

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
CURSO DE MESTRADO EM ECONOMIA**

DANILO REGIS DA CUNHA

**ESTIMANDO AS PREFERÊNCIAS DO BANCO CENTRAL SOB REGRAS E
DISCRIÇÃO: UM ESTUDO PARA O BRASIL E PERU**

**JOÃO PESSOA – PB
2012**

DANILO REGIS DA CUNHA

**ESTIMANDO AS PREFERÊNCIAS DO BANCO CENTRAL SOB REGRAS E
DISCRIÇÃO: UM ESTUDO PARA O BRASIL E PERU**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, em cumprimento às exigências de conclusão do Curso de Mestrado em Economia.

Orientador: Edilean Kleber da Silva
Bejarano Aragón

**JOÃO PESSOA – PB
2012**

DANILO REGIS DA CUNHA

ESTIMANDO AS PREFERÊNCIAS DO BANCO CENTRAL SOB REGRAS E DISCRIÇÃO: UM ESTUDO PARA O BRASIL E PERU

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, como requisito para conclusão do curso de Mestrado em Economia.

Submetida à apreciação da banca examinadora, sendo aprovada em : ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edilean Kleber da Silva Bejarano Aragón
Departamento de Economia/PPGE – UFPB
Orientador

Prof. Dr. José Luis da Silva Netto Junior
Departamento de Economia/PPGE – UFPB
Examinador Interno

Prof. Dr. André de Mattos Marques
Departamento de Economia/PPGECO – UFRN
Examinador Externo

À minha família. Especialmente aos meus pais, Márcia de Lourdes e José Medeiros; às minhas irmãs Juliana, Mariana e Ana Carolina.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, José Medeiros e Márcia de Lourdes, por sempre terem me mostrado a importância do saber e pelos valores transmitidos;

Às minhas irmãs, Ana Carolina, Juliana e Mariana e minha mãe Márcia de Lourdes por todo apoio e compreensão, carinho e amor a mim dedicados;

Aos meus amigos, Ricardo, Felipe, Luís, Vitor e Vívian por todo apoio e por sempre terem acreditado em mim;

Ao professor e orientador Edilean Kleber da Silva Bejarano Aragón, por todos os conhecimentos transmitidos, pela presteza em me atender em todos os momentos em que precisei, pela paciência e sugestões preciosas;

Ao professor José Luis da Silva N. Júnior, pela gentileza ao aceitar fazer parte da banca examinadora, por ter me concedido a oportunidade de ser um pesquisador acadêmico;

Ao professor André de Mattos Marques pela atenção e disponibilidade de participar da avaliação desse trabalho;

Aos professores Paulo Amilton M. Leite Filho, Mércia Santos da Cruz, Guilherme de Albuquerque, Nelson Rosas, Ivan Targino, Luiz Renato, Ignácio Tavares e Paulo Fernando pelos conhecimentos transmitidos, tão significantes para minha formação acadêmica;

Aos caros colegas e amigos da turma de mestrado, Gabriela, Ramailda, Maria de Fátima, Laércio e Fernanda Braga. Especialmente às companheiras de todos os momentos, Emanuelle e Juliana, pela amizade sincera e pelos conhecimentos compartilhados;

Às secretárias do mestrado, Teresinha, Risomar e Carol por toda atenção durante o curso;

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para elaboração desse trabalho.

“And those who were seen dancing were thought to be insane by those who could not hear the music ”. (Friedrich Nietzsche)

RESUMO

As pesquisas recentes em Macroeconomia têm demonstrado um grande esforço na investigação das motivações por trás das ações dos formuladores de políticas, especialmente sobre política monetária, cujo foco está na análise de como o *policymaker* reage às mudanças em variáveis econômicas relevantes, e na estimação de suas preferências sobre determinadas variáveis tais como inflação e produto. Neste trabalho, procurou-se estimar as preferências do Banco Central do Brasil (BCB) e do Banco Central da Reserva do Peru (BCRP) nos ambientes sob regras, onde a otimização ocorre uma única vez, e sob discricão onde a otimização ocorre período a período, usando um modelo macroeconômico Novo-Keynesiano com política monetária ótima para os dois ambientes. Foram usados dados com frequência trimestral para o período pós-metas de inflação, primeiro trimestre de 2000 ao quarto trimestre de 2011. Os resultados para ambos os países mostram que os dados são mais consistentes para o modelo sob regras e que a política monetária é conduzida de maneira ótima. O BCRP dá maior peso à inflação, seguida pela taxa de juros sem esquecer a estabilidade do produto, o que fora constatado na literatura mais recente sobre o Peru. No caso do BCB, é possível verificar a preocupação com a suavização da taxa de juros e com os desvios da produção em relação ao produto potencial. No entanto, ambos os modelos mostram que o principal objetivo do BCB não foi a estabilização da inflação, o que diverge das evidências empíricas encontradas na literatura mais recente para o Brasil.

Palavras-chave: Preferências do Banco Central. Política Monetária. Metas de inflação.

ABSTRACT

Recent research in macroeconomics has shown a great effort to investigate the motivations behind the actions of policymakers, especially about monetary policy, which focuses on the analysis of how the policymaker reacts to changes in relevant economic variables, and the estimation of their preferences on certain variables such as inflation and product. In this work, it was tried to estimate the preferences of the Central Bank of Brazil (BCB) and the Central Reserve Bank of Peru (BCRP) in environments under commitment, where optimization occurs only once, and discretion where optimization occurs periodically, using a New Keynesian macroeconomic model with optimal monetary policy for the two environments. The data was used on a quarterly basis for the post-inflation targeting period, first quarter of 2000 to the fourth quarter of 2011. The results for both countries show that the data are more consistent for the model under commitment and that monetary policy is conducted optimally. The BCRP gives greater weight to inflation, followed by interest rate not to mention the stability of the product, which is consistent with the recent literature of Peru. In the case of BCB, one can see the concern with the interest rate smoothing and the deviation of output relative to potential output. However, both models show that the main objective of the BCB was not inflation stabilization, which differs from the empirical evidence found in recent literature for Brazil.

Key-words: Central Bank preferences. Monetary policy. Inflation target.

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1:</i>	<i>Trajectoria da taxa Selic - 2000:1-2000:4</i>	<i>17</i>
<i>Tabela 2:</i>	<i>Trajectoria da taxa Selic - 2002:1-2002:4</i>	<i>18</i>
<i>Tabela 3:</i>	<i>Trajectoria da taxa Selic - 2009:1-2009:4</i>	<i>20</i>
<i>Tabela 4:</i>	<i>Trajectoria da taxa de juros interbancaria 2001 – 2003.</i>	<i>23</i>
<i>Tabela 5:</i>	<i>Trajectoria da taxa de juros – 2007</i>	<i>24</i>
<i>Tabela 6:</i>	<i>Trajectoria da taxa de juros – 2008</i>	<i>24</i>
<i>Tabela 7:</i>	<i>Testes de raiz unitaria – Peru – 2000:1-2011:4</i>	<i>38</i>
<i>Tabela 8:</i>	<i>Testes de raiz unitaria – Brasil – 1999:1-2011:4</i>	<i>38</i>
<i>Tabela 9:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Discrição – Peru</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 10:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Comprometimento – Peru</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 11:</i>	<i>Desvios padroes – Peru</i>	<i>41</i>
<i>Tabela 12:</i>	<i>Comparação entre os modelos – Peru</i>	<i>41</i>
<i>Tabela 13:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Irrestrito – Peru</i>	<i>42</i>
<i>Tabela 14:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Discrição – Brasil</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 15:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Comprometimento – Brasil</i>	<i>44</i>
<i>Tabela 16:</i>	<i>Desvios padroes – Brasil</i>	<i>45</i>
<i>Tabela 17:</i>	<i>Comparação entre os modelos – Brasil</i>	<i>45</i>
<i>Tabela 18:</i>	<i>Estimativas de Máxima Verossimilhanca – Irrestrito – Brasil</i>	<i>46</i>

LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS

<i>Gráfico 1: Trajetória da taxa Selic 2001 – 2002.</i>	18
<i>Gráfico 2: Trajetória da taxa Selic 2005.</i>	19
<i>Gráfico 3: Trajetória da taxa Selic 2009.</i>	21
<i>Gráfico 4: Trajetória da taxa de juros no Peru entre 2005 e 2007.</i>	23
<i>Gráfico 5: Trajetória da taxa de juros no Peru entre 2007 – 2008.</i>	24
<i>Gráfico 6: Trajetória da taxa de juros no Peru de 2009 a 2011.</i>	25

SUMÁRIO

1 Introdução	13
2 Política Monetária	15
2.1 O problema da inconsistência intertemporal	15
2.2 Política monetária no Brasil	15
2.2.1 Panorama da política monetária no Brasil	17
2.3 Política monetária no Peru	21
2.3.1 A taxa de juros no Peru	22
3 O Modelo Macroeconômico	26
3.1 Estrutura da economia	26
3.2 O problema de otimização do banco central	27
3.2.1 Equilíbrio sobre regras	30
3.2.2 Equilíbrio sobre discricção	31
4 Estratégia Empírica	35
4.1 Método de estimação	35
4.2 Dados	37
5 Resultados	39
5.1 Resultados para o Peru	39
5.2 Resultados para o Brasil	42
6 Conclusão	47
Referências	49
Apêndice A	53
A1 O filtro de Kalman	53
A1.1 A representação de espaço de estados de um sistema dinâmico segundo Hamilton (1994)	53
A1.2 Exemplos de representações de espaço de estados	55
A1.3 Uma visão geral do filtro de Kalman	58
A1.3.1 Recursão	59
A1.3.2 Prevendo y_t	60

A2 Estimação dos parâmetros por Máxima Verossimilhança	61
A2.1 Usando o filtro de Kalman para estimar a função de verossimilhança	61
A2.2 Identificação	62
A2.3 Propriedades assintóticas da estimativa de máxima verossimilhança	63
A2.4 Elementos fixos no vetor de estado inicial	64

1 Introdução

As pesquisas mais recentes em Macroeconomia têm demonstrado um verdadeiro esforço na investigação das motivações por trás das ações dos formuladores de políticas. Em relação à política monetária, os estudos têm focado na análise de como o *policymaker* reage às mudanças em variáveis econômicas relevantes, bem como na estimação de suas preferências sobre determinadas variáveis-objetivo (tais como, inflação e produto).

A regra de Taylor (1993) é sem dúvidas a forma funcional mais utilizada para analisar como a autoridade monetária ajusta o instrumento de política (a taxa de juros). Teoricamente, as regras de taxa de juros como a de Taylor (1993) podem ser obtidas através da solução de um problema de otimização no qual a autoridade monetária procura minimizar os desvios quadrados das variáveis-objetivo em relação às suas metas. Neste caso, os coeficientes dessas regras são combinações complexas dos parâmetros de preferências do banco central e dos parâmetros estruturais da economia. Diante disso, as estimativas dos coeficientes da regra de política não dizem diretamente nada acerca dos parâmetros estruturais da política monetária, tais como as preferências do *policymaker*.

Assim, a fim de aperfeiçoar o entendimento das decisões de política monetária, vários trabalhos têm procurado estimar os parâmetros de preferências na função perda do banco central. Para os EUA, Salemi (1995), Ozlale (2003), Favero e Rovelli (2003), Castelnuevo e Surico (2003), Dennis (2004, 2006), Söderströmet al. (2005) e Ilbas (2011) encontram que o Federal Reserve tem dado uma importância maior à inflação do que ao produto. Resultados semelhantes são observados por Cecchetti et al. (2002), Tachibana (2003) e Collins e Siklos (2004) para vários países, tais como Austrália, Alemanha, Canadá, França, Itália, Japão, Nova Zelândia, Reino Unido etc.

Uma parte da literatura descrita acima tem considerado que o modelo macroeconômico restringindo as escolhas ótimas do banco central é *forward-looking*, isto é, as variáveis no período corrente dependem de seus valores esperados no futuro. Assim, para estimar as preferências da autoridade monetária, eles admitem que as decisões de política sejam tomadas sob regras (*commitment*) ou discricção.¹ Num ambiente de regras, os agentes internalizam em suas expectativas os efeitos das escolhas decorrentes da única otimização realizada pela autoridade monetária. Já em um ambiente com política discricionária, as

¹Por exemplo, Salemi (2006) considera que o banco central se compromete com uma simples regra monetária ótima. Ilbas (2011) estima as preferências da autoridade monetária sob regras. Já Söderströmet al. (2005) analisa o comportamento do banco central sob discricção.

expectativas dos agentes são tomadas como dadas e a autoridade monetária reotimiza sua função perda a cada período.

Este trabalho procura estimar as preferências do Banco Central do Brasil (BCB) e do Banco Central da Reserva do Peru (BCRP) em dois ambientes diferentes: sob regras e sob discricção. Além disso, serão calculados os critérios de informação Bayesiana (*BIC*) e os segundos momentos obtidos dos modelos estimados no intuito de verificar qual desses ambientes é o mais apropriado para descrever as decisões de política monetária nesses países durante o regime de metas de inflação.

Para a consecução dos objetivos propostos, será usada a metodologia desenvolvida por Givens (2010). Essa metodologia consiste em estimar um modelo macroeconômico Novo-keynesiano com política monetária ótima sob regras e discricção. O modelo Novo-keynesiano que será utilizado é formado por duas equações: uma curva IS e uma curva de Phillips, ambas com termos *forward-looking*. Os sistemas de equações descrevendo o equilíbrio da economia (sob discricção e regras) serão estimados por máxima verossimilhança usando o algoritmo do filtro de Kalman.

A literatura sobre estimação das preferências do banco central no Brasil e Peru ainda é escassa. Aragón e Portugal (2009) supõem um modelo macroeconômico *backward-looking* e estimam as preferências do BCB por calibração e máxima verossimilhança. Eles encontram que, no regime de metas inflacionárias, o BCB tem dado um maior peso à inflação e suavização da taxa de juros. Palma e Portugal (2011) estimam o modelo macroeconômico com expectativas racionais e observam que o BCB, no período de 2000 a 2010, o BCB tem utilizado uma política monetária discricionária e dado um maior peso à estabilização da inflação. Para o Peru, Goñi e Ormeño (2000), Bejarano (2001), Rodriguez (2008) e Pascaet al. (2011) constatam que o BCRP tem uma maior preocupação com os desvios da inflação em relação à meta do que com a estabilização do produto.

O trabalho está organizado em cinco capítulos, além desta introdução. No capítulo 2, apresenta-se um breve histórico da política monetária no Brasil e no Peru com foco na taxa de juros como instrumento de política com o objetivo de atingir as metas de inflação. No capítulo 3, o modelo teórico e o problema de otimização intertemporal da autoridade monetária sob regras e discricção são descritos. O capítulo 4 expõe a metodologia empírica usada para estimar as preferências do BCB e do BCRP. O quinto capítulo traz os resultados do trabalho. Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões.

2 Política monetária

Este capítulo apresenta uma visão geral da política monetária no Brasil e no Peru, bem como um panorama sobre a taxa de juros como instrumento de política que tem sido bastante utilizado no intuito do cumprimento das metas de inflação nos dois países ressaltando a capacidade de autonomia conferida aos bancos centrais.

2.1 O problema da inconsistência intertemporal

As questões da autonomia dos bancos centrais, bem como a eficácia da política monetária vieram de encontro ao comportamento de não divulgação das informações sobre as decisões sobre política monetária, em especial com interferências políticas, presente até meados da década de 1990. Desde então, esse comportamento sofreu mudanças não somente quanto à prestação de contas, mas também à transparência e à comunicação das decisões de política.

O trabalho de Calvo, Kydland e Prescott (1978, 1977, *apud* NETO *et al*, 2011) enfatiza a relevância de se focar o exercício da política monetária no objetivo de inflação reduzida e estável. O desvio desse objetivo implicaria sérios custos em termos de estabilidade macroeconômica, crescimento econômico e bem-estar da sociedade, visto que a necessidade da estabilidade da inflação depende das defasagens dos mecanismos de transmissão, que demandam um horizonte de tempo maior, ao mesmo tempo em que as escolhas dos governos são voltadas para o produto da economia cujo horizonte de tempo é menor, orientada, de maneira geral, por calendários eleitorais. A interferência por parte do governo poderá resultar no comprometimento da política monetária. Nesse sentido, a procura pela redução desse tipo de influência resultou em maior autonomia para os bancos centrais nas últimas décadas.

