinatória é um ramo da Matemática que estuda, fundamentalmente:

A formação de **agrupamentos de elementos**, numa abordagem quantitativa;

A partir de **um determinado conjunto,** sendo esses;

Submetidos a **condições previamente estabelecidas**. (JULIANELLI, 2007, p.11)

TÉCNICA DE AGRUPAMENTO

Se o número de possibilidades for muito grande, a tarefa de descrevê-la torna-se muito trabalhosa.

O objetivo da análise combinatória é calcular esse número, sem que para isso seja necessário descrever todas as possibilidades.

Uma importante técnica usada com essa finalidade é o Princípio Fundamental da Contagem – PFC. (BIANCHINI, 1995, p.255)

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC) OU PRINCÍPIO DA MULTIPLICAÇÃO

Definição: Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada à decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é $x \cdot y$. (MORGADO, 2006, p.18)

O produto dos números de possibilidades vale para qualquer número de etapas independentes. (DANTE, 2007, p.284)

PROBLEMAS DE CONTAGEM

Os problemas nos quais aplicamos o PFC envolvem agrupamentos com elementos repetidos e agrupamentos simples, ou seja, com elementos distintos. (BIANCHINI, 1997, p. 261)

Considere os agrupamentos **abc** e **acb**. Observe que eles possuem os mesmos elementos. O que os diferencia é a posição de seus elementos. Dizemos, neste caso, que existe entre eles uma diferença de ordem.

Considere os agrupamentos **abc** e **abd**. Observe que eles possuem elementos diferentes. Dizemos então que entre eles existem uma diferença de natureza. (BIANCHINI, 1997, p. 261)

Exemplo 5:

Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

Casos possíveis	Casos não considerados
234	233
589	089
710	777

$\underline{\;9\;}\quad \underline{\;9\;}\quad \underline{\;8\;}\quad = 648$

RECOMENDAÇÕES

Pequenas dificuldades adiadas costumam transformar-se em grandes dificuldades. Se alguma decisão é mais complicada que as demais, ela deve ser tomada em primeiro lugar. (MORGADO, 2006, p.20)

Exemplo 6:

(BIANCHINI, 1995, p.257) Quantos números ímpares de quatro algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 5, 6 e 7?

Casos possíveis	Casos não possíveis
5123	0251
1357	3132
3265	2133
1753	5289

Solução:

a) Escolhemos primeiramente o algarismo das unidades, que deve ser ímpar: 1 ou 3 ou 5 ou 7 (**quatro** possibilidades).

b) Para o algarismo das unidades de milhar (Milhar), devemos eliminar o zero e o algarismo já escolhido para as unidades na etapa (a). Restam, portanto, cinco possibilidades (7 – 2 = **5**).

c) Eliminando os dois algarismos já escolhidos (Unidades e Milhar), restam cinco possibilidades para as centenas (7 – 2 = **5**).

d) Eliminando os três algarismos escolhidos (Unidades, Milhar e Centenas), existem quatro possibilidades para as dezenas (7 – 3 = **4**).

Logo, podemos formar $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 400$ números.

5	5	4	4	= 400
Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades	

Exemplo 7:

(BIANCHINI, 1995, p257) Quantos são os números pares de três algarismos distintos que podem ser formados com os algarismos 0, 1, 4, 6 e 7?

Casos possíveis	Casos não possíveis
140	046
714	404
106	471

Solução:

Considere os números {0, 1, 4, 6 e 7};

Como os números são pares, então o algarismo das unidades deve ser 0 ou 4 ou 6:

Números pares que terminam em zero.

		0	
4	3	1	= 12

Números pares que terminam em 4.

		4	
3	3	1	= 9

Números pares que terminam em 6.

		6	
3	3	1	= 9

Logo, podemos formar 12 + 9 + 9 = **30 números pares**.

FATORIAL

Dado um número natural *n*, definimos o *fatorial de n* (indicado por n!) através das relações:

I. $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

II. Se $n = 1$, $1! = 1$

III. Se $n = 0$, $0! = 1$

Ou seja, o fatorial de *n* é o produto de todos os números naturais, de *n* até 1.
A notação *n!* foi introduzida por Christian Kramp em 1808.

Exemplos:

a) $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$
b) $3! \cdot 4! =$
c) $(3!)^2 =$
d) $(3!)! =$

Observações:

Para interromper o desenvolvimento do fatorial de um número, deve-se colocar o símbolo (!) de fatorial após o último algarismo que for escrito:

$$n! = n \cdot (n-1)!$$
$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$$

EXERCÍCIOS

1. Calcule:

a) $6! + 4!$

b) $\dfrac{10!}{7!}$

c) $(3!)^2 - (3^2)!$

d) $\dfrac{10! + 9!}{11!}$

2. Resolva as seguintes equações:

a) $(5x-7)! = 1.$
b) $(2x+4)! = 720$

3. Simplifique as expressões:

a) $\dfrac{n!}{(n-1)!}$

b) $\dfrac{n! - (n+1)!}{(n)!}$

c) $\dfrac{(n+2)! + (n+1) \cdot (n-1)!}{(n+1) \cdot (n-1)!}$

4. Calcule *n* na expressão abaixo:

$$\frac{n!+(n-1)!}{(n+1)!-n!}=\frac{6}{25}$$

AGRUPAMENTOS

Os problemas nos quais aplicamos o PFC envolveram agrupamentos com elementos repetidos e agrupamentos simples, ou seja, com elementos distintos.

Identificaremos agora os **tipos de agrupamentos** que nos interessam na Análise Combinatória.

São eles: Arranjos, Permutações e Combinações. (BIANCHINI, 1995, p. 261)

Significados

No dicionário, encontramos:

Arranjar v.t. Pôr em boa ordem; dipor; obter; arrumar; ajustar; reparar.
Permutar v. t. Trocar; dar reciprocamente; misturar.
Combinar v.t. Agrupar; juntar em certa ordem; dispor metodicamente; ajustar; pactuar; aliar; harmonizar; unir; ligar; cotejar; comparar.

PERMUTAÇÃO SIMPLES

Permutação simples é o tipo de agrupamento ordenado, sem repetição, em que entram todos os elementos em cada grupo. (GIOVANNI, 2002, p.217)

A permutação simples é um caso particular de arranjo simples (GIOVANNI, 2002, p.217)

Considere um conjunto finito com *n* elementos distintos. Permutação Simples dos *n* elementos serão todos agrupamentos ordenados formados por esses *n* elementos.

O número de permutações de *n* elementos:

$$P_n = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 1 = n!$$

$$P_n = n!$$

Também chamado de **fatorial**.

Exemplo 8:
De quantas maneiras cinco pessoas A, B, C, D e E, podem ser dispostas em fila?

Exemplo 9:
Anagrama é qualquer ordenação formada com as letras de uma palavra. Considerando a palavra AMOR quantos anagramas podem ser formados com as letras dessa palavra?

Exemplo 10:
Dada a palavra CONTAGEM pede-se quantos anagramas:

a) Começam por uma vogal?
b) Apresentam as vogais juntas?
c) Apresentam as vogais juntas em ordem alfabética?
d) Começam e terminam por uma consoante?

PERMUTAÇÃO COM ELEMENTOS REPETIDOS

Definição: Se na permutação de *n* elementos existirem elementos que apareçam α vezes, outro β vezes, e assim por diante, então o total de permutações será: (JULIANELLI, 2007, p.43)

$$P_n^{\alpha,\beta,\ldots} = \frac{n!}{\alpha!\cdot\beta!\ldots}$$

Exemplo 11:
Quantos anagramas possuem a palavra URUBU?
<u>Pensando na resposta:</u>
Não é $P_5 = 5! = 120$. Pelo fato de ter letras repetidas, obteremos um número de anagramas menor do que o que obteríamos se as letras fossem distintas.
Veja $U_1RU_2BU_3$ é a mesma palavra que $U_2RU_3BU_1$.

Exemplo 12:
Uma prova contém 10 testes que devem ser respondidos com V ou F. De quantos modos distintos ela pode ser resolvida assinalando-se 3 testes com Verdadeiro e 7 testes com Falso?

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

Os problemas de permutação circular consistem em determinar o número de modos que podem ser colocados n objetos distintos em n lugares equiespaçados em torno de um círculo, considerando-se equivalentes as disposições que coincidam por uma rotação.

Definição: Considere *n* elementos distintos com *n* lugares equiespaçados em torno de um círculo, considere equivalente as disposições que coincidam por uma rotação. Assim o número de ordem diferente que pode dispor os n elementos em torno do ciclo é:

$$(PC)_n = (n-1)!$$

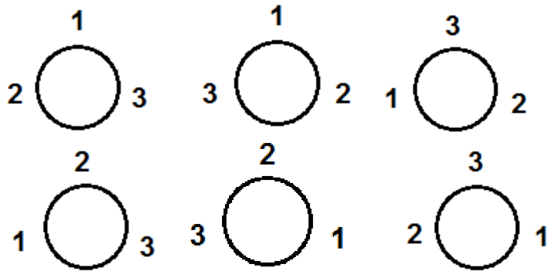
Exemplo 13:
De quantos modos três crianças podem brincar em torno de uma roda?
<u>Solução:</u>

Sabemos que é possível arrumar 3 objetos distintos de 6 maneiras diferentes ($3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$). Porém, observando as figuras abaixo, notamos que essas 3 crianças podem ser arrumadas de duas formas distintas em torno de uma mesa circular, visto que as outras 2 arrumações de cada linha coincidem com a primeira se fizermos uma rotação.

Observe na primeira linha, fixando o número 1, a sequência que se repete, no sentido anti-horário, é 1, 2, 3.

Já na segunda linha, fixando o número 1 e girando também no sentido anti-horário, a sequência é 1, 3, 2.

Logo a permutação circular de 3 elementos é $(PC)_3 = (3-1)! = 2! = 2$ (JULIANELLI,2005,p. 47)



ARRANJO SIMPLES

Arranjo Simples é o tipo de agrupamento **sem repetição** em que um grupo é diferente de outro pela **ordem** ou pela **natureza** dos elementos componentes (GIOVANNI, 2002, p.213).

Dois arranjos são diferentes quando:

- Possuem elementos diferentes (diferença de natureza), ex.: (m,n); (m, p);
- Possuem os mesmos elementos em ordem diferente (diferença de ordem), ex.: (m,n); (n,m). (BIANCHINI, 1995, p.261)

Em arranjo interessa a sequência dos elementos (JULIANELLI, 2007, p.40).

Dado um conjunto de *n* elementos, e sendo p um número inteiro e positivo tal que $p \leq n$, chama-se arranjo simples dos *n* elementos dados, agrupados *p* a *p*, a qualquer sequência de *p* elementos distintos formada com elementos do conjunto de *n* elementos. O número de arranjos é dado por:

$$A_n^p = A_{n,p} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo 14:
Para a eleição do corpo dirigente de uma empresa, candidatam-se oito pessoas. De quantas maneiras poderão ser escolhidos presidente e vice- presidente?

Exemplo 15:
(UFCE) Sendo uma placa de automóvel formada por duas letras seguidas de quatro algarismos, quantas placas podem ser formadas por duas letras distintas seguidas de quatro algarismos distintos? (Considere 26 letras do alfabeto e os dez algarismos do nosso sistema de numeração).

Exemplo 16:
Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0 a 9. O segredo do cofre é formado por uma sequência de 3 dígitos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas ele deverá fazer (no máximo) para conseguir abri-lo. (Suponha que a pessoa sabe que o segredo é formado por dígitos distintos).

ARRANJO COM REPETIÇÃO

Seja M um conjunto com *m* elementos, temos que Arranjo com Repetição de *m* elementos tomados *r* a *r* será uma sequência de *r* elementos repetidos ou não, onde *n* é escolhido entre os *m* elementos dados. Assim número de arranjo com repetição de *m* elementos tomados *r* a *r* é:

$$(AR)_{m,r} = m^r$$

Exemplo 17:
Uma urna contém uma bola vermelha (V), uma branca (B) e uma azul (A). Uma bola é extraída, observando sua cor e reposta na urna. Em seguida outra bola é extraída e observada sua cor. Quantas são as possíveis sequências de cores observadas?

COMBINAÇÃO SIMPLES

Nos problemas de contagem, o conceito de combinação está intuitivamente associado à noção de escolher subconjuntos. (DANTE, 2007, p. 290)

Como são subconjuntos de um conjunto, a ordem dos elementos não importa. Só consideramos subconjuntos distintos os que diferem pela natureza dos seus elementos. (DANTE, 2007, p. 290)

Dado um conjunto finito de *n* elementos distintos e sendo *p* um número inteiro e positivo tal que $p \leq n$, chama-se combinação simples dos *n* elementos dados, agrupado *p* a *p*, todo conjunto ordenado formado por *p* elementos distintos, onde *p* é escolhido entre os *n* elementos distintos do conjunto.

Logo, o número de combinações simples de *n* elementos tomados *p* a *p*, pode ser calculado assim:

$$C_n^p = C_{n,p} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-p+1)}{p!} = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{A_{n,p}}{p!} = \frac{n!}{p!\cdot(n-p)!}$$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\cdot(n-p)!}$$

Propriedades:

1. $C_{n,p} = C_{n,n-p}$; Exemplo: $C_{5,2} = C_{5,3}$
2. Quando temos $p = n$, $C_{n,n} = 1$.
3. $C_{n,1} = n$; Exemplo: $C_{5,1} = 5$

Exemplo 18:
Quantas comissões de 2 pessoas podem ser formadas com 5 alunos (A,B,C,D e E) de uma classe?

<u>Pensando na Solução:</u>

Como AB e BA representam a mesma comissão, não importa a ordem. Isso significa que uma mesma comissão foi contada duas vezes, portanto divide-se por 2. Observe que os grupos obtidos diferem entre si pelos elementos componentes (natureza), não importando a ordem (posição) em que aparecem. (GIOVANNI, 2002, p219).

Exemplo 19:
De quantas maneiras diferentes um professor poderá formar um grupo de 3 alunos, escolhidos a partir de um grupo de 6 alunos?

Exemplo 20:

Marcam-se cinco pontos sobre uma reta *r*. Sobre outra reta *s*, paralela a *r*, marcam-se mais quatro pontos. Quantos triângulos podem ser formados com vértices em três quaisquer desses pontos?

RECONHECENDO OS AGRUPAMENTOS

Para isso devemos proceder da seguinte forma:

1°) Escolhemos um agrupamento qualquer que satisfaça as condições do problema.

2°) Trocamos as posições dos elementos desse agrupamento. Se o agrupamento obtido for outra solução do problema, então se trata de um problema sobre arranjos; caso contrário, trata-se de um problema de combinação. (BIANCHINI, 1995, p. 273)

<u>Observação:</u> Os problemas que envolvem arranjo podem ser resolvidos usando o PFC.

APÊNDICE E:

Atividades desenvolvidas ao longo das aulas nas duas turmas (Experimental e Controle)

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Atividades 1

Escola:____

Nome:_____________________ Série: ____ Turma: ____ Data: ___/___/___

01. Thiago possui duas calças (amarelo e preto), duas camisas (amarela e preta) e dois calçados (amarelo e preto). De quantas maneiras ele poderá escolher uma calça, uma camisa e um calçado?

02. Certo dono de um restaurante promoveu um campeonato para verificar quem conseguiria fazer o número máximo de refeições. No restaurante há 2 tipos de salada, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesas. Sendo assim quais e quantas possibilidades temos para fazer refeições composta com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa?

03. Para fazer uma viagem Rio - São Paulo - Rio, posso usar como transporte o trem, o ônibus ou o avião. De quantos modos posso escolher os transportes se não desejo usar na volta o mesmo meio de transporte usado na ida?

04. Uma moeda é lançada para o alto. Ao cair ela mostrará na face superior “cara” ou “coroa”. Deseja-se saber quantos serão os resultados possíveis ao lançarmos uma moeda três vezes. Indicando cara por K e coroa por C descreva todas as possibilidades, após encontrar o valor.

05. Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem?

06. (BIANCHINI, 1995 p.257) Quantos números ímpares de quatro algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 5, 6 e 7?

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Atividades 2

Escola:____
Nome:___________________ Série: _____ Turma: ______ Data: ___/___/___

01. Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados usando-se os algarismos 1,2,3,4 e 5?

02. Lançando uma mesma moeda 5 vezes consecutivamente, qual o número total de possíveis resultados?

03. Existem 2 vias de locomoção de uma cidade A para uma cidade B e 3 vias de locomoção da cidade B a uma cidade C. De quantas maneiras pode-se ir de A a C, passando por B?

04. De quantas maneiras diferentes pode-se vestir uma pessoa que tenha 5 camisas, 3 calças, 2 pares de meias e 2 pares de sapato?

05. Quantos números de dois algarismos podemos formar sabendo que o algarismo das dezenas corresponde a um múltiplo de 2 (diferente de zero) e os algarismo das unidades a um múltiplo de 3?

06. Usando somente os algarismos 1,2,3,4,5 e 6:
a) Quantos números de 2 algarismos podemos formar?
b) Quantos números pares de 2 algarismos podemos formar?
c) Quantos números ímpares de 2 algarismos podemos formar?
d) Quantos números de 2 algarismos distintos podemos formar?
e) Quantos números de 2 algarismos pares podemos formar?

