

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO**

TAKEO FUGIWARA SANTOS

**UMA APLICAÇÃO DE OPÇÕES REAIS NO SETOR SIDERÚRGICO:
OPÇÃO DE EXPANSÃO**

**JOÃO PESSOA
2011**

TAKEO FUGIWARA SANTOS

**UMA APLICAÇÃO DE OPÇÕES REAIS NO SETOR SIDERÚRGICO:
OPÇÃO DE EXPANSÃO**

Dissertação apresentada ao
Departamento de Engenharia de
Produção da Universidade Federal da
Paraíba, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Quirino do
Nascimento

**JOÃO PESSOA
2011**

S237u Santos, Takeo Fugiwara Santos

Uma aplicação de opções reais no setor siderúrgico: opção de expansão. / Takeo Fugiwara Santos. – João Pessoa, 2011.

111 f. il.:

Orientador: Prof. Dr. Roberto Quirino do Nascimento

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) PPGEF / Centro de Tecnologia / Campus I / Universidade Federal da Paraíba - UFPB.

1. Opção Real 2. Análise de Investimento 3. Siderurgia I. Título.

BC/UFPB

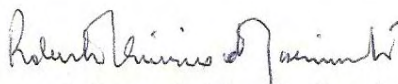
CDU:658.152(043)

TAKEO FUGIWARA SANTOS

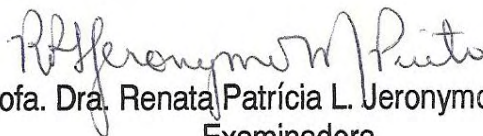
**UMA APLICAÇÃO DE OPÇÕES REAIS NO SETOR
SIDERÚRGICO: OPÇÃO DE EXPANSÃO**

Dissertação julgada e **aprovada** em 10 de agosto de 2011 como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal da Paraíba.

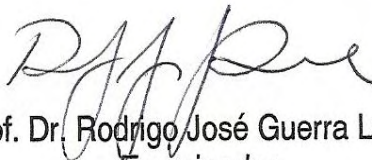
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Roberto Quirino do Nascimento
Orientador



Profa. Dra. Renata Patrícia L. Jeronymo M. Pinto
Examinadora



Prof. Dr. Rodrigo José Guerra Leone
Examinador

AGRADECIMENTOS

À Deus, em primeiro lugar, que colocou a Engenharia de Produção na minha vida.

À minha mãe, Tisuru Fugiwara Santos, por ter me ensinado, desde muito pequeno, que o caminho dos estudos sempre vale a pena e é preciso dedicação e perseverança para conseguir o sucesso.

À minha querida esposa, Iluska Caliman Perim, que seguiu firme e sempre me incentivou nos momentos complicados.

À minha irmã, Carla Fugiwara Santos, que é um exemplo de dedicação e perseverança.

À ArcelorMittal Tubarão, pela oportunidade de cursar Engenharia de Produção.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, pelos conhecimentos transmitidos tanto nas aulas como em conversas nos “corredores”.

Ao professor Dr. Roberto Quirino do Nascimento, que, apesar da distância física, sempre se preocupou com nosso “trabalho”.

Aos colegas da ArcelorMittal Tubarão, pelo companheirismo e pela troca de conhecimentos.

RESUMO

Esse trabalho analisará a aplicação da Teoria de Opções Reais – TOR em um projeto de investimento do setor siderúrgico. A TOR é um modelo de análise de investimento que utiliza como base o modelo tradicional de análise de investimento associado às flexibilidades gerenciais, no caso desse estudo, a flexibilidade de expansão de uma unidade siderúrgica. A TOR será aplicada em um estudo de caso onde uma planta siderúrgica será expandida, passando de uma capacidade de produção de 3.0Mt/ano de placa para 3.0Mt/ano de bobina, produto esse de maior valor agregado. Os dados utilizados nesse estudo de caso são os dados históricos de uma unidade de produção real e os dados disponíveis no Instituto Brasileiro de Siderurgia – IBS. Após a conclusão das análises, verificou-se que a TOR traz um resultado mais completo e que a não consideração do valor da flexibilidade de expansão pode levar a resultados subestimados do valor do VPL e por consequência a decisões finais equivocadas.

Palavras-chave: Opção Real. Análise de Investimento. Siderurgia.

ABSTRACT

This paper will analyze the application of Real Options Analysis - ROA at an investment project at steel industry. ROA is an investment analysis model that associate the management flexibility with the traditional analysis, in this case the expansion flexibility will be used. ROA will be applied in a case study where a steel plant will be expanded from 3.0Mt/year slab capacity to 3.0Mt/year coil capacity product with higher added value. The data used in this study are the historical data from an actual production unit and the data available in the Brazilian Steel Institute - IBS. After whole analysis concluded that ROA can get a more complete result and it will be a mistake whether expansion flexibility does not been considered. The NPV would be underestimated and therefore the final decisions could be wrong.

Keywords: Real Option. Economic Feasibility. Steel.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Disseminação da Utilização do VPL.....	13
Figura 2 – Distribuição de Frequências do VPL (US\$ Milhões).....	17
Figura 3 – Curva de Preço do Minério de Ferro	17
Figura 4 – Crescimento da Capacidade de Produção de Minério de Ferro.....	18
Figura 5 – Séries Temporais – Século 10	22
Figura 6 – Autocorrelação positiva (a) e negativa (b)	23
Figura 7 – Gráfico dos Resíduos.....	25
Figura 8 – PIB Brasil.....	30
Figura 9 – Processo Auto-Regressivo (AR1).....	34
Figura 10 – Correlogramas dos resíduos obtidos do modelo ARIMA (22.5.5)	41
Figura 11 – Valor da Opção Americana em Função do Preço da Ação	47
Figura 12 – Relação entre valor da opção e preço da ação	48
Figura 13 – Efeito das mudanças no preço da ação sobre os preços das opções....	48
Figura 14 – Efeito das mudanças no preço de exercício sobre os preços das opções	49
Figura 15 – Exemplo real da perda de valor pelo tempo	49
Figura 16 – Valor da Opção Americana em Função do Preço da Ação	50
Figura 17 – Prêmio da opção em relação à volatilidade da ação	51
Figura 18 – Prêmio da opção em relação à volatilidade da ação	58
Figura 19 – Modelo Binomial: fluxo de caixa	59
Figura 20 – Modelo Binomial: preço da opção	60
Figura 21 – Modelo Binomial: portfólio com Δ ações e β Títulos.....	60
Figura 22 – Processo Multiplicativo Estocástico.....	66
Figura 23 – Distribuição de Resultados: logarítmica Normal	67
Figura 24 – Processo Aditivo Estocástico	67
Figura 25 – Distribuição de Resultados: logarítmica normal	68
Figura 26 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: abandono	68
Figura 27 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: expansão	69
Figura 28 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: adiamento.....	70
Figura 29 – Estimativa da Volatilidade de um Projeto	71
Figura 30 – Fluxo de avaliação de projeto de investimento.....	73
Figura 31 – Gráfico Tornado de Correlação para o VPL Considerando Incertezas Técnicas.....	75
Figura 32 – Método de Monte Carlo	76
Figura 33 – Árvore de eventos do VP do projeto.....	80
Figura 34 – Processo de Monte Carlo para construção de uma árvore de eventos ..	81

Figura 35 –Árvore de decisão do projeto de investimento.....	83
Figura 36 – Abordagem geral: um processo em quatro etapas.....	84
Figura 37 – Cálculo da Opção de Expansão	90
Figura 38 – Abordagem geral: um processo em quatro etapas.....	92
Figura 39 – Preço Matéria Prima.....	92
Figura 40 – História da ArcelorMittal Tubarão	94
Figura 41 – Capacidade de produção	95
Figura 42 – Fluxo de Produção de uma usina siderúrgica	96
Figura 43 – Macro Etapas do Estudo	97
Figura 44 – Distribuição de Custos Operacionais	98
Figura 45 – Variáveis Críticas para análise do VPL	99
Figura 46 – Análise do VPL Tradicional	100
Figura 47 – Gráfico da Análise da Volatilidade do Projeto	101
Figura 48 – Árvore de eventos do valor presente do projeto.....	102
Figura 49 – Árvore de decisão do valor presente do projeto	104
Figura 50 – Abordagem geral: um processo em quatro etapas.....	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparação Modelo Tradicional e ROA	19
Quadro 2 – Teste de Durbin-Watson Regra de Decisão	26
Quadro 3 – Variâncias aproximadas dos estimadores	40
Quadro 4 – Comportamento do Preço da Opção	52
Quadro 5 – Estratégias de exercício de opção.....	58
Quadro 6 – Comparação entre uma Opção sobre uma Ação e uma Opção Real sobre um Projeto	63
Quadro 7 – Dados do projeto de investimento	64
Quadro 8 – Matriz de Envolvimento dos Atores	74
Quadro 9 – Desvio padrão em função do tempo	79
Quadro 10 – Tipos de Projetos, métodos e técnicas	87
Quadro 11 – Variáveis Envolvidas no EVE	88
Quadro 12 - Orçamento de investimento – usina siderúrgica.....	98
Quadro 13 – Resultado Comparativo: Modelo Tradicional X ROA.....	107

LISTA DE ABREVIATURAS

AMT	Arcelor Mittal Tubarão
AVE	Análise de Viabilidade Econômica
BDR	<i>Brazilian Depositary Receipts</i>
CPV	Custo do Produto Vendido
CST	Companhia Siderúrgica de Tubarão
EMQ	Estimadores de Mínimos Quadrados
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
FGLS MTA	Feasible Generalized Least Squares
EBITDA	Milhões de Toneladas por Ano <i>Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and amortization</i>
EMV	Estimadores de Máxima Verossimilhança
FCD	Fluxo de Caixa Descontado
GNA	Geração de Números Aleatórios
IBS	Instituto Brasileiro de Siderurgia
MMC	Método de Monte Carlo
MP	Matéria Prima
MQO	Mínimos Quadrados Ordinários
NA	Número Aleatório
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
ROA	Real Option Analysis
SQR	Soma dos Quadrados dos Resíduos
TIR	Taxa Interna de Retorno
TOR	Teoria de Opções Reais
VPL	Valor Presente Líquido
WACC	<i>Weighted Average Cost Of Capital</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	APRESENTAÇÃO DO TEMA	12
1.2	JUSTIFICATIVA	15
1.3	OBJETIVOS	20
1.3.1	Objetivo Geral	20
1.3.2	Objetivos Específicos	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1	SÉRIES TEMPORAIS	21
2.1.1	Autocorrelação e Autocorrelação Parcial	22
2.1.2	Conceitos Chaves	26
2.1.2.1	Processos Estocásticos	26
2.1.2.2	Testes de Estacionaridade	29
2.1.3	Modelo de Previsão	32
2.1.3.1	Processo Auto-regressivo – AR	33
2.1.3.2	Processo de Médias Móveis – MA	34
2.1.3.3	Processo Auto-regressivo Integrado de Médias Móveis – ARIMA	34
2.2	OPÇÕES FINANCEIRAS	43
2.2.1	Um pouco de história	43
2.2.2	Opção Financeira: conceitos básicos	45
2.2.3	Propriedades das Opções	46
2.2.4	Resumo da Variação do Preço da Opção Financeira	51
2.2.5	Apreçamento das Opções	52
2.2.5.1	Valor Intrínseco e Valor Extrínseco	53
2.2.6	Valor máximo e mínimos das opções	54
2.2.7	Paridade entre Opção de Venda e Compra	56
2.2.8	Exercício Antecipado: Opção de Compra Americana que não Pagam Dividendos	57
2.2.8.1	Modelo Binomial	59
2.3	OPÇÕES REAIS	62
2.3.1	Método para Modelagem do Processo Estocástico do Ativo Subjacente	66
2.3.2	Opções Reais: Classificação	68
2.3.2.1	Opção de Abandono	68
2.3.2.2	Opção de Expansão	69
2.3.2.3	Opção de Adiamento	70
2.4	SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	71
2.5	ANÁLISE DE OPÇÕES REAIS – NOVO MODELO PARA ANÁLISE DE INVESTIMENTO	72
2.5.1	Análise Padrão do VPL	73
2.5.2	Trabalhando as Incertezas	75
2.5.2.1	Estimativa da Volatilidade	75
2.5.2.2	Construção da Árvore de Eventos	79
2.5.3	Construção da Árvore de Decisão	81
2.5.4	Calculo do Valor da Opção Real de Expansão	83
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	87
3.1	TIPO DE PESQUISA	87

3.2	PARÂMETROS E VARIÁVEIS	88
3.3	COLETA DE DADOS.....	89
3.4	TRATAMENTO DOS DADOS.....	89
4	ROA APLICADA À SIDERURGIA	91
4.1	APLICANDO TOR PARA ANÁLISE DE INVESTIMENTO DE UM ALTO FORNO.....	93
4.1.1	Passo 1 – Caso Base	97
4.1.2	Passo 2 – Modelando as Incertezas	101
4.1.2.1	Construindo a Árvore de Eventos	102
4.1.3	Passo 3 – Construindo a Árvore de Decisão.....	102
4.1.4	ROA.....	104
5	CONCLUSÕES	106
	REFERÊNCIAS.....	108

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

*Even a thousand-mile
journey begins with the first step.
(Ditado Chinês)*

Num ambiente empresarial, em que a competição é acirrada e os recursos financeiros são escassos, uma gestão excelente do dinheiro é muito importante. Segundo Brigham, Gapenski e Ehrardt (2001), os investidores disponibilizam recursos aos administradores com a expectativa de que estes produzam taxas de retorno superiores às aquelas que os investidores conseguiriam em outros investimentos menos arriscados.

O aumento da competitividade também traz consigo uma crescente necessidade das empresas aumentarem suas participações nos mercados – *market share*. Isto tem sido conseguido por meio de aquisições e/ou projetos de investimento em ativos fixos, para o consequente aumento da capacidade produtiva e/ou diversificação da cadeia produtiva.

É neste contexto de fusões, aquisições e mercados competitivos, que a questão da análise de projetos de investimento se torna cada vez mais importante. Assim, uma análise incompleta e até mesmo irresponsável é capaz de gerar perdas financeiras astronômicas, conforme descrito por Rovai (2005, p. 23):

Riscos de fracasso tecnológico em projetos de biotecnologia tem sido frequentes e tem se transformado em uma das maiores causas de perda, por parte das empresas, as áreas de: tecnologia de informação, riscos, orçamentos e prazo são as maiores responsáveis por cancelamentos de projetos, no setor petroquímico, as constantes oscilações de preços decorrentes de riscos e incertezas políticas têm causado problemas de endividamento em vários países emergentes.

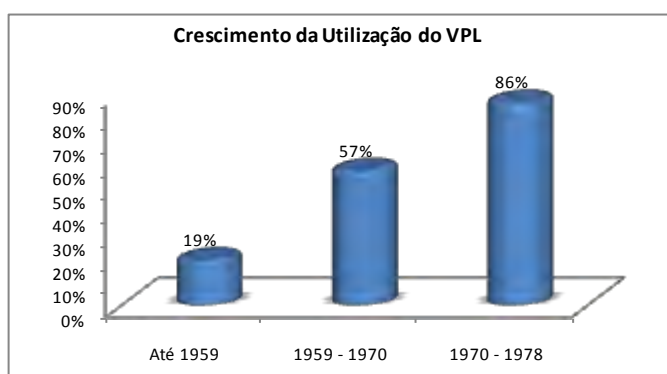
Shinoda (2008) explica que os primeiros métodos de avaliação eram simplesmente baseados em dados contábeis que evoluíram para os métodos de análise de viabilidade de investimentos baseados no fluxo de caixa descontado, resultantes da aplicação do conceito de valor do dinheiro no tempo.

O autor destaca os seguintes métodos para análise de investimento: retorno sobre investimento, taxa de retorno contábil, período de retorno do investimento, métodos baseados em fluxos de caixa descontados (Payback, VPL, TIR e TIR modificada), valor econômico agregado e teoria de opções reais. Além desses métodos, o autor vai além, descrevendo métodos não convencionais utilizados para avaliação de projetos de investimento em empresas de tecnologia avançada de manufatura (AMT – Advanced Manufacturing Technology) e propondo o modelo de análise de investimento baseado na teoria de conjuntos fuzzy.

O modelo tradicional de Análise de Investimento, demonstrado nas principais bibliografias de Administração Financeira, utiliza principalmente o valor presente líquido (VPL), a partir do fluxo de caixa descontado (FCD), para analisar a viabilidade econômica dos projetos de investimento. De acordo com Brasil *et al* (2007), o método de desconto de fluxo de caixa é o preferido pelos analistas de forma bastante justa, porém este método possui limitações que precisam e podem ser superadas por um modelo complementar, porém não excludente.

Klamer (1972) e Schall, Sundem e Geijsbeek (1978 *apud* COPELAND; ANTIKAROV, 2002) apontam o crescimento desta técnica ao longo dos anos, conforme Figura 1. Pode-se verificar que foram necessários mais de 20 anos para que este modelo de avaliação fosse plenamente adaptado às realidades das empresas.

Figura 1 – Disseminação da Utilização do VPL



Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

Da mesma forma que o modelo baseado no FCD precisou de um período de maturação longo, outros modelos, a exemplo o de Opções Reais, também necessitarão de um período de aprendizagem até atingir uma utilização massiva.

Segundo Copeland (2007), entre 1980 e 1990, houve uma extensa pesquisa para precificar as opções reais. Por isto, o autor afirma que *“Myers [1977] coined the term ‘real options’ to describe the statecontingent decisions that management has to right but not the obligation to make¹.”*

Quando se tratam de projetos complexos, os modelos de FCD apresentam imprecisões e lacunas. Além de adotar uma abordagem muito simplista para medição do risco, o método de desconto de fluxo de caixa não leva em conta as flexibilidades do projeto, ou seja, aquilo que pode ser feito de forma a alterar os fluxos de caixa futuros. Shinoda (2008) afirma que investimentos em ativos fixos sempre envolvem incertezas e imprecisões quanto aos benefícios futuros, principalmente quando se refere a análises em ambientes complexos como uma unidade operacional de uma siderúrgica.

Brigham, Gapenski e Ehrhardt (2001) comparam o método do FCD com um jogo de roleta, todavia afirmam que as decisões de orçamentos de capital tem mais em comum com um jogo de pôquer, uma vez que o fator probabilidade está presente de forma contínua e os administradores podem mudar suas decisões ao longo da vida do projeto em função das condições do mercado e/ou dos seus concorrentes.

É neste contexto que a Teoria de Opções Reais (TOR) pode ser utilizada, pois é capaz de mensurar quantitativamente as decisões gerenciais e somar ao VPL. Para Martins; Castro e Gomes (2007), a flexibilidade se traduz no direito da empresa em tomar decisões à medida que as etapas do projeto vão se consolidando.

De acordo com Brasil *et al* (2007), a metodologia de opções reais não rejeita o modelo do FCD apenas o complementa ao somar ao VPL o valor das oportunidades embutidas. O autor afirma que um projeto ou uma empresa pode ter as opções de: expandir, abandonar, investir para apreender, trocar ou flexibilizar, combinar diversas flexibilidades e contrair a utilização da capacidade.

O segundo aspecto que não é abordado de forma ampla no modelo tradicional de análise de investimento é a avaliação e mensuração de risco cujas formas, para Brigham, Gapenski e Ehrhardt (2001) referem-se ao risco isolado do projeto poder ser medido a partir da análise de sensibilidade, análise de cenário ou simulação de Monte Carlo. Bruni; Famá e Siqueira (1998) acrescentam que “a forma

¹ “Meyer criou o termo opções reais para descrever o direito, mas não a obrigação dos investidores de realizar um investimento”. (TRADUÇÃO NOSSA).

mais comum dá-se com a análise de sensibilidade, que costuma envolver a projeção de resultados para vários níveis de custo de capital e/ou taxa de crescimento de receitas”.

Nota-se que através da análise de sensibilidade ou de cenários é possível conseguir algumas situações futuras para o valor VPL do projeto. Tais situações podem, no entanto, ser insuficientes à medida que aumentam a complexidade do projeto de investimento. A simulação de Monte Carlo vem para eliminar as limitações impostas por estas metodologias, pois é capaz de gerar milhares de valores de VPL para o projeto, simplesmente promovendo alterações em suas variáveis.

Para Evangelista (2006), o modelo tradicional de análise de investimento assume uma postura estática que pode conduzir a decisões equivocadas por parte dos gestores, uma vez que as empresas estão inseridas em um mercado dinâmico. Diante disto, cabe o questionamento: o modelo tradicional de análise de investimento utilizado pela ArcelorMittal Tubarão é adequado à realidade da economia atual, onde o conhecimento, a tecnologia e os concorrentes estão em constante mudança?

1.2 JUSTIFICATIVA

Os modelos tradicionais de avaliação econômica de projetos não levam em consideração as incertezas presentes no mundo corporativo. Desta forma, este estudo visa preencher esta lacuna à medida que apresentará um modelo de análise de investimento, na forma de um estudo de caso, que medirá o risco do projeto, através da simulação de Monte Carlo, ao mesmo tempo, em que buscará reduzi-lo, aplicando a Teoria de Opções Reais.

Para uma análise de investimento, muitos dados precisam ser levantados e estes servirão de base em todas as avaliações subsequentes. Esta é uma tarefa árdua em que muitas áreas são envolvidas. Para tal análise, por exemplo, é necessário que a previsão das vendas seja feita pela equipe de marketing, os custos operacionais pelo departamento de controladoria, os investimentos necessários pelo departamento de engenharia e assim por diante.

A partir dos parâmetros levantados são desenvolvidos os Fluxos de Caixa e calculados os indicadores de análise de viabilidade econômica do projeto. Porém, os parâmetros (quantidade de venda, preço de venda, inflação, custos operacionais,

taxa de juros etc) sofrem alterações e/ou estão sujeitos a erros, levando a resultados diferentes dos esperados. A esta variação dá-se o nome de risco isolado do projeto.

Para medir o risco dos projetos, os modelos tradicionais de análise de investimento, tomam como base um cenário específico a partir do qual realizam algumas alterações nos parâmetros de entrada e avaliam o comportamento das variáveis de saída, como por exemplo: impacto no fluxo de caixa, variação na TIR ou VPL quando da redução das vendas. Neste caso, o número de cenários é limitado, sendo necessário contar com a experiência da equipe, de forma a prever o cenário que mais se aproximará da situação de mercado no momento em que o projeto for concluído.

Outro aspecto, não menos importante, é o orçamento do projeto, que também sofre alterações no decorrer das construções/desenvolvimento. É difícil prever de forma precisa os custos associados aos projetos, principalmente para os de grande porte. Isso se evidenciou:

Por exemplo, quando várias grandes empresas petrolíferas decidiram construir o oleoduto do Alaska, o custo original estimado era de \$ 700 milhões. Entretanto, o custo final do projeto chegou perto dos \$ 7 bilhões (BRIGHAM; GAPENSKI; EHRHARDT, 2001, p. 444).

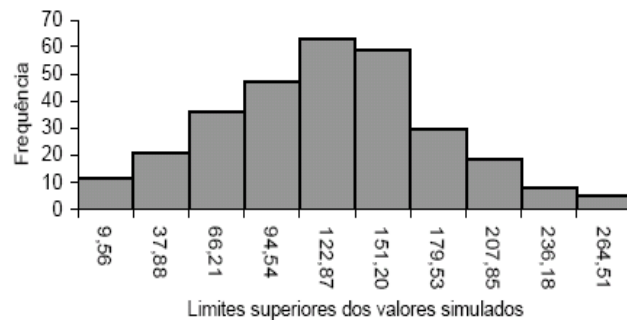
No modelo tradicional de Análise de Investimento, aspectos como mudanças no ambiente econômico (câmbio, inflação, preço dos insumos etc) são pouco explorados uma vez que é muito difícil avaliá-las de forma estática em função de sua alta variabilidade.

Todavia, problemas como os descritos acima podem ser minimizados a partir da aplicação de um modelo computacional, que terá como fonte de entrada de dados, curvas de probabilidade, contendo o comportamento das variáveis que afetam mais significativamente os indicadores econômicos de viabilidade. Desta maneira, o modelo computacional irá “sortear” um valor para a variável, levando em consideração sua curva de distribuição probabilística, em seguida, serão calculados os indicadores de viabilidade do projeto. Estes passos são repetidos milhares de vezes e são usados para criar uma distribuição de probabilidade para cada um dos indicadores de viabilidade econômica.

A partir das interações das variáveis e de suas curvas de probabilidade é possível definir estatisticamente a faixa em que determinado indicador econômico –

TIR e VPL - se encontra. Ou seja, podemos calcular a probabilidade do VPL ou TIR serem iguais a zero, conforme apresentado na Figura 2, onde esta probabilidade é igual a 2,38%. Com isto diminuem-se as incertezas e o processo de análise de viabilidade torna-se cada vez menos subjetivo.

Figura 2 – Distribuição de Frequências do VPL (US\$ Milhões)



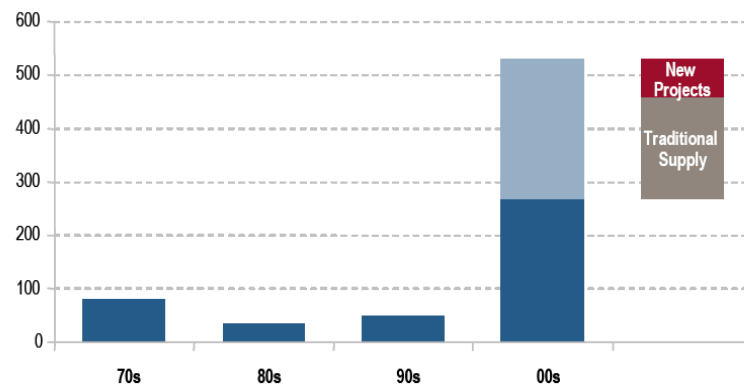
Fonte: Paixão, Bruni, e Wouters.

Em se tratando do Mercado Siderúrgico, pode-se afirmar que muitos são os parâmetros envolvidos em uma análise de investimento de projetos. Parâmetros como preço do minério e capacidade instalada podem variar muito ao longo dos anos, como demonstrado nas Figuras 3 e 4, porém tal variação nem sempre segue um padrão regular e pré-estabelecido. Os parâmetros sofrem influências internas e externas e variam segundo um comportamento próprio, que torna a avaliação mais difícil e imprecisa, sendo necessária uma análise do ponto de vista estatístico.

Figura 3 – Curva de Preço do Minério de Ferro



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 4 – Crescimento da Capacidade de Produção de Minério de Ferro

Fonte: *Credit Suisse Estimates*

Além dos parâmetros demonstrados nas Figuras 3 e 4, há outros como preço do carvão, preço do aço, níveis de exportação e taxa de câmbio que também influenciam o fluxo de caixa de uma usina siderúrgica, portanto não podem ser desconsiderados.

Por todo exposto, conclui-se, que em função dos níveis de incerteza envolvidos, uma abordagem tradicional para a avaliação da volatilidade do projeto e consequentemente de seu risco não seria a mais recomendada. Neste caso, seria mais apropriada uma simulação computacional com parâmetros tratados estatisticamente.

Até aqui se verificou a importância da avaliação e medição do risco de uma forma mais profunda e completa, que pode ser feita com a utilização da Simulação de Monte Carlo. Porém, além disto, é preciso minimizar os riscos. Para Brigham; Gapenski e Ehrhardt (2001) embora a questão da medição de risco seja parte integrante do orçamento de capital, para os administradores, a redução dos riscos é ainda mais importante.

Por exemplo, algumas vezes os projetos podem ser estruturados de forma que os desembolsos não tenham que ser feitos todos de uma vez só, mas em lugar disto, podem ser feitos em estágios durante um período de anos. Isso reduz o risco e dá aos administradores a oportunidade de reavaliar as decisões usando nova informação e, assim, investir fundos adicionais ou cancelar (abandonar) o projeto” (BRIGHAM; GAPENSKI; EHRHARDT, 2001, p 502).