2.2 A política monetária no Brasil

Em meados de 1994, teve início o processo de estabilização no Brasil que com êxito, reduziu a inflação para apenas um dígito em menos de três anos. Dentre as reformas econômicas presentes no programa, destaca-se a redução do setor público através de privatizações de empresas estatais nos setores de telecomunicações, transporte ferroviário, mineração entre outros. Da mesma forma, houve redução de tarifas de importação e uma

completa reestruturação do sistema financeiro. Entretanto, fez-se necessária uma abordagem gradativa durante o processo de estabilização para a solução de vários problemas econômicos estruturais ainda não solucionados. O governo se mostrou inseguro quanto à urgência na execução de uma reforma fiscal, logo, esta continuou sendo adiada e o Brasil continuou vulnerável à eminência de uma crise de confiança, que se tornou realidade com a agitação do mercado financeiro internacional devido à moratória russa em agosto de 1998. Uma novidade introduzida foi o viés na taxa de juros, no qual foi delegado ao diretor do banco central o poder de mudar a taxa de juros durante o período entre duas reuniões do Copom². (BOGDANSKI, TOMBINI, WERLANG, 2000).

O regime de metas de inflação no Brasil foi instituído³ em 1999 por um decreto presidencial com as definições sobre a política monetária onde o Conselho Monetário Nacional (CMN), formado pelos ministros da fazenda e do planejamento junto com o presidente do Banco Central do Brasil (BCB), teria que definir as metas ainda no mês de junho de cada ano. Diferentemente do Peru, o Brasil pôs em prática um processo de desinflação no início do regime de metas de inflação num contexto de inércia inflacionária, vulnerabilidade da dívida externa e com a dívida pública atrelada ao instrumento de política monetária o que dificultou o cumprimento das metas durante os anos de 2001 a 2003 (PADILHA, 2007).

Ainda de acordo com Padilha (2007), o regime de metas foi adotado como forma de controlar a alta nas expectativas inflacionárias por conta da desvalorização do Real em janeiro de 1999. Esse sistema tem como diretrizes a meta de inflação como principal objetivo, a publicação de um relatório trimestral e a disponibilidade das atas das reuniões do Comitê de política monetária. Depois de implantado o regime de metas a estabilidade foi conseguida através de um grande esforço fiscal e como forma de conter a deterioração das expectativas inflacionárias, a taxa de juros foi elevada ao patamar de 45% a.a., em 2002 houve a incerteza com relação às eleições e somente em 2004, a política monetária obteve benefícios da menor turbulência no mercado internacional.

² Ocorria a cada cinco semanas até a adoção do regime de metas. O Copom ainda estabeleceu um viés de flexibilidade no sentido de que as taxas de juros poderiam ser reduzidas a qualquer momento antes mesmo da reunião previamente agendada.

³ Ficou definido na primeira reunião do CMN que as metas para a inflação seriam 8, 6 e 4% para os anos de 1999, 2000 e 2001, respectivamente, com tolerância de 2% para mais ou para menos.

2.2.1 Panorama da política monetária no Brasil

Dentre os instrumentos de política monetária que foram adotados ao longo de todo o período sob o regime de metas de inflação no Brasil, o que tem maior destaque é o de mudanças na taxa de juros Selic. Muito embora a política monetária sob o regime de metas de inflação e taxas de câmbio flutuantes, em vigor desde meados de 1999, tenha se mostrado adequada⁴ à manutenção da estabilidade de preços, a política monetária teve de ser condicionada levando em consideração as incertezas⁵ no cenário externo no decorrer do ano 2000. Diante disto, a meta para a taxa Selic foi reduzida ao longo do ano, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Trajetória da taxa Selic (% a.a) entre janeiro e dezembro de 2000

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul ⁶	Ago	Set	Out	Nov	Dez
19%	19%	19%	18,5%	18,5%	17,5%	16,5%	16,5%	15,75%	15,75%	15,75%	15,75%

Fonte: Boletim do BC – Relatório Anual (2000).

A razão por trás da adoção de metas decrescentes entre 1999 e 2001 diz respeito à natureza da inflação. É importante distinguir entre um processo inflacionário e uma inflação temporária devido a um choque. No primeiro, há uma aceleração contínua do nível de preços. Na segunda, poderá ocorrer apenas um aumento no nível de preços, sem pressão de aumento posterior. O caso do Brasil corresponde à segunda categoria: a desvalorização da moeda que teve início em meados de Janeiro de 1999 foi um choque que forçou o realinhamento dos preços relativos. (BOGDANSKI, TOMBINI, WERLANG, 2000).

Devido às expectativas favoráveis com relação à economia brasileira no final de 2000, a taxa Selic alcançou o nível mais baixo, 15,25% a.a. em janeiro de 2001. No entanto, o Comitê de Política Monetária (Copom) promoveu aumentos graduais na Selic que voltou a se situar em 19% a.a. em julho. Este patamar, idêntico ao primeiro trimestre de 2000, permaneceu o mesmo até o final do ano.

4 O Copom divulgou uma breve explicação após a reunião revelando que o foco estava na manutenção da estabilidade de preços e que para um regime de câmbio flutuante, a austeridade fiscal sustentável juntamente com uma austeridade monetária compatível seria primordial, logo, o controle sobre a pressão inflacionária deveria ser exercido através da taxa de juros. (BOGDANSKI, TOMBINI, WERLANG, 2000).

⁵ Elevações dos preços internacionais do petróleo, indefinições quanto ao rumo e aos resultados da política monetária norte-americana e as dificuldades enfrentadas pela economia argentina.

⁶ Nesse período, houve certo controle das incertezas na conjuntura internacional permitindo a redução da taxa de juros, com a meta passando para 17,5% a.a. em junho e para 16,5% a.a. em julho. Em seguida, houve um agravamento do cenário de incertezas no exterior resultou na interrupção do processo de redução da meta da taxa Selic.

Em 2002, buscou-se o cumprimento da meta para inflação através do estabelecimento de metas para a taxa Selic. A conjuntura econômica no primeiro trimestre desse ano caracterizou-se por eventos favoráveis⁷ que aliados às condições de demanda⁸, os indicadores mostravam condições para ampliação da política monetária. Nesse sentido, o Copom reduziu a meta para taxa Selic em 0,25 p.p. no mês de fevereiro, e mais 0,25 p.p. em março como é possível verificar na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2: Trajetória da taxa Selic (% a.a) entre janeiro e dezembro de 2002

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
19%	18,75%	18,75%	18,5%	18,5%	18,5%	18%	18%	18%	21%	22%	25%

Fonte: Boletim do BC – Relatório Anual (2002).

No terceiro trimestre a política monetária passou a ser mais conservadora diante dos acontecimentos⁹ naquele período. O Banco Central elevou a taxa de juros em três ocasiões no último trimestre em resposta às pressões inflacionárias decorrentes da depreciação cambial, no intuito de buscar a convergência da trajetória futura dos índices de preços às metas de inflação estabelecidas. A trajetória da Selic durante o período 2001 – 2002 pode ser visualizada no Gráfico 1.

Gráfico 1: Trajetória da taxa Selic (% a.a) no período 2001-2002



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCB.

No ano de 2003 houve um ajuste na meta de inflação de 4% para 8,5% no intuito de evitar perdas no crescimento do produto. Apesar dos choques que impactaram a economia

⁷ Níveis de inflação baixos e estáveis, relativa estabilização dos preços do petróleo no exterior.

⁸ Moderada expansão do crédito e ausência de pressões salariais.

⁹ Baixo crescimento mundial, incertezas quanto à futura política econômica interna no período pré-eleitoral, a maior aversão ao risco por parte dos investidores internacionais e as perspectivas de guerra no Golfo Pérsico, principalmente por gerarem condições para movimentos especulativos, induziram excessiva volatilidade no mercado cambial e escassez de oferta de recursos externos (ver Relatório anual de 2002).

brasileira, o Banco Central conseguiu entre outras coisas que as expectativas quanto à trajetória para o intervalo de metas convergissem. Ainda no início do ano, o Copom aumentou a meta da taxa Selic em 0,50 p.p. e mais uma vez em 1p.p. em fevereiro onde alcançou o patamar de 26,5% a.a. como instrumento de política monetária no intuito de reverter o crescimento da inflação. A partir de junho o Banco Central passou reduzir a meta para a taxa Selic que chegou ao patamar de 16,5% a.a. em dezembro.

Este processo de redução da meta para a taxa de juros foi interrompido no início de 2004 após a evolução dos indicadores econômicos apontarem a necessidade de cautela no cumprimento da meta de inflação para este ano. A taxa manteve-se inalterada até agosto em 16% após dois cortes nos meses de março¹⁰ e abril. Ao final do ano a taxa de juros chegou ao patamar de 17,75% a.a. após um aumento de 0,25 p.p. e mais três aumentos consecutivos de 0,50 p.p. devido às projeções para a inflação que apontavam para o risco de descumprimento da meta. Esse processo de elevação das taxas de juros foi mantido até o segundo trimestre de 2005 como forma de garantir que a inflação convergisse para as metas estabelecidas pelo Conselho Monetário Nacional (CMN). Apenas a partir de setembro¹¹ que houve novamente uma flexibilização da política monetária (ver Gráfico 2).

Gráfico 2: Trajetória da taxa Selic (% a.a) em 2005



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCB.

Mesmo com alguma pressão inflacionária ocasionada pelos reajustes nos preços domésticos dos combustíveis avaliados pelo Copom como de caráter transitório, o comitê decidiu manter a flexibilização da política monetária. No ano seguinte, considerando a meta de inflação de 4,5% estipulada pelo CMN, o Copom reduziu a meta para a taxa de juros em

¹⁰O Copom ponderou a existência de pressão inflacionária e um desgaste no cenário externo podendo aumentar os riscos quanto a perspectiva de convergência da inflação.

¹¹O Copom percebeu uma melhora no cenário externo e decidiu manter a taxa de juros no mesmo patamar de maio.

0,75 p.p. nos três primeiros momentos e mais cinco reduções de 0,50 p.p. ao longo de 2006 chegando ao patamar de 13,25% em dezembro.

De maneira um pouco diferente do ano anterior, em 2007 o Copom decidiu pela manutenção da estratégia de flexibilização da política monetária com três reduções na taxa de juros em 0,25 p.p. nas três primeiras reuniões e mais duas reduções de 0,50 p.p. em junho e julho e mais uma redução em setembro de 0,25 p.p. e quando em outubro optou-se pela manutenção da meta para a Selic em 11,25% a.a.

Este último patamar de 2007 foi mantido nas primeiras reuniões em 2008 não obstante a elevação das expectativas de inflação, pois esta última estaria consistente com a trajetória de metas conforme as projeções. Nas duas reuniões seguintes¹², o comitê optou por elevar a taxa Selic em 0,50 p.p., 0,75 p.p. em julho e mais 0,75 p.p. em setembro diante da diminuição das perspectivas para o crescimento mundial. Nas duas últimas reuniões diante da incerteza quanto à evolução da atividade econômica por conta dos efeitos da crise internacional, o Copom decidiu pela manutenção da Selic em 13,75% a.a. A política monetária no ano seguinte foi regrada pela multiplicação dos efeitos da crise mundial. No ano de 2009 o Copom realizou diversas reduções na taxa Selic como pode ser visto na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Trajetória da taxa Selic (% a.a) entre janeiro e dezembro de 2009

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
12,75%	12,75%	11,25%	10,25%	10,25%	9,25%	8,75%	8,75%	8,75%	8,75%	8,75%	8,75%

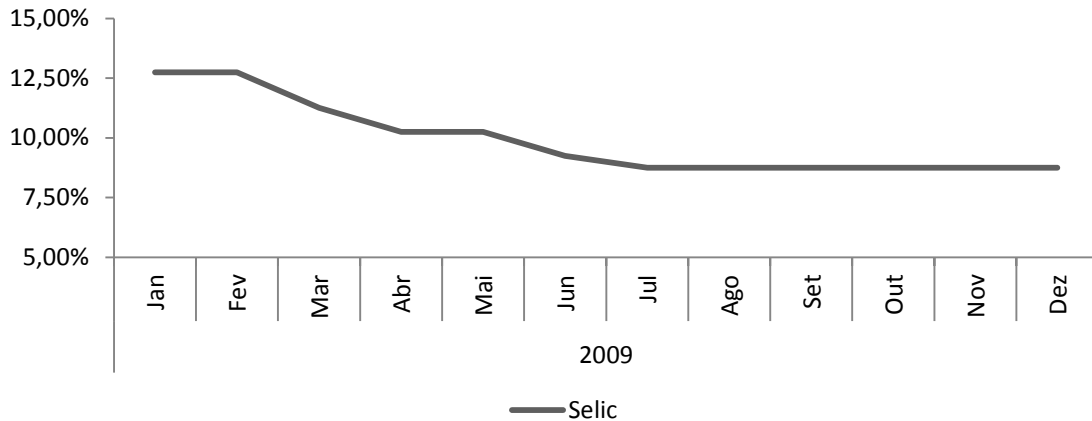
Fonte: Boletim do BC – Relatório Anual (2009).

Em meados de 2009, verificou-se que a recuperação gradual da atividade econômica justificaria a manutenção da flexibilização monetária. Nas últimas reuniões concluiu-se que a manutenção da Selic em 8,75% a.a. ajudaria na recuperação da economia nos trimestres seguintes e a atenuar o risco de reversões inesperadas da política monetária.

O Gráfico 3 abaixo ilustra a trajetória da Selic naquele ano. Em 2010 a inflação se manteve no intervalo estabelecido pelo CMN, fato que veio se repetindo desde 2004 e o Copom apesar de manter a Selic em 8,75% nas duas primeiras reuniões, e em seguida elevando-a para 10,75% a.a., patamar este que foi mantido nas últimas reuniões do comitê.

¹² Nas reuniões de abril e junho o comitê considerou que as pressões previamente vistas como benéficas viessem a ser um risco para a trajetória da inflação doméstica bem como a aceleração alguns preços no atacado e o rápido aumento das expectativas de inflação.

Gráfico 3: Trajetória da taxa Selic (% a.a) em 2009



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCB.

De acordo com os documentos da programação monetária para o segundo, o terceiro e quarto trimestres de 2011 do Banco Central, o Copom verificou um ambiente econômico com um nível elevado de incerteza e decidiu elevar a taxa Selic para 11,25% a.a. e em março para 11,75% a.a. após observar a persistência das condições¹³ para o aumento anterior, com o intuito de fazer com que a inflação convergisse para a trajetória de metas. A situação se repetiu na reunião seguinte quando o comitê elevou a Selic para 12% a.a. e em junho apesar de sinais favoráveis no cenário para a inflação, a taxa foi novamente elevada para 12,25% devido à persistência nos níveis de incerteza. E no penúltimo trimestre o comitê elevou a taxa Selic para 12,50% a.a. devido ao ambiente econômico semelhante ao das reuniões anteriores e somente em agosto que o Copom verificou alterações no ambiente macroeconômico, o que justificaria, portanto, uma alteração no processo de mudança da Selic que foi reduzida para 12% a.a.

2.3 Política monetária no Peru

O Peru passou por um período bastante positivo no processo de redução da inflação até que em 2002 adotou oficialmente o regime de metas de inflação. Antes da adoção do regime, o Banco Central de Reserva do Peru (BCRP) tinha como objetivo a estabilidade monetária. Em 1991, o Peru passou a trabalhar com o regime de câmbio flutuante. Dado que essa economia é bastante dolarizada, a intervenção cambial tem sido frequente e de relativa importância, sob a justificativa da alta dolarização financeira (CAS, CARRIÓN-MENÉNDEZ e FRANTISCHEK, 2011).

¹³ Ver programação monetária para o 2º trimestre de 2011, página 10.

De acordo com Cas, Carrión-menéndez e Frantischek (2011), uma nova legislação bancária foi estabelecida cerca de dez anos antes da adoção do regime de metas de inflação, o que melhorou significativamente o posicionamento quanto à política fiscal desde 2000. Em termos de autonomia do BCRP¹⁴, esta que está garantida pela constituição sob um novo conjunto de direitos instituídos em 1993. O BCRP possui um elevado grau de independência, especialmente após as referidas mudanças na legislação bancária, que além de maior independência criou uma maior blindagem com relação às interferências políticas. Porém, apesar do bom entendimento do mecanismo de transmissão de política monetária, há certa dificuldade sob o mecanismo de transmissão de taxa de juros.

Dentre os fatos que antecederam e que atualmente constituem a realidade do sistema de metas de inflação no Peru, o principal objetivo de política monetária é a estabilidade de preços. Anteriormente à adoção do regime de metas inflacionárias, o BCRP controlava as condições de crédito, promovia o crescimento do produto e do emprego e promovia o desenvolvimento do sistema bancário.

Em 2003, a taxa interbancária se tornou a meta operacional.¹⁵ O Peru experimentou uma gradual desdolarização financeira liderada pelo próprio mercado com uma redução de 30% no crédito em dólar entre 2002 e 2010, o que foi visto como um incentivo de redução nos empréstimos em moeda estrangeira.¹⁶ O sistema financeiro foi fortalecido nas últimas décadas em decorrência das atualizações das medidas prudenciais e da estabilidade macroeconômica. O mercado de capitais se desenvolveu com o crescimento dos fundos de pensões privados e o desenvolvimento do mercado de débito governamental (CAS, CARRIÓN-MENÉNDEZ e FRANTISCHEK, 2011).