07. Numa eleição de uma escola há três candidatos a presidência, cinco a vice-presidente, seis a secretário e sete a tesoureiro. Quantos podem ser os resultados da eleição?

08. (FGV-SP) Um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de pratos de carne, 5 variedades de bebidas e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato de carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer seu pedido?

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Atividades 3

Escola:____

Nome:____________________ Série: _____ Turma: ______ Data: ___/___/___

01. De quantas maneiras cinco pessoas A, B, C, D e E, podem ser dispostas em fila?

02. Anagrama é qualquer ordenação formada com as letras de uma palavra. Considerando a palavra AMOR quantos anagramas podem ser formados com as letras dessa palavra?

03. Dada a palavra CONTAGEM pede-se quantos anagramas:

a) Começam por uma vogal?
b) Apresentam as vogais juntas?
c) Apresentam as vogais juntas em ordem alfabética?
d) Começam e terminam por uma consoante?

04. Quantos anagramas possui a palavra URUBU?

05. Uma prova contém 10 testes que devem ser respondidos com V ou F. De quantos modos distintos ela pode ser resolvida assinalando-se 3 testes com Verdadeiro e 7 testes com Falso?

06. De quantos modos três crianças podem brincar em torno de uma roda?

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Atividades 4

Escola:____

Nome _____________________Série: _____ Turma: ______ Data: ___/___/___

01. Para a eleição do corpo dirigente de uma empresa, candidatam-se oito pessoas. De quantas maneiras poderão ser escolhidos presidente e vice presidente?

02. (UFCE) Sendo uma placa de automóvel formada por duas letras seguidas de quatro algarismos, quantas placas podem ser formadas por duas letras distintas seguidas de quatro algarismos distintos? (Considere 26 letras do alfabeto e os dez algarismos do nosso sistema de numeração).

03. Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0 a 9. O segredo do cofre é formado por uma sequência de 3 dígitos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas deverá fazer (no máximo) para conseguir abri-lo. (Suponha que a pessoa sabe que o segredo é formado por dígitos distintos).

04. Uma urna contém uma bola vermelha (V), uma branca (B) e uma azul (A). Uma bola é extraída, observando sua cor e reposta na urna. Em seguida outra bola é extraída e observada sua cor. Quantas são as possíveis sequências de cores observadas?

05. Quantas comissões de 2 pessoas podem ser formadas com 5 alunos (A,B,C,D e E) de uma classe?

06. De quantas maneiras diferentes um professor poderá formar um grupo de 3 alunos, escolhidos a partir de um grupo de 6 alunos?

07. Marcam-se cinco pontos sobre uma reta r. Sobre outra reta s, paralela a r, marcam-se mais quatro pontos. Quantos triângulos podem ser formados com vértices em três quaisquer desses pontos?

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Atividades 5

Escola:____
Nome:_________________ Série: _____ Turma: ______ Data: ___/___/___

01. De quantos modos podemos arrumar em fila 5 livros diferentes de Matemática, 3 livros diferentes de Estatistica e 2 livros diferentes de Física, de modo que livros de uma mesma matéria permaneçam juntos?

02. De quantos modos podemos formar uma roda com 5 crianças?

03. Quantos são os anagramas da palavra "DEZESSETE"?

04. De quantas maneiras 5 meninos podem sentar-se num banco que tem apenas 3 lugares?

05. Quantos veículos podem ser emplacados num sistema em que cada placa é formada por 3 letras (de um total de 26) e 4 algarismo (0 a 9)?

06. Uma empresa vai fabricar cofres com senhas de 4 letras, usando as 18 consoantes e 5 vogais. Se cada senha deve começar com uma consoante e terminar com uma vogal, sem repetir letras, o número de senhas possíveis será?

07. Numa classe há 10 moças e 8 rapazes. Quantas comissões com 5 elementos podemos formar, de modo que em cada comissão haja pelo menos um rapaz e as moças sejam a maioria?

08. (UNESP) Sobre um reta marcam-se 3 pontos e sobre uma outra reta, paralela à primeira, marcam-se 5 pontos, o número de triângulos que podem ser formados unindo 3 quaisquer desses 8 pontos é?

09. Uma prova de matemática é constituída por 10 questões do tipo "verdadeiro ou falso". Se um aluno "chuta" cada uma das questões, qual o número total de maneiras de apresentar o gabarito?

APÊNDICE F:

Plano de Aula das turmas Experimental e Controle

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Plano de Aulas: Turma Piloto

Aula	Data	Conteúdo	Desenvolvimento	Recurso
1 2	18/05	Análise Combinatória	➢ Aplicar o pré – teste; ➢ Passar lista de freqüência; ➢ Entregar termo de consentimento livre esclarecido; ➢ Foto.	➢ Lista de questões; ➢ Lista de frequência; ➢ Folha: termo de consentimento; ➢ Câmera;
3	23/05	Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 2: Estudo de Matemática; Aprendizagem Significativa de Análise Combinatória: usando mapas; e Análise Combinatória; ➢ Slide 3: Motivação 1; ➢ Apresentação do Mapa Conceitual sobre Motivação 1; ➢ Slide 4: Exemplo 1; ➢ Construção do mapa conceitual sobre o exemplo 1; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo 1.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila (material para o aluno); ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto; ➢ Xerox do exemplo 1. ➢ Cartolina; ➢ Post it; ➢ Hidrocor.
4	23/05	Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 5: Exemplo II; ➢ Slide 6: Resolução do exemplo II; ➢ Construção do mapa conceitual sobre o exemplo II; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo II; ➢ Slide 7: Exemplo III; ➢ Slide 8: Resolução do exemplo III; ➢ Construção do mapa conceitual sobre o exemplo III; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo III.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Foto; ➢ Apostila ➢ Xerox do exemplo 2 e 3. ➢ Cartolina ➢ Post it ➢ Hidrocor;
5	25/05		➢ Slide 9: Exemplo 4; ➢ Slide 10: Resolução do exemplo 4; ➢ Construção do mapa conceitual do exemplo 4; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo 4; ➢ Slide 11: Abordagem do mapa conceitual; ➢ Apresentação mapa conceitual: árvore de possibilidades; ➢ Slide 12: Análise Combinatória; ➢ Slide 13: Objetivo da Análise Combinatória; ➢ Slide 14: Resolução de problemas; ➢ Slide 15: Definição do PFC; ➢ Slide 16: PFC: problemas; ➢ Slide 17: Exemplo 5; ➢ Construção do mapa conceitual do exemplo 5; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo 5; ➢ Slide 18: Recomendações; ➢ Apresentação mapa conceitual: Resumo do PFC.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto; ➢ Xerox do exemplo 4,5, Resumo PFC, Árvore de possibilidades; ➢ Cartolina; ➢ Post it; ➢ Hidrocor.
6			➢ Slide 19: Exemplo 6; ➢ Slide 20: Solução do exemplo 6; ➢ Construção do mapa conceitual do exemplo 6; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo 6; ➢ Slide 21: Exemplo 7; ➢ Slide 22: Solução do exemplo 7; ➢ Construção do mapa conceitual do exemplo 7; ➢ Apresentação do mapa conceitual do exemplo 7.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto; ➢ Xerox do exemplo 6 e 7; ➢ Cartolina; ➢ Post it; ➢ Hidrocor.
7	30/05	(PFC)	➢ Aplicação da Atividade 1	➢ Lista de exercícios

16	13/06	Combinação Simples	➢ Slide 56: Combinação Simples; ➢ Slide 57: Definição; ➢ Slide 58: Propriedades; ➢ Slide 59: Exemplo 18; ➢ Slide 60: Solução do exemplo 18; ➢ Listar: conceitos, elementos, restrições e agrupamentos; ➢ Apresentar mapa conceitual sobre exemplo 18; ➢ Slide 61: Exemplo 19; ➢ Listar: conceitos, elementos, restrições e agrupamentos; ➢ Apresentar mapa conceitual sobre exemplo 19; ➢ Slide 62: Exemplo 20; ➢ Listar: conceitos, elementos, restrições e agrupamentos; ➢ Apresentar mapa conceitual sobre exemplo 17; ➢ Slide 63: Apresentação do mapa: Resumo de Combinação.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto; ➢ Xerox do exemplo18, 19, 20.
17		Arranjo e Combinação	➢ Atividade 4	➢ Lista de exercícios
18	14/06	Análise Combinatória	➢ Slide 64: Reconhecendo agrupamentos; ➢ Atividade 5	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto; ➢ Xerox da lista de exercícios (modelo).
19 20	15/06	Análise Combinatória	➢ Aplicar o pós – teste; ➢ Passar lista de frequência; ➢ Foto.	➢ Lista de questões; ➢ Lista de frequência; ➢ Câmera;

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Plano de Aulas: Turma Controle

Aula	Data	Horas	Conteúdo	Desenvolvimento	Recurso
1 2	18/05		Análise Combinatória	➢ Aplicar o pré – teste; ➢ Passar lista de freqüência; ➢ Entregar termo de consentimento livre esclarecido; ➢ Foto.	➢ Lista de questões; ➢ Lista de frequência; ➢ Folha: termo de consentimento; ➢ Câmera;
3	23/05		Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 2: Estudo de Matemática; Aprendizagem Significativa de Análise Combinatória: usando mapas; e Análise Combinatória; ➢ Slide 3: Motivação 1; ➢ Slide 4: Pensando na solução; ➢ Slide 5: Escrevendo os grupos possíveis; ➢ Slide 6: Usando diagrama de Euler-Venn; ➢ Slide 7: Montando uma tabela; ➢ Slide 8: Diagrama ou árvore de possibilidades; ➢ Slide 9: Desenho; ➢ Slide 10: Esquema; ➢ Slide 12: Exemplo 1	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila (material para o aluno); ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto;
4	23/05		Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 12: Exemplo II; ➢ Slide 13: Árvore de possibilidades; ➢ Slide 14: Exemplo III; ➢ Slide 15: Árvore de possibilidades;	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto; ➢ Apostila
5	25/05		Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 16: Exemplo 4; ➢ Slide 17: Solução do exemplo 4; ➢ Slide 18: Análise Combinatória; ➢ Slide 19: Objetivo da Análise Combinatória; ➢ Slide 20: Resolvendo problemas de Contagem; ➢ Slide 21: PFC; ➢ Slide 22: PFC: problemas; ➢ Slide 23: Exemplo 5; ➢ Slide 24: Recomendações;	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto;
6	27/05		Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	➢ Slide 25: Exemplo 6; ➢ Slide 26: Solução do exemplo 6; ➢ Slide 27: Exemplo 7; ➢ Slide 28: Solução do exemplo 7;	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto;
7	27/05		(PFC)	➢ Aplicação da Atividade 1	➢ Lista
8	30/05		Fatorial	➢ Slide 29: Fatorial; ➢ Slide 30: Exemplos de Fatorial; ➢ Slide 31:Observação sobre Fatorial; ➢ Slide 32: Exercícios sobre Fatorial; ➢ Slide 33: Exercícios sobre Fatorial; ➢ Slide 34: Exercícios sobre Fatorial; ➢ Slide 35: Exercícios sobre Fatorial;	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Recolher termo de consentimento; ➢ Foto;

9	30/05		(PFC)	➢ Atividade 2	➢ lista de exercícios
10	01/06		Permutação Simples	➢ Slide 36: Agrupamento; ➢ Slide 37: Significados; ➢ Slide 38: Permutação Simples; ➢ Slide 39: Definição de Permutação Simples; ➢ Slide 40: Exemplo 8; ➢ Slide 41: Exemplo 9; ➢ Slide 42: Exemplo 10; ➢ Slide 43: Solução do exemplo 10; ➢ Slide 44: Continuação do exemplo 10. ➢ Resolver exercícios	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
11	03/06		Permutação com repetição	➢ Slide 45: Permutação com repetição; ➢ Slide 46: Exemplo 11; ➢ Slide 47: Solução do exemplo 11; ➢ Slide 48: Exemplo 12; ➢ Slide 49: Solução do exemplo 12. ➢ Resolver exercícios.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
12			Permutação Circular	➢ Slide 50: Permutação Circular; ➢ Slide 51: Exemplo 13 ➢ Slide 52: Solução do exemplo 13; ➢ Resolver exercícios.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
13	06/06		Permutações	➢ Atividade 3	➢ Lista de exercícios
14			Arranjo Simples	➢ Slide 53: Arranjo Simples; ➢ Slide 54: Definição; ➢ Slide 55: Exemplo 14; ➢ Slide 56: Exemplo 15; ➢ Slide 57: Exemplo 16	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
15	08/06		Arranjo com repetição	➢ Slide 58: Arranjo com repetição; ➢ Slide 59: Exemplo 17; ➢ Resolver exercícios.	➢ Data Show; ➢ Lista de frequência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
16	10/06		Combinação Simples	➢ Slide 60: Combinação Simples; ➢ Slide 61: Definição; ➢ Slide 62: Propriedades; ➢ Slide 63: Exemplo 18; ➢ Slide 64: Solução do exemplo 18; ➢ Slide 65: Exemplo 19; ➢ Slide 66: Exemplo 20;	➢ Data Show; ➢ Lista de freqüência; ➢ Apostila; ➢ Foto;
17			Arranjo e Combinação	➢ Atividade 4	➢ Lista de exercícios
18	13/06		Análise Combinatória	➢ Slide 67: Reconhecendo agrupamentos; ➢ Atividade 5	➢ Data Show; ➢ Lista de freqüência; ➢ Apostila; ➢ Foto; ➢ Xerox da lista de exercícios (modelo).
19	15/06		Análise Combinatória	➢ Aplicar o pós – teste; ➢ Passar lista de freqüência; ➢ Foto.	➢ Lista de questões; ➢ Lista de freqüência; ➢ Câmera;
20					

APÊNDICE G:

Critérios para Validação dos Mapas Conceituais sobre Análise Combinatória

Universidade Federal da Paraíba
Programa de Pós – Graduação em Educação
Mestrado em Educação

Banco de Dados para a apresentação do instrumento: Mapas Conceituais, referente à Dissertação de Mestrado: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: A UTILIZAÇÃO DE MAPAS.

Mestranda: Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Orientador: Profº Dr. Romero Tavares – DF/PPGE/UFPB

Mapas Conceituais sobre Análise Combinatória

Avaliação endereçada para:
Nome:____
Titulação:____
Nível de atuação:____
Instituição:____

O estudo de Análise Combinatória tem a finalidade de proporcionar ao aluno o desenvolvimento do raciocínio combinatório, onde consegue adquirir informações que constrói um modelo explicativo e simplificado da situação. Dessa forma para promover a aprendizagem desse conteúdo propomos mapas conceituais que se fundamentam na Teoria Significativa de David Ausubel (1980) e na ideologia de Joseph D. Novak (1997) referente à estratégia de mapas conceituais para traduzir o processo de transformação psicológica.

Mapas conceituais segundo Novak e Gowin *apud.* Moreira (2006) se destinam a representar relações significativas para representar um conjunto de significados entre conceitos na forma de proposições, isto é, são dispositivos esquemáticos para representar um conjunto de significados de conceitos encaixados em um sistema de referência proposicional.

Esse instrumento foi desenvolvido tendo como referência as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) e os Paramêtros Curriculares Nacionais para o ensino Médio (PCN+EM) que visa “aprender matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos de forma a desenvolver competências e habilidades essenciais para o aluno". A resolução de problemas será ponto norteador para desenvolver essas competências e habilidades, pois "o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios".

Para ajudar na busca do conhecimento anterior, o uso de mapas conceituais na apresentação do conteúdo de Análise Combinatória, deverá estruturar os conhecimentos anteriores com os novos, conseguindo obter uma aprendizagem significativa. Teremos como conceitos centrais: Elementos, Restrições, Agrupamentos, Definições e Conhecimentos prévios.

Esse instrumento será aplicado apenas à turma Piloto, através de aulas explicativas, onde usaremos os recursos do *Power point* e do programa *Cmap Tools*.

Para a turma Controle, será apresentado apenas o *Power point*, com os mesmos exemplos sem a utilização dos mapas.

Para a análise desse instrumento é necessário que o avaliador tenha conhecimento sobre Mapas Conceituais, Teoria Significativa de Ausubel, Competências para o Ensino Médio em Matemática, e Taxionomia de Bloom. Afim, de objetivarmos nosso estudo traçaremos alguns conceitos importantes sobre cada item para uma análise qualitativa e posteriormente quantitativa.

Dessa forma, analise os mapas postos sobre quatro critérios:

(v) Competências exigidas para o Ensino Médio;
(vi) A aprendizagem Significativa;
(vii) Princípios Ausebiano;
(viii) Clareza e objetivos educacionais.

Sobre o item (i), considere:

São três competências exigidas para o Ensino Médio:

- <u>Representação e comunicação</u> (RC): envolve leitura, interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens;

- <u>Investigação e compreensão</u> (IC): capacidade de enfrentar e resolver situações-problemas, utilizando os conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;

- Contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural (CSC): analisar criticamente as idéias e os recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas pelo pensar e o conhecimento científico.