Desta forma, verifica-se a possibilidade de, através da utilização da TOR – Teoria de Opções Reais, reduzir os riscos dos projetos. Segundo Minardi (2004), quando aplicamos o método do VPL em projetos em que existe a possibilidade de

alterações nas projeções futuras dos fluxos de caixa, assume-se que os gestores terão uma postura passiva e não irão rever suas decisões estratégicas diante das mudanças. A TOR - Teoria das Opções Reais vem para compor o método do VPL criando assim um novo conceito, o VPL expandido, onde as decisões gerenciais estão presentes e podem ser mensuradas a partir do valor das flexibilidades. Matematicamente pode-se expressar o VPL expandido com a seguinte fórmula:

$$VPL_{\text{Expandido}} = VPL_{\text{Tradicional}} + Valor_{\text{Flexibilidades Gerencial}}$$

Como pode ser percebido, o valor das flexibilidades é sempre positivo o que remete a seguinte pergunta: a análise de opções reais – ROA não é uma tentativa de aprovar projetos com VPL negativos ou marginais que deveriam ser rejeitados? Copeland e Antikarov (2002) explicam que embora a flexibilidade tenha um valor positivo, o preço que a empresa tem que pagar por ela não raro supera valor.

De forma a facilitar o entendimento do Modelo Tradicional para análise de investimento, apresenta-se o Quadro 1 abaixo, que resume os principais parâmetros de forma comparativa.

Quadro 1 – Comparação Modelo Tradicional e ROA

	Modelo Tradicional	ROA
Visão da Administração	Alta Estática	Dinâmica (toma decisões a partir do cenário existente)
Flexibilidades	Não aborda	Expansão, Redução, Venda etc
Utilização em projetos de investimento	Alta (>80%)	Baixa
Utilização do FCD	Sim	Sim, mas como uma etapa do processo de análise
Análise do risco	Muito Baixa	Modelo probabilístico (Monte Carlo)
Cenários futuros projetados	3 – Conservador; Moderado e Agressivo	+ de 10.000
Visão do futuro	Estático	Dinâmico (Árvore de Decisão)
Jogo que se compara	Jogo de Roleta	Jogo de Pôquer
Complexidade para análise	Moderado	Alta (vem reduzindo a partir da introdução de modelos computacionais)

Fonte: Elaborado pelo autor.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar a aplicação da Teoria de Opção Reais na avaliação econômica de projetos de investimento em expansão.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar as variáveis que impactam de forma mais significativa nos indicadores econômicos;
- Calcular o valor do projeto de investimento, utilizando o método tradicional;
- Calcular o valor do projeto, utilizando a Teoria de Opções Reais (TOR), levando em consideração a opção de expansão;
- Comparar os modelos de análises de investimento usualmente presentes na maioria das empresas de grande porte, onde os cenários são avaliados de forma estática;
- Comparar os resultados do valor do projeto para cada modelo de análise.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 SÉRIES TEMPORAIS

Cryer e Chan (2008) destacam que dados coletados a partir de observações ao longo do tempo são muito comuns. O autor exemplifica que estes dados estão presentes nos mais diversos ramos de estudo. Na economia, as taxas de juros, o preço de fechamento das ações, as vendas anuais. Na meteorologia, são coletadas as temperaturas máximas e mínimas do dia, a quantidade de chuva no mês, a velocidade dos ventos. Na agricultura, o recorde nas colheitas, a erosão no solo, as exportações. Na biologia, as atividades cardíacas são observadas em intervalos de milissegundos. Ou seja, a aplicação das séries temporais é bastante vasta e se encontra presente no dia-a-dia das pessoas. Segundo o autor, os propósitos das séries temporais são basicamente três: entender e modelar o comportamento estocástico de uma variável e fazer previsões dos valores futuros da série baseado-se no histórico e em outros fatores relacionados.

Da mesma forma que Cryer e Chan (2008), Damodar (2006) lista alguns exemplos de séries temporais que são de interesse geral na economia: PIB, renda pessoal disponível, despesas de consumo, lucros e dividendos. A partir desses exemplos, pode-se concluir de forma comparativa que os movimentos dos preços das *commodities* se comportam de forma semelhante, ou seja, a teoria de séries temporais é aplicável nos estudos destas variáveis.

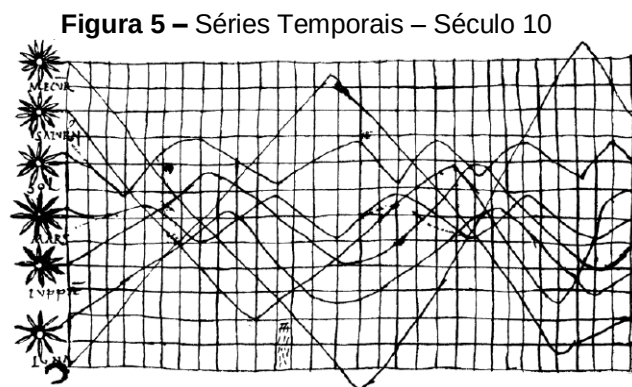
Hill, Griffiths e Judge (1999) explicam que modelos de séries temporais utilizam informações contidas em valores passados de uma variável para entender e prever seus valores futuros. Segundo o autor, esse modelo permite fazer previsões precisas, mesmo quando o modelo econômico em questão não é conhecido.

Para Damodar (2006), uma série temporal é um conjunto de observações dos valores coletados em intervalos regulares de uma determinada variável. Esses intervalos podem ser: diários, semanais, mensais, trimestrais, anuais.

Lima (2009) traz uma definição simples, mas completa das séries temporais, o autor afirma que “os modelos de séries temporais partem da idéia de que cada valor da série temporal pode ser explicado por valores prévios, a partir do uso da estrutura de correlação temporal que geralmente existe entre os valores da série” (LIMA, 2009, p.80).

Sastri (1985) afirma que os modelos de Séries Temporais de previsão e controle são importantes em análises de produção e negócios. O autor destaca que existem basicamente dois tipos de modelos representativos, dependendo se as observações são mutuamente independentes ou correlacionadas. No primeiro caso, o modelo é uma função no tempo caracterizada basicamente por um erro randômico imposto. Porém, quando as observações das séries temporais são autocorrelacionadas, a observação corrente é modelada como uma combinação linear de observações passadas e “ruídos” dos termos anteriores.

O estudo das séries acompanha a humanidade há muitos anos. Segundo Sastri (1985), o primeiro documento que evidencia a utilização das séries temporais data do século X ou XI e representa a inclinação da órbita dos planetas, conforme apresentado na Figura 5.



Fonte: Sastri (1985).

2.1.1 Autocorrelação e Autocorrelação Parcial

Em função da importância da autocorrelação para as séries temporais este tema será abordado separadamente dos conceitos chaves. Até porque a “possibilidade de autocorrelação deve ser sempre levada em conta quando lidamos com dados de séries temporais” (HILL; GRIFFITHS; JUDGE, 1999, p. 267).

Levine *et al* (2005) explica que quando os dados são coletados ao longo de períodos sequenciais no tempo, os seus resíduos, em qualquer ponto individual no tempo, podem tender a ser similares a resíduos em pontos adjacentes no tempo, caracterizando assim a presença da autocorrelação.

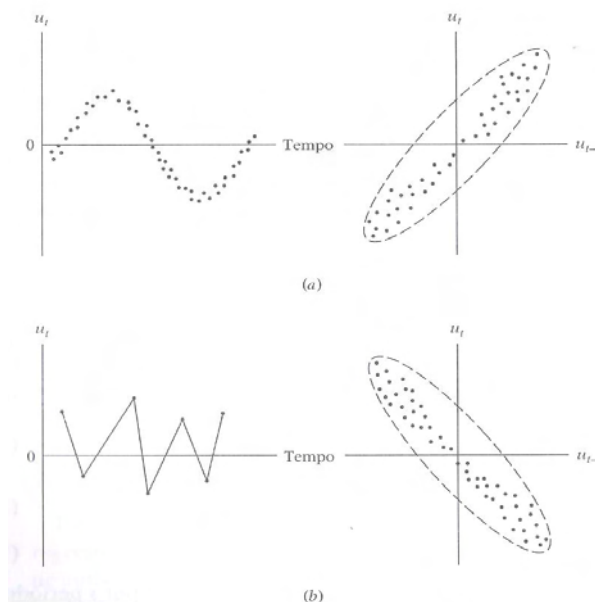
Damodar (2006) define autocorrelação como a relação entre os integrantes de uma série de observações que podem estar ordenadas no tempo (séries

temporais) ou no espaço (dados de cortes transversais). O autor esclarece dizendo que nos modelos clássicos os termos de erro de uma observação não afetam o erro de outra observação. Imagine que se esteja estudando uma série temporal para estimação da regressão da produção versus a quantidade de mão-de-obra. Neste contexto, se um longo período de chuva afetou a produção de um determinado mês, não há razão para acreditar que este efeito climático afete os meses subsequentes, ou seja, a produção menor neste mês não implica numa menor no próximo.

Quando se estudam séries temporais, por exemplo, o preço do aço, as observações seguem uma ordenação natural com o correr do tempo, por isso Hill, Griffiths e Judge, (1999) afirmam que sempre existe a possibilidade de que os erros sucessivos estejam correlacionados uns com os outros. Supondo-se o estudo do comportamento do preço do minério de ferro, é fácil perceber que um choque na economia afeta o comportamento desta variável em um determinado momento, porém este mesmo choque permanece presente, atuando no sistema, por vários períodos. Isso significa que, em qualquer período, o termo estocástico em estudo contém não apenas os efeitos de choques correntes, mas também os efeitos acumulados remanescente de choques prévio.

Estes efeitos podem ser observados na Figura 6 em que a presença de autocorrelação está evidente nos gráficos *a* e *b*. Nestes, pode-se notar que existem padrões discerníveis entre os erros u .

Figura 6 – Autocorrelação positiva (a) e negativa (b)



Fonte: Damodar (2006, p. 363).

Damodar (2006) afirma que uma das causas da presença da autocorrelação é a Inércia em que um valor sofre influência dos valores anteriores da série até que um novo evento aconteça.

Partindo do fundo da recessão, quando tem início a recuperação econômica, a maioria dessas séries começam a se mover no sentido ascendente. Nesse movimento, o valor da série em um ponto do tempo é maior que o anterior. Há um “impulso” embutido neles que continua até que alguma coisa aconteça (como um aumento na taxa de juros, nos impostos ou em ambos) para desacelerá-lo. Portanto, em regressões que envolvem séries temporais, as observações sucessivas tendem a ser interdependentes (DAMODAR, 2006, p 359).

A detecção da autocorrelação nos modelos é de vital importância, pois quando os resíduos estão correlacionados, as estimativas de mínimos quadrados ordinários dos parâmetros não são mais eficientes, afirma Matos (1997). Na prática, os testes de intervalo de confiança estarão incorretos. Se a autocorrelação for positiva, os erros padrões serão subestimados, levando a valores da estatística t superestimados. Por outro lado, se a autocorrelação for negativa, os erros serão superestimados e os valores da estatística subestimados. Com isso pode-se concluir que a autocorrelação positiva é mais danosa, porque existirá, no caso da estatística t , o risco de se rejeitar a hipótese nula de ausência de efeito quando se deveria aceitá-la.

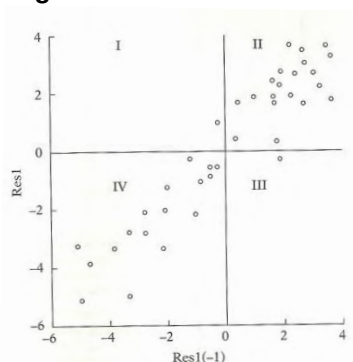
Segundo Damodar (2006), em modelo onde a autocorrelação está presente, o pesquisador não pode usar o modelo habitual de inferência com base nos testes t , F e χ^2 . Hill, Griffiths e Judge (1999) afirmam que no caso da presença da autocorrelação “O estimador de mínimos quadrados ainda é um estimador linear não-tendencioso, mas não é o melhor.” Damodar (2006) apresenta os procedimentos FGLS (Feasible Generalized Least Squares) e de Newey-West como estimadores eficientes, porém destaca que em amostras pequenas ou finitas suas propriedades não foram bem documentadas. Assim, o autor retorna ao método MQO como o modelo mais adequado quando se trata de amostras pequenas.

Como é possível identificar a presença da autocorrelação? Existem diversos métodos capazes de identificar a presença da autocorrelação: método gráfico, teste das carreiras, método iterativo de Cochran-Orcutt, métodos das primeiras diferenças e o teste d de Durbin-Watson criado em 1950 por Durbin e Watson. Todavia, não é o foco deste estudo detalhar os métodos acima destacados, porém

uma rápida visão do Método Gráfico e do de Durbin-Watson será apresentada. Isto por conta da simplicidade e praticidade do Método Gráfico e pelo fato do método de Durbin-Watson, se tratar do modelo mais famoso para detecção de autocorrelação, segundo Damodar (2006).

O Método Gráfico para detecção da autocorrelação consiste em colocar os resíduos em um gráfico na ordem sequencial de tempo e analisar a aleatoriedade dos pontos, caso esta aleatoriedade não esteja evidente é possível afirmar que os dados são correlacionados, ou seja, existe uma interdependência entre eles. Levine *et al* (2005) esclarece que se existir uma autocorrelação positiva, grupos de resíduos com o mesmo sinal irão aparecer e um padrão aparente será facilmente identificado. Este fato pode ser verificado na Figura 7 onde estão representados os resíduos da regressão salários-produtividade. Como a figura revela, a maior parte dos resíduos se agrupa nos segundo e quarto quadrante, sugerindo uma correlação positiva dos resíduos.

Figura 7 – Gráfico dos Resíduos



Fonte: Damodar (2006, p. 374).

Caso a autocorrelação seja negativa, os resíduos irão tender a se alternar entre positivo e negativo. Por isto, Damodar (2006 *apud* WEISBERG, 1980) afirma:

A importância de elaborar e analisar gráficos [dos resíduos] como parte rotineira da análise estatística deve ser destacada. Além de oferecer um resumo simples, para entender um problema complexo, eles permitem o exame simultâneo dos dados como um agregado ao mesmo tempo em que exibem o comportamento de casos individuais. (DAMODAR, 2006, p. 373).

Como descrito acima, o Método Gráfico exige que se identifique graficamente uma sequência nos resíduos de mínimos quadrados, porém este método é bastante empírico e muito subjetivo. Assim se faz necessária a utilização de ferramentas mais objetivas, como o Método de Durbin-Watson. Esse método

mede a correlação entre cada resíduo e o resíduo correspondente a um período de tempo imediatamente anterior.

Para Damodar (2006), a estatística Durbin-Watson, d , é simplesmente a razão entre a soma das diferenças, elevadas ao quadrado, entre sucessivos resíduos e a SQR, ou seja, o valor d é calculado a partir da Equação:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2}$$

O autor descreve de maneira muito prática a mecânica do teste Durbin-Watson:

- Calcula-se a regressão por meio de MQO e obtêm-se os resíduos;
- Calcula-se d ;
- Dados o tamanho da amostra (n) e o número de variáveis explanatórias (k), encontra-se os valores críticos de d_L e d_U ;
- Seguem-se as regras de decisão do Quadro 2.

Quadro 2 – Teste d de Durbin-Watson Regra de Decisão

Hipótese nula	Decisão	Se
Ausência de autocorrelação positiva	Rejeitar	$0 < d < d_L$
Ausência de autocorrelação positiva	Sem decisão	$d_L < d < d_U$
Ausência de correlação negativa	Rejeitar	$4 - d_L < d < 4$
Ausência de correlação negativa	Sem Decisão	$4 - d_U < d < 4 - d_L$
Nenhuma autocorrelação, seja positiva ou negativa		

Fonte: Damodar (2006, p. 379)

2.1.2 Conceitos Chaves

Nesta seção serão abordados alguns conceitos chaves de modo a facilitar o entendimento das séries temporais. Estes conceitos serão de vital importância para compreensão do estudo de caso em que será necessário desenvolver um modelo econométrico de previsão, baseado em séries temporais, dos preços do minério de ferro, carvão e aço.

2.1.2.1 Processos Estocásticos

De acordo com a definição de Damodar “Um processo aleatório ou estocástico é um conjunto de variáveis aleatórias ordenadas no tempo” (DAMODAR,

2006, p.638). Morettin (2006) define o processo estocástico segundo a seguinte fórmula matemática. Seja T um conjunto arbitrário; um processo estocástico é uma família $Z = \{Z(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória. Assim o autor conclui que um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias (v.a.), definidas num mesmo espaço de probabilidades.

Em vista disto, tem-se $t \in T$ e $Z(t)$ uma variável aleatória definida sobre Ω , com uma distribuição de probabilidade. É possível que as distribuições de probabilidade sejam distintas em momentos diferentes de t , porém o mais comum é que ela se mantenha constante. Desta forma, serão apresentados os dois tipos de processos estocásticos: o estacionário e o não estacionário.

Processos Estocásticos Estacionários

Segundo Bueno (2008), a estacionariedade é o ponto de partida para estimar uma série temporal, portanto somente após a identificação desta propriedade será possível proceder inferências estatísticas sobre os parâmetros estimados com base na realização de um processo estocástico. Damodar (2006) afirma que caso a série temporal não seja estacionária só é possível estudar seu comportamento para o período considerado, por conseguinte, para a importante finalidade de previsões, essa série tem pouco valor na prática.

Ainda utilizando Bueno (2008) como referência, o autor classifica as séries temporais em estacionárias e não estacionárias, estocásticas ou determinísticas. As séries estacionárias e determinísticas são as mais simples e representadas por uma constante:

$$Y_t = \mu$$

À medida que se acrescenta uma variável aleatória independente extraída de uma distribuição normal, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ na equação acima, obtemos uma série estacionária e estocástica.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

Resumidamente, uma série temporal é estacionária quando seus valores flutuam em torno de uma mesma média. Segundo Damodar (2009), um processo pode ser classificado como estocástico estacionário quando a série em questão apresenta a mesma média e variância ao longo do tempo e quando o valor da covariância entre dois períodos depende apenas da distância, do intervalo ou da

defasagem entre os dois períodos de tempo, e não do próprio tempo em que a covariância é calculada. Matematicamente estas propriedades são definidas como:

$$\begin{array}{ll} \text{Média} & E(Y_t) = \mu \\ \text{Variância} & \text{Var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \\ \text{Covariância} & (\delta_k) = [E(\delta_t - \mu)(\delta_{t+k} - \mu)] \end{array}$$

As propriedades acima definem a existência de um processo estacionário conhecido como fracamente estacionário, estacionário em covariância ou ainda estacionário de segunda ordem. Existe ainda o conceito de séries temporais estritamente estacionárias, porém os processos fracamente estacionários cobrem a maior parte das situações práticas.

Uma série temporal desse tipo tenderá a retornar para sua média – reversão a média e as flutuações ao redor da média (medidas por sua variância) terão uma amplitude de certa forma constante.

Para Morettin (2006) um processo Z é tido como estacionário se ele se desenvolve no tempo de modo que a escolha de uma origem dos tempos não é importante. Ou seja, as características de $Z(t+\delta)$, para todo δ , são as mesmas de $Z(t)$. Por exemplo, as medidas de vibração de uma bomba centrífuga constituem um exemplo de um processo estocástico estacionário.

Um exemplo muito importante de processos estacionários é o ruído branco, afirmam Cryer e Chan (2008), que é definido como uma sequência de variáveis $\{e_t\}$ independentes distribuídas randomicamente de forma idêntica. Segundo o autor este processo é de suma importância uma vez que diversos outros processos podem ser construídos a partir dele.

Bueno (2008) explica que o termo ruído branco se deve ao fato de que sua função densidade espectral é horizontal como a luz branca e o processo provoca alterações na série assim como as ondas eletromagnéticas produzem ruídos na sintonização de um rádio.

Processos Estocásticos Não-Estacionários

Como descrito acima os modelos que interessam para as análises e previsões são os estacionários, porém com frequência encontram-se séries temporais não estacionárias, um exemplo clássico é o modelo de passeio aleatório.

Segundo Damodar (2006), o termo passeio aleatório é comparado ao caminhar de um bêbado que sai de um bar e caminha uma distância u_t no tempo t . O mesmo acontece com o preço das ações que hoje é igual ao preço de ontem mais um choque aleatório. Existem dois tipos de passeio aleatório: passeio aleatório sem deslocamento e passeio aleatório com deslocamento.

O passeio aleatório sem deslocamento pode ser representado matematicamente a partir da equação abaixo

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$

Nesse modelo, o valor de Y é igual ao seu valor no tempo $(t - 1)$ mais um choque aleatório, ou seja, uma regressão de Y em relação ao tempo t com seu valor defasado em um período.

Com relação a esse modelo é muito importante notar que, ao se escrever a mesma equação da seguinte forma:

$$Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = u_t$$

chega-se a forma da primeira diferença da equação e essa por sua vez pode ser estacionária.

O passeio aleatório com deslocamento pode ser representado matematicamente a partir da equação:

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + u_t$$

Onde δ é conhecido como o parâmetro de deslocamento.

2.1.2.2 Testes de Estacionaridade

Damodar (2006) é o autor que melhor apresenta os testes utilizados para identificar a questão da estacionaridade. São três os testes usados para verificar se uma série possui um comportamento estacionário, podendo ser aplicados às inferências e previsões ou se a série é não-estacionária, havendo assim a necessidade de transformações na série.

⇒ **Análise Gráfica**

Conforme descrito, para que uma série seja estacionária é preciso que possua um comportamento relativamente fixo com o passar do tempo, ou seja, média e variância constantes. Usando o PIB Brasil como exemplo – Figura 8,

percebe-se claramente que existe uma tendência para cima, sugerindo uma alteração no valor da média, violando assim a propriedade de estacionaridade.

Figura 8 – PIB Brasil



Fonte: IBGE.

⇒ Função de Autocorrelação e Correlograma

Este teste também é explicado por Damodar (2006) e é baseado na função de autocorrelação. Essa função possui uma covariância com defasagem k , denotada por ρ_k , definida segundo as equações:

$$\rho_k = \frac{\delta_k}{\delta_0}$$

$$= \frac{\text{Covariância com defasagem } k}{\text{Variância}}$$

Onde:

$$\delta_k = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{n}$$

$$\delta_0 = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}{n}$$

Ao se analisar a equação acima, verifica-se que ρ_k é um número sem unidade, situado entre -1 e $+1$, desta forma é fácil fazer comparações entre séries distintas. Ao traçar o gráfico ρ_k contra k se obtém o correlograma populacional. É válido salientar que o pesquisador irá calcular a covariância e variância para a amostra, obtendo assim o correlograma amostral.

Para um correlograma de um ruído branco que, é um processo estacionário, a autocorrelação fica em torno de zero em várias defasagens (k), demonstrando assim a independência dos resíduos g .

Na prática é preciso responder a duas questões: qual o prazo que deve ser usado na defasagem? O coeficiente de correlação de uma dada defasagem é estatisticamente significativo?

Com relação ao tamanho da defasagem, Damodar (2006) afirma que não existe uma regra específica, o que o autor recomenda é uma aplicação empírica. Deve-se calcular a função de autocorrelação até um terço ou um quarto do tamanho da série e ir reduzindo o tamanho da defasagem seguindo os critérios estatísticos.

Para a questão da significância estatística de ρ_k , Bartlett (1946) demonstrou que, quando uma série temporal é puramente aleatória, os coeficientes de autocorrelação da amostra são aproximadamente:

$$\widehat{\rho}_k \sim N(1/n)$$

Portanto, as propriedades da distribuição normal padrão podem ser aplicadas para verificar a significância estatística de ρ_k , para um determinado nível de confiança, por exemplo, $\alpha = 95\%$.

Porém ao invés de testar a significância de todos os coeficientes de correlação individualmente, Box e Pierce (1970) desenvolveram a estatística Q que testa a hipótese conjunta de todos os ρ_k . Esta estatística é obtida a partir da equação abaixo:

$$Q = n \sum_{k=1}^m \rho_k^2$$

Onde n é o tamanho da amostra e m o tamanho da defasagem. A interpretação de Q é a seguinte: se o Q calculado excede o valor crítico na distribuição qui-quadrado ao nível de significância requerido, então se rejeita a hipótese nula de que todos os ρ_k são iguais a zero, ou seja, existe pelo menos um deles diferente de zero.

⇒ **Teste Raiz Única**

Tendo como ponto de partida um processo estocástico de raiz unitária, representado pela equação:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$$

Onde:

- u_t = termo de erro ruído branco
- $-1 \leq \rho \leq 1$

É sabido que quando $\rho = 1$ acima se torna a representação de um modelo de passeio aleatório sem deslocamento que por sua vez é um processo não-

estacionário. Desta forma, uma maneira de avaliar a estacionaridade da série seria fazer uma regressão de Y_t em relação ao seu valor defasado de um período, Y_{t-1} e verificar se o ρ estimado é estatisticamente igual a 1, caso seja Y_t é não estacionário. Assim teremos:

$$\begin{aligned} Y_t - Y_{t-1} &= \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \\ &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

A Equação abaixo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

Onde $\delta = \rho - 1$ e Δ é o operador de primeira diferença. Assim pode-se testar a hipótese nula de $\delta = 0$ e por consequência ρ será igual a 1 o que significa que a série temporal em estudo é não estacionária.

Agora é importante estar atento para o teste que será utilizado para descobrir se o coeficiente estimado de Y_{t-1} é igual a zero, pois o teste convencional *t student* não se aplica.

2.1.3 Modelo de Previsão

Segundo Lima (2009), na Grécia Antiga, especialmente na ilha de Delphos, sacerdotes eram conhecidos por suas habilidades de prever o futuro e para isso usavam metodologias prospectivas que ficaram conhecidas como Delphi. Porém, de acordo com o próprio autor esta metodologia, apesar de poderosa, é cercada de subjetividade e otimismo. Desta forma, é sugerida a utilização de séries temporais com o intuito de tornar as análises mais quantitativas.

No campo de estudo das Séries Temporais existem vários métodos de previsão, dentre eles: método de suavizamento (*smoothing*) exponencial, modelos de regressão com uma equação, modelos de regressão com equações simultâneas, método auto-regressivo integrado de médias móveis (ARIMA), auto-regressivo vetorial (VAR), heterocedasticidade condicional auto-regressiva (ARCH) e heterocedasticidade condicional auto-regressiva generalizada (GARCH). Estes dois últimos modelos são mais apropriados para previsões de ativos financeiros, como preço de ações e taxa de câmbio, pois esses ativos se caracterizam pelo fenômeno conhecido como aglomeração de volatilidade (*volatility clustering*) e os modelos ARCH e GARCH são capazes de captar essa volatilidade, afirma Damocar (2006). Será apresentado ao longo desse trabalho o modelo ARIMA, uma vez que esse

modelo é comumente usado em análises de séries temporais. Porém, no estudo de caso será utilizado um modelo mais simplificado de previsão, que é o método de suavizamento. Isso porque o foco desse trabalho não é o modelo de previsão em si, e sim o cálculo do valor de uma opção real.

2.1.3.1 Processo Auto-regressivo – AR

Hill, Griffiths e Judge (1999) explicam que um modelo auto-regressivo é um modelo univariado de série temporal e que sua variável aleatória (estocástica) está relacionada com os próprios valores passados e com o erro aleatório. Damodar (2006) representa um processo auto-regressivo segundo:

$$AR(1) \quad Y_t - \delta = \sigma_1(Y_{t-1} - \delta) + u_t$$

Onde δ é a média de Y e u_t é um termo de erro aleatório não correlacionado com média zero e variância constante σ^2 , ou seja, u_t é um processo de ruído branco. Este processo é chamado de auto-regressivo de primeira ordem – AR (1), pois Y só se relaciona com o termo do tempo $t-1$. Interpretando a equação, tem-se que o valor de Y no tempo t é uma proporção do seu valor no tempo $t-1$ mais um choque ou distúrbio aleatório no período t , assim verifica-se que o valor de Y varia em torno da média. Para Hill, Griffiths e Judge (1999) δ é um parâmetro intercepto e σ_1 é um parâmetro desconhecido que se supõe tomar valor entre -1 e 1 .

