



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MARIA JOSÉ ARAUJO

O ENSINO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS:
PROBLEMAS E PERSPECTIVAS

JOÃO PESSOA – PB
2010

MARIA JOSÉ ARAUJO

**O ENSINO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS:
PROBLEMAS E PERSPECTIVAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal da Paraíba-PPGE/CE/UFPB, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof^ª. . Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo.

**JOÃO PESSOA - PB
2010**

51:37.02
A663e

Araújo, Maria José.

O Ensino de Números fracionários: Problemas e perspectivas
/ Maria José Araújo.- João Pessoa: UFPB, 2010.
110f.:il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Educação) –
PPGE /UFPB.

Orientadora: Prof^ª. . Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo

1. Matemática. 2. Matemática - ensino. 3. Números
fracionários. I. Título.

MARIA JOSÉ ARAUJO

**O ENSINO DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS:
PROBLEMAS E PERSPECTIVAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal da Paraíba-PPGE/CE/UFPB, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo.

Aprovada em: _____ / _____ /2010

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^a. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
Orientadora-PPGE/UFPB

Prof^ª. Dr^a. Sônia de Almeida Pimenta
Examinadora – PPGE/UFPB

Prof. Dr. José Wanderley Alves de Sousa
Examinador – PPGL/UFPB

Dedico este trabalho a todos os alunos e ex-alunos do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da
Paraíba – Campus Cajazeiras.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que diante dos obstáculos me mostrou os possíveis caminhos.

A minha orientadora Professora Doutora Rogéria Gaudêncio do Rêgo, pelas orientações, incentivos, apoios e confiança para o desenvolvimento do trabalho.

Aos Professores, Doutora Sônia de Almeida Pimenta e Doutor José Wanderley Alves de Sousa por participarem da Banca Examinadora para a Qualificação, fazendo críticas construtivas e, com isso, contribuindo para a concretização deste trabalho.

A todos aqueles que foram meus professores neste Programa de Pós-Graduação, pelo conhecimento que me ajudaram construir com suas aulas.

À amiga que transcende o sentido restrito do termo, a Mestra Francineide Fernandes de Lucena que, além da inestimável contribuição para a realização deste trabalho, foi incansável no apoio durante todos os momentos.

As Professoras da UFCG - Campus Cajazeiras, a Mestra Elvira Alves Teixeira e a Mestra Aissa Romina Silva do Nascimento, pelo incentivo durante todo esse trabalho.

Aos amigos que, direto ou indiretamente contribuíram para o término deste trabalho.

Aos meus familiares, que mesmo distantes, ficaram torcendo para o meu sucesso.

Às professoras da Educação Básica que me acolheram em sua Escola, pois sem as suas contribuições seria inviável a realização desse trabalho.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba - IFPB - Campus Cajazeiras, pelo apoio e estímulo dos seus gestores para a conclusão deste trabalho

A todos, meu muito obrigado.

“Se você não puder ser uma estrela, seja pelo menos um vaga-lume, mas nunca pare de brilhar”.

(Ribamar da Silva)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Relatório SAEB 2001.....	29
Figura 2	Relatório SAEB 2001.....	30
Figura 3	SAEB e PROVA BRASIL-2007.....	31
Figura 4	SAEB e PROVA BRASIL-2007.....	32
Figura 5	Nunes e Bryant (1997).....	37
Figura 6	Toledo e Toledo (1997)	46
Figura 7	Fonte: Spinilo e Bryant apud Nunes e Bryant, 1997	50
Figura 8	Fonte: Delis <i>apud</i> Nunes e Bryant, 1997.....	52
Figura 9	Fonte: Lima apud Nunes e Bryant, (1997)	54
Figura 10	Representação da comparação entre frações	57
Figura 11	Indicação da “fração intermediária	58
Figura 12	Representação de uma divisão de uma fração por um natural	60
Figura 13	Representação da divisão $1/2 : 1/3$	61
Figura 14	Representação de números mistos	78
Figura 15	Representação de um inteiro dividido em partes iguais	83
Figura 16	Representação Gráfica de frações	83
Figura 17	Desenhos que representam frações	86
Figura 18	Representação dos Números Mistos A	88
Figura 19	Representação dos Números Mistos B	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CE – Classe Equivalente.

EJA – Educação de Jovens e Adultos.

IDEB – Índice de desenvolvimento da educação Básica.

IFPB – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba.

INEP – Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa Educacional “Anísio Teixeira”

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional.

MEC – Ministério de Educação e Cultura.

MMC – Mínimo Múltiplo Comum.

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais.

PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional

PUC – Pontifícia Universidade Católica

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.

USP – Universidade de São Paulo.

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo central identificar os possíveis problemas, limitações e perspectivas para o ensino de números fracionários no 5º e no 6º anos do Ensino Fundamental, tomando como foco de observação e análise as abordagens metodológicas adotadas por docentes do Ensino Fundamental de uma escola cajazeirense, a fim de analisar como são ensinados os conteúdos relativos aos números fracionários nesses anos. Em particular, procuramos verificar, se as práticas de ensino dos professores promoviam a aplicação desses conhecimentos a conteúdos de outras disciplinas, ou situações do cotidiano ou, ainda, se a elas faziam referência. Para o alcance de tais objetivos, desenvolvemos uma pesquisa de natureza qualitativa, com base em um Estudo de Caso, visando ampliar nossa compreensão acerca das causas das dificuldades de aprendizagem dos alunos, considerando o viés da prática metodológica do professor. No nosso referencial teórico, foram utilizadas as contribuições de vários autores como: Nunes e Bryant (1997), Merlini (2005), Moutinho (2005), Silva (1997), Santos (2005), Toledo e Toledo (1997), dentre outros, que fizeram um estudo sobre os números fracionários. A pesquisa de campo foi realizada num primeiro momento com a aplicação de um questionário junto a dois professores, sujeito da pesquisa, a fim de traçarmos o perfil dos mesmos. Num segundo momento, buscou-se analisar os livros didáticos utilizado nas salas de aula, por estes professores, relacionando-os com o conteúdo dos seus planos de aula e, por último, utilizamos também das observações das aulas desse professores. Nossas análises revelaram que a melhoria da formação matemática dos alunos da Educação Básica e, em particular, do Ensino Fundamental, não depende de ações isoladas, mas de um conjunto de ações que visem à dinamização do ensino de Matemática. O fazer pedagógico do professor precisa ter como objetivo, levar o aluno a perceber que a Matemática faz parte do seu dia-a-dia, uma vez que no contexto sócio-cultural, no qual o aluno está inserido, os elementos matemáticos estão sempre presentes, e promovem a compreensão de tais elementos, isto é, possibilitam a construção de significado para aquilo que o aluno aprende. A elaboração de significados auxilia o estabelecimento de relações entre conceitos matemáticos e sua aplicabilidade em situações fora da sala de aula. É importante que o conhecimento matemático seja apresentado aos alunos como sendo historicamente construído e em permanente evolução, em contraposição à prática mais frequente no ensino de Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Ensino. Números Fracionários

ABSTRACT

The main purpose of the present study is to identify potential problems, limitations and prospects in the teaching of fractional numbers in the 5th and 6th years of primary education, focusing on observation and analysis of the methodological approaches adopted by teachers of a Cajazeiras basic education school, to analyze how the contents related to fractional numbers are taught in these years. In particular, we verify if the teaching practices of teachers promoted the application of that knowledge to the content of other disciplines or to real-world situations or whether they referred to them. In order to achieve these objectives, we have developed a qualitative research, based on a case study, aiming to expand our understanding on the causes of learning difficulties of students, considering the methodological practice of the teacher. In our theoretical framework, we have used the contributions of several authors, such as: Nunes and Bryant (1997), Merlini (2005), Moutinho (2005), Silva (1997), Santos (2005), Toledo and Toledo (1997), among others, who have developed studies on fractional numbers. Field research was conducted at first by applying a questionnaire to two professors, research subjects, in order to describe their profile. Secondly, we have analyzed the textbooks used in class by those teachers, linking them with the content of their lesson plans and, finally we have also observed the classes given by those teachers. Our analysis revealed that improved training in mathematics by students of basic education, particularly those belonging to primary school, does not depend on individual actions, but on a set of actions which aim dynamism in the teaching of mathematics. The objective of the pedagogical knowledge of the teacher is to lead students to realize that mathematics is part of their daily lives, since mathematical elements are always present in the social-cultural context of the student, which promote the understanding of such elements, that is, allow the construction of meaning to what the student learns. The elaboration of meanings helps to establish the relationship between mathematical concepts and their applicability in situations outside the classroom. It is important to present mathematical knowledge to students as historically constructed and constantly evolving, as opposed to the most frequently used practice in mathematics teaching.

KEYWORDS: Mathematical Education. Teaching. Fractional Numbers

SUMÁRIO

1 UMA BREVE APRESENTAÇÃO DO NOSSO TEMA DE INVESTIGAÇÃO	11
1.1 AS QUESTÕES NORTEADORAS DE NOSSO ESTUDO	11
1.2 NOSSO CAMPO DE INVESTIGAÇÃO	14
2 NÚMEROS FRACIONÁRIOS: UM BREVE RECORTE HISTÓRICO, SEUS SIGNIFICADOS E SEU ENSINO	16
2.1 O SURGIMENTO DOS NÚMEROS NATURAIS	16
2.2 Os Números Racionais: das Origens aos Problemas do Ensino das Frações	19
2.2.1 Números Racionais: as Frações no Contexto da Educação Matemática para a Contemporaneidade	22
2.2.2 Os números racionais nas avaliações da Educação Básica	26
2.3 O PROCESSO DE ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS	33
2.3.1 Os diferentes significados atribuídos às frações	38
2.3.2 Ampliando olhares sobre os estudos de números fracionários	43
2.3.3 As operações envolvendo frações	57
2.4. FORMAÇÃO DOCENTE - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DA FRAÇÃO	62
3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA	68
3.1 O CAMPO E OS SUJEITOS DA PESQUISA	68
3.2 TRATANDO DO PERFIL DA PROFESSORA A	69
3.3 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO, ADOTADO PELA PROFESSORA A	71
3.4 RELAÇÃO ENTRE O PLANO DE CURSO E O PLANO DE AULAS	72
3.4.1 Roteiro dos conteúdos	72
3.4.2 O plano de aulas	74
3.5 OBSERVAÇÕES DAS AULAS DO 5º ANO	75
3.5.1 Análise geral das aulas do professor A	80
3.6 TRATANDO DO PERFIL DA PROFESSORA B	80
3.7 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO	81
3.8 OBSERVAÇÃO DAS AULAS DE 6º ANO (5ª SÉRIE)	82
3.8.1 Análise geral das aulas do 6º Ano	94
CONSIDERAÇÕES FINAIS	96
REFERÊNCIAS	100
APÊNDICES	103
Apêndice A Questionário aplicado aos Professores	
ANEXOS	108
Anexo A	
Anexo B	

1 UMA BREVE APRESENTAÇÃO DE NOSSO TEMA DE INVESTIGAÇÃO

1.1 AS QUESTÕES NORTEADORAS DE NOSSO ESTUDO

O Ensino da Matemática, no Brasil, tem sido desenvolvido de maneira predominantemente tradicional, considerando esta perspectiva como aquela em que o professor é o centro do processo, os conteúdos são assimilados pelo aluno de forma mecânica e apresentados desvinculados do seu cotidiano. Isto decorre, dentre outros elementos, do uso de metodologias de ensino que não promovem a conexão entre o conhecimento escolar e a realidade sociocultural do aluno.

Na escola há diversas ações que podem ser realizadas de modo a despertar o interesse dos educandos e oferecer uma aprendizagem dos conteúdos, de modo que o aluno lhes atribua significado. Os estudos de Nunes e Bryant (1997), Merlini (2005), Moutinho (2005), Silva (1997), Santos (2005), Toledo e Toledo(1997), dentre outros, apontam, como possibilidade, a forma como o conteúdo programático é trabalhado em sala de aula. Ou seja, é possível superar os problemas advindos de práticas docentes que, desconectadas da realidade dos alunos, adotam um caráter mecanicista para o ensino da matemática, principalmente no âmbito do Ensino Fundamental.

As novas correntes investigativas que se debruçam sobre a análise desses problemas dirigem especial atenção à Educação Matemática, a fim de discutirem as perspectivas na direção da promoção da aprendizagem significativa da linguagem matemática.

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, elaborados pelo Ministério da Educação e do Desporto e publicados em 1997, se inserem em um contexto histórico de alterações no campo educacional brasileiro, em especial a partir da década de 1980. Na década de 1990 pode ser observado um maior delineamento oficial de caminhos para a educação brasileira, especificamente para a Educação Básica, preocupando-se em contextualizar tanto os dados quanto os atores sociais buscando, sobretudo, inserir o aluno em contextos de aprendizagens significativas.

Essas diretrizes destacam que a escola deve ser formadora de opiniões, extremamente crítica, fornecendo ao educando a possibilidade gradativa de ler e compreender a realidade

que o cerca, procurando se posicionar frente às escolhas que lhe são apresentadas, optando por posturas próprias e, principalmente, agindo criteriosamente.

A proposta de organização do conhecimento, apontada pelos PCN está de acordo com o disposto no artigo 26 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que nos diz: “Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela”. Assim concebidas, essas diretrizes abordam todas as modalidades da Educação Básica no Brasil, além da Educação Especial, perpassando, de modo transversal, todos os níveis de ensino, inclusive o nível superior.

Nossa experiência profissional na Educação Básica e nossas leituras na área de Educação Matemática, levaram-nos a observar com mais acuidade os problemas presentes no processo de ensino-aprendizagem e à constatação dos desafios que se dão de forma ampliada, em razão da natureza dos conteúdos, ou de ordem mais localizada, em virtude de problemas de relativos à formação docente, condições de trabalho ou aspectos de ordem metodológica.

Iniciamos nossa vida profissional, em 1986, em Colorado do Oeste, Rondônia, lecionando Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio, e Física no Ensino Médio. Depois de quatro anos, retornamos a nossa terra natal, São José da lagoa Tapada, na Paraíba, onde passamos a atuar em um contrato provisório, ensinando nas mesmas áreas e níveis de escolaridade, em um Colégio Estadual da cidade.

No ano seguinte, após nos submetermos a um concurso público estadual para o mesmo estabelecimento de ensino, passamos a exercer as atividades de professora e diretora, tendo nossas responsabilidades aumentadas. Dentro dos nossos princípios, não concebíamos a falta de compromisso que os profissionais em educação com os quais trabalhamos, mostravam ter e, por esta razão, pedimos exoneração do cargo de Direção, continuando a atuar na Escola apenas como professora.

Posteriormente prestamos concurso para a Escola Agrotécnica Federal de Sousa, na Paraíba, e hoje atuamos como professora de Matemática na Escola Técnica Federal da Paraíba em Cajazeiras, no mesmo Estado, atualmente denominada Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB, Campus Cajazeiras.

Durante toda a nossa trajetória como professora de Matemática, percebemos as dificuldades que os estudantes da Educação Básica apresentavam em relação a diversos conteúdos da disciplina. Em particular, identificávamos os problemas que a falta de domínio dos conhecimentos relativos aos Números Fracionários provocavam quando desenvolvíamos

o trabalho com conteúdos posteriores, a exemplo de razão e proporcionalidade, porcentagem e outros igualmente importantes, não apenas se considerarmos a própria Matemática, mas também sua aplicabilidade no cotidiano ou no mundo do trabalho.

Diante dessas constatações, e diante da possibilidade de ingressarmos no Mestrado em Educação, selecionamos como tema de investigação o processo de ensino de frações, fundando-nos na busca de possíveis respostas para os seguintes questionamentos:

- Que práticas pedagógicas sobre números fracionários estão presentes na sala de aula, nas séries iniciais do Ensino Fundamental?
- Como o livro didático norteia o processo de desenvolvimento do ensino de números fracionários?
- O que aponta o referencial teórico pertinente?

Nossa investigação teve como objetivo central identificar os possíveis problemas, limitações e perspectivas para o ensino de números fracionários no 5º e no 6º anos do Ensino Fundamental, tomando como foco de observação e análise as abordagens metodológicas adotadas por docentes do Ensino Fundamental de uma escola cajazeirense, a fim de analisar como são ensinados os conteúdos relativos aos números fracionários nesses anos. Em particular, procuramos verificar se as práticas de ensino dos professores promoviam a aplicação desses conhecimentos a conteúdos de outras disciplinas ou situações do cotidiano ou se a elas faziam referência.

Para concretizarmos nosso objetivo geral, percorremos os seguintes objetivos específicos:

- Levantar o referencial teórico construído por autores da Educação Matemática, relativo ao processo de ensino-aprendizagem de números fracionários;
- Analisar a abordagem do tema nos livros didáticos adotados para o 5º e 6º anos do Ensino Fundamental que acompanhamos na pesquisa;
- Observar o desenvolvimento do conteúdo nessas turmas de Ensino Fundamental de uma escola pública de Cajazeiras, em particular quanto às práticas pedagógicas adotadas pelos docentes acompanhados na investigação;
- Analisar os dados coletados na observação, considerando o referencial adotado.

Para o alcance de tais objetivos, desenvolvemos uma pesquisa de natureza qualitativa, com base em um Estudo de Caso, visando ampliar nossa compreensão acerca das causas das dificuldades de aprendizagem dos alunos, considerando o viés da prática metodológica do professor. De acordo com Richardson (2007, p.80): “os estudos que empregam uma

metodologia qualitativa podem descrever a complexidade de determinado problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos vividos por grupos sociais [...]”.

O estudo de caso, pelo seu potencial ao estudar questões relacionadas à escola e práticas docentes foi o tipo de pesquisa utilizado. De acordo com Goldenberg (1999), o estudo de caso é uma análise holística que considera a unidade social estudada como um todo, com o objetivo de compreendê-los em seus próprios termos. O estudo de caso pode constituir uma contribuição importante para o desenvolvimento científico, como também pode constituir um interessante modo de pesquisa para a prática docente, incluindo investigação de cada professor nas suas aulas.

Esta escolha se deu porque “o caso é tomado como unidade significativa de todo e, por isso, suficiente tanto para fundamentar um julgamento fidedigno quanto propor uma intervenção.” (CHIZZOTTI, 2001, p. 102). Sabemos, ainda, que o estudo de caso retrata uma realidade e revela os vários aspectos globais que sempre se manifesta uma dada situação.

Triviños (1992) define estudo de caso como uma categoria de pesquisa cujo objetivo é uma unidade que se analisa aprofundamente e que determina suas características que são dadas por circunstâncias, tais como: a natureza e abrangência da unidade; a complexidade determinada pelos suportes teóricos que servem de orientação em seu trabalho ao investigador. De acordo com o autor, “o importante é lembrar que no estudo de caso qualitativo, a complexidade do exame aumenta à medida que se aprofunda no assunto”.

Apesar de tratarmos o fenômeno como Estudo de Caso, entendemos que algumas generalizações relativas aos resultados de nossa análise de dados poderão ser estabelecidas, considerando-se as especificidades do espaço e tempo da pesquisa.

1.2 NOSSO CAMPO DE INVESTIGAÇÃO

Tomamos como sujeitos da pesquisa um professor de Matemática do 5º ano e um de 6º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental, localizada na cidade de Cajazeiras, na Paraíba. Os critérios adotados para sua seleção são descritos com detalhes no Capítulo de apresentação e análise dos dados.

Nossa escolha por estes anos de escolaridade deu-se em razão de serem neles que estão concentrados boa parte dos conteúdos relativos ao estudo das operações básicas com números fracionários, ponto no qual focamos nosso estudo. Os dados considerados em nossa investigação foram provenientes da observação sistemática das aulas dos dois professores; da

estrutura e conteúdo dos livros-didáticos adotados; da análise dos planos de cursos e planos de aulas; e do questionário aplicado aos professores. Os detalhes pertinentes a este último instrumento estão postos no Capítulo em que apresentamos e discutimos os dados da investigação.

Os critérios que adotamos para a análise dos dados foram construídos a partir da leitura do referencial teórico e situam-se basicamente na constatação da presença ou ausência das recomendações metodológicas apontadas pelos autores, na prática dos professores que acompanhamos, as quais são detalhadamente expostas e comentadas no Capítulo seguinte.

O presente texto está organizado em quatro capítulos. No primeiro deles apresentamos nosso objeto de pesquisa; os objetivos geral e específicos; e a metodologia utilizada.

No segundo Capítulo apresentamos nosso referencial teórico, enfocando aspectos históricos e metodológicos relativos aos números naturais e aos números fracionários, de acordo com autores diversos, abordando referências ao ensino dos números fracionários, considerando seu conceito formal e os diferentes significados atribuídos às frações, principalmente no contexto escolar.

Discutimos as recomendações dos PCN (1997), (1998) e apresentaremos dados da Prova Brasil, divulgados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB 2007), utilizados pelo MEC para aferir o nível de qualidade de cada escola e de cada rede de ensino a respeito da disciplina Matemática, nos finais do Ensino Fundamental I e II.

O terceiro Capítulo contém uma descrição detalhada da metodologia utilizada, com a caracterização do campo de pesquisa; os procedimentos adotados para a coleta de dados; a apresentação, discussão e análise dos dados.

Após o terceiro Capítulo trazemos nossas Considerações Finais, fundamentadas nas análises feitas no capítulo anterior, com base no referencial teórico adotado. Finalmente, elencamos as Referências que colaboraram na elaboração e desenvolvimento do presente trabalho e colocamos os Anexos pertinentes.

2 NÚMEROS FRACIONÁRIOS: UM BREVE RECORTE HISTÓRICO, SEUS SIGNIFICADOS E SEU ENSINO.

Neste capítulo, apresentamos um breve recorte do desenvolvimento dos números fracionários, com base na discussão sobre o processo de elaboração da ideia de número, de acordo com diversos autores. Quanto aos números fracionários, consideramos: sua definição formal; seus diferentes significados; as operações com números dessa natureza e seu ensino.

2.1 OS NÚMEROS NATURAIS

Os números naturais surgiram da necessidade de as pessoas contarem objetos e sua elaboração foi fundamental para a evolução do homem. Em todas as épocas da história da humanidade, encontra-se o sentido de número. Mesmo em épocas primitivas, o homem possuía algum senso numérico, quando reconheciam quando se retiravam ou acrescentavam objetos em uma porção deles.

De acordo com Boyer (1996), podemos encontrar noções primitivas relacionadas ao conceito de números, grandezas e formas nos primeiros tempos da humanidade

A princípio as noções primitivas de números, grandezas e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que semelhanças – a diferença entre o lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro (BOYER, 1996, p.1).

Para isso, uma idéia é fundamental: aquela que nos permite observar que os elementos de dois grupos podem ser colocados em correspondência biunívoca, ou correspondência 1-1 (lê-se “um a um”). Por trás dela há um conceito simples: a comparação de dois conjuntos, sem que precisemos identificar a quantidade específica de elementos de cada um. Pela comparação entre os elementos de dois conjuntos surgiu a noção de quantidade, essencial para o início do processo de contagem. Outra característica essencial à contagem é a ordem, presente antes mesmo de existir o número como o conhecemos atualmente e, para estabelecê-la, o homem não precisou elaborar instrumentos sofisticados.

Nos primórdios da humanidade, para contar eram usados os dedos, pedras, nós em uma corda, marcas em madeira e ossos, ranhuras em placas de argila. De acordo com Boyer (1996, p.3):

Poucos desses registros existem hoje, mas na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostas em duas séries, com vinte e cinco numa e trinta na outra, com os riscos em cada série dispostos em grupo de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a idéia de número é muito mais antiga do que progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículos de rodas. Precede a civilização e a escrita, no sentido usual da palavra, pois artefatos com significado numérico tais como o osso acima descrito, vêm de um período de cerca de trinta mil anos atrás.

Foi através dessas e de outras relações, que foi dado um grande passo no caminho em favor da compreensão de uma propriedade abstrata, observando-se o que certos grupos têm em comum e que chamamos de “número”. Paralelamente, veio a necessidade de se desenvolver arranjos de sons vocais para registrar verbalmente o número de objetos, depois aprimorado pela escrita. Surgiram, assim, os símbolos, um passo muito importante para o desenvolvimento da Matemática, tendo cada povo desenvolvido a sua maneira de representação (EVES, 2008).

A idéia de contagem em grupos de dez parece estar relacionada com a quantidade de dedos da mão. Não é, então, de se estranhar que a base decimal fosse escolhida por alguns grupos sociais que, por conveniência, constituía um dispositivo de correspondência entre os objetos a serem contados e seus dedos. Assim,

[...] Como Aristóteles observou há muito tempo, o uso hoje difundido do sistema decimal é apenas o resultado do acidente anatômico de que quase todos nós nascemos com dez dedos nas mãos e nos pés. Do ponto de vista matemático, é um tanto inconveniente que um homem de Cro-Magnon e seus descendentes não tivessem quatro ou seis dedos na mão. (BOYER, 1996, p. 3)

Com isso, os egípcios (3.000 a.C.) criaram o primeiro sistema organizado de numeração de que temos conhecimento, desenvolvido pelas civilizações que viviam nos vales do Rio Nilo, ao Nordeste da África. A escrita dos números de 1 a 59, no sistema de numeração dos babilônios (2.000 a.C), povos asiáticos que viviam na Mesopotâmia, nos vales do Rio Tigre e Eufrates, era semelhante à realizada no sistema de numeração desenvolvido pelos egípcios: ambos eram aditivos.

Por outro lado, o sistema de numeração romano, apesar das dificuldades operatórias que apresentava, foi utilizado na Europa durante muitos séculos e é ainda hoje utilizado em algumas situações. Inicialmente, os romanos utilizavam apenas o princípio aditivo, sendo que um mesmo símbolo podia ser repetido até, no máximo, quatro vezes. Com o passar dos anos, o sistema de numeração romano sofreu um longo processo de evolução, passando a utilizar também o princípio subtrativo, além de permitir a repetição de um mesmo símbolo, no máximo, três vezes.

Como os sistemas de numeração até então criados não facilitavam os cálculos, foi desenvolvido um instrumento especial para isso, o ábaco, usado por diversas civilizações orientais e ocidentais ao longo dos séculos. Nele, a pessoa responsável pela realização de cálculos riscava na areia uma série de colunas e nelas manipulava pedrinhas, operando na base escolhida. No sistema decimal, cada coluna do ábaco comportava até nove pedrinhas.

No decorrer da história, durante o reinado Harum al-Raschid (786 a 808), os povos árabes travaram uma série de guerras e conquistas e, no processo, livros de diversos centros científicos foram levados para Bagdá e traduzidos para a língua árabe. Em 809, o califa de Bagdá passou a ser al-Mamum, filho de Harum al-Rahchid. Esse filho era muito vaidoso e como era um apaixonado pela ciência, o califa procurou tornar Bagdá o maior centro científico do mundo, contratando os grandes sábios muçulmanos da época, entre eles o mais brilhante matemático árabe de todos os tempos: al-Khowarizmi. Estudando os livros de Matemática vindos da Índia e traduzidos para a língua árabe, foi surpreendido a princípio com aqueles estranhos símbolos, mas logo compreendeu o tesouro que os matemáticos hindus haviam criado. Com aquele sistema de numeração, todos os cálculos seriam feitos de um modo mais rápido e seguro. Era impossível imaginar a enorme importância que essa descoberta teria para o desenvolvimento da Matemática (EVES, 2008, p. 261).