Sobre o item (ii), considere:

Segundo Tavares (2003) existem três requisitos essenciais para a aprendizagem significativa:

R1 - A oferta de um novo conhecimento estruturado de maneira lógica (conceitos subsunçores ou âncora);

R2 - A existência de conhecimentos na estrutura cognitiva que possibilite a sua conexão com o novo conhecimento;

R3 - A atitude explícita de apreender e conectar o seu conhecimento com aquele que pretende absorver.

Sobre o item (iii), considere:

Ausubel (1980) propõe dois princípios para ser apresentado ao aprendiz, quando se estrutura um conteúdo:

- Diferenciação progressiva (DP*)*: o assunto deve ser programado de forma que as idéias mais gerais e abrangentes da disciplina sejam apresentadas inicialmente, e assim progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários;

- Reconciliação integrativa (RI): a programação do material deve ser feita para explorar relações entre idéias, apontar similaridades e diferenças significativas.

Sobre o item (iv) além da clareza considere:

A taxonomia dos objetivos educacionais é um referencial para classificar afirmações sob as quais se espera que os alunos aprendam como resultado da instrução.

A taxonomia modificada (ANDERSON *et al*., 2001; KRATHWOHL, 2002) propiciou definições cuidadosas para as dimensões do conhecimento e dos processos cognitivos (ver Quadro 1), estruturados como um referencial bidimensional.

Para a dimensão do **conhecimento**, foram considerados os seguintes tipos:

i.**Conhecimento factual:** Conhecimentos básicos de uma disciplina com os quais os alunos devem estar familiarizados.

ii. **Conhecimento conceitual:** Interrelações entre os elementos básicos de uma estrutura, que os permite funcionar conjuntamente.

iii.**Conhecimento procedimental:** Como fazer algo, métodos de questionamento; critérios para utilização de habilidades, algoritmos, técnicas e métodos.

iv.**Conhecimento meta-cognitivo:** Conhecimento da cognição em geral, conhecimento da própria cognição e da prontidão.

Para a dimensão **processos cognitivos**, foram considerados os seguintes tipos:

i. **Relembrar:** Resgatar conhecimentos relevantes da memória de longo prazo

ii. **Entender:** Construir significados a partir de mensagens instrucionais, incluindo mensagens orais, escritas e comunicações gráficas.

iii. **Aplicar:** Executar ou usar um procedimento numa dada situação

iv. **Analisar:** Quebrar um material em suas partes constituintes, e determinar quais partes se relacionam com as outras e com a estrutura global, ou com o propósito global.

v. **Avaliar:** Fazer julgamentos baseados em critérios e padrões.

vi. **Criar:** Por juntos elementos de modo a formar um todo coerente ou funcional; reorganizar elementos em um novo padrão ou estrutura.

De acordo com os critérios supracitados responda:

01. O mapa conceitual promove leitura e interpretação de diversas linguagens?

02. O mapa conceitual possibilita enfrentar e resolver problemas utilizando de conceitos e procedimentos?

03. O mapa conceitual envolve questões atuais e de acordo com o cotidiano dos alunos, permitindo que haja uma análise crítica das idéias e dos recursos?

Para as questões 4, 5 e 6 considere os três requisitos para a aprendizagem significativa, analisando se no mapa conceitual:

04. O novo conhecimento está estruturado de maneira lógica?

05. Existe(m) conhecimento (s) anterior (es) que conecte com o novo conhecimento?

06. Promove atitude (s) de conectar o conhecimento já existente com o que pretende absorver?

07. O mapa conceitual propõe o princípio Ausubeliano da Diferenciação Progressiva?

08. O mapa conceitual propõe o princípio ausebiano da Reconciliação Integrativa?

09. O mapa conceitual tem clareza na apresentação do conteúdo?

10. Assinale o (s) objetivo (s) educacional (is) que julgar no mapa conceitual:

Quadro 2. Taxonomia de Bloom Revisada

Dimensão do conhecimento	**Dimensão dos processos cognitivos**					
	1. Relembrar	**2. Entender**	**3. Aplicar**	**4. Analisar**	**5. Avaliar**	**6. Criar**
A. Conhecimento factual						
B. Conhecimento conceitual						
C. Conhecimento procedimental						
D. Conhecimento meta-cognitivo						

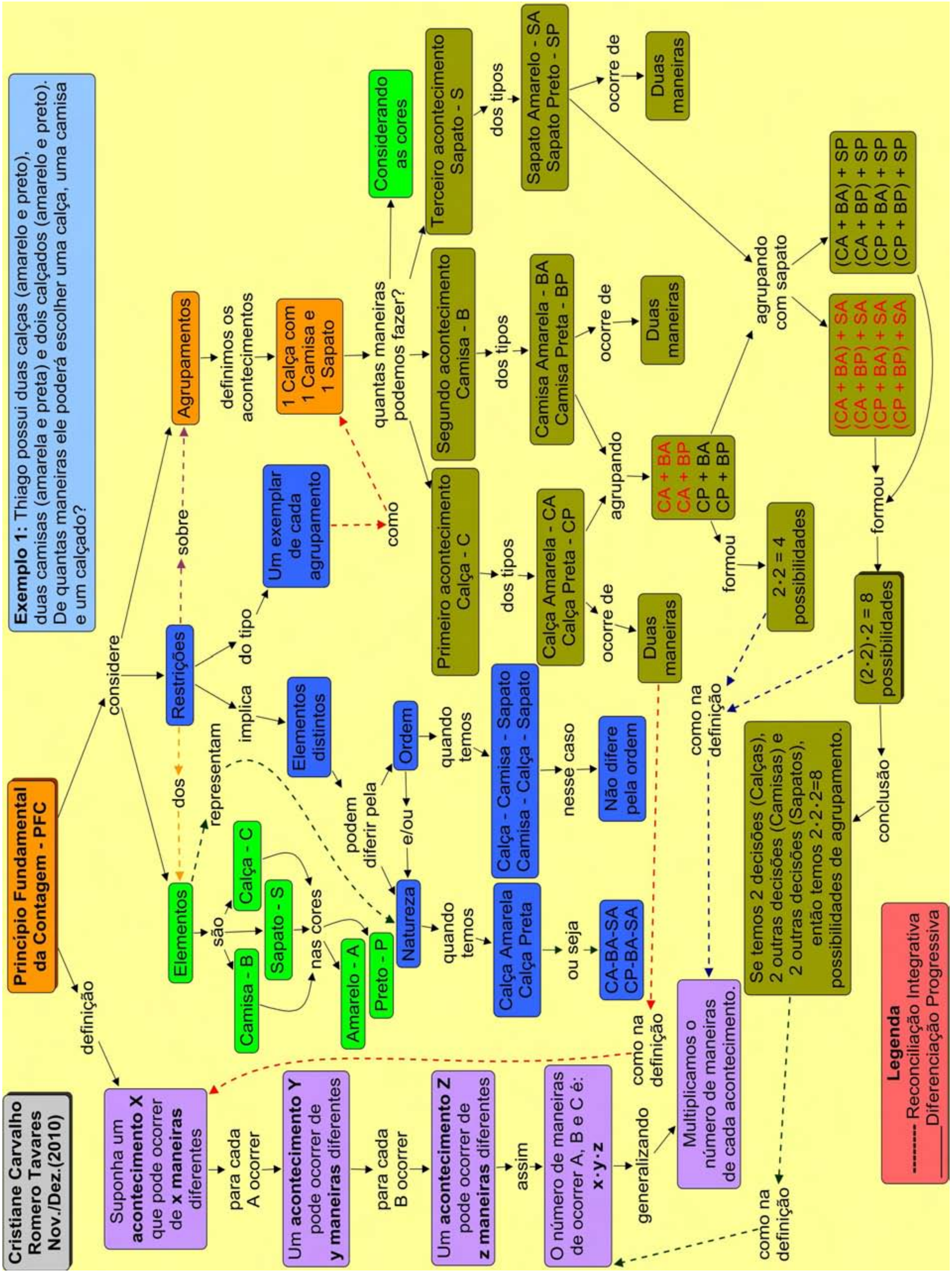
11. O mapa conceitual apresenta algum erro gramatical ou de concordância, capaz de confundir as interpretações?

12. O mapa conceitual é válido para a apresentação do conteúdo referente à Análise Combinatória?

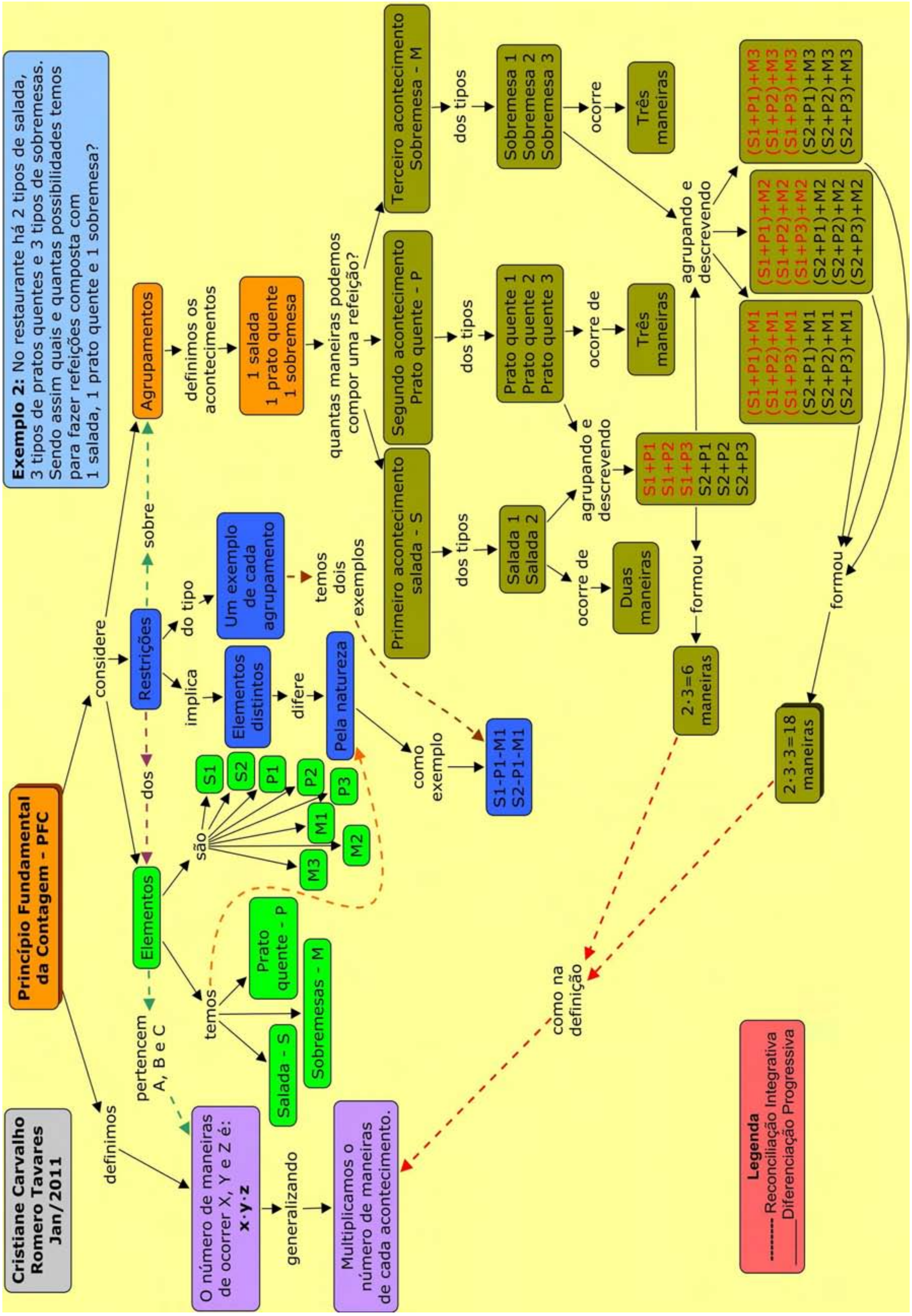
APÊNDICE H:

Mapas Conceituais sobre Análise Combinatória

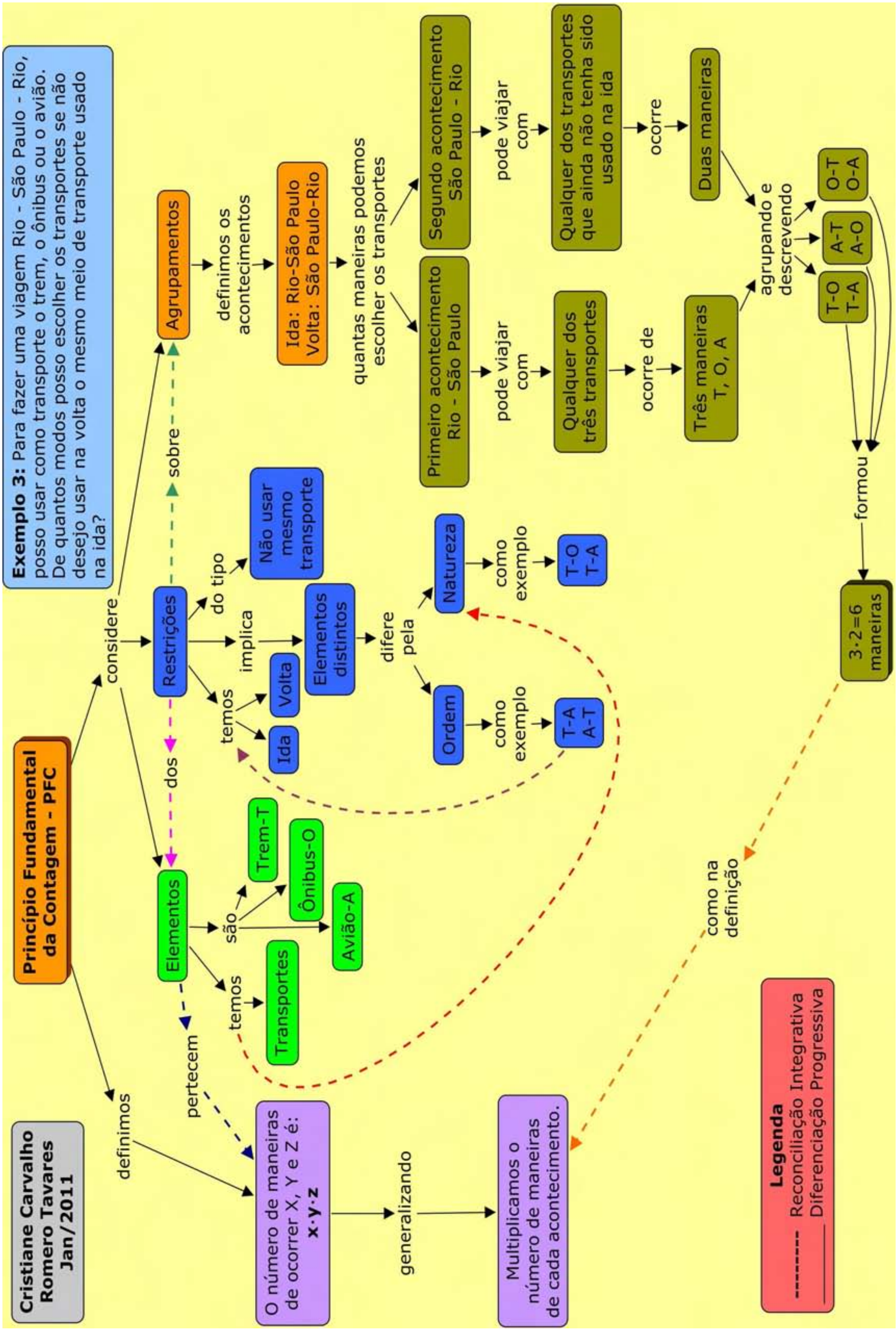
Mapa Conceitual 1 - Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e os Vestuários