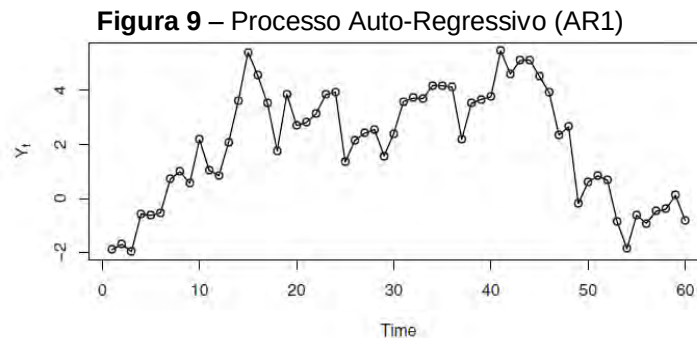
O processo auto-regressivo de primeira ordem – AR(1) é um caso particular do processo auto-regressivo, pois Y pode se relacionar com termos anteriores de ordem $1, 2, \dots, p$, conforme demonstrado na Equação abaixo:

$$Y_t - \delta = \sigma_1(Y_{t-1} - \delta) + \sigma_2(Y_{t-2} - \delta) + \dots + \sigma_p(Y_{t-p} - \delta) + u_t$$

Neste caso, o processo é denominado auto-regressivo de ordem p . Agora Hill, Griffiths e Judge (1999) afirmam que δ é um parâmetro intercepto, porém relacionado com a média de Y_t . Para Damodar (2006) nos modelos auto-regressivos os dados falam por si mesmo, pois não existem outros regressores senão os próprios valores de Y defasados no tempo.

De acordo com a definição de Cryer e Chan (2008), o valor atual de Y_t na série temporal é uma combinação linear dos mais recentes valores assumidos por Y_t , representados pela defasagem p , somando a este valor um fator de “inovação”, representado pelo termo u_t . Este termo incorpora algo novo à série no tempo t que não foi explicado pelos valores passados, assim assume-se que esse termo é

totalmente independente. Na Figura 9, o autor apresenta os dados da simulação de um processo auto-regressivo de primeira ordem AR (1) com $\alpha_1 = 0,9$ (correlação positiva). Nota-se que esta série possui uma grande inércia à medida que se mantém do mesmo lado da média por um período longo. Esse comportamento denota vários períodos de tendências além da forte correlação de um valor com o valor “vizinho”, representada na Figura 9.



Fonte: Cryer e Chan (2008).

2.1.3.2 Processo de Médias Móveis – MA

Essa classe de modelo se caracteriza como uma função linear de Y_t com um número finito de defasagem de erros não-correlacionados. Damodar (2006) explica que, no período t , a variável Y é igual a uma constante (μ) mais uma média móvel dos termos de erro presentes e passados. No caso de uma defasagem de primeira ordem este processo é definido como:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

De forma geral tem-se:

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \dots + \beta_q u_{t-q}$$

2.1.3.3 Processo Auto-regressivo Integrado de Médias Móveis – ARIMA

Moretin e Tolo (2006) afirmam que a metodologia ARIMA tem como objetivo ajustar modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA (p,d,q), a um conjunto de dados. A estratégia utilizada para construção do modelo é baseada em um ciclo iterativo que segue as seguintes etapas:

- i. *Identificação*: é escolhido um ou mais modelos de partida com base na análise de autocorrelações, autocorrelações parciais e outros critérios;

ii. *Estimação*: são definidos os parâmetros dos modelos escolhidos, ou seja, os parâmetros dos termos auto-regressivos e de médias móveis;

iii. *Verificação ou diagnóstico*: verifica-se se o modelo em questão é adequado e se ajusta razoavelmente aos dados.

Caso o modelo não seja adequado, o ciclo é repetido, voltando-se a fase da identificação. Os modelos ARIMA são extremamente importantes, segundo Damodar (2006), pois existe uma infinidade de séries temporais que não são estacionárias e por consequência não poderiam ser analisadas sob a ótica dos modelos do tipo AR(p) ou MA(q). Entretanto, o autor afirma que “se uma série temporal for $I(d)$ depois de diferenciá-la d vezes obteremos uma série $I(0)$.” (DAMODAR, 2006, p.675). Daí a importância da metodologia ARIMA, pois analisa a série temporal estacionária obtida após a diferenciação de uma série não-estacionária. O autor define de forma bastante prática tal procedimento:

Portanto, se tivermos de diferenciar uma série temporal d vezes para torná-la estacionária e então aplicar-lhe o modelo ARIMA (p, q), dizemos que a série temporal é ARIMA (p, d, q), isto é, uma série temporal auto-regressiva integrada e de médias móveis, onde p denota o número de termos auto-regressivos; d o número de vezes que devemos diferenciar a série temporal antes que ela se torne estacionária; e q o número de termos de média móvel. (DAMODAR, 2006, p 675).

Como se pode observar a metodologia ARIMA “é mais arte que ciência” (DAMODAR, 2006, p.675), assim Moretin e Tolo (2006) afirmam que na prática se deve identificar não só um modelo, mas vários que serão estimados e verificados. Se o propósito for gerar um modelo para previsão, como é o caso deste trabalho, escolher-se-á entre os modelos ajustados o que fornecer o menor erro quadrático médio de previsão. Segundo o autor, tais modelos fornecem previsões bastante precisas quando comparados com outros métodos de previsão, porém requerem a utilização de programas computacionais específicos o que por ora pode causar dificuldades para aplicação.

Cryer e Chan (2008) descrevem de forma prática a seguinte estratégia a ser empregada no processo ARIMA:

- Identificar de forma empírica (“tentativa e erro”) valores para p , d , e q ;
- Estimar os valores de μ , β e σ_e ;
- Fazer uma análise crítica se o modelo construído se adéqua.

No caso do modelo não se adequar aos valores, será preciso retornar a etapa um.

⇒ **Identificação**

Moretin e Tolo (2006) destacam que o objetivo da etapa de identificação é determinar os valores p , d e q do modelo ARIMA (p, d, q), além da estimação de forma preliminar dos parâmetros a serem usados no estágio de estimação. O autor descreve três etapas para o procedimento de identificação:

- verificar se existe necessidade de transformação da série original, objetivando a estabilização da variância;
- tomar a diferença da série, obtida na primeira etapa, tantas vezes quantas necessárias, de forma a torná-la estacionária – é necessário que a função de autocorrelação decresça rapidamente para zero para se concluir que a série é estacionária;
- identificar o processo ARMA (p, q) resultante, através da análise das autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas, que deve ter um comportamento similar ao comportamento das respectivas quantidades teóricas.

A construção do correlograma é de vital importância, Damodar (2006) sugere que a função de autocorrelação, a função de autocorrelação parcial e os resultantes correlogramas como as principais ferramentas para a etapa de identificação.

O autor afirma que uma forma de se verificar o padrão ARMA é considerar as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para vários processos ARMA, tais como: AR (1), AR (2), MA (1), MA (2), ARMA (1,1), ARMA (2,2) e assim por diante. Esses processos estocásticos possuem padrões próprios para as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, se a série observada apresentar um desses padrões pode-se identificar a série temporal com esse processo.

Para Moretin e Tolo (2006) o maior problema na etapa de identificação é evitar o excesso de diferenciação. Moretin e Tolo (2006) *apud* McLeod (1983) afirmam que:

- i. um número excessivo de diferenciações resulta em um valor negativo de autocorrelação de ordem 1 da série diferenciada;
- ii. excesso de diferenças aumenta a variância. Assim, o monitoramento da variância é bastante útil para escolher o valor apropriado de d .

Segundo o autor, na prática $d = 0, 1$ ou 2 inspecionar as 15 ou 20 autocorrelações da série e de suas diferenças é suficiente.

⇒ **Estimação**

Após identificar o modelo provisório da série temporal, é preciso estimar seus parâmetros. Moretin e Toloi (2006) consideram o modelo ARIMA (p, q e d) em que seus parâmetros $p + q + 1$ são colocados no vetor $\varepsilon = (\alpha, \beta, \sigma_u^2)$, onde $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ e $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$. Para estimar o vetor ε o método empregado é o de máxima verossimilhança: dadas N observações $Y_1, \dots, Y_n$, considera-se a função de verossimilhança $L(\varepsilon|Y_1, \dots, Y_n)$ como função de ε . Os estimadores de máxima verossimilhança (EMV) de ε serão os valores que maximizam L ou $l = \log L$.

O autor afirma que o processo u_t pode ser considerado normal, ou seja, para cada t , $u_t \sim N(0, \sigma^2)$. Nestas condições, os estimadores de máxima verossimilhança serão aproximadamente estimadores de mínimos quadrados (EMQ).

Bueno (2008) afirma que duas são as formas de se estimar os modelos univariados estacionários: método de verossimilhança condicional e verossimilhança exata. O primeiro apresenta maior facilidade de especificar e estimar a função de verossimilhança, porém esse método não é tão eficiente quanto ao exato, principalmente quando se está trabalhando com amostras pequenas. Em geral, o pesquisador assume a distribuição normal ou *t-student* e procura estimar o vetor de parâmetros $\Psi = (c, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$ que maximiza a probabilidade de a amostra pertencer à distribuição especificada. Para facilitar, o autor divide o estudo das funções de verossimilhança em três partes: AR (p), MA (q) e ARMA (p, q), como se segue:

⇒ **Função de Verossimilhança para um AR(p)**

No caso da estimação condicional para o processo AR(p) usam-se as primeiras observações de Y como os valores iniciais para maximizar a função de verossimilhança condicional:

$$\ln f(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1; \Psi) = \frac{T-p}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{t=p+1}^T \frac{(Y_t - c - \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i})^2}{2\sigma^2}$$

Quando T é suficientemente grande, as primeiras observações contribuem pouco, assim a verossimilhança condicional e exata acabam tendo as mesmas propriedades assintóticas, tomando o cuidado de avaliar se as raízes de α (L) encontram-se fora do círculo unitário.

Com relação à premissa assumida pelo pesquisador de que o processo gerador dos dados segue uma distribuição normal, Bueno (2006) afirma que mesmo que isto não seja verdade as estimativas encontradas são consistentes.

⇒ Função de Verossimilhança para um MA(q)

Para os processos MA(q) os valores iniciais dos erros são fixados à sua esperança incondicional, no caso de MA (1), fixa $\varepsilon_0 = 0$. Assim se obtém os erros em função da variável observada:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= y_1 - \beta \varepsilon_0 = y_1 \\ \varepsilon_2 &= y_2 - \beta \varepsilon_1 = y_2 - \beta y_1 \\ \varepsilon_3 &= y_3 - \beta \varepsilon_3 = y_3 - \beta(y_2 - \beta y_1) \\ &\vdots \\ \varepsilon_t &= \sum_{i=0}^{t-1} (-\beta)^i y_{t-i}\end{aligned}$$

Se o $|\beta|$ não é próximo de 1, a função de verossimilhança condicional a maximizar, supondo a distribuição normal, é:

$$\ln f(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1 | \varepsilon_0 = 0; \Psi) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{t=1}^T \left(\sum_{i=0}^{t-1} (-\beta)^i y_{t-i} \right)^2$$

Definindo $\varepsilon_0 = (\varepsilon_{-1}, \varepsilon_{-2}, \dots, \varepsilon_{-q+1})$ e assumindo a invertibilidade, a função de verossimilhança pode ser simplificada como:

$$\ln f(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1 | \varepsilon_0 = 0; \Psi) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2}$$

⇒ Função de Verossimilhança para um ARMA (p, q)

Bueno (2006) explica que para o caso de processos ARMA (p, q): assumem-se os erros iniciais como sendo nulos e fixa-se $Y_0 = Y_{-1} = \dots = Y_{-p+1} = \bar{Y}$, a média temporal da variável que supostamente converge para sua esperança não condicional. Dados os valores iniciais $Y_0 \equiv Y_0, Y_{-1}, \dots, Y_{-p+1}$ e $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_0, \varepsilon_{-1}, \dots, \varepsilon_{-p+1}$, calculam-se os resíduos:

$$\varepsilon_t = Y_t - c - \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

e maximize-se:

$$\ln f(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1 | \varepsilon_0 = 0; \Psi) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2}$$

Na prática procede-se a maximização condicional conforme os passos abaixo:

i. Definir um vetor de parâmetros iniciais Ψ^0 com os valores iniciais de Y_0 e ε_0 ;

ii. Construir a série inicial de erros:

$$\varepsilon_{0,t} = Y_t - c^0 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^0 Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^0 \varepsilon_{0,t-j}, \quad \text{para todo } t$$

iii. Calcular o vetor de parâmetros Ψ^1 que maximiza a verossimilhança que contém os seguintes erros:

$$\varepsilon_{1,t} = Y_t - c^1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^1 Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^1 \varepsilon_{0,t-j}$$

iv. Com Ψ^1 recalculamos os erros, dados os valores iniciais Y_0 e ε_0 ;

$$\varepsilon_{1,t} = Y_t - c^1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^1 Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^1 \varepsilon_{1,t-j}$$

v. Calcular o vetor de parâmetros Ψ^2 que maximiza a verossimilhança e contém os seguintes erros:

$$\varepsilon_{2,t} = Y_t - c^2 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^2 Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^2 \varepsilon_{1,t-j}$$

vi. De modo geral, para $n > 2$, calcular:

$$\varepsilon_{n,t} = Y_t - c^n - \sum_{i=1}^p \alpha_i^{n-1} Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^n \varepsilon_{n,t-j}$$

vii. Calcular o vetor de parâmetros Ψ^{n+1} que maximiza a verossimilhança e contém os seguintes erros:

$$\varepsilon_{n+1,t} = Y_t - c^{n+1} - \sum_{i=1}^p \alpha_i^{n+1} Y_{t-i} - \sum_{j=1}^q \beta_j^{n+1} \varepsilon_{n,t-j}$$

viii. Maximizar a verossimilhança que contém os erros $\varepsilon_{n,t}$, para encontrar um vetor de parâmetros tal que $\ln f(., \Psi^{n+1}) > \ln f(., \Psi^n)$, onde $||.$ representa a norma.

ix. Retornar ao passo iv.

x. Parar quando $|\Psi^{n+1} - \Psi^n| < \varepsilon$. Tomar $\varepsilon < 10^{-5}$.

Com relação à precisão dos estimadores, Moretin e Tolo (2006) apresentam o Quadro 3 que mostra as variâncias aproximadas dos estimadores no caso de modelos mais comuns:

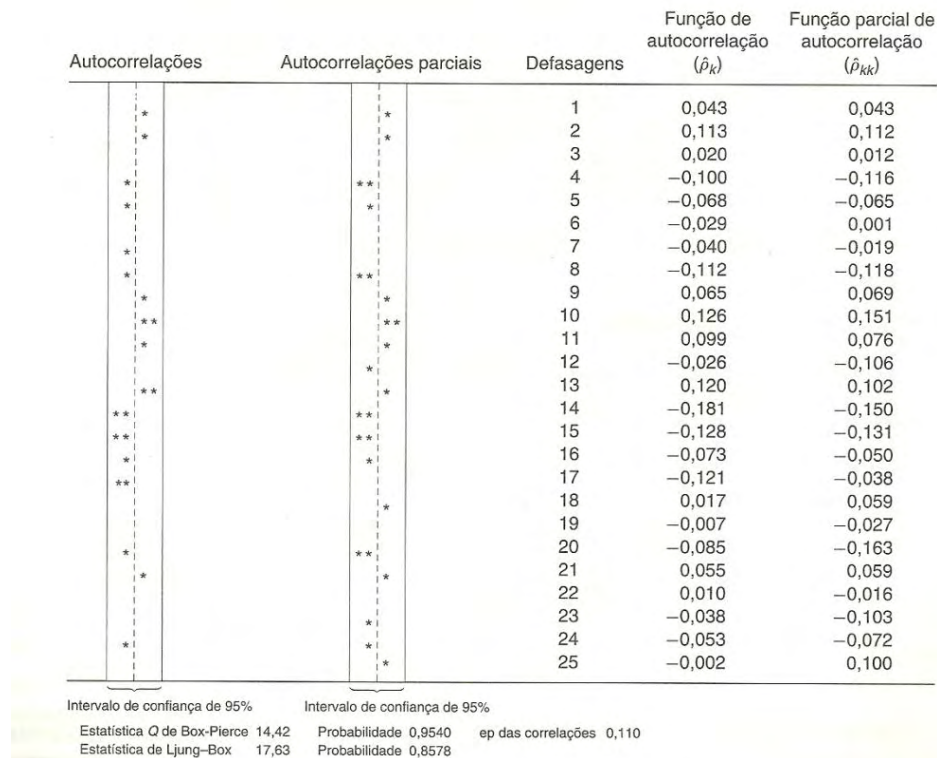
Quadro 3 – Variâncias aproximadas dos estimadores

<i>Modelo</i>	<i>Variância</i>
AR (1)	$Var(\alpha) \simeq \frac{1 - \alpha^2}{n}$
AR (2)	$Var(\alpha_1) = Var(\alpha_2) \simeq \frac{1 - \alpha_2^2}{n}$
MA (1)	$Var(\beta) \simeq \frac{1 - \beta^2}{n}$
MA (2)	$Var(\beta_1) = Var(\beta_2) \simeq \frac{1 - \beta_2^2}{n}$
ARMA (1,1)	$Var(\alpha) \simeq \left(\frac{1 - \alpha^2}{n} \right) \frac{(1 - \alpha\beta)^2}{(\alpha - \beta)^2}$ $Var(\beta) \simeq \left(\frac{1 - \beta^2}{n} \right) \frac{(1 - \alpha\beta)^2}{(\alpha - \beta)^2}$

Fonte: Moretin e Toloi (2006).

⇒ **Diagnóstico**

Após estimar o modelo é preciso verificar se o mesmo representa adequadamente os dados. Damodar (2006) afirma que uma forma fácil e simples de se avaliar o modelo construído é obter os resíduos, as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial desses resíduos até uma defasagem estabelecida. A partir desta informação deve avaliar a significância estatística das autocorrelações gerais e parciais a partir das estatísticas Q de Box e Perce e de Ljung-Box que é uma variação do teste Q . Em outras palavras o correlograma encontrado deve apresentar o formato encontrado num processo puramente aleatório, ou seja, um ruído branco, conforme apresentado na Figura 10.

Figura 10 – Correlogramas dos resíduos obtidos do modelo ARIMA (22.5.5)

Fonte: Damodar (2006, p. 680).

Para os casos onde já existe uma suspeita de que o modelo construído apresenta lacunas a serem preenchidas, Moretin e Tolo (2006) sugerem o superajustamento. Neste caso, um modelo com parâmetros extras é estimado, tomando o cuidado com a significância estatística destes. De posse deste modelo, avalia-se que a inclusão destes parâmetros extras diminuiria significativamente a variância residual.

Bueno (2008) explica ao avaliar os resíduos, se a hipótese nula de não-autocorrelação é rejeitada, via FAC e FACP e Ljung-Box. Isso implica que há informações ainda não captadas pelo economista, o que pode gerar previsões pobres. Caso contrário, se não se rejeita a hipótese nula, os resíduos se comportam como um ruído branco, o que é correto, segundo o autor por um motivo sutil:

Embora tais testes tenham sido indicados para séries *observadas*, a utilização de séries estimadas implicaria num intervalo de confiança ainda maior do que realmente calculado. Logo, se a hipótese nula não é rejeitada sob a hipótese de séries observadas, com maior razão não se rejeita a hipótese nula com as séries estimadas. (BUENO, 2008, p. 68).

O autor acrescenta na análise que um cuidado maior se deve ter quando se rejeita a hipótese nula, pois isso poderia não ocorrer se os intervalos de confiança

fossem os verdadeiros e o analista estaria incorrendo num erro do tipo 1. Assim, é recomendado usar apenas a estatística de Ljung-Box na análise dos resíduos. Porém, Moretin e Tolo (2006) afirmam que recentemente este teste tem sofrido críticas, no sentido que a estatística $Q(K)$ é uma medida de correlação e não de dependência.

Existem outros testes usados na etapa de diagnóstico: teste de autocorrelação cruzada, teste do periodograma acumulado, teste de normalidade e teste de Jarque-Bera, dentre outros, porém o detalhamento destes não é foco deste trabalho.

⇒ **Previsão**

Nas etapas anteriores, um modelo econométrico foi construído. Agora é preciso utilizá-lo na prática para realizar as previsões requeridas. Um ponto de suma importância a ser lembrado é que no campo real, principalmente nas séries econômicas e financeiras, a maioria dos processos são não-estacionários e por este motivo é preciso executar algumas transformações para torná-lo estacionário. Dentre estas transformações a que se destaca, conforme já visto, é a diferenciação sucessiva da série original até que a mesma apresente os padrões de estacionaridade.

A idéia é prever um valor de Y_{t+h} , $h \geq 1$, supondo que se tem Y_{t-2} , Y_{t-1} , Y_t , até o instante t , que é a origem das previsões. Porém, após o processo de diferenciação a variável dependente é variação de Y e não mais a variável Y , portanto se for utilizada o modelo estimado o valor encontrado será o valor da variação de Y no *lag* q – ARIMA (p , d e q). Damodar (2006) afirma que para se obter a previsão correta de Y , é preciso “desmanchar” as transformações das diferenças, mais tecnicamente falando, é preciso integrar a série das diferenças. Moretin e Tolo (2006) apresentam de forma matemática este processo.

Tomando B como operador de translação para o passado, definido por:

$$BY_t = Y_{t-1}, B^m = Y_{t-m}$$

Tomando um modelo ARIMA (3,1,1) construído para uma série temporal de Y_t , tem-se:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B)Y_t = (1 - \theta_1 B)a_t$$

Onde, até o “erro verdadeiro”. Então,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B)Y_{t-h} = (1 - \theta_1 B)a_{t+h}$$

Ou seja,

$$Y_{t+h} = (1 - \phi_1)Y_{t+h-1} - (\phi_1 - \phi_2)Y_{t+h-2} - (\phi_2 - \phi_3)Y_{t+h-3} \\ - \phi_3 Y_{t+h-4} + a_{t+h} - \theta a_{t+h-1}$$

Assim tem-se:

$$Y_t(1) = (1 - \phi_1)Y_t - (\phi_1 - \phi_2)Y_{t-1} - (\phi_2 - \phi_3)Y_{t-2} - \phi_3 Y_{t-3} - \theta a_t$$

$$Y_t(2) = (1 - \phi_1)Y_t(1) - (\phi_1 - \phi_2)Y_t - (\phi_2 - \phi_3)Y_{t-1} - \phi_3 Y_{t-2}$$

$$Y_t(3) = (1 - \phi_1)Y_t(2) - (\phi_1 - \phi_2)Y_t(1) - (\phi_2 - \phi_3)Y_t - \phi_3 Y_{t-1}$$

$$Y_t(4) = (1 - \phi_1)Y_t(3) - (\phi_1 - \phi_2)Y_t(2) - (\phi_2 - \phi_3)Y_t(1) - \phi_3 Y_t$$

$$Y_t(h) = (1 - \phi_1)Y_t(h-1) - (\phi_1 - \phi_2)Y_t(h-2) - (\phi_2 - \phi_3)Y_t(h-3) \\ - \phi_3 Y_t(h-4), h \geq 5$$

2.2 OPÇÕES FINANCEIRAS

Para Martins; Castro e Gomes (2007), as opções reais são análogas às suas primas opções financeiras, desta forma é necessário entender e identificar as terminologias e conceitos a fim de facilitar a compreensão das opções reais.

As opções financeiras são baseadas em ativos de referência negociáveis no mercado de capitais (ações, índices, moedas etc.), as opções reais são baseadas nas oportunidades estratégicas embutidas nos projetos de investimentos (MARTINS, CASTRO, GOMES, 2007, p. 115).

Para Ross; Westerfield e Jaffe (2002) uma opção nada mais é que um contrato que dá ao seu detentor o direito de comprar ou vender um determinado ativo a um preço fixado em uma determinada data ou até uma determinada data.

2.2.1 Um pouco de história

Segundo Oga (2007), existiu, na Holanda no século XVII, a “febre das tulipas”, no qual os comerciantes não comercializam as próprias tulipas e, sim, as opções de compra das mesmas, assim eles conseguiam garantir seus estoques mesmo na alta dos preços. Por outro lado, os plantadores compravam opções de venda para se protegerem de quedas nos preços.

Copeland e Antikarov (2002) afirmam que o mais antigo contrato de opção registrado foi encontrado nos escritos de Aristóteles, quando Tales, um filósofo

sofista da ilha de Milos, no Mediterrâneo, leu nas folhas de chá que a safra seguinte seria muito abundante; de posse dessa previsão, ele pegou todas as suas economias e negociou, com os donos de prensa da região, a utilização das mesmas pelo preço habitual na época da colheita. Quando a época da colheita chegou, a safra superou todas as expectativas. Então, Tales pagou o preço usual para os donos das prensas e cobrou o preço de mercado para os demais plantadores de oliva, que só assim puderam tirar o precioso óleo.

Brigham; Gapenski e Ehrhardt destacam a importância de resgatar a história quando se estuda o mercado de derivativos e segundo os autores:

Um dos primeiros mercados formais de derivativos foi o mercado de futuros de trigo. Os agricultores estavam preocupados com o preço que receberiam por seu trigo quando vendessem no outono e os moleiros estavam preocupados com o preço que teriam que pagar. Os riscos enfrentados por ambas as partes poderiam ser reduzidos se pudessem estabelecer o preço com mais antecipação no ano. (BRIGHAM; GAPENSKI; EHRHARDT, 2001, p. 873).

Com relação à negociação de opções propriamente dita, Hull (1996) explica que os primeiros negócios começaram na Europa e nos Estados Unidos, porém nos primeiros anos esse mercado adquiriu má fama, devido a certas práticas antiéticas. Uma delas refere-se a casos em que corretores recebiam opções sobre determinadas ações para que essas fossem recomendadas aos seus clientes.

Para Cox, Ross e Rubinstein (1979), as opções têm sido negociadas por séculos, porém de forma relativamente obscura, até serem introduzidas na *Chicago Board Options Exchange* em 1973. Nessa ocasião, Fisher Black e Myron Scholes apresentaram o primeiro modelo satisfatório de apreçamento de opções.

Apesar das opções serem negociadas atualmente nos quatro cantos do mundo, esse mercado já esteve em vias de acabar, explica Hissa (2007), quando a organização reguladora do mercado americano deu um parecer que visava proibir os contratos de opções. De acordo com o autor, o caso foi parar no congresso e o juiz argumentou que 87,5% das opções não eram exercidas, o que prejudicava os investidores. Herber Filer conseguiu reverter a situação, questionando o juiz: “Se o senhor segurar a sua casa contra incêndio e a casa não pegar fogo, significa que o seguro foi ilegal e não valeu à pena?” Possivelmente tal questionamento tenha surpreendido o juiz e o impelido a compreender a questão por outra perspectiva.

2.2.2 Opção Financeira: conceitos básicos

É possível definir as opções como contratos que dão ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo, por certo preço, em (até) uma data futura.

Segundo Siqueira (1999), a opção só tem sentido se existe alguma incerteza associada, ou seja, se os fenômenos fossem determinísticos, os agentes envolvidos escolheriam as alternativas que mais lhes trouxessem benefícios. Assim percebe-se que um valor está associado a esta incerteza, valor este denominado “prêmio”. Evangelista 2006 afirma que a característica fundamental de uma opção é o custo de exercê-la, ou seja, de usar o direito. Direito este que é definido com antecedência sem dependência com as condições posteriores. “Esta é a característica que distingue uma “opção” de uma simples ‘escolha ou uma alternativa’, que são coisas bem distintas” (EVANGELISTA, 2006, p.58).