2.3.1 A taxa de juros no Peru

É possível verificar, na Tabela 4, que a taxa de juros interbancária sofreu grande redução ainda no ano que precedeu a adoção oficial do regime de metas de inflação. Até meados de 2004 a taxa de juros permaneceu em 2,5% a.a., a política monetária foi mantida inalterada neste período e embora tenha havido um aumento na taxa de inflação, este havia sido antecipado no início do ano e considerado transitório.

¹⁴ A diretoria é formada por profissionais qualificados e independentes nomeados pelo Presidente do país e a escolha ratificada pelo congresso.

¹⁵ Seguindo um período de transição, o BCRP adotou uma meta operacional diária para a taxa de juros, primeiramente apoiando-se em instrumentos monetários com base no mercado para administrar a liquidez.

¹⁶ Dentre as medidas está o requerimento de grande reserva e liquidez para depósitos em moeda estrangeira.

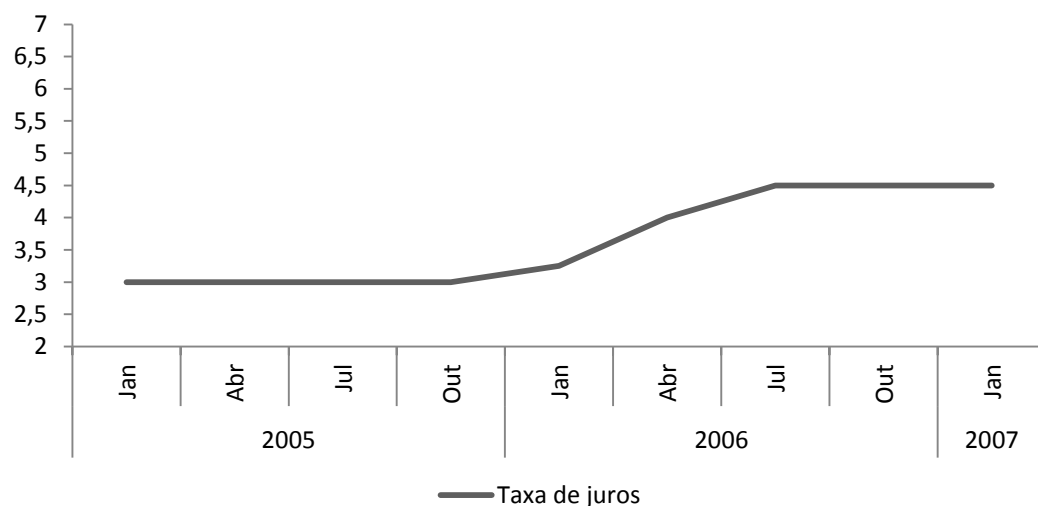
Tabela 4: Trajetória da taxa de juros interbancária (% a.a) no período 2001-2003

Interbancária	2001				2002				2003			
	Mar	Jun	Set	Dez	Mar	Jun	Set	Dez	Mar	Jun	Set	Dez
	10,3	16	5,9	3,1	2,5	2,6	5,4	3,8	3,8	3,7	2,8	2,5

Fonte: BCRP – AnnualReport 2003.

Devido ao aumento no preço mundial do petróleo, a inflação aumentou e a taxa de juros interbancária foi elevada de 2,5% em agosto para 3% a.ano mês de outubro. Entre dezembro de 2005 e maio de 2006, o BCRP elevou a taxa em 1,50 p.p. após verificar uma menor necessidade de continuar o estímulo monetário, dado a melhora no dinamismo da atividade econômica. Essas medidas contribuíram para a alta volatilidade no câmbio e a maior incerteza quanto às eleições presidenciais. A taxa de juros interbancária foi mantida em 4,5% a.a. até o final de 2006. No Gráfico 4 é possível visualizar a trajetória da taxa de juros entre 2005 e início de 2007.

Gráfico 4: Trajetória da taxa de juros (% a.a) no Peru entre 2005 e 2007



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCRP.

No primeiro semestre de 2007, a taxa de juros foi mantida em 4,5% a.a dado que a inflação dos últimos doze meses se manteve abaixo da meta estabelecida. Ainda no primeiro semestre, a inflação apresentou uma tendência de alta movida pelos preços internacionais do petróleo e dos alimentos. O BCRP elevou a taxa em 0,25 p.p. em julho e em setembro de maneira preventiva para segurar as expectativas sob a inflação num contexto de crescimento

da demanda interna. Apenas no último trimestre desse ano, o BCRP decidiu elevar a taxa para 5,0% a.a., como mostra a Tabela 5.

Tabela 5: Trajetória da taxa de juros (% a.a) entre janeiro e dezembro de 2007

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,75	4,75	5,0	5,0	5,0	5,0

Fonte: BCRP – InstitutionalReport 2007.

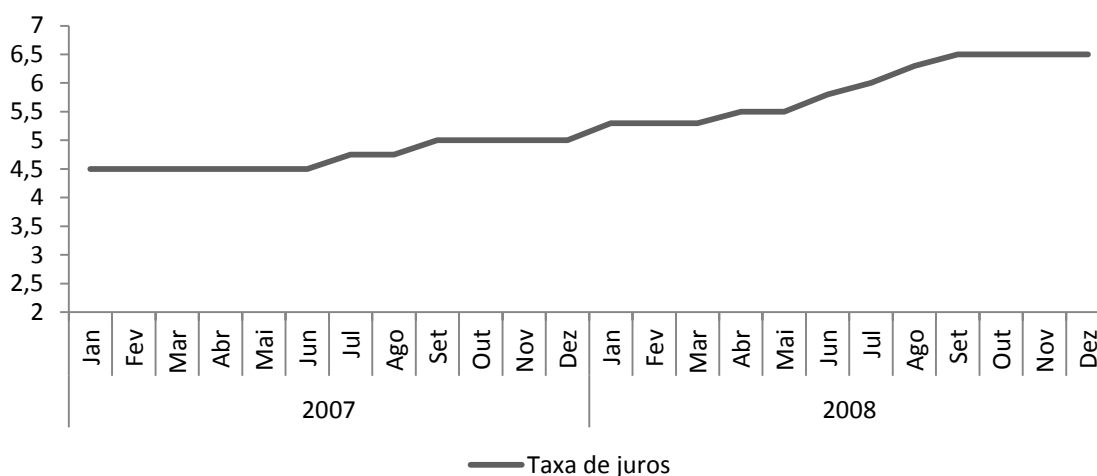
Em 2008, ainda sob a influência do cenário do último trimestre de 2007 e com um elevado nível de incerteza quanto à evolução da economia mundial, o BCRP continuou elevando a taxa de juros que chegou ao patamar de 6,5% a.a (ver Tabela 6 e no Gráfico 5).

Tabela 6: Trajetória da taxa de juros (% a.a)entre janeiro e dezembro de 2008

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
5,3	5,3	5,3	5,5	5,5	5,8	6,0	6,3	6,5	6,5	6,5	6,5

Fonte: BCRP – AnnualReport 2008.

Gráfico 5: Trajetória da taxa de juros (% a.a) no Peru entre 2007 e 2008



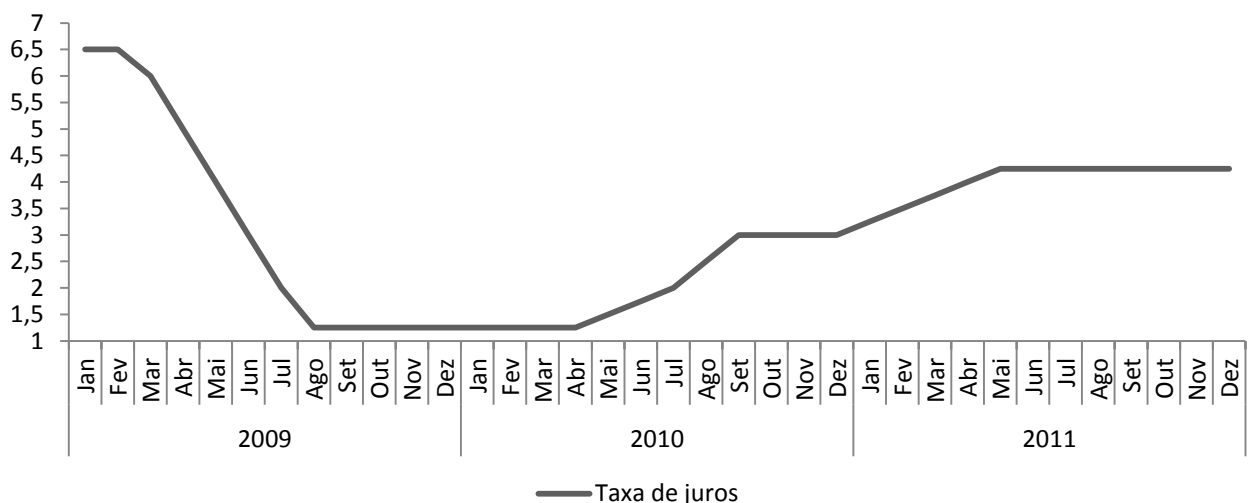
Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCRP.

A política monetária do BCRP em 2009 levou em consideração os impactos da crise financeira internacional na demanda agregada que foi afetada pela queda no fluxo de investimentos e nas exportações. A estratégia foi a de cortes na taxa de juros a níveis não praticados anteriormente. A redução da taxa de juros começou em fevereiro de 6,5% até 1,25% no mês de agosto alcançando não só seu menor nível na história quando o BCRP verificou a estabilidade no mercado monetário e cambial.

Após começar 2010 com o mesmo nível de taxa de juros que proporcionou uma recuperação da atividade econômica e acúmulo na taxa de crescimento nos quatro primeiros meses, verificou-se que esse estímulo não seria mais necessário e a taxa de juros foi elevada em dois momentos em 0,25 p.p. em maio e mais 0,25 p.p. em junho de forma preventiva por conta do dinamismo da demanda interna. Em julho o BCRP elevou a taxa para 2,0% e em agosto para 2,5% no intuito de manter a inflação dentro do intervalo para a meta, e em setembro para 3,0% a.a. Este último patamar foi mantido nos últimos meses do ano, pois, levou-se em consideração a evolução da inflação e seus determinantes bem como a incerteza quanto à evolução da economia global.

Em 2011 o BCRP começou o ano elevando a taxa de juros para 3,25% em janeiro, 3,5% em fevereiro e 3,75% em março de forma preventiva especialmente por conta da alta dos preços dos alimentos e dos combustíveis no mercado internacional. Esses aumentos de 0,25 p.p. continuaram até o mês de maio quando a taxa de juros alcançou o nível de 4,25%, nível este que foi mantido no mês de junho ainda num contexto de aumento nos preços dos alimentos e dos combustíveis no mercado internacional e o maior dinamismo da demanda doméstica. A manutenção deste valor permaneceu até o mês de setembro, pois, levou-se em consideração a moderação da inflação, uma maior incerteza quanto à economia global e os indicadores de atividade econômica. No último trimestre do ano, o BCRP resolveu manter a taxa de juros no mesmo nível devido à desaceleração da atividade econômica e à intensificação do risco financeiro internacional. O Gráfico 6 mostra a trajetória da taxa de juros no período de 2009 a 2011.

Gráfico 6: Trajetória da taxa de juros (% a.a.) no Peru de 2009 a 2011



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do BCRP.

3 O modelo macroeconômico

Para estimar as preferências do BCB e BCRP, considera-se um modelo macroeconômico composto por três elementos, sendo eles: 1) uma equação da curva IS e uma curva de Phillips para descrever a dinâmica conjunta do produto e da inflação; 2) uma função perda para o banco central, que resume os objetivos de estabilização da política monetária; e 3) o procedimento para determinar a trajetória ótima da taxa de juros nominal sob regras e discricção.

3.1 Estrutura da economia

Este trabalho segue o modelo teórico apresentado por Givens (2010). Neste modelo, a curva IS e a curva de Phillips serão utilizadas para descrever a economia e restringir o problema de otimização da autoridade monetária. As equações (1) e (2) representam, respectivamente, a curva de Phillips novo-keynesiana e a curva IS contendo termos *backward* e *forward-looking*.

$$\pi_t = \alpha E_t \pi_{t+1} + (1 - \alpha) \pi_{t-1} + \kappa y_t + u_{\pi,t} \quad (1)$$

$$y_t = \phi E_t y_{t+1} + (1 - \phi) (\beta y_{t-1} + (1 - \beta) y_{t-2} - \sigma (i_t - E_t \pi_{t+1})) + u_{y,t} \quad (2)$$

Na curva de Phillips (1), o parâmetro $\alpha \in [0,1]$ mede o grau em que as firmas numa estrutura de competição monopolística são *forward-looking* nas suas decisões de preço. Se $\alpha = 1$, temos a nova curva Phillips estimada por Galí e Gertler (1999). Segundo Calvo (1983), essa especificação é consistente com um modelo de firmas monopolisticamente competitivas com rigidez de preços. O custo marginal real é o principal fator que afeta a decisão de preço das firmas, e varia proporcionalmente ao hiato do produto (Woodford, 2003a). Portanto, diante da oportunidade de remarcar os preços, haverá maximização dos lucros pelas firmas, restritas à probabilidade de mudanças de preços subsequentes. O coeficiente de inclinação $\kappa > 0$ contém informação relacionada à frequência nas remarcações de preços, onde quanto menos frequentes forem essas remarcações (e, portanto, maior a rigidez nominal), menor será o valor desse parâmetro.

Para $\alpha < 1$, a equação (1) apresentará um termo inercial, mostrando que a inflação reage lentamente a choques econômicos, corroborando a evidência empírica.¹⁷ Na teoria, a

¹⁷Fuhrer e Moore (1995), Fuhrer (1997) e Roberts (1997) afirmam que na ausência desse comportamento inercial, a dinâmica do modelo apresentaria “saltos”, contrariando a evidência empírica.

inclusão da inflação passada pode ser justificada pela presença de firmas não-otimizadoras, cujos preços no período t são automaticamente indexados aos preços em $t-1$ ¹⁸, ou pela existência de um grupo de firmas que fazem uso de alguma regra particular onde a determinação dos preços depende do recente histórico dos mesmos.¹⁹

Para que a curva de Phillips seja compatível com a suposição de que a política monetária não tem efeitos reais no longo prazo, foi imposta a restrição de que os coeficientes da inflação passada e futura somam 1. O termo $u_{\pi,t}$ em (1) denota um choque de oferta não auto correlacionado, com média zero e variância constante σ_{π}^2 , o qual pode ser interpretado como um choque “*cost-push*” (Clarida et al., 1999). O modelo permite ainda a existência de correlação entre os choques de oferta e demanda, com covariância dada por $\sigma_{y\pi}$.

O lado da demanda da economia é representado pela curva IS expressa em (2). Nesta equação, y_t representa o hiato do produto, π_t é a taxa de inflação e i_t é a taxa de juros nominal de curto prazo (considerada como o instrumento de política monetária). O termo de erro $u_{y,t}$ é inserido no modelo para captar choques de demanda não correlacionados serialmente (por exemplo, aumentos inesperados nos gastos governamentais). Assume-se que $u_{y,t}$ tem média zero e variância constante, σ_y^2 . Os coeficientes σ e $\phi \in [0,1]$ denotam, respectivamente, a elasticidade de substituição intertemporal no consumo (que mede a resposta do produto corrente às variações na taxa real de juros sobre o produto corrente) e o grau de comportamento *forward-looking* nas decisões de gastos dos agentes econômicos.

É possível notar em (2) que, se $\phi < 1$, o hiato do produto depende dos seus valores defasados em $t-1$ e $t-2$. Givens (2010) mostra que uma equação IS com essa estrutura de defasagens pode ser derivada de um modelo de equilíbrio geral com formação de hábito. Empiricamente, Estrella e Fuhrer (2002) e Fuhrer e Rudebusch (2004) mostram que alguns *lags* são necessários para explicar o comportamento inercial do produto. Através da análise do correlograma, Aragón e Portugal (2009) obtêm a mesma estrutura de defasagens para o hiato do produto no Brasil.

3.2 O problema de otimização do banco central

O problema de otimização do banco central é determinar uma trajetória para a taxa de juros nominal, i_t , que minimize a função perda intertemporal

¹⁸ Ver Christiano, Eichenbaum e Evans (2005) para o caso de indexação completa e Smets e Wouters (2003) para o caso de indexação parcial.

¹⁹ Para detalhes, ver Galí e Gertler (1999).

$$\mathbb{L}_t = E_t(1 - \delta) \sum_{j=0}^{\infty} \delta^j \{ \pi_{t+j}^2 + \lambda_y y_{t+j}^2 + \lambda_{\Delta i} (i_{t+j} - i_{t+j-1})^2 \} \quad (3)$$

sujeito as restrições dadas por (1) e (2). Na equação (3), δ ($0 < \delta < 1$) representa a taxa de desconto intertemporal, E_t é operador de expectativas condicional ao conjunto de informações disponível no período t . Os parâmetros de preferência da autoridade monetária, $0 < \lambda_y, \lambda_{\Delta i} < 1$, mostram a importância relativa atribuída à estabilização do hiato do produto e à suavização da taxa de juros.