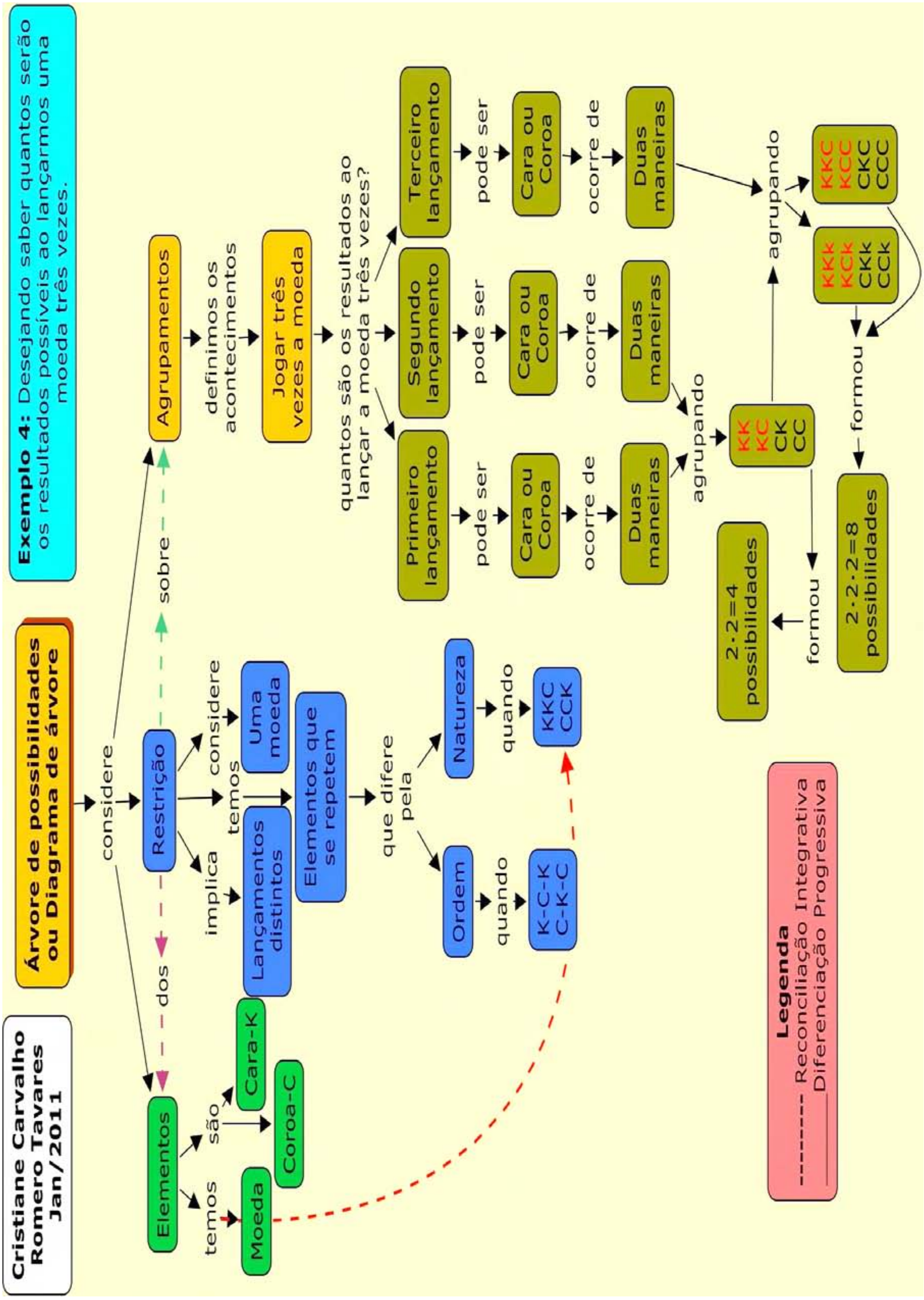
Mapa Conceitual 2 - Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e os Alimentos



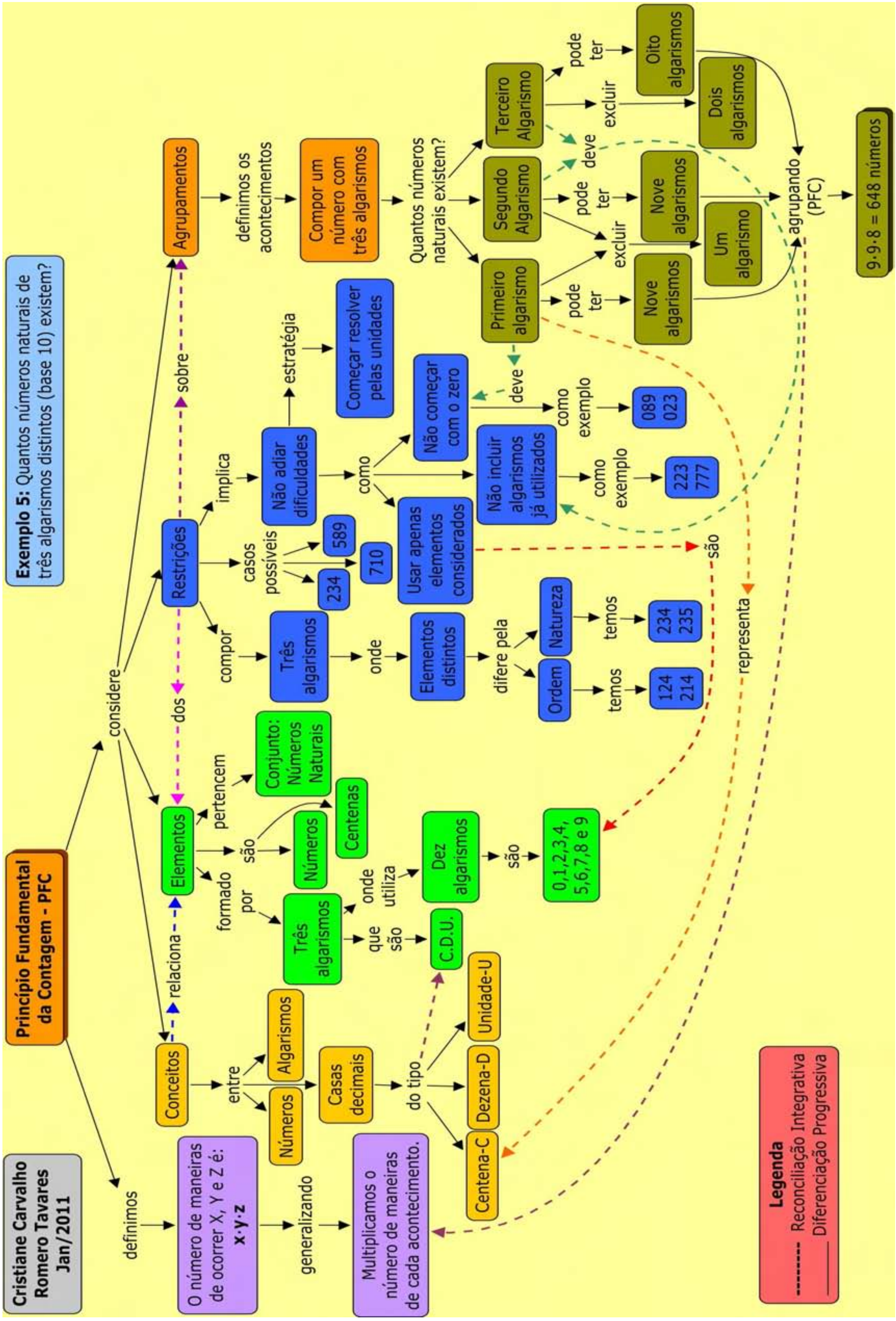
Mapa Conceitual 3 - Princípio Fundamental da Contagem e os Meios de Transportes



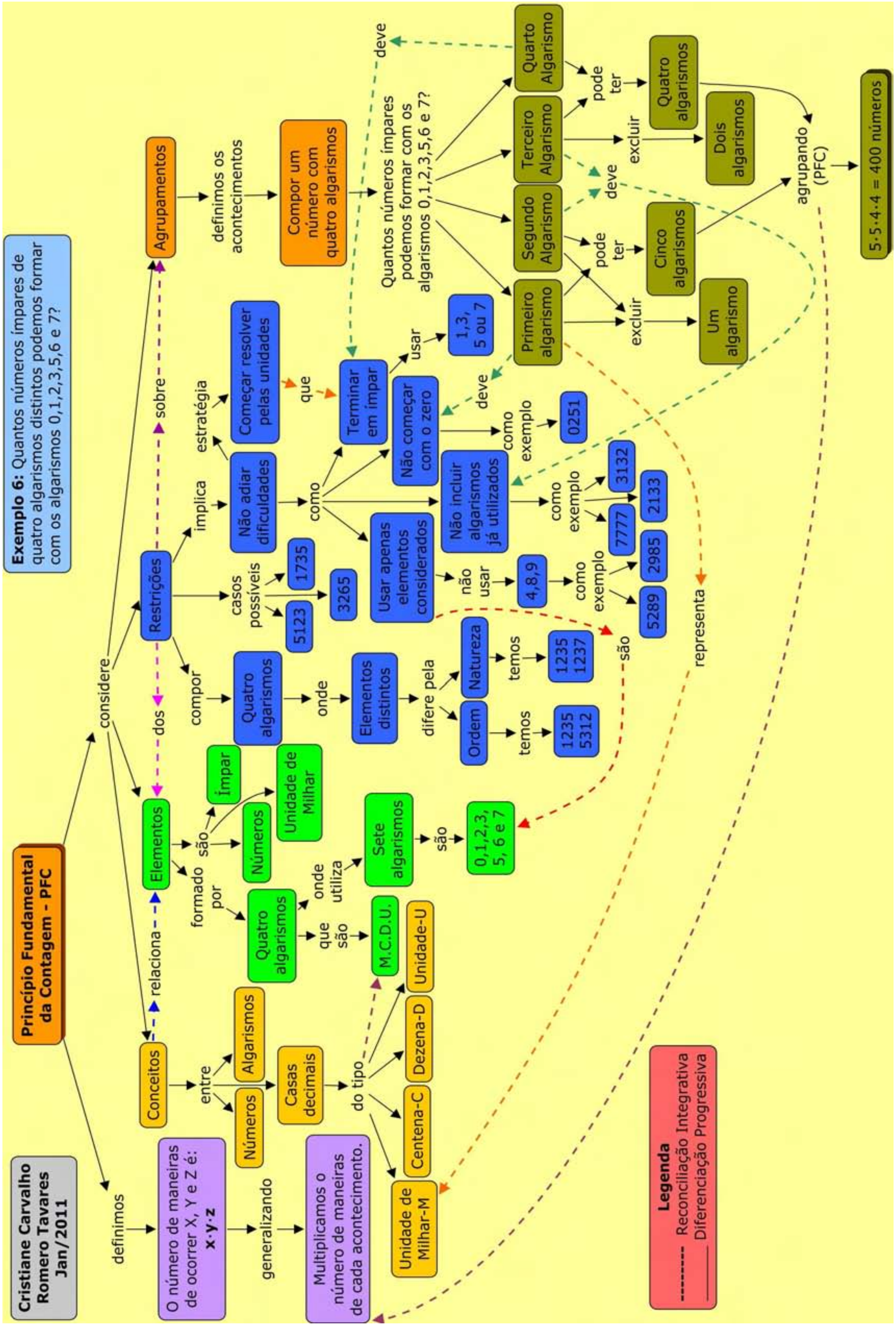
Mapa Conceitual 4 - Princípio Fundamental da Contagem o Lancamento de Moedas



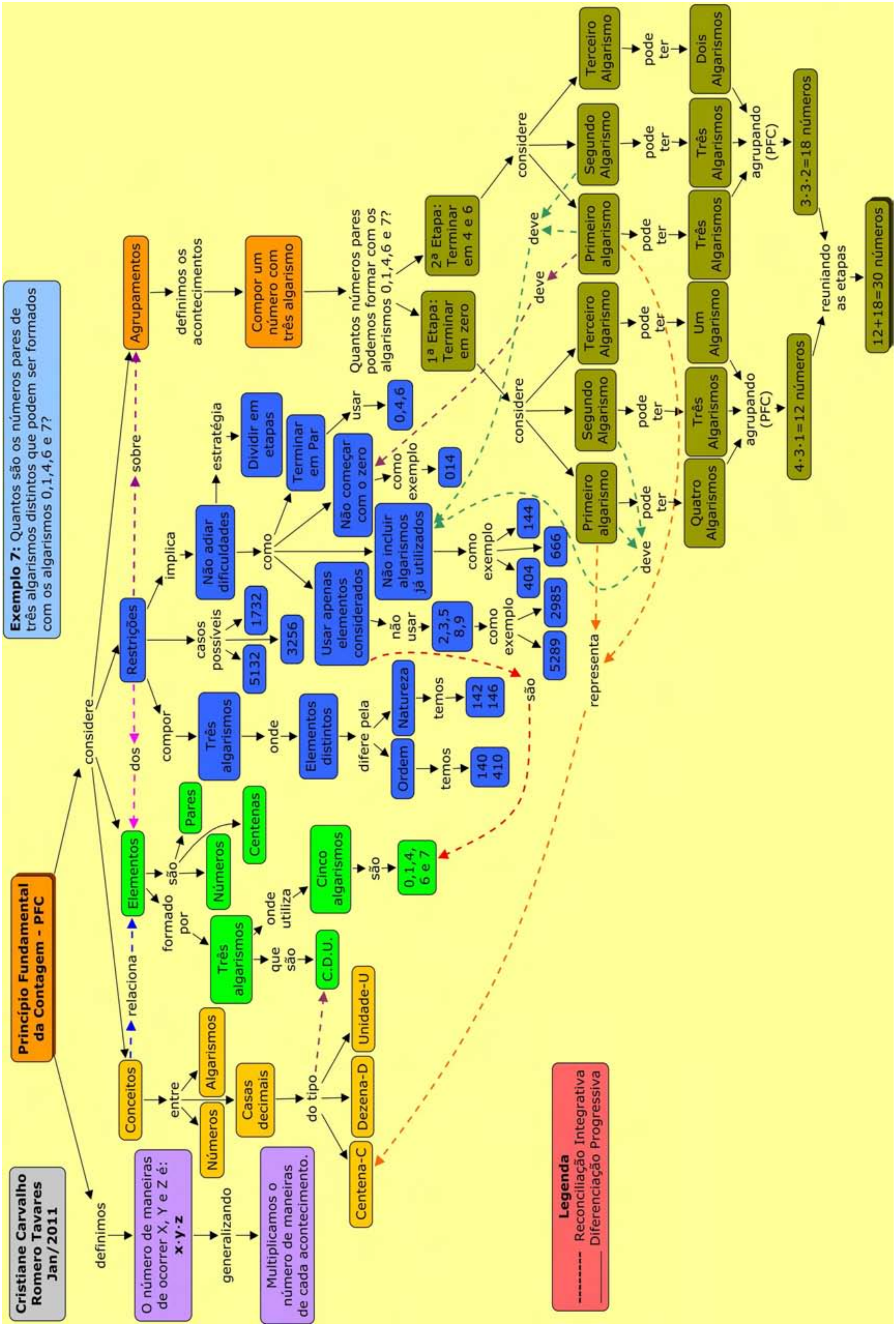
Mapa Conceitual 5 - Princípio Fundamental da Contagem e os Números Naturais



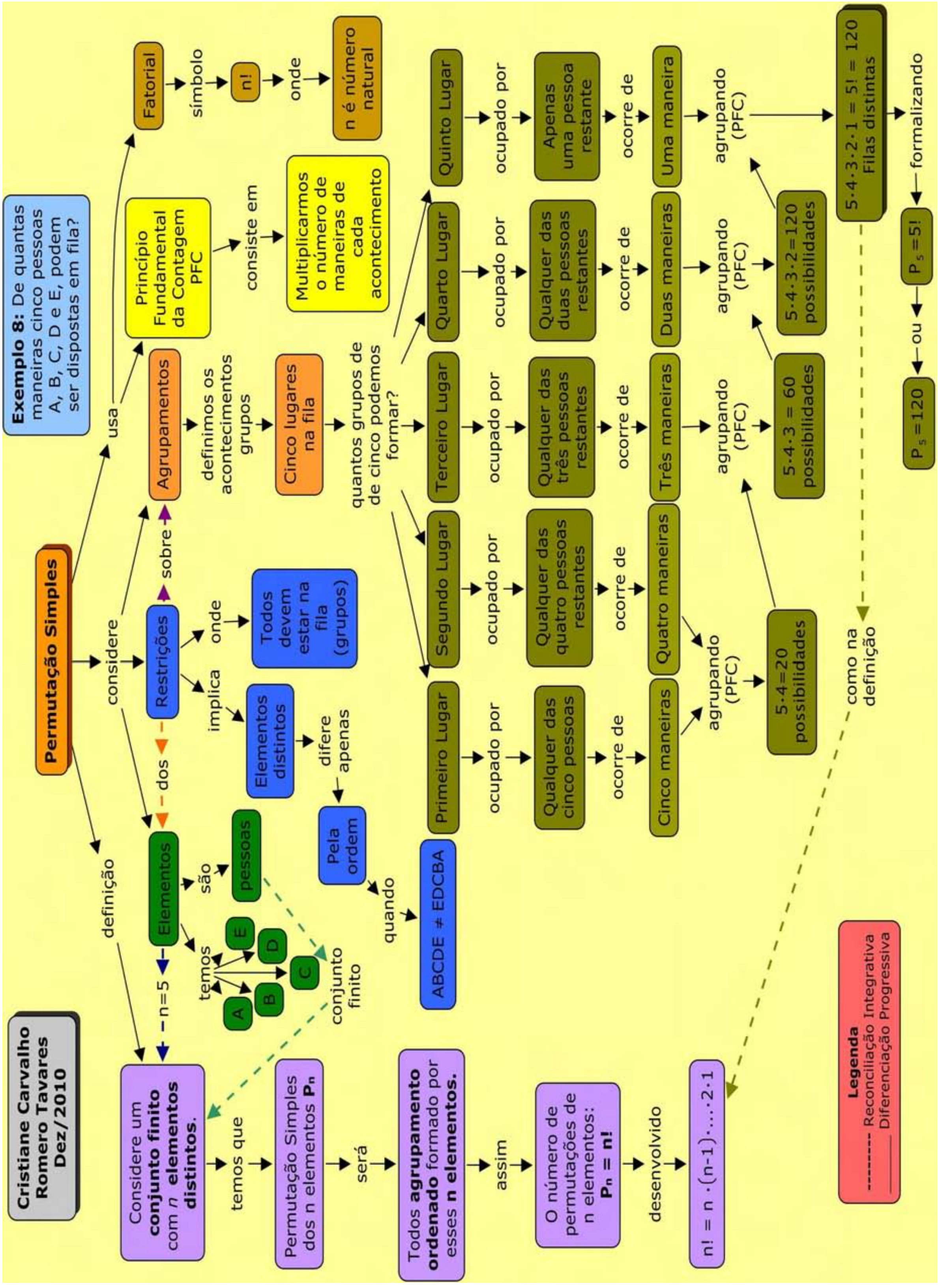
Mapa Conceitual 6 - Princípio Fundamental da Contagem e os Números Ímpares