Al-Khowarizmi escreveu um livro chamado “Sobre a arte hindu de calcular”, explicando com detalhes como funcionavam os dez símbolos hindus. Com esse livro, matemáticos do mundo todo tomaram conhecimento do sistema de numeração que hoje adotamos. Os hindus, que viviam no vale do Rio Indo, onde hoje é o Paquistão, conseguiram desenvolver um sistema de numeração que reunia diferentes características dos antigos sistemas.

Tratava-se de um *sistema posicional decimal*. Posicional, porque um mesmo símbolo representava valores diferentes, dependendo da posição ocupada por ele no número; decimal, porque eram feitos agrupamentos de dez em dez e apenas dez símbolos eram utilizados para

representar qualquer quantidade nesse sistema. Por terem sido os árabes os responsáveis pela divulgação desse sistema, ele ficou conhecido como sistema de numeração indo-arábico.

Os dez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) utilizados para representar qualquer número denominam-se algarismos indo-arábicos e ficaram conhecidos como a *notação de al-Khowarizmi*, de onde se originou o termo latino *algorismus* e, daí, o nome algarismo. Como estes números foram criados pela necessidade prática de contar as coisas da natureza, eles foram chamados de números naturais, e assim como era fácil escrever qualquer número, por maior que ele fosse, as operações também eram mais facilmente realizáveis, embora isso só fosse ser compreendido plenamente alguns séculos depois.

Num salto temporal, o que se compreende é a mesma ideia que defende Ifrah (1994, p. 318):

Foi preciso a Revolução Francesa para resolver a questão e para tornar claro que “o cálculo por meio dos algarismos tem sobre o cálculo por meio de fichas na tábua de contar as mesmas vantagens que um pedestre livre e sem carga tem sobre um pedestre ‘muito carregado’. Pois foi por causa do peso que o uso do ábaco foi excluído das escolas e administrações.

Assim, percebemos que foram as necessidades práticas que levaram o homem a desenvolver muitos dos elementos que hoje estudamos na Matemática. Isso aconteceu em relação aos números naturais e não foi diferente no caso dos racionais, como veremos adiante, no breve recorte histórico que trazemos no texto. Também discutiremos os problemas de ordem didático-metodológica relacionados a esse conteúdo e que exploramos com mais detalhes em nossa pesquisa.

2.2 OS NÚMEROS RACIONAIS: DAS ORIGENS AOS PROBLEMAS DO ENSINO DAS FRAÇÕES

Assim como a necessidade de contagem levou ao desenvolvimento dos números naturais, parecem ter sido os problemas relativos à medida que levaram à criação das frações, pois medir nada mais é que comparar duas grandezas de mesma natureza, o que remete diretamente a um dos significados de uma fração.

Os homens da Idade da Pedra não usavam frações, mas com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze, parece ter surgido a necessidade do conceito e da notação para frações (BOYER, 1996, p.9).

O que se tem historicizado é que o sistema fracionário surgiu no Egito Antigo, por volta do ano 3.000 a.C. Naquela época, anualmente entre os meses de junho a setembro, as águas do Nilo subiam muitos metros além de seu leito normal e acabavam por inundar uma vasta região circundante, trazendo a necessidade de remarcação dos terrenos. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem uma nova remarcação, realizada pelos agrimensores do Estado, conhecidos como *estiradores de cordas*. Estes estendiam cordas na fronteira dos terrenos a serem medidos e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno, mas raramente a medida era precisamente determinada, visto que nela a unidade tomada como referência podia não caber um número inteiro de vezes. (CASTRO e OLIVEIRA, 2009).

Deste modo, surgia a necessidade de criar um novo tipo de número - o número fracionário. As frações da aritmética egípcia resumiam-se praticamente àquelas de numerador unitário, representadas por um sinal oval escrito acima do número que indicava em quantas partes a unidade estava sendo dividida, correspondentes hoje ao que denotamos por denominador. A fração $\frac{1}{20}$, por exemplo, era representada pelo hieróglifo . Mas os cálculos envolvendo frações, ainda que envolvendo numeradores unitários, eram complicados e apenas com o Sistema de Numeração Decimal as operações envolvendo tais tipos de números foram facilitadas.

Segundo Ifrah (1994), na antiguidade as frações não eram concebidas como números, do modo como o fazemos hoje. O autor ainda afirma que os egípcios só escreviam frações ordinárias com somas de frações unitárias. Por exemplo: $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.

O autor também afirma que “com o desenvolvimento do cálculo e da aritmética, ficou claro que as frações estavam submetidas às mesmas regras que os inteiros e que eram, portanto, assimiláveis aos números” (p. 326). Em alguns registros é observada a substituição do sinal oval por um ponto, colocado sobre uma cifra, como no *Papiro de Ahmes*, onde a fração $1/8$ é representada como $\overset{\cdot}{=}$ e $1/20$ como $\overset{\cdot}{\lambda}$.

Os egípcios utilizavam algumas frações com numeradores diferentes da unidade, dentre elas, a mais utilizada era a fração $2/3$, considerada fração geral. Ela era utilizada como

base para as operações fracionárias, não como uma regra elementar, mas como parte de um processo aritmético que, sem o uso da mesma, seria incompleto. Assim, para se obter um terço de um número, eles primeiramente determinavam dois terços dele, para depois calcular a metade do valor obtido (BOYER, 1996).

Em consonância com a sociedade e seu período histórico, observa-se a existência de grande variação na representação de valores fracionários. De acordo com Ifrah (1992), ao passo que os egípcios utilizavam-se de frações unitárias, na maioria das vezes os babilônios, que adotavam sistema de numeração de base 60, atribuíam às frações uma notação racional.

Sousa (2007) afirma que, na Grécia Antiga, a idéia de fração como um número autêntico demorou muito a ser aceita. Para os matemáticos gregos, apenas os elementos da sucessão 2, 3, 4, 5,... eram considerados números. Ou seja, apenas os números naturais - maiores que ou iguais a 2, como diríamos hoje, eram números. O um era o gerador de todos os números e não seria propriamente um número. Como na Matemática as frações e suas aplicações são imprescindíveis, o que eles faziam para preencher esse vazio? Engenhosamente as substituíam por "razões". Foram ainda os gregos os responsáveis pela introdução das frações sexagesimais, hoje usadas na medida do tempo e de ângulos, que sobreviveu até os nossos dias, graças à enorme influência que exerceram alguns astrônomos gregos.

A notação moderna de fração deve-se aos hindus que, devido à numeração posicional decimal, expressavam frações mais ou menos como nós em, por exemplo, $34/1265$, onde 34 é o numerador e 1265 é o denominador. Essa notação foi adotada e aperfeiçoada pelos árabes, que criaram a barra horizontal para separar os números. Com as frações denominadas "decimais" (cujos denominadores são potências de 10), "pouco a pouco foi transparecendo o interesse em prolongar a numeração decimal de posição no outro sentido, isto é, em termos modernos, na representação dos números "depois da vírgula" (IFRAH, 1992, p. 327).

Merlini (2005) afirma que entre os babilônios era comum o uso de frações e em tabuletas de argila proveniente do período babilônico antigo (1900 a 1600 a. C.) é possível encontrar tabelas de números, incluindo frações.

De acordo com Ifrah (1992), o engenheiro e matemático holandês Stevin, em 1585 desenvolveu um método para efetuar todas as operações por meio de inteiros, sem o uso de frações, pelo qual se escreviam os números naturais ordenados em cima de cada algarismo do numerador, indicando a posição ocupada pela vírgula no numeral decimal.

Já Santos (2005) afirma que, entre os gregos, casos particulares de proporções (média aritmética, geometria e a proporção áurea) eram familiares desde a época dos pitagóricos, o

que não só sugere a definição atual de igualdade de frações, como é muito próxima às definições de número real surgidas no século XIX.

Ainda de acordo com Merlini (2005), na segunda metade do século XV, a principal linha de desenvolvimento da Matemática enveredou pelo crescimento das cidades mercantis sob a influência direta do comércio, da navegação, da astronomia e da agrimensura. Por isso, as frações passaram a fazer parte do cotidiano das pessoas, e os tipos de representação e conceitos da Antiguidade foram aperfeiçoados e adaptados às soluções dos problemas da época. Registros regulares de frações com numeradores maiores que o inteiro aparecem somente a partir do século XVI, embora sua representação já existisse anteriormente, sendo desse século a maneira de representação das frações que utilizamos atualmente.

Após essa breve explanação de ordem histórica, na continuidade apresentaremos um estudo mais detalhado sobre as frações no contexto da Educação Matemática.

2.2.1 Números Racionais: as frações no contexto da educação matemática para a contemporaneidade.

Muito se tem discutido sobre o ensino de Matemática nas últimas décadas. Significativas reconfigurações conceituais têm sido assumidas a fim de que o conhecimento matemático seja fruto do processo de articulação entre o que se ensina e aprende no espaço escolar e a realidade sociocultural do indivíduo.

De acordo com os PCN (1997), a Matemática é componente importante na construção da cidadania, indicando-se a resolução de problemas como ponto de partida de atividades matemáticas e discutindo caminhos possíveis para o ensino da disciplina em sala de aula, destacando, dentre outras, metodologias que evidenciem o uso da Matemática em consonância com as tecnologias da informação.

Nesse contexto, o objetivo geral do ensino de Matemática, de acordo com os PCN (1997), é fazer com que os alunos possam pensar matematicamente; levantar hipóteses; estabelecer relações; desenvolver formas específicas de raciocínio; saber falar e escrever matematicamente; estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; desenvolver a capacidade de resolver problemas e propor outros.

No conjunto dessas habilidades e competências requeridas hoje, insere-se o conhecimento de quantidades na Aritmética e, dentre elas, de números fracionários. Sabemos que a Aritmética é um ramo da Matemática que lida com as propriedades elementares das

operações com números e serve à qualidade de vida na medida em que suas necessidades do ensino envolvem sua aplicabilidade.

As frações e suas representações são requeridas em diversas situações cotidianas, a exemplo da culinária; na representação de escalas musicais; na produção e leitura de mapas e plantas com uso de escalas; e na própria Matemática como no cálculo de porcentagens e no estudo das razões e proporções, entre outros. Todavia, a abordagem excessivamente centrada na valorização simbólica e formal adotada pelos professores para o ensino de frações nas escolas vem se constituindo como tradicionalista, desvinculada da vida prática do educando. Na verdade, o aluno deveria ser estimulado a entender a linguagem dos números fracionários, a fim de identificar e ampliar a compreensão do papel que a Matemática representa no mundo, bem como a emergência das concepções relacionadas entre os números fracionários e situações da vida cotidiana e entre diversos conteúdos da própria disciplina.

Dessa forma, o ensino das frações nas séries iniciais é tão importante quanto o processo de ensino-aprendizagem de qualquer outro conteúdo matemático, na medida em que deve estar relacionado com sua aprendizagem significativa pelo aluno.

Nesse sentido, os PCN do Ensino Fundamental (1997), ao discutirem as diretrizes que devem nortear o ensino de Matemática, atentam para a necessidade de o professor despertar para uma prática de ensino pautada no exercício da criatividade e criticidade de seus alunos. Assim, é preciso que:

[...] a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (PCN, 1997, p. 28).

É fundamental, então, mudar não só a organização dos conteúdos, mas também a forma como os professores ensinam para que se possa fazer uma permuta, mudando de habilidade em cálculos para a capacidade de resolver problemas. Sugere-se, assim como Gonçalves (2008), uma revisão de posturas e papéis dos professores no exercício de mediação do aluno com a Matemática, bem como a reflexão sobre a dificuldade dos alunos compreenderem as frações e, principalmente, saber utilizá-las em problemas do dia-a-dia.

Entende-se, desta forma, que é de fundamental importância abordar alguns aspectos dos números fracionários tais como a sua conceituação, seus diferentes significados e formas de representação e demais elementos a eles conectados, a exemplo dos termos das frações, da

noção de equivalência, da ação de comparação de frações, da classificação e das operações com números fracionários, além da própria história do desenvolvimento das frações, como dos demais conteúdos matemáticos, conforme sugerem os PCN (1997, p. 58-60):

[] o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construídos e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (PCN, 1997, p. 19).

[] apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (1997, p. 57)

[] esse ciclo não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem desses conteúdos, o que significa que o trabalho com números naturais e racionais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação deverá ter continuidade, para que o aluno alcance novos patamares de conhecimento. (1997, p.58)

Do ponto de vista da construção do conceito de frações, os PCN (1997) recomendam explorar particularmente dois aspectos fundamentais, baseados na resolução de problemas:

- 1) Os significados que a fração poderá assumir em diferentes situações;
- 2) As diferentes formas para sua representação.

No primeiro caso, esses conceitos podem ser mostrados como: pedaços de objetos inteiros (“todo contínuo”) ou partes de conjuntos de objetos iguais (“todo discreto”) e ainda como resultado de uma divisão, conceitos que serão definidos mais detalhadamente no próximo Capítulo.

No segundo caso, essa representação pode ser por uma grandeza de natureza discreta ou de natureza contínua, sendo essa última a mais aconselhável para iniciar o trabalho escolar com números fracionários, apoiando-se sempre em material concreto, como sugerem Munhoz, Nazareth e Toledo (2008).

Atualmente as frações estão incorporadas à cultura e ao vocabulário cotidiano. No Brasil, o ensino desse conteúdo ocorre desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. Para Bertoni (2008), na Educação Infantil e 1º Ano¹ do Ensino Fundamental, as situações de divisão ocorrem naturalmente como, por exemplo, na ação de socialização de um sanduíche,

¹ Anteriormente denominado 2ª Série

uma laranja ou doces divididos em duas partes iguais, que ocorrem naturalmente, no dia a dia dos alunos que fazem uso, em geral pertinente, das palavras *meio* ou *meia*. A ressalva de que o uso é, em geral, pertinente, deve-se ao fato de que, no cotidiano, nem sempre as crianças usam a noção de divisão em partes com o significado que necessitamos atribuir matematicamente. Ou seja, no cotidiano podemos observar crianças falando em *metade maior* ou em *metade menor*, com naturalidade, e o significado formal da divisão precisa ser elaborado com a ajuda do professor.

No 2º e 3º Anos² do Ensino Fundamental, as crianças ampliam a compreensão da noção relativa às primeiras frações estudadas e, de modo análogo ao que acontece com a aprendizagem dos primeiros números naturais, o trabalho com as frações se estende por vários anos, chegando a sair do campo da Aritmética e estendendo-se para o campo algébrico.

De acordo com os PCN (1997), sugere-se que no segundo e terceiro anos do Ensino Fundamental (o que corresponderia ao primeiro ciclo do Ensino Fundamental, na antiga nomenclatura) se trabalhe “com atividades que aproximem o aluno das operações, dos números, das medidas, das formas e espaço e da organização de informações, pelo estabelecimento de vínculos com os conhecimentos com que ele chega à escola”, e no segundo ciclo se trabalhe “com atividades que permitem ao aluno progredir na construção de conceitos e procedimentos matemáticos.” É importante ressaltar que até o 5º Ano do Ensino Fundamental não se recomenda uma apresentação formal do conjunto dos números racionais. Trata-se, nesse nível, sobretudo de explorar esse conjunto por meio de problemas práticos.

A partir dessas sugestões, pode-se resgatar a curiosidade e o espírito crítico dos alunos, procurando desenvolver as habilidades necessárias à vida. Procurar contextualizar os conteúdos para que faça sentido para os alunos é de extrema importância, pois a atribuição de significados aos conteúdos que fazem parte ou podem ser conectados à realidade ocorre de modo natural, facilitando sua compreensão.

Pelo que sugerem os PCN (1998), o professor deve organizar seu trabalho de modo que os alunos desenvolvam a própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos e interagir de forma cooperativa com seus pares, na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. É importante ainda que os alunos sejam estimulados a construir e analisar diferentes processos de resolução de situações-problema e compará-los.

²

Anteriormente denominados 3ª e 4ª Séries

Ainda de acordo com o que sugerem os PCN (1998), no terceiro ciclo do Ensino Fundamental (correspondente ao 6º e 7º Anos), os alunos têm boas condições para perceber que os números têm múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, e até escritas percentuais.

As frações têm constituído um dos temas mais complexos a serem trabalhados no Ensino Fundamental. Avaliações e pesquisas atestam baixo rendimento dos alunos na construção dos números fracionários, apresentado tanto na compreensão desses números, quanto nos cálculos que os envolvem. Portanto, é preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar e utilizar essas quantidades em seu contexto cotidiano, com competência.

Para situarmos melhor nossa discussão acerca das dificuldades na aprendizagem do conteúdo de frações no Brasil, partimos dos resultados apresentados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), lançado em 2007, como a Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), utilizados pelo MEC no programa de avaliação realizado em todo o Brasil.

2.2.2 Os números racionais nas avaliações da Educação Básica

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) foi a primeira grande iniciativa oficial voltada para se conhecer o sistema educacional brasileiro em profundidade e que começou a ser desenvolvida no final dos anos 1980. Foi aplicado pela primeira vez em 1990, mas foi em 1995 que passou por uma reestruturação metodológica que possibilita a comparação dos desempenhos ao longo dos anos.

Diferentes conjuntos de avaliações fazem parte do SAEB, dentre eles a Prova Brasil, criada em 2005, com o objetivo de ampliar a compreensão e analisar a qualidade e problemas do sistema de educação básica do país. Ela é organizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) em parceria com as redes estaduais e municipais de educação, em complemento à avaliação já feita pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Em 2007, também foi criado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), indicador que mede a qualidade da educação no país. Com base nele o Ministério da Educação traçou metas de desempenho bianuais para cada escola e cada rede até 2022. O novo indicador foi baseado, na primeira medição, em dados que foram levantados em 2005 e em 2007 ficou comprovado que unir o país em torno da educação pode trazer resultados

efetivos. A Prova Brasil e as provas do SAEB passaram a ser aplicadas em conjunto a partir da necessidade de se tornar a avaliação mais detalhada.

Em 2007, fizeram a Prova Brasil todos os alunos de escolas públicas urbanas do 5º e 9º³ Anos, e do SAEB participaram alunos selecionados estatisticamente do 6º e do 9º Anos do Ensino Fundamental das redes particulares e rural; e do 3º Ano do Ensino Médio das redes pública e particular, de área urbana. O objetivo foi avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos.

Resultados do IDEB de 2007, divulgados pelo MEC, mostram um avanço das escolas públicas em relação à última avaliação, de 2005, em todas as etapas de escolaridade, alcançando não apenas a meta estabelecida para o ano, como também a meta de 2009. Os dados destacaram melhorias significativas, principalmente no Ensino Fundamental, indicando que para as séries iniciais desse nível de escolaridade, o País tinha um IDEB de 3,8 em 2005 e a meta era chegar a 3,9 em 2007, ano em que alcançou o valor 4,2.

O relatório do IDEB também mostra que a Paraíba ultrapassou a meta estipulada pelo MEC: o valor alcançado para o 5º Ano do Ensino Fundamental (antiga 4ª série) em 2005 foi de 3,0. Em 2007, deveria ter sido 3,1, entretanto, os 3,4 pontos conquistados pelas escolas paraibanas ficaram acima da média esperada para este nível de educação. No município de Cajazeiras – PB, o resultado foi também positivo, com um salto de 2,1 em 2005 para 3,7 em 2007, que superou a meta esperada para aquele ano, que era de 3,1. Quanto aos índices do IDEB da Escola na qual realizamos a pesquisa, os dados foram de 3,6 em 2005 e de 4,1 em 2007, ultrapassando as projeções para aquele ano, que indicavam um crescimento para 3,7. (Fonte: Prova Brasil e Censo Escolar, <http://IDEB.mec.gov.br/>)

Esses resultados foram adquiridos através da aplicação da Prova Brasil/ SAEB que avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco de leitura) e em Matemática (foco de resolução de problemas). A matriz de referência que norteia os testes de Matemática da Prova Brasil e do SAEB está focada na Resolução de Problemas, que traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos tem situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. Essa Matriz não envolve todos os conteúdos que devem ser trabalhados pela escola no decorrer dos períodos avaliados (Programa de Desenvolvimento Educacional - PDE 2009).

³

Anteriormente denominados 4ª Série e 8ª Série, respectivamente

Torna-se necessário ressaltar que as matrizes de referência não englobam todo o currículo escolar. É feito um recorte com base no que é possível aferir por meio do tipo de instrumento de medida utilizado na Prova Brasil e que, ao mesmo tempo, é representativo do que está contemplado nos currículos vigentes no Brasil. (PDE 2009, p. 18).

Sendo assim, percebemos que a Matriz não envolve habilidades relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que não possam ser objetivamente verificados. Assim, a partir dos itens do SAEB e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. (PDE 2009, p. 106).

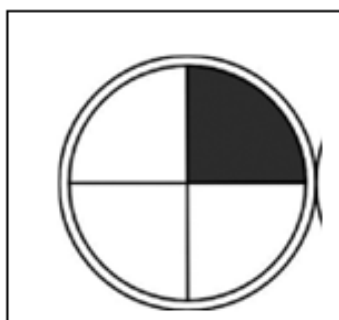
A elaboração dos testes do SAEB e da Prova Brasil aplicados aos alunos, baseia-se em Temas e seus Descritores - 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental, relacionados nas Matrizes de Referência do SAEB. Cada item é construído para avaliar predominantemente um único descritor e, convém lembrar, os conhecimentos e competências indicadas nos descritores da Matriz de Referência de Matemática estão presentes, de forma consensual, nos currículos das unidades da Federação e nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Esses descritores são apresentados em três níveis: 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental (atuais 5º e 9º Anos) e no 3º Ano do Ensino Médio.

A abordagem das questões, baseadas nos descritores da Matriz de Referência de Matemática do SAEB, privilegia a resolução de problemas, considerando o fato de que a aprendizagem só se realiza quando um aluno é capaz de utilizar uma noção apreendida para resolver um problema diferente daquele que deu origem à construção da noção, bem como quando questiona as resoluções efetuadas e as respostas encontradas. Por isso, o teste busca constituir-se, prioritariamente, por situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno.

Os itens são apresentados obedecendo a um critério de complexidade de construção do conhecimento. Os graus de complexidade foram definidos a partir dos níveis de abrangência e abstração dos conteúdos abordados pelos itens, cuja análise é realizada levando-se em consideração a lógica subjacente às respostas dadas pelos alunos. A partir desta análise, é possível evidenciar o nível de habilidades desenvolvidas e os conteúdos apreendidos pelos alunos. Os resultados dos alunos são apresentados em escalas que representam os diferentes níveis de domínio do conteúdo, considerada a totalidade dos itens apresentados no teste. Por meio das escalas de desempenho é possível fazer uma leitura e compreender os resultados da avaliação.

Para que possamos nos situar diante das dificuldades na aprendizagem de frações no Brasil, partimos dos resultados apresentados na análise dos dados do SAEB, fazendo um recorte nos temas abordados, considerando o Tema III do Relatório SAEB-2001 (p.29-30), que trata de Números e Operações, mais precisamente o descritor 24: “identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados”. As questões que envolvem esse Descritor apresentam, segundo o Relatório, uma variação de acertos entre 80% e 35%. Este descritor foi analisado considerando três diferentes níveis, exemplificados nas questões apresentadas em seguida, extraídas do Relatório citado.

A primeira questão relativa a frações tinha o seguinte enunciado: “O desenho representa uma torta dividida em partes iguais. Ana comeu a parte escura. Que fração da torta Ana comeu?” O item requer o reconhecimento da fração que representa a quarta parte de uma região circular.



(Figura 1, Relatório SAEB 2001, p. 29)

As opções de resposta foram: a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{3}$ e d) $\frac{4}{3}$ e os percentuais de respostas a cada item foram: a) 80%; b) 8%; c) 4%; d) 4% e em branco ou nulas, 4%.

Quando trata do reconhecimento de fração que representa um número pequeno de partes de um inteiro (resposta correta: letra a), o percentual de acerto é grande, porque o aluno no cotidiano convive com tal tipo de divisão. Quando a divisão do inteiro é feita em um número maior de partes, o que não ocorre rotineiramente fora da sala de aula, há uma margem maior de erro, o que não determina necessariamente se o aluno tem ou não compreensão das ideias relativas ao sistema fracionário.

O enunciado da segunda questão sobre o tema era: “Observe a torta de morangos que Letícia fez. Ela dividiu a torta em 8 partes iguais e comeu 3 partes desta torta. Qual a fração que representa as partes que ela comeu?”



(Figura 2, relatório SAEB 2001, p. 29)

As opções de resposta foram: a) $\frac{3}{8}$; b) $\frac{5}{8}$; c) $\frac{8}{5}$ e d) $\frac{8}{3}$, e os percentuais de respostas a cada item foram os seguintes: a) 63%; b) 8%; c) 5%; d) 19% e em branco ou nulas, 5%.

Diferentemente da primeira Questão aqui apresentada, o percentual de acerto (resposta: letra a) diminuiu, pois exigia uma compreensão maior de fração, no sentido da estrutura de sua composição (numerador/denominador) e da representação de um número racional na sua forma fracionária.

A terceira questão envolvendo frações apresentava o seguinte enunciado: “Para fazer uma horta, Marcelo dividiu um terreno em 7 partes iguais. Em cada uma das partes, ele plantará um tipo de semente. Que fração representará cada uma das partes dessa horta?”

As opções de resposta à questão foram: a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{7}{1}$ e d) $\frac{7}{7}$ e os percentuais de indicação de cada item foram: a) 35%; b) 10%; c) 14%; d) 33% e em branco ou nulas, 8%. A questão apresentada (resposta correta: letra a), representa uma situação-problema que envolve a identificação de uma fração representando a parte de um inteiro destacada, apresentando dificuldade particular em relação às duas anteriores, por não haver uma representação gráfica que servisse de apoio para a identificação da resposta, fazendo com que o índice de acerto diminuísse significativamente.

De acordo com o Relatório de Matemática relativo ao SAEB - 2001, dos alunos que terminam a 4ª série do Ensino Fundamental (atual 5º Ano), 19,04% possuíam apenas conhecimentos básicos de Matemática; 28,64% possuíam habilidades mais estruturadas e adequadas para o término desta série; e 52,32% possuíam habilidades elementares, isto é, não sabiam quase nada desta disciplina. Ou seja, menos de 30% do alunado atingiu nível de apreensão de conhecimentos adequado à série em que se encontrava. Segundo dados do mesmo Relatório, as deficiências dos alunos que ingressavam no 6º Ano do Ensino

Fundamental eram muitas e certamente interfeririam em sua capacidade de elaboração dos conceitos matemáticos que seriam estudados nas séries seguintes.

A seguir apresentaremos também os resultados na análise dos dados no SAEB e na Prova Brasil 2007, fazendo um recorte nos temas abordados, considerando o Tema III do PDE/Prova Brasil -2009 que trata de Números e Operações/Álgebra e Funções, mais precisamente os descritores 21, 22, 24 (p. 140-147). Para cada descritor, há dois exemplos de itens: o primeiro, com percentuais de respostas para cada alternativa assinalada, com base nos quais é feita uma análise pedagógica; o segundo, com a indicação do gabarito e sem percentuais de respostas.