A função perda quadrática em (3) mostra que a autoridade monetária procura estabilizar a inflação anualizada, π_{t+j} , em torno da meta de inflação, π^* . Além disso, esse *policymaker* prefere manter o hiato do produto igual à zero (ou o produto efetivo igual ao produto potencial) e suavizar a taxa de juros nominal. Assume-se que a meta de inflação é constante e normalizada para zero porque todas as variáveis estão expressas como desvios em relação à média.²⁰ As metas para o hiato do produto e variação da taxa de juros são, por suposição, iguais a zero. Os parâmetros de preferência para a estabilização do hiato do produto (λ_y) e suavização da taxa de juros ($\lambda_{\Delta i}$) expressos em relação ao peso dado à estabilidade da inflação (normalizado na unidade).

A função perda quadrática é bastante utilizada na literatura sobre política monetária ótima. Aragón e Portugal (2009) elencaram três motivos principais, a saber: 1) a função quadrática combinada com restrições lineares produz regras de política também lineares; 2) uma função desse tipo permite a inclusão do termo de suavização da taxa de juros nominal;²¹ e 3) uma especificação da função perda em (3) sem o termo de suavização da taxa de juros pode ser obtida por meio de uma aproximação de Taylor de segunda ordem da função de utilidade intertemporal do agente representativo (Woodford, 2003).

Para obter as regras ótimas para a política monetária, as restrições da economia – equações (1) e (2) – podem ser expressas na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X_{t+1} \\ \Omega E_t x_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \end{bmatrix} + B i_t + \begin{bmatrix} \Gamma u_{t+1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

²⁰ Como demonstrado por Dennis (2006), expressar todas as variáveis como desvios em relação à média não altera a derivação das preferências da autoridade monetária.

²¹ Dentre as possíveis explicações para a suavização da taxa de juros, destacam-se: i) incertezas acerca dos dados e dos coeficientes no mecanismo de transmissão monetário; ii) grandes mudanças na taxa de juros podem desestabilizar os mercados financeiro e cambial; iii) pequenas e persistentes mudanças na taxa de juros de curto prazo permitem um grande efeito da política monetária sobre a demanda agregada sem a necessidade de uma excessiva volatilidade do instrumento de política. Para detalhes, ver Clarida et al. (1998), Sack (1998), Sack e Wieland (2000) e Woodford (2003).

onde $X_t = [u_{y,t} \ u_{\pi,t} \ y_{t-1} \ y_{t-2} \ \pi_{t-1} \ i_{t-1}]'$ é um vetor de variáveis pré-determinadas, $x_t = [y_t \ \pi_t]'$ um vetor de variáveis *forward-looking*, $u_{t+1} = [u_{y,t+1} \ u_{\pi,t+1}]'$ é um vetor de choques com matriz de covariância dada por Σ_{uu} e Γ é um seletor. As matrizes Ω , A e B contém parâmetros estruturais e são definidas por:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \phi & \sigma \\ 0 & \alpha \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -(1-\phi)\beta & -(1-\phi)(1-\beta) & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -(1-\alpha) & 0 & -\kappa & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \sigma \ 0]'$$

$$\Sigma_{uu} = \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_{y\pi} \\ \sigma_{y\pi} & \sigma_\pi^2 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} \end{bmatrix}$$

Também é possível escrever a função perda sob a forma matricial. Para isto, deixe $S_t = [\pi_t \ y_t \ \Delta i_t]'$ denotar o vetor contendo as variáveis-objetivo do banco central. O vetor S_t se relaciona com o vetor de estado e o instrumento de política da seguinte forma:

$$S_t = D \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \\ i_t \end{bmatrix},$$

$$\text{com } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Reescrevendo a função perda para o período $t = 0$ em termos de S_t , tem-se:

$$\mathbb{L}_0 = E_0(1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^j S_t' W S_t, \quad (5)$$

onde W é uma matriz semi-definida positiva e simétrica cujos elementos da diagonal correspondem às preferências da autoridade monetária, isto é:

$$W = [1 \ \lambda_y \ \lambda_{\Delta i}] \times \mathbf{I}_{3 \times 3}$$

Söderlind (1999) mostra que para estimar os parâmetros estruturais de modelos macroeconômicos com expectativas racionais, alguns métodos podem ser combinados com o

filtro de Kalman – por exemplo, o método da máxima verossimilhança. Tais métodos serão usados para encontrar a política monetária ótima e o equilíbrio do modelo sob regras e discricção, a partir da minimização de (5) restrita a (4).

3.2.1 Equilíbrio sob regras

Em um ambiente onde é possível o comprometimento, a autoridade monetária divulga, em uma determinada data, um plano de contingência para a taxa de juros a ser seguido em todos os períodos futuros. Nesse caso, a determinação da política ótima considera como o comprometimento em seguir o plano de contingência anunciado afeta as expectativas dos agentes privados. De outra forma, a autoridade monetária internaliza os efeitos de suas ações sobre os valores esperados das variáveis do modelo. Em resumo, uma política sob regras supõe que: i) o banco central tem capacidade de cumprir com as promessas feitas no passado; ii) os agentes privados acreditam que esse *policymaker* cumprirá com as promessas feitas independente do que possa ocorrer nos períodos subsequentes.

Seguindo Söderlind (1999) e considerando a lei das expectativas iteradas, o Lagrangeano do problema de minimização de (5) restrito a (4) sob regras, para $t \geq 0$ e $X_0 = \bar{X}_0$ conhecido, é expresso por:

$$\mathcal{L}_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (1 - \delta) \delta^t \left\{ S'_t W S_t + 2[\xi'_{t+1} \psi'_{t+1}] \left(\bar{\Omega} \begin{bmatrix} X_{t+1} \\ x_{t+1} \\ i_{t+1} \end{bmatrix} - \bar{A} \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \\ i_t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Gamma u_{t+1} \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \right) \right\} + \frac{1-\delta}{\delta} \xi'_0 (X_0 - \bar{X}_0),$$

onde os termos ξ'_{t+1} e ψ'_{t+1} são vetores de multiplicadores de Lagrange associados aos blocos inferior e superior de (4). É necessário destacar que a taxa de juros nominal (i_t), presente no Lagrangeano, representa o elemento final do vetor de estados. Esta forma de expressar o Lagrangeano requer a definição das matrizes auxiliares $\bar{\Omega}$ e \bar{A} como:

$$\bar{\Omega} \equiv \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 2} & 0_{6 \times 1} \\ 0_{2 \times 6} & \Omega & 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \bar{A} \equiv [A \quad B].$$

As condições de primeira ordem em relação a X_t , x_t e i_t são:

$$[X'_t \quad x'_t \quad i'_t] D' W D + [\xi'_t \quad \psi'_t] \frac{1}{\delta} \bar{\Omega} - [E_t \xi'_{t+1} \quad \psi'_{t+1}] \bar{A} = 0 \quad (6)$$

para $t \geq 0$, com $X_0 = \bar{X}_0$ e $\psi_0 = 0_{2 \times 1}$.

As condições de primeira ordem (6) podem ser combinadas com as restrições de política para formar um sistema de 17 equações em diferenças para $t \geq 0$, dado por:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega} & 0_{8 \times 8} \\ 0_{9 \times 9} & \bar{A}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t+1} \\ E_t X_{t+1} \\ E_t i_{t+1} \\ E_t \xi_{t+1} \\ \psi_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0_{8 \times 8} \\ D'WD & \frac{1}{\delta} \bar{\Omega}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \\ i_t \\ \xi_t \\ \psi_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma u_{t+1} \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{9 \times 1} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

em que X_t e ψ_t são as variáveis pré-determinadas (ou seja, com erros de previsão um passo a frente exógenos), e x_t , i_t e ξ_t são variáveis não pré-determinadas.

Segundo Klein (2000), pode-se usar a forma generalizada de Schur para separar (7) em blocos de equações estáveis e instáveis. Com $X_0 = \bar{X}_0$ e $\psi_0 = 0_{2 \times 1}$, haverá apenas uma solução limitada desde que o número de autovalores estáveis seja igual ao número de variáveis pré-determinadas. Sendo esta condição satisfeita, pode-se obter a seguinte dinâmica:

$$\begin{bmatrix} X_{t+1} \\ \psi_{t+1} \end{bmatrix} = M_c \begin{bmatrix} X_t \\ \psi_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma u_{t+1} \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} x_t \\ i_t \end{bmatrix} = G_c \begin{bmatrix} X_t \\ \psi_t \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde as matrizes M_c e G_c dependem de Ω , A , B , W e δ . As variáveis *forward-looking* estão contidas em ψ_t , que é um vetor de multiplicadores de Lagrange associados ao bloco inferior de (4).

Woodford (2003a, cap. 7) destaca que o vetor de multiplicadores ψ_t capta os efeitos das expectativas acerca das decisões de política corrente que são refletidas nas decisões tomadas pelos agentes privados em todos os períodos anteriores. Isso mostra que as decisões da autoridade monetária em dado período dependerá da história completa da economia, isto é, a regra de política monetária em (9) é uma função dos valores correntes e passados das variáveis pré-determinadas.

3.2.2 Equilíbrio sob discricção

No caso de discricção, ao contrário do caso de regras, a autoridade monetária ajusta sua política em resposta às condições econômicas correntes livremente, não havendo, portanto, o compromisso de seguir uma determinada política anunciada. Logo, o problema de otimização da autoridade monetária é resolvido, a cada período de tempo, levando em consideração as condições econômicas vigentes e tomando as expectativas dos agentes privados como dadas.

Givens (2010) ressalta que, nesse caso, o equilíbrio resultante é ótimo em um sentido restrito porque o banco central não pode influenciar as expectativas privadas com a intenção de alcançar as metas estabelecidas para inflação, hiato do produto e taxa de juros.

Para estudar a política monetária ótima, suponha que o banco central discricionário procura minimizar a função perda intertemporal, \mathbb{L}_t , sujeito a (4), tomando X_t como dado e:

$$\dot{i}_{t+1} = F_{t+1}X_{t+1}, \quad (10)$$

$$x_{t+1} = G_{t+1}X_{t+1}, \quad (11)$$

onde F_{t+1} e G_{t+1} são as regras de decisão desconhecidas que solucionam o problema de minimização no período $t+1$.

De acordo com Söderlind (1999), o problema da autoridade monetária pode ser transformado em um problema do regulador linear ótimo padrão. Para isto, é necessário reescrever as variáveis *forward-looking*, x_t , em termos das variáveis de estado pré-determinadas, X_t , e da variável de controle, i_t . Aplicando a esperança condicional em (4), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 2} \\ 0_{2 \times 6} & \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t X_{t+1} \\ E_t x_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ x_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} i_t, \quad (12)$$

em que as matrizes A e B foram particionadas em submatrizes de acordo com as dimensões de X_t e x_t . Usando (11) e o bloco superior de (12), chega-se a:

$$E_t x_{t+1} = G_{t+1} E_t X_{t+1} = G_{t+1} (A_{11} X_t + A_{12} x_t + B_1 i_t) \quad (13)$$

Multiplicando (13) por Ω e igualando a expressão resultante ao bloco inferior de (12), tem-se a solução para x_t sob a forma:

$$x_t = \tilde{A}_t X_t + \tilde{B}_t i_t \quad (14)$$

onde

$$\tilde{A}_t \equiv (A_{22} - \Omega G_{t+1} A_{12})^{-1} (\Omega G_{t+1} A_{11} - A_{21})$$

$$\tilde{B}_t \equiv (A_{22} - \Omega G_{t+1} A_{12})^{-1} (\Omega G_{t+1} B_1 - B_2)$$

Substituindo (14) no bloco superior de (12) e reinserindo os termos de erros, obtém-se:

$$X_{t+1} = A_t^* X_t + B_t^* i_t + \Gamma u_{t+1} \quad (15)$$

onde

$$A_t^* \equiv A_{11} + A_{12} \tilde{A}_t$$

$$B_t^* \equiv B_1 + A_{12}\tilde{B}_t$$

Usando (14) para expressar S_t em termos de X_t e i_t , pode-se expressar a função perda da seguinte forma:

$$S_t'WS_t = \begin{bmatrix} X_t \\ i_t \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} Q_t & N_t \\ N_t' & R_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ i_t \end{bmatrix} \quad (16)$$

em que

$$Q_t \equiv \tilde{W}_{XX} + \tilde{A}'_t\tilde{W}'_{Xx} + \tilde{W}_{Xx}\tilde{A}_t + \tilde{A}'_t\tilde{W}_{xx}\tilde{A}_t$$

$$N_t \equiv \tilde{W}_{Xx}\tilde{B}_t + \tilde{A}'_t\tilde{W}_{xx}\tilde{B}_t + \tilde{W}_{Xi} + \tilde{A}'_t\tilde{W}_{xi}$$

$$R_t \equiv \tilde{B}'_t\tilde{W}_{xx}\tilde{B}_t + \tilde{W}'_{xi}\tilde{B}_t + \tilde{B}'_t\tilde{W}_{xi} + \tilde{W}_{ii}$$

Para chegar a (16), é necessário definir uma matriz auxiliar, \tilde{W} , que possa ser particionada em submatrizes de acordo com X_t , x_t e i_t , isto é:

$$\tilde{W} \equiv D'WD = \begin{bmatrix} \tilde{W}_{XX} & \tilde{W}_{Xx} & \tilde{W}_{Xi} \\ \tilde{W}'_{Xx} & \tilde{W}_{xx} & \tilde{W}_{xi} \\ \tilde{W}'_{xi} & \tilde{W}'_{xi} & \tilde{W}_{ii} \end{bmatrix}$$

Uma vez que o modelo apresentado é linear-quadrático, o valor ótimo da função perda em $t+1$ admite a forma quadrática $X'_{t+1}V_{t+1}X_{t+1} + v_{t+1}$, onde V_{t+1} é uma matriz semi-definida positiva e v_{t+1} um escalar independente de X_{t+1} . Tem-se, então, que o valor da função perda no período t satisfaz a equação de Bellman

$$(1 - \delta)[X'_tV_tX_t + v_t] = (1 - \delta) \min_{i_t} \{S'_tWS_t + \delta E_t[X'_{t+1}V_{t+1}X_{t+1} + v_{t+1}]\} \quad (17)$$

sujeito a (15), (16), e X_t conhecido.

Tomando a condição de primeira ordem com relação à i_t

$$N'_tX_t + R_t i_t + \delta B_t^*{}'V_{t+1}(A_t^*X_t + B_t^*i_t) = 0 \quad (18)$$

e resolvendo para i_t , chega-se a seguinte regra de política monetária

$$i_t = F_tX_t \quad (19)$$

em que

$$F_t \equiv -(R_t - \delta B_t^*{}'V_{t+1}B_t^*)^{-1} (N_t^* + \delta B_t^*{}'V_{t+1}A_t^*). \quad (20)$$

A solução para x_t é encontrada através da substituindo de (19) em (14):

$$x_t = G_tX_t$$

onde

$$G_t \equiv \tilde{A}_t + \tilde{B}_t F_t \quad (21)$$

Usando (19) em (17) e combinando os termos comuns, tem-se:

$$V_t \equiv Q_t + N_t F_t + F_t' N_t' + F_t' R_t F_t + \delta(A_t^* + B_t^* F_t)' V_{t+1} (A_t^* + B_t^* F_t) \quad (22)$$

Assumindo que o problema (17) é estável, o equilíbrio sob discricção é dado por

$$X_{t+1} = M_d X_t + \Gamma u_{t+1} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} x_t \\ i_t \end{bmatrix} = G_d X_t \quad (24)$$

onde $M_d = A^* + B^* F$ e $G_d = [G' \quad F']'$.

Vale ressaltar que a regra de política monetária presente em (24) diferencia-se daquela obtida sob regras (ou compromisso) porque ela é completamente *forward-looking*, isto é, depende apenas do estado corrente da economia e dos valores futuros esperados para a inflação e hiato do produto. Diferentemente do que ocorre em (9) no caso de regras, ou seja, a taxa de juros depende apenas da visão atual em relação às variáveis pré-determinadas.

4 Estratégia Empírica

Neste capítulo, são apresentados os procedimentos econométricos utilizados para a estimação das condições de equilíbrio do modelo macroeconômico quando a política monetária é conduzida de forma discricionária ou em um ambiente de comprometimento (sob regras). Além disso, faz-se uma breve descrição das variáveis utilizadas nas estimações do modelo para o Peru e Brasil.