Nas palavras de Evangelista (2006), ter uma opção é importante, à medida que possibilita ao decisor exercer sua preferência, a partir de informações prévias de mercado, reduzindo assim a margem de erro e, por consequência, os riscos.

Quando se estudam opções, como em qualquer outro campo do conhecimento, é preciso estar familiarizado com o vocabulário associado. Ross; Westerfield e Jaffe (2002) possuem uma definição simples, porém completa dos principais termos usados no universo das opções:

- exercício das opções - ato de comprar ou vender o ativo-objeto;
- preço de exercício - preço fixado no contrato da opção;
- data de vencimento - data que o contrato da opção expira.

Quando a avaliação da opção é feita comparando o preço da opção com os ganhos que podem ser alcançados, Siqueira (1999) esclarece:

- *In the Money* (dentro do preço) - o investidor teria vantagem se exercesse a opção caso vencesse imediatamente;
- *Out of the Money* (fora do preço) - o investidor não teria vantagem se exercesse a opção caso vencesse imediatamente;
- *At the Money* (no preço) - preço de exercício é igual ao preço corrente da opção.

De acordo com a classificação de Brasil *et al* (2007), um investidor pode assumir 4 posições no mercado:

- comprada em opção de compra (*long position in a call option*): investidor que compra uma opção de compra;
- vendida em opção de compra (*short position in a call option*): investidor que vende (lança) uma opção de compra.
- comprada em opção de venda (*long position in a put option*): investidor que compra uma opção de venda;
- vendida em opção de venda (*short position in a put position*): investidor que vende (lança) uma opção de venda.

As opções financeiras podem ser divididas em dois tipos: opção européia ou americana. Conforme a definição de Brasil *et al* (2007), uma opção européia pode ser exercida apenas na data do vencimento, enquanto uma opção americana pode ser exercida em qualquer momento até a data do vencimento.

Com relação ao tipo de contrato, estes podem ser: contratos de compra (*call*) ou contratos de venda (*put*). No primeiro o comprador tem o direito de compra de determinado ativo-objeto em certa data (ou até certa data), por um preço pré-estabelecido. Os contratos de venda (*put*) dão ao titular o direito de vender o ativo-objeto em certa data (ou até certa data), por um preço também previamente estabelecido.

No caso de uma opção de compra o comprador não possui a obrigação e sim apenas o direito de compra.

A teoria de finanças argumenta que um direito sem obrigação tem um valor. Racionalmente, isto parece ser óbvio: o lançador, para ficar com uma obrigação unilateral certamente exigirá uma contrapartida. No caso de um contrato tradicional de opções, a contrapartida está representada na forma de um prêmio. Este prêmio é o valor pago pelo titular para comprar a opção, ou seja, é o valor de obtenção de um direito sem obrigação (SUEN; KIMURA, 1997).

2.2.3 Propriedades das Opções

Segundo Brasil *et al* (2007) seis são os fatores que afetam o preço da opção:

- valor do ativo objeto (a ação);

- preço do exercício;
- tempo até o vencimento;
- volatilidade do preço do ativo-objeto;
- taxa de juros livre de risco;
- dividendos esperados até a data de vencimento da opção.

a) Preço da Opção *versus* Valor da Ação

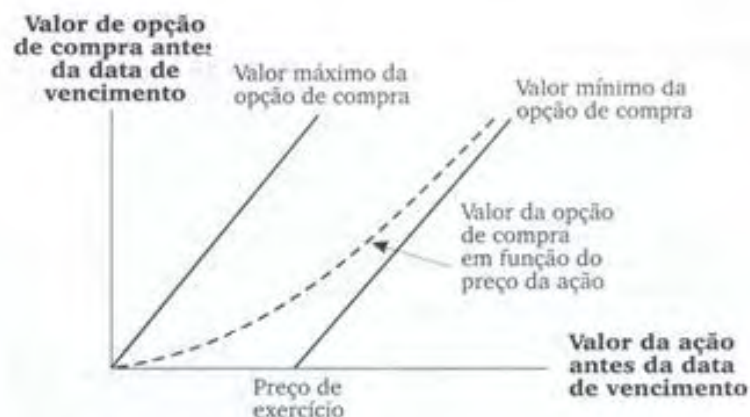
Quando se estuda o preço da opção em função do valor da ação, é preciso ficar atento para o tipo de contrato a que se refere, se é uma opção de compra ou de venda. Nesse caso é irrelevante se é uma opção européia ou americana. Nas palavras de Brasil *et al* (2007), temos:

Opção de compra européia e americana – o retorno de uma opção de compra é dado pela diferença entre o preço do ativo-objeto e o preço de exercício. Portanto, quanto maior o preço do ativo-objeto, mais valiosa é a opção de compra.

Opção de venda européia e americana – o retorno de uma opção de venda é dado pela diferença entre o preço de exercício e o preço do ativo-objeto. Portanto quanto maior o preço da ação menos valiosa é a opção de venda.

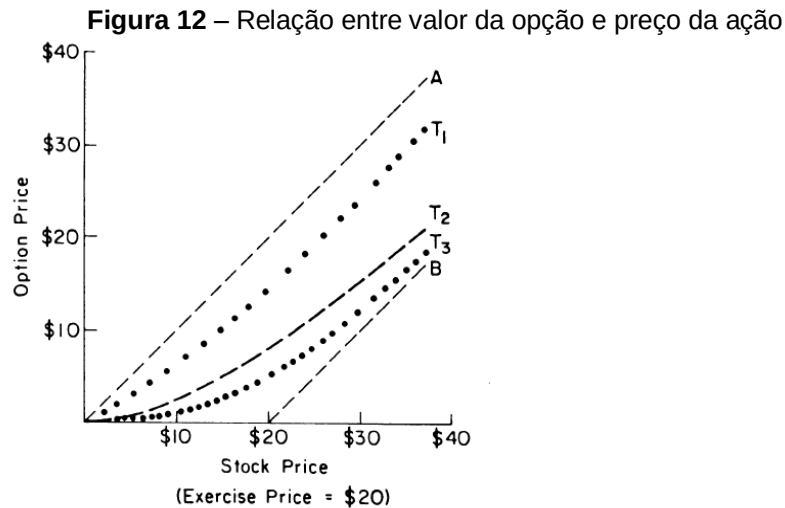
A propriedade descrita acima pode ser visualizada na Figura 11, onde a curva indica que o preço da opção de compra eleva-se à medida que o preço da ação sobe. Outro ponto interessante a ser observado é que a função é representada por uma curva convexa. “Ou seja, o aumento do preço da opção de compra, para dada variação do preço da ação, é maior quando o preço da ação é alto do que quando o preço da ação é baixo”, segundo Ross, Westerfield e Jaffe (2002, p. 484).

Figura 11 – Valor da Opção Americana em Função do Preço da Ação



Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe (2002, p 484).

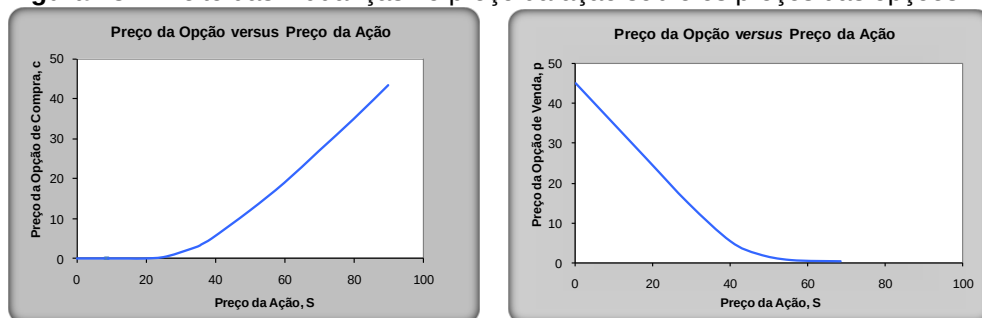
Esta propriedade foi apresentada em 1973 por Black e Scholes em sua importante obra “*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*”, conforme demonstrado na Figura 12.



Fonte: Black e Scholes (1973).

A Figura 13 também apresenta o comportamento do preço da opção de compra e venda.

Figura 13 – Efeito das mudanças no preço da ação sobre os preços das opções



Fonte: Hull (2005).

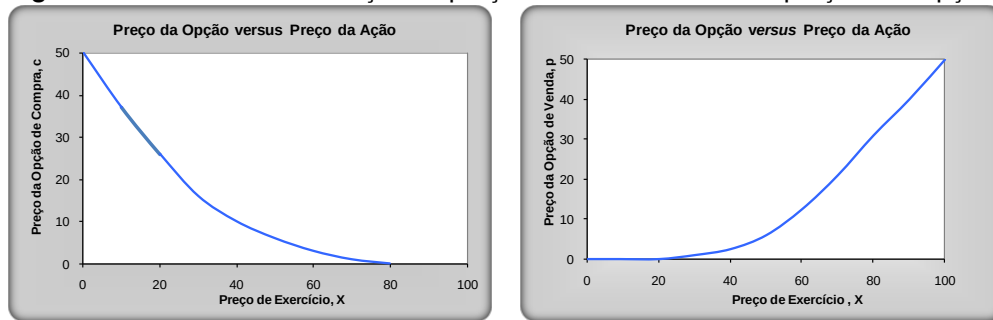
b) Preço da Opção versus Preço de Exercício

Opção de compra européia e americana – quanto maior o preço de exercício menor é o valor da opção de compra.

Opção de venda européia e americana – quanto maior o preço de exercício, maior o valor da opção de venda.

Pode-se acompanhar a variação no preço da opção analisando a Figura 14.

Figura 14 – Efeito das mudanças no preço de exercício sobre os preços das opções

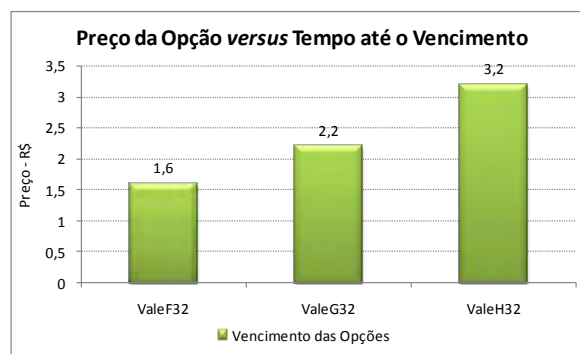


Fonte: Hull (2005).

c) Preço da Opção versus Tempo até o Vencimento

Ross, Westerfield e Jaffe (2002) afirmam que o valor de uma opção americana de compra será maior que o valor de uma opção idêntica com prazo mais curto. A Figura 15 apresenta graficamente essa propriedade em um caso real. Brigham, Gapenski e Ehrhardt (2001) esclarecem que essa propriedade se deve ao fato de que o valor da opção depende das oportunidades do aumento do preço do ativo-objeto: quanto mais longe estiver o vencimento maior a probabilidade do aumento do preço da ação. Esse mesmo fenômeno ocorre no caso de uma opção de venda americana.

Figura 15 – Exemplo real da perda de valor pelo tempo



Fonte: Elaborado pelo autor, fechamento do IBOVESPA 13 de maio de 2009.

No caso das opções de compra e venda européias, as opções com prazo superior não necessariamente serão mais valiosas. Brasil *et al* (2007) explica que, caso exista previsão de distribuição de dividendos após o vencimento da opção de curta duração e antes da data de exercício da opção de longa duração, o detentor da opção de curto prazo pode ter um retorno maior, isso ocorre em função de que a distribuição de dividendos reduz o preço da ação e por consequência o da opção.

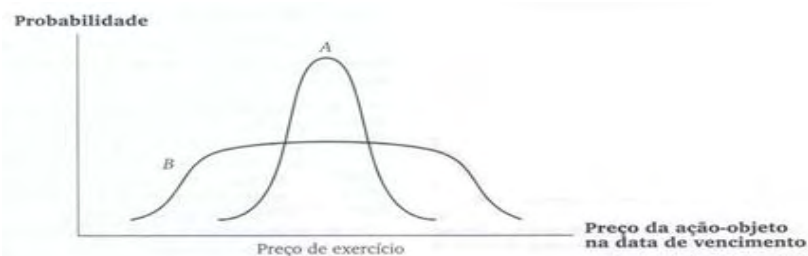
d) Preço da Opção versus Volatilidade

Volatilidade significa a variação de um valor em torno de um valor esperado, como por exemplo, o preço do ativo objeto. O valor da volatilidade está fortemente relacionado ao risco, “quanto mais arriscado for o ativo subjacente mais valiosa é a opção”, conforme Brigham, Gapenski e Ehrhardt (2001, p 884).

Brigham, Gapenski e Ehrhardt (2001) explicam que se um investidor comprasse uma opção associada a um ativo-objeto que possui um $\sigma^2 = 0$, haveria, dessa forma, uma probabilidade nula do ativo subir e consequentemente uma probabilidade igual a zero do investidor ganhar dinheiro. Por outro lado, se o investidor optasse por uma opção sobre uma ação que possui uma alta variância, haveria uma probabilidade alta de que a ação iria subir e trazer retorno para o investidor.

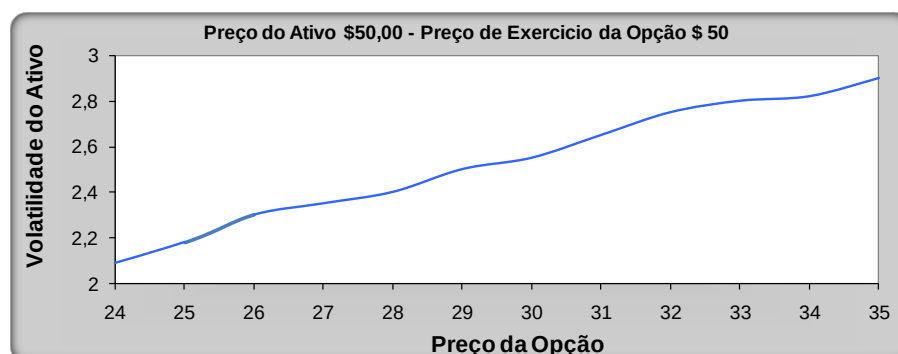
Ross, Westerfield e Jaffe (2002, p. 484) demonstram esta propriedade graficamente através da Figura 16.

Figura 16 – Valor da Opção Americana em Função do Preço da Ação



Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe (2002, p 484)

A Figura 16 ilustra a probabilidade de preços diferentes na data do exercício, nota-se que o ativo B é mais volátil (maior σ^2). Isso demonstra que o ativo B poderá apresentar retorno muito alto ou muito baixo. Suponha que as opções de cada um dos títulos possuam o mesmo preço de exercício. Para os investidores em opções, um retorno muito inferior ao esperado na ação B não é pior que um retorno ligeiramente inferior ao esperado em A, nas duas situações as opções “viram pó” (valor da opção igual a zero). Porém, para os investidores, um retorno muito superior a média, a ação B, é melhor que um pequeno retorno em A, assim conclui-se que o valor da opção B é maior. A Figura 17 é um exemplo do comportamento do preço da opção em função da volatilidade da ação.

Figura 17 – Prêmio da opção em relação à volatilidade da ação

Fonte: Hissa (2007).

e) Preço da Opção versus Taxa de Juros Livre de Risco

As taxas de juros afetam o valor das opções de compra européia e americana de duas formas distintas, explica Brasil *et al* (2007). Se aumentarmos o valor da taxa de juros, ocorrerão dois fenômenos: (a) elevação da taxa de crescimento esperado do preço da ação e consequente aumento no valor da opção; (b) redução do valor presente do preço da ação reduzindo o valor da opção de compra. Os modelos admitem que o primeiro efeito sobreponha o segundo, estabelecendo uma relação direta entre o aumento da taxa de juros e o aumento do valor da opção. No entanto, Brigham; Gapenski e Ehrhardt (2001) afirmam que quando as mudanças nos valores da taxa de juros livre de riscos varia em torno de valores dentro da normalidade, seu efeito sobre o valor da opção de compra não são muito significativos.

Para as opções de venda, os dois efeitos tendem a reduzir o valor da opção.

f) Preço da Opção versus Dividendos Esperados até a Data de Vencimento da Opção

Opção americana e européia – os dividendos reduzem o preço da ação e por isso diminuem o valor das opções de compra e aumentam o valor das opções de venda.

2.2.4 Resumo da Variação do Preço da Opção Financeira

O Quadro 4 resume o comportamento do valor das opções americana e européia de compra e de venda, de acordo com a variação de cada um dos parâmetros.

Quadro 4 – Comportamento do Preço da Opção

Comportamento do Preço da Opção				
Determinantes	Opção de Compra Européia	Opção de Compra Americana	Opção de Venda Européia	Opção de Venda Americana
Preço da Ação	+	+	-	-
Preço de Exercício	-	-	+	+
Tempo Até o Vencimento	?	+	?	+
Volatilidade	+	+	+	+
Taxa de Juros Livre de Risco	+	+	-	-
Dividendos	-	-	+	+

Fonte: Brasil *et al* (2007).

2.2.5 Apreçamento das Opções

Ibáñez (2003) destaca que vários autores vem utilizando diferentes algoritmos para apreçamento das opções, dentre eles estão: *binomial tree*, *finite difference approach*, *quasi-analytical solution*, *approximation based on lower and upper bonds*, *recursive method based upon the decomposition of the American option*, *randomization*, *approximates the optimal exercise frontier*, *approximate the value function of the equivalent dynamic programming problem*.

Além dos métodos destacados por *Ibáñez* (2003), outro método muito utilizado para precificação de ativos financeiros é o Modelo de Black & Scholes. Rubinstein (1994) conclui, em sua pesquisa com 30 ativos financeiros entre os anos de 1976 e 1978, que os resultados alcançados pelo modelo de *Black e Scholes* (preço) se mostraram, de uma forma geral, superiores que os resultados alcançados por modelos alternativos, pois estes tiveram bons resultados em situações particulares, porém em outros cenários os modelos não alcançaram tal desempenho.

Porém, quando se trata de avaliação das opções reais Copeland e Antikarov (2002) afirmam que é um equívoco a utilização do modelo de *Black-Scholes*, pois este é muito simplificado e embasado em hipóteses muito restritivas. O modelo de *Black e Scholes* pressupõe que se trata de uma opção européia, que só pode ser exercida no vencimento, possui uma variância e preço de exercício constantes. “A maioria das aplicações no mundo real derruba uma ou mais dessas hipóteses” (COPELAND; ANTIKAROV, 2002, p. 239).

Antes de detalhar matematicamente a precificação das opções será apresentado um exemplo que facilitará o entendimento deste ativo financeiro. Suponha que o investidor compre uma opção de compra de uma ação fictícia TFIP7 que possui preço de mercado na data $t=0$ igual a \$ 100,00. O preço da opção foi de \$ 1,00 e dará o direito do investidor de adquirir a referida ação a um valor de \$ 95,00 na data de vencimento. Caso a ação esteja valendo \$ 120,00, o investidor exercerá seu direito de compra adquirindo a ação por \$ 95,00 e vendendo pelo preço de mercado de \$ 120,00, auferindo o lucro de \$ 24 ($\$ 25 - 1$) por ação. Caso o preço da ação caia abaixo de \$ 95,00 o investidor perderá o valor investido de \$ 1,00, ou seja, a opção “virará pó”.

No caso de uma opção de venda o investidor aposta na queda do valor do ativo, ou seja, imagine que ele comprasse uma opção de venda da ação TFIP7 por \$ 1 que daria o direito de venda desta opção por \$ 100,00. Ao final do exercício se a ação estivesse valendo \$ 90,00 o investidor compraria a ação pelo preço de mercado e teria o direito de vendê-la por \$ 100,00, lucrando assim \$ 9,00 ($\$ 10 - 1$) por ação. Caso contrário, se o valor da opção subisse para \$ 110,00 o investidor perderia todo o valor pago pela opção de venda.

De forma a padronizar os termos adotados ao longo deste trabalho, facilitando assim o entendimento, será utilizada a convenção adotada por Brasil *et al* (2007), conforme descrito abaixo:

- S = preço atual do ativo;
- St = preço do ativo-objeto na data do vencimento;
- X = preço de exercício da opção;
- r = taxa de juros livre de risco;
- C = valor de uma opção de compra americana;
- c = valor de uma opção de compra européia;
- P = valor de uma opção de venda americana;
- p = valor de uma opção de venda européia.

2.2.5.1 Valor Intrínseco e Valor Extrínseco

Brasil *et al* (2007) explica que o prêmio de uma opção possui dois componentes: o valor intrínseco e o extrínseco. Para Siqueira (1999), o valor

intrínseco é a diferença entre o preço de exercício de uma opção *in the Money* e o preço de mercado do ativo-objeto. Brasil *et al* (2007) acrescenta que o valor extrínseco é o valor-tempo (oportunidade de esperar), logo uma opção na data de vencimento só possui valor intrínseco.

☞ Valor Intrínseco na data do vencimento

$$= \text{Max}(S - X; 0) \rightarrow \text{call}$$

$$= \text{Max}(X - S; 0) \rightarrow \text{put}$$

☞ Até o vencimento

$$= \text{Max}(S - X \cdot e^{-rt}; 0) \rightarrow \text{call}$$

$$= \text{Max}(X \cdot e^{-rt} - S; 0) \rightarrow \text{put}$$

2.2.6 Valor máximo e mínimos das opções

Em se tratando dos valores máximos para os valores das opções, Brasil *et al* (2007) explica:

☞ Opções de compra européia ou americana: uma opção de compra nunca poderá valer mais do que o ativo objeto, caso contrário haveria arbitragem.

$$C \leq S$$

$$c \leq S$$

☞ Opções de venda européia ou americana: uma opção de venda americana nunca pode ser maior do que o preço do exercício, sob pena de abrir possibilidade de arbitragem.

$$P \leq X$$

$$p \leq X$$

☞ Opções de venda européia: uma opção de venda européia não pode ser maior do que o preço de exercício na data de exercício.

$$p \leq X \cdot e^{-rt}$$

Quando se trata dos valores mínimos para os valores das opções, Brasil *et al* (2007) esclarece:

☞ Opções de compra européia cujo ativo não paga dividendos:

$$c \geq \max(S - X \cdot e^{-rt}; 0)$$

Imagine o seguinte exemplo, onde:

Preço do ativo-objeto $S = \$9$

Preço de exercício $X = 8,5$

Taxa livre de risco $r = 12\%$

Tempo até o vencimento = 6 meses

Através da fórmula, calcula-se o valor mínimo da *call* como:

$$S - X \cdot e^{-rt} = 9 - 8,5 \cdot e^{-0,12 \cdot (\frac{6}{12})}$$

$$c = 1,00$$

Caso a opção esteja valendo menos que \$ 1,00 um arbitrador poderá ganhar sem correr risco algum. Suponha que essa opção esteja sendo negociada por \$0,5, o arbitrador poderia comprar a opção, vender a ação por \$9 e investir a diferença a uma taxa livre de risco até o vencimento. O investidor receberá de imediato, \$ 9 – 0,5 = 8,5. Na data de vencimento terá um montante de \$ $8,5 \cdot e^{0,12 \cdot (6/12)} = \$ 9,02$.

Se, na data de vencimento, a ação estiver valendo mais que o preço de exercício $X = \$ 8,5$, o investidor exercerá a opção, comprando por 8,5 e ganhará sem assumir risco algum.

$$Lucro = \$ 9,02 - 8,5 = 0,52$$

Se ocorrer o contrário, a ação estiver valendo menos, por exemplo, \$ 7. O arbitrador não exercerá a opção, porém também ganhará sem assumir risco.

$$Lucro = \$ 9,02 - 7 = 2,02$$

Uma vez que ele pode comprar a ação no mercado.

➡ Opções de venda européia cujo ativo não paga dividendos:

$$p \geq \max (X \cdot e^{-rt} - S; 0)$$

➡ Opções de compra americana cujo ativo não paga dividendos:

$$C \geq c$$

$$C \geq \max (S - X \cdot e^{-rt}; 0)$$

No caso deste tipo de opção o investidor pode exercer de forma antecipada o seu direito, porém Brasil *et al* (2007) afirma que essa estratégia nunca vale a pena. Hull (1996) complementa afirmando que caso o investidor acredite que a ação está superavaliada, ele deverá vender a opção e não exercê-la.

➡ Opções de compra européia cujo ativo paga dividendos:

$$c \geq \max (S - D - X \cdot e^{-rt}; 0)$$

Onde D = valor do dividendos a serem distribuídos ao longo da vida útil da opção.

➡ Opções de venda européia cujo ativo paga dividendos:

$$p \geq \max (D + X \cdot e^{-rt} - S; 0)$$

O mesmo raciocínio apresentado no exemplo das opções de compra européia cujo ativo não pagam dividendos pode ser aplicado nos demais casos.

Para as ações que pagam dividendos a afirmação de que nunca é vantajoso exercer a opção antecipadamente não é mais verdadeira. Nesse caso, Hull (1996) explica que às vezes o ideal é exercer uma opção de compra americana imediatamente antes de uma data que serão pagos os dividendos, pois após o pagamento dos dividendos o preço da ação cairá afetando negativamente a opção.

2.2.7 Paridade entre Opção de Venda e Compra

Lembrando que P e C são os preços das opções de venda e compra americana e que p e c são os preços das opções de venda e compra européias e essas por sua vez são funções das variáveis S , X , r , t e σ . Hull (1996) explica que existem duas carteiras distintas A e B , no qual:

- Carteira “A” é uma carteira formada com opção de compra européia e um quantidade de dinheiro $= Xe^{-rt}$;
- Carteira “B” é uma carteira formada com uma opção de venda européia mais uma ação.

Estas carteiras possuem uma relação de igualdade entre si, ou seja:

$$c + X \cdot e^{-rt} = p + S$$

Esta relação é conhecida como paridade entre opção de venda e compra. Ela revela que o valor de uma opção de compra européia, com certos preços de exercício e data de vencimento, pode ser deduzido do valor de uma opção de venda européia com os mesmos preços de exercício e data de vencimento, e vice-versa. (HULL, 1996, p. 220)

O autor afirma ainda que caso esta relação não seja satisfeita, haverá oportunidade de arbitragem. Através do exemplo abaixo, Hull (1996) torna transparente tal oportunidade de arbitragem.

$$S = \$ 31$$

$$r = 10\%$$

$$X = \$ 30$$

$$\text{Opção de compra européia} = \$ 3$$

$$\text{Opção de venda européia} = \$ 2,25$$

Estratégia:

- i. Comprar opção de compra;
- ii. Vender a opção de venda;
- iii. Vender a ação.

Resultado

Fluxo de caixa inicial:

$$31 - 3 + 2,25 = 30,25$$

Agora o investidor deve investir o fluxo de caixa pelo tempo de vida útil da opção aumentando o capital para $30,25 \cdot e^{0,1 \cdot 0,25} = 31,02$. Ao final desse período, o investidor irá deparar com uma das duas situações:

A – preço da ação maior que \$ 30. Nesse caso o investidor exercerá a opção de compra adquirindo uma ação por \$ 30, obtendo um lucro de $31,02 - 30 = 1,02$;

B – preço da ação menor que \$30. A parte comprada exerce a opção de venda também acarretando em uma compra de uma ação por \$ 30. Nesse caso o investidor também terá um lucro de \$1,02.

2.2.8 Exercício Antecipado: Opção de Compra Americana que não Pagam

Dividendos

Uma importante conclusão, com relação ao exercício de uma opção, é que nunca é vantajoso exercer uma opção de compra americana antes de sua maturidade. Hull (2005) explica, intuitivamente, a veracidade dessa afirmação da seguinte forma: imagine que uma opção está muito dentro do dinheiro, assim o investidor poderia ficar tentado a exercê-la imediatamente. Porém visualize as seguintes estratégias do Quadro 5.