A questão relativa ao Descritor 21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional – apresentava o seguinte enunciado: “Luma comprou um metro de fita e gastou 0,8 dele. Qual é a fração que representa esta parte?”. As opções de resposta foram: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{8}{10}$ e d) $\frac{2}{5}$ e os percentuais de marcação de cada item foram: a) 13%; b) 14%; c) 64% e d) 6%.

A Questão trata do reconhecimento de fração com diferentes representações de um mesmo número racional (resposta correta: letra c), e o percentual de acerto foi de 64%. Os alunos compreenderam que o decimal 0,8 é uma representação do número racional $\frac{8}{10}$. Os 27% de alunos que assinalaram as alternativas a e c indicaram não dominar a conversão de decimal para fracionário. Já os alunos que assinalaram a letra d também não demonstraram domínio da habilidade e podem, inclusive, ter assinalado a resposta ao acaso.

A questão relativa ao Descritor 22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica, tinha o seguinte enunciado: “Em uma maratona, os corredores tinham que percorrer 3 km, entre uma escola e uma Igreja. Joaquim já percorreu 2,7 km, João percorreu 1,9 km, Marcos percorreu 2,4 km e Mateus percorreu 1,5 km.

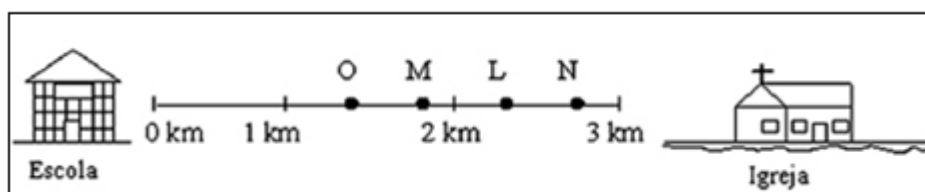


Figura 3 – Representação de números racionais na reta

Qual é o corredor que está representado pela letra L?”

As opções de resposta foram: (a) Mateus; (b) Marcos; (c) João e (d) Joaquim. Os percentuais de indicação de cada item pelos alunos foram: a) 11%; b) 40%; c) 13% e d) 34%.

Diferentemente da questão relativa ao Descritor 21, o percentual de acerto (resposta: letra b) diminuiu, com apenas 40%, os alunos mostrando deter a habilidade demandada. Já os 34% que assinalaram o item de resposta d, mostram que não souberam diferenciar as posições de 2,7 e 2,4, mesmo percebendo que o número 2,7 está à direita do número 2. Já 34% dos alunos mostraram não saber que os números 1,5 e 1,9 estão à esquerda do 2, na reta numerada ilustrada na figura.

Durante o desenvolvimento dessa habilidade, o professor pode utilizar instrumentos de medição que contenham subdivisões. Ele pode, também, construir com seus alunos uma grande reta numérica e fixá-la em uma parede da sala e sugerir que os alunos acrescentem diversos números racionais a ela.

A questão relativa ao Descritor 24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados – tinha como enunciado: “A figura abaixo representa uma figura dividida em partes iguais. A parte pintada de preto corresponde a que fração da figura?”

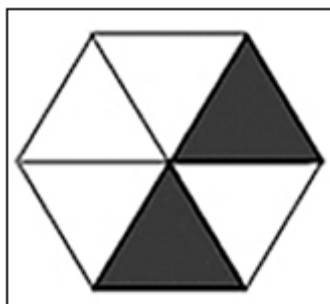


Figura 4 - Figura dividida em partes iguais

As opções de resposta foram: a) $1/2$; b) $1/6$; c) $2/6$ e d) $6/2$; e os percentuais de indicação de cada item foram: a) 18%; b) 7%; c) 53% e d) 18%. O percentual de acerto do item correto (letra c) foi de 53%, ou seja, pouco mais da metade dos alunos mostrou dominar a habilidade requerida. Os 18% de alunos que assinalaram a alternativa d inverteram o numerador e o denominador e os 18% que assinalaram o item a, provavelmente tinham maior familiaridade com aquela fração ($1/2$) e não observaram a descontinuidade no preenchimento das partes.

Para melhor entendimento desses resultados, o SAEB (2001) sugere que:

[...] os números fracionários precisam ser melhor explorados, especialmente em situações práticas, de modo a adquirir significado pelos alunos. É mais importante, na 4ª série⁴ do Ensino Fundamental, trabalhar o conceito de

fração, explorando suas diferentes possibilidades, inclusive relacionando representações fracionárias e decimais ($1/2 = 0,5$), do que lidar com a memorização de procedimentos para realizar operações com frações. (SAEB, 2001, p)

Existe um razoável consenso entre os professores de que essas dificuldades decorrem de uma ênfase na simples memorização de regras e técnicas nas séries iniciais. Dentre as dificuldades dos alunos, percebe-se que a ordenação de números fracionários e as operações de multiplicação e divisão de frações não são bem solidificadas. Os alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental apresentam dificuldades tanto nos procedimentos algorítmicos quanto na resolução de problemas.

A seguir, aprofundamos a discussão sobre o processo de ensino de números racionais, tema que tem gerado um considerável número de pesquisas na Educação Matemática, tal é a sua relevância.

2.3 O PROCESSO DE ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS.

Os estudos feitos por vários pesquisadores, a exemplo de Nunes e Bryant (1997), Merlini (2005), Moutinho (2005), Silva (1997), Santos (2005) e Toledo e Toledo (1997), mostram que os números racionais constituem-se, como outros da disciplina Matemática, como conteúdo que apresenta grandes dificuldades de elaboração por alunos da Educação Básica. No Brasil, a abordagem aritmética desse conteúdo tem seu ensino iniciado, formalmente, no 3º Ano do Ensino Fundamental, estendendo-se pelo menos até o 7º Ano. A partir do 7º Ano, o conceito é ampliado por meio das frações algébricas.

Do ponto de vista prático, o estudo de fração aperfeiçoa a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular melhor os problemas do mundo real. Na perspectiva psicológica, as frações proporcionam um rico campo, dentro do qual as crianças podem desenvolver e expandir suas estruturas mentais para um desenvolvimento intelectual contínuo. Do ponto de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual serão construídos, mais tarde, os conceitos de razão e proporcionalidade e as operações algébricas elementares, dentre outros.

Uma das preocupações que se tem com a aprendizagem dos números fracionários é que os alunos podem até apresentar algumas habilidades em manipular esses números, sem

necessariamente ter uma compreensão clara do conceito de que as frações são um tipo novo de número.

Nunes e Bryant (1997, p.191), afirmam que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba.

Diante dessa afirmação, os autores alegam que essa falsa impressão de que as crianças têm algum domínio do conceito de fração, pode estar associada à forma como o conteúdo lhes é apresentado, prevalecendo o significado de relação parte-todo. Como consequência, os alunos apresentam baixo rendimento diante de situações que envolvem o conceito de números racionais na sua representação fracionária e significados mais amplos.

Merlini (2005) realizou estudo que teve como objetivo central diagnosticar o desempenho e as estratégias utilizadas por alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental (atuais 6º e 7º Anos) diante de questões envolvendo frações, buscando responder às seguintes perguntas: “Quais estratégias de resolução alunos de 5ª e 6ª série (atuais 6º e 7º Anos) utilizam frente a problemas que abordam o conceito de fração?”. Respondendo à sua proposta de investigação, Merlini (2005, p. 209) destaca:

[...] após pontuar as principais estratégias de resolução encontradas nas respostas dos alunos da amostra tomada como referência, tende a concluir que não houve regularidade no desempenho dos alunos ao lidar com qualquer um dos significados, isto é, para um mesmo significado encontramos diferentes estratégias de resolução utilizadas pelos alunos.

Nestas condições, conclui Merlini (2005, p.209): “o modo do ensino do conceito de fração abordado nas escolas, privilegiando alguns significados (parte-todo, e operador multiplicativo), em detrimento de outros, não garante que o aluno construa o conhecimento desse conceito”. Mais adiante, a autora ainda destaca que os resultados obtidos pelos alunos investigados, mesmo quanto ao significado parte-todo, estão muito aquém do esperado, apesar da ênfase escolar que ele recebe. Conclui que, pelo menos na população estudada, a maneira como o processo de ensino tem sido feito, oferece poucos recursos para favorecer a construção do conceito de fração.

Para Moutinho (2005), o conceito de frações tem sido apontado por professores e pesquisadores como um dos mais problemáticos conteúdos na aprendizagem da matemática nas séries iniciais. Silva (1997. P 28-30) argumenta que, de acordo com a análise epistemológica realizada acerca da construção do conceito de fração, foram encontrados alguns obstáculos, como os relativos à sua representação simbólica, conquistada a partir das representações individuais de cada povo.

O obstáculo denominado como *negação da necessidade das quantidades fracionárias* corresponderia à dificuldade de aceitação das frações como números, constituindo os conhecimentos relativos aos naturais um impedimento para a aprendizagem dos números fracionários, uma vez que o aluno tem como modelo de referência o conjunto dos naturais e tende a estender as propriedades destes para outros conjuntos numéricos.

Santos (2005), afirma que “o entendimento dos números racionais como elemento do campo quociente requer a oportunidade de experiências dos aspectos partidos da divisão e que as frações representam como pontos sobre a reta numerada”. As pesquisas apontam, ainda, os seguintes fatores como elementos complicadores do processo de elaboração do conhecimento acerca dos números fracionários:

- a) Os números fracionários estão pouco presente em nossa cultura, o que implica em pouca ou nenhuma vivência dos alunos com eles. Não obstante, esses números têm grande importância na Matemática, relacionando-se a razões, raciocínio proporcional, ao cálculo algébrico, a probabilidades, entre outros;
- b) A falta de desenvolvimento do significado e da lógica subjacente aos tópicos desse tema, na maioria das propostas de ensino atuais;
- c) As propostas curriculares estaduais muito extensas sobre o tema, que se refletem nos conteúdos de muitos livros didáticos. A apresentação é feita como se os alunos pudessem adquirir competências de compreender esses números, estabelecer relações, operar com eles e resolver problemas contextualizados no seu cotidiano. Esse dimensionamento inadequado traduz uma concepção de Ensino Fundamental que visa a formação do aluno-calculador. Não importa o que ele entenda ou não, o importante é que consiga realizar qualquer operação com os números naturais, fracionários ou decimais.

Por sua vez, a atuação ativa no mercado de trabalho requer a capacidade de resolver problemas, avaliar situações, propor soluções e ter versatilidade para novas funções, o que não pode ser alcançado apenas pelo exercício de um fazer mecânico, sem pensamento próprio e sem questionamento. O fato de os PCN (1997) apontarem a prioridade a ser dada à

representação decimal dos números racionais está fazendo com que os conteúdos relativos aos números fracionários estejam sendo diminuídos, não havendo tempo suficiente para uma introdução bem fundamentada para eles.

Os PCN (1997) evidenciam que o contato dos alunos com a representação fracionária dos números racionais é pouco freqüente em seu contexto diário. Este se limita ao uso de metades, terços, quartos, na maioria das vezes pela via da linguagem oral mais do que das representações. Os PCN (1997) sugerem ainda que a prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo. Nesse caso, a fração indica a relação que existe entre o número de partes e o total de partes em que ele foi dividido.

Pontos específicos levantados pelas pesquisas de Mack, uma pesquisadora norte-americana citada por Nunes e Bryant (1997, p. 212), apontam, entre alunos da série equivalente ao nosso atual 7º Ano do Ensino Fundamental, que a compreensão de situações que envolvem frações fora da escola não se articulam com as representações simbólicas aprendidas na escola. Ela lhes propôs os seguintes problemas: 1) “Suponha que você tem duas pizzas do mesmo tamanho e você corta uma delas em 6 pedaços de mesmo tamanho, e você corta a outra em 8 pedaços de tamanhos iguais. Se você recebe um pedaço de cada pizza, de qual você ganha mais?; 2) Que fração é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?”.

Mack observou que questões envolvendo situações cotidianas não pareciam causar maiores dificuldades para os alunos, mas em resposta à segunda questão (Que fração é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?), com exceção de um aluno, todos os demais disseram que $\frac{1}{8}$ era maior porque 8 é maior que 6. Ela trabalhou com esses alunos movendo-se de uma abordagem à outra – dos problemas apresentados simbolicamente a situações de contextos familiares e vice-versa – e notou que os estudantes começaram a relacionar símbolos e procedimentos escolares de frações ao seu conhecimento informal.

Nunes e Bryant (1997, p.193) apresentam as pesquisas de Campos e cols. (1995), evidenciando que eles concordam com Mack, mostrando claramente que esse modo de introduzir frações pode causar erros. Nessas pesquisas, foram apresentadas três figuras para que alunos de 6º Ano reconhecessem as frações associadas a cada caso.



FIGURA 5. Nunes e Bryant (1997 p. 193)

Os alunos deram respostas corretas relativas aos dois primeiros retângulos. Quanto ao terceiro retângulo, 56% dos alunos escolheram $1/7$ como a fração correspondente; 12% escolheram $2/8$ e 4% indicaram tanto $1/4$ quanto $2/8$. Com esses resultados, constatou-se que as crianças podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente sua natureza.

Bertoni (2008) alerta para que os professores estejam atentos, se querem levar as crianças a aprenderem as primeiras noções acerca das frações na construção desse conhecimento, procurando: aproveitar toda oportunidade em que aparecem divisões de coisas ou objetos; aproveitar toda oportunidade de objetos já divididos num certo número de partes iguais, dando-se destaque à situação e ensinando o nome dessa parte; fazer as crianças observarem que todas as partes obtidas valem a mesma quantidade; e levar as crianças a perceberem que as partes podem aparecer em uma ordem aleatória. Esta última observação diz respeito ao fato de, nos livros textos, a maioria das indicações das representações fracionárias nas figuras obedecer a uma ordem linear (todas as partes pintadas estão juntas, quase sempre da esquerda para a direita).

A compreensão de quantas partes iguais a certa fração dada são necessárias para constituir o todo, será útil ao longo de toda a elaboração do conceito de fração. Ela permite identificar de que fração se trata, assim como a unidade tomada como referência. O importante, no estudo de frações como, aliás, em toda a Matemática, é evitar a memorização de definições e regras, sem compreensão. Todo o trabalho com frações pode ser feito a partir de situações-problema, isto é, desafios para que os alunos descubram soluções e construam seu próprio conhecimento.

A primeira idéia que temos de números racionais é a da relação parte-todo, na qual uma grandeza, de natureza contínua, é repartida em n partes iguais e tomadas (ou consideradas) m dessas partes, representada por $\frac{m}{n}$.

Para Toledo e Toledo (1997, p. 167), no estudo das frações,

[...] são sempre explorados casos em $m < n$ ($m, n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$), enfatizando-se bastante que “o inteiro foi dividido em n partes iguais e delas foram retiradas m partes”. É por isso que muitas crianças ficam perplexas quando

lhes pedimos que representem com uma figura a fração $\frac{m}{n}$, em que $m > n$.

Após essa conceituação inicial, os alunos passam a trabalhar com os algoritmos das operações fracionárias, que são ensinados a partir de regras, sem fazer referência ao conceito de *equivalência de fração*, fundamental para justificar esses algoritmos.

2.3.1 Os diferentes significados atribuídos às frações

Os números racionais podem ser interpretados pelo diferentes possíveis sentidos de fração, Fiorentini (2005), afirma que os racionais assumem diferentes significados nos diversos contextos, os quais que são chamados de *subconstrutos*: uma comparação entre parte-todo, um número, uma razão, um quociente ou divisão indicada, um operador multiplicativo, uma probabilidade e uma medida. A título de ilustração, apresentaremos sucintamente uma descrição de cada significado com dois exemplos, em quantidades contínuas (quantidades passíveis de serem divididas exaustivamente, sem que percam suas características) e quantidades discretas (quantidades enumeráveis, contáveis, que dizem respeito a um conjunto de objetos).

1. Fração com significado parte-todo

Para Merlini (2005), a idéia presente nesse significado é a partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. A utilização do procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, geralmente é o suficiente para solucionar um problema.

Exemplos:

- 1) Envolvendo quantidade contínua: Uma barra de chocolate foi dividida em 5 partes. Que fração representa cada parte do chocolate?
- 2) Envolvendo quantidades discretas: Na doceira, há quatro pudins de abacaxi e dois pudins de maracujá de mesmo formato e tamanho. Que fração representa a quantidade de pudins de abacaxi em relação ao total de pudins?

Este significado é o mais predominantemente explorado em sala de aula e nos livros textos, em particular envolvendo quantidades contínuas. Questões e atividades envolvendo quantidades discretas são pouco ou quase nada evidenciados nos textos didáticos.

2. Fração significando um número na reta real

A idéia envolvida nesse significado é a da notação $\frac{a}{b}$, expressando um número na reta numérica, ou ainda, a sua representação na notação decimal, afirma Damico (2007).

Um problema característico desta situação seria: localize, aproximadamente, onde estaria situada a fração $\frac{2}{3}$ na reta numerada a seguir:



Este significado é pouco explorado pelos professores, que pouco tem utilizado a reta numérica no processo de construção de conceitos matemáticos, mesmo aqueles envolvendo números naturais. Como consequência, é comum encontrarmos alunos que apontam como resposta à questão proposta um ponto situado entre os números 2 e 3, na reta, e não um ponto localizado à direita do zero, distando dele $\frac{2}{3}$ da unidade.

3. Fração como razão

Segundo os PCNs (1997) a razão funciona como um índice comparativo entre duas quantidades e uma grandeza, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é o número π , que não é um número racional. Embora seja facilmente contextualizável em situações familiares aos alunos como, por exemplo, na verificação da relação entre o número de meninas e de meninos em uma sala de aula, ou de meninas e alunos da mesma sala, esse significado não é muito explorado nas séries iniciais, ainda que de modo informal. Isso só acontece por volta do 6º ou 7º Anos, ao ser trabalhado o conteúdo Razão e Proporcionalidade, embora nem sempre o aluno associe esse estudo à ideia que já construiu sobre frações, como se constituíssem dois objetos matemáticos completamente diferentes.

4. Fração significando uma divisão indicada (quociente entre dois números)

Merlini (2005) afirma que, este significado está presente em situações associadas à idéia da divisão como estratégia para resolver um determinado problema (baseado na divisão de um número natural por outro não nulo, isto é, $\frac{a}{b}$, onde b é diferente de zero) como, por exemplo, na determinação de qual parte de uma pizza a ser repartida igualmente entre três crianças, caberá a cada uma delas. Aqui temos duas variáveis (número de pizzas e número de crianças), sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador - no caso $\frac{1}{3}$. A fração, neste caso, corresponde à divisão (1 dividido por 3) e também ao resultado da divisão (cada criança recebe $\frac{1}{3}$ da pizza).

Exemplos:

- 1) Envolvendo quantidades contínuas: “Se dividirmos dois bolos igualmente entre cinco pessoas, que fração representa o que cada um irá comer?”
- 2) Envolvendo quantidades discretas: “Tenho vinte bolinhas de gude e vou dividir igualmente entre cinco crianças. Que fração representa a parte que caberá a cada criança após essa divisão?”

Esse significado, como alguns dos anteriores, não é suficientemente explorado com os alunos, o que faz com que eles, quando muito, construam parcialmente o conceito de fração, uma vez que parte de seus significados não será apreendida.

5. Fração com significado de operador multiplicativo

Teixeira (2008) diz que, este significado está associado a um papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou quantidade, transformando o seu valor nesse processo.

Exemplos:

- 1) Envolvendo quantidade contínua: “Henrique ganhou um chocolate e comeu $\frac{3}{5}$ dele. Pinte a quantidade de chocolate que Henrique comeu”.
- 2) Envolvendo quantidade discreta: “Pedro tinha uma coleção de figurinhas e deu a seu irmão Jamilson $\frac{2}{5}$ de sua coleção. Quantas figurinhas Pedro deu a Jamilson?”

A mesma observação anterior vale aqui.

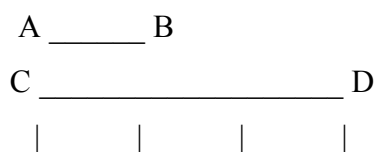
6. Fração com o significado de probabilidade

Em Moutinho (2005), neste caso a fração assume a comparação entre o possível e o necessário. Pode-se compreendê-la como extensão da relação parte/todo, encontrada no contexto das medidas, mas, neste caso, a comparação é entre as chances favoráveis e as chances possíveis. Por exemplo, ao lançar um dado comum, qual a probabilidade de se obter o número 3? (resposta: $1/6$) e um número par? (resposta: $1/3$).

O trabalho com possibilidades está sendo iniciado nos primeiros Anos do Ensino Fundamental, de modo bastante informal, envolvendo a associação com a multiplicação, mas a representação das chances de um evento, associada a uma fração, frequentemente não está presente na sala de aula.

7. Fração como medida

Está presente nesse significado a ideia de dividirmos uma unidade (partes iguais) em subunidades e verificarmos quantas dessas partes caberão naquilo que se quer medir. Para Damico (2007), a ideia é de comparação de duas grandezas como, por exemplo, na seguinte situação: quantas vezes um palmo cabe no comprimento de uma mesa? A questão exige uma resposta para a pergunta – quantas vezes? – o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação. Esse número compreende a medida da grandeza em relação a essa unidade. Esta situação poderia ser exemplificada tomando-se dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, conforme desenho a seguir:



Se tomarmos o segmento $\overline{AB}$ como unidade, quanto mede o segmento $\overline{CD}$? O problema consiste em verificar quantas vezes o segmento $\overline{AB}$ cabe no segmento $\overline{CD}$. Desta verificação obtém-se o número 3, que é a medida do segmento $\overline{CD}$, tomando-se o segmento $\overline{AB}$ como unidade de medida. Agora, se considerarmos a tarefa de medir o segmento $\overline{AB}$, tendo como unidade de medida o segmento $\overline{CD}$, percebemos que não há um número inteiro capaz de identificar esta medida. Recaímos, então, na necessidade de expressar esta relação por intermédio do número racional $1/3$.

Considere os seguintes exemplos:

- 1) Envolvendo quantidade contínua: “Em um terço de suco concentrado de laranja e dois terços de água, que fração representa a medida da água em relação ao total do suco?”
- 2) Envolvendo quantidade discreta: “Na escola de Thaynná, foi feita uma rifa e foram impressos 200 bilhetes. A mãe de Thaynná comprou 25 bilhetes dessa rifa. Qual a chance de Thaynná ganhar o prêmio?”

Este último significado é bastante representativo para a justificativa do desenvolvimento histórico dos números fracionários e pode ser explorado inicialmente de modo informal com os alunos, na introdução ao estudo das frações, e depois ser formalizado.

Os PCN (1997) sugerem que no segundo ciclo do Ensino Fundamental sejam trabalhados três significados: parte-todo, razão e quociente, e somente no terceiro ciclo do Ensino Fundamental sejam introduzidos os outros significados. Esses diferentes significados e sentidos dados às situações vivenciadas pelas crianças, possibilitam a (re)construção e (re)elaboração dos conhecimentos matemáticos necessários para resolver os problemas da vida cotidiana e também da vida escolar.

Nunes e Bryant (1997, p.191) destacaram limitações do processo usual de figuras geométricas divididas e pintadas, associadas a um processo de dupla contagem, ao mesmo tempo em que apontam pseudo-resultados satisfatórios advindos do mesmo:

[...] (no processo de dividir e pintar), as crianças são informadas que o número total de partes é o denominador, então, o número de partes pintadas é o numerador. Com algumas poucas regras para calcular, permitem que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre frações.

[...] Por exemplo, no Brasil, Campos e cols.(1995) foram capazes de mostrar bastante claramente que esse modo de introduzir frações pode, em realidade, conduzir crianças a erro. O método de ensino alega, simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado deste novo tipo de número.

De acordo com Toledo e Toledo,

Quando os alunos deparam com questões simples como: $1 - \frac{3}{4}$; $4 \times \frac{1}{2}$; $2 - 1,4$; 25% de 600; etc. é muito comum estarem munidos, como estratégia de cálculo, apenas de regras decoradas a custo de grande esforço. O motivo dessa deficiência é simples: eles não construíram, realmente, o conceito de número racional (1997, p. 167).

Além disso, é muito importante oferecer aos alunos a oportunidade de manipular materiais variados na verificação de hipóteses levantadas diante de situações-problema, para a construção dos conceitos através dessa experimentação. A descoberta das soluções fica mais fácil, no início, se os alunos utilizarem material concreto: peças recortadas em plástico, madeira, papel, papelão ou cartolina.

Seguindo esse caminho, pode-se ter a impressão de que, afinal, os alunos vão aprender muito pouco sobre frações. O mais importante é que se familiarizem com o conceito. Para isso, o professor precisa trabalhar muitos problemas e, no início, apoiando-se no material concreto como referencia. Pouco a pouco os alunos se libertarão das figuras recortadas, resolverão mentalmente os problemas mais simples e até mesmo descobrirão regras que passarão a aplicar com compreensão. É importante que o professor incentive esse processo de libertação gradual do aluno em relação ao material concreto. Em seguida vamos ampliar nossos olhares sobre o ensino de números fracionários

2.3.2 Ampliando olhares sobre os estudos de números fracionários

As constatações discutidas anteriormente sugerem que a construção do número fracionário exige um razoável período de tempo, tendo em vista que as crianças devem ter diferentes contatos com experiências que permitam a compreensão e a necessidade desse tipo de número em suas vidas. É frequentemente falado que a compreensão da divisão pelas crianças se inicia com o significado de distribuição. Mesmo crianças com 5 anos, podem dividir conjuntos de objetos em quantidades iguais, usando o simples procedimento “um-para-mim-um-para-você”, sem risco de erro. A maioria dessas crianças vai adiante, fazendo inferências sobre a igualdade dos conjuntos obtidos dessa forma.

Como afirmam Toledo e Toledo (1996), a introdução precoce do conceito de fração leva o aluno a decorar regras, sem que haja condições de compreensão. Eles também falam da importância de oferecer à criança uma oportunidade de manipular materiais variados, no início do trabalho com números racionais, em vez de ficar apenas colorindo figuras.

Percebemos, assim, que é preciso estabelecer a diferença entre o que é distribuir e o que é dividir. A partir do momento em que as crianças são levadas a se preocupar com o fato de distribuir, dependendo de quais são as variáveis envolvidas, elas se preocupam em estabelecer quantidades iguais para cada receptor. A invariável na distribuição é a correspondência termo-a-termo entre os conjuntos distribuídos, enquanto que, na divisão, as invariáveis são mais complexas: elas referem-se às relações entre o dividendo (número que

está sendo dividido), o divisor (número por que está se dividindo) e o quociente (o número resultante da divisão) – em nossa discussão não iremos incluir, além disso, a questão do resto, mas trataremos apenas de divisões exatas.