4.1 Método de estimação

Tanto sob regras como sob discricção, o equilíbrio recursivo pode ser expresso na forma de um modelo de espaço de estados e estimado por máxima verossimilhança usando o algoritmo do filtro de Kalman.²² A equação de estado é expressa por

$$\begin{aligned} \xi_t &\in \{[X_t' \psi_t']' X_t\}, F \in \{M_c \quad M_d\} \text{ e } \Gamma \in \{[\Gamma' 0]', \Gamma\} \\ \xi_{t+1} &= F\xi_t + \tilde{\Gamma}u_{t+1} \end{aligned} \quad (25)$$

e a equação de observação

$$\begin{bmatrix} y_t^0 \\ \pi_t^0 \\ i_t^0 \end{bmatrix} = H\xi_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{i,t} \end{bmatrix} \quad (26)$$

com $\{y_t^0, \pi_t^0, i_t^0\}_{t=1}^T$ sendo as séries observadas para o hiato do produto, inflação e taxa nominal de juros respectivamente, e $H \in \{G_c, G_d\}$. A variável estocástica $v_{i,t}$ é um choque da taxa de juros suposto não auto-correlacionada e com média zero. Essa variável é adicionada no modelo para resolver o problema de singularidade estocástica (Ingram et al., 1994). A variância σ_i^2 pode ser considerada como uma medida da diferença entre a política ótima do modelo e a taxa de juros observada.

Através do filtro de Kalman, pode-se construir a função de verossimilhança amostral recursivamente utilizando as equações (25) e (26) do modelo de espaço de estados. Em seguida, a função de verossimilhança é maximizada através de um algoritmo de otimização não-linear. Fazendo isso, é possível encontrar as estimativas dos parâmetros estruturais e das matrizes de covariância dos choques. A função de verossimilhança é dada por:

²² Para detalhes sobre estimação usando filtro de Kalman, ver Hamilton (1994).

$$L = (2\pi)^{-n/2} |H'P_{t|t-1}H + R|^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2}(y_t - H'\xi_{t|t-1})'(H'P_{t|t-1}H + R)^{-1}(y_t - H'\xi_{t|t-1})\}; \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Para a implementação do filtro de Kalman, é necessário um vetor de estado inicial $\xi_{1|0}^1$. Em geral, o valor inicial para esse vetor é a sua média no longo prazo. No entanto, o valor médio de (25) é zero. Sob regras, esse procedimento não produz resultados satisfatórios, dado que ξ_t contém os multiplicadores de Lagrange, ψ_t . Nessa situação, $\psi_t = 0$ implica no não cumprimento, por parte da autoridade monetária, do compromisso anterior ao período inicial, tornando o equilíbrio temporalmente inconsistente. Uma solução para esse problema é proposta por Givens (2010), que supõe que o banco central anuncia seu plano em algum ponto anterior à amostra. O valor inicial de $\xi_{1|0}^{(1)}$ é obtido através do produto do filtro de Kalman. Dessa forma, o modelo é estimado inicialmente²³ com $\xi_{1|0}^{(1)} = 0$ e re-estimado usando o estado inicial igual à média das sequências de previsões produzidas pelo filtro, ou seja, $\xi_{1|0}^{(2)} = \sum_{t=1}^T \xi_{t|t}^{(1)} / T$. Esse processo é repetido até que $\xi_{1|0}^{(i+1)} = \xi_{1|0}^{(i)}$, ou seja, o estado inicial iguale o valor médio das previsões produzidas pelo filtro de Kalman.

A fim de comparar o ajuste empírico dos modelos sob regras e discricão, serão utilizados dois procedimentos. Inicialmente, os segundos momentos da distribuição (desvio-padrão e autocorrelação) serão calculados para os dados reais e comparados com aqueles gerados pelos modelos estimados. A finalidade é verificar qual dos dois modelos captura mais adequadamente as características dos ciclos de negócios no Peru. O segundo procedimento de comparação entre os modelos será através do critério de informação Bayesiano (*BIC*), dado por:

$$BIC(j) = \log \mathcal{L}(j) - (N(j)/2) \ln(T) \quad (27)$$

Em que $BIC(j)$ é critério BIC para o modelo j , $\log \mathcal{L}(j)$ é o valor maximizado da log-verossimilhança e $N(j)$ é o número de parâmetros do modelo j . O BIC é um critério consistente de seleção do modelo que penaliza a verossimilhança na medida em que o número de parâmetros estimados aumenta.

²³ Ver apêndice A1.3.1 e A2.4.

4.2 Dados

Tanto para o Brasil como para o Peru, a estimação do modelo estrutural (1)-(2) e das preferências da autoridade monetária foi realizada usando dados com frequência trimestral para o período 2000 a 2011.²⁴ No caso do Brasil, as variáveis utilizadas, fornecidas pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) e BCB, são definidas da seguinte forma:

- hiato do produto (y_t): diferença entre o logaritmo natural do PIB reaisazonalmente ajustado e a sua tendência (tomada como *proxy* do produto potencial), calculada através do filtro Hodrick-Prescott;
- taxa nominal de juros (i_t): taxa de juros Selic(%a.a) - média do trimestre;
- taxa de inflação (π_t): variação percentual acumulada nos últimos 4 trimestres do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA);

Para o Peru, os dados foram obtidos do *site* do BCRP e são definidos como:

- taxa de inflação (π_t): é a taxa de inflação trimestral anualizada, medida pelo Índice de Preços ao Consumidor de Lima (PER) metropolitana;
- hiato do produto (y_t): é a diferença percentual entre o PIB real trimestral ajustado sazonalmente, através do X-Arima12, e o produto potencial obtido através do filtro Hodrick-Prescott;
- Taxa de juros nominal(i_t): é taxa de juros nominal interbancária anualizada usada como *proxy* da taxa de política monetária.²⁵

A estacionariedade das séries utilizadas foi verificada através dos testes de Dickey-Fuller Aumentado, Phillips-Perron e KPSS. A hipótese nula dos testes ADF e PP é que a série é não estacionária (ou raiz unitária), enquanto que o teste KPSS testa a hipótese nula de que a série é estacionária. Como indicado por Ng e Perron (2001), a escolha do número de defasagens (k) foi baseada no critério de informação Akaike Modificado (MAIC) considerando um número máximo de defasagens de $k_{max} = \text{int}(12(T/100)^{1/4}) = 10$. Os resultados dos testes são apresentados nas Tabelas 7 e 8. Em geral, pode-se observar que, para um nível de significância de 5%, as séries para o Peru, bem como para o Brasil são estacionárias.

²⁴Dado o intervalo de tempo para a ocorrência dos efeitos das ações de política monetária, especialmente sobre a inflação, a periodicidade trimestral para os dados é um padrão na literatura relacionadavisando amenizar problemas com erros de mensuração e a diminuição do número de defasagens no modelo.

²⁵O BCRP anuncia a taxa de juros de referência a partir de 2001, dentro de uma banda formada pela taxa de juros de desconto (limite superior) e a taxa overnight (limite inferior) que paga o BCRP pelos depósitos dos bancos privados.

Tabela 7: Testes de raiz unitária – Peru – 2000:1-2011:4

Variável	Regressores Exógenos	ADF(k)	PP	KPSS ¹
y_t	-	-4,2538* (0)	-4,2434*	0,0974 ^{n.s}
π_t	-	-3,4968* (1)	-5,2614*	0,1622 ^{n.s}
i_t	-	-1,4359 ^{n.s} (6)	-2,5485**	0,3535***

Nota: * Significativo a 1%. ** Significativo a 5%. *** Significativo a 10%. ^{n.s} Não- significativo.

¹ Considerou-se uma constante nas estimações.

Tabela 8: Testes de raiz unitária – Brasil – 1999:1-2011:4

Variável	Regressores Exógenos	ADF(k)	PP	KPSS ¹
y_t	-	-2,9064* (0)	-3,2700*	0,0592 ^{n.s}
π_t	-	-1,3588 ^{n.s} (10)	-2,1709**	0,2586 ^{n.s}
i_t	c,t	-2,3762 ^{n.s} (2)	-4,8559*	0,0640 ^{n.s}

Nota: * Significativo a 1%. ** Significativo a 5%. *** Significativo a 10%. ^{n.s} Não- significativo.

¹ Para y_t e π_t , considerou-se uma constante nas estimações. Para variável i_t , o teste foi realizado com constante e tendência. $k_{\max} = 10$.

Nas estimações do modelo macroeconômico, as variáveis referentes à taxa de inflação e à taxa nominal de juros foram calculadas como desvio em relação à média amostral. Com base na literatura, tal procedimento é plausível, primeiramente dado o objetivo do trabalho que é a estimação das preferências do Banco Central e a comparação do ajuste dos modelos sob os dois casos de política (regras e discricção) e porque tal procedimento faz com que as metas de inflação e taxa de juros sejam as mesmas para ambos os casos de otimização.

5 Resultados

5.1 Resultados para o Peru

Os resultados apresentados nas Tabelas 9 e 10 são para os casos de discricção e regras, respectivamente.²⁶ Os erros padrão foram calculados através da raiz quadrada dos elementos da diagonal principal da matriz de informação, obtida pela inversão da matriz de segunda derivada da função log de verossimilhança. As estimativas σ_y e σ_π indicam que os choques de oferta são aproximadamente quatro vezes mais voláteis que os choques de demanda. O resultado de σ_i sugere que a disparidade entre a taxa de juros observada e a taxa de juros ótima do modelo é um pouco menor no modelo sob regras.

Quanto aos coeficientes ϕ e α nas curvas IS e de Phillips, os resultados indicam que os termos *backward-looking* e *forward-looking* são importantes para a dinâmica do produto e da inflação. Entretanto, o componente *backward-looking* supera o *forward-looking* apenas para a curva IS. O resultado de ϕ foi aproximadamente um meio sob discricção e igual a 0,38 sob regras. Os resultados de α , superiores a 0,8, sugerem que a inflação é bastante sensível às expectativas inflacionárias dos agentes econômicos. O coeficiente κ apresentou-se significativo apenas no modelo sob discricção. Vale ressaltar que um baixo valor para esse parâmetro indica grande rigidez nominal de preços na economia. Com relação à elasticidade de substituição intertemporal no consumo σ , a estimativa desse parâmetro foi estatisticamente diferente de zero apenas para o modelo com a política monetária sob regras.

Quanto aos parâmetros de preferências do BCRP, estes se mostraram não significativos no ambiente discricionário. Já no ambiente sob regras, $\lambda_{\Delta i}$ foi significativo a 5%. Em ambas as especificações, é possível notar que é atribuído maior peso à inflação, enquanto que o peso atribuído à estabilidade do produto foi estatisticamente igual à zero. Essa menor preocupação com a estabilização do produto pode ser resultante de um baixo viés inflacionário durante o período estudado, o que torna coerente do ponto de vista econômico e reforça o que fora constatado em trabalhos anteriores sobre o Peru como Goñi e Ormeño (2000), Bejarano (2001), Rodriguez (2008) e Pascaet al. (2011) que a autoridade monetária objetiva a estabilização da inflação.

²⁶ As estimações foram feitas utilizando o software Matlab cujas rotinas foram gentilmente cedidas pelo Professor Gregory Givens.

Tabela 9: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Discrição – Peru

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,5116	0,0686	0,0000
σ_π	2,2129	0,3732	0,0000
$\sigma_{y\pi}$	-0,0688	0,2382	0,7726
σ_i	1,9044	0,2050	0,0000
λ_y	3,0869	7,0633	0,6621
$\lambda_{\Delta i}$	3,6470	6,7428	0,5886
ϕ	0,4997	0,0327	0,0000
β	1,1959	0,1031	0,0000
σ	0,0051	0,0048	0,2856
α	0,9058	0,1169	0,0000
κ	0,2521	0,1304	0,0532
$-\log\mathcal{L}$	270,5537		

Tabela 10: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Comprometimento – Peru

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,6198	0,0887	0,0000
σ_π	2,1896	0,3459	0,0000
$\sigma_{y\pi}$	0,2192	0,2442	0,3695
σ_i	1,7594	0,1964	0,0000
λ_y	1,0273	0,6562	0,1174
$\lambda_{\Delta i}$	3,5900	1,7308	0,0381
ϕ	0,3820	0,0371	0,0000
β	1,1777	0,1231	0,0000
σ	0,0558	0,0220	0,0111
α	0,8121	0,0941	0,0000
κ	0,0716	0,0550	0,1929
$-\log\mathcal{L}$	268,1920		

A Tabela 11 apresenta os desvios padrões para a inflação, hiato do produto e taxa de juros obtidos dos dados utilizados, bem como dos modelos estimados. Como se pode notar, o modelo de política discricionária apresenta um melhor resultado quanto aos desvios padrões da inflação e taxa juros, mas não para o hiato do produto. Em adição, observa-se que ambos os modelos são capazes de contabilizar grande parte dos desvios padrões da inflação e hiato do produto, mas subestimam a volatilidade da taxa de juros presente nos dados.

Tabela 11: Desvios padrões – Peru

Variável	Dados	Discrição	Comprometimento
Inflação	2,7636	2,6961	2,6497
Hiato do Produto	1,7021	1,6030	1,6727
Taxa de juros nominal	3,1069	1,8083	1,7441

A Tabela 12 nos mostra uma comparação dos modelos para o Peru. O critério de informação *BIC* indica claramente que o modelo com a política monetária conduzida sob regras é mais consistente com os dados do que a especificação com política discricionária.

Tabela 12: Comparação entre os modelos – Peru

	Modelo	
	Comprometimento	Discrição
$\log \mathcal{L}(j)$	268,1920	270,5537
<i>BIC</i>	289,9238	292,2855

Nota: Todos os valores estão em módulo.

Os modelos sob regras e discrição não são suficientes para responder a questão de se o BCRP tem ajustado a política de forma ótima. Isso acontece porque ambos admitem que as políticas sejam formadas de maneira ótima com a diferença apenas sobre o gerenciamento das expectativas por parte do *policymaker*. Diante disso, estimou-se também um modelo irrestrito formado pelas equações (1) e (2), e por uma equação para a taxa de juros onde o instrumento de política responde aos choques de oferta e demanda, a uma defasagem para a inflação e para a taxa de juros, e duas defasagens para o hiato do produto.

As estimativas dos coeficientes do modelo irrestrito são apresentadas na Tabela 13. É possível verificar que as estimativas são bastante parecidas para vários parâmetros, especialmente com o ambiente discricionário. A estimativa σ_π e o coeficiente κ apresentaram valores semelhantes ao modelo com regras, mas foram não significativos a 10%. Com relação aos parâmetros da equação para a taxa de juros, todos foram não significativos, exceto f_6 . Embora pelo *log-likelihood* o modelo sem política ótima tenha mostrado um melhor resultado, de acordo com o critério de informação *BIC*, ele apresenta um pior ajuste aos dados se comparado aos ambientes de regras e de discrição. Isso sugere que a política monetária no Peru tem sido conduzida de forma ótima.

Tabela 13: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Irrestrito – Peru

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,5025	0,0772	0,0000
σ_π	2,2553	0,3852	0,6403
$\sigma_{y\pi}$	0,0932	0,1995	0,0000
σ_i	1,6945	0,1793	0,0000
ϕ	0,4255	0,0523	0,0000
β	1,1894	0,1661	0,2914
σ	0,0402	0,0381	0,0000
α	0,9286	0,1260	0,0322
κ	0,2130	0,0994	0,5670
f_1	0,2884	0,5038	0,1687
f_2	-0,1596	0,1160	0,7404
f_3	0,0781	0,2357	0,2457
f_4	0,3014	0,2596	0,1808
f_5	0,1335	0,0998	0,6403
f_6	0,6420	0,0966	0,0000
- log \mathcal{L}	262,7984		
- BIC	292,4327		

Nota: A tabela reporta as estimativas ML dos parâmetros do modelo irrestrito:

$$\pi_t = \alpha E_t \pi_{t+1} + (1-\alpha)\pi_{t-1} + \kappa y_t + u_{\pi,t}$$

$$y_t = \phi E_t y_{t+1} + (1-\phi)(\beta y_{t-1} + (1-\beta)y_{t-2}) - \sigma(i_t - E_t \pi_{t+1}) + u_{y,t}$$

$$i_t = f_1 u_{y,t} + f_2 u_{\pi,t} + f_3 y_{t-1} + f_4 y_{t-2} + f_5 \pi_{t-1} + f_6 i_{t-1} + v_{i,t}$$

5.2 Resultados para o Brasil

Os resultados apresentados nas Tabelas 14 e 15 são as estimativas dos parâmetros dos modelos para os casos de discricção e regras no Brasil, respectivamente. Aqui, além do modelo composto pelas equações (1) e (2), considerou-se um modelo alternativo (Modelo 2) onde a inflação depende do hiato do produto em $t - 2$. Isso foi feito para capturar um possível alongamento do mecanismo de transmissão da política monetária, como constatado pelo BCB no Relatório de Inflação de março de 2012²⁷. As estimativas para os parâmetros σ_y e σ_π no ambiente discricionário indicam que os choques de oferta são ligeiramente mais voláteis do que os choques de demanda. Adicionalmente, o resultado para σ_i sugere que a disparidade entre a taxa de juros observada e a taxa de juros ótima predita pelos Modelos 1 e 2 são semelhantes. Para o ambiente de regras, as estimativas de σ_y e σ_π indicam que os choques de

²⁷ Ver Relatório de Inflação do BCB (Março/2012).

oferta são aproximadamente duas vezes mais voláteis para o Modelo 2 e aproximadamente três vezes mais voláteis para o Modelo 1, do que os choques de demanda. Os valores obtidos para σ_i também indicam uma grande invariabilidade quanto à disparidade entre a taxa de juros observada e a taxa de juros ótima.