Quadro 5 – Estratégias de exercício de opção

Estratégia / Situação Possível	Melhor Estratégia
Exercer a opção imediatamente, porém manter a ação até o vencimento.	O melhor seria exercer a opção no vencimento.
Exercer a opção imediatamente e vender a ação ganhando juros até o prazo do vencimento.	Como a ação não paga dividendos nenhuma renda seria prejudicada caso mantivesse a opção até o vencimento.
Caso o investidor entendesse que a ação está super avaliada.	Vender a opção para um investidor que acredite que a ação está com o preço justo – este investidor existe no mercado, caso contrário o preço da ação não seria o preço em questão

Fonte: Elaborado pelo autor.

Matematicamente também pode-se provar a afirmativa acima. Da teoria temos que:

$$c \geq S - Xe^{-rt}$$

Como uma opção americana apresenta vantagens de exercício antecipado em relação à européia, é correto afirmar que:

$$C \geq c$$

Logo:

$$C \geq S - Xe^{-rt}$$

Dados que $r > 0$, temos:

$$C \geq S - X$$

Assim prova-se, matematicamente, que nunca é melhor exercer antecipadamente.

Figura 18 – Prêmio da opção em relação à volatilidade da ação

Fonte: Hissa (2007).

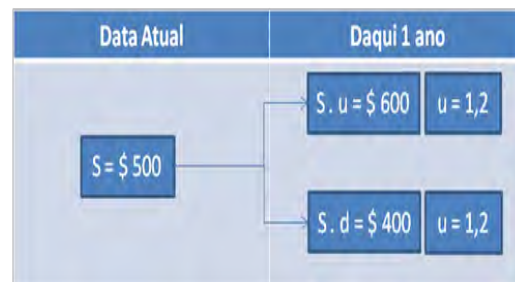
De forma gráfica, também é possível verificar tal propriedade. A Figura 18 mostra como o preço da opção de compra varia em função de S e X . Hull (2005) destaca que o preço da opção de compra está sempre acima de seu valor intrínseco, ou seja, $\text{Max}(S - X, 0)$. Assim, fica provado, graficamente, a não otimizaridade do exercício antecipado.

2.2.8.1 Modelo Binomial

Apesar da infinidade de modelos para apreçamento das opções este trabalho, abordará o modelo binomial, uma vez que este modelo é mais aplicável na “vida real”.

Rubinstein (1979) assume que o preço das opções segue processos binomiais multiplicativos e que a taxa de retorno de cada período pode assumir dois valores: u (com probabilidade q), ou d (com probabilidade $1 - q$). Adotando primeiramente apenas um período tem-se que, se o preço atual da ação é S , no período seguinte este poderá variar para $S.u$ ou $S.d$. Esta afirmativa é representada na Figura 19:

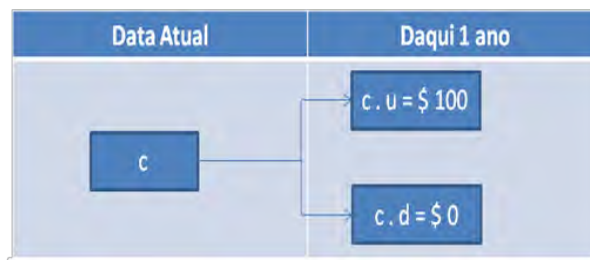
Figura 19 – Modelo Binomial: fluxo de caixa



Fonte: Brasil *et al* (2007).

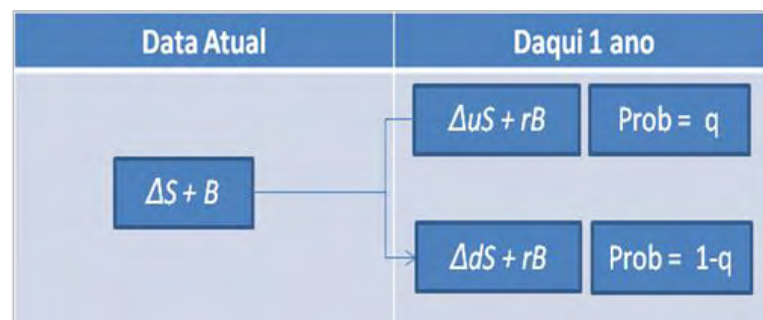
Ao se assumir r a taxa de risco no período subsequente onde $u < r < d$, pois, caso esta inequação não fosse verdadeira, o investidor poderia obter retornos sem ficar exposto ao risco – alavancagem financeira.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, suponha que o valor da opção no tempo $t=0$ seja c e desta forma, valerá $c.u$ caso o valor da ação subir para $S.u$ e de forma análoga custará $c.d$, se o preço da ação cair para $S.d$. Assim conclui-se que o preço da opção no período $t+1$ será: $c.u = \text{Max}[0; (S.u - X)]$ ou $c.d = \text{Max}[0; (S.d - X)]$. Esta situação é ilustrada na Figura 20.

Figura 20 – Modelo Binomial: preço da opção

Fonte: Brasil et al 2007.

Continuando a dedução da fórmula do modelo binomial simplificado para apreçamento de opções, Rubinstein (1979), admite um portfólio, contendo uma quantidade Δ de ações e um valor β em títulos que custará $\Delta S + \beta$ no momento $t=0$. Análoga a situação com apenas uma ação, o valor $\Delta S + \beta$ poderá assumir os seguintes cenários:

Figura 21 – Modelo Binomial: portfólio com Δ ações e β Títulos

Fonte: Adaptado Rubinstein (1979).

Como as quantidades Δ e β podem ser escolhidas de acordo com a vontade do investidor, suponha que estas são tais que igualam os valores do portfólio e da opção, assim teremos:

$$\Delta uS + r\beta = C_u$$

$$\Delta dS + r\beta = C_d$$

Desenvolvendo estas equações teremos:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u - d) \cdot S}, \beta = \frac{uC_d - dC_u}{(u - d) \cdot r} \quad (1)$$

Sem que haja o risco de existir arbitragem o valor atual da opção, C não pode ser menor que o valor do portfólio $\Delta S + \beta$, assim substituindo (1) na equação teremos:

$$C = \Delta S + \beta = \frac{C_u - C_d}{u - d} + \frac{uC_d - dC_u}{(u - d) \cdot r} = \frac{\left[\left(\frac{r - d}{u - d}\right) \cdot C_u + \left(\frac{u - r}{u - d}\right) \cdot C_d\right]}{r} \quad (2)$$

A Equação (2) pode ser simplificada com a seguinte definição:

$$p \equiv \frac{r - d}{u - d} ; 1 - p = \frac{u - r}{u - d} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2), teremos:

$$C = \frac{[p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d]}{r} \quad (4)$$

A Equação (4) é a que determina o preço, c , da opção de compra um período antes do vencimento. Essa abordagem é conhecida como portfólio replicado onde C_u é o retorno da opção na situação do preço ascendente e C_d seu retorno na situação de preço descendente.

Rubinstein (1979) acrescenta que esta fórmula possui três pontos interessantes:

- a probabilidade q não aparece na fórmula. Isto indica que até se diferentes investidores acreditarem em diferentes probabilidades para o movimento da ação, eles continuam a crer na relação existente entre o preço da opção, C , e os parâmetros S , u , d e r ;
- o valor da opção não depende da atitude do investidor com relação ao risco. Na fórmula, a única premissa adotada é que o investidor prefere ampliar sua riqueza. Por esta razão prefere tomar vantagem assumindo menores riscos caso haja a possibilidade de arbitragem. Assim, chegar-se-á a mesma fórmula caso o investidor seja avesso ao risco ou não;
- A única variável aleatória é o preço do ativo-objeto.

Além da Equação 4, Brasil *et al* (2007) destaca as seguintes equações do modelo binomial que serão utilizadas nos estudos das opções reais:

$$\frac{pSu + (1 - p)Sd}{S} = e^r$$

$$pu^2 + (1 - p)d^2 - [pu + (1 - p)d]^2 = \sigma^2$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u$$

$$p = \frac{e^r - d}{u - d}$$

Onde:

S = valor à vista do ativo objeto;

X = preço de exercício da opção;

S.u = valor maior do ativo-objeto em t_1 ;

S.d = valor menor do ativo-objeto em t_1 ;

u = taxa contínua de crescimento do preço do ativo-objeto;

d = taxa contínua de redução do preço do ativo-objeto;

r = taxa de juros anualizada (capitalização contínua);

σ = desvio padrão anual da taxa contínua de retorno do ativo-objeto.

2.3 OPÇÕES REAIS

“Traditional approaches assume a static decision-making ability, while real options assume a dynamic series of future decisions where management has the flexibility to adapt given changes in the business environment.”

Mun, Johnathan (2006). Real Option Analysis

Após algumas páginas e uma maior familiaridade com o tema “análise de investimento” mais uma vez surge a pergunta, porque uma análise, usando opções reais é importante? Mun (2006) explica que um importante ponto a ser destacado quando se compara o modelo tradicional de análise de investimento com o modelo de opções reais, é que o modelo tradicional de fluxo de caixa descontado assume uma decisão única, ou seja, um único caminho a ser seguido e com saídas fixas. Todas as decisões são tomadas no final do estudo sem levar em consideração possíveis mudanças e desenvolvimentos ao longo do tempo. Por outro lado, o modelo ROA considera múltiplos caminhos a serem seguidos em função das incertezas associadas e das flexibilidades gerenciais que podem ser escolhidas no sentido de mudar e/ou melhorar as estratégias, uma vez que novas informações surgem minuto após minuto. Ou seja, os gerentes podem adotar estratégias intermediárias em cenários onde existem muitas incertezas e fazer correções quando tais incertezas forem resolvidas num ambiente futuro.

Conforme comentado anteriormente as opções reais tem muito a ver com as opções financeiras, Dezen (2001 *apud* TRIGEORGIS, 1996) foram muito felizes ao

relacionar os principais conceitos das opções financeiras com as opções reais, o que pode ser visualizado na Quadro 6.

Quadro 6 – Comparação entre uma Opção sobre uma Ação e uma Opção Real sobre um Projeto

<i>Opção de Compra de Ação</i>	<i>Opção Real de um Projeto</i>
Valor da Ação	Valor Presente Esperado do Fluxo de Caixa
Preço de Exercício	Custo de Investimento
Tempo até Expiração	Tempo Até Desaparecer a Oportunidade
Incerteza do Valor da Ação	Incerteza do Valor do Projeto
Taxa de Juros Livre de Risco	Taxa de Juros Livre de Risco

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir de um exemplo prático é possível entender melhor a idéia por trás das opções reais. Copeland e Antikarov (2003) apresentam o seguinte exemplo teórico, porém afirmam que estiveram envolvidos, na prática, em projetos de consultoria semelhantes.

O exemplo descreve um estudo na Portes, Inc. uma empresa que desenvolve software de recuperação de hardware – Recover. Esse software precisava ser adaptado a cada empresa que o adquirisse e por esta razão não conseguiria ser comercializado em massa pela internet. Após desenvolvimentos, conseguiu-se obter um software que pudesse ser utilizado sem adaptações e por consequência ser vendido via Internet.

Porém, a CEO da empresa teria outro desafio. O mercado dos EUA estava inundado de pequenas empresas que comercializam o mesmo tipo de software pela internet, assim a decisão tomada foi partir para o mercado na França onde o *e-commerce* não estava tão desenvolvido. Após as análises de investimento, calculando o VPL no modelo tradicional, o COF obteve o valor negativo de - \$ 319 mil.

Convencida que o mercado Francês era uma boa oportunidade a CEO solicitou ao COF que avaliasse todas as possibilidades de aumentar o faturamento. O COF identificou que poderia ser usada a mesma estrutura física e logística para comercializar outro software desenvolvido pela empresa – PreventLoss, caso o Recover tivesse sucesso em suas vendas. Para isso seria necessário um investimento adicional de \$ 15 milhões, porém aumentaria em 30% o caixa livre, ou

seja, existia uma opção de expansão associada ao projeto. Outro fator importante identificado é que a Portes Inc. poderia vender a empresa no futuro caso as projeções feitas não se tornassem realidade. O valor de venda calculado foi de \$ 15 milhões, trazendo a tona uma opção de abandono também. Tendo esses dados em mãos o valor dessas duas opções reais (expansão e abandono) foi incorporado no VPL chegando-se ao valor de \$ 1.986.

Outro exemplo bastante interessante é apresentado por Kodukula e Papudesu (2006). A GeneMiracles é uma empresa especializada em pesquisas do genoma humano. Desenvolveu uma nova tecnologia que obteve patente e tem planos de desenvolvimento de novos produtos baseados nesses desenvolvimentos. Porém, em função da grande incerteza existente nesse tipo de atividade a empresa não pretende assumir todos os riscos sozinha. Assim criou uma opção de venda da tecnologia para se proteger no caso do mercado não se mostrar favorável no futuro.

A Genes & Foods é outra empresa de biotecnologia que atua no mercado de modificação genética de alimentos. Essa empresa possui interesse na tecnologia desenvolvida pela GeneMiracles. Por isso, assinou um contrato de compra da patente tecnológica por \$ 60 milhões. Para isso a Genes & Food pagou \$ 10 milhões pela opção de compra num prazo de 3 anos.

Após dois anos de desenvolvimento e num cenário mais realista, a GeneMiracles estimou que a patente tecnológica renderia apenas \$ 50 milhões, desta forma exerceu seu direito de ceder mediante preço, vendendo a propriedade intelectual por \$ 60 milhões à Genes & Food. O Quadro 7 detalha os elementos presentes nesse exemplo.

Quadro 7 – Dados do projeto de investimento

Estatística de Regressão

Opção	Vender a patente tecnológica
Tipo	Opção de venda
Prazo	3 anos
Preço	\$ 10 milhões
Preço de exercício	\$ 60 milhões
Valor do ativo no prazo	\$ 50 milhões
Valor da opção no exercício	\$ 10 milhões (\$ 60 - \$ 50)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esses dois exemplos servem para semear a idéia de opções reais na cabeça do leitor. Antonik e Assunção [s.d] explicam que a teoria das opções reais explora a questão da incerteza nas análises de projetos de investimento uma vez que tais análises envolvem sempre situações futuras cujas variáveis ainda não foram totalmente entendidas. Assim quando se calcula o valor de um investimento, utilizando puramente os métodos tradicionais muitas destas incertezas não são levadas em consideração, a exemplo da opção do empreendedor poder ampliar, reduzir ou mesmo paralisar a operação de uma unidade de produção.

A estas possibilidades os autores dão o nome de flexibilidades, que por sua vez podem ser precificadas na forma de “opções reais”. Para Brasil et al (2007), a precificação das flexibilidades nada mais é que a consideração de um conjunto de variáveis formado por: volatilidade, taxa de juros e data de maturação.

A equação que leva em consideração o valor das flexibilidades é:

$$VPL_f = VPL_t + VOR$$

Onde:

VPL_f = *valor presente líquido final*

VPL_t = *valor presente líquido tradicional*

VOR = *valor das opções reais*

Note que esta teoria não rejeita a tradicional técnica do VPL, apenas acrescenta um novo termo na equação – VOR que é capaz de mensurar as oportunidades futuras de um projeto.

A maioria dos modelos utilizados para avaliar as empresas ou projetos de investimentos está fundamentada nos fluxos de caixas descontados a uma taxa de juros ajustada ao risco. Estes modelos assumem que os fluxos de caixa não são afetados pelas decisões futuras da administração. Para Copeland (2007), este modelo pode ser chamado de *primitive firm*, pelo fato de que mesmo sendo este ajustado ao risco o mesmo não consegue capturar as vantagens associadas às flexibilidades das ações contingenciais que podem ser adotadas no futuro.

“O aspecto mais interessante sobre a opção é que constitui um elemento que agrega valor à decisão dos indivíduos”, afirma Siqueira (1999). Martins, Castro e Gomes (2007) acrescentam que a flexibilidade busca capturar o valor intrínseco, auxiliando assim o processo de tomada de decisão.

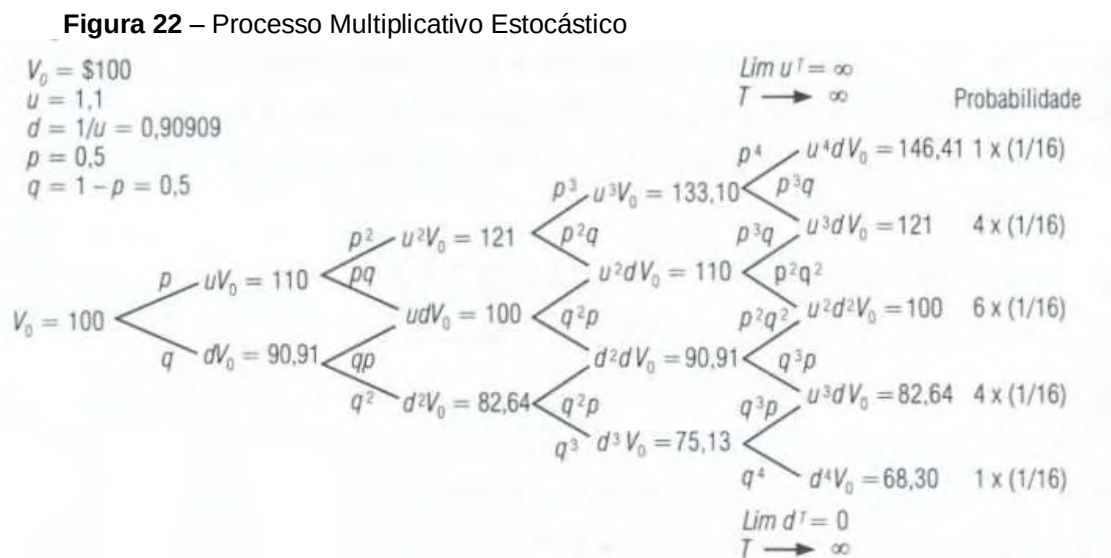
De acordo com o tipo de flexibilidade, as opções reais se classificam em opção de: expansão, abandono, adiamento, troca do processo de produção, combinação de diversas flexibilidades diferenciadas (multiple interection options) e contração da utilização da flexibilidade.

2.3.1 Método para Modelagem do Processo Estocástico do Ativo Subjacente

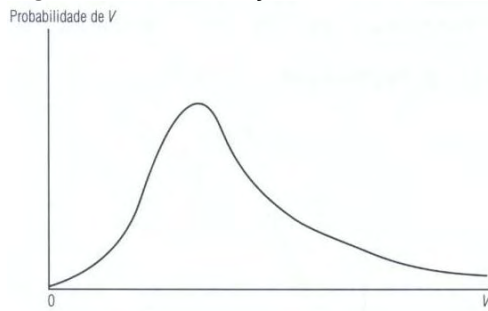
Copeland e Antikarov (2002) explicam que um processo multiplicativo ou geométrico se inicia com um valor V_0 no início de uma grade que se move para cima e para baixo, multiplicando-se V_0 por um fator ascendente $u > 1$ ou um valor descendente, $d < 1$.

A Figura 22 exemplifica um fluxo com quatro períodos até o vencimento, nota-se que, à medida que se percorre as ramificações superiores, o valor se aproxima positivamente do infinito (embora com probabilidade zero) e nas ramificações inferiores os resultados se aproximam de zero, porque d^t tende a zero quando t tende ao infinito. Tal situação é adequada quando o ativo-objeto avaliado é uma ação ordinária, uma vez que seu valor não pode ser negativo.

No limite, quando o número de períodos cresce muito, a distribuição de resultados se torna uma distribuição logarítmica, Figura 23.

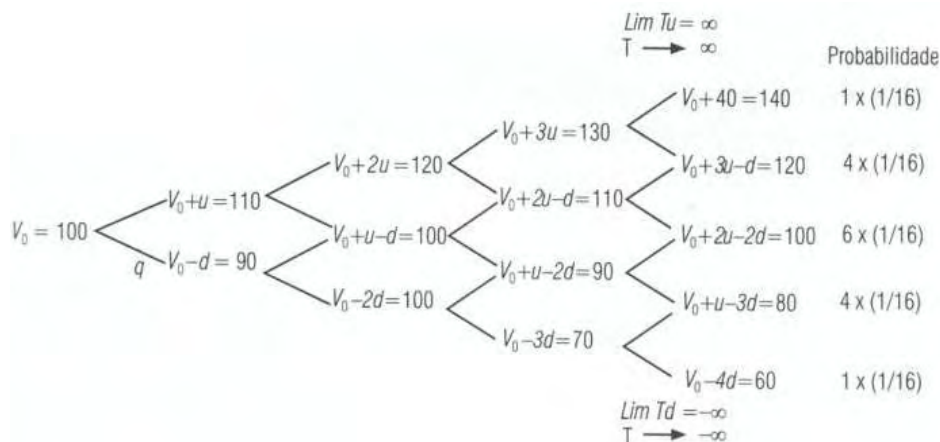


Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

Figura 23 – Distribuição de Resultados: logarítmica Normal

Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

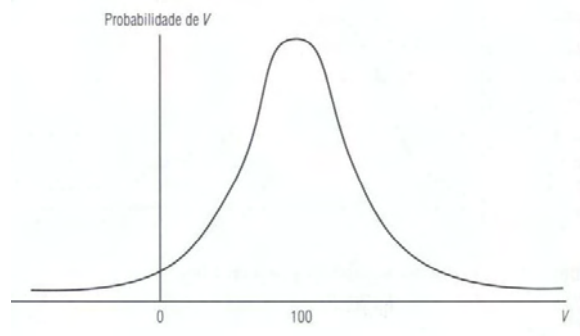
No caso de projetos de investimento é plausível afirmar que o valor pode se tornar negativo. Assim a melhor forma de modelar o valor do ativo subjacente é o processo aritmético ou aditivo, esclarece Copeland e Antikarov (2002). Neste caso os movimentos ascendentes e descendentes se alteram pela soma de um fator ao valor do período anterior ou pela subtração deste fator.

Figura 24 – Processo Aditivo Estocástico

Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

Observa-se na Figura 24 que as variações do valor de um nó para o outro não são mais proporcionais ao valor do nó anterior, como no processo multiplicativo. Verifica-se também que a taxa de aumento dos valores do processo aritmético é mais lenta e a taxa de redução mais acelerada do que no processo multiplicativo.

Caso as probabilidades dos movimentos ascendentes e descendentes sejam as mesmas, os resultados esperados se aproximam de uma distribuição normal, conforme demonstrado na Figura 25.

Figura 25 – Distribuição de Resultados: logarítmica normal

Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

2.3.2 Opções Reais: Classificação

2.3.2.1 Opção de Abandono

A opção de abandono é muito importante para os gestores das empresas afirma Felix (2001), isto porque à medida que um projeto de investimento não caminha como o planejado, o mesmo poderá ser “abandonado” em troca do valor residual pago pelo mercado paralelo – venda dos equipamentos e outros ativos fixos.

Copeland e Antikarov (2002) definem a opção de abandono como “O direito, mas não a obrigação, de desfazer de um ativo a um preço fixo (predeterminado)”. Para o autor, este conceito é muito importante quando se está envolvido em projetos de P&D (Pesquisa e Desenvolvimento), explorações, desenvolvimentos de recursos naturais, desenvolvimento de novos produtos e programas de fusões e aquisições.

Brasil *et al* (2007) define que uma opção de abandono se assemelha a uma “posição comprada em *put* americana” de uma opção financeira, ou seja, seria o mesmo que comprar uma opção de venda americana das ações da Petrobrás. Neste caso o comportamento do valor da opção, em relação aos parâmetros principais, pode ser visualizado na Figura 26:

Figura 26 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: abandono

Aumento do Valor da Opção			
Valor Residual	Volatilidade	Prazo do Projeto	Valor do Projeto
↑	↑	↑	↓

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para Copeland e Antikarov (2002) a estimativa do preço para a opção de abandono é crucial, pois economiza tempo dos administradores caso o projeto não esteja caminhando como previsto. Pois estes poderão tomar a decisão com maior objetividade caso o valor presente do projeto chegue próximo do valor estimado da opção de abandono.

2.3.2.2 Opção de Expansão

Para Felix (2001), os investimentos iniciais podem ser encarados como pré-requisitos ou até mesmo parte de uma cadeia de projetos interrelacionados, assim estes desembolsos não devem ser considerados como o valor do projeto de uma forma geral e sim como parte integrante de futuras oportunidades. Mesmo que aparentemente o valor presente líquido seja negativo, as experiências adquiridas, a infra-estrutura e o potencial de gerar outros produtos - senão o produto inicial - podem servir como trampolim para novos projetos com custos mais reduzidos, qualidade superior ou ainda produtos inteiramente novos.

“As opções de expansão criadas pelos investimentos adicionam valor corporativo e podem muitas vezes viabilizar investimentos cujo valor presente líquido é negativo”, afirma Brasil *et al* (2007). Copeland e Antikarov (2002) comentam que em projetos de investimento bem sucedidos, deverá ser vontade da alta administração, expandi-lo. Para tanto, um investimento adicional deverá ser desembolsado. Este é o preço da opção de expansão, neste caso, uma opção americana que terá o comportamento de preço em relação às variáveis do projeto, conforme a Figura 27.

Figura 27 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: expansão

Aumento do Valor da Opção			
Preço de Exercício (X)	Volatilidade	Prazo do Projeto	Valor do Projeto - VPL
↓	↑	↑	↑

Fonte: Elaborado pelo Autor.

2.3.2.3 Opção de Adiamento

Adiamento refere-se a possibilidade da administração efetuar um investimento em outro futuramente. Uma opção de adiamento é avaliada como uma opção de compra americana, em que o preço do exercício é equivalente ao valor do investimento a ser feito, cujo comportamento é descrito na Figura 28.

Figura 28 – Comportamento da Opção em Função da Variação dos Parâmetros: adiamento

Aumento do Valor da Opção			
Preço de Exercício (X)	Volatilidade	Prazo do Projeto	Valor do Projeto - VPL
↓	↑	↑	↑

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para Trigeorgis (1996 *apud* FELIX, 2001) uma opção de adiamento é de suma importância para empresas com elevado grau de incerteza, tais como: indústrias de tecnologia e extração de recursos naturais.

Como existe um custo de oportunidade quando o investidor exerce a opção imediatamente, este poderá esperar para tomar uma decisão com maior grau de certeza, caso existam muitas variáveis ainda em aberto, comenta Brasil *et al* 2007.

Como regra geral Brasil *et al* (2007) descreve:

Se $(c + I_0) > \text{Valor presente dos fluxos de caixa} \rightarrow$ adiar investimento

Se $(c + I_0) < \text{Valor presente dos fluxos de caixa} \rightarrow$ investir hoje

Além dos três tipos de opções detalhados acima, outros tipos de opções estão presentes no dia-a-dia das empresas. Kodukula e Papudesu (2006) destacam os listados abaixo:

- opção de contração;
- opção de escolha;
- opção de espera;
- *Barrier option*.

Copeland e Antikarov (2002) ainda identificam as opções do tipo arco íris que são opções movidas por múltiplas fontes de incertezas simultaneamente, como por exemplo, preço do produto vendido, quantidade vendida, taxas de juros.

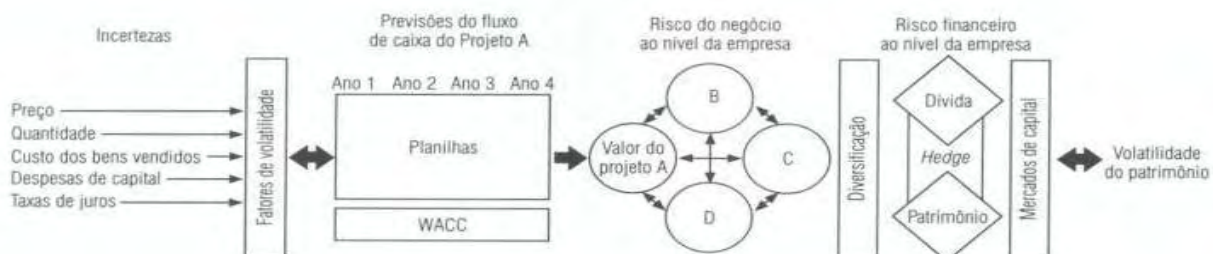
2.4 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A maioria das empresas toma a decisão se vai investir ou não em determinado projeto, utilizando os métodos tradicionais. Para Corrar (1993), o modelo tradicional é aquele que não leva em consideração fatores de incerteza no processo de tomada de decisão. O autor acrescenta que é impossível medir probabilisticamente todos os processos envolvidos em um projeto, porém destaca que é totalmente viável, a partir da experiência dos envolvidos, obter boas aproximações das distribuições de probabilidade destas variáveis.