No exemplo $45 \div 9 = 5$, temos que 45 é o dividendo, 9 é o divisor e 5 é o quociente. No tocante a uma relação de distribuição, visualizar problemas de divisão envolve considerar as relações entre o número que será dividido e o número por quem se quer dividir. Neste sentido, se queremos saber qual é a compreensão das crianças acerca dessas relações, necessitamos saber se elas compreendem e entendem que existe uma relação inversa entre o número de receptores e o tamanho das partes. Em outras palavras, precisamos saber se as crianças entendem as conseqüências do tamanho de n em n -cortes, ou seja, quanto maior o número n de partes em que se divide uma unidade, menores serão os tamanhos dessas partes, e vice-versa.

Uma das questões que levaremos em consideração ao analisar a compreensão que as crianças têm de divisão, é se as crianças novas podem entender essas relações em uma situação de divisão mesmo antes de poder, no real, calcular totais de uma divisão. Até o momento estamos verificando repetidamente que as crianças compreendem relações antes que possam realmente lidar com valores absolutos; isto é verdade para medida, comparações em situações aditivas, correspondência um – para – muitos e quantidades intensivas. Laureen Resnick e Janice Singer (1993)

sugeriram a possibilidade de que as crianças raciocinem sobre relações tanto no domínio de números inteiros como no domínio de números racionais antes que possam qualificar estas relações. Portanto, começaremos a revisão dos estudos empíricos considerando como as crianças novas se desempenham em tarefas que envolvem divisão de quantidades descontínuas e contínuas antes de ter aprendido como resolver esses tipos de problema na escola (apud NUNES E BRYANT, 1997. p. 195).

Percebemos que, para compreender as frações, faz-se necessária, primeiramente, a noção de conservação de quantidade. O número de elementos de um conjunto, seja ele contínuo ou descontínuo, permanece invariável em relação a mudanças de aspectos, tais como forma ou posição.

O conceito de fração envolve uma relação parte-parte (quantidades extensivas) e uma relação parte-todo (quantidades intensivas). A relação parte-parte assegura que um todo pode ser exaustivamente dividido em partes equivalentes. A relação parte-todo assegura a compreensão de que as partes estão sempre contidas no todo e que juntas estas o compõem.

O significado parte-todo é o mais utilizado na representação dos números racionais, pois é o que melhor representa a divisão de um todo em partes iguais e em seguida “tomando-se” uma dessas partes, em um processo de dupla contagem. O ensino prossegue com a convenção do traço para representar as frações, e se passa rapidamente para os algoritmos das operações, sem que os aspectos aqui considerados, envolvendo esses números, sejam analisados e construídos.

Toledo e Toledo (1997) sugerem, para iniciarmos o estudo do conteúdo de frações, começarmos pela divisão de grandezas de natureza contínua, indicando-se o tamanho de cada porção obtida a partir da divisão, usando unicamente números fracionários em sua representação. No trabalho com grandezas de natureza discreta, além dos números fracionários, intervém ainda um número natural quantificando os elementos da coleção de cada uma das porções envolvidas, o que acarreta algumas dificuldades adicionais. Para isso, deve-se contar com o apoio do material de manipulação para o ensino, acompanhado da representação simbólica correspondente.

Temos um exemplo, a título de ilustração, dado por Toledo e Toledo.

Consideremos uma folha de sulfite que foi dividida em 4 partes iguais. Sabemos que cada parte corresponde a $\frac{1}{4}$ de toda folha. Mas se tomarmos como exemplo uma caixa com 20 canetas a ser dividida entre 4 pessoas, cada porção resultante da divisão será representada pela mesma fração $\frac{1}{4}$ (da caixa), só que, no mesmo caso, poderemos indicar o total de canetas existentes em cada quarta parte da caixa (5) (1997, p. 168-169)

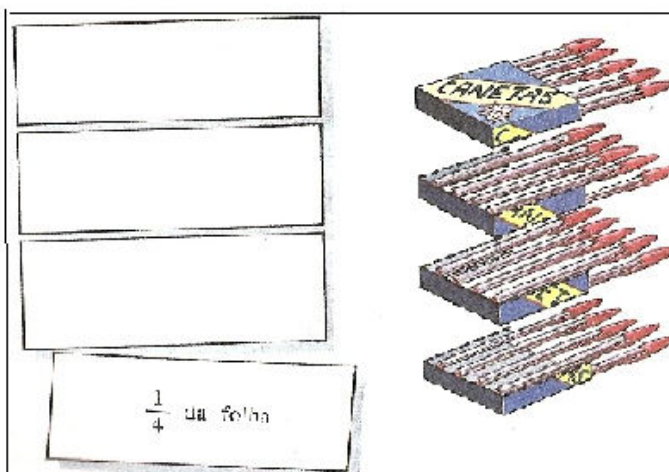


Figura 6 – Toledo e Toledo 1997, p. 169

Por este exemplo, percebemos que a representação de fração com uma parte da folha de sulfite é clara, pois é só uma fração $\frac{1}{4}$, enquanto, com as 20 canetas, temos a representação

da mesma fração $\frac{1}{4}$, mas com uma quantidade de canetas (05) em cada uma das caixas dessa representação.

Os PCN (2001) não apontam muitas orientações de como ensinar um conteúdo, indicando apenas alguns exemplos de dificuldades no ensino e também o(s) significado(s) de alguns conceitos. Segundo o mesmo modelo em relação aos números racionais, o documento ressalta uma das principais dificuldades encontradas pelos alunos: o fato de um mesmo número racional poder ser escrito de diversas maneiras, por exemplo, 0,5, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, dentre infinitas outras formas.

Toledo e Toledo (1996) sugerem que quando o professor for fazer a introdução da noção de fração, o mesmo aplique algumas atividades utilizando materiais de sucata, pois com esses materiais o aluno terá a oportunidade de experimentar, de procurar varias soluções, sem medo de errar. Com o desenvolvimento de algumas atividades na introdução com a divisão de materiais variados em partes iguais, o aluno já terá condições de representar cada parte obtida associado o símbolo $\frac{m}{n}$ ao quociente de m por n (com $n \neq 0$), levando em

consideração, tanto $m < n$, como $m > n$. Assim, $m \div n = \frac{m}{n}$ (com $n \neq 0$).

Os PCN (1997) sugerem que se introduzam as frações sem ensinar isoladamente cada interpretação sobre fração (relação parte/todo; quociente de um inteiro por outro; índice comparativo entre duas quantidades). O trabalho com os conteúdos deve se basear em diversos meios que não apenas o livro didático, como jogos e atividades investigativas, porém pouco se vê dessa prática pedagógica em nossas escolas.

Para Ribeiro Filho (2008), a prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo como, por exemplo, o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais, usando figuras do livro ou desenhadas no quadro pelo professor.

Depois que os alunos conseguirem dominar a representação de fração ($\frac{m}{n}$, com $n \neq 0$) o professor poderá sugerir varias atividades aplicando os conceitos estudados conseguindo, assim, deixar o aluno apto para estudar as comparações de frações de mesmo numerador ou denominador, o que deve ser trabalhado, mais uma vez, com o apoio de materiais concretos, para que o aluno não se prenda só aos critérios relativos aos números naturais. Nessa comparação, as frações devem se referir a partes de um mesmo inteiro e a resolução de

situações-problema deve ser feita com o auxílio da sua representação por meio de desenho ou de um dos materiais já descritos para facilitar a compreensão desse conteúdo.

Correa, *apud* Nunes e Bryant (1997), realizou uma série de estudos sobre a compreensão de crianças novas a respeito das conseqüências do tamanho de n em um n -corte no qual os resultados da distribuição de doces entre números diferentes de receptores deveriam ser antecipados pelas crianças. Essas crianças estavam em três faixas etárias (5, 6 e 7 anos) e foram entrevistadas individualmente em suas escolas em Oxford, na Inglaterra. Foi-lhes proposta uma série de situações nas quais o mesmo número de doces deveria ser compartilhado independentemente para coelhos freqüentando cada uma de duas festas diferentes. A pergunta feita para as crianças foi: os coelhos em uma festa vão receber o mesmo número de doces que os coelhos na outra?

Correa trabalhou com coelhos de pelúcia pequenos, com cestinhas sobre as costas, nas quais colocava os doces. A mesma tomou precauções, de modo que as crianças não podiam ver quantos doces ela estava colocando na cesta de cada coelho. Diante destas precauções metodológicas, não houve ambigüidade a respeito do que tratavam as respostas das crianças, uma vez que estas não poderiam ser baseadas em informações perceptuais. Elas tinham que antecipar os resultados da distribuição, apenas realizando operações mentais.

Esses estudos destacam que a compreensão de frações implica a construção de certos invariantes na organização das ações do sujeito:

1. uma divisão eqüitativa das partes – o todo precisa ser dividido em partes iguais para que cada parte seja considerada uma fração;
2. o esgotamento do todo – a impossibilidade da existência de remanescentes quando se completa o todo;
3. a relação entre o número de partes e o número de cortes necessários para obter as partes – para dividir um todo contínuo em três partes iguais serão necessários apenas dois cortes;
4. a relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido – quanto maior o número das partes, menor o tamanho de cada parte; e
5. a soma de todas as partes constituídas a partir do todo é igual ao todo inicial (princípio da invariância) – com a divisão do todo em partes, a unidade não é alterada.

Nunes e Bryant (1997) realizaram uma investigação com crianças, para as quais foram propostos dois tipos de problemas, com estruturas semelhantes ao de Correa, citado anteriormente: no primeiro problema, o número de coelhos era o mesmo em ambas as festas; no outro, o número era diferente. Para cada um dos itens as crianças foram solicitadas a

indicar se os coelhos receberam o mesmo número de doces, em ambas as festas e, se não, em que festa os coelhos receberam mais doces.

A hipótese dos pesquisadores era que o segundo tipo de problema seria significativamente mais difícil, porque requer uma compreensão da relação inversa entre o divisor e o quociente. Seus resultados confirmaram suas expectativas: havia uma diferença significativa no nível de dificuldade dos dois problemas. Aproximadamente metade das crianças de 6 anos e a maioria das de 7 anos poderia entender o efeito do tamanho de n em situação n -corte e poderiam raciocinar sobre a relação inversa entre quociente e divisor, mesmo que não soubessem como calcular os totais de uma divisão.

Nunes e Bryant (1997) sugerem que existe uma relação entre divisão e frações, que fica especialmente clara quando pensamos em um tipo de problema que recém descrevemos, mas se substituímos por quantidades contínuas a serem distribuídas em situações do cotidiano das crianças os conjuntos formados por objetos como, por exemplo, festas, o resultado da divisão será uma fração. Esta conexão não é acidental, faz referência a uma análise matemática de números racionais feita por Kieren (1988; 1994), que sugere serem as frações números produzidos por divisões e, portanto, números do campo dos quocientes.

Quanto ao significado de quociente, este envolve à ideia de partição. Para Santos (2005), o quociente representa o tamanho de cada grupo, quando se conhece o número de grupos que se pretende formar. Quando a fração está associada à ideia de transformação, ampliação e redução, esta assume o significado de operador multiplicativo, que é muito comum em situações-problema.

Diante dessa reflexão, os pesquisadores que realizaram investigações sobre o tema argumentam que deveremos buscar a origem da compreensão das crianças do conceito de frações, em contextos que propiciem situações de divisões. A ação de dividir ao meio ou “cortar”, torna possível responder à pergunta “quanto?” de uma forma nova. Quando obtemos um número através de divisão, há sempre uma relação dupla a ser considerada: há uma referência a uma unidade e uma referência do tamanho de n no n -corte: quanto maior o tamanho de n , menor é o valor para a resposta à pergunta “quanto?”.

Uma questão merece destaque: será que as crianças mais novas são capazes de entender a relação inversa entre o tamanho de n no n -corte com quantidades contínuas, assim como fazem no contexto da divisão dos conjuntos, quando são solicitadas a trabalhar barras de chocolates em vez de conjuntos de doces sendo distribuídos?

Existem incertezas sobre a resposta a esta questão, infelizmente, e nenhuma que compare diretamente a compreensão das crianças acerca das relações em divisão com

quantidades discretas e contínuas. Entretanto, um estudo provê uma resposta inicial à pergunta. Neste sentido, Nunes e Bryant (1997), comentando Despina Desli, destacam que este autor.

realizou uma investigação com crianças de 6, 7 e 8 anos de escolas estaduais em Thessaloniki, onde as situações-problema foram semelhantes às do estudo de Correa (1995), só que as festas foram para crianças e a distribuição foi de barras de chocolate. As crianças foram solicitadas a dizer se, nas duas festas, as crianças receberiam a mesma quantidade de chocolate, ou se as mesmas em um evento receberiam mais do que as outras, mantendo o número de chocolates constante e variando o número de crianças entre as festas, e vice-versa (p.197).

Neste último estudo (de Desli), as crianças tiveram desempenho tão bom com a situação envolvendo quantidades contínuas, quanto às crianças no estudo anterior (de Correa) tiveram ao resolver problemas com quantidades discretas.

Para os autores (1997),

Nenhuma comparação direta entre os estudos é possível por duas razões. Primeiro, elas foram executadas com dois grupos de crianças que poderiam diferir: um grupo de crianças era de Oxford e o outro, de Thessaloniki. Segundo, o estudo de Desli inclui apenas dois itens diretamente comparáveis aos do trabalho de Correa, e, desta maneira, ela não pode investigar se o desempenho das crianças individuais foi significativamente acima do nível de acaso (p. 197).

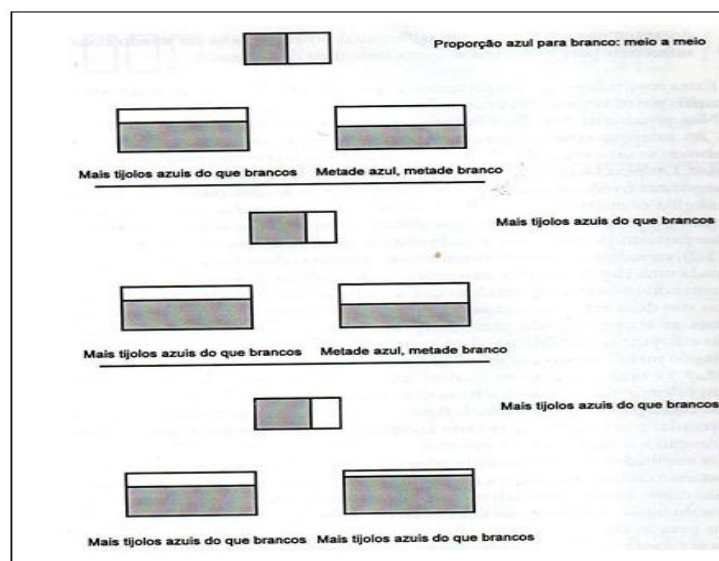
Para Nunes e Bryant (1997), os problemas de divisão, associados ao modelo quotativo constituem uma aquisição posterior à compreensão das mesmas relações em problemas partitivos. Eles consideram que nos problemas de divisão partitiva, pode-se distribuir a totalidade utilizando a correspondência termo-a-termo e nas situações de divisão quotativa precisa-se construir cada quota em sucessão, envolvendo a relação inversa entre o quociente e divisor. Ou seja, procura-se quantas vezes uma parte cabe na outra e, neste sentido, a divisão quotativa torna-se mais complexa que a divisão partitiva, principalmente quanto às formas de apresentação e representação nos problemas, sendo pouco explorada no contexto escolar.

A comparação feita da compreensão das crianças acerca de relações inversas entre o quociente e divisor em situações partitivas e em situações quotativas, sem quantificação, demonstrou um desempenho significativo nos problemas envolvendo mesma quota, com índice de acerto próximo a 100%, muito superior aos resultados obtidos com problemas relativos a quotas diferentes.

As crianças precisam não só quantificar quantidades descontínuas, mas aprender a contar e usar procedimentos de contagem apropriados para a situação. De acordo com Nunes e Bryant (1997), Piaget e colaboradores enfatizaram as relações de transitividade como ponto de partida para medida, e as relações parte-todo como o ponto de partida para a compreensão de frações. Para eles, mesmo antes que as crianças possam começar a entender a relação parte-todo, elas são capazes de usar um tipo mais elementar de relação em suas primeiras ações com quantidades contínuas em frações, isto é, relação parte-parte, se uma quantidade contínua é dividida em apenas duas partes. Neste caso, pode-se julgar facilmente se uma parte é maior que a outra.

As relações “maior/menor do que” e “igual”, segundo Piaget, citado por Nunes e Bryant (1997), poderiam ser as primeiras relações lógicas usadas no conhecimento da quantificação de frações. Como elas devem ser usadas em situações nas quais o todo é dividido em duas partes, a divisão em “metades” teria um status especial nas origens da quantificação das frações, pois o “limite do meio” define se duas partes são iguais ou se uma é maior que a outra.

A fim de investigar o papel do “limite do meio” no desempenho das crianças, três condições experimentais foram criadas. Em uma condição (para as tarefas *metade*), trabalhava-se com duas caixas de tijolos, nas quais metade dos tijolos era azul e a outra metade, branca. Na segunda condição (para as tarefas *cross-half*) os valores cruzaram a metade da fronteira: uma caixa tinha mais tijolos azuis do que brancos e a outra tinha mais brancos do que azuis. Na terceira condição (as tarefas *dentro da metade*), ambas as caixas tinham mais tijolos azuis do que brancos (ver figura 7).



(FIGURA 7. Fonte: Spinilo e Bryant apud Nunes e Bryant, 1997. p. 203.)

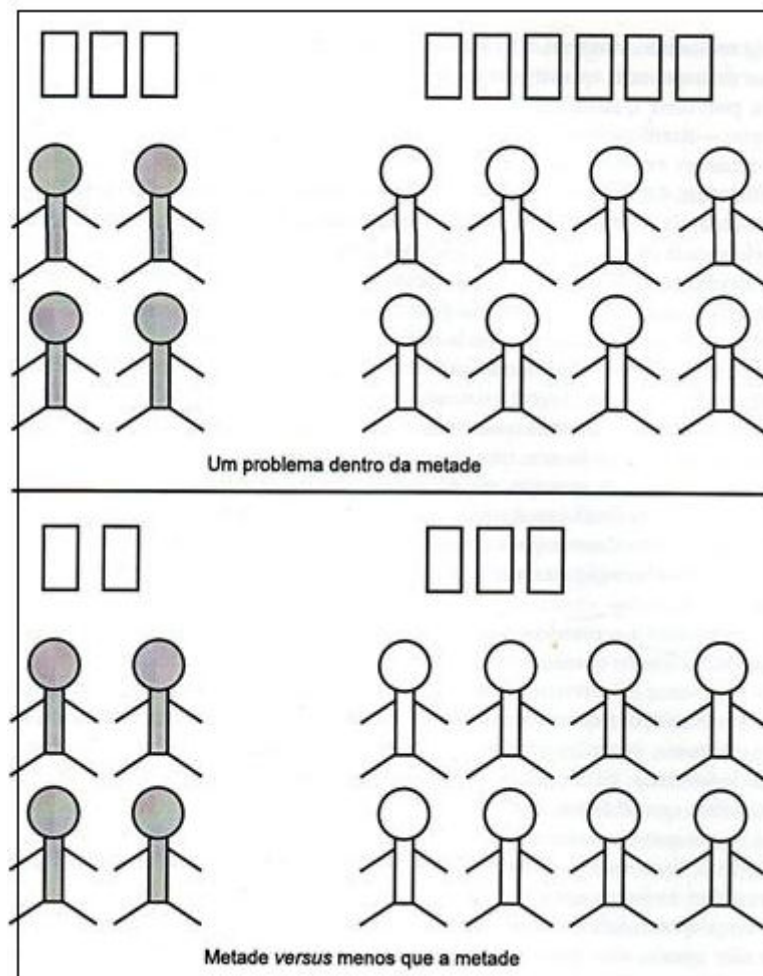
O resumo dos resultados desse exemplo é o seguinte: houve progressão significativa no número médio de respostas corretas por faixa etária; o melhor desempenho das crianças foi nas tarefas em que podiam usar o “limite do meio” para fazer julgamentos; menos da metade das crianças de 5 anos, aproximadamente metade de 6 anos e a maioria das de 7 anos, teve desempenho significativamente acima do nível do acaso nas tarefas em que o “limite do meio” podia ser usado como uma referência para comparar a figura com uma das caixas.

Em estudo posterior, Despina Desli *apud* Nunes e Bryant (1997, p. 204), “investigou adicionalmente o papel do “limite do meio” em quantificar frações examinando situações parte-todo”. Esse estudo foi realizado em Thessaloniki (segunda maior cidade da Grécia) com crianças entre 6 e 8 anos de escolas públicas, onde as mesmas resolveram uma série de itens em uma tarefa nova, envolvendo relações parte-todo. Elas foram informadas de que havia duas festas e que, em cada uma, uma determinada quantidade de barras de chocolate era dividida igualmente entre as crianças presentes. Essa tarefa envolvia julgar se as crianças nas duas festas receberiam a mesma quantidade de chocolate e, se não, em qual festa as crianças receberiam mais.

Nunes e Bryant (1997), também nos relatam que:

Três condições semelhantes às usadas por Spinilo e Bryant foram criadas: duas condições nas quais as crianças poderiam usar o “limite do meio” como uma referência para fazer seus julgamentos (os itens metade e *cross-half*) e uma condição na qual o “limite do meio” não era uma boa referência para um julgamento correto (os itens dentro da metade). Um item-amostra de cada uma das condições é apresentado na figura 8.5; as crianças nas festas diferentes foram representadas por bonecos de recortes codificadas com cores por festa para facilitar a comunicação e o registro das respostas. (p. 204).

Os resultados apontaram que todas as crianças tiveram o nível máximo de desempenho quando o “limite do meio” podia ser usado como uma referência para seus julgamentos, levando-os a não cometerem erros. Quando o “limite do meio” não podia ser usado como referência, as porcentagens de respostas corretas para as crianças de 6, 7 e 8 anos foram, respectivamente de 40%, 60% e 75%. Apenas as de 8 anos, como grupo, tiveram nível de desempenho significativamente melhor do que o nível de acaso. Desli foi capaz de mostrar que o “limite do meio” desempenha um papel importante na quantificação de relações parte-todo, assim como nas relações parte-parte.



(Figura 8. Fonte: Delis *apud* Nunes e Bryant, 1997 p. 205)

Os estudos relatados indicam que crianças de 6 e 7 anos começam a desenvolver uma compreensão das relações inversas entre o quociente e o divisor em situações de divisão. Elas podem fazer julgamentos usando estas relações quando o dividendo consiste tanto em materiais descontínuos como contínuos mostrando, assim, um conhecimento emergente de relações entre frações de unidade. Elas podem também resolver problemas de divisão quantitativa simples sobre quantidades descontínuas, manipulando materiais concretos nas formas que demandam antecipação ou estruturação da situação, e vão além da simples realização de rotinas que podem ter sido observadas na vida cotidiana. Finalmente, estes estudos indicam uma via que permite as primeiras tentativas de quantificar cortes com quantidades contínuas: a divisão do todo em duas partes.

Quando as partes são iguais, elas podem pensar em termos de igualdade; quando elas são diferentes, elas podem usar sua compreensão de relações “maior/menor do que” para resolver problemas parte-parte. Nos problemas parte-todo, não apenas as crianças são muito

mais bem-sucedidas em resolver problemas quando elas podem confiar na noção de metade, mas elas também usam a metade para simplificar problemas e obter uma solução correta através da quantificação.

Nunes e Bryant (1997) destacam que a compreensão inicial do conceito de metade favorece o estabelecimento das conexões entre os aspectos extensivos e intensivos do número racional podendo, inclusive, ser considerado um referencial importante para as crianças iniciarem a quantificação de frações.

Considerando o que foi até então apresentado, é possível supor que o referencial de metade seja uma âncora que possa facilitar a resolução de operações de adição de frações por parte de crianças. Esta possibilidade é examinada na investigação realizada por Lima e descrita por Nunes e Bryant (1997). Lima, trabalhando com crianças brasileiras, reproduziu e expandiu as investigações de Piaget fazendo as crianças trabalharem tanto com quantidades descontínuas como com contínuas, fazendo-lhes perguntas de equivalência nas quais o próprio pesquisador fez cortes nos conjuntos ou áreas para assegurar que uma divisão precisa foi efetuada.

Ele tinha três metas em seus estudos: (1) investigar a habilidade das crianças de comparar partes do mesmo todo (parte extensivo) sem apoio perceptual, com base apenas no processo de divisão (aspecto intensivo); (2) investigar a compreensão das crianças sobre equivalência, envolvendo partes de diferentes tamanhos e números (por exemplo, $1/2$ e $2/4$); (3) contrastar o desempenho das crianças na divisão de conjuntos, com seu desempenho em tarefas sobre frações de quantidades contínuas.

A investigação sobre divisão com quantidade descontínua envolveu uma série de comparações, começando com dois conjuntos de bolinhas de gude com o mesmo número de elementos, que foram colocadas em pequenas xícaras brancas pelas crianças. As crianças sabiam o número de elementos presentes nas xícaras no começo da ação; elas não podiam ver as bolinhas de gude após elas terem sido colocadas nas xícaras, mas teriam permissão para olhar dentro, se desejassem.

Depois das crianças verificarem que o número de elementos era o mesmo em duas xícaras brancas, o conteúdo de uma delas foi dividido em dois, com as bolinhas sendo colocadas em duas xícaras azuis. As crianças foram então solicitadas a comparar a quantidade de bolinhas nas duas xícaras azuis com as da segunda xícara branca, que continha a mesma quantidade de bolinhas da primeira, antes da divisão.

Na tarefa seguinte, o procedimento inicial foi semelhante ao descrito anteriormente e o conjunto não dividido foi agora dividido em duas xícaras azuis e divididos novamente em

dois, cada uma das quartas partes sendo colocada em uma xícara vermelha. Finalmente, as crianças foram solicitadas a comparar os subconjuntos contidos em uma xícara azul e uma vermelha, e em uma xícara azul e duas vermelhas. Depois das perguntas de comparação, as crianças eram solicitadas a justificar suas respostas e também indagadas sobre quantas xícaras de cada uma das cores eram necessárias para formar uma coleção inteira.

Um conjunto semelhante de tarefas foi colocado no contexto de quantidades contínuas. Havia dois todos iniciais idênticos, que foram subsequenteiramente divididos de acordo com o esquema apresentado na figura 7. Em contraste com as quantidades descontínuas, as quantidades contínuas foram sempre visualmente apresentadas às crianças, mas isso não tornou a situação mais fácil, pois as partes, embora representando o resultado do mesmo processo de divisão, eram perceptualmente distintas.

Nunes e Bryant afirmam que Lima trabalhou com crianças brasileiras na faixa etária aproximada de 7 a 13 anos e sabemos que o uso da linguagem fracionária é introduzido no 3º ou 4º Anos do Ensino Fundamental, quando as crianças têm idades entre 10 e 11 anos. A equivalência de frações é trabalhada no 5º ou 6º Anos do Ensino Fundamental, com alunos de idades entre 12 e 13 anos. Os resultados em termos de níveis de idade, portanto, não serão comparáveis aos obtidos em Genebra por Piaget e colaboradores. O foco de interesse dos estudos reside nos processos que levam à compreensão de equivalências.