Com relação aos parâmetros ϕ e α nas curvas IS e de Phillips, os resultados mostraram, em geral, que esses parâmetros são estatisticamente diferentes de zero, indicando que os termos *backward-looking* e *forward-looking* são importantes para a dinâmica do produto e da inflação. Os resultados de ϕ foram bastante parecidos entre os modelos em ambos os ambientes de política. As estimativas para α sugerem que a inflação reagirá numa velocidade menor aos choques econômicos quando comparado a uma situação onde não há inflação inercial. Para o coeficiente κ , este se apresentou significativo a 5% apenas para o Modelo 2, em ambos os ambientes. Isso indica que o mecanismo de transmissão da política monetária pode ser mais longo do que aquele presente no modelo com as equações (1) e (2). A elasticidade de substituição intertemporal no consumo σ , bem como o coeficiente κ , apresentou-se estatisticamente não significativo nos dois ambientes de política.

Quanto aos parâmetros da função perda do BCB, apenas λ_y não mostrou significância estatística no ambiente discricionário. Em contraposição, no ambiente onde a política monetária é conduzida sob regras, pode-se verificar que o BCB se preocupa tanto com a suavização da taxa de juros como também com os desvios do produto em relação ao produto potencial. BCB. É importante destacar ainda que ambos os modelos mostram que o principal objetivo do BCB não foi a estabilização da inflação. Em específico, para o caso discricionário, as estimativas sugerem que a suavização da taxa de juros foi mais importante do que a inflação. Já para o ambiente sob regras, os resultados indicam que a preocupação com o hiato do produto foi trinta vezes maior do que com a inflação. Isso contradiz as evidências empíricas encontradas por Aragón e Portugal (2009) e Palma e Portugal (2011) de que o BCB atribui um maior peso à inflação do que ao hiato de produto e taxa de juros.

Tabela 14: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Discrição – Brasil

Parâmetro	Modelo 1			Modelo 2		
	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,5011	0,0665	0,0000	0,4839	0,0608	0,0000
σ_π	0,9207	0,1933	0,0000	0,7949	0,0859	0,0000
$\sigma_{y\pi}$	-0,1016	0,1071	0,3425	-0,0223	0,0592	0,7069
σ_i	2,7117	0,2746	0,0000	2,6983	0,2750	0,0000
λ_y	1,7288	2,2967	0,4516	0,0000 ¹	-	-
$\lambda_{\Delta i}$	2,0130	1,1724	0,0860	1,8747	0,9672	0,0526
ϕ	0,5175	0,0333	0,0000	0,5020	0,0311	0,0000
β	1,3412	0,0994	0,0000	1,4379	0,0950	0,0000
σ	0,0092	0,0050	0,0649	0,0098	0,0052	0,0604
α	0,4068	0,1344	0,0025	0,4659	0,0467	0,0000
κ	0,1457	0,1301	0,2628	0,0963	0,0463	0,0378
- log \mathcal{L}	264,0060			261,6219		

Nota: Embora a amostra comece em 1999:1, a função log-likelihood foi avaliada começando em 2000:1. Isso foi feito para diminuir os efeitos das mudanças de regime das políticas monetária e cambial ocorridos em 1999. No Modelo 1, a curva de Phillips inclui y_t , enquanto que, no Modelo 2, o hiato do produto aparece com duas defasagens (y_{t-2}) nesta equação.

¹ O valor convergiu para o seu limite no espaço paramétrico permitido na estimação.

Tabela 15: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Comprometimento – Brasil

Parâmetro	Modelo 1			Modelo 2		
	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,4957	0,0613	0,0000	0,4993	0,0623	0,0000
σ_π	1,4848	1,0541	0,1589	0,8299	0,0970	0,0000
$\sigma_{y\pi}$	-0,0188	0,1439	0,8960	0,0129	0,0709	0,8559
σ_i	2,0063	0,1993	0,0000	1,9799	0,1984	0,0000
λ_y	31,308	8,7775	0,0004	34,235	7,4663	0,0000
$\lambda_{\Delta i}$	6,2806	2,7659	0,0232	4,4447	1,8382	0,0156
ϕ	0,5069	0,0305	0,0000	0,5025	0,0291	0,0000
β	1,4823	0,0936	0,0000	1,5075	0,0842	0,0000
σ	0,0036	0,0023	0,1065	0,0026	0,0015	0,0934
α	0,0000 ¹	-	-	0,4262	0,0360	0,0000
κ	0,2749	0,4058	0,4981	0,0970	0,0414	0,0191
- log \mathcal{L}	251,8576			250,1844		

Nota: Embora a amostra comece em 1999:1, a função log-likelihood foi avaliada começando em 2000:1. Isso foi feito para diminuir os efeitos das mudanças de regime das políticas monetária e cambial ocorridos em 1999. No Modelo 1, a curva de Phillips inclui y_t , enquanto que, no Modelo 2, o hiato do produto aparece com duas defasagens (y_{t-2}) nesta equação.

¹ O valor convergiu para o seu limite no espaço paramétrico permitido na estimação.

Analisando os desvios padrões para a inflação, hiato do produto e taxa de juros presentes na Tabela 16, constata-se que o Modelo 2 no ambiente com política discricionária apresenta, em geral, resultados mais próximos dos observados nos dados. Destaca-se também que, ao contrário do que foi observado para o Peru, a política sob regras leva a uma superestimação das volatilidades da inflação e da taxa Selic.

Tabela 16: Desvios padrões – Brasil

Variável	Dados	Discrição		Comprometimento	
		<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>	<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>
Inflação	2,9735	2,6503	2,6869	5,1156	3,8262
Hiato do Produto	1,5308	1,4778	1,4818	1,5779	1,5011
Taxa de juros nominal	4,3064	3,0876	3,0761	7,0909	7,0630

Nota: No Modelo 1, a curva de Phillips inclui y_t , enquanto que, no Modelo 2, o hiato do produto parece com duas defasagens (y_{t-2}) nesta equação.

A Tabela 17 permite comparar as diferentes especificações estimadas para o Brasil. De acordo com o critério de informação *BIC*, as estimativas dos modelos sob regras apresentam uma maior conformidade com os dados quando comparado aos modelos sob discrição. Além disso, pode-se observar um melhor ajuste dos modelos em que a curva de Phillips depende do hiato do produto em $t - 2$.

Tabela 17: Comparação entre os modelos – Brasil

	$\log \mathcal{L}(j)$		<i>BIC</i>	
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 1	Modelo 2
Regras	251,8576	250,1844	273,1492	271,4760
Discrição	264,0060	261,6219	285,2976	282,9135

Nota: Todos os valores estão em módulo

Para saber se o BCB tem ajustado a sua política de forma ótima, estimou-se também um modelo irrestrito composto pela curva IS, curva de Phillips e uma equação para a taxa Selic. As estimativas desse modelo são apresentadas na Tabela 18. É possível verificar que os valores obtidos para os parâmetros σ_y , σ_π e σ_i são semelhantes àqueles observados no ambiente discricionário. A estimativa σ_π se mostrou não significativo a 10%. Para a equação de taxa de juros, apenas os coeficientes f_2, f_5 e f_6 foram significativos.

Tabela 18: Estimativas de Máxima Verossimilhança – Irrestrito – Brasil

Parâmetro	Modelo 1			Modelo 2		
	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)	Estimativa	Erro padrão	P-Valor (teste de Wald)
σ_y	0,4723	0,0599	0,0000	0,4636	0,0562	0,0000
σ_π	0,9404	0,2344	0,0000	0,7866	0,0837	0,0000
$\sigma_{y\pi}$	-0,0866	0,1020	0,3960	-0,0173	0,0580	0,7662
σ_i	2,4398	0,2434	0,0000	2,4440	0,2440	0,0000
ϕ	0,5010	0,0314	0,0000	0,4888	0,0298	0,0000
β	1,4102	0,0957	0,0000	1,4647	0,0924	0,0000
σ	0,0098	0,0063	0,1196	0,0098	0,0065	0,1307
α	0,3911	0,1709	0,0221	0,4723	0,0468	0,0000
κ	0,1630	0,1525	0,2852	0,0925	0,0469	0,0487
f_1	0,0513	0,8050	0,9492	-0,2227	0,7651	0,7710
f_2	1,1076	0,3458	0,0014	1,2521	0,2777	0,0000
f_3	0,5239	0,3663	0,1527	0,4531	0,3401	0,1829
f_4	-0,1879	0,2727	0,4907	0,0251	0,2646	0,9246
f_5	0,2408	0,0717	0,0008	0,2244	0,0715	0,0017
f_6	0,8181	0,0425	0,0000	0,8278	0,0417	0,0000
$-\log\mathcal{L}$	258,0409			256,3110		
$-BIC$	287,0749			277,6026		

Nota: A tabela reporta as estimativas ML dos parâmetros do modelo:

$$\pi_t = \alpha E_t \pi_{t+1} + (1-\alpha)\pi_{t-1} + \kappa y_t + u_{\pi,t}$$

$$y_t = \phi E_t y_{t+1} + (1-\phi)(\beta y_{t-1} + (1-\beta)y_{t-2}) - \sigma(i_t - E_t \pi_{t+1}) + u_{y,t}$$

$$i_t = f_1 u_{y,t} + f_2 u_{\pi,t} + f_3 y_{t-1} + f_4 y_{t-2} + f_5 \pi_{t-1} + f_6 i_{t-1} + v_{i,t}$$

No Modelo 1, a curva de Phillips inclui y_t , enquanto que, no Modelo 2, o hiato do produto aparece com duas defasagens (y_{t-2}) nesta equação.

Por fim, o critério de informação BIC para o modelo irrestrito foi inferior aos valores obtidos para os modelos nos ambientes de regras e de discricção. Tal como verificado para o Peru, esses resultados sugerem que os modelos com política monetária ótima são mais adequados para descrever à condução da política pelo BCB.

6 Conclusão

Neste trabalho, procurou-se estimar as preferências do Banco Central do Brasil (BCB) e do Banco Central da Reserva do Peru (BCRP) em dois ambientes diferentes: sob regrese discricção, onde no primeiro a otimizaçãooocorre uma única veze no segundo, a otimização ocorre período a período, usando um modelo macroeconômico Novo-keynesiano com política monetária ótima para os dois ambientes. O modelo utilizado é formado por uma equação da curva IS e uma da curva de Phillips, ambas com termos *forward-looking*. Foram usados dados com frequência trimestral para o período pós-metas de inflação, primeiro trimestre de 2000 ao quarto trimestre de 2011 para o Peru e para o Brasil.

Para o caso do Peru, muito embora o modelo de política discricionária apresente um melhor resultado quando aos desvios da taxa de juros e da inflação, ambos os modelos contabilizam parte dos desvios padrões da inflação e do hiato do produto. Na comparação dos modelos para o Peru foi possível afirmar que os dados são mais consistentes para o modelo sob regras o que também é constatado através do critério *BIC*. As estimativas para as estimativas σ_y e σ_π indicam que os choques de oferta são mais voláteis que os choques de demanda e σ_i sugere que a disparidade entre a taxa de juros observada e a taxa de juros ótima do modelo é menor no modelo sob regras.

Quanto as variáveis das equações (1) e (2), o componente *backward-looking* supera o *forward-looking* apenas para a curva IS. Com os resultados de α , sugere-se que a inflação bastante sensível às expectativas inflacionárias dos agentes econômicos. O coeficiente κ apresentou-se significativo apenas no modelo discricionário e a elasticidade de substituição intertemporal no consumo σ foi estatisticamente diferente de zero apenas para o modelo com a política monetária sob regras.

Na análise do modelo irrestrito foi possível verificar que as estimativas são bastante parecidas para vários parâmetros, sobretudo com o ambiente discricionário. Embora pelo *log-likelihood* o modelo sem política ótima tenha apresentado melhor resultado, pelo critério Bayesiano apresentou-se um pior ajuste aos dados se comparado aos dois ambientes sugerindo a condução da política monetária de maneira ótima no Peru. Em ambos os modelos, é possível verificar que é dado maior peso à inflação, seguida pela taxa de juros enquanto que a estabilidade do produto teve peso estatisticamente igual a zero, podendo este fato ser explicado pelo baixo viés inflacionário durante o período estudado, reforçando que a

autoridade monetária objetiva a estabilização da inflação como constatado por Goñi e Ormeño (2000), Bejarano (2001), Rodriguez (2008) e Pascaet al. (2011).

Para o caso do Brasil, ao analisar os desvios padrões para a inflação, hiato do produto e taxa de juros, os resultados sugerem que o modelo alternativo com hiato do produto em $t - 2$ para o ambiente com política discricionária apresenta um melhor resultado quando aos desvios da inflação e do hiato do produto. A análise do modelo irrestrito, apesar de alguns parâmetros da equação de taxa de juros, exceto f_2 , f_5 e f_6 , se mostrarem não significativos estatisticamente, pelo critério Bayesiano constatou-se que este modelo também apresentou um pior ajuste aos dados se comparado aos ambientes de regras e de discricionária e assim como para o Peru, os modelos com política monetária ótima são mais adequados para descrever a condução da política pelo BCB.

Na comparação dos modelos é possível afirmar que os dados são mais consistentes com o modelo com duas defasagens para o hiato do produto no ambiente sob regras em ambos os critérios de análise. O resultado de κ indica a possibilidade de o mecanismo de transmissão de política monetária ser mais longo do que o presente no modelo com as curvas IS e de Phillips. Quanto às preferências do BCB, apenas λ_y se apresentou não significativo no ambiente discricionário, enquanto que $\lambda_{\Delta t}$ se apresentou significativo para todas as situações.

No ambiente de regras é possível verificar a preocupação com a suavização da taxa de juros e também a preocupação com os desvios da produção em relação ao produto potencial. É possível destacar que ambos os modelos mostram que o principal objetivo do BCB não foi a estabilização da inflação. Este resultado difere das evidências empíricas encontradas por Aragón e Portugal (2009) e Palma e Portugal (2011) de que o BCB atribui um maior peso à inflação do que ao hiato de produto e taxa de juros, com a suavização da taxa de juros tendo maior peso para o ambiente discricionário e a preocupação com o hiato do produto com maior peso para o ambiente de regras, mais importantes do que a inflação.

Referências

ARAGÓN, E. K.; PORTUGAL, M. S. Central Bank Preferences and Monetary Rules under the Inflation Targeting Regime in Brazil. **Brazilian Review of Econometrics**, v.29, n. 1, 2009.

BANCO CENTRAL DE RESERVA DO PERU. Inflation Reports. Disponível em: < <http://www.bcrp.gob.pe/monetary-policy/inflation-reports.html> >. Acesso em: 17 de Jul. de 2012.

_____. Annual Report 2008. Disponível em: < <http://www.bcrp.gob.pe/eng-docs/Publications/Annual-Reports/2008/Annual-Report-BCRP-2008-5.pdf> >. Acesso em 17 de Jul. de 2012.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Boletim do BC – Relatório Anual. Disponível em: < <http://www.bc.gov.br/?BOLETIMANO> >. Acesso em: 25 de Jun. de 2012.

_____. Relatório de Inflação - Março/2012. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2012/03/ri201203b6p.pdf> >. Acesso em: 30 de Jul. de 2012.

_____. Programação monetária, 2011. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/htms/infecon/progmon.asp?Idioma=p> >. Acesso em: 10 de Jul. de 2012.

BEJARANO, W.B. Algunas lecciones y preferências reveladas de la Política Monetária del Perú em la última década. **Documento de Trabajo, Banco Central de Reserva del Peru**, n. 14, 2001. Disponível em: < <http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2001/Documento-Trabajo-02-2001.pdf> > Acesso em: 25 de Ago. 2011.

BOGDANSKI, Joel.; TOMBINI, Alexandre A.; WERLANG, Sérgio R. C. Implementing Inflation Targeting in Brazil. **Working Paper Series**. n.1, 2000. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps01.pdf> >. Acesso em: 19/11/2012.