Como apresentado anteriormente, um termo da teoria de opções reais é responsável por inserir o fator de risco na avaliação econômica do projeto, este termo nada mais é que a própria variação do valor do projeto, ou seja, a volatilidade (σ^2) do ativo subjacente sujeito ao risco. Copeland e Antikarov (2002) afirmam que um dos maiores equívocos é presumir que a volatilidade do valor do projeto é igual à volatilidade de alguns dos seus componentes. Por exemplo, seria errado utilizar a volatilidade do preço do aço como uma aproximação da volatilidade do valor de um projeto de expansão de uma usina siderúrgica. Facilmente é possível destacar: preço do minério, CAPEX, atraso nas obras, como fatores que influenciariam muito fortemente no valor de um projeto como este.

De forma gráfica Copeland e Antikarov (2002) esquematizam, na Figura 29, as variáveis presentes durante a obtenção da melhor estimativa da volatilidade de um projeto.

Figura 29 – Estimativa da Volatilidade de um Projeto



Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

Em suas estimativas de volatilidade Copeland e Antikarov (2002) aplicam a ferramenta de Monte Carlo, pois acreditam que é uma ferramenta simples de utilizar, porém é suficientemente capaz de modelar correlações cruzadas entre as diversas

variáveis. “O Método de Monte Carlo é um tipo especial de simulação utilizada em modelos, envolvendo eventos probabilísticos”, (CORRAR, 1993).

Segundo Freitas Filho (2008), a origem do Método de Monte Carlo (MMC) foi no projeto “Manhattan” em Los Alamos, EUA durante o desenvolvimento da bomba atômica dos aliados na segunda guerra mundial. Segundo o autor esta técnica foi posteriormente divulgada, em 1949, em um artigo científico intitulado “*Monte Carlo Method*”.

Freitas Filho (2008) afirma que para se conseguir aplicar o MMC de forma adequada é preciso ter primeiramente conhecimento das distribuições de probabilidade de cada variável e em seguida um bom gerador de números aleatórios - GNA. O autor define GNA como um programa computacional capaz de gerar valores aleatórios independentes e uniformemente distribuídos, porém esclarece que por serem gerados artificialmente estes números são conhecidos como pseudoaleatórios, isto é, podem ser reproduzidos.

Com relação à distribuição de probabilidade Pamplona e Silva [s.d] afirmam que cada variável pode ser obtida através de dados históricos ou por estimativas de pessoas bastante conhecedoras do projeto. Na mesma linha Freitas Filho (2008), salienta:

Uma vez que se tenha uma função GNA eficiente, o segundo ponto importante na aplicação do MMC diz respeito à distribuição de probabilidade que deve ser amostrada durante o processo de simulação. Essas distribuições tanto podem ser de natureza teórica, como uma distribuição exponencial ou normal, por exemplo, ou baseada em dados empíricos observados no sistema real (FREITAS FILHO, 2008, p. 80).

2.5 ANÁLISE DE OPÇÕES REAIS – NOVO MODELO PARA ANÁLISE DE INVESTIMENTO

Essa seção visa apresentar uma aplicação genérica do modelo de opções reais de expansão. O modelo de análise de investimento, usando opções reais, começou na indústria de petróleo, gás e empresas de mineração e vem se expandindo nos diversos setores da economia, tais como: biotecnologia, energia, farmacêutica, telecomunicação, alta tecnologia dentre outras.

Visualmente, o processo de análise de investimento para uma unidade produtiva genérica pode ser definido a partir da Figura 30:

Figura 30 – Fluxo de avaliação de projeto de investimento

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma diferença quanto se está analisando um projeto de investimento, usando ROA com a flexibilidade de expansão é que a definição da unidade produtiva não necessariamente precisa ser totalmente definida no início do projeto. Por exemplo, pode-se comprar uma unidade de produção de menor capacidade e ampliá-la no futuro caso o mercado se mostre favorável. Ou ainda, pode-se adquirir uma unidade produtiva que produz determinado tipo de produto e no futuro comprar uma planta operacional complementar que agregaria maior valor ao produto, gerando assim maior caixa livre.

Conforme já apresentado, o modelo de opções reais é definido, matematicamente, pela equação.

$$VPLf = VPLt + VOR$$

Onde,

VPLf = VPL levando em consideração a flexibilidade de expansão futura;

VPLt = VPL tradicional;

VOR = Valor da opção real.

Perceba que o VOR representa, num estudo de viabilidade onde a flexibilidade é a expansão, justamente a opção de compra de uma nova unidade fabril ou mesmo a ampliação da capacidade produtiva.

A metodologia de análise de opções reais utilizada nesse estudo tem como base os desenvolvimentos de Copeland e Antikarov (2003), que dividem o processo de análise de investimento em quatro passos que serão detalhadas a seguir.

2.5.1 Análise Padrão do VPL

Essa etapa consiste em projetar os fluxos de caixa livres – FCL do projeto de investimento, usando as técnicas tradicionais. Normalmente é construída uma planilha eletrônica, contendo as seguintes informações:

- Investimento
 - ✓ Preparação da área;
 - ✓ Equipamentos principais;
 - ✓ Equipamentos auxiliares;
 - ✓ Periféricos;
 - ✓ Prédios e instalações;
 - ✓ Construção e Montagem.
- Custos
 - ✓ Matéria prima;
 - ✓ Aluguel;
 - ✓ Utilidades: energia, água, gás;
 - ✓ Mão de obra;
 - ✓ Depreciação.
- Quantidade vendida
- Impostos

O resultado dessa planilha é o valor calculado do FCL que será trazido a valor presente, usando a taxa de desconto adequada - WACC, chegando assim ao valor do VPL tradicional.

Essa etapa envolve uma grande quantidade de profissionais, pois se trata de um processo investigativo que envolve tanto os atores internos de diversas áreas da empresa como, em alguns casos, consultorias externas, fornecendo, por exemplo, dados do setor e do mercado como as projeções de venda. A matriz abaixo, Quadro 8, traz uma lista, não exaustiva, dos principais atores deste estudo de caso.

Quadro 8 – Matriz de Envolvimento dos Atores

Atores	Responsabilidade	Envolvimento
Operação	Dados operacionais	Alto
Engenharia	Dados técnicos dos equipamentos	Baixo
Plano de produção	Planejamento e produção	Alto
Engenharia de produção	Limitações dos processos	Baixo
Investimento	Dados das obras de investimento	Baixo
Controladoria	Dados contábeis	Alto
Marketing	Dados de mercado	Baixo
Diretoria	Estimativas subjetivas das incertezas	Alto
Agentes externos	Dados do setor	Alto

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.5.2 Trabalhando as Incertezas

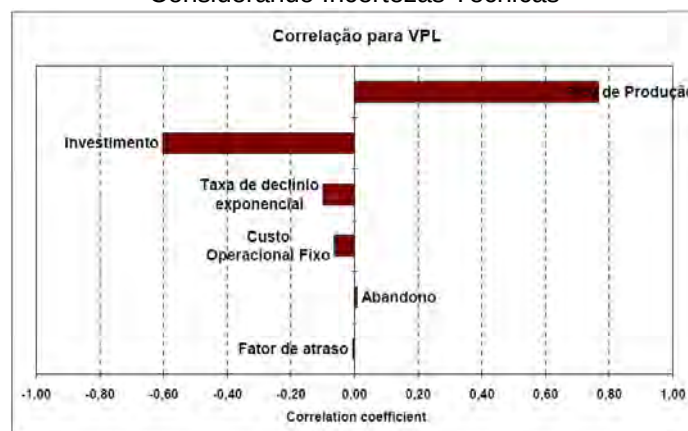
O foco desta fase é entender como o valor presente evolui ao longo da vida do projeto em função dos fatores de risco associados. Essa fase consiste de duas etapas: estimativa da volatilidade e construção da árvore de eventos.

2.5.2.1 Estimativa da Volatilidade

Mun (2006) explica que após a construção da planilha de cálculo do VPL é necessário fazer uma análise de sensibilidade que consiste em variar cada uma das principais variáveis de entrada do modelo (receita, custos, investimento, taxas, juros, taxa de desconto, depreciação), pois estas afetam diretamente o VPL, e verificar o impacto destas no valor de saída. Essa análise é comumente representada em um gráfico denominado “gráfico tornado”, em função do formato que o gráfico toma após as mudanças feitas nas variáveis, onde a variável de entrada que apresenta maior impacto na variável de saída, neste caso o VPL, aparece primeiro no gráfico, seguida das variáveis de menor impacto em ordem decrescente de relevância.

Silva, Gomes e Medeiros (2006) explicam, a partir da análise do gráfico tornado – Figura 31, que as variáveis curva de produção e investimento são as que mais impactam no resultado do VPL. Assim o analista deverá explorar estas com maior aprofundamento.

Figura 31 – Gráfico Tornado de Correlação para o VPL
Considerando Incertezas Técnicas



Fonte: Silva, Gomes e Medeiros (2006).

As variáveis identificadas que mais afetam o VPL são denominadas variáveis críticas e são elas que serão consideradas como estocásticas no modelo

de análise. Em toda análise de investimento está implícito o fenômeno de previsão, seja ela qualitativa – baseado na experiência dos especialistas ou quantitativas onde estão presentes as séries temporais. No caso desse estudo, serão utilizadas técnicas quantitativas de previsão, baseadas em dados históricos.

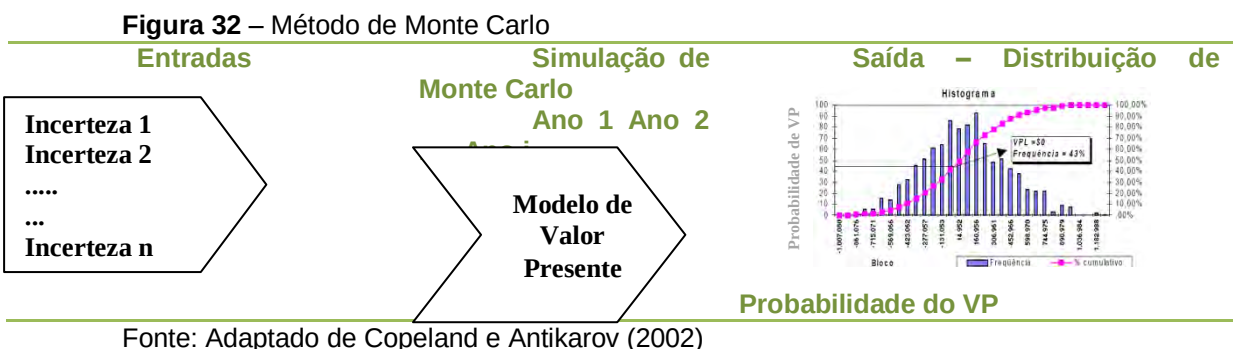
Depois de identificadas as variáveis críticas, recorrem-se às técnicas econométricas para encontrar o modelo que melhor se ajusta aos dados históricos. De posse do melhor modelo se projeta os valores futuros esperados das variáveis e utilizam-se os desvios padrão dos erros da série para estimar a volatilidade. Por exemplo, o processo auto-regressivo, representado pela Equação:

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_t - \delta) + u_t$$

Onde δ é a média de Y e u_t é um termo de erro aleatório de média zero e variância σ^2 . Nesse exemplo, o termo u_t seria usado pela simulação de Monte Carlo para projetar diferentes valores para a variável.

Silva, Gomes e Medeiros (2006) afirmam que as incertezas de preço devem ser modeladas, utilizando processos estocásticos, devendo-se avaliar qual o melhor processo estocástico a ser adotado analisando os dados históricos e o horizonte de tempo proposto para o projeto. Por exemplo, Dias (1996) realizou teste econométricos no preço do petróleo para um período de 30 anos ou menos e não rejeitou a hipótese de MGB. Porém para intervalos de tempo maior, o modelo foi rejeitado.

Após a simulação de um conjunto de números aleatórios para cada variável o resultado é um histograma de frequência de VPL e o desvio padrão associado. Segundo Copeland e Antikarov (2002), este processo nada mais é que combinar muitas variáveis em apenas uma, o que pode ser entendido a partir da Figura 32.



Existem diversas maneiras de se estimar a volatilidade. Segundo Mun (2006), as mais comuns e apresentam resultados mais confiáveis são:

- aproximação do retorno logarítmico do Fluxo de Caixa ou aproximação do retorno logarítmico dos preços dos ativos: usado principalmente no caso de ativos financeiros, por exemplo, opções financeiras;
- heterocedasticidade condicional auto-regressiva generalizada: usado principalmente no caso de ativos financeiros, por exemplo, opções financeiras. Este modelo requer uma grande quantidade de dados e conhecimento avançado de modelos econométricos;
- premissas gerenciais: usado tanto no campo das opções financeiras como opções reais. Os modelos gerados estão sujeitos a um forte grau de subjetivismo;
- comparação com o mercado ou com índices: compara a volatilidade da variável em estudo com elementos do mercado, por exemplo, indicadores de um setor da indústria. O grande desafio deste modelo é encontrar algo comparável, ou seja, que represente de forma satisfatória a variável em questão
- aproximação do retorno logarítmico do valor presente: usado principalmente quando se está estudando um ativo com fluxo de caixa, assim totalmente aplicável a opções reais. Este modelo não é aplicável a ativos negociados com alta liquidez, como é o caso das ações.

Será dada uma atenção especial para o método de aproximação de retornos logarítmicos do valor presente uma vez que esse método é o mais apropriado para os ativos com fluxo de caixa.

Kodukula e Papudesu (2006) explicam que a volatilidade é uma variável de suma importância em função do seu impacto no resultado final da análise de opções reais. Segundo os autores, o cálculo desta variável é provavelmente a estimativa mais difícil em todo processo de análise de opções reais.

Esta dificuldade adicional de se estimar a volatilidade em projetos onde os ativos são reais, se deve ao fato de que nem sempre se encontram dados históricos disponíveis para os cálculos necessários, como é o caso das opções financeiras, onde as séries temporais com os preços dos ativos são facilmente conseguidas.

Para Kodukula e Papudesu (2006) o processo de estimação da volatilidade a partir do modelo de Aproximação do Retorno Logarítmico do Valor Presente, consiste em 4 etapas:

- i. prever o fluxo de caixa do projeto;

- ii. calcular o retorno relativo do projeto para cada período, dividindo o fluxo de caixa do período pelo fluxo de caixa do período subsequente;
- iii. calcular o logaritmo natural de cada retorno;
- iv. calcular o desvio padrão do logaritmo natural.

Mun (2006) explica melhor o item iii e iv, afirmando que para se estimar a volatilidade do projeto deve dividir todos os fluxos de caixa futuros em dois somatórios de valores presentes: uma levando em consideração o período 0 e a outra não.

Depois de feitos os cálculos separadamente, o logaritmo é calculado pela Equação:

$$z = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right)$$

Onde:

$PVCF_i$ é o valor presente do fluxo de caixa em diferentes períodos i .

Uma vez calculado o valor fixo de “z” uma simulação de Monte Carlo é gerada nas variáveis críticas. Após o término das simulação, o resultado é uma distribuição de probabilidade da variável “z”. O desvio padrão desta variável será a estimativa de volatilidade usada nas análises de opções reais. Mun (2006) chama a atenção no sentido de que somente os numeradores devem sofrer variações uma vez que se trata do “caso base” e por definição o “caso base” não muda.

Para Copeland e Antikarov (2003) é possível combinar as múltiplas incertezas que afetam o projeto em uma única incerteza: a distribuição dos retornos do projeto. Essa estratégia é denominada de abordagem consolidada da incerteza. Isso é feito, pois segundo o autor, é muito difícil, talvez impossível, analisar um processo que seja influenciado por mais de duas fontes de incertezas. De forma a fugir desta complexidade são usadas duas premissas. A primeira é a MAD (negação do ativo negociado) que usa o valor presente do valor do projeto sem flexibilidade como se fosse um ativo negociado no mercado. A segunda é que os valores dos fluxos de caixa antecipados flutuam de forma aleatória.

A implicação é que qualquer que seja o padrão do fluxo de caixa que se espera que o projeto venha ter, as variações de seu valor presente seguirão um caminho aleatório. Este teorema, atribuído a Paul Samuelson (1965), nos permite combinar qualquer número de incertezas em uma planilha, recorrendo as técnicas de Monte Carlo, e obter estimativas do valor presente de um projeto, condicionadas a um conjunto de variáveis aleatórias [...]. (COPELAND, ANTIKAROV, 2001, p. 221).

Neste processo de estimativa de volatilidade, Copeland e Antikarov (2003) chamam atenção para presença de autocorrelação e variáveis multiplamente correlacionadas, por exemplo, uma correlação negativa entre o preço e a quantidade vendida deve ser investigada. Outro aspecto muito importante observado pelo autor é o aumento dos intervalos de confiança, pois “[...] tanto o senso comum quanto a teoria econométrica sugerem que os intervalos de confiança se alargam, quando nos afastamos do período para o qual foram calculados.” (COPELAND, 2001, p.257).

Quando se está trabalhando com uma regressão linear simples com base em séries temporais, o intervalo de confiança com 95% de probabilidade se alarga de acordo com a Fórmula Z:

$$y \pm t(n-2, 0,95) \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{[X_0 - E(X)]^2}{S(X^2)}\right) S_{ey}^2}$$

Esta fórmula é o intervalo de confiança para uma dada variável aleatória, y , dado um estimador, x . Onde:

S_{ey}^2 = erro padrão da variável y

$E(X)$ = Média de X

n = número de observações

$S(X)^2$ = soma dos desvio quadrados de X

Tomando as equações acima apresentadas como base, Copeland e Antikarov (2003) apresentam de maneira simplificada, no Quadro 9 os desvios padrão estimados no correr do tempo.

Quadro 9 – Desvio padrão em função do tempo

Ano	1	2	3	4	5	6
Desvio padrão	$\sigma.\sqrt{1}$	$\sigma.\sqrt{2}$	$\sigma.\sqrt{3}$	$\sigma.\sqrt{4}$	$\sigma.\sqrt{5}$	$\sigma.\sqrt{6}$

Fonte: Copeland e Antikarov (2003).

2.5.2.2 Construção da Árvore de Eventos

Conforme apresentado na seção 2.4.1, para se construir a árvore de eventos é preciso calcular os fatores ascendentes e descendentes – u e d , bem como a probabilidade *risk neutral*. Porém, uma vez estimada a volatilidade – σ esses cálculos se tornam triviais a partir das fórmulas apresentadas na seção 2.2.8.1 e repetidas baixo.

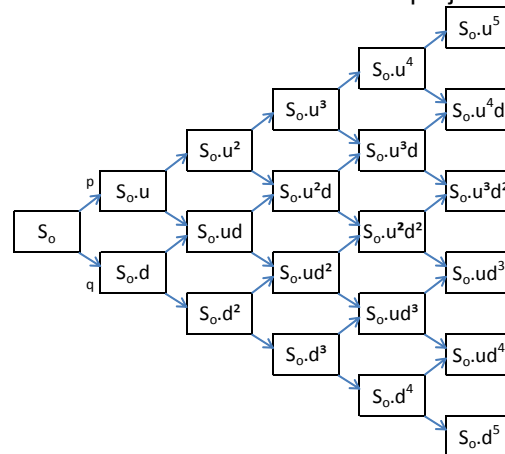
$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u$$

$$p = \frac{e^r - d}{u - d}$$

Agora é possível construir a árvore de eventos do projeto – Figura 33, onde estão representados os valores do projeto em função dos cenários futuros e das probabilidades do projeto. Na árvore S_0 representa o valor do ativo sujeito ao risco no tempo $t=0$ e, à medida que este caminha na árvore, chega-se a S_0u^5 que revela o cenário mais positivo e S_0d^5 , o cenário mais pessimista.

Figura 33 – Árvore de eventos do VP do projeto



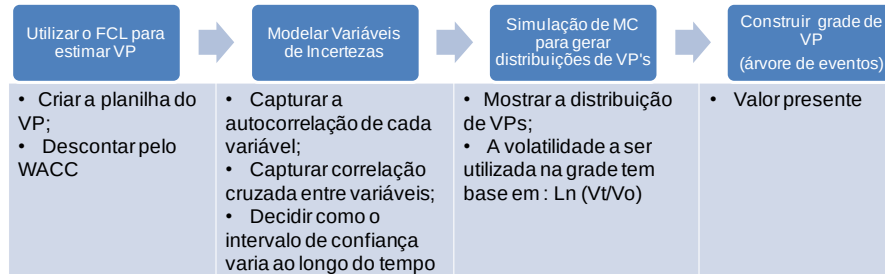
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao comparar o modelo tradicional com a análise de opções reais para investimento, percebe-se que no modelo tradicional assume-se que o projeto só irá percorrer um caminho ou no máximo três (moderado, conservador e otimista). Por outro lado, o modelo de opções reais prevê uma infinidade de caminhos. Caminhos esses que são representados pela árvore de eventos e retratam diferentes realidades futuras do mercado onde o projeto estará inserido.

De acordo com Mun (2006) na etapa anterior é construída uma estimativa estática do fluxo de caixa descontado pela taxa de desconto (WACC), porém tal resultado é muitas vezes pouco preciso, uma vez que se está trabalhando com eventos futuros sujeitos a fortes variações ao longo do tempo, por exemplo, variação do preço do aço. O autor afirma que para uma melhor estimativa do valor real do projeto uma simulação de Monte Carlo deve ser aplicada.

Resumindo o que foi apresentado acima, Copeland e Antikarov (2002) trazem uma abordagem bastante própria, descrita na Figura 34 de como utilizar o MMC de forma gerar a árvore de eventos do projeto de investimento.

Figura 34 – Processo de Monte Carlo para construção de uma árvore de eventos



Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

2.5.3 Construção da Árvore de Decisão

Nesta etapa serão identificadas decisões gerenciais que poderão ser tomadas em cada nó da árvore de evento, transformando assim as árvores de eventos em árvores de decisão. Copeland e Antikarov (2003) diferenciam as duas árvores da seguinte forma:

As árvores de eventos modelam o conjunto de valores que o ativo subjacente sujeito ao risco pode assumir ao longo do tempo. A árvore de decisão mostra os retornos das decisões ótimas, condicionadas às situações que se apresentam. Portanto, seus retornos são os que resultariam da opção, ou opções, que estamos tentando valorar. (COPELAND, ANTIKAROV, 2001, p. 253).

Conforme já apresentado no decorrer deste trabalho um projeto pode apresentar diversas decisões ou flexibilidades gerenciais, tais como:

- diferimento (opção de compra americana): adiar o *start-up* de uma unidade operacional em função de condição adversa no contexto em que a empresa está inserida. Por exemplo, a crise financeira do *subprime* de 2008-2009;
- abandono (opção de venda americana): venda do projeto após sua conclusão a um preço fixo pré-estabelecido pago pelo mercado;
- contratação (opção de venda americana): redução da capacidade de produção, no caso de condições desfavoráveis de mercado: recessão, demanda baixa acirramento da concorrência;

- expansão (opção de compra americana): aumentar o faturamento em função da implantação de uma nova unidade operacional, comprar a empresa concorrente, aumentando o *market share*, aumentar a capacidade produtiva do equipamento.

Esse estudo se limitará a avaliar a flexibilidade gerencial de expansão. Nesse caso a alta direção da empresa deverá tomar a decisão, comparando o valor do ativo sujeito ao risco no tempo t com o valor do mesmo ativo, levando em consideração a expansão.

Copeland e Antikarov (2003) explicam que para construção da árvore de decisão o primeiro passo é analisar a decisão ótima no final da árvore de eventos. Ou seja, o valor máximo do projeto depois do pagamento do fluxo de caixa livre é o máximo entre o valor intrínseco do projeto e o valor da opção de expansão.

O valor intrínseco do projeto é o calculado na árvore de eventos, por exemplo, por, S_0u^5 no último nó para os cenários dos movimentos ascendentes. O valor da opção expansão – *payoff* é a diferença entre o benefício de se expandir o projeto e preço de exercício. Brasil *et al* (2007) calcula o valor do *payoff* a partir da equação abaixo:

$$Payoff = Payoff = \text{Max} [(1 + e\%).S_n - I; S_n]$$

Onde:

- $e\%$ = taxa de expansão dos fluxos de caixa
- I = Investimento extra para expansão
- S_n = valor do investimento no ano n

A Equação apresentada é bastante intuitiva, pois o investidor sempre optará pela opção que lhe trazer maior retorno financeiro no tempo n . Ou seja, ele não precisa tomar a decisão de investir no tempo 0, podendo esperar até que os fatores de risco sejam mitigados.

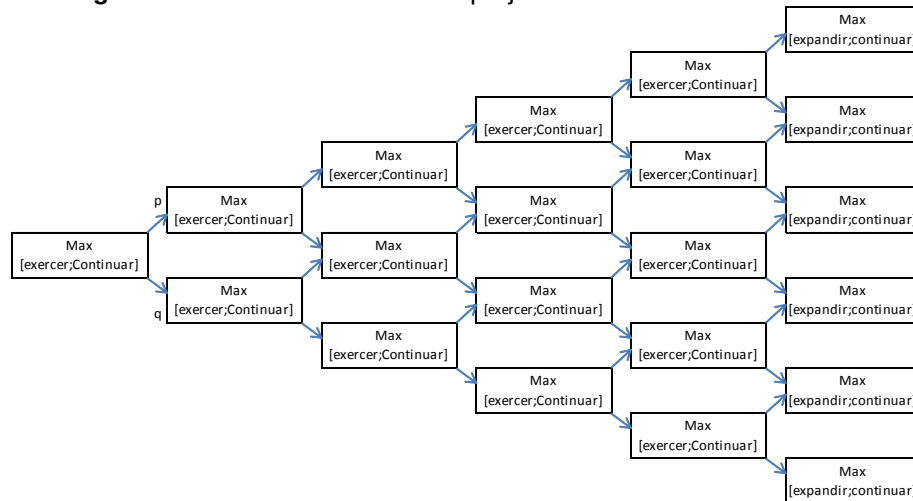
O segundo passo consiste na aplicação do conceito de portfólio replicado para descontar. Agora, compara-se o valor de se manter a opção em aberto, ou seja, não exercer com o valor de se expandir – exercer a opção. O valor de manter a

opção de expansão em aberto nada mais é que o preço da opção que pode ser calculado pela Equação demonstrada na seção 2.2.8.1 e repetida abaixo:

$$C = \frac{[p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d]}{r}$$

Utilizando-se essa técnica move-se do fim para o começo, ao longo das ramificações centrais da árvore de decisão, identificando todos os nós em que as opções de expansão são ótimas. Assim tem-se a árvore de decisão representada pela Figura 35:

Figura 35 –Árvore de decisão do projeto de investimento



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.5.4 Cálculo do Valor da Opção Real de Expansão

“A opção de expansão de um projeto, pagando-se mais para aumentá-lo, é uma opção de compra americana” (COPELANVPLD; ANTIKAROV, 2001, p.13). Kodukula e Papudesu (2006) explicam que o investimento para expansão é o preço de exercício (*strike price*) que irá compor o resultado do exercício da opção. A opção será exercida se o resultado esperado for maior que o preço de exercício. Na vida real, o exercício da opção envolve o lançamento de um produto, a construção de novas unidades, o desenvolvimento de um novo mercado, uma nova campanha de marketing. No caso desse estudo de caso, conforme já comentado, será a instalação de uma nova unidade que produzirá bobinas laminadas a quente, aumentando

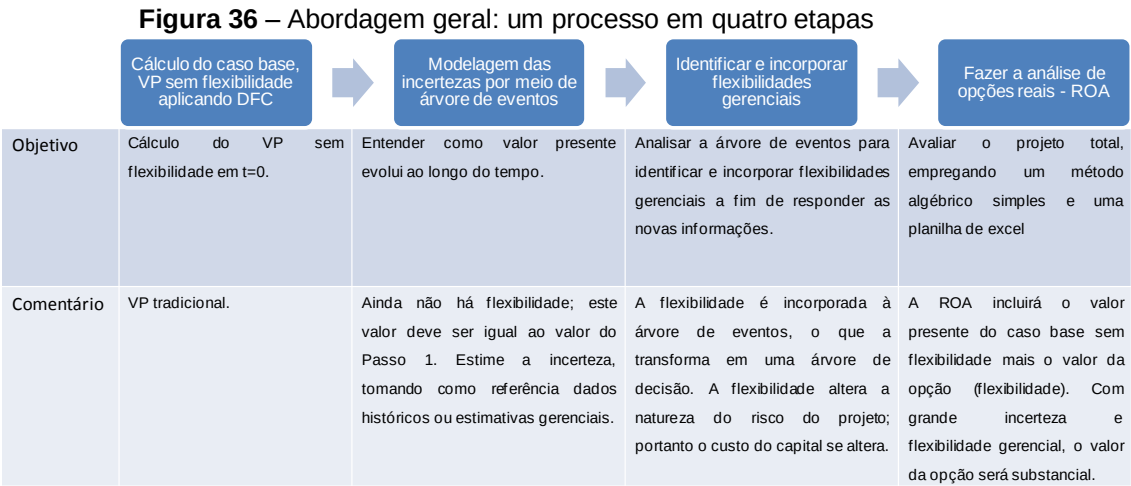
assim o valor agregado do produto final e, por consequência, o caixa livre da empresa.