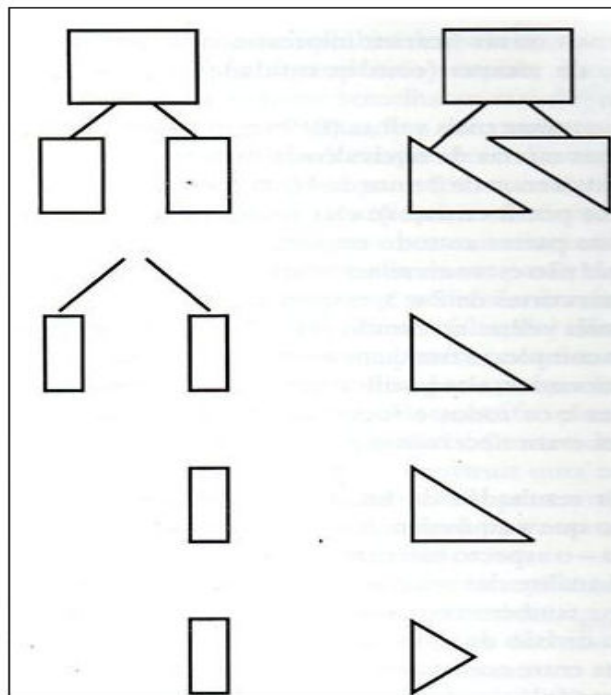


Figura 9. FONTE: Lima apud Nunes e Bryant, 1997. p. 209)

Com relação à compreensão envolvendo as mesmas frações do todo, Lima observou que as crianças entre 7 e 8 anos, foram facilmente “desencaminhadas” pela aparência das partes das quantidades contínuas e negaram a equivalência de metades com aparências diferentes do todo. Elas não mostraram conservação do todo quando ele foi dividido em partes diferentes e negaram que duas metades e quatro quartos formariam o mesmo todo.

De acordo com esses estudos, e sabendo que as crianças na idade de cursar o segundo ciclo do Ensino Fundamental possuem um certo conhecimento informal de quociente, como dividir e/ou repartir, a “falha” de entendimento decorre do desenvolvimento de “campos significativos” distintos que permanecem estanques. Essa “impossibilidade” de comunicação fica em destaque no importante exemplo desenvolvido para a compreensão da equivalência de frações e que os pesquisadores chamam de “compreensão das equivalências em cortes sucessivos”.

Crianças ligeiramente mais velhas [do que 7-8 anos] já tiveram sucesso em julgar a equivalência de duas metades que pareciam diferentes e de duas metades divididas em um número diferente de partes. Elas justificaram seus julgamentos da igualdade das duas metades de aparência diferente através de referência ao todo. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 209).

[...]os resultados que revisamos até o momento são bastante consistentes em termos de via desenvolvimental que eles indicam para a compreensão de números racionais. Os números racionais parecem ser entendidos como o resultado de divisões sucessivas compostas de quantidades contínuas. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 211)

Mas, diante do exposto, o que se pode esperar? As crianças realizam tarefas com frações e daí se conclui que há um certo entendimento dos números racionais. Na verdade, as crianças poderiam ter uma idéia do que sejam os números racionais a partir das tarefas que lhes fossem propostas e nas quais utilizariam uma idéia de fração que caracteriza número. Porém, isto não acontece na maioria das escolas, que não trabalham a fração como divisão, o que possibilitaria representar, por exemplo, $\frac{1}{4}$ como 0,25. Os autores têm consciência de que há algo estranho ocorrendo e afirmam:

Pintamos um quadro um tanto otimista da compreensão dos alunos de números racionais à luz das pesquisas revisadas nas duas seções anteriores. No entanto, isso contrasta fortemente com o que escrevemos no início do capítulo, quando apontamos fragilidades no conhecimento de equivalência e uso de linguagem fracional de crianças de 12 anos. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 211)

A percepção do problema é clara: “como deveria a instrução proceder de modo que a aprendizagem dos alunos de representações simbólicas de números racionais fosse conectada desde o início a sua compreensão das situações?” (NUNES e BRYANT, 1997, p. 213).

É perceptível que as crianças não entendem o conceito de número racional, apesar disso, não se questiona se é possível estabelecer uma conexão entre aquilo que é ensinado a elas - como a linguagem e representações -, e aquilo que a comunidade (matemáticos, professores, educadores em geral) entende por número racional. Para os autores, dentre as soluções apresentadas, todas parecem buscar um “mecanismo de passagem” entre a notação fracionária e a forma m/n entendida como divisão. Essa passagem parece “simples” tendo-se em conta que a fração $\frac{1}{2}$ e o número $\frac{1}{2} = 0,5$ já estão “dados” com a mesma representação e as atividades parecem “associar” isso claramente. Tal mecanismo não existe, pois a fração (relação parte-todo) é apenas uma forma de representação, não um número, e muito menos um número racional, como lembram.

Os autores têm clara a dificuldade nas conclusões do seu artigo, afirmando que,

[...] a discrepância entre a compreensão das crianças de divisão e números racionais fora da escola e seu conhecimento de representações ensinadas na escola foi considerada. No presente, uma explicação plausível [...] poderia originar-se do modo como a linguagem fracional é introduzida: como um procedimento de simples contagem dupla em situações estáticas de parte-todo. (NUNES e BRYANT, 1997, p. 216),

Para eles, quando os alunos são levados a resolver problemas usando seu conhecimento cotidiano e representações simbólicas, eles podem usar esse conhecimento para resolver problemas mais complexos. Essas abordagens da exploração das frações indicam um ponto de partida diferente para a instrução: em vez de aprender linguagem fracional em conexão com representações estáticas parte-todo, eles deveriam ser engajados na resolução de problemas de divisão com quantidades contínuas, nas quais ambas as variáveis são explicitamente representadas, a quantidade a ser distribuída e o número de receptores.

Nunes e Bryant (1997) sugerem que não se trate mais de frações com as crianças, pelo menos no sentido que implica em dupla contagem de figuras divididas. Além disso, ao indicar o modo como acham que estas crianças deveriam aprender os números racionais, colocam ênfase em “problemas de divisão”, de uma maneira tal que seja imposto pensar nas *duas* variáveis, ou seja: tanto a “parte de baixo”, quanto a “parte de cima” na representação fracionária seriam “números”, ao invés do que ocorre com a representação parte-todo, em que a “parte de baixo” apenas indica “um nome”.

Na comparação entre frações, uma vez que os alunos estão habituados com desigualdades como $3 > 2$, terão que compreender uma desigualdade que para eles parece contraditória, como $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.

Começando a trabalhar com as operações com números fracionários, a proposta de Toledo e Toledo (1996) é que o professor utilize material concreto para facilitar o aprendizado do aluno sem o uso das regras, na construção de cada algoritmo, começando pelos casos mais simples nas operações.

2.3.3 As operações envolvendo frações

Na adição e subtração, de acordo com Toledo e Toledo (1997), os casos mais adequados para sua introdução são aqueles nos quais as frações têm denominadores iguais o que, normalmente, não apresenta complicações na compreensão por parte dos alunos. Quando os denominadores são diferentes, temos que fazê-los entender que as partes consideradas têm nomes diferentes e, nesse caso, é necessário transformá-las em outras equivalentes, ou seja, que apresentem o mesmo denominador.

Depois de várias atividades aplicadas pelo professor, os alunos vão descobrindo a regra para a adição e subtração com frações. “Somam-se (ou subtraem-se) frações com denominadores iguais, conservando-se os denominadores e somando-se (ou subtraindo-se) os numeradores” (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p. 183).

Com a resolução de vários problemas envolvendo essas operações com frações em diversas situações, o aluno estará preparado para resolver problemas mais complexos. Para resolver adições como $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, a sugestão dada pelos autores é que utilizemos tiras de papel cartão para representar e comparar os “terços” e os “meios” do inteiro, como ilustrado na figura 10.

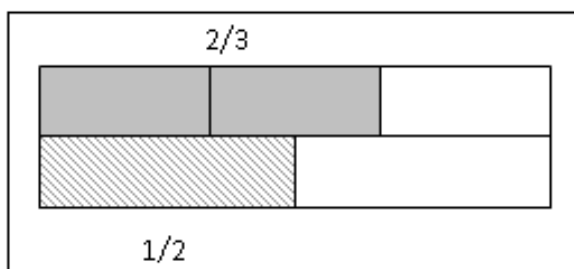


Figura 10. Representação da comparação entre frações

Na comparação é fácil perceber que não há coincidência entre as divisões, devendo-se, então, procurar que divisões intermediárias da unidade coincidem com as repartições das duas anteriores, isto é, procurar as frações que lhes são equivalentes, como ilustrado na Figura 11.

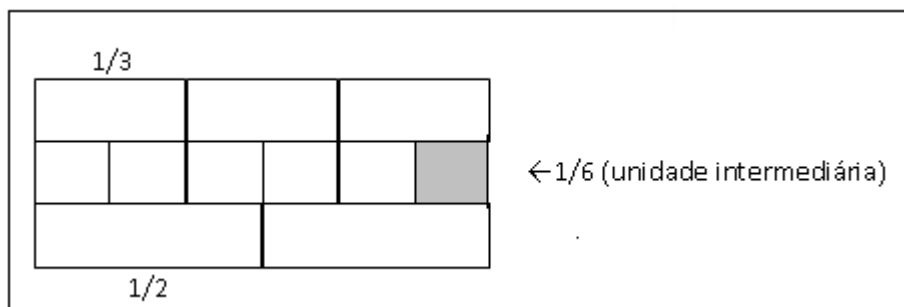


Figura 11. Indicação da “fração intermediária”.

Neste exemplo, o professor poderá pedir ao aluno que apontem outras possibilidades, como: “sexto” do inteiro; “doze avos” do inteiro; “dezoito avos” do inteiro; entre outras. Com a subtração, os autores também sugerem a utilização das tiras ou cartões.

Depois que o aluno aprende a trabalhar com situações como o exemplo dado, ele descobrirá que o número fracionário correspondente a cada parte da tira intermediária é sempre um *múltiplo comum* do número de partes de cada uma das tiras que estão sendo comparadas. Partindo dessa observação, conclui que é mais prático escolher o menor múltiplo comum, ou seja, o mínimo múltiplo comum (MMC) e, aos poucos, ele percebe que é desnecessário o manuseio de materiais para a resolução de situações-problema, e vai compreendendo a clássica regra para “reduzir as frações ao mesmo denominador”, afirmam Toledo e Toledo (1997).

Não há um modo único ou totalmente eficiente de se “ensinar” a resolver essas atividades. Para Bertoni (2008), as situações aditivas e subtrativas deverão ser apresentadas aos alunos para que as resolvam por estratégias próprias, calcadas em sua compreensão do número fracionário. Os registros também devem ser inicialmente livres, usando palavras, desenhos, esquemas, com ou sem símbolos numéricos, fundamentadas na compreensão das quantidades fracionárias e de suas relações. As situações e problemas propostos devem considerar o campo conceitual aditivo-subtrativo, do mesmo modo como foi feito com os números naturais. Essas atividades visam consolidar a idéia de frações e números fracionários, por meio de seu uso em situações do cotidiano, que exigirão reflexão sobre o significado das partes que aparecem nas situações e nos números associados a elas.

Na multiplicação com números fracionários, podemos associar a idéia de parte-todo às concepções de operador e de medida. Começamos multiplicando um número natural por um número fracionário, empregando o conceito da multiplicação conhecido pelo aluno, ou seja, o de soma de parcelas iguais, o que é simples quando se tem um inteiro multiplicando uma fração, como no exemplo seguinte: $3 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$

Quando a multiplicação envolve dois números fracionários, o aluno se depara com uma mudança de significado. Até então, trabalhara com a adição de parcelas iguais, envolvendo naturais ou frações, que levavam a resultados maiores do que o valor inicial (o multiplicando). Ao multiplicar números naturais, o resultado obtido é sempre maior ou igual a qualquer um dos números envolvidos, agora ele estranha que o resultado da multiplicação possa ser um número menor que cada fator, como diz Toledo e Toledo (1997). De acordo com Toledo e Toledo, (1997, p. 194),

[...] a indicação que já vem sendo utilizada em situações ligadas à multiplicação, ou seja, com a utilização da preposição de:

- 5×4 representa 5 grupos **de** 4;
- 3×5 representa o triplo **de** 5;
- $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ representa $\frac{1}{2}$ **de** $\frac{3}{5}$, ou metade **de** $\frac{3}{5}$;
- $\frac{2}{3} \times 15$ representa $\frac{2}{3}$ **de** 15.

Ao trabalhar com porcentagem, usaremos ainda:

$$\frac{15}{100} \times 40 \text{ representa } 15\% \text{ **de** } 40$$

Como vimos na citação de Toledo e Toledo, o uso de regras práticas não é ineficiente, o que é criticado é a sua apresentação precoce, sem que o aluno tenha construído o significado delas, pois o aluno deve saber como chegar a essas regras.

Das quatro operações a divisão é a que mais apresenta dificuldade para a compreensão dos alunos, desde o estudo com os números naturais. No entanto, acreditamos ser possível dar algum significado para a operação de divisão com números fracionários a partir da mobilização de conhecimentos anteriores, como a ideia de medida, isto é, da relação de “quantos cabem”. Nessa operação, é necessário dar condições para que o aluno perceba que a regra operatória da divisão é semelhante à da multiplicação.

O primeiro caso envolve a divisão de um número natural por um número fracionário, de preferência com numerador igual a um. Nesse caso, o recomendado é explorar a idéia de medir, ou seja, por meio do questionamento acerca de quantas vezes o número fracionário indicado cabe no número natural. Quando o numerador é diferente de um, é preciso cuidado na escolha dos números, para não tornar a resposta complicada, alertam Toledo e Toledo.

Já no segundo caso, da divisão de um número fracionário por um número natural, a ideia usada é repartir igualmente as frações em tantas partes quantas forem indicadas pelo divisor, verificando a fração correspondente do inteiro, depois que a divisão é realizada, como mostra o exemplo. Se repartirmos igualmente $\frac{1}{3}$ de uma barra de doce entre 2 pessoas, que parte da barra de doce cada uma receberia?

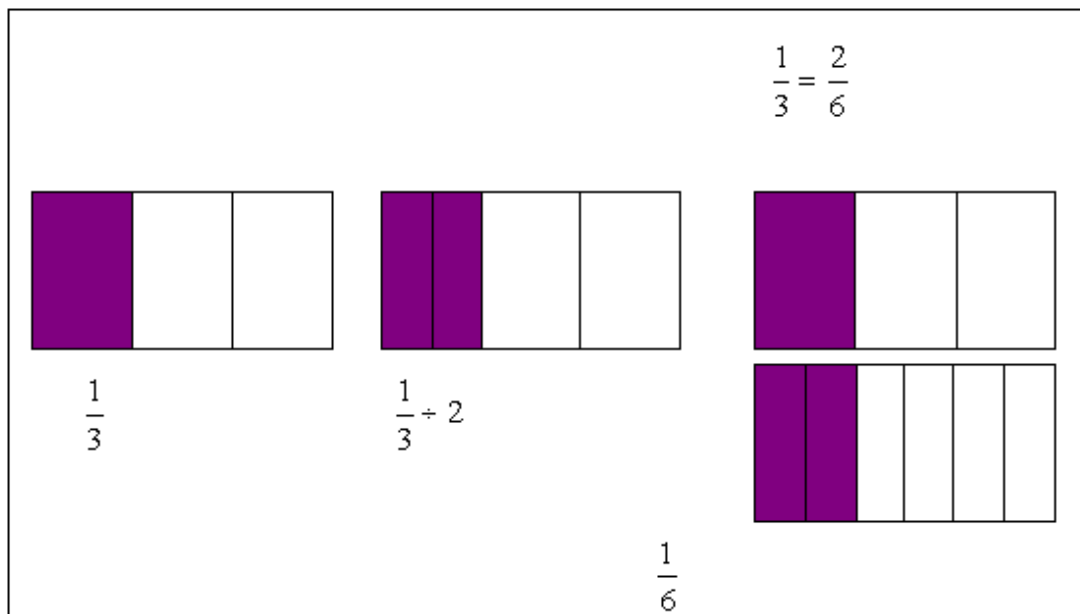


Figura 12 – Representação de uma divisão de uma fração por um natural

Nesse exemplo estamos fazendo a comparação das “tiras de terço” com a “tira de sexto”, isto é, cada pedaço vale $\frac{1}{6}$ do doce. Logo $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$.

Vejamos agora, o exemplo: “Quantos $\frac{1}{3}$ cabem em $\frac{1}{2}$?” (ou seja, qual o resultado da divisão de $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$?).

Com o auxílio de um retângulo, vamos mostrar que $\frac{1}{3}$ cabe uma vez e meia na metade do retângulo, isto é $\frac{3}{2}$. Logo se conclui que $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$.

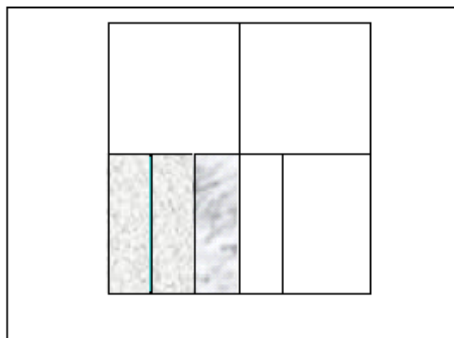


Figura 13- Representação da divisão $1/2 : 1/3$.

Percebemos, assim, a necessidade de encontrar frações equivalentes de mesmo denominador e, então, como o denominador será sempre igual à unidade, o quociente dos denominadores será a fração procurada: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \div \frac{2}{6} = \frac{3}{2}$. Ou $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{1 \times 2}$.

Com exemplos como esse, espera-se que os alunos percebam alguma regra operatória para a divisão de números racionais, seja a dos quocientes, utilizando a transformação das frações em equivalentes de mesmo denominador, seja o *produto em cruz*, multiplicando a primeira fração pelo inverso da segunda. O importante é o professor criar uma quantidade suficiente de situações que lhes permitam compreender essa operação, e que não seja a regra convencional a única maneira, pois, se é assim, nem faria sentido a utilização de figuras para esse fim. As regras podem ser apresentadas posteriormente no trabalho com frações algébricas, por meio de generalizações e sistematizações. Antes disso, é importante a utilização de outros processos a fim de possibilitar a construção de significado para essa operação.

Bertoni (2008) afirma que as situações multiplicativas e de divisão têm que ser resolvidas por métodos próprios e registros livres, fundamentados na compreensão das quantidades fracionárias e de suas relações. Do mesmo modo como ocorre com a soma e a subtração, algumas situações multiplicativas e de divisão poderão ser trabalhadas nessa fase de escolaridade.

O ensino de frações deve utilizar seus vários significados e vincular o assunto ao cotidiano do discente, despertando o seu interesse e tornando esse processo mais eficiente e agradável. É possível que alguns professores questionem justamente essa necessidade de ensinar frações. Podem perguntar se, com o advento da computação e o uso das calculadoras, não seria melhor dar ênfase maior nos números decimais e abandonar um pouco as frações. Em nosso entendimento, ambos os tópicos são fundamentais e não devem ser menosprezados. Os decimais estão presentes no cotidiano de maneira inegável, a exemplo da Matemática

Financeira, mas a beleza e as facilidades oriundas da aplicação dos conceitos de fração também se destacam. Além disso, os conhecimentos relativos às frações são indispensáveis para a construção dos conceitos de razão, proporcionalidade e porcentagem, entre outros.

Os aspectos discutidos no corpo deste trabalho contemplam apenas uma parte da imensa gama de possibilidades para o estudo de números fracionários. Por isso, afirmamos aos interessados que muitos frutos podem ser colhidos de revisões e debates sobre o assunto. Afinal, no ensino de Matemática, mesmo os temas aparentemente simples, como as frações, permitem inúmeras abordagens e incursões. Neste aspecto é que reside o valor do trabalho de um docente verdadeiramente comprometido com a constante reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem.

2.4. FORMAÇÃO DOCENTE, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DA FRAÇÃO

Sabemos que, durante muito tempo, a formação inicial foi considerada suficiente para a preparação do indivíduo para toda a sua vida profissional. Contudo, o avanço do conhecimento, em especial nas últimas décadas, e o seu inter-relacionamento com a atuação profissional, trouxe à tona a necessidade de atualização e de aprimoramento constante também, ou talvez principalmente, para quem atua na educação. A formação continuada de professores é vista como importante condição de transformação das práticas pedagógicas. Nos cursos de formação de professores, em geral, há falta de ciência das especificidades dos campos de atuação dos educadores.

Segundo Pimenta (1999), cabe ao professor fazer a “mediação nos processos constitutivos da cidadania dos alunos, para o que concorre a superação do fracasso e das desigualdades escolares” (p.15). Uma formação inicial e continuada de professores, com qualidade, apresenta-se como um importante desafio, pois se constitui como um caminho e meio para transformar as relações sociais, diminuir suas grandes diferenças e possibilitar formação com melhor qualidade, embora não caiba apenas ao docente a responsabilidade de transformação da realidade que o cerca.

Repensando essa formação a partir da análise da prática pedagógica, Pimenta (1999) identifica o aparecimento da questão dos saberes como um dos aspectos considerados nos estudos sobre a identidade da profissão do professor. Parte da premissa de que essa identidade é construída a partir:

[...] da significação social da profissão; da revisão constante dos significados sociais da profissão; da revisão das tradições. Mas também da reafirmação das práticas consagradas culturalmente e que permanecem significativas. Práticas que resistem a inovações porque preches de saberes válidos às necessidades da realidade. Do confronto entre as teorias e as práticas, da análise sistemática das práticas à luz das teorias existentes, da construção de novas teorias. (PIMENTA, 1999, p. 19).

Por isso, resgata a importância de se considerar o professor em sua própria formação, num processo de auto-formação, de reelaboração dos saberes iniciais em confronto com sua prática vivenciada. Assim, seus saberes vão se constituindo a partir de uma reflexão sobre a prática. Essa tendência reflexiva vem apresentando-se como um novo paradigma na formação de professores, sedimentando uma política de desenvolvimento pessoal e profissional dos professores e das instituições escolares.

Ao falar em desenvolvimento profissional de professores, o ensino não pode estar centrado apenas no conteúdo a ser ensinado, deve envolver também os aspectos sociais, políticos nos quais o processo está ocorrendo. O professor precisa dispor de tempo e apoio para pesquisar e encontrar meios de mudar o atual quadro em que se encontra a educação, em especial o ensino de Matemática. Para isso, é necessária uma reestruturação dos cursos e, principalmente, a mudança de concepção dos professores formadores em relação ao professor que pretende formar, em função das novas exigências postas à profissão docente e, assim, poder formar profissionais mais engajados e realmente preocupados com as modalidades de ensino no nível em que atua.

Entendemos que o professor é um profissional que detém saberes de variados matizes sobre a educação e tem como função principal educar crianças, jovens e adultos. Por isso, o “saber profissional” que orienta a atividade do professor insere-se na multiplicidade própria do trabalho dos profissionais que atuam em diferentes situações e que, portanto, precisam agir de forma diferenciada, mobilizando diferentes teorias, metodologias, habilidades. Dessa forma, o “saber profissional” dos professores é constituído não por um “saber específico”, mas por vários “saberes” de diferentes naturezas e origens, aí incluídas, também, o “saber-fazer” e o “saber da experiência”.

Para Pimenta, a mobilização dos “saberes dos professores”, referidos por ela como “saberes da docência”, é um passo importante para mediar o processo de construção da identidade profissional dos professores. Sob este aspecto, indica que esses saberes são constituídos por três categorias: os *saberes da experiência*, os *saberes do conhecimento* –

referidos os da formação específica (matemática, história, artes, etc) e, os *saberes pedagógicos*, aqui entendidos como os que viabilizam a ação do ensinar.

Neste sentido, para a autora, as três categorias identificam o *que é necessário saber para ensinar*. A autora incorpora ao que denomina “saberes do conhecimento”, os saberes disciplinares e curriculares e dá uma conotação especial aos “saberes da experiência” destacando dois níveis: os saberes das experiências dos alunos – futuros professores, construídos durante a vida escolar e os saberes da experiência, produzidos pelos professores no trabalho pedagógico cotidiano.

Por outro lado, enfatiza que há necessidade de se começar a tomar a prática dos formados como o ponto de partida (e de chegada) e de se reinventar os saberes pedagógicos, a partir da prática social de ensinar, para superar esta tradicional fragmentação dos saberes da docência categorizados. Para essas categorias, temos o conhecimento da disciplina específica (no caso, a Matemática); o conhecimento curricular (que transcende ao específico da disciplina e refere-se também ao dos materiais curriculares) e o conhecimento do conteúdo pedagógico (que incorpora a dimensão do conhecimento da Matemática como matéria de ensino, no nosso caso, o ensino das frações).

Os *saberes necessários ao ensino* são reelaborados e construídos pelos professores “em confronto com suas experiências práticas, cotidianamente vivenciadas nos contextos escolares” (PIMENTA, 1999, p. 29) e, nesse confronto, há um processo coletivo de troca de experiências entre seus pares, o que permite que os professores, a partir de uma reflexão na prática e sobre a prática, possam constituir esses *saberes*.

Desse modo, os *saberes dos professores* aprendidos durante a formação inicial (*saberes das disciplinas e saberes da formação profissional*), irão ser reformulados e se reconstruindo no dia-a-dia da sala de aula, a partir dos *saberes curriculares e da experiência* e de outros saberes científicos da formação continuada e do desenvolvimento profissional.

Entretanto, é preciso perguntar: por que o “saber profissional” dos professores, os *saberes docentes* são constituídos por vários “saberes”? Como os professores tratam da gestão da matéria e da gestão da sala de aula, necessitam utilizar diferentes conhecimentos necessários à consecução dos objetivos previamente definidos.

Sobre a questão dos saberes dos professores, Pimenta (1999), ao tratar da formação dos professores, faz referência à questão da construção da identidade profissional, afirmando que essa identidade não é um dado imutável, mas é um processo de construção do sujeito historicamente situado e que ela se constrói, pois, a partir da significação social da profissão,

da revisão constante dos significados sociais da profissão, da revisão das tradições e da reafirmação de práticas consagradas culturalmente e que permanecem significativas.

Diante deste contexto, pode-se concluir que são múltiplos os saberes docentes requeridos na vivência da profissão docente. Enfim, compreendemos também que a prática de ensinar é marcada pela história de vida dos professores, isto é, pelos saberes adquiridos na formação inicial e continuada, pelos saberes da experiência, entre outros.

Os saberes docentes possuem suas fontes de aquisição e modos de integrar esses saberes na prática docente, nesse sentido, são heterogêneos, trazem marcas do humano e, são portanto, subjetivos. Evoluem ao longo da carreira profissional dos professores, sendo mobilizados em função de contextos variáveis da prática docente.

Siqueira, (2007) afirma entender que a formação de professores de Matemática deve contemplar uma disciplina que enfoca a Educação Matemática por meio das Tendências da Educação Matemática, as quais priorizam a formação de alunos crítico-reflexivos.