BURMEISTER, E.; WALL, Kent D. 1982. “Kalman Filtering Estimation of Unobserved Expectations with an Application to the German Hyperinflation.” **Journal of Econometrics** 20: 255-84

CAS, S. M.; CARRIÓN-MENÉNDEZ, A.; FRANTISCHEK, F. Improving the Monetary Policy Frameworks in Central America. **IMF Workingpaper WP/11/245**. Disponível em: < <http://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2011/wp11245.pdf> >. Acesso em: 25 de Jun. de 2012.

CAINES, Peter E. 1988. Linear Stochastic Systems. New York: Wiley.

CALVO, G.A. Staggered prices in a utility maximizing framework. **Journal of Monetary Economics**, v. 12, n. 3, 1983.

CASTELNUEVO, E.; SURICO, P. What does monetary policy reveal about a Central Bank’s Preferences? **Economic Notes**, v.32, n. 3, 2003.

CECCHETTI, S.G. e KRAUSE, S. Central Bank Structure, Policy Efficiency, and Macroeconomic Performance: Exploring Empirical Relationships. **Review of Federal Reserve Bank of St. Louis**, v. 84, n. 4 2002.

CHRISTIANO, L.J.; EICHENBAUM, M.; EVANS, C.L. Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. **Journal of Political Economy**, v. 113, n. 1, 2005.

CLARIDA, R.; GALÍ, J.; GERTLER, M. Monetary policy rules in practice: some international evidence. **European Economic Review**, v. 42, n. 6, 1998.

_____. The science of monetary policy: a new Keynesian perspective. **Journal of Economic Literature**, v. 37, n. 4, 1999.

COLLINS, S.; SIKLOS, P. S. Optimal Monetary Policy Rules and Inflation Targets: are Australia, Canada and New Zealand different from the U.S.? **Open Economies Review**, v.15 n. 4, 2004.

DENNIS, R. Inferring policy objectives from economic outcomes. **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, v. 66, n. 1, 2004.

DENNIS, R. The policy preferences of the US Federal Reserve. **Journal of Applied Econometrics**, v. 21, n. 1, 2006.

ESTRELLA, A.; FUHRER, J.C. Dynamic Inconsistencies: counterfactual implications of a class of rational-expectations models. **The American Economic Review**, v. 92, n. 4, 2002.

FAVERO, C. A.; E ROVELLI, R. Macroeconomic Stability and the preferences of the Fed: A formal analysis, 1961-98. **Journal of Money, Credit, and Banking**, v. 35, n. 4, 2003.

FUHRER, J.C. The (un)importance of forward-looking behavior in price specifications. **Journal of Money, Credit, and Banking**, v. 29, n. 3, 1997.

FUHRER, J.C.; MOORE, G.R. Inflation Persistence. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 110, n. 1, 1995.

FUHRER, J.C.; RUDEBUSCH, G.D. Estimating the Euler equation for output. **Journal of Monetary Economics**, v. 51, n. 6, 2004.

GALÍ, J.; GERTLER, M. Inflation dynamics: a structural econometric analysis. **Journal of Monetary Economics**, v. 44, n. 2, 1999.

GIVENS, G. **Estimating Central Bank Preferences under Commitment and Discretion**. (Mimeo) 2010.

GHOSH, Damayanti. 1989. "Maximum Likelihood Estimation of the Dynamic Shock-Error Model." **Journal of Econometrics** 41:121-43

GOÑI, P. A.; ORMEÑO, S.A. **Modelación e Identificación de las Preferencias Del Banco Central en la Aplicación de Política Monetaria, Perú: 1992 - 1998**. Documento de Trabajo,

disponível em: <<http://cies.org.pe/files/documents/investigaciones/politica-macroeconomica-y-crecimiento/modelacion-e-identificacion-de-las-preferencias-del-banco-central-en-la-aplicacion-de-politica-monetaria.pdf>>. Acesso 25 de Ago. 2011.

HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**. New Jersey: Princeton University Press, 1994.

HARVEY, Andrew C. 1989. Forecasting, structural time series models and the Kalman filter. Cambridge University Press.

ILBAS, P. Revealing the preferences of the US Federal Reserve. **Journal of Applied Econometrics**, 2011 (*forthcoming*).

INGRAM, B. F.; KOCHERLAKOTA, N. R.; SAYIN, N. E. Explaining Business Cycles: A Multiple-Shock Approach. **Journal of Monetary Economics**, v. 34, n. 3, 1994.

KLEIN, P. Using the Generalized Schur Form to solve a multivariate linear rational expectations model. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 24, n. 10, 2000.

LJUNG, L.; CAINES, P.E. 1979. Asymptotic normality and prediction error estimators for approximate system models. **Stochastics** 3: 29-46

NETO, A. F.; SILVA, A. R. M. da; HENNINGS, K. et al. Dez Anos de Metas para inflação no Brasil 1999 – 2009, Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/Pec/Metas/10_anos_metas_inflacao_completo.pdf>. Acesso em: 26 de Jun. de 2012.

NG, S.; PERRON, P. Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. **Econometrica**, v. 69, n. 6, 2001.

OZLALE, U. Price stability vs. Output stability: tales of Federal reserve administrations. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 17, n. 9, 2003.

PADILHA, Rodrigo A. **Metas de inflação: Experiência e questões para os países em desenvolvimento**, 2007. Disponível em: <<http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/handle/1884/10335/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Rodrigo%20Ayres%20Padilha.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 25 de Jun. de 2012.

PAGAN, A. 1980. Some identification and estimation results for regression models with stochastically varying parameters. **Journal of Econometrics** 13: 341-63

PALMA, A. A.; PORTUGAL, M. S. Preferences of the Central Bank of Brazil under the Inflation Targeting Regime: Commitment vs. Discretion. **Revista Brasileira de Economia**, v. 65, n.4, 2011.

PASCA, N. M. C.; ARAGÓN, E. K. da S. B.; PORTUGAL, M. S. **Preferences of the Central Reserve Bank of Peru and optimal monetary policy rules in the inflation targeting regime**. Lima: Banco Central da Reserva do Peru, 2011. (Documentos de Trabajo, 10).

ROBERTS, J.M. Is Inflation Sticky? **Journal of Monetary Economics**, v. 39, n. 3, 1997.

RODRIGUEZ, G. Eficiencia de la Política Monetaria y la Estabilidad de las preferencias del Banco Central una evidencia para el Perú. **Revista de Estudios Económicos del Banco Central de Reserva Del Peru**, n. 15, 2008.

ROSENBERG, B. 1973. Random coefficient models: the analysis of a cross-section of time series by stochastically convergent parameter regression. **Annals of Economic and Social Measurement** 2: 399-428

SACK, B. Does the Fed act gradually? A VAR analysis. **Washington, DC: Board of Governors of the Federal Reserve System** (Finance and Economics Discussion Series, 17), 1998.

SACK, B.; WIELAND, V. Interest-rate smoothing and optimal monetary policy: a review of recent empirical evidence. **Journal of Economics and Business**, v. 52, n. 1-2, 2000.

SALEMI, MICHAEL K. Revealed Preference of the Federal Reserve: Using Inverse-Control Theory to Interpret the Policy Equation of a Vector Autoregression. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 13, n. 4, 1995.

SALEMI, MICHAEL K. Econometric Policy Evaluation and Inverse Control. **Journal of Money, Credit, and Banking**, v. 38, n. (7), 2006.

SMETS, F.; WOUTERS, R. An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Euro Area. **Journal of European Economic Association**, v. 1, n. 5, 2003.

SÖDERLIND, P. Solution and estimation of RE macromodels with optimal policy. **European Economic Review**, v. 43, n. 4-6, 1999.

SÖDERLIND, U.; SÖDERLIND, P; VREDIN, A. Can calibrated New-Keynesian models of monetary policy fit the facts? **Scandinavian Journal of Economics**, v. 107, n. 3, 2005.

TACHIBANA, M. Central Bank's preferences in Japan, the UK, and the US. **Japan and the World Economy**, v.16, 2004.

TAYLOR, J. B. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, v. 39, 1993.

WOODFORD, M. **Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy**. New Jersey: Princeton University Press, 2003a.

_____. Optimal interest-rate smoothing. **The Review of Economic Studies**, v. 70, n. 4, 2003b.

Apêndice A

A1 O filtro de Kalman

Harvey (1989) explica que se trata de um procedimento recursivo para o cálculo do estimador ótimo do vetor de estado no tempo t com base nas informações disponíveis em t . A ideia é de expressar um sistema dinâmico numa representação de espaço de estados, ou seja, é um algoritmo de atualização sequencial de uma projeção linear para o sistema. (HAMILTON, 1963).

A aplicação desse algoritmo só é possível na presença de um modelo de espaço de estados e embora este pareça limitado para as análises econômicas²⁸, sua ênfase está na previsão das observações futuras baseadas nas amostras disponíveis. A utilização desse procedimento sob a hipótese de que o vetor inicial de estados e as perturbações são normalmente distribuídos, permitirá o cálculo da função de verossimilhança²⁹ exata para processos Gaussianos auto-regressivos e de médias móveis (ARMA), para matriz de fatores das funções geradoras de auto-covariâncias ou densidades espectrais³⁰ e para estimar vetores auto-regressivos cujos coeficientes mudam com o tempo. (HAMILTON, 1963).

A1.1 A representação de espaço de estados de um sistema dinâmico segundo Hamilton (1994)

Seja y_t um vetor ($n \times 1$) de variáveis observadas na data t . Uma classe rica de modelos dinâmicos para y_t pode ser mostrada em termos de um possível vetor não observável $(r \times 1)\xi_t$, conhecido por vetor de estado. A representação de espaço de estados da dinâmica de y é dada pelo seguinte sistema de equações:

$$\xi_{t+1} = F\xi_t + v_{t+1} \quad [\text{A.1.1}]$$

²⁸ Este vetor de estados poderá não ter uma interpretação econômica, no entanto, na existência de uma, o valor deverá ser estimado num ponto do tempo de posse de todas as informações da amostra e não apenas uma parte dela.

²⁹ Através da decomposição do erro de previsão que por sua vez permite a estimação de parâmetros desconhecidos no modelo bem como a especificação do modelo e a base para o teste estatístico.

³⁰ Densidade espectral é uma função real positiva de uma frequência variável associada com um processo estocástico, ou uma função determinística do tempo, que possua dimensão de energia ou força por Hertz. Intuitivamente, a densidade espectral auxilia na captura da frequência do processo estocástico e identifica periodicidades.

$$y_t = A'x_t + H'\xi_t + w_t, \quad [\text{A.1.2}]$$

onde F , A' e H' são matrizes de parâmetros cujas dimensões são $(r \times r)$, $(n \times k)$, e $(n \times r)$ respectivamente, e x_t é um vetor de dimensão $(k \times 1)$ de variáveis exógenas ou predeterminadas. A equação [A.1.1] é a equação de estado, e [A.1.2] é a equação de observação. O vetor $v(r \times 1)$, e o vetor $w(n \times 1)$ são vetores de ruído branco:

$$E(v, v'_\tau) = \begin{cases} Q & \text{para } t = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad [\text{A.1.3}]$$

$$E(w, w'_\tau) = \begin{cases} R & \text{para } t = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad [\text{A.1.4}]$$

onde Q e R são, respectivamente, matrizes de ordem $(r \times r)$ e $(n \times n)$. Assume-se que as perturbações são não correlacionadas para todos os intervalos de tempo:

$$E(v_t, w'_\tau) = 0 \quad \text{para todo } t \text{ e } \tau. \quad [\text{A.1.5}]$$

A afirmação de que x_t é predeterminado ou exógeno significa que x_t não fornece nenhuma informação sobre ξ_{t+s} ou w_{t+s} para $s = 0, 1, 2, \dots$ além do que está contido em $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1$. Consequentemente, por exemplo, x_t poderia incluir valores defasados de y ou variáveis não correlacionadas com ξ_t ou w_t para todo t .

O sistema de [A.1.1] até [A.1.5] é comumente usado para descrever séries finitas de observações $\{y_1, y_2, \dots, y_T\}$ para os quais os pressupostos sobre o valor inicial do vetor de estado ξ_1 são necessários. Assume-se que ξ_1 é não-correlacionado com quaisquer realizações de v_t ou w_t :

$$E(v_t, \xi'_1) = 0 \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, T \quad [\text{A.1.6}]$$

$$E(w_t, \xi'_1) = 0 \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, T. \quad [\text{A.1.7}]$$

A equação de estado [A.1.1] implica que ξ_t pode ser escrito como uma função linear de $(\xi_1, v_2, v_3, \dots, v_t)$:

$$\xi_t = v_t + Fv_{t-1} + F^2v_{t-2} + \dots + F^{t-2}v_2 + F^{t-1}\xi_1 \quad \text{para } t = 2, 3, \dots, T. \quad [\text{A.1.8}]$$

Consequentemente, [A.1.6] e [A.1.3] implicam que v_t é não correlacionado com valores defasados de ξ :

$$E(v_t, \xi'_\tau) = 0 \quad \text{para } \tau = t-1, t-2, \dots, 1 \quad [\text{A.1.9}]$$

Analogamente,

$$E(w_t, \xi'_t) = \theta \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, T \quad [\text{A.1.10}]$$

$$E(w_t, y'_t) = E[w_t(A'x_t + H'\xi_t + w_t)']$$

$$E(w_t, y'_t) = 0 \quad \text{para } t = t-1, t-2, \dots, 1 \quad [\text{A.1.11}]$$

$$E(v_t, y'_t) = 0 \quad \text{para } t = t-1, t-2, \dots, 1. \quad [\text{A.1.12}]$$

O sistema de [A.1.1] até [A.1.7] é um pouco flexível, embora seja fácil para generalizar os resultados mais adiante para sistema em que v_t seja correlacionado com w_t . As várias matrizes de parâmetros (F, Q, A, H, ou R) podem estar em função do tempo. A representação será mais clara quando o foco se dá na forma básica em [A.1.1] até [A.1.7].

A1.2 Exemplos de representações de espaço de estados

a) Considerando um processo auto-regressivo³¹(AR)univariado,

$$y_{t+1} - \mu = \phi_1(y_t - \mu) + \phi_2(y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p+1} - \mu) + \varepsilon_{t+1} \quad [\text{A.1.13}]$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{para } t = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Que pode ser escrito sob a forma de espaço de estados como segue:

Equação de estado ($r = p$):

$$\begin{bmatrix} y_{t+1} - \mu \\ y_t - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p+2} - \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_{p-1} & \phi_p \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p+1} - \mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.14}]$$

Equação de observação ($n = 1$):

³¹ A razão pela qual o processo auto-regressivo foi escrito desta forma é a de obter um resumo adequado da dinâmica do sistema, e esta é a razão básica do interesse na representação de espaço de estados em qualquer sistema.

$$y_t = \mu + [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p+1} - \mu \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.15}]$$

Onde especificaríamos

$$\xi_t = \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p+1} - \mu \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_{p-1} & \phi_p \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_t = y_t \quad A' = \mu \quad x_t = 1$$

$$H' = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] \quad w_t = 0 \quad R = 0.$$

A equação de observação é uma identidade trivial.

b) Considerando um processo de médias móveis (MA):

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \quad [\text{A.1.16}]$$

Este pode ser escrito na forma de espaço de estados a seguir:

Equação de estado ($r = 2$):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.17}]$$

Equação de observação ($n = 1$):

$$y_t = \mu + [1 \ \theta] \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.18}]$$

onde

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} y_t &= y_t & A' &= \mu & x_t &= 1 \\ H &= [1 \quad \theta] & w_t &= 0 & R &= 0. \end{aligned}$$

Há várias maneiras de escrever um dado sistema na forma de espaço de estados. Por exemplo, o processo *MA* [A.1.16] poderá ser representado da seguinte maneira:

Equação de estado ($r = 2$):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_t \\ \theta \varepsilon_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \\ \theta \varepsilon_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ \theta \varepsilon_{t+1} \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.19}]$$

Equação de observação ($n = 1$):

$$y_t = \mu + [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} + \theta \varepsilon_t \\ \theta \varepsilon_{t+1} \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.20}]$$

Verifica-se que a notação (*MA*) original de [A.1.16], seja com [A.1.17] e [A.1.18], e a notação com [A.1.19] e [A.1.20] caracterizam o mesmo processo. Obter-se-ão previsões idênticas do processo ou valores da função de verossimilhança de qualquer uma das três representações sendo possível trabalhar com a que for mais conveniente.