Para Kodukula e Papudesu (2006), as opções de expansão são bastante comuns em empresas de grande crescimento principalmente em cenários de *boom* econômico. Alguns projetos podem possuir, no início, VPL marginais e algumas vezes negativos, porém quando as oportunidades e flexibilidades futuras são incorporadas no cenário de incerteza a opção de expansão pode significar um aumento considerável no retorno econômico.

Conforme já abordado ao longo da metodologia agora é a hora de incorporar o valor das flexibilidades calculadas ao valor do VPL calculado tradicionalmente – descontado pela taxa de risco do projeto. É importante que o valor da flexibilidade também seja destacado para que o analista possa compará-lo com o valor do esforço que será necessário para alcançar a referida opção de expansão.

$$VPLf = VPLt + VOR$$

As etapas acima descritas são resumidas na Figura 36 abaixo:



Fonte: Copeland e Antikarov (2002).

Outros autores possuem modelos particulares para análise de projetos de investimentos, usando simulação de Monte Carlo e Análise de Opções Reais. Uma abordagem bastante interessante é aplicada por Mun (2006). Para Mun (2006), a análise de opções reais compreende oito etapas, indo desde a primeira etapa qualitativa, passando pelas análises quantitativas e chegando a um relatório final para a gerência. Estas fases podem ser aplicadas isoladamente ou de forma

integrada a depender da robustez da análise. As etapas descritas por Mun (2006) que não aparecem no modelo descrito por Copeland e Antikarov (2003) serão rapidamente explicadas:

i. Análise Qualitativa Gerencial

Para Mun (2006) este é o primeiro passo em uma análise de projetos de investimento, consiste em uma análise não muito aprofundada (*screening*) na carteira de projetos existentes no momento. A gerência deverá escolher dentre as opções qual projeto vale a pena ser mais bem detalhado nas análises mais aprofundadas dos próximos passos. Segundo o autor esta é a etapa onde acontecem os *insights* mais importantes além da identificação dos principais riscos.

ii. Séries Temporais e Previsões

Nesta etapa, são realizadas as análises e previsões das variáveis mais relevantes. Para isso podem ser usados métodos quantitativos como a análise de séries temporais e regressões multivariadas, no caso da existência dos dados históricos. Ou ainda, algumas ferramentas qualitativas de previsão como: método Delphi, opiniões de especialistas, taxas de crescimento. Da mesma forma que Mun (2006), Copeland e Antikarov (2003) expressam a preocupação com relação à fonte para obtenção dos dados que permeiam as incertezas.

Mas permanece a interrogação: onde podemos obter dados sobre a variabilidade dos fatores que determinam a incerteza do projeto? Na maioria dos casos ou utilizamos dados históricos ou presumimos que o futuro se parece com o passado, ou recorremos a estimativas subjetivas, previsões feitas pela gerência. (COPELAND, ANTIKAROV, 2003, p. 257).

iii. Definição da Opção Real

Nesta etapa, basicamente, são identificadas as possíveis flexibilidades aplicáveis ao projeto, isto é feito usando as informações prévias da etapa de análise qualitativa. É importante salientar que cada projeto, em particular, está sujeito a determinada flexibilidade gerencial que podem ser as opções de: expansão, contração, abandono, conversão, diferimento. Existem ainda as opções compostas, muito comuns em investimentos planejados em fases. Por exemplo, um projeto de construção de uma fábrica pode ser dividido em fases – projeto, engenharia e construção. Ao fim de cada etapa, têm-se a opção de parar ou adiar o projeto.

Assim, cada fase é uma opção contingente ao exercício anterior de outras opções – uma opção sobre uma opção ou várias.

iv. Otimização do Portfólio e Recursos

Segundo Mun (2006), esta etapa é um passo opcional na análise de opções reais. Se a análise em questão envolve múltiplos projetos, os gestores precisam enxergar os resultados finais como um portfólio de projetos, pois na maioria dos casos, cada projeto está relacionado com outros e uma visualização isolada de cada projeto não descreveria a realidade. Dado isto, existem oportunidades de *hedging* e de diversificação.

Como as empresas possuem orçamentos limitados, tempo e recursos restritos e por outro lado, ao mesmo tempo, possuem exigências de taxas de retorno e níveis máximos de risco, a partir da aplicação da otimização é possível alcançar um mix ótimo de projetos. O resultado dessa etapa é uma alocação ótima dos investimentos através dos vários projetos.

Como na vida real das empresas, na maioria das vezes, não existe um projeto único isolado, a etapa de otimização, apesar de opcional, é de suma importância. No caso deste trabalho, será avaliado apenas um projeto isolado, assim esta etapa será suprimida.

v. Relatório e Atualização da Análise

“A análise não está finalizada até que o relatório seja gerado.” (MUM, 2006, p.108). Segundo o autor, além dos resultados finais encontrados, o processo como um todo precisa ser demonstrado. Uma explicação clara, precisa e concisa precisa transformar a “caixa preta” em algo de fácil entendimento para todos. Nesta etapa são apresentadas todas as premissas, dados, modelos matemáticos, estatísticos e econométricos usados ao longo das análises.

Como pode ser observado, comparativamente o modelo sugerido por Mun (2006) apresenta alguns tópicos a mais do que o definido por Copeland e Antikarov (2003), porém tais divergências se resumem a pontos periféricos e a estudos específicos e não ao cerne da análise.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O delineamento da pesquisa indica o que se pretende pesquisar, quem vai ser pesquisado e a forma que será executada tal pesquisa, ou seja, no delineamento deve conter o passo a passo para se alcançar o objetivo. De acordo com Souza:

Os métodos de uma pesquisa dependem do assunto que será estudado e das técnicas que serão empregadas, podendo ser apresentadas diversos tipos como: descritiva, exploratória, explicativa, experimental, quantitativa, qualitativa, interventiva, de estudo de caso (SOUZA, 2008, p. 64).

O Quadro 10 resume a questão dos métodos e tipos de delineamento presentes em um estudo científico.

Quadro 10 – Tipos de Projetos, métodos e técnicas

Propósito do Projeto	Delineamento	Técnicas de Coleta	Técnicas de Análise
Pesquisa Aplicada (gerar soluções potenciais para os problemas humanos) Avaliação de Resultados (Julgar a efetividade de um plano ou programa) Avaliação Formativa (Melhorar um programa ou um plano; acompanhar sua implementação) Pesquisa-diagnóstico (Explorar um ambiente; levantar e definir problemas) Proposição de Plano (Apresentar solução para um problema já diagnosticado)	Pesquisa Quantitativa	- Entrevistas; - Questionários; - Observações; - Testes; - Índices e relatórios escritos.	- Métodos estatísticos (frequência, correlação, associação).
	Pesquisa Qualitativa	- Entrevista em profundidades; - Uso de diários; - Observações participantes; - Entrevistas em grupo; - Documentos; - Técnicas projetivas; - Histórias de vida.	- Análise de conteúdo; - Construção de teorias (<i>grounded theory</i>); - Análise de discurso.

Fonte: Roesch (1999, p. 127).

3.1 TIPO DE PESQUISA

Este trabalho pode ser classificado como um estudo de caso, pois fará um estudo detalhado em uma situação específica que é a Análise de Viabilidade Econômica para implantação de uma usina siderúrgica integrada com capacidade de três milhões de toneladas/ano de aço. Para tanto, se utilizará, além das técnicas

tradicionais de análise de viabilidade (Valor Presente Líquido - VPL), o Método de Monte Carlo e a Teoria de Opções Reais aplicados conjuntamente.

Yin (1981) não classifica o estudo de caso como um método qualitativo, pois um estudo de caso pode trabalhar tanto a dimensão qualitativa quanto a quantitativa. Porém, Roesch (1999) prefere incluir o estudo de caso como um método qualitativo à medida que a maioria deles começa com um esquema conceitual fraco.

Evangelista (2006 apud LIMA, 2004) destaca que em um estudo de caso é possível explicar determinados fatos e explorá-los de maneira bastante completa. Roesch (1999 apud CAVAYE, 1996) complementa esta afirmativa, dizendo que o estudo de caso permite considerar uma grande quantidade de variáveis. Marconi e Lakatos (2008) afirmam que uma variável precisa conter valores, o autor acrescenta:

[...] uma variável pode ser considerada como uma classificação ou medida; uma quantidade que varia; um conceito operacional, que contém ou apresenta valores; aspectos propriedades ou fator, discernível em um objeto de estudo e passível de mensuração. (MARCONI; LAKATOS, 2008, p. 139).

3.2 PARÂMETROS E VARIÁVEIS

Por tratar-se de um Estudo de Viabilidade Econômica, todos os setores de uma empresa precisarão ser atingidos, inclusive do ponto de vista externo à empresa. Destacam-se as seguintes variáveis como peças fundamentais para o sucesso deste trabalho – Quadro 11.

Quadro 11 – Variáveis Envolvidas no EVE

Variável	Definição
Tipo de produtos	Produtos que serão produzidos pela unidade; quantidade por tipo de produto.
Capacidade de produção	Capacidade real de produção da unidade.
Matérias prima – MP	Principais MP associadas ao processo.
Consumo de MP	Consumo das principais MP e suas variações
Custo de MP	Custo das principais MP e suas variações
Custos fixos	O valor dos principais custos fixos e suas variações
Custos variáveis	O valor dos principais custos variáveis e suas variações
Preço de venda	Preço médio de venda dos produtos e suas variações
CPV	Formação do CPV e suas variações
WACC	Valor do WACC e suas variações
Produção mundial de aço	Valor da produção mundial e suas variações

Fonte: elaborado pelo autor.

3.3 COLETA DE DADOS

Os dados utilizados nesse estudo são dados históricos de uma usina siderúrgica e do IBS – Instituto Brasileiro de Siderurgia, porém esses dados quando necessários terão seus valores alterados de forma a proteger fatores competitivos importantes da empresa. É importante salientar que tais modificações serão feitas sem que haja significantes impactos nos resultados finais.

3.4 TRATAMENTO DOS DADOS

O tratamento dos dados foi dividido em quatro passos: Caso Base, Modelando as Incertezas, Árvore de Decisão e ROA.

- **Passo 1 – Caso Base:** nessa etapa é calculado o valor do projeto – VPL sem a influência das flexibilidades. As principais variáveis dessa etapa do estudo são: os custos operacionais, os rendimentos dos equipamentos, o orçamento do investimento – *Budget*, as margens de contribuição de cada produto vendido e o Fluxo de Caixa Livre – FCL.
- **Passo 2 – Modelando as Incertezas:** nessa fase, as variáveis críticas são identificadas, um modelo econométrico de previsão é construído e a volatilidade é calculada. Com relação às variáveis críticas, a forma mais comum de identificá-las é com a utilização do gráfico tornado, que demonstra o impacto causado na variável de saída – VPL em função de alterações na variável de entrada.

Na sequência, o modelo econométrico é formulado. No caso desse estudo, adotou-se que as variáveis em questão apresentam comportamento estacionário e que seus valores flutuam em torno da média ao longo do tempo, conforme a equação abaixo:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

Onde:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Por fim, utiliza-se a simulação de Monte Carlo para simular diferentes valores para as variáveis críticas de entrada, possibilitando o cálculo do logaritmo natural de cada retorno e o desvio padrão.

- **Passo 3 – Árvore de Decisão:** a opção de expansão é inserida e a pergunta se é melhor expandir a operação da planta ou continuar com a mesma capacidade é feita na extremidade da árvore de eventos. Uma vez que o aumento da capacidade retorna com um maior valor de VPL fica óbvio que a expansão é a melhor opção, caso contrário rejeita-se a expansão. Na sequência, calculam-se os valores dos nós anteriores, utilizando o modelo Binomial detalhado ao longo do referencial teórico.
- **Passo 4 – ROA:** uma vez calculado o valor do projeto a partir da árvore de decisão fica fácil calcular o valor da Opção de Expansão, usando a seguinte fórmula:

$$VPL_f = VPL_t + VOR$$

De forma resumida, as etapas do tratamento estão ilustradas na Figura 37.

Figura 37 - Cálculo da Opção de Expansão



Fonte: Elaborado pelo Autor.

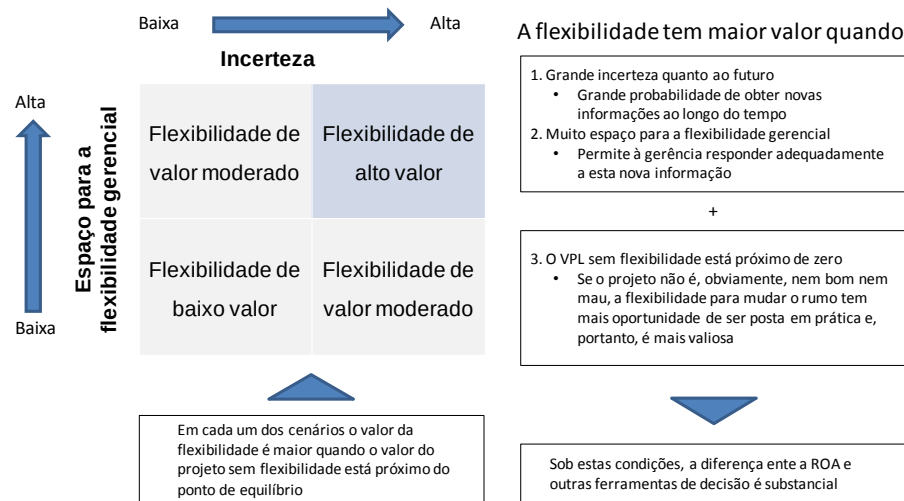
4 ROA APLICADA À SIDERURGIA

Conforme abordado ao longo desse estudo, o modelo de análise de investimento tradicional que utiliza apenas o método de desconto do fluxo de caixa livre apresenta diversas falhas. Isto porque este assume que os cenários são estáticos, a decisão tomada pela alta direção da empresa, na fase do estudo, não será alterada, existe apenas um caminho a ser seguido ou, no máximo três (conservador, pessimista e otimista), não incorpora as decisões gerenciais – flexibilidades. Porém, é sabido que o ambiente corporativo é repleto de incertezas e, por conseguinte, infinitudes de caminhos distintos poderão ser trilhados ao longo da vida dos projetos.

Mun (2006) explica que o ambiente empresarial está cheio de incertezas e riscos e essas incertezas carregam consigo informações valiosas. Quando as incertezas são resolvidas com o passar do tempo os gerentes poderão fazer correções de intermediárias de rota e estratégias. Ou seja, ao longo dos anos o corpo gerencial aprende com o próprio projeto e esse aprendizado é incorporado pela análise de opções reais. Por outro lado, à medida que o modelo de análise de viabilidade econômica tradicional negligencia a existência das flexibilidades, esse subavalia grosseiramente o valor do projeto e das estratégias.

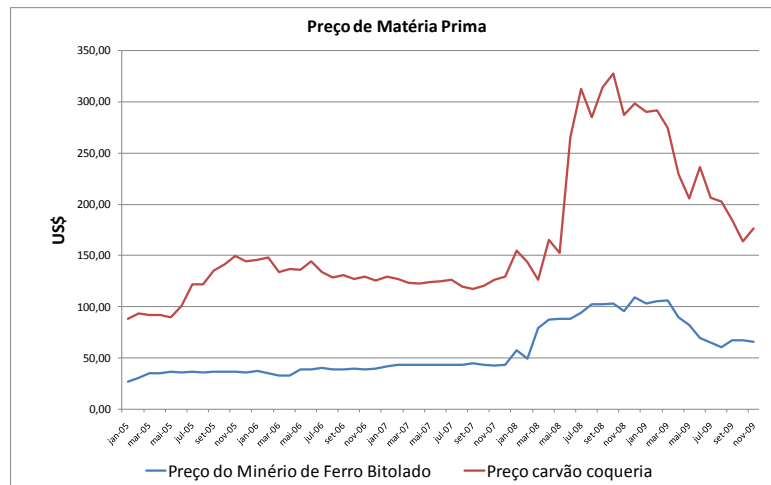
Trigeorgis e Schwartz (2004) descrevem que num estudo realizado para avaliar a viabilidade econômica de uma mina de minério o corpo executivo sentiu que a metodologia tradicional de análise não conseguia capturar todas as oportunidades do projeto e mesmo tendo um VPL negativo, as estratégias e flexibilidades inerentes ao projeto poderiam justificar o investimento.

Segundo Copeland (2003) a análise de opções reais tem mais valor quando três fatores se combinam: quando há incertezas, quando os executivos têm flexibilidades para agir perante elas e na tomada de decisões difíceis – aquelas onde o VPL é marginal ou mesmo ligeiramente negativo. A Figura 38 ilustra esse conceito:

Figura 38 – Abordagem geral: um processo em quatro etapas

Fonte: Copeland e Antikarov (2003).

O ambiente siderúrgico é repleto de inúmeras incertezas e riscos. Os preços do minério de ferro e carvão, por exemplo, que tem grande impacto no custo de produção, são susceptíveis a fortes variações, conforme demonstrado na Figura 39.

Figura 39 – Preço Matéria Prima

Fonte: Elaborado pelo autor.

Outra fonte importante de incerteza no setor siderúrgico é o mix de produção, pois existe uma variedade muito grande de tipos de aço que varia em função da aplicação. Um dos maiores desafios num projeto de investimento no setor siderúrgico é definir o mix de produtos que será vendido no futuro. Isso ocorre porque o setor siderúrgico e os clientes estão em constante mudança. Um

determinado tipo de aço pode estar sendo fortemente demandado hoje, em função de um cenário econômico, porém pode deixar de ser produzido num cenário futuro.

No que tange a força do corpo executivo para mudar o curso dos projetos ao longo de sua vida, o ambiente siderúrgico não é tão flexível, porém mudanças para correção também são possíveis. Por exemplo, é possível aumentar ou reduzir (até determinado nível) a capacidade de uma linha de produção, mudar a característica dos aços produzidos – mix de produção, construir novas linhas de produção se aproximando do cliente final e, conseqüentemente, aumentando o valor agregado.

4.1 APLICANDO TOR PARA ANÁLISE DE INVESTIMENTO DE UM ALTO FORNO

A indústria siderúrgica brasileira, acompanhando a tendência mundial, tem sido foco de grandes fusões além de grandes investimentos em aumento de capacidade. Segundo o IBS – Instituto Brasileiro de Siderurgia (2007), serão investidos no país, no período de 2007 a 2012, 23 bilhões de dólar que elevarão a capacidade de produção de aço de 37 milhões de toneladas ano, em 2006, para 59 milhões de toneladas ano em 2012.

A ArcelorMittal Tubarão, anteriormente denominada CST (Companhia Siderúrgica de Tubarão), é uma das maiores produtoras mundiais de semi-acabados de aço e foi constituída em junho de 1976, porém a sua operação começou em novembro de 1983, como uma *joint-venture* de controle estatal, com a participação minoritária dos grupos Kawasaki, do Japão e Ilva (ex-Finsider), da Itália. Foi privatizada em 1992, com isso passou a ser controlada por grupos nacionais e estrangeiros. Desde então, vem realizando diversos investimentos com vistas à atualização tecnológica, aumento e diversificação da produção, auto-suficiência energética, segurança, controle ambiental e logística.

Em Junho de 2006, a Arcelor e suas subsidiárias passaram a fazer parte do grupo ArcelorMittal, como consequência da fusão entre a Arcelor e a Mittal. Assim, a CST passa a ser denominada ArcelorMittal Tubarão.

A ArcelorMittal Tubarão ampliou recentemente sua capacidade de produção de 5,0 para 7,5 milhões de toneladas por ano de aço - placas e bobinas a quente, resultado de um investimento da ordem de US\$ 1 bilhão, onde foram construídas novas unidades produtivas e modernizados processos e equipamentos existentes. A

Figura 40 mostra a história de evolução da ArcelorMittal Tubarão desde a sua constituição.

Figura 40 – História da ArcelorMittal Tubarão



Fonte: Adaptado de ArcelorMittal Tubarão, 2008.

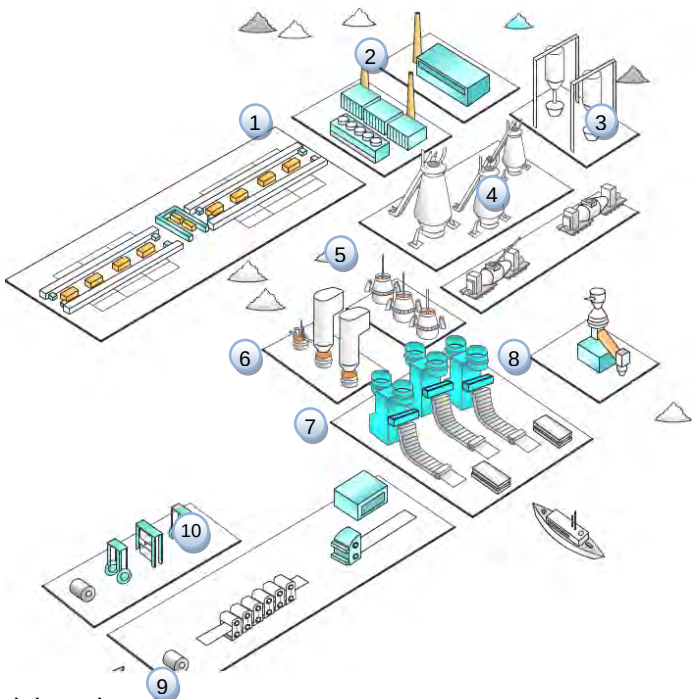
A ArcelorMittal Tubarão é uma das 27 unidades produtivas da ArcelorMittal Brasil que por sua vez compõe a ArcelorMittal, maior grupo siderúrgico do mundo, presente em mais de 60 países, com aproximadamente 320.000 empregados e responsável por mais de 10% da produção mundial de aço. Em se tratando do Brasil, o grupo teve um lucro líquido de R\$ 2,3 bilhões e investimentos da ordem de R\$ 12,8 bilhões em 2006 e vem investindo continuamente em diversas áreas: aumento de produção, diversificação de produto, equipamentos de controle ambiental, equipamentos de segurança operacional e do homem.

A ArcelorMittal Tubarão que será usada como cenário para este estudo é uma usina integrada de produção de aço com capacidade de produção de 7,5Mta de aço. Essa produção atualmente é dividida em dois produtos principais: placas – 3,5Mta e bobinas laminadas a quentes – 4,0mta. Atualmente a empresa conta com mais de 4.500 empregados, é alto sustentável em energia elétrica e possui uma marca de reaproveitamento de subprodutos invejável que ultrapassa 98%.

Para produção de 7,5Mta de aço a ArcelorMittal Tubarão possui os seguintes equipamentos e capacidades listados na Figura 41:

Figura 41 – Capacidade de produção

Item	Unidades de Produção	Quantidade	Produção (Mta)
1	Coqueria	2	1,7 + 1,5
2	Sinterização	1	6,5
3	PCI	1	-
4	Alto Forno	3	1,3 + 2,8 + 3,6
5	Convertedores	3	2,5 + 2,5 + 2,5
6	Refino Secundário	3	3,0 + 2,0 + 2,4
7	Máquina de Lingotamento Contínuo	3	2,2 + 2,8 + 3,0
8	Calcinção	1	-
9	Laminador de Tiras a Quente – LTQ	1	4,0
10	Linha de Acabamento	1	0,75



Fonte: elaborado pelo autor

De acordo com o Instituto Aço Brasil a capacidade instalada para produção de aço no Brasil é 42,1Mta de aço bruto, para Shinoda (2008) essa capacidade pode aumentar nos próximos anos para 60,0Mta. Assim, é de se esperar que as empresas produtoras de aço venham a investir na construção de novas unidades produtivas.

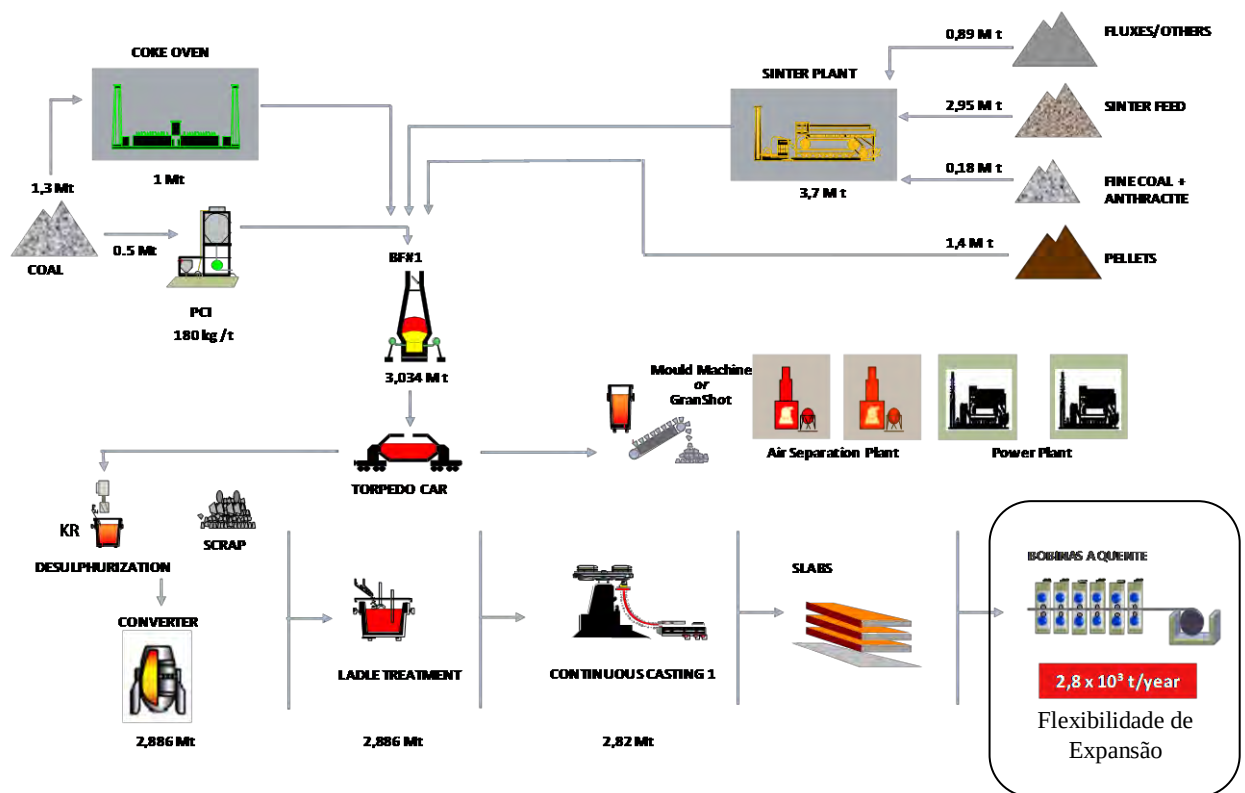
É esse cenário de crescimento de produção de aço no Brasil que motiva esse estudo. Será feita uma análise completa de viabilidade econômica usando a TOR para implantação de uma usina integrada para produção de 2,8Mta de aço. O projeto será de uma usina com capacidade inicial de produção de 2,8Mta de placas semi-acabadas acrescido de uma opção de expansão com a construção de um laminador de tiras a quente – LTQ, que processará as placas, transformando-as em bobinas laminadas a quente (HRC). É evidente que para construção do laminador

será necessário um investimento extra, porém esse trará consigo um benefício financeiro representado por um maior fluxo de caixa livre. A grande questão que será respondida, ao término do trabalho, é se esse investimento extra valerá a pena comparativamente ao benefício gerado.