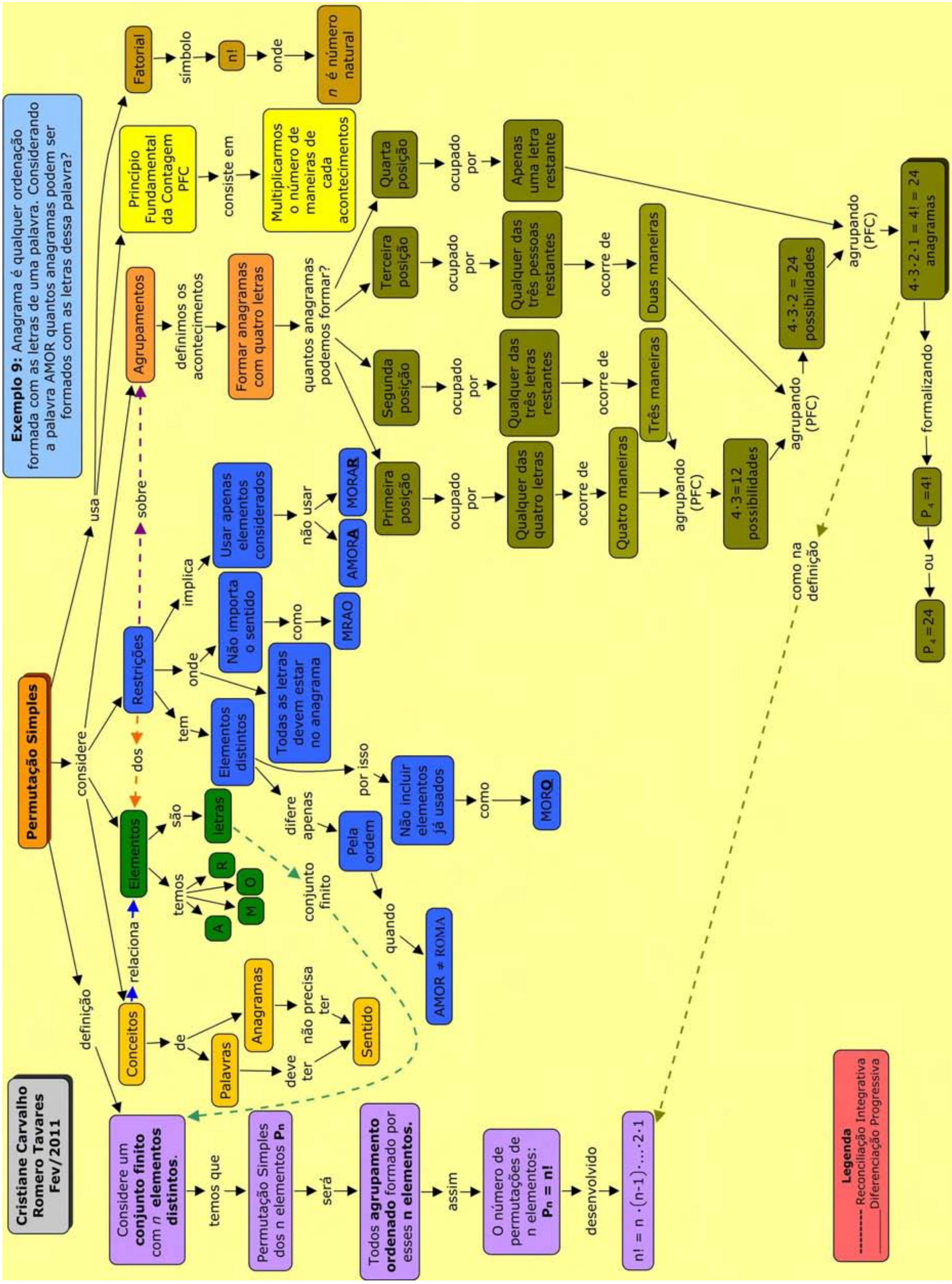
Mapa Conceitual 7 – Princípio Fundamental da Contagem e os Números Pares



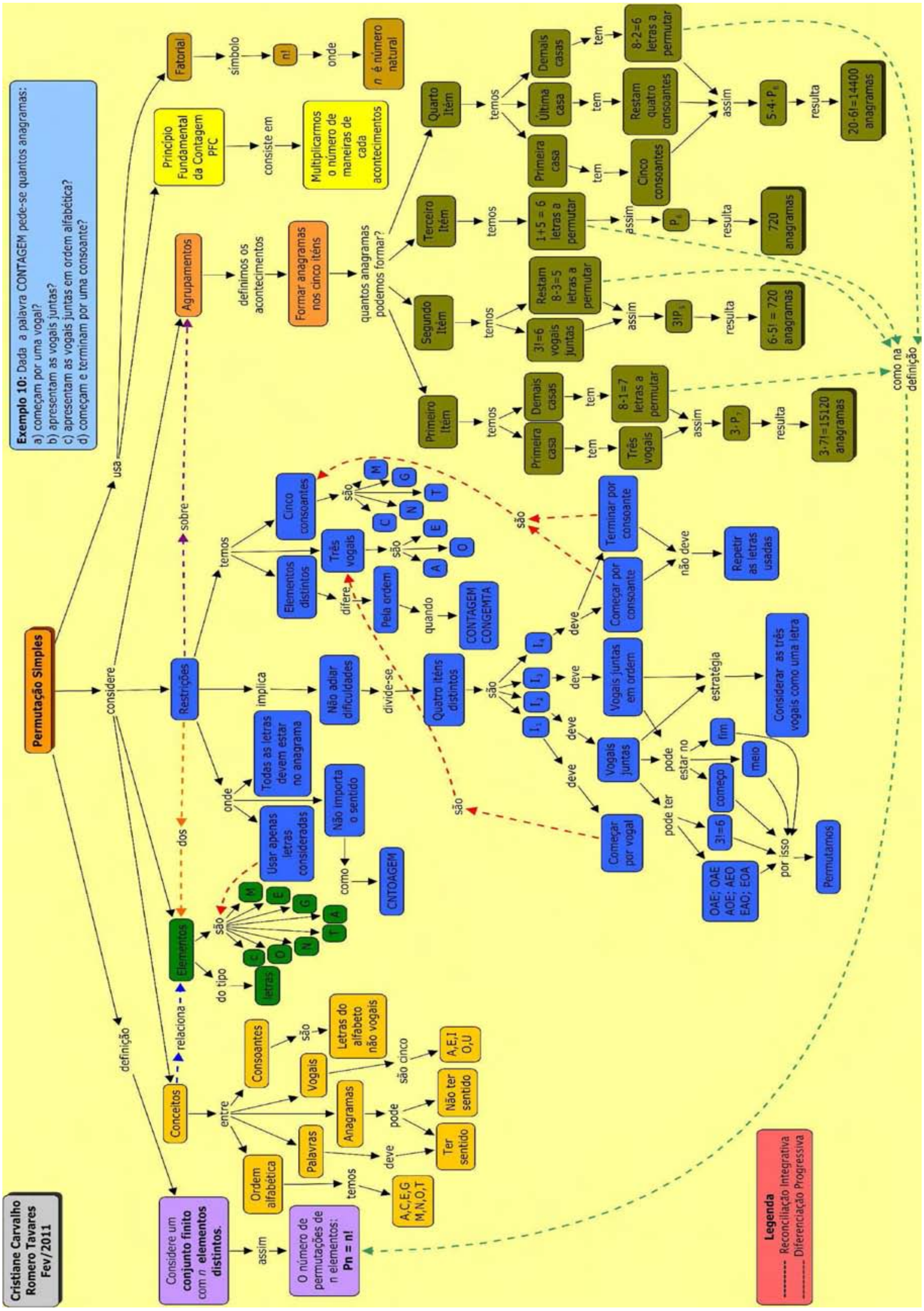
Mapa Conceitual 8 - Permutação Simples e Disposição de uma Fila



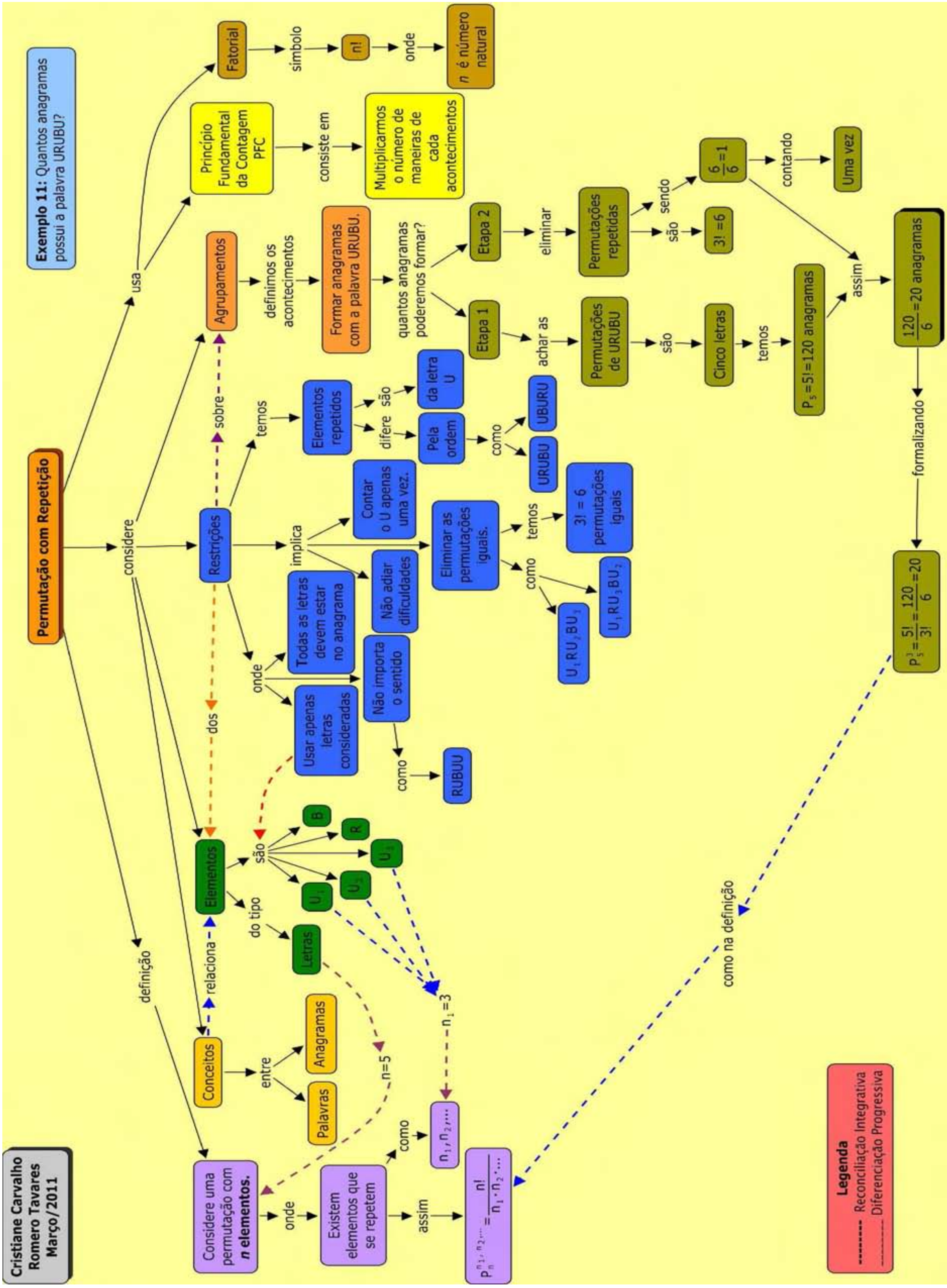
Mapa Conceitual 9 – Permutação Simples e Anagramas



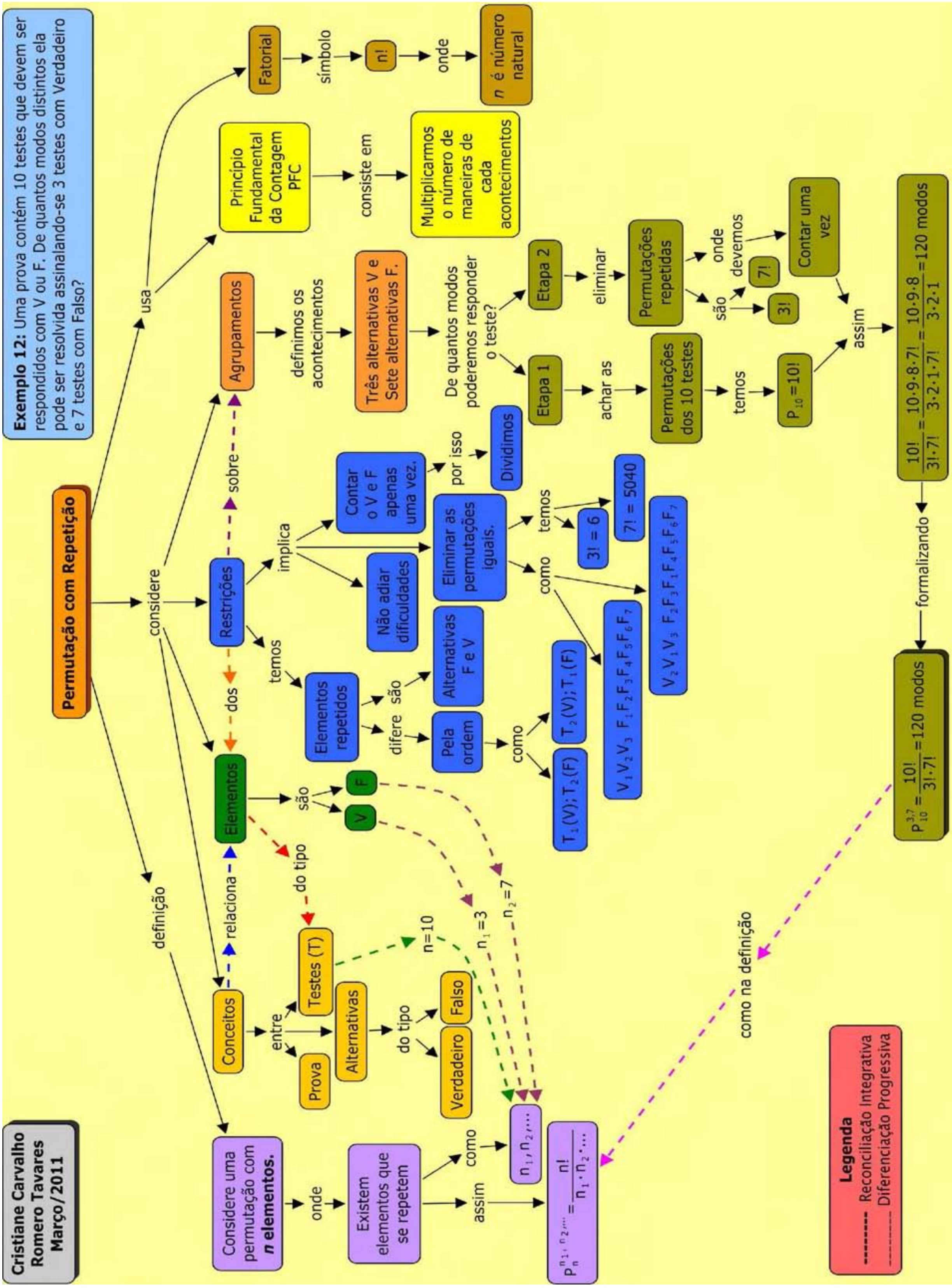
Mapa Conceitual 10 - Permutação Simples e Anagramas na Gramática