Diante de uma crescente conscientização da profissionalização do magistério somos levados a sonhar com uma nova educação que proporcione mudanças em postura e formação pré-serviço e continuada de professores de Matemática com características de pesquisadores. Peres (2004) afirma que, nos últimos anos, têm sido levantadas algumas questões relevantes, entre elas temos:

[...] o que significa desenvolver cidadania através de sala de aula de Matemática a fim de formar o homem como um todo e não apenas como mais um aluno, ou seja, transformando o aluno em sujeito da educação? qual o significado para o desenvolvimento profissional? (PEREZ, 2004, p. 251).

Para o autor, um grande passo nas discussões sobre formação inicial e continuada do professor de Matemática depende da análise dessas questões, pois o processo de ensino-aprendizagem que envolve o aluno, o professor e o saber matemático é visto como projeto de investigação em Educação Matemática.

Sabemos que o conteúdo matemático é essencial na formação do professor dessa disciplina, mas que só ele não dá conta da complexidade do ato educativo. Além disso, acreditamos que os conteúdos pedagógicos devem ser ensinados por professores de Matemática, pois são estes que têm o conhecimento matemático e podem discutir como ensinar tais conteúdos.

No contexto de uma educação crítica e reflexiva, Freire (1996) comenta: “A reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência da relação teoria/prática sem a qual a teoria pode ir virando blábláblá e a prática, ativismo.” (FREIRE, 1996, p. 22).

Por isso, o educador não deve apenas pensar em poupar tempo na preparação das atividades, pois acreditamos que este tipo de pensamento é uma das causas do medo da Matemática por parte dos alunos, pois eles sentem e percebem que as atividades não estão sendo produzidas com qualidade e prazer.

Nós como educadores, nos sentimos no compromisso de analisar essa preparação a fim de que haja uma melhoria, tanto no ensino quanto na motivação dos alunos. Para isso, também precisamos discutir a respeito do modo como o aluno é compreendido pelos professores. O estudante não pode ser concebido apenas como um ser passivo, que admite como verdade absoluta tudo o que o professor fala. Segundo Paulo Freire (1996), o professor deve basear suas aulas não em uma “educação bancária”, mas sim em uma “educação problematizadora”, onde há troca de conhecimentos, experiências e valores entre alunos e professores. Os alunos devem ter liberdade de expressão, já que eles podem ter opiniões distintas entre eles e dos professores.

Entendemos que uma das tarefas mais difíceis para nós, professores, é a de compreender que o pensamento do aluno é diferente do nosso, sem que seja tratado como inferior ou de menor complexidade. A Matemática é um conhecimento que pode e deve ser explicado, construído e entendido de diversas formas, uma vez que cada pessoa tem a sua maneira de matematizar uma situação-problema. Para isso, os processos de aprendizagem devem criar condições favoráveis para a construção de conceitos matemáticos. Porém, os professores devem trabalhar os conteúdos programáticos por meio de metodologias atraentes e diversificadas, com a finalidade de auxiliar e possibilitar que os estudantes entendam e compreendam o que estão aprendendo.

É preciso que a Matemática seja vista como uma área do conhecimento desafiante, interessante e estimuladora da curiosidade. Isso tem por objetivo fazer com o que seu ensino-aprendizado seja prazeroso e possibilite ao aluno (re)construir concepções e crenças e que as aulas auxiliem no desenvolvimento da criatividade e do pensamento autônomo. O aluno precisa entender que não basta saber apenas fazer cálculos repetitivos, fazendo uso de uma simbologia desprovida de significação. Nesta perspectiva, percebemos que a partir do entendimento do conceito, a resolução das atividades fica nitidamente mais fácil.

No caso do tema de nossa investigação, o ensino do conceito de frações exige do professor habilidades específicas para facilitar a aprendizagem do aluno. Dentre elas,

destacamos os pontos já apresentados anteriormente, ou seja, os relativos aos domínios dos diferentes significados atribuídos a uma fração; das diferentes formas de representação e de abordagem metodológica, não apenas considerando os recursos possíveis (uso de materiais concretos, ferramenta tecnológicas, dentre outras); e, também, a sequência didática a ser adotada, tendo em vista a possibilidade de promover a compreensão do conteúdo pelos estudantes e tudo o que apontamos diante do referencial teórico que adotamos.

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA

Este capítulo contempla a análise dos dados da nossa pesquisa, seguindo a ordem descrita a seguir: no primeiro momento trazemos a análise do questionário aplicado as duas professoras, sujeitos da pesquisa, a fim de traçarmos o perfil dos mesmos como também com relação ao tema. Em seguida destacamos a análise do livro didático, referencial para as aulas dos professores, relacionados com o conteúdo do seu plano de aula e, no último momento deste Capítulo, seguem-se as análises da observação das aulas feita pela pesquisadora.

3.1 - O CAMPO E OS SUJEITOS DA PESQUISA

Tomamos como sujeitos da pesquisa duas professoras de Matemática, sendo uma do 5º e outra do 6º Ano do Ensino Fundamental. Ambas lecionam em uma Escola Estadual localizada na zona urbana da cidade de Cajazeiras, na Paraíba.

A escola selecionada para nossa intervenção será aqui denominada como Escola X, e funciona nos três turnos, atendendo aproximadamente 1026 alunos (dados de 2009), com 13 turmas no período matutino, distribuídas entre os alunos de 1º ao 9º Anos do Ensino Fundamental e a EJA, totalizando 458 alunos; 12 turmas de 4º ao 9º Anos no período vespertino, com um total de 395 alunos; e cinco turmas do 6º ao 9º Anos e turmas de EJA no período noturno, atendendo 173 alunos.

Optamos por esta Escola por ela apresentar um dos maiores índices de aprovação no teste de seleção para o ingresso no Curso Médio Integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB - Campus de Cajazeiras. Ou seja, a escola selecionada é uma das maiores formadoras do quadro de alunos que atendemos em nossa Instituição, no Curso de nível Médio.

Em uma etapa posterior, para coleta de dados específicos, selecionamos uma turma do 5º Ano da Escola, pois nessa série o aluno trabalha de modo sistemático e formal com o conceito de número fracionário, e uma do 6º Ano, quando o aluno retoma esse conceito de forma mais analítica, ou seja, o mesmo deverá trabalhar com as operações envolvendo frações - adição, subtração, multiplicação e divisão – fazendo uso dos conceitos que tiver elaborado anteriormente. As duas turmas funcionaram no período vespertino, no ano de 2009.

A coleta de dados foi realizada com base na observação direta e sistemática das aulas; nos planos de Curso e de aula; nos livros-didáticos usados pelas professoras das duas séries e do Questionário a elas aplicados. As duas professoras serão aqui nomeamos de “Professora A” e “Professora B”, para mantermos suas identidades preservadas, de acordo com a recomendação do Conselho de Ética. Na aplicação do questionário adotamos o roteiro que se encontra no Apêndice deste trabalho.

3.2. TRATANDO DO PERFIL DA PROFESSORA A

O questionário que elaboramos e aplicamos em nossa pesquisa foi composto de 15 questões, divididas em duas partes: *Configurando o perfil do professor* e *Com relação ao tema*. No que se refere à parte *Configurando o perfil do professor*, a Professora A apresentou o seguinte perfil: tem entre 40 e 50 anos; é graduada em Licenciatura em Letras e especialista em Psicopedagogia e atua em uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental de uma escola de Cajazeiras, com 20 horas/aulas semanais.

Com relação à prática pedagógica, a Professora A afirmou que realiza diagnóstico sobre a realidade do educando, explicando que, “no início do ano letivo é feito um levantamento, principalmente com os alunos novatos, para diagnosticar o perfil da turma, principalmente na leitura e escrita”.

Ainda em relação às práticas pedagógicas, a mesma professora destacou que no diagnóstico inicial e ao longo do ano letivo os educandos apresentam informações sobre a realidade por eles vivida, e justifica afirmando: “o nosso alunado é por demais carente, isso nos deixa mais a vontade para que possamos dialogar e conhecer aos poucos seus problemas até porque o professor da 1ª fase faz este papel, ou seja, pai, mãe, psicólogo, médico diariamente em suas salas de aulas”. A Professora A ressaltou, em sua fala, os múltiplos papéis desempenhados pelo professor em sala de aula, na relação que estabelece com seus alunos, e que vão além do simples domínio didático dos conteúdos com os quais irá trabalhar.

A Professora A disse que planeja de modo conjunto as aulas da(s) turma(s) em que leciona, completando sua informação com a seguinte fala: “o nosso planejamento é feito por turmas, facilitando assim o nosso trabalho, elaborando os conteúdos em duplas ou grupos maiores dependendo do número de turmas existentes na escola”.

Já com relação ao tema de nossa pesquisa, a referida professora diz que introduz o conceito de fração de forma básica, através de ilustrações e conexões entre a idéia de fração e

necessidades cotidianas do aluno, conforme a fala da mesma: “O conceito de fração, os alunos já tem desde as séries anteriores, mas é necessário que seja repetido, de forma básica, através de gravuras ou até mesmo mostrando a idéia de fração a partir das nossas necessidades do dia-a-dia”. A professora declarou que seu alunado já tem conhecimentos prévios relativos ao conceito de fração, afirmando que “(...) o nosso alunado já traz esta idéia ou este conhecimento prévio desde as séries anteriores”.

Ele ainda afirmou relacionar o conteúdo de frações com o cotidiano do aluno, dizendo que trabalha “mostrando que a idéia de fração surgiu a partir da necessidade que o homem tinha de representar medida que não fossem inteiro e representar a metade ou partes de uma quantidade”. Quando foi-lhe pedido um exemplo prático, ou seja, de contextualização e de relacionamento prático com as operações com frações, a professora respondeu não ter atingido estes conteúdos com os estudantes, apontando aqueles que pretendia trabalhar e como pretende fazê-lo:

Noção de fração, através de figuras no quadro giz; Leitura de fração; Tipos de fração; Números mistos; Transformação de fração imprópria em número misto; Reconhecer e exemplificar frações próprias e impróprias; Transformação de números mistos em fração imprópria.. As aulas são expositivas, explicativas e dialogadas entre os alunos, com atividades escritas, perguntas orais e chamado ao quadro.

E fez a seguinte observação: “a turma do 5º ano é composta por 26 alunos, sendo um deles especial, sendo assim, mencionamos os conteúdos com uma linguagem bem mais moderada para facilitar o entendimento”. Ou seja, a professora toma como referencial para seu trabalho o estudante com necessidades especiais e não a turma como um todo. Tal cuidado possibilitaria o não comprometimento do desenvolvimento do coletivo de alunos e, ao mesmo tempo, poderia potencializar as capacidades não apenas do estudante para o qual dirige sua prática, mas para cada estudante da turma. É olhando para o todo que aprendemos a enxergar a dimensão das partes que o compõem. É entendendo as especificidades das partes, que atentamos para a natureza e riqueza do todo.

Sabemos que a Matemática está relacionada à nossa realidade desde nossos primeiros anos de vida e se caracteriza como uma forma de compreender e atuar no mundo. Deste modo, entender o conhecimento gerado nessa área do saber, como fruto da construção humana e de sua interação constante com o contexto natural, social e cultural, é fundamental. No caso da prática docente e, em particular relativa ao ensino de frações, é importante que o conteúdo percorra as dimensões citadas, para que o estudante tenha a oportunidade de

contextualizar o que aprende, para poder posteriormente ampliar o aprendizado desse e outros conteúdos.

Se o uso do material concreto pela Professora A ocorre apenas na introdução do ensino de frações, como ela afirmou, está desconsiderando os encaminhamentos relativos ao ensino desse conteúdo em documentos que deveria conhecer, como os PCN (1997). A necessidade de atualização em relação às pesquisas e seus resultados na área de Educação Matemática, como no caso das apresentadas e discutidas em nosso Referencial Teórico, poderia ser parcialmente contemplada em cursos de formação continuada, devendo tais pesquisas fazerem parte dos elementos trabalhados em componentes curriculares dos Cursos de Licenciatura voltados para a formação de docentes para atuarem nos Anos iniciais da Educação Básica.

3.3 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO, ADOTADO PELA PROFESSORA A

Vamos fazer uma breve descrição da abordagem relativa em relação ao conceito de fração apresentada pelo autor do livro do 5º Ano do Ensino Fundamental adotado pela Professora A, para o trabalho com suas turmas, segundo as considerações que já tratamos no Capítulo 2, dos autores que escolhemos para constituir a base de nosso referencial teórico.

O livro do 5º Ano, da Coleção intitulada “Matemática: pode contar comigo”, dos autores Bonjorno e Azenha, (2008), aborda o estudo de Frações na Unidade 6, em 38 das 256 páginas desse volume, iniciando a abordagem pela representação e leitura de um número fracionário, citando situações do cotidiano, como sugerem os PCN (1997).

Na seqüência, os autores apresentam a distribuição dos conteúdos e suas atividades abordando os significados, conceitos e representação de frações, contextualizados com o dia-a-dia do aluno, o que está de acordo com as sugestões de autores como Nunes e Bryant (1997) e os próprios PCN (1997).

No que diz respeito à equivalência de fração, os autores introduzem este conceito por meio do uso de material concreto, mostrando que partes diferentes (em termos de forma) de um mesmo inteiro podem representar uma mesma quantidade e, ao mesmo tempo, trabalhando a simplificação de frações, tornando-as frações irredutíveis.

As operações de frações são trabalhadas com exemplos contextualizados, atendo-se ao caso da adição e subtração com frações com mesmo denominadores e explorando a multiplicação e divisão com o objetivo de levar os alunos a refletirem sobre essas operações e aplicarem o que estudam. De um modo geral, entendemos que a seleção, a distribuição e

organização metodológica do conteúdo de frações, no livro analisado atende as sugestões dos autores trabalhados no referencial teórico.

3.4 RELAÇÃO ENTRE O PLANO DE CURSO E O PLANO DE AULAS

A professora A nos entregou a “Relação dos Conteúdos do 5º Ano do Ensino Fundamental” de todas as disciplinas para o ano 2009, mas aqui trataremos apenas do conteúdo de Matemática (transcrito no Item 3.4.1, que segue). Recebemos ainda seu Plano de Aulas relativo ao conteúdo de frações, o qual descreveremos na íntegra, no Item 3.4.2.

3.4.1 Roteiro dos conteúdos

OBJETIVO GERAL DO CURSO: Contribuir para o desenvolvimento cognitivo e sócio-afetivo do educando, considerando suas habilidades e competências através de atividades interdisciplinares que ampliam a capacidade de posicionar – se, fazer escolhas e agir de maneira responsável.

MATEMÁTICA: Adotar uma atitude positiva em relação à Matemática, ou seja, desenvolver sua capacidade de “fazer matemática” construindo conceitos e procedimentos, formulando e resolvendo problemas por si mesmo.

CONTEÚDOS:

- A origem dos números: Número e numeral; Números ordinais e cardinais; Números romanos;
- Sistema de numeração decimal: Unidade, dezena, centena; Classes dos milhões e bilhões; Valor absoluto e relativo; Decomposição e composição dos números;
- Maior que e menor que;
- Antecessor e sucessor;
- Números pares e ímpares;
- Adição e Subtração: Termos; Propriedades; Prova da adição e da subtração; Situações – problema;
- Multiplicação (3 algarismos): Termos; Propriedades; Dobro e Triplo; Multiplicação com fatores maiores e menores que 10; Situações – problema;
- Divisão simples: Termos; Situações – problema; Exata e não-exatas;

- Expressões numéricas.
- Múltiplos e divisores: Múltiplos de um número; Mínimo múltiplo comum;
- Números racionais
- Frações: Representação e leitura; frações equivalentes; Frações próprias e impróprias; Números mistos; Frações aparentes; Adição e subtração de frações com o mesmo denominador; Fração de um número; multiplicação de fração; divisão de fração por um número natural; Porcentagem; Perímetro;
- Número decimal: Adição e subtração;
- Medidas de tempo e temperatura
- Medidas de comprimento, de massa e de capacidade;
- O perímetro;
- Medidas de superfície e volume (idéia de área; centímetro quadrado e metro quadrado; área do retângulo do quadrado e do triângulo;. Idéia de volume);
- Estatística (tabelas e gráficos)
- Sólidos geométricos e formas geométricas;
- Regiões planas e seus contornos;
- Simetria;
- Sistema monetário.

Em relação aos conteúdos, a Professora A afirmou que estes não foram ministrados em sua totalidade, só sendo possível trabalhar até o conteúdo de Número Misto, na sequência. Ela se justificou dizendo que não continuaria o trabalho com o conteúdo de frações em razão de sua preocupação com a Prova Brasil. Desta forma, iria trabalhar as questões (resolução e comentários) presentes em provas aplicadas nos anos anteriores, uma vez que o sistema avalia tanto o aluno quanto o professor.

Embora tenha apresentado motivos para não continuar o conteúdo, a professora admitiu saber que com esta interrupção produziria uma quebra no processo de ensino/aprendizagem de frações, que possivelmente poderia trazer prejuízos para o alunado. O que seria ainda trabalhado com a turma, considerando os demais conteúdos do Plano de Curso, dependeria do tempo disponível entre a aplicação da Prova Brasil e o encerramento do ano letivo.

3.4.2 O plano de aulas

O Plano de Aulas da Professora A, está transcrito abaixo, na íntegra. O Plano compreende o planejamento de um conjunto de aulas a serem ministradas em relação ao conteúdo identificado, no período de tempo para ele delimitado, considerando o Plano de Curso de Matemática e a carga horária dessa Disciplina.

Unidade de Ensino: Escola Estadual do Ensino Fundamental X

Data: 28/09/2009 à 08/10/2009

Professor A

CONTEÚDO: FRAÇÃO

Apresentação de gravuras no quadro-de-giz; Termos da fração; Leitura de fração; Tipos de fração; Números mistos; Transformação de uma fração imprópria em número misto; Transformação de um número misto em fração imprópria.

OBJETIVOS

- Compreender o que é um número fracionário;
- Identificar os termos de uma fração;
- Ler e escrever frações;
- Reconhecer e exemplificar frações próprias e impróprias;
- Transformação de uma fração própria em número misto;
- Número misto em fração imprópria.

METODOLOGIA

- Anotações no quadro giz; Aula expositiva e explicativa; Atividades escritas; Perguntas orais.

REFERENCIAS

BONJORNIO, José Roberto e AZENHA, Regina. *Matemática: pode contar comigo*. 5º ano. São Paulo: FTD, 2008.

Nos objetivos citados, percebemos que há problemas de compreensão sobre quais são os objetivos e quais as habilidades que se pretende desenvolver com o trabalho com o conteúdo de frações com os alunos. Na continuidade de nosso texto, traçaremos um paralelo entre o que foi proposto nos Planos apresentados e a prática da professora A em sala de aula. Nossas observações ocorreram no período entre 28/09/2009 e 05/10/2009, que correspondia

ao cronograma preparado pelo Professor no Plano de Aulas, para o trabalho com frações, tema que focamos em nossa investigação.

3.5 OBSERVAÇÕES DAS AULAS DO 5º ANO

O TRABALHO COM A NOÇÃO DE FRAÇÃO

No primeiro dia de aula, ocorrido em 28/09/2009, a Professora A começou com o desenho de uma pizza no quadro negro, dividindo-a em 8 partes e pintando uma delas, perguntando aos alunos qual foi a representação da fração quando: Alguém comeu 1 parte: $\frac{1}{8}$; comeu 2 partes: $\frac{2}{8}$; comeu 3 partes: $\frac{3}{8}$; ...; comeu 8 partes: $\frac{8}{8}$. Ela também afirmou para os seus alunos que podemos desenhar e dividir barras de chocolate e também outros objetos.

Em seguida a professora passou uma lista de exercícios para os alunos, transcritos abaixo:

EXERCÍCIOS

1. Veja como lemos algumas frações:

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{5}$; c) $\frac{4}{10}$; d) $\frac{4}{12}$;

Agora escreva como lemos:

a) $\frac{2}{10}$; b) $\frac{5}{100}$; c) $\frac{45}{1000}$; d) $\frac{8}{12}$; e) $\frac{25}{45}$; f) $\frac{4}{13}$

2. Represente as seguintes frações:

a) $\frac{4}{6}$; b) $\frac{2}{8}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{1}{10}$; e) $\frac{5}{15}$; f) $\frac{8}{9}$; g) $\frac{3}{5}$; h) $\frac{4}{12}$; i) $\frac{3}{3}$

A introdução ao conteúdo foi realizada sem o apoio de materiais manipulativos adequados, sendo realizada por meio apenas do desenho de uma pizza no quadro negro. Não foi explorada adequadamente a relação parte-todo, e dada ênfase na nomenclatura utilizada na leitura e escrita de frações, deixando de usar recursos que poderiam levar o aluno a refletir sobre o real significado de frações, de forma contextualizada, e entender a presença da relação parte-todo (aplicações) no cotidiano. Tais lacunas, presentes já na introdução do trabalho com o conteúdo, poderá comprometer o desenvolvimento cognitivo do aluno, não apenas em

relação às frações, especificamente, mas à aplicabilidade da Matemática na vida, de modo geral.

Na aula do dia 29/09/2009, a Professora A trabalhou com a representação de fração, usando os exemplos: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}$, afirmando que essas representações são chamadas de frações ou números fracionários e que a fração é representada por dois números divididos por um traço. Também explicou que os termos da fração como, por exemplo, $\frac{1}{2}$, “o 1 é chamado de “numerador”, o que indica quantas partes foram tomadas”; e “o 2 é o “denominador”, que indica em quantas partes foi dividido o inteiro”. Em seguida afirmou que, “para se ler uma fração, primeiro lê-se o numerador e, em seguida, o denominador”.

Na mesma aula a professora falou sobre os diferentes tipos de fração, fazendo também sua leitura. Como indicado em seguida:

“Tipos de fração:

1. Própria - numerador é menor que o denominador;
2. Imprópria - numerador maior que o denominador;
3. Aparente - são frações em que o numerador é múltiplo do denominador. Elas são iguais ao inteiro.

Depois de apresentar e qualificar os diferentes tipos de frações pediu para que os alunos fizessem o exercício a seguir: “Represente graficamente as seguintes frações (desenho próprio):

$$\frac{1}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{6}, \frac{2}{4}$$

A professora não criou situações-problema que permitissem aos alunos construir conceitos referentes aos assuntos mencionados, partindo para a formalização e exploração da nomenclatura, impedindo que os alunos se apropriassem de parte importante do processo ensino-aprendizagem da Matemática. No nosso referencial teórico discutimos a sugestão de que “até o 5º Ano do Ensino Fundamental não se recomenda uma apresentação formal do conjunto dos números racionais. Trata-se, nesse nível, sobretudo de explorar esse conjunto por meio de problemas práticos.” (PCN 1997), resgatando assim, a curiosidade e o espírito crítico dos alunos, procurando desenvolver as habilidades necessárias à vida.

Na aula do dia 30/09/2009, a professora começou revisando a representação de fração, citando o mesmo exemplo da primeira aula, uma pizza dividida em 8 partes e, pintando uma dessas partes, perguntou: “Qual a representação dessa fração?”

Apresentando os alunos como resposta a fração $\frac{1}{8}$.

“E 2 pedaços?”, continua perguntando a professora, ao que respondem os alunos: $\frac{2}{8}$; “E 3 pedaços?”, respondendo os alunos: $\frac{3}{8}$. O processo prosseguiu até serem pintados os 8 pedaços, chegando-se à fração $\frac{8}{8}$, “que representa a pizza inteira”, completou a professora.

Para reforçar a leitura das frações, a professora citou o exemplo $\frac{2}{4}$, usando a linguagem: “em cima, numerador” e “em baixo, denominador, que indica quantas partes vai ser dividido o inteiro”. Nesta aula observamos que o trabalho da professora limitou-se a tentar convencer os alunos, por repetição, da necessidade de aprender o que ela ensinava, sem previamente trabalhar os conceitos de forma significativa.

No dia 01/10/2009, a professora começou a aula com a correção dos exercícios propostos anteriormente, contando com a participação dos alunos, tendo a maioria respondido corretamente. Na mesma aula, explicou novamente como se lê alguns números, quando estes são denominadores de uma fração: “2 – meio; 3 – terço; 4 - quarto; 5 - quinto; 6 - sexto; 7 - sétimo; 8 - oitavo; 9 - nono; 10 - décimo; 100 – centésimo”, e completou dizendo que “quando o denominador for maior ou igual a 11, lê-se o número acompanhado da palavra avos”, como no exemplo dado: “ $\frac{5}{11}$ - cinco onze avos”.

A professora afirmou ainda que “toda fração aparente é imprópria, porém nem toda fração imprópria é aparente” e explicou que, “para transformar uma fração aparente em inteiro, divide-se o numerador pelo denominador: $\frac{8}{4} = 2$, $\frac{6}{3} = 2$ ”.

Em seguida, propôs mais um exercício de verificação da aprendizagem do alunado:

“1. Escreva as frações como imprópria ou própria:

a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{3}{6}$; c) $\frac{4}{2}$; d) $\frac{6}{3}$; e) $\frac{7}{3}$; f) $\frac{2}{10}$; g) $\frac{3}{5}$; h) $\frac{2}{2}$; i) $\frac{4}{7}$

2. Faça a leitura das frações e escreva em seu caderno:

- a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{2}{2}$; c) $\frac{4}{20}$; d) $\frac{24}{100}$; e) $\frac{26}{11}$; f) $\frac{6}{13}$; g) $\frac{7}{1000}$; h) $\frac{4}{15}$; i) $\frac{24}{19}$; j) $\frac{4}{6}$;
 l) $\frac{2}{18}$ “.

Aqui a professora começou a trabalhar com a comparação de frações, apresentando diretamente as regras: “Quando duas frações têm os denominadores iguais a fração maior será a que possuir maior numerador; Quando duas frações têm numeradores iguais a fração maior será aquela que possuir menor denominador”. É importante registrar que, após enunciar a regra, nenhum exemplo numérico foi apresentado aos alunos.

Em seguida a professora começou a tratar de Números Mistos, explicando que isso acontece “quando a fração é formada por parte inteira e outra fracionária”. Fez no quadro a representação das frações $1\frac{2}{5}$ e $2\frac{1}{2}$, ilustrando os exemplos como reproduzido na Figura 14.

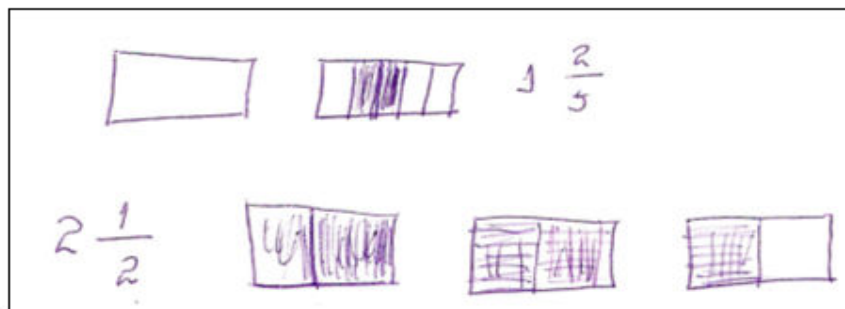


Figura 14. Representação de números mistos

Vale destacar que, nos desenhos feitos pela professora, não houve a preocupação de que as unidades utilizadas para representar os números mistos considerados, tivessem todas o mesmo tamanho, em cada caso.