De uma forma mais genérica, um processo auto-regressivo e de médias móveis univariado *ARMA*(p, q), pode ser escrito sob a forma de espaço de estados definindo $r \equiv \max\{p, q + 1\}$:

$$y_t - \mu = \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \phi_2(y_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_r(y_{t-r} - \mu) + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_{r-1} \varepsilon_{t-r+1}, \quad [\text{A.1.21}]$$

onde $\phi_j = 0$ para $j > p$ e $\theta_j = 0$ para $j > q$. Considere a seguinte representação de espaço de estados ($r = \max\{p, q + 1\}$) e ($n = 1$):

$$\xi_{t+1} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_{r-1} & \phi_r \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \xi_t + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\text{A.1.22}]$$

$$y_t = \mu + [1 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_{r-1}] \xi_t \quad [\text{A.1.23}]$$

Para verificar que [A.1.22] e [A.1.23] descrevem o mesmo processo que [A.1.21], deixe ξ_{jt} denotar o j -ésimo elemento de ξ_t . Consequentemente, a segunda linha da equação de estado garante que $\xi_{2,t+1} = \xi_{1t}$. A terceira linha garante que $\xi_{3,t+1} = \xi_{2t} = \xi_{1,t-1}$, e, generalizando, a j -ésima linha implica que $\xi_{j,t+1} = L^{j-1}\xi_{1,t+1}$. Consequentemente, a primeira linha da equação de estado implica que

$$\begin{aligned}\xi_{1,t+1} &= (\phi_1 + \phi_2 L + \phi_3 L^2 + \dots + \phi_r L^{r-t})\xi_{1t} + \varepsilon_{t+1} \text{ ou} \\ \varepsilon_{t+1} &= (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_r L^r)\xi_{1,t+1}\end{aligned}\quad [\text{A.1.24}]$$

A equação de observação mostra que

$$y_t = \mu + (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_{r-1} L^{r-1})\xi_{1t} \quad [\text{A.1.25}]$$

Multiplicando [A.1.25] por $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_r L^r)$ e usando [A.1.24] obtém-se $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_r L^r)(y_t - \mu) = (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_{r-1} L^{r-1})\varepsilon_t$, que certamente reproduz [A.1.21]. A forma de espaço de estados pode ser bastante conveniente para modelagem da soma de processos estocásticos ou as consequências de erros de medida.

A1.3 Uma visão geral do filtro de Kalman

Considere o sistema geral de espaço de estados em [A.1.1] até [A.1.7], com as equações reproduzidas abaixo:

$$\begin{aligned}\xi_{t+1} &= F \cdot \xi_t + v_{t+1} \\ (r \times 1)(r \times r)(r \times 1)(r \times 1)\end{aligned}\quad [\text{A.2.1}]$$

$$\begin{aligned}y_t &= A' \cdot x_t + H' \cdot \xi_t + w_t, \\ (n \times 1)(n \times k)(k \times 1)(n \times r)(r \times 1)(n \times 1)\end{aligned}\quad [\text{A.2.2}]$$

$$E(v, v'_t) = \begin{cases} Q(r \times r) & \text{parat} = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad [\text{A.2.3}]$$

$$E(w, w'_t) = \begin{cases} R(n \times n) & \text{parat} = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad [\text{A.2.4}]$$

Aqui se supõe a existência de $y_1, y_2, \dots, y_T, x_1, x_2, \dots, x_T$ observados. Um dos objetivos fundamentais talvez seja o de estimar os valores dos parâmetros desconhecidos no sistema base dessas informações. A princípio assume-se que os valores numéricos de F, Q, A, R e H são conhecidos.

Existem diversas utilidades para o filtro de Kalman. No entanto, a motivação aqui é a de calcular previsões lineares de mínimos quadrados do vetor de estado com base nos dados observáveis no tempo t ,

$$\hat{\xi}_{t+1|r} \equiv \hat{E}(\xi_{t+1} | \mathcal{Y}_t)$$

onde

$$\mathcal{Y}_t \equiv (y'_t, y'_{t-1}, \dots, y'_1, x'_t, x'_{t-1}, \dots, x'_1)' \quad [\text{A.2.5}]$$

$\hat{E}(\xi_{t+1} | \mathcal{Y}_t)$ denota a projeção linear de ξ_{t+1} em \mathcal{Y}_t e uma constante. O filtro de Kalman calcula essas previsões de forma recursiva, gerando $\hat{\xi}_{1|0}, \hat{\xi}_{2|1}, \hat{\xi}_{T|T-1}$ sucessivamente. Associado a cada previsão há uma matriz ($r \times r$) de erro quadrado médio (EQM) representada a seguir:

$$P_{t+1|r} \equiv E[(\xi_{t+1} - \hat{\xi}_{t+1|t})(\xi_{t+1} - \hat{\xi}_{t+1|t})'] \quad [\text{A.2.6}]$$

A1.3.1 Recursão

A recursão começa com $\hat{\xi}_{1|0}$ que denota uma previsão de ξ_1 , sendo esta última, a média incondicional da primeira $\hat{\xi}_{1|0} = E(\xi_1)$, baseada nas observações de y ou x , com EQM dado por $P_{1|0} \equiv E[(\xi_1 - E(\xi_1))(\xi_1 - E(\xi_1))']$.

Genericamente, se os autovalores de F estiverem dentro do círculo unitário, então o processo para ξ_t em [A.2.1] é de covariância estacionária. A média incondicional de ξ_t pode ser encontrada aplicando a esperança matemática em ambos os lados de [A.2.1], $E(\xi_{t+1}) = F \cdot E(\xi_t)$, ou dado que ξ_t é de covariância estacionária, $(I_t - F) \cdot E(\xi_t) = 0$.

Sabendo que a unidade não é autovalor de F , a matriz $(I_t - F)$ é não-singular, e a equação possui única solução dada por $E(\xi_t) = 0$. A variância incondicional de ξ pode, de maneira semelhante, ser encontrada multiplicando [A.2.1] por sua transposta e aplicando a esperança:

$$E(\xi_{t+1}\xi'_{t+1}) \equiv E[(F\xi_t + v_{t+1})(\xi'_t F' + v'_{t+1})'] = F \cdot E(\xi_t \xi'_t) \cdot F' + E(v_{t+1}v'_{t+1}).$$

Os termos do produto cruzado desapareceram em função de [A.1.9]. Deixe Σ denotar a matriz de variância-covariância de ξ , isso implica que $\Sigma = F\Sigma F' + Q$, cuja solução é dada por $\text{vec}(\Sigma) = [I_{r^2} - (F \otimes F)]^{-1} \cdot \text{vec}(Q)$. Portanto, geralmente, se os autovalores de F estiverem dentro de um círculo unitário, as iterações do filtro de Kalman podem ser iniciadas com $\hat{\xi}_{1|0} = 0$ e com a matriz $P_{1|0}$ ($r \times r$) cujos elementos, expressos como um vetor coluna, são dados por $\text{vec}(P_{1|0}) = [I_{r^2} - (F \otimes F)]^{-1} \cdot \text{vec}(Q)$.

Se ao contrário, alguns autovalores de F estiverem dentro ou fora do círculo unitário, ou se o estado inicial ξ_1 não é tido como arbitrário do processo [A.2.1], então $\hat{\xi}_{1|0}$ pode ser substituído pelo melhor palpite do analista de qual o valor inicial, onde $P_{1|0}$ é uma matriz positiva definida que resume a confiança desse palpite. Valores muito grandes para os elementos da diagonal de $P_{1|0}$ implica em grande incerteza quando ao valor verdadeiro de ξ_1 .

A1.3.2 Prevendo y_t

Dados os valores iniciais de $\hat{\xi}_{1|0}$ e $P_{1|0}$, o processo é análogo para $t = 2, 3, \dots, T$, e o objetivo então é calcular $\hat{\xi}_{t|t+1}$ e $P_{t|t+1}$. Partindo da hipótese de que x_t não possui informações sobre ξ_t além do que está contido em \mathcal{Y}_{t-1} , $\hat{E}(\xi_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) = \hat{E}(\xi_t | \mathcal{Y}_{t-1}) = \hat{\xi}_{t|t-1}$.

Em seguida considere a previsão de y_t sendo $\hat{y}_{t|t-1} \equiv \hat{E}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1})$. Note que de [A.2.2] $\hat{E}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) = A' \cdot x_t + H' \cdot \xi_t$, e pela lei das projeções iteradas,

$$\hat{y}_{t|t-1} = A' \cdot x_t + H' \cdot \hat{E}(\xi_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) = A' \cdot x_t + H' \cdot \hat{\xi}_{t|t-1}. \quad [\text{A.2.9}]$$

De [A.2.2], o erro desta previsão é dado por

$$y_t - \hat{y}_{t|t-1} = A' \cdot x_t + H' \cdot \xi_t + w_t - A' \cdot x_t - H' \cdot \hat{\xi}_{t|t-1} = H' \cdot (\xi_t - \hat{\xi}_{t|t-1}) + w_t$$

com EQM

$$E[(y_t - \hat{y}_{t|t-1})(y_t - \hat{y}_{t|t-1})'] = E[H'(\xi_t - \hat{\xi}_{t|t-1})(\xi_t - \hat{\xi}_{t|t-1})'H] + E[w_t w_t']. \quad [\text{A.2.10}]$$

Os produtos cruzados desaparecem dado que

$$E \left[w_t (\xi_t - \hat{\xi}_{t|t-1})' \right] = 0. \quad [\text{A.2.11}]$$

A justificativa para [A.2.11] está em [A.1.10] em que w_t é não correlacionado com ξ_t . Além disso, $\hat{\xi}_{t|t-1}$ é função linear de \mathcal{Y}_{t-1} , e por [A.1.11] é também não correlacionado com w_t . Usando [A.2.4] e [A.2.6], podemos escrever a equação [A.2.10] como:

$$E[(y_t - \hat{y}_{t|t-1})(y_t - \hat{y}_{t|t-1})'] = H'P_{t|t-1}H + R. \quad [\text{A.2.12}]$$

A2 Estimação dos parâmetros por Máxima Verossimilhança

A2.1 Usando o filtro de Kalman para estimar a função de verossimilhança

O filtro de Kalman foi motivado previamente em termos de projeções lineares. As previsões de $\hat{\xi}_{t|t-1}$ e $\hat{y}_{t|t-1}$ são consequentemente ótimas dentre o conjunto de previsões lineares em (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) , onde $\mathcal{Y}_{t-1} \equiv (y'_{t-1}, y'_{t-2}, \dots, y'_1, x'_{t-1}, x'_{t-2}, \dots, x'_1)'$. Se o estado inicial ξ_1 e $\{w_t, v_t\}_{t=1}^T$ são inovações Gaussianas multivariadas, então pode-se afirmar que as previsões de $\hat{\xi}_{t|t-1}$ e $\hat{y}_{t|t-1}$ calculadas pelo filtro de Kalman são ótimas entre quaisquer funções de (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) . Além disso, se ξ_1 e $\{w_t, v_t\}_{t=1}^T$ são Gaussianas, então a distribuição de y_t condicional a (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) é Gaussiana com média dada por [A.2.24] e variância dada por [A.2.25]:

$$y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1} \sim N \left((A' \cdot x_t + H' \cdot \hat{\xi}_{t|t-1}), (H'P_{t|t-1}H + R) \right); \text{ isto é,}$$

$$\begin{aligned} f_{y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) \\ = (2\pi)^{-\frac{T}{2}} |H'P_{t|t-1}H + R| \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y_t - A' \cdot x_t - H' \right. \\ \left. \cdot \hat{\xi}_{t|t-1})' (H'P_{t|t-1}H + R)^{-1} \times (y_t - A' \cdot x_t - H' \cdot \hat{\xi}_{t|t-1}) \right\} \end{aligned} \quad [\text{A.4.1}]$$

parat = 1, 2, ..., T.

A partir de [A.4.1], é uma questão simples para a construção da amostra do log de verossimilhança³²,

$$\sum_{t=1}^T \log f_{y_t|x_t, \psi_{t-1}}(y_t|x_t, \psi_{t-1}) \quad [\text{A.4.2}]$$

A expressão [A.4.2] pode também ser maximizada através de métodos numéricos sujeita aos parâmetros desconhecidos³³ nas matrizes F , Q , A , H , e R . Além disso, [A.4.2] fornece a exata função do log de verossimilhança, independente de se a representação da média móvel é invertível.

A2.2 Identificação

Embora a representação de espaço de estados forneça uma maneira bastante conveniente de calcular a exata função de verossimilhança, é necessário verificar que, na ausência das restrições em F , Q , A , H , e R , os parâmetros da representação de espaço de estados serão não identificados – mais de um conjunto de valores para os parâmetros podem dar origem a um valor idêntico da função de verossimilhança, e os dados não fornecem uma estratégia de escolha entre eles.

Um exemplo básico pode ser dado pelo sistema a seguir com ($r = 2$) e ($n = 1$):

$$\xi_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t+1} \\ \varepsilon_{2,t+1} \end{bmatrix} \quad [\text{A.4.3}]$$

$$y_t = \varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t} \quad [\text{A.4.4}]$$

Temos, $F = 0$, $R = 0$, $A' = 0$, $H' = [1 \quad 1]$, e $Q = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$. Esse modelo assegura que y_t é ruído branco, com média zero e variância dada por $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$. A função log de verossimilhança de [A.4.1] e [A.4.2] é simplificada para

³²Harvey e Phillips (1979, *apud* HAMILTON, 1994) destacaram que essa representação do log de verossimilhança é particularmente conveniente para estimar regressões envolvendo médias móveis.

³³ Ver Burmeister e Wall (1982, *apud* HAMILTON, 1994).

$$\log f_{y_t|x_t, \psi_{t-1}}(y_t|x_t, \psi_{t-1}) = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sum_{t=1}^T \frac{y_t^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}. \quad [\text{A.4.5}]$$

Claramente, qualquer valor para σ_1^2 e σ_2^2 que somam para uma dada constante, produzirão valor idêntico para a função de verossimilhança.

A2.3 Propriedades assintóticas da estimativa de máxima verossimilhança

Se determinadas condições forem satisfeitas, Caines (1988, *apud* HAMILTON, 1994) mostrou que o estimador de máxima verossimilhança $\hat{\theta}_T$ baseado no tamanho T é consistente e assintoticamente normal. Estas condições incluem:

- a) O modelo deve estar identificado;
- b) Autovalores de F estão dentro de um círculo unitário;
- c) Além de um termo constante, as variáveis x_t se comportam assintoticamente como um processo de covariância estacionário linearmente não determinístico de posto completo;
- d) O verdadeiro valor de θ não ocorre na fronteira no espaço permitido dos parâmetros.

Ljung e Caines (1979, *apud* HARVEY, 1989) consideram um modelo geral, mas, eles impõem a condição na memória dos processos que efetivamente previne o tipo de não estacionário sugerido pelos componentes de tendência estocástica. Este último é permitido em modelos de série de tempo univariados examinados por Pagan (1980, *apud* HARVEY, 1989), mas a equação de transição não varia com o tempo.

As condições impostas por Pagan são de que o modelo deve ser observável e controlável e que, se a matriz de transição contém parâmetros desconhecidos, suas raízes devem ser menores que um em termos absolutos. Se a equação de medida e a equação de transição são não variantes no tempo, as condições de observação e controle de Pagan podem ser diminuídas a detecção e estabilidade. Pagan (1980) e Ghosh (1989) examinaram casos especiais de modelos de espaço de estados onde

$$\sqrt{T} \mathcal{I}_{2D,T}^{-\frac{1}{2}} (\hat{\theta}_T - \theta_0) \xrightarrow{L} N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_a) \quad [\text{A.4.6}]$$

onde a é o número de elementos de θ e $\mathcal{I}_{2D,T}$ é a matriz de informação ($a \times a$) para uma amostra de tamanho T como calculada pela segunda derivada da função log de verossimilhança abaixo.

$$\mathcal{I}_{2D,T} = -\frac{1}{T} E \left(\sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \log f(y_t | x_t, \mathbf{y}_{t-1}; \theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta = \theta_0} \right) \quad [\text{A.4.7}]$$

Uma prática comum é a de assumir que o limite de $\mathcal{I}_{2D,T}$ à medida que $T \rightarrow \infty$ é a mesma que o *plim* de

$$\mathcal{I}_{2D,T} = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \log f(y_t | x_t, \mathbf{y}_{t-1}; \theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta = \hat{\theta}_T} \quad [\text{A.4.8}]$$

que pode ser calculado de forma analítica ou numérica diferenciando [A.4.2]. Os erros padrão para $\hat{\theta}_T$ serão então a raiz quadrada dos elementos da diagonal principal de $(1/T)(\mathcal{I}_{2D,T})^{-1}$.

A2.4 Elementos fixos no vetor de estado inicial

Até então, assumiu-se que os elementos desconhecidos do vetor de estado são estocásticos. No entanto, é mais apropriado assumir que eles são fixos. Eles poderão ser tratados como parâmetros extras que precisam ser estimados como parte o procedimento de máxima verossimilhança. Isto poderia ser feito ao tratarmos os elementos do vetor de estado inicial da mesma maneira que os parâmetros desconhecidos de y_t . Porém, isso complicaria consideravelmente o processo de otimização numérica. A solução mais prática seria reconhecer que o estimador de máxima verossimilhança do vetor de estado inicial é uma função linear das observações³⁴.

³⁴ Há duas formas de fazê-lo, através do procedimento GLS e a outra através do algoritmo de Rosenberg (1973, *apud* HARVEY, 1989).