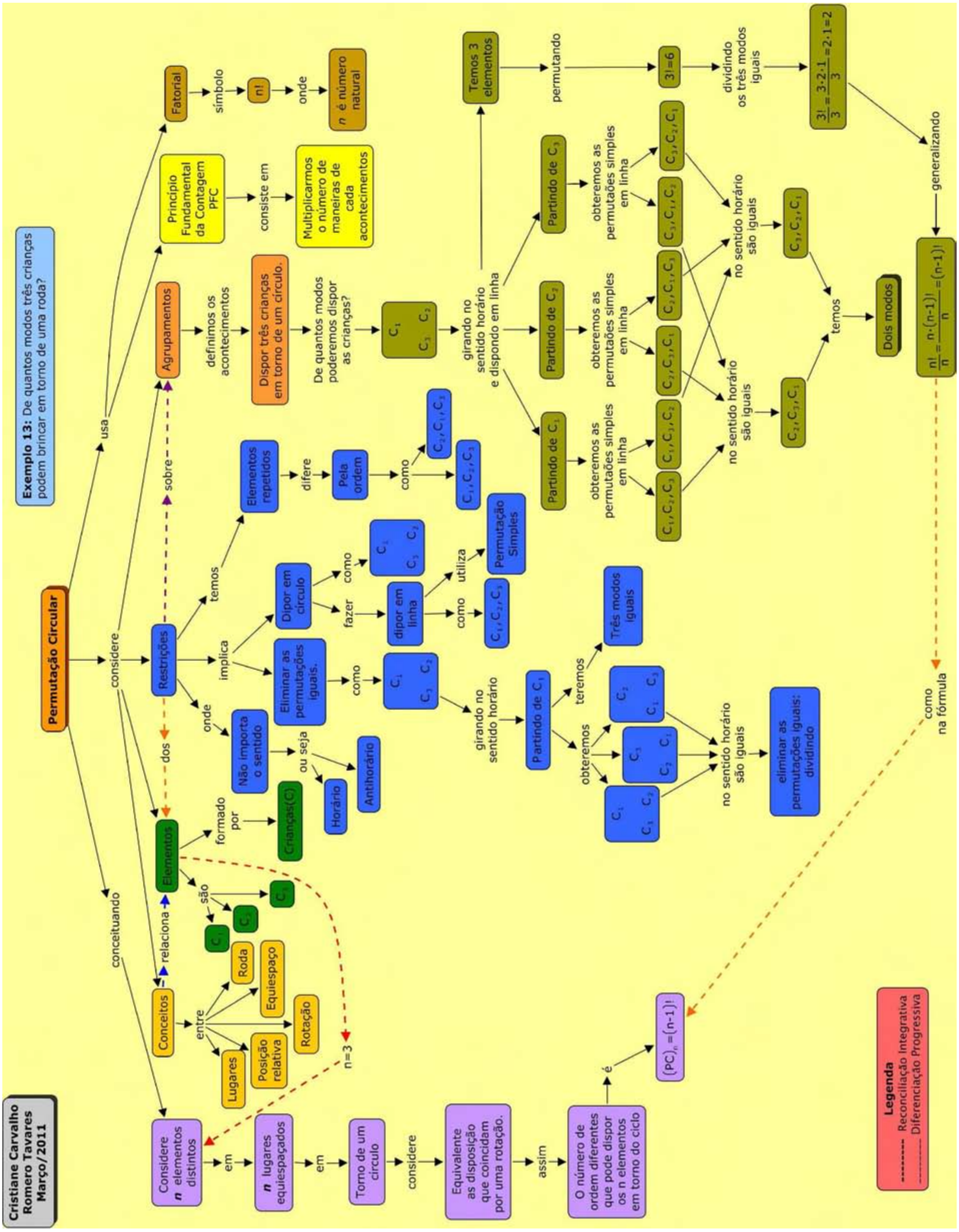
Mapa Conceitual 11 - Permutação com repetição e Anagramas



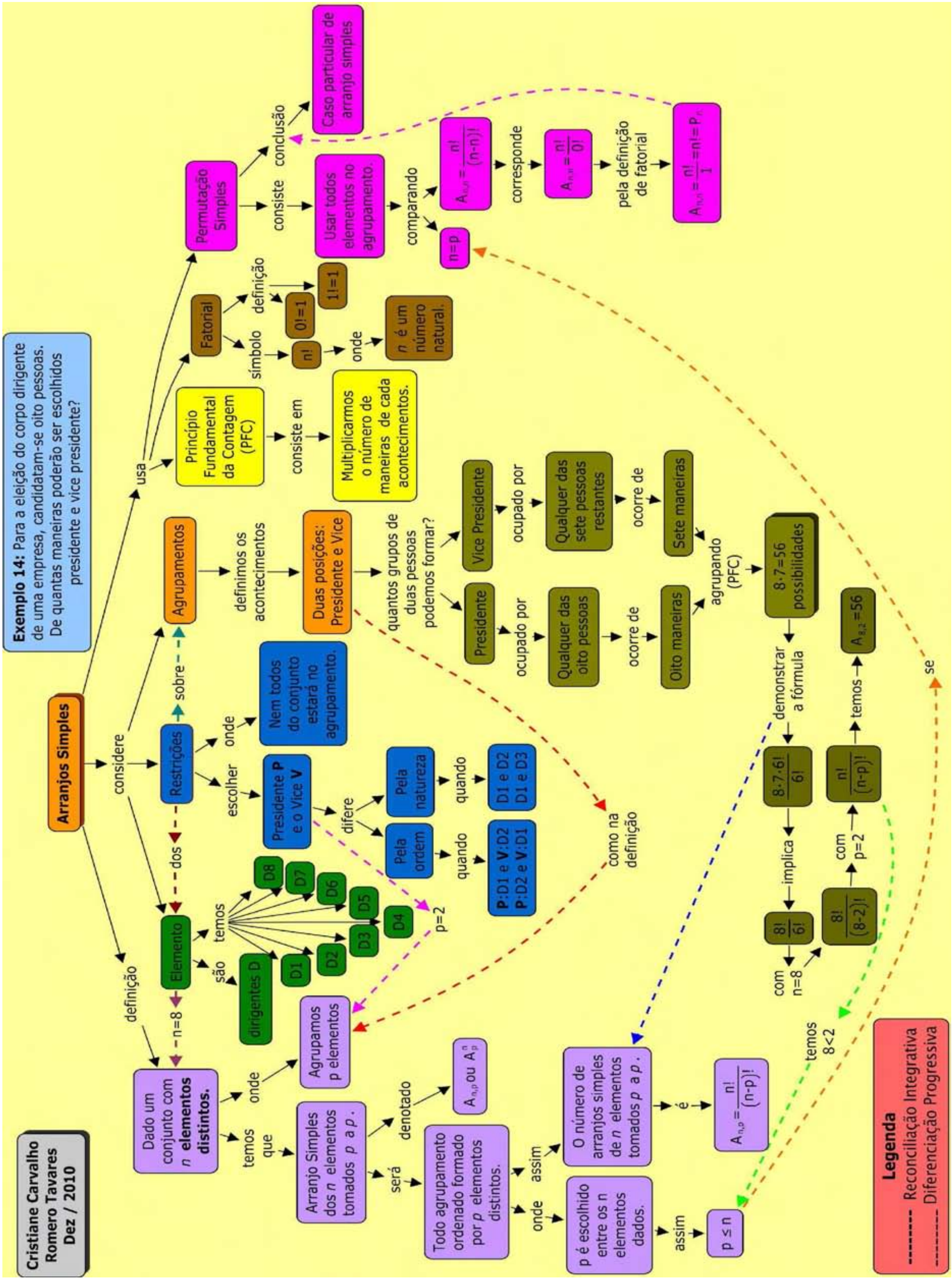
Mapa Conceitual 12 – Permutação com Repetição e os Testes



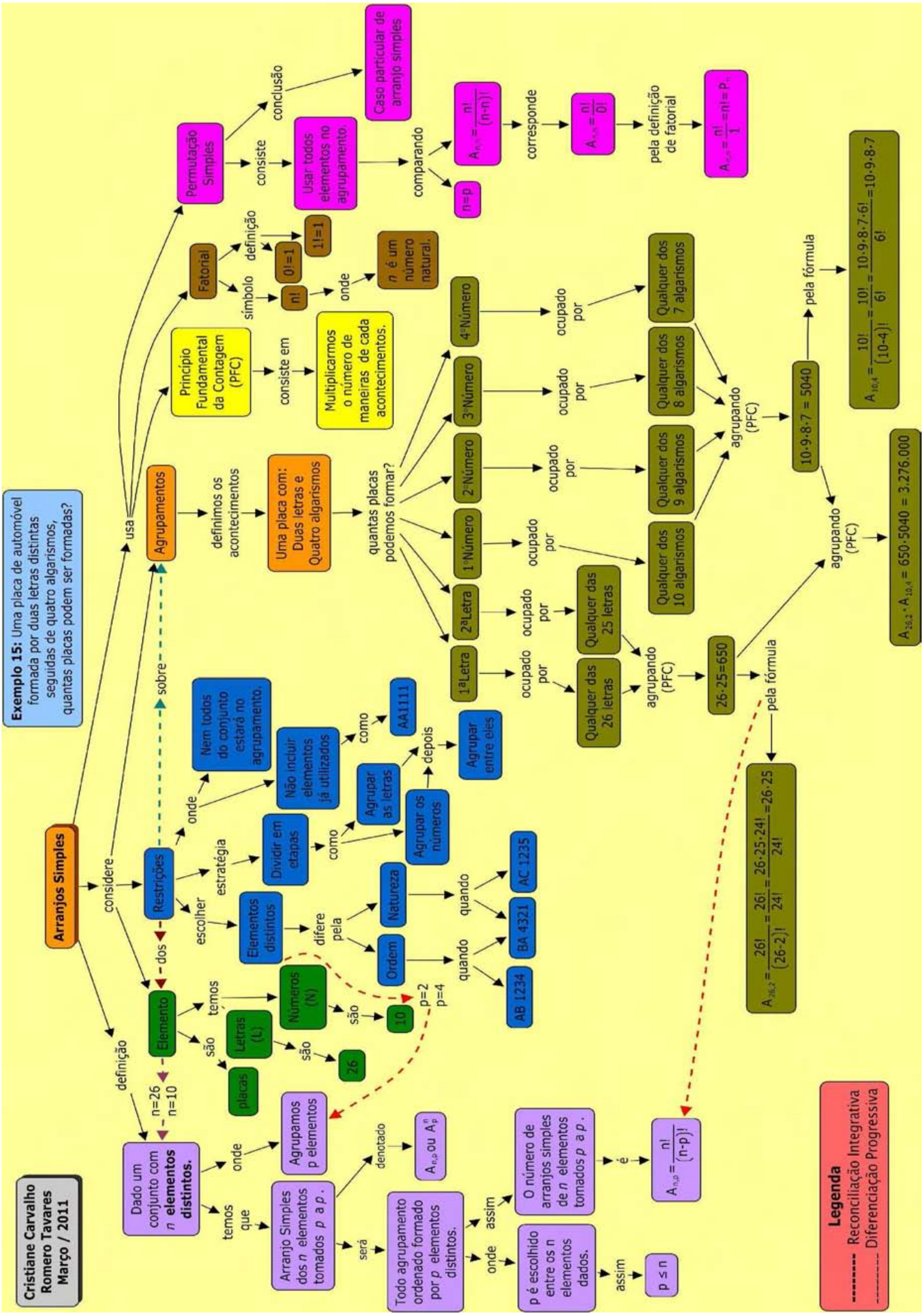
Mapa Conceitual 13 - Permutação Circular e as Brincadeiras



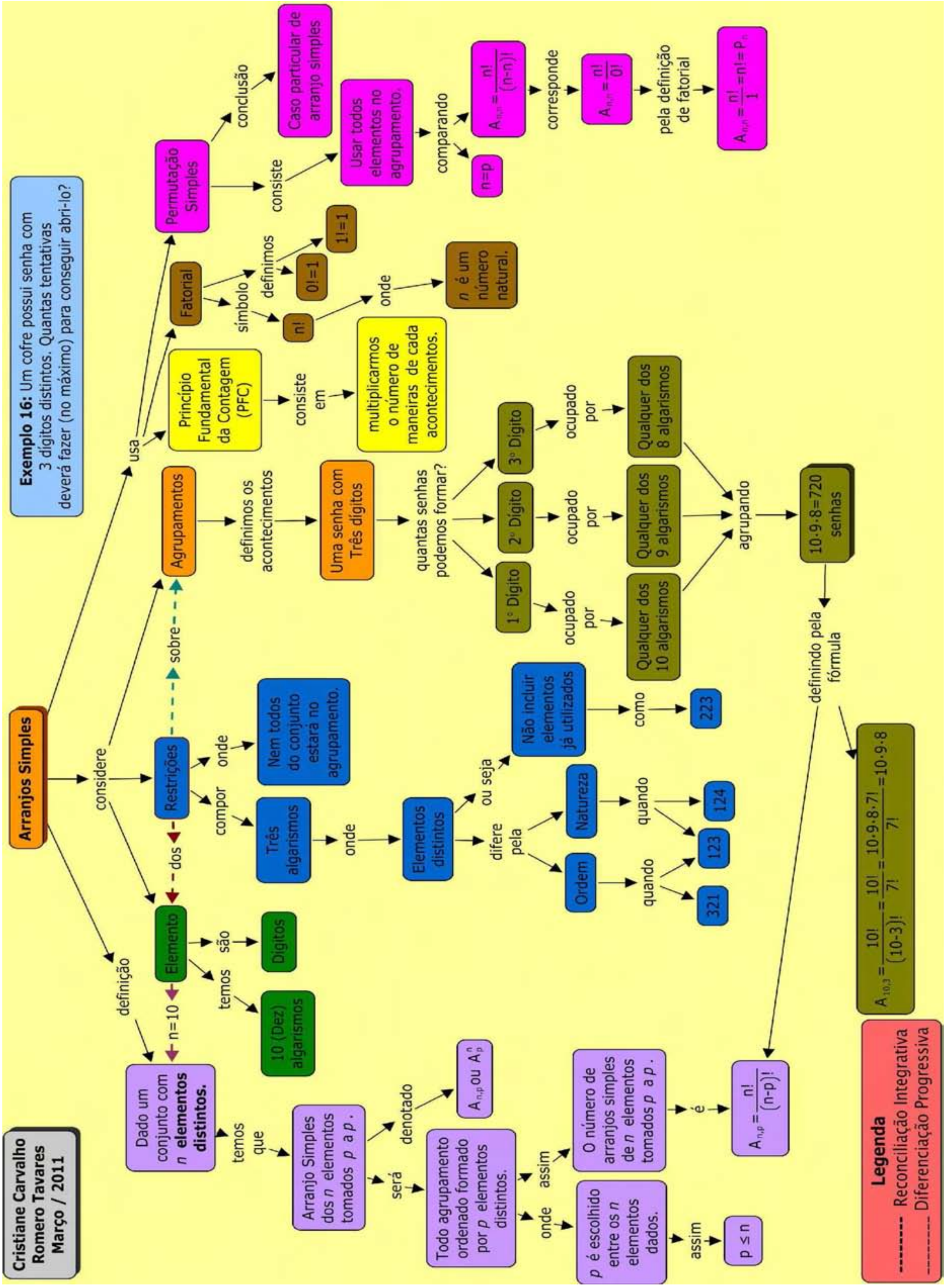
Mapa Conceitual 14 – Arranjo Simples e as Eleições



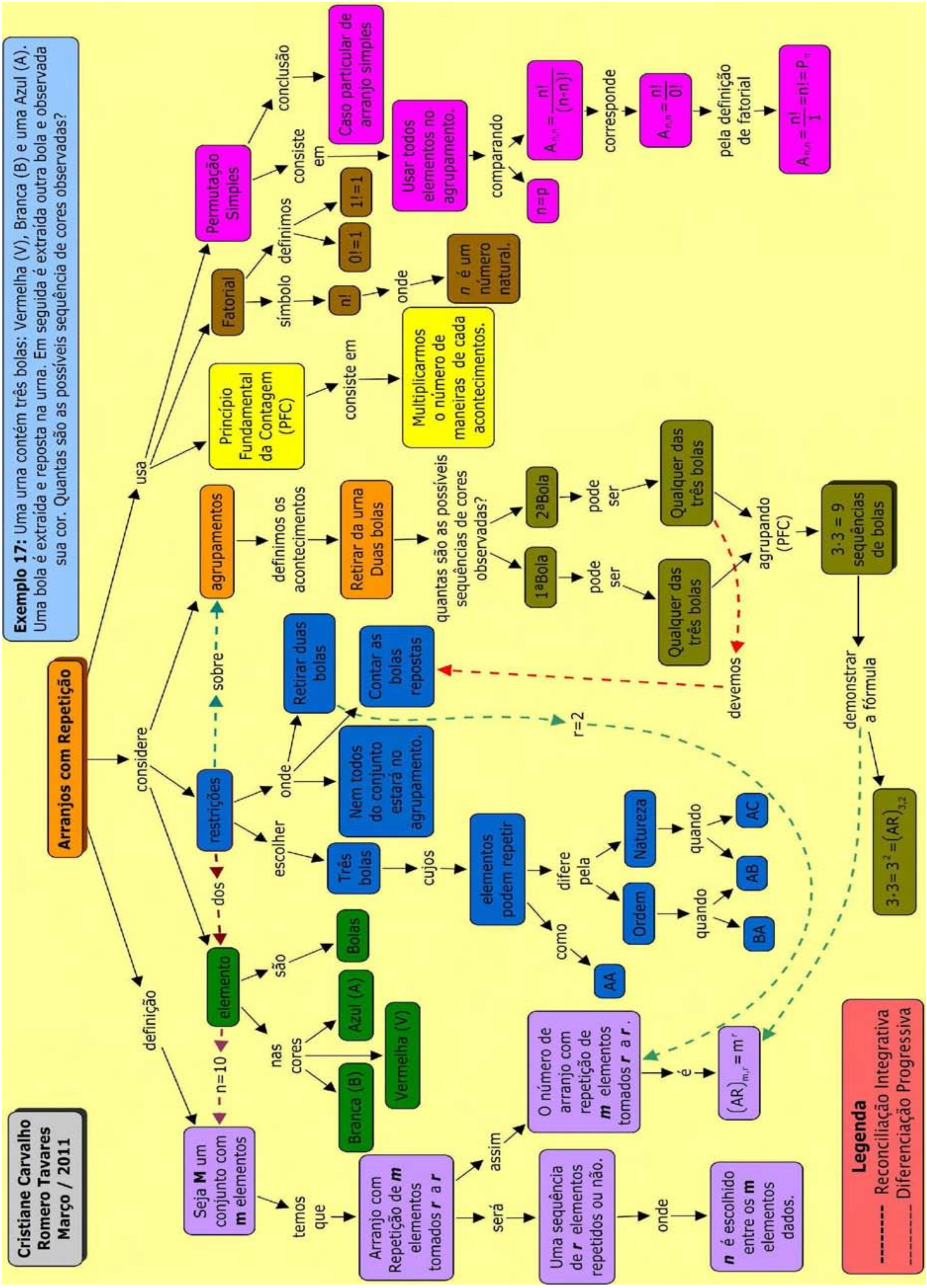
Mapa Conceitual 15 – Arranjo Simples e as Placas de Veículos