Logo após, propôs aos alunos as seguintes atividades:

“1. Escrever o número misto correspondente a:

Um inteiro e dois sexto;

Quatro inteiros e um terço;

Dois inteiros e cinco quarto;

Sete inteiros e dois quarto.

2. Coloque as frações a seguir em ordem crescente, usando o símbolo $<$, e em ordem decrescente, usando o símbolo $>$ ”.

$$a) \frac{4}{9}, \frac{3}{9}, \frac{7}{9}, \frac{2}{9}, \frac{5}{9}, \frac{1}{9}, \frac{6}{9}$$

$$b) \frac{5}{7}, \frac{5}{11}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{5}{12}, \frac{5}{10}, \frac{5}{9}$$

Nesta aula a professora se comportou como nas aulas anteriores, enfatizando regras e nomenclatura, introduzindo de maneira tradicional a definição de número misto.

Como já foi mencionado, no nosso referencial teórico, de acordo com os PCN (1997), sugere-se que até o 5º Ano do Ensino Fundamental “não se trabalhe uma apresentação formal do conjunto dos números racionais. Trata-se, nesse nível, sobretudo de explorar esse conjunto por meio de problemas práticos.” A partir dessas sugestões, pode-se resgatar a curiosidade e o espírito crítico dos alunos, procurando desenvolver as habilidades necessárias à vida.

Na aula do dia 05/10/2009, a Professora A fez a correção dos exercícios da aula anterior e, em seguida, passou outra atividade de revisão.

“1. Marque um X na resposta correta:

$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}$ são frações próprias () impróprias ()

2. Escrever ao lado se as frações são próprias ou impróprias

$\frac{1}{5}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{3}{4}$

3. Leia e dê nomes aos termos da fração: $\frac{4}{12}$.

4. Escreva em forma de fração:

a) José comeu dois oitavo do bolo.

b) Mamãe comprou cinco doze avos de uma torta.

c) A água cobre dois terços da superfície da terra”.

De acordo com o que já mencionamos anteriormente, a professora justificou o fato de não dar continuidade ao conteúdo de frações, por estar preocupado com a Prova Brasil, centrando seu trabalho, a partir de então, nas questões (resolução e comentários) presentes em avaliações anteriores.

Apesar da preocupação e justificativa apresentadas, relativas à Prova Brasil, compreendemos que tal fato, já previsto no calendário escolar das escolas da rede pública brasileira, não deve acarretar em lacunas na formação do aluno, o que dificultará a apreensão de conteúdos subsequentes, embora aqui não estejamos ainda fazendo considerações à forma como o trabalho da professora foi feito até aquele ponto, considerando-se o ensino de frações.

3.5.1 Análise geral das aulas do professora A

De acordo com as observações das aulas do 5º Ano, levando em consideração os “problemas e perspectivas do ensino dos números fracionários”, quanto à prática pedagógica, percebemos que a professora A apresenta diversas dificuldades em sala de aula. A forma como o estudo é introduzido, não oportuniza ao aluno entender frações de maneira contextualizada, relacionada com o seu cotidiano.

A professora demonstrou deficiências de formação relativas ao tratamento do conteúdo matemático em tela, por não ter uma formação específica, reforçadas pelo fato da escola não promover a formação continuada do quadro, o que poderia contribuir para diminuir um pouco o problema e melhorar sua prática pedagógica.

3.6 TRATANDO DO PERFIL DA PROFESSORA B

A professora B tem entre 30 e 40 anos; é graduação em Geografia e ensina Matemática em quatro turmas do Ensino Fundamental no município de Cajazeiras, com uma carga horária de 17 hora/aulas, sendo uma das turmas o 6º Ano. A Professora afirmou que os motivos que a levaram a optar por lecionar a disciplina de Matemática e não outra disciplina é que ela sempre teve facilidade para aprender a disciplina, declarando gostar muito de Matemática. Foram essas as palavras exatas da Professora B: “sempre tive bastante facilidade em aprender a disciplina, é portanto fascinante, e adoro Matemática! Levar o aluno a conceituar, representar, relacionar, interpretar e utilizar corretamente a linguagem matemática... Proporcionar o educando a construção de seu aprendizado”.

Com relação à prática pedagógica, a professora afirmou analisar se o aluno tem hábitos de estudo, se tem algum conhecimento prévio dos conteúdos aplicados, acrescentando: “Observo a atenção, responsabilidade e cooperação. O professor deve diagnosticar as dificuldades e facilidades do aluno e procurar compreender o processo de aprendizagem desse aluno”.

Ainda com relação às práticas pedagógicas, A Professora B afirma que o aluno “é agente da cultura”, complementando: “A realidade é, que nem tudo que é ensinado é aprendido imediatamente. Por outro lado, as informações vividas por eles deve ser considerada, pode ser tratado como um processo de compreensão, tenha oportunidade de se aprimorar sanar suas dificuldades”.

Na sequência ele diz que não participa do planejamento coletivo de aulas, e justifica sua resposta, afirmando que não o faz, “na maioria das vezes por incompatibilidade de horário de planejamento. Pelo fato também de que os conteúdos abordados na obra (referindo-se ao livro-texto adotado) são de linguagens simples e fáceis”.

Já *Com relação ao tema*, a professora afirmou não distanciar o conteúdo da vida diária do aluno e que trabalha “com representações variadas, desenho, gráficos e problemas estruturais”. Ainda revela que relaciona o conceito de frações com fatos do dia-a-dia do aluno, “como o convite para o aniversário do melhor amigo(a), ao dividir uma pizza para os colegas, ao partir de um bolo, etc”. Ele dá um exemplo prático de como explica ao aluno as operações de frações: “Por meio de desenhos ou representações das situações colocadas. O uso do m.m.c possibilita aos alunos descobrir regras ao invés de fornecê-las imediatamente”.

3.7 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO

O livro adotado pela Professora B faz parte da Coleção “PROJETO ARARIBÁ: Matemática”. A editora responsável é Juliane Matsubara Barroso, e o livro é publicado pela Editora Moderna (2006). Este livro foi produzido por um grupo de matemáticos de Instituições como USP, PUC e Universidade Mackenzie, responsáveis pelo Projeto Araribá.

No livro didático, o conceito de frações é trabalhado por meio de situações problemas com citações contextualizadas do cotidiano do aluno, levando os mesmos a refletirem sobre idéias associadas à frações como parte de uma figura ou de um objeto e como quociente entre dois números, dando oportunidade ao aluno de formar e tipificar seu próprio conceito de fração, na linha que defende Bertoni (2008).

No que diz respeito à equivalência de fração, o livro introduz este conceito contextualizando e mostrando que partes divididas de diferentes maneiras em um mesmo inteiro podem representar uma mesma quantidade. Propõe o trabalho de simplificação de frações, tornando-as irredutíveis, por meio da comparação de frações.

As operações de frações são trabalhadas com exemplos contextualizados, que podem levar o aluno a perceber sua aplicação no dia-a-dia. De acordo com a análise que realizamos, o conteúdo é trabalhado na obra de forma adequada, na linha que sugerem os autores destacados em nosso referencial teórico.

A professora não nos entregou Plano de Curso ou Planos de Aula relativos ao conteúdo de frações, justificando que começou a ensinar essa turma no terceiro bimestre e,

portanto, não recebeu os planos do professor anterior. Entendemos que o fato apresentado não impediria, entretanto, que ela preparasse um planejamento mínimo para orientar sua atuação na turma.

3.8 OBSERVAÇÃO DAS AULAS DE 6º ANO (5ª SÉRIE)

As aulas da Professora B foram por nós acompanhadas no período de 30/09/2009 a 27/10/2009. A indicação do período deu-se em razão do cronograma preparado pela Professora no Plano de Aulas, para o trabalho com frações, tema que focamos em nossa investigação.

No dia 30/09/2009, a Professora B começou a aula que denominou de “INTRODUÇÃO DE FRAÇÃO”, afirmando para os alunos que esse conteúdo já era conhecido deles e aplicado no dia-a-dia, citando exemplos: “1. Um bolo de aniversário de um amigo está em cima da mesa, inteiro, e o aniversariante quer dividir em 20 partes iguais, para 20 convidados” - nesse instante a professora fez no quadro o desenho de um bolo, partido em fatias, continuando - “cada parte representa $\frac{1}{20}$, onde 1 é o numerador e 20 o denominador”. Diante do exemplo, alguns alunos mostraram conhecer a leitura de fração. A professora enfatizou a leitura das frações: $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{11}$.

A professora continuou sua explanação: “2. Eu tenho 3 maçãs/laranjas, na cesta da mesa de minha mãe e quero dividir com 6 pessoas. Em quantas fatias eu vou dividir?” (fazendo o desenho de três maçãs no quadro negro), ao que os alunos responderam: “em 6 metades”.

A seguinte situação é dada: “Quando você vai a pizzaria com 4 pessoas (ao todo são 5 pessoas) vai dividir a pizza em 5 partes. Para cada pessoa fica $\frac{1}{5}$. (desenha a pizza no quadro, dividida em 5 fatias).

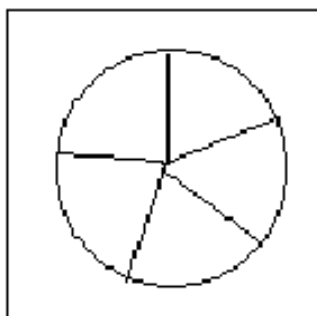


Figura 15. Representação de um inteiro dividido em partes iguais

A professora continuou explanando: “Foi feito um desenho representando uma metade de uma laranja e outro dividindo a metade em duas partes. A primeira metade $\frac{1}{2}$ (...) e a segunda metade que foi dividida em duas partes. Cada parte representa $\frac{1}{2}$.” Quando a professora perguntou quantas laranjas temos, mostrando os desenhos, alguns alunos não souberam responder corretamente. A representação final da situação no quadro, deu-se como indicado na Figura 16.

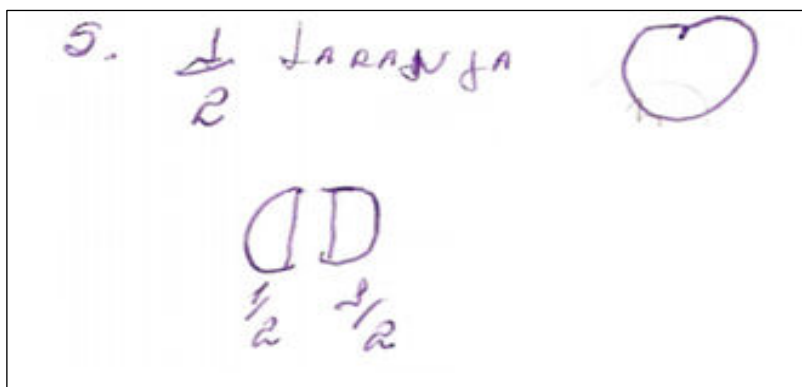


Figura 16. Representação Gráfica de frações

A professora apresentou situações contextualizadas interessantes e propôs questões que possibilitariam o resgate de alguns aspectos relativos às frações trabalhados em Anos anteriores, mas cometeu equívocos relacionados à representação gráfica de frações.

Na aula do dia 01/10/2009, a Professora explicou o conteúdo “COMO TIRAR UMA FRAÇÃO DE UM INTEIRO”, citando, como exemplo, como calcular $\frac{2}{5}$ de 15: “Ana tem 15 balas coloridas. Ela tem $\frac{2}{5}$ de bolas vermelhas” - e resolve do seguinte modo: “ $\frac{2}{5}$ de 15 é $15 \div 5 = 3 \times 2 = 6$ ”. A professora, embora tenha chegado à quantidade correspondente ao que deseja

computar, ou seja, $\frac{2}{5}$ de 15, comete equívocos em relação à notação do processo de operacionalização, sendo o correto, nesse caso, adotar a seguinte notação: $\frac{2}{5} de 15$ é $15 \div 5 = 3$ e $3 \times 2 = 6$. Não estamos considerando aqui, entretanto, a pertinência ou não do procedimento da professora, baseada em um procedimento mecânico e que não é devidamente justificado para o aluno.

A professora continua: “Como tirar $\frac{1}{4}$ de 24? Tenho 24 canetas e vou presentear $\frac{1}{4}$ dessas canetas a um amigo. Como faço?”. A solução é dada aos alunos, com o mesmo procedimento de notação: $\frac{1}{4}$ de 24 = $24 \div 4 = 6 \times 1 = 6$.

Em seguida a professora convidou alguns alunos para formular exemplos e resolvê-los. Os alunos resolveram as situações propostas como foi ensinado: $\frac{2}{4}$ de 16 = $16 \div 4 = 4 \times 2 = 8$, reproduzindo o equívoco na notação cometido pela professora. O mesmo ocorreu com os outros exemplos:

$$\frac{3}{5} de 15 = 15 \div 5 = 3 \times 3 = 9$$

$$\frac{5}{20} de 20 = 20 \div 20 = 1 \times 5 = 5$$

$$\frac{2}{20} de 180 = 180 \div 20 = 9 \times 2 = 18$$

O professor trabalhou na aula a fração como divisão indicada e explicou os termos dessa divisão (divisor, dividendo e quociente). Quando um aluno exemplificou com a fração $\frac{6}{20}$, a professora respondeu que não se podia efetuar a divisão, mas não explicou o por que.

Em seguida, propôs uma tarefa de revisão:

“1. Desenhe as figuras e pinte $\frac{5}{8}$ de cada figura.

2. Como se lê as frações a seguir

a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{2}{8}$; c) $\frac{3}{12}$; d) $\frac{10}{15}$; e) $\frac{3}{9}$; f) $\frac{2}{100}$; g) $\frac{5}{10}$

3. Responda as questões;

- a) Carolina ganhou 12 bolinhas de gude; ela doou $\frac{1}{4}$ dessas bolinhas. Quantas bolinhas ela doou?
- b) Quantos minutos têm $\frac{3}{4}$ de uma hora?
- c) O filme que coloquei em minha máquina fotográfica é de 36 poses. Eu já bati $\frac{7}{9}$ das fotografias. Quantas fotos bati?
- d) Quantos metros há em $\frac{1}{4}$ de um quilometro?

A professora resolveu todos as questões no quadro, mas não se certificou de que os alunos entenderam. Nessa aula trabalhou o conteúdo resolvendo problemas por meio do emprego de regras e, além disso, deixou clara a maneira equivocada de se trabalhar a leitura e o registro da linguagem matemática no desenvolvimento do conteúdo e na resolução dos problemas propostos, como destacamos anteriormente.

A Professora B reproduz a mesma sistemática que é apontada como problema nos PCN (1998), que apontam a necessidade do professor organizar seu trabalho, de modo que os alunos desenvolvam sua própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos e interagir de forma cooperativa com seus pares, na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, pois é importante que os alunos sejam estimulados a construir e analisar diferentes processos de resolução de situações-problema e compará-los.

Além dos problemas relativos à notação, em nenhum momento as duas professoras estimularam o desenvolvimento de atividades pelos alunos, em pequenos grupos, ou discutiu como haviam resolvido quais as dúvidas que tiveram, entre muitos outros direcionamentos possíveis.

Destaca-se, ainda, que as duas professoras, ao não estimularem nos alunos a capacidade de resolverem problemas, comprometem sua formação em um importante objetivo da Matemática para a Educação Básica. Este foco é utilizado pelo IDEB para avaliação do processo de ensino/aprendizagem dessa disciplina, mas, mesmo havendo nas Escolas uma recomendação de que esse elemento seja trabalhado em sala de aula, na prática isso não vem acontecendo. Em nosso campo da pesquisa, especificamente no ensino de números

fracionários, constatamos uma grande lacuna quanto a essa questão. Compreendemos que uma importante justificativa para o problema esteja relacionada à formação inicial e continuada dos professores de Matemática, que talvez não contemplem essa perspectiva de ação metodológica com a profundidade que deveriam. Outro aspecto a ser considerado diz respeito a lacunas na formação do aluno, não apenas quanto a conteúdos anteriores de Matemática que funcionem como base para a elaboração de novos conhecimentos, mas também quanto à sua capacidade de leitura e interpretação de textos. Destacamos, nesse sentido, que há críticas diversas relacionadas aos critérios utilizados para avaliar o desempenho dos alunos em Matemática, em avaliações oficiais, mas, apesar das críticas, avaliações de grande abrangência territorial, como as que têm acontecido, servem para identificar um perfil geral da situação do ensino brasileiro, pelo menos nos aspectos considerados nas avaliações. No caso específico de nossa pesquisa, o baixo índice alcançado pela Escola, no IDEB, considerando-se o valor mais alto que poderia ser alcançado, revelou coerência com os resultados que encontramos, apontando problemas diversos no ensino de Matemática, ainda que relativos a um conteúdo específico, no caso, frações. Em todo caso, faz-se necessário não definir o perfil de uma Escola apenas com base nos dados do IDEB, e considerar outros parâmetros, relativos a outros tipos de conhecimento.

Na aula do dia 06/10/2009 foram trabalhados OS TIPOS DE FRAÇÕES, enfatizando-se sua representação.

“Frações próprias: ex: $\frac{15}{40}$ (15 é o numerador e 20 é o denominador)

Frações impróprias: ex: $\frac{25}{7}$, $\frac{7}{2}$ “

A professora pediu que os alunos observassem a diferença entre os dois exemplos, mas poucos conseguiram enxergá-la. Na apresentação da fração $\frac{15}{40}$ - a professora falou que “essa fração não tem quociente”, isto é, “não podemos dividir o numerador pelo denominador”. Sabemos, porém, que a divisão é possível, embora o resultado não seja um número natural.

Em seguida a professora destacou a natureza das frações aparentes, denotando-as e dando exemplos: $\frac{4}{2}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{12}{2}$.

No final da aula, propôs aos alunos os seguintes exercícios:

“EXERCÍCIOS:

1. Veja as figuras e escreva a fração correspondente a parte colorida.

(fez o desenho no quadro negro em que estavam representadas as frações)

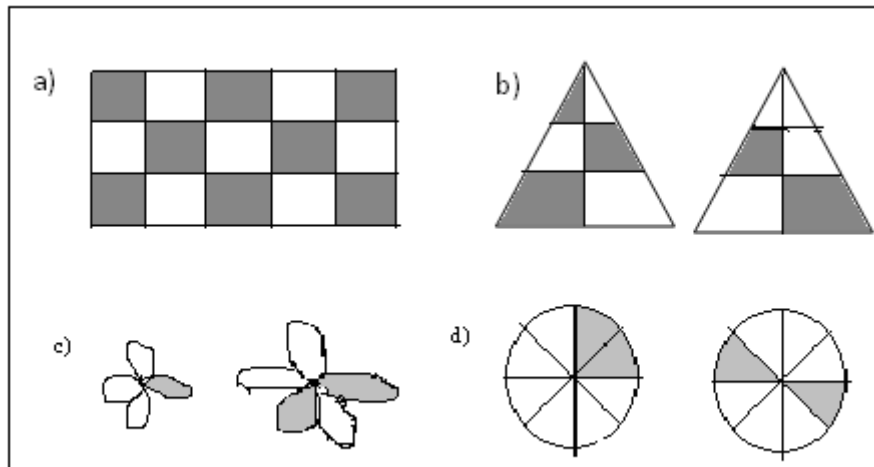


Figura 17. Desenhos que representam frações

a) $\frac{8}{15}$, b) $\frac{5}{12}$, c) $\frac{3}{9}$, d) $\frac{4}{16}$

Agora classifique as frações em próprias, impróprias ou aparentes.

2. Dada as frações, circule as frações próprias.

$\frac{9}{2}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{4}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{10}$

3. Observe as frações e destaque as frações aparentes.

$\frac{7}{4}$, $\frac{5}{1}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{10}{6}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{15}{45}$, $\frac{50}{2}$ ”.

Nesta aula a professora confundiu o significado de quociente com o de razão e ao mesmo tempo não estabeleceu corretamente a relação entre fração e divisão, persistindo no erro.

Na aula do dia 08/10/2009, a professora abordou Números Mistos, começando com um exemplo: $\frac{7}{4}$ e perguntando, “quantos quartos posso colocar no sete?”, usando uma fração imprópria. Em seguida resolveu o exemplo, da maneira transcrita abaixo:

“ $\frac{7}{4} \Rightarrow 7 \div 4 = 1$ e resta 3”. Explicando a divisão, enfatiza que são estes números que

formam o número misto. “Logo: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ ”, e fez a seguinte pergunta: “O que é número misto?” Em seguida ela mesmo respondeu: “é a mistura do inteiro com uma fração”.

Depois ele explicou o inverso, isto é, como obter uma fração, a partir da representação na forma de um número misto: $1\frac{3}{4} = \frac{1 \times 4 + 3}{4} = \frac{7}{4}$. Em seguida trabalhou com o exemplo dado

por um aluno, $\frac{9}{6}$, fazendo: $9 \div 6 = 1$ e resta 3 $\therefore \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6}$.

“Quantos sextos cabem em nove? $1\frac{3}{6} = \frac{1 \times 6 + 3}{6} = \frac{9}{6}$.”

O exemplo seguinte foi feito por um aluno no quadro-de-giz: $\frac{9}{7}$.

$9 \div 7 = 1$ e resta 2 $\therefore \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$. Para verificar se a resposta estava correta o aluno escreveu:

$1\frac{2}{7} = 1 \times 7 + 2 = \frac{9}{7}$, procedendo de forma equivocada o registro numérico dos passos, no que não foi corrigido pela professora. Na aula, mais exercícios semelhantes foram propostos aos alunos:

“EXERCÍCIOS: 1. Transforme em números mistos.

a) $\frac{17}{3}$; b) $\frac{7}{6}$; c) $\frac{13}{2}$; d) $\frac{12}{5}$; e) $\frac{49}{9}$; f) $\frac{8}{3}$

2. Transforme os números mistos em frações:

a) $4\frac{1}{4}$; b) $5\frac{2}{7}$; c) $3\frac{5}{6}$; d) $7\frac{3}{5}$; e) $3\frac{5}{6}$; f) $1\frac{2}{8}$

3. Encontre o número misto correspondente em cada caso”.

a)



Figura 18. Representação dos Números Mistos A

Nos desenhos feitos pelo professor, ele falou que as partes pintadas representavam a

fração, $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ que é um equívoco, pois as figuras acima (três triângulos) representam $2\frac{1}{5}$.

O mesmo erro foi cometido em relação à ilustração que segue.

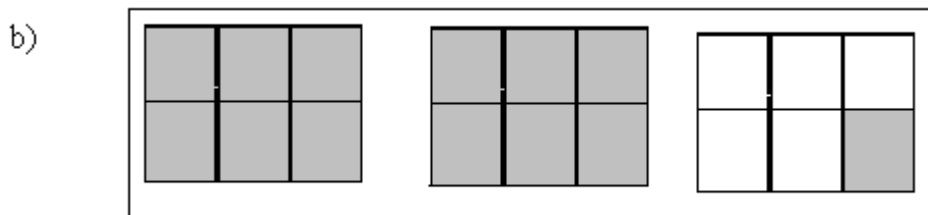


Figura 19. Representação dos Números Mistos B

A professora afirmou e escreveu que a fração que diz corresponder às figuras seria $\frac{18}{13} = 1\frac{5}{13}$, mas observe que essas figuras correspondem a $2\frac{1}{6}$.

Foi proposta ainda a seguinte questão: “4. Digas quais das frações são próprias ou impróprias:

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{3}{1}, \frac{8}{3}, \frac{2}{8}, \frac{9}{2}, \frac{5}{5}, \frac{10}{5}, \frac{12}{5}, \frac{2}{1}”$$

Nesta aula a professora demonstrou não ter conhecimento claro do que é um número misto, apresentando representações equivocadas entre números mistos e as figuras correspondentes às mesmas.

No dia 13/10/2009, a professora fez na aula apenas a correção dos exercícios propostos no final da aula anterior.

A aula do dia 14/10/2009 foi sobre “FRAÇÕES EQUIVALENTES” começando ela com a pergunta: “De que maneira eu posso encontrar outras frações a partir de uma fração dada?”, respondendo em seguida: “multiplicando ou dividido por um número diferente de zero”, continuando, “vou lançar no quadro uma fração e depois encontrar outras”.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots$, explicando para a turma que “a classe equivalente (CE) foi obtida multiplicado o numerador e denominador da fração $\frac{1}{2}$ por 2, 3, 4, respectivamente”. Depois

fez outros exemplos: $\frac{45}{30}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{20}{40}$; $\frac{1}{10}$.

Nesta aula a professora simplesmente trabalhou a obtenção de frações equivalentes a uma dada, por meio de uma regra, deixando de criar situações problema contextualizadas que permitissem que o aluno entendesse o conteúdo e elaborasse o conceito de fração equivalente de modo adequado, como sugere Toledo e Toledo (1997) e como aponta os PCN (1997) que

com isso, deixou de resgatar a curiosidade e o espírito crítico dos alunos, procurando desenvolver as habilidades necessárias à vida.

No dia 15/10/2009 foram propostos exercícios de revisão, relativos a todo o conteúdo de frações até então trabalhados em sala de aula, e transcritos em seguida.

“1. Na fração $\frac{4}{7}$

- a) Qual é o numerador?
- b) Qual é o denominador?
- c) Em quantas partes do todo foi dividido?
- d) Quantas dessas partes foi considerada?

2. Escreva como se lê:

- a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{1}{10}$; c) $\frac{7}{9}$; d) $\frac{15}{59}$; e) $\frac{31}{100}$; f) $\frac{11}{30}$;

3. Calcule

- a) $\frac{1}{3}$ de 45 b) $\frac{1}{4}$ de 100 c) $\frac{2}{3}$ de 90 d) $\frac{2}{5}$ de 300
 e) $\frac{5}{6}$ de uma dúzia

4. Transforme os números mistos em frações:

- a) $3\frac{1}{5}$; b) $1\frac{2}{7}$; c) $3\frac{6}{7}$; d) $3\frac{3}{8}$

5. Transforme as frações em números mistos;

- a) $\frac{9}{2}$ (o aluno perguntou: 9:2 pode ser 4,5, o professor respondeu não e fez, 9:2 = 4 e resta 1, isto é, $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$)

- b) $\frac{12}{5}$; c) $\frac{25}{3}$; d) $\frac{15}{6}$; e) $\frac{15}{4}$

6. Resolver os problemas:

- a) Lúcio tem 12 anos, o que corresponde exatamente, a $\frac{1}{4}$ de idade de seu pai. Que idade tem o pai de Lúcio? (O professor não soube explicar, se justificou que tinha copiado errado)

- b) Carolina tem uma coleção de 54 selos, a coleção de sua prima Juliana é $\frac{2}{3}$ da sua. Quantos selos têm as duas juntas?