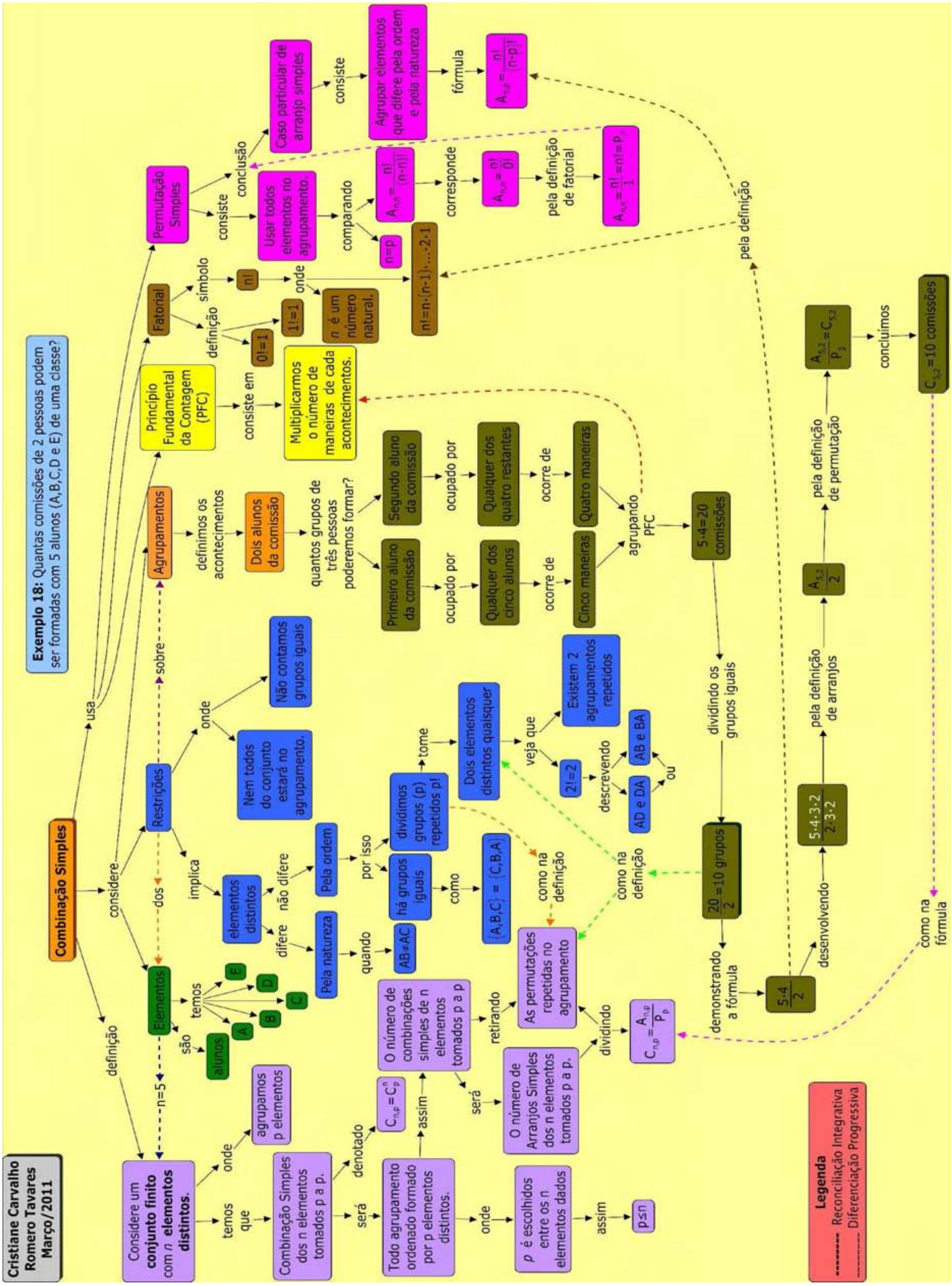
Mapa Conceitual 16 – Arranjo Simples e as Senhas



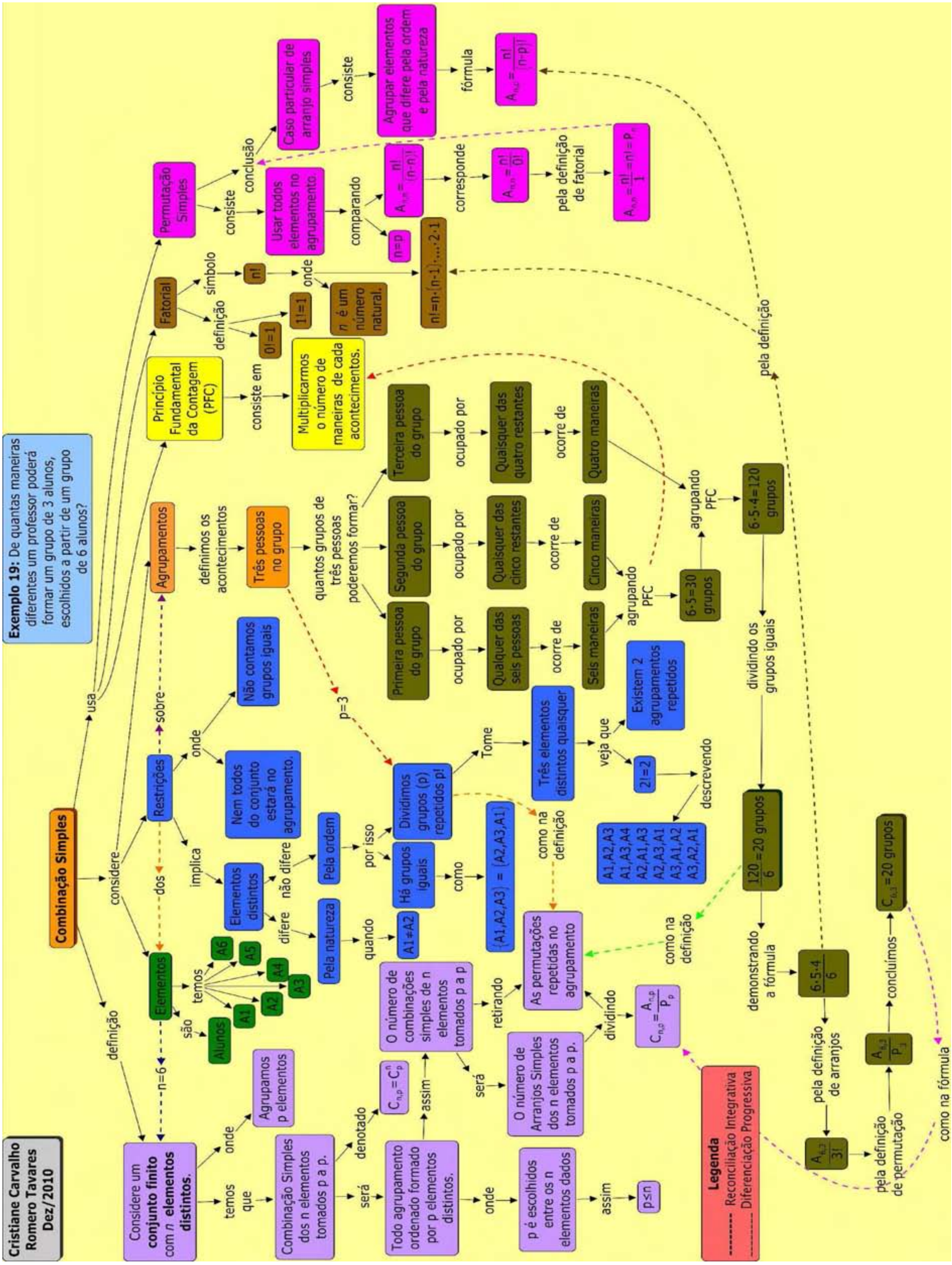
Mapa Conceitual 17 - Arranjo com repetição e Bolas na Urna



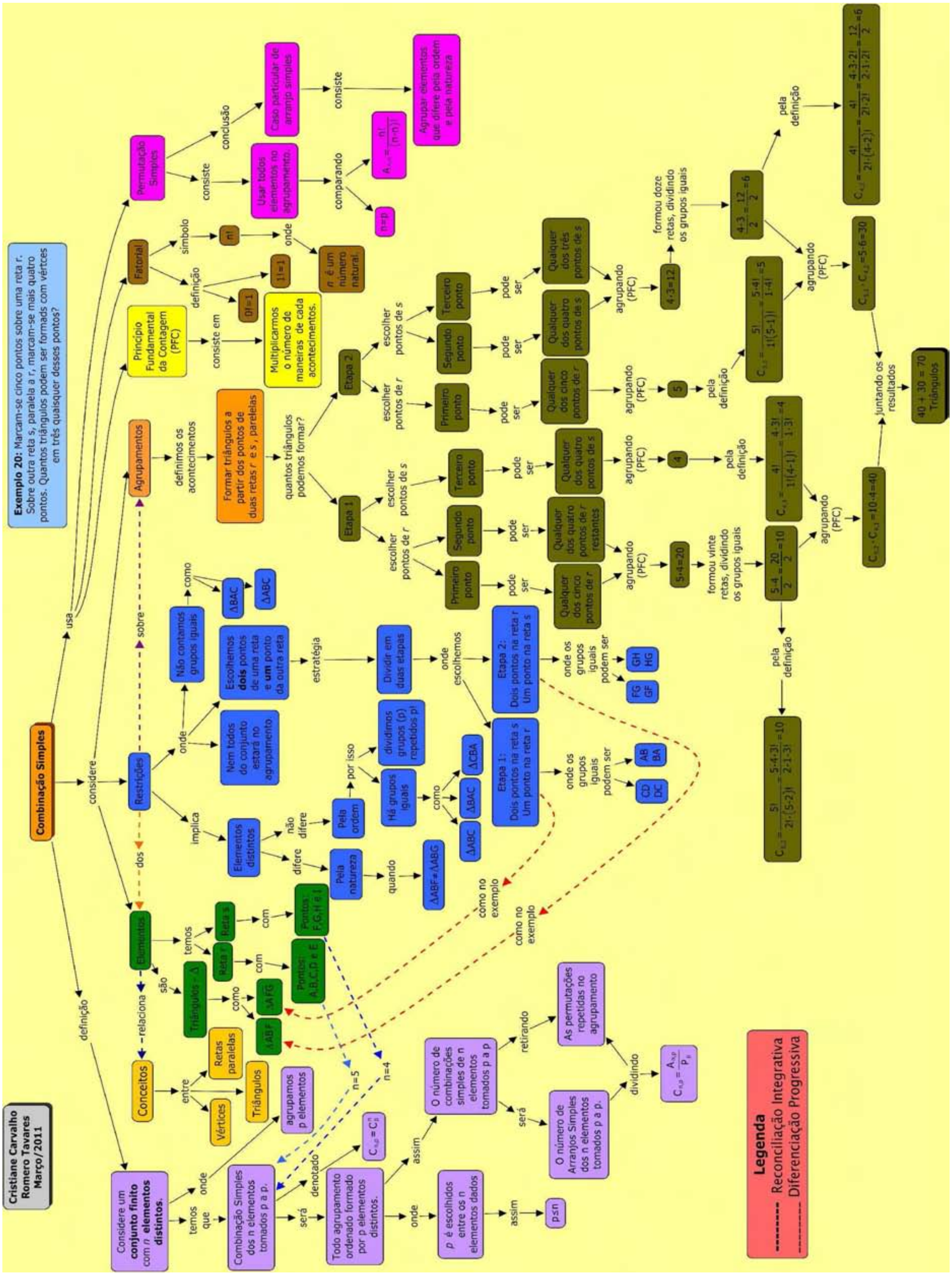
Mapa Conceitual 18 – Combinação Simples e as Comissões



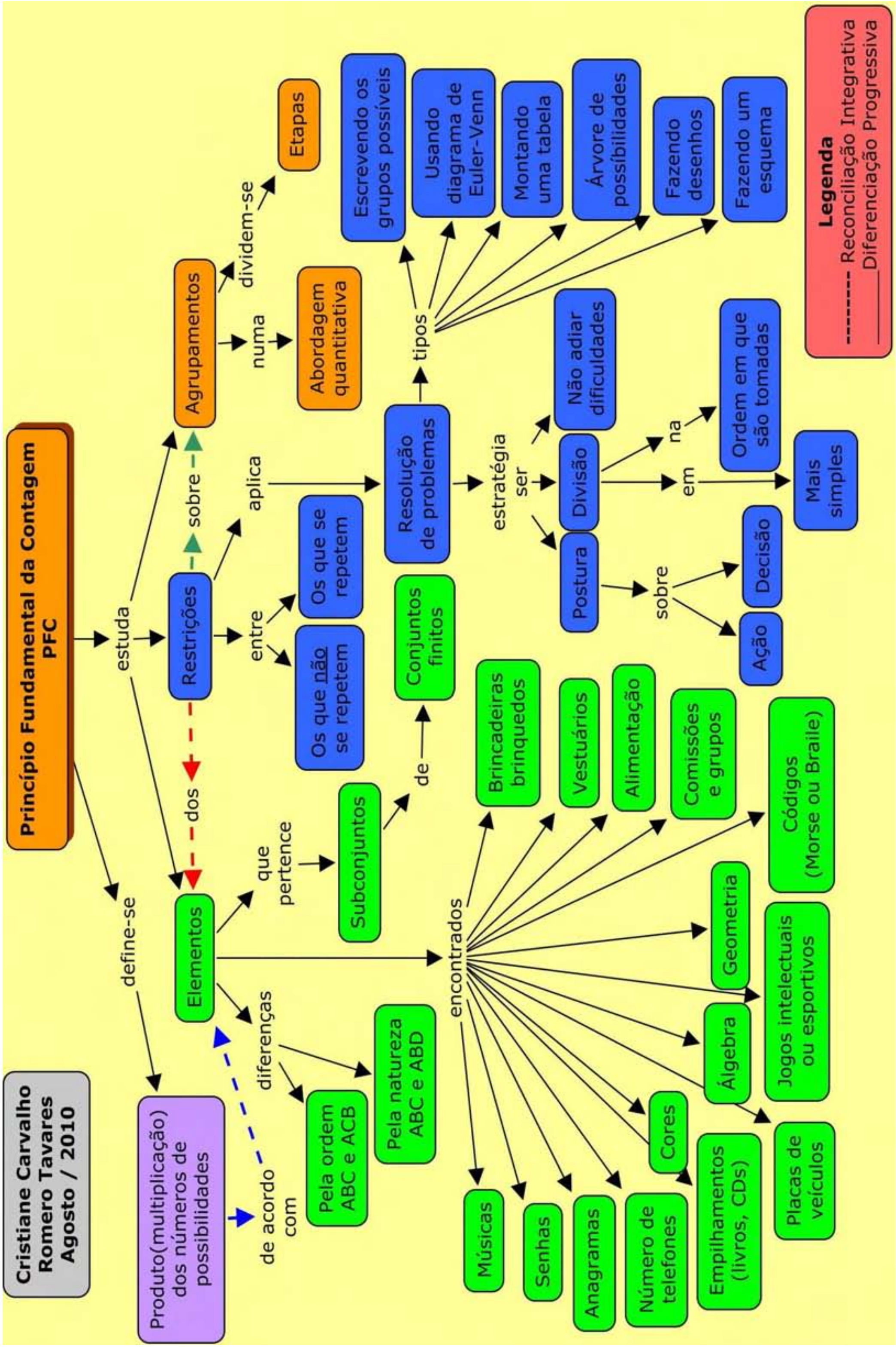
Mapa Conceitual 19 – Combinação Simples e os Grupos



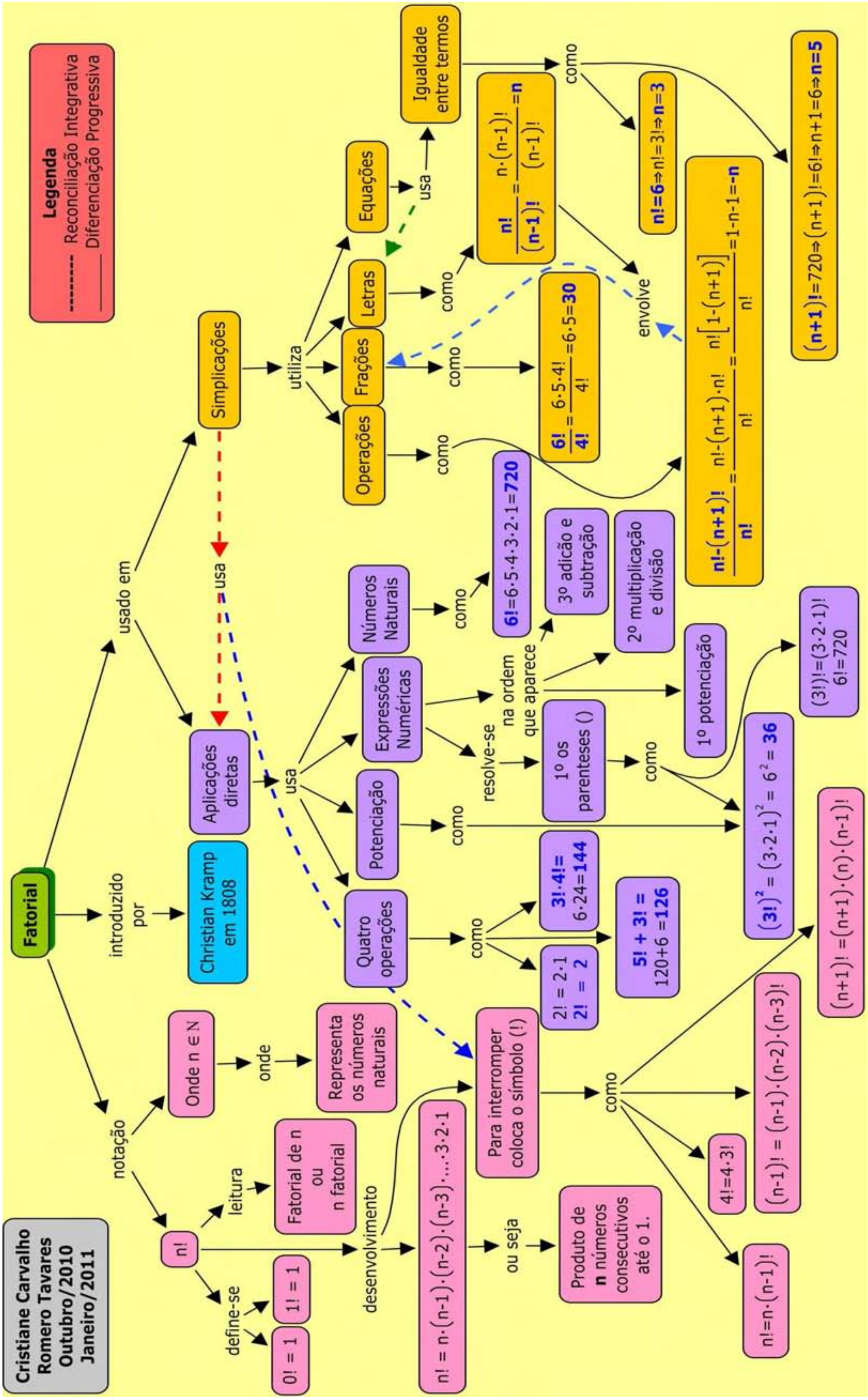
Mapa Conceitual 20 – Combinação Simples e Formação de Triângulos



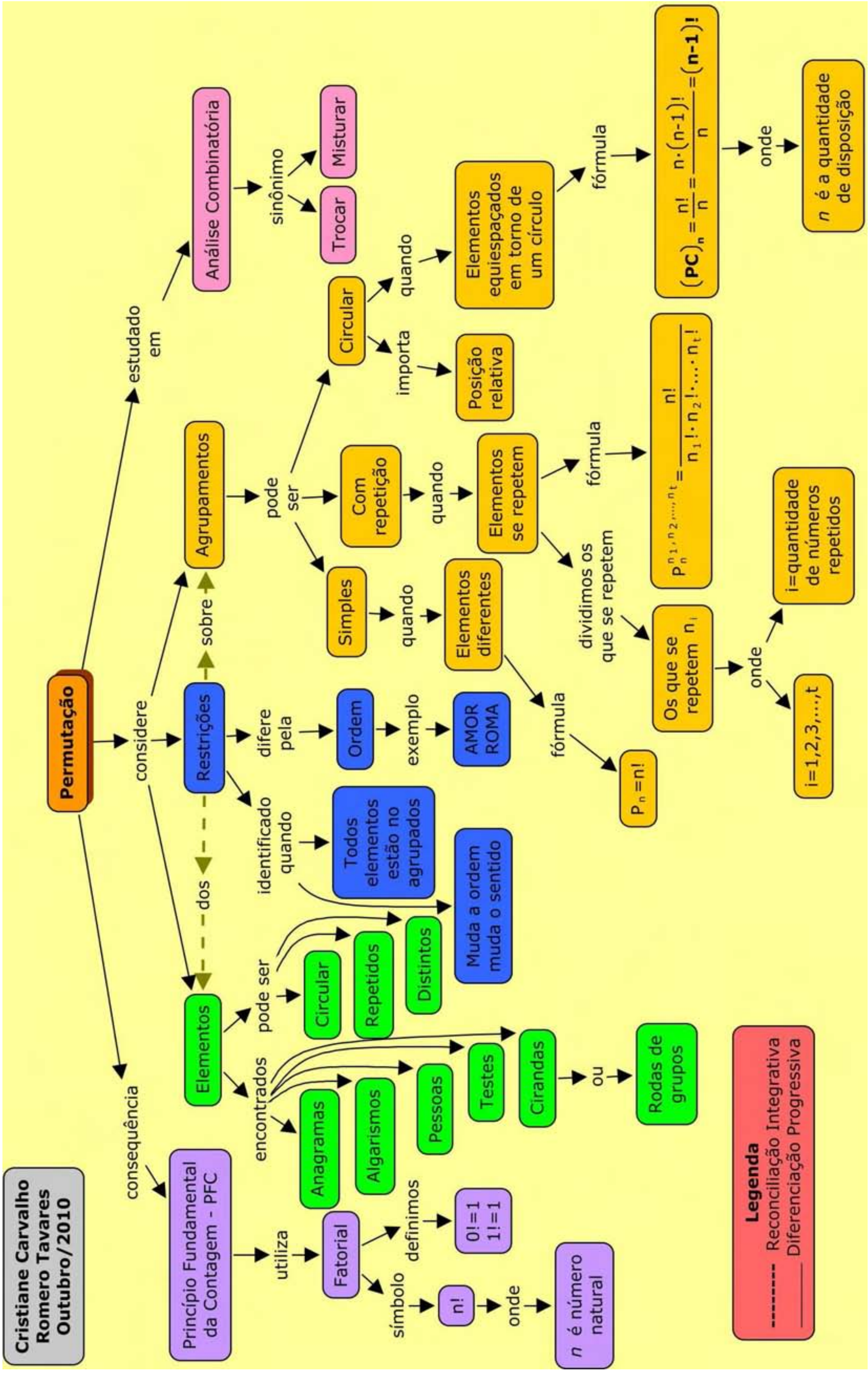
Mapa Conceitual 21 – Resumo do Princípio Fundamental da Contagem



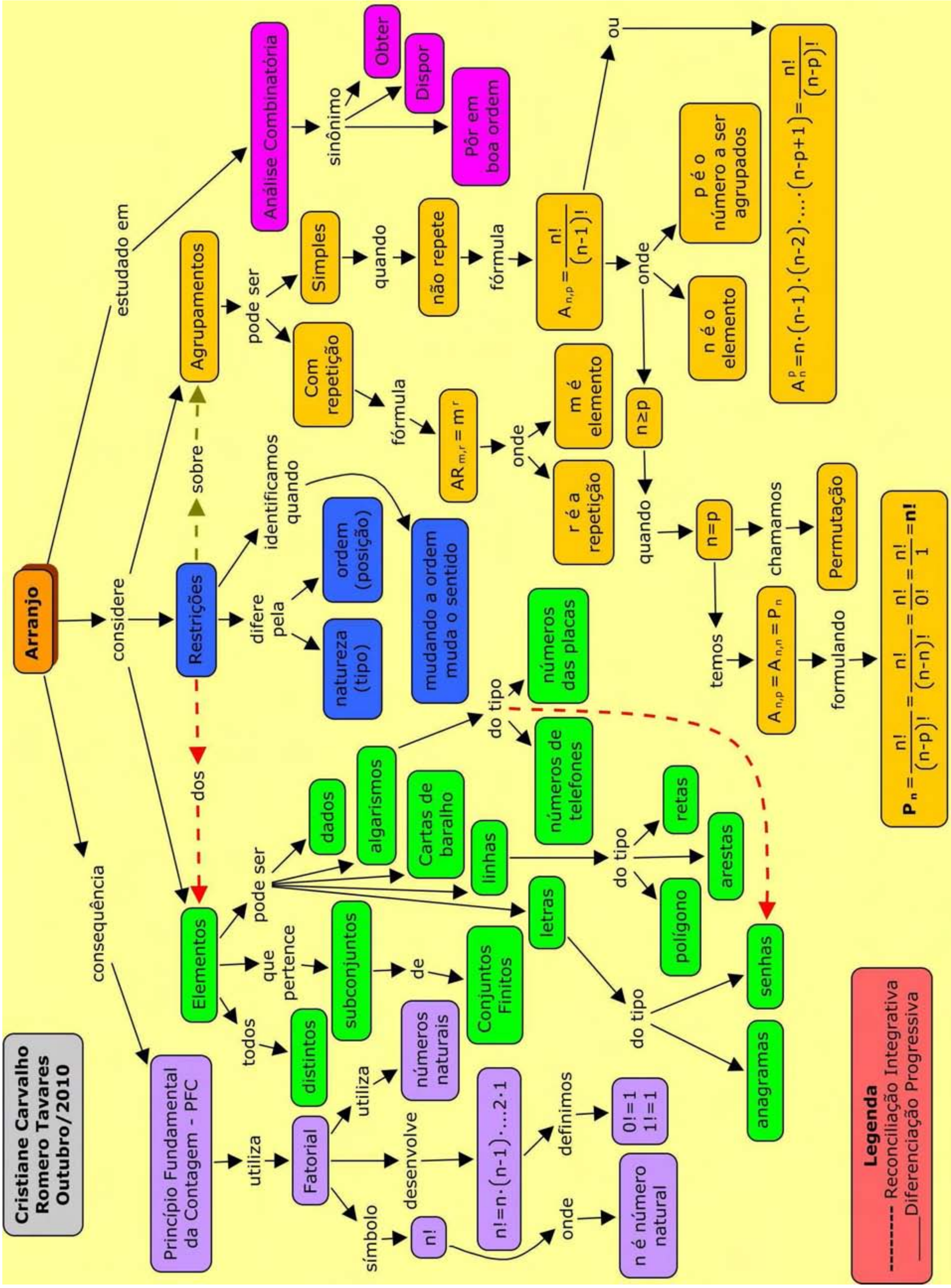
Mapa Conceitual 22 – Fatorial



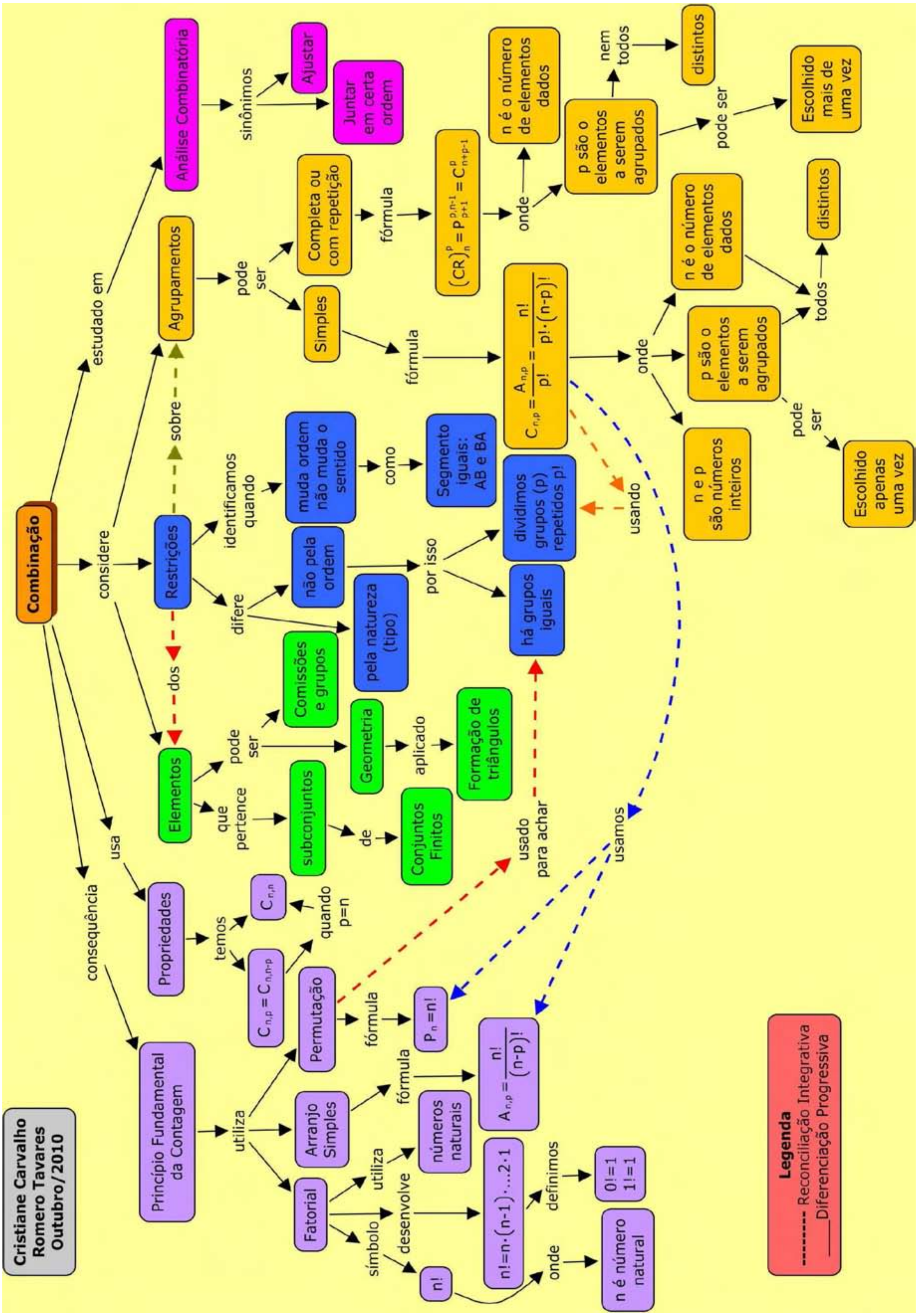
Mapa Conceitual 23 - Resumo de Permutação



Mapa Conceitual 24 – Resumo de Arranjo



Mapa Conceitual 25 - Resumo de Combinação



ANEXO A:

Certidão da Comissão de Ética

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA - UFPB
HOSPITAL UNIVERSITÁRIO LAURO WANDERLEY - HULW
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA COM SERES HUMANOS - CEP

CERTIDÃO

Com base na Resolução n° 196/96 do CNS/MS que regulamenta a ética da pesquisa em seres humanos, o Comitê de Ética em Pesquisa do Hospital Universitário Lauro Wanderley - CEP/HULW, da Universidade Federal da Paraíba, em sua sessão realizada no dia 26/04/2011, após análise do parecer do relator, resolveu considerar **APROVADO** o projeto de pesquisa intitulado **A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: a utilização de mapas conceituais.** Protocolo CEP/HULW nº. 253/11, Folha de Rosto nº 413987, CAAE Nº 0762.0.000.126-11 dos pesquisadores CRISTIANE CARVALHO BEZERRA DE LIMA *e* ROMERO TAVARES DA SILVA *(Orientador)*.

Ao final da pesquisa, solicitamos enviar ao CEP/HULW, uma cópia desta certidão e da pesquisa, em CD, para emissão da certidão para publicação científica.

João Pessoa, 10 de maio de 2011.

Iaponira Cortez Costa de Oliveira
Coordenadora do Comitê de Ética
em Pesquisa - CEP/HULW

Profª Drª Iaponira Cortez Costa de Oliveira
Coordenadora do Comitê de Ética em Pesquisa-HULW