Na aula do dia 21/10/2009, foi trabalhada a Simplificação de frações, começando a professora com o seguinte exemplo: $\frac{30}{40}$. Ela fez a leitura da fração e perguntou “como se faz a divisão?”. Em seguida apresentou sua explicação e outros exemplos:

$$\frac{30 \div 2}{40 \div 2} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4} \text{ (irredutível, isto é, não dá mais para simplificar)}$$

$$\frac{50}{60}, \quad \frac{30}{60}$$

Na continuidade da aula, mais exercícios foram propostos:

1. Simplifique as frações

a) $\frac{2}{6}$

b) $\frac{6}{2}$

c) $\frac{32}{18}$

d) $\frac{32}{48}$

- e) $\frac{90 \div 2}{120 \div 2} = \frac{45 \div 5}{60 \div 5} = \frac{15 \div 3}{12 \div 3} = \frac{5}{4}$, a resolução desse exercício foi feita de maneira equivocada pelo professor, pois $45 : 5 = 9$)

f) $\frac{32}{64}$

g) $\frac{48}{84}$

2. a) Qual a fração equivalente de denominador 14?

- b) Qual a fração equivalente a $\frac{5}{7}$ de numerador 15?

3. Qual das frações é irredutível?

$$\frac{2}{5}, \frac{6}{8}, \frac{10}{15}, \frac{3}{27}, \frac{13}{25}, \frac{11}{44}$$

4. Escreva ao lado da fração dada, outra fração equivalente com o denominador 60.

a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{1}{2}$

Responda:

- Qual delas é a maior?
- Qual delas é a menor?

Nessa aula, como na aula anterior, a professora trabalhou simplificação de frações apenas de maneira formal, por meio de regras, sem exemplos que pudessem levar o aluno à sua contextualização. Mostrou ainda, pelos equívocos que se evidenciaram na aula, despreparo na compreensão e no trabalho didático com o conteúdo.

O importante, no estudo de frações como, aliás, em toda a Matemática, é evitar a memorização de definições e regras, sem compreensão. Todo o trabalho com frações pode ser feito a partir de situações-problema, isto é, desafios para que os alunos descubram soluções e construam seu próprio conhecimento.

Em 22/10/2009 a aula começou com a correção dos exercícios propostos e, em seguida, a professora iniciou o trabalho com as operações, explicando a adição e subtração de frações com mesmo denominador:

Ex.: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$; $\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2}$; $\frac{12}{3} + \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$; $\frac{20}{4} - \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$; $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$;
 $\frac{10}{5} - \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$, repetindo a regra: “repetimos o denominador e somamos ou subtraímos os numeradores”.

Em seguida, a professora explicou a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, afirmando imediatamente que, neste caso, “têm que tirar o mínimo”. Em seguida, apresentou o seguinte exemplo: $\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$???, o que nos surpreendeu, pois essas frações têm denominadores iguais. Dando prosseguimento à sua explicação, passou à adição das frações $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$ tirando o mmc de (5, 6), escrevendo no quadro-de-giz o que transcrevemos em seguida:

$$\begin{array}{r|l} 5, 6 & 5 \\ 1, 6 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \text{“Logo, o mmc (5, 6) = 30”}.$$

Depois de deduzir que o mmc de 5 e 6 era 30, continuou efetuando a adição, registrando no quadro: $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{48}{30} + \frac{5}{30} = \frac{53}{30}$.

Outros exemplos se seguiram:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$\begin{array}{r|l} 3, & 2 \\ 1, & 2 \\ & 1 \end{array} \quad \text{“Logo, o mmc (2, 3) = 6} \\ \hline$$

Efetuada a adição, após a identificação do mmc dos dois denominadores:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

Não foi dada nenhuma explicação adicional relativa ao uso de frações equivalentes, sendo o conteúdo trabalhado de maneira formal, deixando-se de lado exemplos práticos ou justificativas para os procedimentos. Como sugere Bertoni (2008), as situações aditivas e subtrativas deverão ser apresentadas aos alunos inicialmente possibilitando que eles as resolvam utilizando estratégias próprias, calcadas em sua compreensão do número fracionário. Os registros também devem ser livres, usando palavras, desenhos, esquemas, com ou sem símbolos numéricos, fundamentadas na compreensão das quantidades fracionárias e de suas relações. Essas atividades visam consolidar a idéia de frações e números fracionários por meio de seu uso em situações do cotidiano, que exigirão reflexão sobre o significado das partes que aparecem nas situações e dos números associados a elas.

Na aula do dia 27/10/09, a professora trabalhou com a multiplicação de frações, com o

exemplo: $\frac{3}{5} \times \frac{4}{2} = \frac{12}{10}$ e a apresentação da regra: “Multiplicamos numerador com numerador e denominador com denominador”, registrando no quadro outros exemplos.

$\frac{15}{30} \times \frac{2}{20} = \frac{30}{600}$; $\frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{28}$. Imediatamente após, começou a explorar a divisão, por meio

do exemplo: $\frac{2}{4} \div \frac{1}{2}$, ditando a regra: “Na divisão repito a primeira fração e multiplico pelo inverso da segunda fração”, aplicando-a ao exemplo inicial dado e a um segundo exemplo.

$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{4} = 1; \quad \frac{5}{3} \div \frac{4}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

No final da aula a professora propôs uma série de exercícios aos alunos, registrados em seguida. Aqui reproduzimos os exercícios já resolvidos, o que foi feito pela própria professora no quadro, alguns minutos após a sua proposição.

“1. Resolva as multiplicações e simplifique o resultado, se possível:

$$\text{a) } \frac{5}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{45}{15} = 3 \qquad \text{d) } \frac{12}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{240}{15} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\text{b) } \frac{2}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{56} = \frac{1}{28} \qquad \text{e) } \frac{2}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{10 \div 10}{30 \div 10} = \frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \frac{6}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35}$$

2. Divida as frações:

$$\text{a) } \frac{5}{2} \div \frac{2}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{2} = 5$$

$$\text{b) } \frac{5}{9} \div \frac{3}{2} = \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{27}$$

$$\text{c) } \frac{1}{8} \div \frac{2}{4} = \frac{1}{8} \times \frac{4}{2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{d) } \frac{6}{4} \div \frac{3}{7} = \frac{6}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{42}{12} = \frac{7}{2}$$

$$\text{e) } \frac{9}{7} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{27}{7}$$

Nessa aula, como nas anteriores, a professora trabalhou o conteúdo por meio da aplicação de regras, o que segue na direção contrária ao que defendem alguns autores do nosso referencial teórico, a exemplo de Bertoni (2008) afirma que as situações multiplicativas e de divisão precisam ser inicialmente resolvidas pelos alunos por métodos próprios e registros livres, fundamentados na compreensão das quantidades fracionárias e das relações entre elas e Toledo e Toledo (1997), complementam que depois que o aluno aprende com esses métodos, ele descobrirá que o número fracionário correspondente a cada parte da tira intermediária é sempre um *múltiplo comum* do número de partes de cada uma das tiras que estão sendo comparadas. Partindo dessa observação, conclui que é mais prático escolher o menor múltiplo comum, ou seja, o mínimo múltiplo comum (MMC) e, aos poucos, ele percebe que é desnecessário o manuseio de materiais para a resolução de situações-problema, e vai compreendendo a clássica regra para “reduzir as frações ao mesmo denominador”, afirmam

3.8.1 Análise geral das aulas do 6º Ano

De acordo com as observações e análise das aulas da Professora B, que atua no 6º Ano, levando em consideração os “problemas e perspectivas do ensino dos números fracionários”, percebemos que ela apresenta diversos problemas de atuação em sala de aula. As dificuldades são de natureza metodológica, mas, também e anteriormente a isso, de natureza conceitual. A ausência de ações que pudessem possibilitar ao aluno a compreensão do conteúdo de frações, de maneira contextualizada e relacionada com seu cotidiano, como demonstrando suas deficiências por falta de preparo no tratamento dos conteúdos, pois como,

percebemos todas as aulas foram expositivas, sendo desenvolvidas sempre da mesma forma, não relacionando a matéria ensinada com a realidade. Com relação à prática docente da professora, pode-se notar que o mesmo possui uma sequência fixa para dar suas aulas, demonstrando uma prática pedagógica tradicional, pouco se servindo das habilidades de ensino para enriquecer suas aulas, não explicita o objetivo de estudo; não localiza historicamente o conteúdo e não estabelece relações do conteúdo com outras áreas do saber; No Incentivo à participação do aluno: formula perguntas, porém detém-se nos níveis cognitivos mais simples (conhecimento e compreensão); valoriza o diálogo; não provoca os alunos para fazerem suas próprias perguntas; não transfere indagações de um aluno para outro ou para a sala; não aproveita respostas dos alunos para continuar a sua aula; não solicita as experiências cotidianas dos alunos, não estimula a divergência e a criatividade; não se preocupa em instalar/provocar dúvidas durante as aulas. Utilização de recursos didáticos: apenas o livro didático como apoio e para a resolução de exercícios pelos alunos.

Quanto ao conhecimento do conteúdo, pode-se notar que o mesmo é pobre em conceitos não vinculando a teoria com a prática, não utiliza exercícios diferentes do livro e não utiliza situações-problemas.

Quanto ao relacionamento com os alunos, pode-se observar que a professora não mantém bom relacionamento com os alunos, pois o que podemos observar, ela grita muito com os alunos.

A professora não tem a formação específica em Matemática, portanto não estando habilitado para o ensino da referida disciplina o que justifica o uso de uma metodologia, em sala de aula, não adequada para promover o ensino/aprendizado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho teve como objetivo central identificar os possíveis problemas, limitações e perspectivas para o ensino de números fracionários no 5º e no 6º anos do Ensino Fundamental de uma escola cajazeirense, a fim de analisar como são ensinados os conteúdos relativos aos números fracionários nesses anos. Em particular, procuramos verificar se as práticas de ensino dos professores promoviam a aplicação desses conhecimentos a conteúdos de outras disciplinas ou situações do cotidiano ou se a elas faziam referência.

De acordo com a análise dos dados que realizamos em nossa investigação, podemos afirmar que a melhoria da formação matemática dos alunos da Educação Básica e, em particular, do Ensino Fundamental, não depende de ações isoladas, mas de um conjunto de ações que visem a dinamização do ensino de Matemática. A peça chave é o professor, que necessita assumir um novo papel no processo de ensino-aprendizagem, o de mediador ou facilitar da elaboração do conhecimento para o aluno.

O fazer pedagógico do professor precisa ter como objetivo levar o aluno a perceber que a Matemática faz parte do seu dia-a-dia, uma vez que no contexto sócio-cultural no qual o aluno está inserido os elementos matemáticos estão sempre presentes, e promover a compreensão de tais elementos, isto é, possibilitar a construção de significado para aquilo que o aluno aprende. A elaboração de significados auxiliará o estabelecimento de relações entre conceitos matemáticos e sua aplicabilidade em situações fora da sala de aula.

É importante que o conhecimento matemático seja apresentado aos alunos como sendo historicamente construído e em permanente evolução, em contraposição à prática mais freqüente no ensino de Matemática, na qual o professor apresenta o conteúdo partindo de definições, exemplos e demonstrações de propriedades, seguindo-se um conjunto de exercícios de fixação. Tal estrutura tem como proposta a aprendizagem pela reprodução mecânica. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois poderá no máximo indicar se o aluno é capaz de reproduzir respostas em situações semelhantes às que lhe foram apresentadas, mas não apontam se e até onde ele compreendeu o conteúdo estudado.

Tendo como foco os professores, alunos e conteúdo que fizeram parte de nosso estudo, podemos registrar algumas considerações que podem ser consideradas particulares em nosso estudo de caso, mas generalizáveis para muitos outros professores e conteúdos do Ensino Fundamental, feitas aas ressalvas necessários. Uma delas diz respeito às dificuldades observadas em relação ao ensino de Matemática, uma vez que constatamos a presença de

problemas de diversas ordens, dentro eles, os relacionados ao domínio conceitual do conteúdo a ser trabalhado com os alunos.

Uma vez que sem o domínio adequado dos elementos conceituais, não é possível estabelecer critérios adequados de escolha metodológica para a abordagem de um conteúdo, os problemas se somaram. Deste modo, torna-se muito difícil que o professor consiga fazer da Matemática uma disciplina que desperte o interesse dos alunos e, sobretudo, possa torná-la uma ciência que ajude a resolver problemas com os quais lidamos em nosso cotidiano.

Nosso referencial teórico aponta da direção da possibilidade de ampliação da compreensão conceitual na Matemática, em particular de conceitos básicos trabalhados nos Anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando-se de materiais concretos e atividades lúdicas, que permitam o estabelecimento de relações entre a teoria e a prática e possibilitem ao educando melhores condições de aprendizagem. Mas para que o uso de materiais manipulativos e do lúdico tenha qualidade, é preciso que o professor tenha uma formação adequada e compreenda que o aluno possui uma dinâmica própria de elaboração de conceitos, potencial na busca de novos níveis de conhecimentos, que é ativo e necessita de motivação para aprender.

Considerando particularmente o ensino de frações, é necessário que o professor compreenda sua importância não só para o desenvolvimento matemático do aluno, mas também porque os esquemas de pensamento utilizados na aprendizagem dos números fracionários são diferentes dos necessários para o trabalho com os números naturais, devido à própria natureza desses números. Assim, seu estudo pode proporcionar um desenvolvimento cognitivo mais amplo, possibilitando novos recursos para resoluções de outros tipos de situações, além das que o aluno já conhece.

No que se refere ao desenvolvimento dos processos de ensino no âmbito das relações fracionárias, tornou-se evidente a falta de domínio matemático do professor sobre o tema, especialmente em relação à resolução de problemas envolvendo frações, bem como relativas às operações fracionárias, destacando como mais acentuada na divisão de um número inteiro por um número fracionário.

Esta pesquisa mostrou muitos fatores que influenciam (negativamente) a aprendizagem do aluno na disciplina, dentre eles o despreparo do professor em relação à sua formação matemática, o que é agravado pelo fato de termos professores de outras áreas ensinando Matemática. Tais deficiências de formação levam à falta de criatividade do professor em explorar as experiências que a criança traz para a sala de aula e em desenvolver

o raciocínio lógico do aluno, uma vez que não explora adequadamente a relação entre aquilo que o aluno aprende e os problemas e situações numéricas presentes no cotidiano.

Ao iniciar o ensino dos números fracionários, é preciso pensar práticas, métodos, metodologias e estratégias de ensino a serem utilizadas, sendo tal reflexão essencial para a definição do ponto de chegada no ensino e aprendizagem desse conteúdo, sem esquecer o ponto de partida dos alunos, constituídos por suas experiências anteriores com a operação de divisão, as noções de metade e a relação das partes com o todo.

Identificar frações, saber representá-las e escrevê-las, são noções que vão se construindo à medida que o aluno desenvolve ações que lhe permitam fazer generalizações. Propor situações em que o aluno é levado a fazer subdivisões de um mesmo inteiro, comparações entre essas subdivisões, problemas de divisão em que o resto às vezes pode ser subdividido, às vezes não, são exemplos de atividades que se bem exploradas no início do estudo de frações, podem levar o aluno a reconhecer e utilizar adequadamente a escrita dos números racionais, ainda que de forma não convencional. O domínio da representação auxiliará a construção de significado para as operações, o que se dará na sequência e, nesse momento, o acompanhamento do trabalho realizado pelo aluno é de fundamental importância para que o professor possa atuar como mediador da aprendizagem.

O diagnóstico dos avanços e dificuldades que persistem na aprendizagem dos números fracionários encaminhará na direção da proposição de atividades e na seleção de metodologias adequadas à aquisição de novos conceitos matemáticos pelo aluno. Mesmo entendendo que o planejamento das estratégias de ensino pode se dar com o auxílio de guias curriculares, livros didáticos e materiais instrucionais, creditamos ao professor o protagonismo do processo, pois são eles que irão agir na transformação do conteúdo, adaptando o saber escolar já determinado a um saber que deverá ser ensinado, conciliando os objetivos de ensino com os conhecimentos prévios dos alunos e organizando-os para que ele se dê de modo gradual e significativo.

Defendemos que os conceitos matemáticos podem e devem ser elaborados a partir de experiências já adquiridas pelos alunos e se caracterizam por sua generalidade, diferenciação, abstração e simbolização, passíveis de elaboração, uma vez que o espaço educativo esteja devidamente organizado – o professor sabendo o que, para que, para quem e como irá ensinar.

O que aprendemos com nossa investigação, considerando as questões que nos inquietaram inicialmente, parece pequeno, diante das inúmeras questões que surgiram no decorrer do processo e que nos levam, ainda assim, a um maior amadurecimento como pesquisadora mas, em especial, como educadora, levando-nos à refletirmos sobre nossa

própria prática em sala de aula. Como continuidade na investida que iniciamos, poderíamos propor novos trabalhos de pesquisa relativos ao trabalho com frações, a exemplo de um que tivesse como objetivo central avaliar a reelaboração da ação do professor em sala de aula, tendo por base uma formação continuada centrada nos princípios que consideramos em nosso referencial teórico.

É nossa intenção, com base nas dificuldades detectadas em nossa investigação, contribuir com a Escola que nos cedeu espaço, apresentando propostas de atividades visando estender a visão dos professores frente ao trabalho com as frações, em um processo de formação continuada, tendo como objetivo colaborar para que o professor crie atitudes cada vez mais positivas em relação ao ensino de Matemática. Acreditamos que este poderá ser um bom começo. Ou recomeço.

REFERÊNCIAS

BERTONI, Nilza Eigenheer. **A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário.** BOLEMA Vol. 21, Nº 31 (2008). Disponível em <http://cecemca.rc.unesp.br/ojs/index.php/bolema/article/view/2111>. Acesso em 28/08/2009.

BEZERRA, Francisco José Brabo. **Introdução ao conceito de número fracionário e de suas representações:** uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. São Paulo, 2001.

BONJORNO, José Roberto e AZENHA, Regina. **Matemática:** pode contar comigo. 5º ano. São Paulo: FTD, 2008.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE:** Plano de Desenvolvimento da Educação : SAEB : ensino médio : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008. 127 p. : il.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília, 1997

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília, 1998

_____. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB.** Lei no. 9394/96. Brasília. MEC, 1996.

_____. Ministério da Educação. **Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.** Disponível em: <<http://IDEB.inep.gov.br/Site/>> Acesso em 26/03/2010

_____. Ministério da Educação. **Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.** Disponível em: Acesso em 10/03/2010

_____. Ministério da Educação e Cultura. **Matrizes Curriculares de Referência para o Saeb- 2001:** novas perspectivas. Brasília: Inep, 2002. Acesso em 10/03/2010

_____. MEC/INEP. Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – 2001. Brasília, 2002. Disponível em: http://www.inep.gov.br/download/saeb/2001/relatorioSAEB_matematica.pdf. Acesso em 23/08/2009.

_____. Ministério da Educação. Disponível em: <http://provabrasil2009.inep.gov.br/images/stories/pdf/provabrasil_matriz.pdf>. Acesso em 10/03/2010

CANOVA, Raque Factori. **Crença, concepção e competência dos professores de 1º e 2º ciclo do Ensino Fundamental com relação a fração.** Dissertação do Mestrado em Educação em Matemática, PUC/SP. São Paulo, 2006.

CASTRO, R. de; OLIVEIRA, N. de. Número fracionário: estudo histórico, epistemológico e da transposição didática. **Revista de Educação**, Brasil, v. 12, n. 13, p. 59-70, 2009. Disponível em: <http://www.sare.unianhanguera.edu.br/index.php/reduc/article/view/824/664>>. Acesso em: 21 mar. 2010.

CHIZZOTTI, A. **Estudo de caso**. In: pesquisa em ciências humanas e sociais. 3ª Ed. São Paulo: Cortez, 1998. P. 102-104.

Coleção “PROJETO ARARIBÁ: **Matemática**”. A editora responsável é Juliane Matsubara Barroso, e o livro é publicado pela Editora Moderna (2006).

DAMICO, Alecio. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado em Educação Matemática.PUC/SP. São Paulo, 2007.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. 36ª edição. São Paulo: Paz e Terra, 1996

FIORENTINI, Professor Dário. Frações e números decimais.Fund. da Metol. Do Ens. Da Matemática I. UNICAMP-EL441A. 2005. Disponível em: <http://fabio.freesandbox.net/documentos/EL441.pdf> Acesso em 28/02/2010

GOLDENBERGERG, Mirian. A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Record, 1997.

GONÇALVES, Heitor Antonio. O Conceito de Letramento Matemático: algumas aproximações. Disponível em <http://www.virtu.ufjf.br/artigo>. Acesso em 08/07/2008.

IFRAH, George. Números: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

MERLINI, V. L. (2005) **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MOUTINHO, L. V. (2005) **Fração e seus diferentes significados**: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MUNHOS, Aínda Ferreira; NAZARET, Helenalda; TOLEDO, Marília. **Fazer, compreender e criar matemática**: livro do professor. 3. Ed. São Paulo: IBEP, 2008.

NUNES, T. & BRYANT, P.(1997). **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. (2005) **Educação Matemática**: números e operações. São Paulo: Cortez.

PEREZ, Geraldo. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggini e BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

PIMENTA, S.G. Formação de professores: Identidade e saberes da docência. In: PIMENTA, S.G. (Org.) **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 1999.

RIBEIRO FILHO, Aldemar Moreira (2008). **Ensinar e Aprender contagem, Fração e Geometria nas séries iniciais**. Goiás. Instituto de Ensino Superior de Goiás. Formosa-GO.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2007.

RODRIGUES, Wilson Roberto. **Números racionais: um estudo das concepções de aluno após o estudo formal**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. São Paulo, 2005.

SAEB (2001). **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: MEC.

SANTOS, Aparecido dos. **O Conceito de Fração em seus Diferentes Significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP).

SIQUEIRA, Regiane Aparecida Nunes de. **Tendências da educação matemática na formação de professores**. Monografia (Especialização em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação. Ponta Grossa: [s.n.], 2007.

SILVA, Maria José Ferreira.(1997). **Sobre a introdução do conceito de números fracionário..** Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SOUSA, J. M. A. **Compreensão dos alunos do 7º ano, acerca do conceito de fração**. Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Estadual do Vale do Acaraú, Sobral-CE, 2007.

TEIXEIRA, Alexis Martins. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo**. Dissertação de Mestrado profissional em Educação matemática. PUC/SP. São Paulo, 2008.

TRIVIÑOS, A. N. Estudo de caso. In: **Introdução à pesquisa em ciências sociais : a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo, Atlas: 1987. P. 133-136.

TOLEDO, Marília e TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática: como dois e dois, a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

APENDICE

APENDICE A
Questionário aplicado aos Professores

Questionário aplicado aos Professores

CONHECENDO O PROFESSOR

I. Configurando o perfil do professor:

1- () Sexo

2- () Idade

3- Graduado em: _____

4- Pós-Graduação () Não () Sim, em: _____

5- Município em que atua: _____

6- Atua com as seguintes modalidades/ nível: () EJA – Fundamental

() Fundamental

() Infantil

() Outros: _____

7- Em quantas turmas você leciona?

8- Qual a sua carga horária semanal em sala de aula?

9. Quais os motivos que levaram você a optar por lecionar a disciplina Matemática e não por outra disciplina? (para o professor de 6º ano)

10. Na sua prática pedagógica, você realiza diagnóstico sobre a realidade do educando?

() Sim () Não

Em caso positivo: Como?

11. Durante a sua prática pedagógica, os educandos apresentam informações sobre a realidade por eles vivida?

() Sim () Não

Justifique

12. Você planeja coletivamente (com outros professores) as aulas da(s) turma(s) em leciona? Se não, por quê? Se sim, como?

II. Com relação ao tema:

1. Como você introduz as representações e as idéias associadas ao conceito de fração em sala de aula?

2. Você observa, ao introduzir o estudo de frações, se o aluno apresenta algum conhecimento prévio relativo ao conceito de fração?

3. De que forma você relaciona o conteúdo de frações com o cotidiano do aluno?

4. Dê um exemplo prático (de modo detalhado) de como explica ao aluno as operações de: a) adição de frações; b) subtração de frações; c) multiplicação de frações; e d) divisão de frações.

ANEXOS

Anexo A

Relação dos conteúdos 5º ano do Ensino Fundamental

Relação dos conteúdos 5º ano do Ensino Fundamental

RELAÇÃO DOS CONTEÚDOS 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

OBJETIVO GERAL DO CURSO

Contribuir para o desenvolvimento cognitivo e sócio-afetivo do educando, considerando suas habilidades e competências através de atividades e competências através de atividades interdisciplinares que ampliem a capacidade de posicionar – se, fazer escolhas e agir de maneira responsável.

MATEMÁTICA

Adotar uma atitude positiva em relação à Matemática, ou seja desenvolver sua capacidade de "fazer matemática" construindo conceitos e procedimentos, formulando e resolvendo problemas por si mesmo.

CONTEÚDOS:

- A origem dos números; *
- Número e numeral; *
- Números ordinais e cardinais; *
- Números romanos. *
- Sistema de numeração decimal: *
- Unidade, dezena, centena ;
- Classes dos milhões e bilhões; *
- Valor absoluto e relativo; *
- Decomposição e composição dos números. *
- Maior que e menor que; *
- Antecessor e sucessor; *
- Números pares e ímpares; *
- Adição e Subtração *
- Termos; *
- Propriedades; *
- prova da adição e da subtração; *
- Situações - problema *
- Multiplicação (3 algarismos) *
- Termos; *
- Propriedades; *
- Dobro e Triplo; *
- Multiplicação com fatores maiores e menores que 10; *
- Situações – problema; *
- Divisão simples *
- Termos; *
- Situações – problema; *
- Exata e não – exata; *
- Expressões numéricas: *
- Múltiplos e divisores *

Realização

- Múltiplos de um número
- Mínimo múltiplo comum
- Números racionais
- Frações
 - Representação e leitura;
 - Frações equivalentes;
 - Frações próprias e impróprias
 - Números mistos;
 - Frações aparentes
 - Adição e subtração de frações com o mesmo denominador;
 - Fração de um número;
 - Multiplicação de frações;
 - Divisão de fração por um número natural;
- Porcentagem;
- Perímetro; *
- Números decimais; *
- Adição e Subtração; *
- Medidas de tempo e temperatura
- Medidas de comprimento, de massa e de capacidade;
- O perímetro;
- Medidas de superfície e volume (Idéia de área; centímetro quadrado e metro quadrado; área do retângulo, do quadrado e do triângulo; Idéia de volume;
- Estatística (tabelas e gráficos)
- Sólidos geométricos e formas geométricas *
- Regiões planas e seus contornos; *
- Simetria;
- Sistema monetário.*

Anexo B

Plano de aula da professora A

Plano de aula da professora A

Plano de aula.

Conteúdo: Fração.

- Apresentação de gravuras no quadro-giz
- Termos da fração.
- Leitura de fração.
- Tipos de fração
- Números mistos.
- Transformação de fração imprópria em número misto.
- Transformação de número misto em fração imprópria.

Objetivos:

- Compreender o que é um número fracionário
- Identificar os termos de uma fração.
- Ler e escrever frações.
- Reconhecer e exemplificar frações próprias e impróprias.
- Transformação de fração ^{própria} em número misto.
- Número misto em fração imprópria.

- Metodologia:
- Anotações no quadro-giz
- Aula espontânea e explicativa;
- Atividades escritas;
- Perguntas orais.

Referências Bibliográficas

- Pode Contar Comigo
Regina Azeiteira Bonjorno
José Roberto Bonjorno

FNDE
Ministério da Educação
Editora FTD S.A