É importante salientar que os executivos da empresa não terão que tomar a decisão de implantar o laminador ao mesmo tempo em que tomarem a decisão de implantar a Fase 1 de produção de placas. Uma opção de expansão define o direito e não a obrigação de expandir na data de maturidade. Ou seja, no caso dos executivos se depararem com um cenário não favorável no futuro, eles não irão optar por exercer a opção de expansão. Fica claro que, ao longo da vida do projeto, mudanças de rumo poderão ser feitas no sentido de maximizar os resultados do projeto.

De forma a facilitar o entendimento, a Figura 42 ilustra o fluxo de produção, os equipamentos e os insumos necessários para produção de 2,8Mta de aço.

Figura 42 – Fluxo de Produção de uma usina siderúrgica



A parte demarcada como flexibilidade de expansão relaciona os equipamentos necessários para exercer a opção de expansão e o produto final após

o exercício da opção – Bobina Laminada a Quente (HRC). Os demais equipamentos são necessários para a produção das placas, ou seja, não carregam a flexibilidade gerencial de expansão.

Conforme abordado ao longo desse estudo as macro etapas da TOR são as apresentadas na Figura 43.

Figura 43 – Macro Etapas do Estudo



Fonte: elaborado pelo autor.

4.1.1 Passo 1 – Caso Base

No Passo 1 será construído o modelo, contendo os investimentos necessários para implantação da planta industrial para produção de 2,8Mta de placas sem incluir o valor da flexibilidade de expansão. Serão levantados os custos operacionais, os preços do produto final e a produção total, de forma a calcular o fluxo de caixa livre do projeto. Os valores usados nos cálculos e projeções sofreram modificações no sentido de preservar a confidencialidade e propriedade intelectual da ArcelorMittal Tubarão. Contudo, foram tomados os devidos cuidados para que a qualidade das análises não sofresse com tais modificações.

Primeiramente foi elaborado o orçamento de investimento do projeto com base nos principais equipamentos, custo com montagem e construção civil. Esse orçamento foi estimado em 3,3 bilhões de dólares conforme detalhado no Quadro 12.

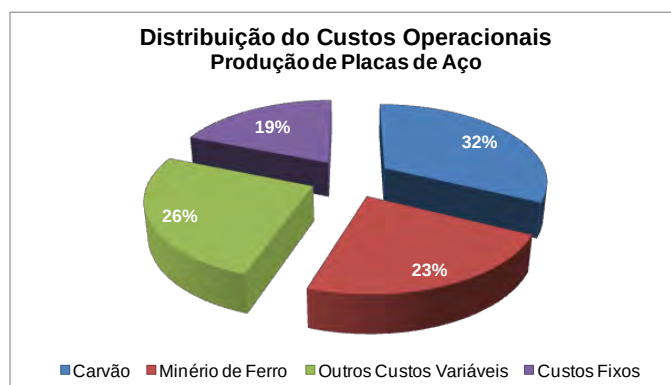
Quadro 12 - Orçamento de investimento – usina siderúrgica

<i>Unidade</i>	<i>Total (US\$)</i>
Área de Matérias Primas	400.000
Coqueria	300.000
Sinterização	200.000
Alto-Forno	500.000
Aciaria	600.000
Lingotamento Contínuo	300.000
Termo Elétrica	200.000
Utilidades	300.000
Sistema rodoviário	50.000
Sistema ferroviário	200.000
Galpões Industriais	10.000
Preparação do terreno	200.000
Escritórios, Laboratórios e Prédios Adm.	10.000
Rede externa Alta Tensão	5.000
Adutora de água	20.000
Instalações Temporárias	5.000
Total Geral	3.300.000

Fonte: elaborado pelo autor.

Antes de calcular o valor do VPL tradicional é necessário identificar quais variáveis serão consideradas como estocásticas no modelo. Identificadas as variáveis, recorre-se a técnicas econométricas para encontrar o modelo que melhor se ajusta aos dados históricos.

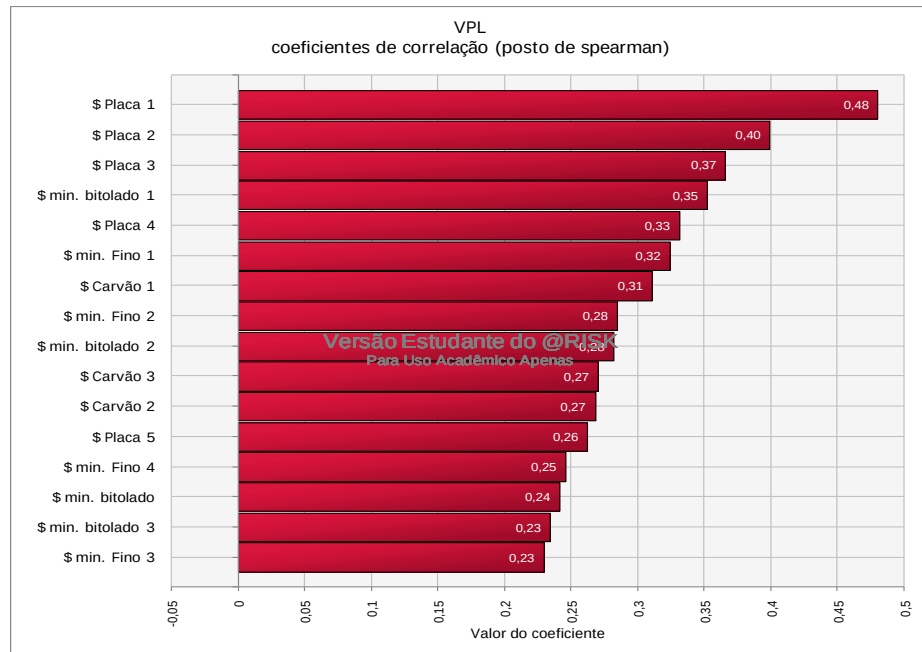
A Figura 44 traz a separação dos custos fixos e variáveis com um destaque para os custos com matéria prima – carvão e minérios de ferro. Observa-se que essas duas variáveis totalizam 55% dos custos totais de produção. Em função disso, essas duas variáveis serão definidas como variáveis críticas, e serão tratadas como variáveis estocásticas sujeitas a riscos.

Figura 44 – Distribuição de Custos Operacionais

Fonte: elaborado pelo autor.

Além das variáveis de entrada – custo com carvão e minério de ferro – o preço de venda das placas também será considerado como variável crítica, conforme se pode concluir ao analisar o gráfico tornado da Figura 45.

Figura 45 – Variáveis Críticas para análise do VPL



Fonte: elaborado pelo autor

Uma vez definidas as variáveis críticas é possível construir o modelo econométrico, com base nos dados históricos, para projetar os valores futuros esperados das variáveis, por exemplo, o preço do minério de ferro nos próximos cinco (05) anos. Conforme apresentado no referencial teórico, o modelo de previsão ARIMA é muito utilizado quando se trata de análise de variáveis econômicas. Porém, após uma série de testes, chegou-se a conclusão de que as séries temporais que representam as variáveis em estudo não se encaixam em nenhum modelo do tipo ARIMA, isso pode ser atribuído a alguns fatores:

- i. Poucos dados para análise;
- ii. Forte influência do ambiente externo.

Desta forma, considerou-se que as variáveis possuem um comportamento estacionário que variam em torno da média. Conforme já descrito no referencial teórico, não é o objetivo principal a construção do modelo de previsão e acredita-se que o modelo de previsão usado não afetará de forma considerável os resultados do estudo.

De posse dos preços futuros previstos pelo modelo econométrico de previsão e da composição dos custos e faturamento para produção de placas de aço, é possível construir a tabela para calcular o VPL tradicional do projeto baseado no fluxo de caixa descontado pela taxa de 12%aa, conforme apresentado na Figura 46.

Figura 46 – Análise do VPL Tradicional

RECEITAS	Quantidade	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5	Ano 6	...	Ano 20
Venda Placa	2.800.000	Preço Unit	500	500	500	500	500	500		500
		@risk	-	-	-	-	-	-	-	-
		Média	0	0	0	0	0	0	0	0
		Desv. Pad	178	178	178	178	178	178	178	178
		Receita Total	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000	1.400.000.000
CUSTO VARIÁVEL			226	226	226	226	226	226		226
Minério de Ferro										
Fino	2.950.000	Preço Unit	48	48	48	48	48	48		48
		@risk	-	-	-	-	-	-	-	-
		Média	0	0	0	0	0	0	0	0
		Desv. Pad	14	14	14	14	14	14	14	14
		Custo / Ton	51	51	51	51	51	51	51	51
Bitolado / Pelota	1.400.000	Custo Total	141.600.000	141.600.000	141.600.000	141.600.000	141.600.000	141.600.000		141.600.000
		Preço Unit	68	68	68	68	68	68	68	68
		@risk	-	-	-	-	-	-	-	-
		Média	0	0	0	0	0	0	0	0
		Desv. Pad	26	26	26	26	26	26	26	26
Carvão	1.300.000	Custo / Ton	34	34	34	34	34	34	34	34
		Custo Total	95.200.000	95.200.000	95.200.000	95.200.000	95.200.000	95.200.000	95.200.000	95.200.000
		Preço Unit	166	166	166	166	166	166	166	166
		@risk	-	-	-	-	-	-	-	-
		Média	0	0	0	0	0	0	0	0
Outros Custos variáveis		Desv. Pad	66	66	66	66	66	66	66	66
		Custo / Ton	77	77	77	77	77	77	77	77
		Custo Total	215.800.000	215.800.000	215.800.000	215.800.000	215.800.000	215.800.000	215.800.000	215.800.000
		Custo / Ton	64	64	64	64	64	64	64	64
		Custo Total	179.200.000	179.200.000	179.200.000	179.200.000	179.200.000	179.200.000	179.200.000	179.200.000
CUSTOS FIXOS			80	80	80	80	80	80		80
		Custo / Ton	80	80	80	80	80	80		80
		Custo Total	224.000.000	224.000.000	224.000.000	224.000.000	224.000.000	224.000.000		224.000.000
CUSTOS TOTAIS			306	306	306	306	306	306		306
		Custo / Ton	306	306	306	306	306	306		306
		Total	855.800.000	855.800.000	855.800.000	855.800.000	855.800.000	855.800.000		855.800.000
MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO										
\$			274	274	274	274	274	274		274
		%	55%	55%	55%	55%	55%	55%		55%
EBITDA										
\$			544.200.000	544.200.000	544.200.000	544.200.000	544.200.000	544.200.000		544.200.000
		%	39%	39%	39%	39%	39%	39%		39%
Depreciação										
\$			(112.000.000)	(112.000.000)	(112.000.000)	(112.000.000)	(112.000.000)	(112.000.000)		(112.000.000)
		%	39%	39%	39%	39%	39%	39%		39%
EBIT										
\$			432.200.000	432.200.000	432.200.000	432.200.000	432.200.000	432.200.000		432.200.000
		%	39%	39%	39%	39%	39%	39%		39%
Imposto Renda / Contr. Social										
\$			(146.948.000)	(146.948.000)	(146.948.000)	(146.948.000)	(146.948.000)	(146.948.000)		(146.948.000)
		%	39%	39%	39%	39%	39%	39%		39%
Lucro Líquido										
\$			285.252.000	285.252.000	285.252.000	285.252.000	285.252.000	285.252.000		285.252.000
		%	39%	39%	39%	39%	39%	39%		39%
Investimento Ano 0										
FCL	0	\$ 2.800.000.000								
		\$ (2.800.000.000)								
VP do Fluxo de Caixa do Projeto										
\$			397.252.000	397.252.000	397.252.000	397.252.000	397.252.000	397.252.000		397.252.000
			354.689.286	316.686.862	282.756.127	252.460.828	225.411.453	201.260.226		41.181.830

Dados / Premissas

Taxa de IR e Contribuição Social	34%
Taxa de Depreciação	4%
Taxa de Desconto	12%

Indicadores Econômicos

VPL	R\$ 167.251.419
TIR	12,9%

Fonte: elaborado pelo autor.

Ao analisar o resultado calculado do VPL e a TIR pode-se observar que estes não estão num patamar confortável para tomada de decisão fácil. Nota-se que a TIR é praticamente igual à taxa de desconto de 12%. Nesse cenário a teoria de

opção reais se encaixa perfeitamente, como afirma Copeland, “é na tomada de decisões difíceis – aquelas em que o VPL está próximo de zero – que o valor adicional da flexibilidade faz grande diferença”. (COPELAND, 2002, p.14).

4.1.2 Passo 2 – Modelando as Incertezas

Uma vez definido o valor do VPL, usando o modelo tradicional de desconto do fluxo de caixa, o segundo passo é modelar as incertezas a partir da simulação de Monte Carlo associada às variáveis críticas – preço de placa, minério fino, minério bitolado e carvão e os desvios padrão definidos pelo modelo econométrico.

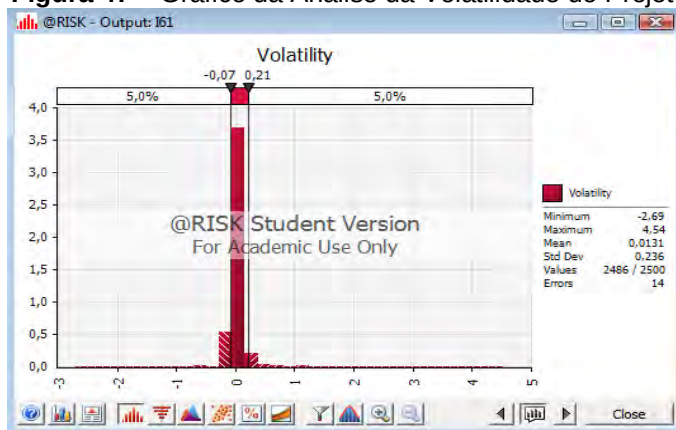
Como foi descrito no referencial teórico, os valores definidos pelo modelo de previsão estão sempre associados a um desvio padrão do tipo ruído branco que é representado por uma distribuição normal de média zero e desvio padrão σ^2 . Ou seja, cada uma das variáveis críticas possui um valor estimado ao longo dos anos e um desvio padrão associado.

Através do aplicativo @risk, é possível simular os valores das variáveis críticas, usando a Simulação de Monte Carlo, chegando a diferentes valores do VPL e, conseqüentemente, a diversos valores de z, representados pela Fórmula abaixo.

$$z = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right)$$

Onde $PVCF_i$ é o valor presente dos fluxos de caixa futuros em diferentes valores de t. O desvio padrão do valor de z simulado nada mais é do que a medida de volatilidade do projeto em questão, que foi igual a 23,6%, conforme demonstrado na Figura 47.

Figura 47 – Gráfico da Análise da Volatilidade do Projeto



Fonte: elaborado pelo autor.

Para se chegar ao valor do desvio padrão de 23,6%, o software @risk simulou 50.000 valores diferentes para cada variável crítica que por sua vez impactaram diretamente no valor do VPL do projeto.

4.1.2.1 Construindo a Árvore de Eventos

A partir da volatilidade do projeto, ou seja, do valor do desvio padrão calculado, usando o software @risk, é possível calcular os parâmetros para construção da árvore de eventos. Parâmetros esses já detalhados ao longo desse trabalho e demonstrados pelas equações abaixo.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u$$

$$p = \frac{e^r - d}{u - d}$$

Os valores u e d calculados representam respectivamente os movimentos ascendentes e descendentes do preço do ativo objeto, no caso desse estudo, o valor presente – VP do projeto. A variável p , calculada a partir de u e d , é a probabilidade neutra em relação ao risco no movimento ascendente e o $1 - p$ para o movimento descendente.

De posse de todas as variáveis necessárias e da vida da opção em anos, no caso desse estudo dez anos, construiu-se a árvore de eventos do valor presente do projeto, conforme demonstrado na Figura 48.

Figura 48 – Árvore de eventos do valor presente do projeto

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	167.000	214.432	275.336	353.539	453.953	582.887	748.442	961.019	1.233.972	1.584.452	2.034.476
1		130.060	167.000	214.432	275.336	353.539	453.953	582.887	748.442	961.019	1.233.972
2			101.291	130.060	167.000	214.432	275.336	353.539	453.953	582.887	748.442
3				78.885	101.291	130.060	167.000	214.432	275.336	353.539	453.953
4					61.436	78.885	101.291	130.060	167.000	214.432	275.336
5						47.846	61.436	78.885	101.291	130.060	167.000
6							37.263	47.846	61.436	78.885	101.291
7								29.020	37.263	47.846	61.436
8									22.601	29.020	37.263
9										17.602	22.601
10											13.708

Fonte: elaborado pelo autor.

4.1.3 Passo 3 – Construindo a Árvore de Decisão

Conforme descrito no trabalho, existem muitas Opções Reais nos projetos siderúrgicos, porém esse estudo se limitará a calcular o valor da Opção Real de

Expansão a partir da construção de uma nova unidade operacional que transforma as placas produzidas em bobinas laminadas a quente, produto esse de maior valor agregado. A Opção de Expansão é a mais adequada, uma vez que esta é uma prática muito comum no setor siderúrgico, onde os investimentos em ativos imobilizados são bastante expressivos, levando a alta direção a preferir tomar decisões em etapas.

O preço de exercício, ou seja, o valor que precisará ser desembolsado para obter o benefício – prêmio, nada mais é do que o investimento necessário para a construção da nova unidade operacional, o Laminador de Tiras a Quente – LTQ. De forma semelhante à que foi construída o orçamento apresentado para a usina siderúrgica, foi elaborado um orçamento para o LTQ, chegando-se a um valor de 1,0 Bilhão de dólar. Ou seja, para conseguir produzir um produto de maior valor agregado o investidor terá que pagar o valor de US\$ 1,0Bi.

Não se pode negar que um investimento de US\$ 1,0Bi é bastante expressivo, mas em se tratando do setor siderúrgico essa cifra é bastante comum e o benefício financeiro que pode ser alcançado por se produzir um produto mais nobre na cadeia produtiva é significativo. Utilizando dados históricos médios, chegou-se aos seguintes valores de retorno financeiro para cada um dos produtos finais:

$$\text{EBTIDA placa} = \text{US\$ } 156,00 / \text{t}$$

$$\text{EBTIDA Bobina} = \text{US\$ } 373,00 / \text{t}$$

Uma razão de crescimento da ordem de 234% sobre o faturamento final. É esse valor de 234%, o benefício conseguido pela empresa ao pagar o prêmio.

O processo de construção dessa árvore de decisão ocorre de traz para frente, partindo-se dos nós finais do projeto. Esses retornos são definidos a partir das seguintes Equações:

- No exercício (nós finais)

$$\text{Máximo } [(Fator \text{ Expansão}).S_0u^{10} - X; S_0u^{10}]$$

- Se, $(Fator \text{ Expansão}).S_0u^{10} - X < S_0u^{10} \rightarrow \text{Prossegue}$
- Se, $(Fator \text{ Expansão}).S_0u^{10} - X > S_0u^{10} \rightarrow \text{Expande}$

- Nós intermediários (exemplo Nó 5)

$$\text{Máximo } [(p.C_u + (1-p).C_d) / r; (Fator \text{ Expansão}).S_0u^5 - X]$$

- $[(p.C_u + (1-p).C_d) / r] \geq (Fator \text{ Expansão}).S_0u^5 - X \rightarrow \text{Prossegue}$

$$- \quad [(p.C_u + (1-p).C_d) / r < (\text{Fator Expansão}).S_0u^5 - X] \rightarrow \text{Expande}$$

Figura 49 – Árvore de decisão do valor presente do projeto

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	320.037	425.437 Expande	565.239 Expande	750.073 Expande	993.469 Expande	1.312.461 Expande	1.728.300 Expande	2.267.333 Expande	2.962.267 Expande	3.854.346 Expande	4.997.669 Expande
1		200.582 Expande	267.443 Expande	357.665 Expande	479.477 Expande	643.802 Expande	864.916 Expande	1.161.052 Expande	1.554.703 Expande	2.072.126 Expande	2.741.067 Expande
2			123.643 Expande	162.084 Expande	213.790 Expande	283.951 Expande	380.046 Expande	512.947 Expande	698.582 Expande	960.459 Expande	1.333.504 Expande
3				83.377 Expande	105.909 Expande	134.632 Expande	171.305 Expande	218.220 Expande	278.375 Expande	355.727 Expande	455.531 Expande
4					64.974 Continua	82.269 Continua	104.167 Continua	131.893 Continua	167.000 Continua	211.451 Continua	267.734 Continua
5						51.315 Continua	64.974 Continua	82.268 Continua	104.167 Continua	131.893 Continua	167.000 Continua
6							40.528 Continua	51.316 Continua	64.974,4 Continua	82.269 Continua	104.167 Continua
7								32.008 Continua	40.528 Continua	51.316 Continua	64.974 Continua
8									25.280 Continua	32.008 Continua	40.528 Continua
9										19.965 Continua	25.280 Continua
10											15.768 Continua

Fonte: elaborado pelo autor.

4.1.4 ROA

De posse das duas árvores – Árvore de Eventos do VP e Árvore de Decisão, conclui-se que o valor do projeto chega a US\$ 320 milhões quando a opção de expansão é colocada na árvore de decisão, onde as decisões poderão ser tomadas de forma ótima a cada tempo. Assim pode-se calcular o valor da opção de expansão da seguinte forma:

$$VPLf = VPLt + VOR$$

$$320 = 167 + VOR$$

$$VOR = \text{US\$ } 153 \text{ Milhões}$$

Onde,

VPLf = VPL levando em consideração a flexibilidade de expansão futura;

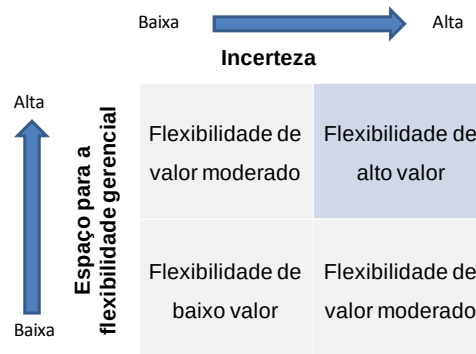
VPLt = VPL tradicional;

VOR = Valor da opção real

O VOR de US\$ 153 milhões expressa de forma numérica quanto vale a opção de expansão para uma siderúrgica, esse valor é bastante significativo, pois representa 47% do valor esperado do projeto quando comparado com o valor esperado do projeto com a flexibilidade, ou seja, em se tratando de uma usina siderúrgica a flexibilidade gerencial tem muito valor. Isso pode ser explicado uma vez que no setor siderúrgico é um segmento onde as incertezas são grandes e

existe bastante espaço para flexibilidade gerencial, potencializando assim o valor da flexibilidade, isso é ilustrado na Figura 50.

Figura 50 - Abordagem geral: um processo em quatro etapas



Fonte: Adaptado pelo Autor - Copeland e Antikarov (2003).

5 CONCLUSÕES

Ao analisar a aplicação da metodologia da Teoria de Opções Reais em um projeto de investimento de uma usina siderúrgica, conclui-se que o objetivo principal desse trabalho foi alcançado e somado a esse objetivo, os objetivos específicos também foram atingidos com sucesso, como se segue:

- Após as análises feitas, identificaram-se as variáveis de entrada que mais afetam o resultado final de um projeto de investimento do setor siderúrgico – VPL;
- Utilizando as variáveis de entrada foi calculado o valor esperado do projeto, partindo do modelo tradicional de análise de investimento;
- Extrapolando o modelo tradicional de análise de investimento foi aplicada a Teoria de Opções Reais, chegando-se assim ao Valor Esperado do Projeto, levando-se em consideração a flexibilidade de expansão;
- Por fim, foi possível comparar os resultados do Valor Esperado do Projeto nos dois modelos de análise.

Pelos resultados alcançados, pode se concluir, em consonância com o referencial teórico, que o modelo tradicional de análise de investimento é incompleto, apesar de não estar errado. A questão é que o modelo desconsidera questões importantes, tais como: capacidade dos gestores de tomar decisões ao longo da vida do projeto e as mudanças de cenários.

Assim como na vida real, os projetos de investimento são como um jogo, em que a cada rodada, a situação pode mudar e todos precisam estar preparados para se adequar à nova realidade, usando para isso sua capacidade de escolha dentre as possibilidades reais – flexibilidades.

Verifica-se no trabalho que se o gestor tomasse a decisão apenas baseado no resultado do VPL tradicional estaria simplesmente desprezando US\$ 153 milhões, o que poderia levá-lo a descartar o projeto e, por conseguinte, a deixar uma brecha para os concorrentes entrarem no mercado. A decisão de entrar ou não em um projeto é de suma importância principalmente no setor siderúrgico uma vez que os projetos demandam muito capital e tempo (mais de 5 anos) para conclusão. Assim, uma decisão errada pode custar a redução significativa da participação no

mercado – *market share*. O Quadro 13 apresenta uma comparação dos principais parâmetros:

Quadro 13 – Resultado Comparativo: Modelo Tradicional X ROA			
Item	Modelo Tradicional		ROA
VPL	US\$ 167 Milhões		US\$ 320 Milhões
Cenários	Conservador	/	Simulação de 50.000
	Moderado / Agressivo		cenários
Flexibilidade	Inexistente		Flexibilidade de expansão a partir de uma unidade de produção que aumenta o valor agregado do produto.

Fonte: elaborado pelo autor.

Concluindo o trabalho a pergunta se o modelo tradicional de análise de investimento pode ser usado para avaliar um grande projeto do setor siderúrgico é respondida. O fato é que esse modelo não atende a necessidade e a complexidade existente nesse tipo de projeto, principalmente por se tratar de projetos onde existem muitas variáveis e as mudanças são constantes.

Ao fim desse estudo, fica como proposta de um trabalho futuro o desenvolvimento de um modelo econométrico de previsão dos valores das variáveis críticas utilizadas nos cálculos do VPL. O modelo de previsão utilizado foi uma simplificação de um modelo econométrico à medida que considerou que as variáveis são estacionárias e que variam em torno de sua média, fato este que não é totalmente verídico, pois é sabido que ao longo do tempo mudanças na economia causam choques consideráveis nos valores das variáveis.

REFERÊNCIAS

- ANTONIK, Luis Roberto; ASSUNÇÃO, Márcio da Silva. **Análise de investimentos pelo método de opções reais**. Disponível em: <http://www.fae.edu/publicacoes/pdf/IIseminario/gestao/gestao_04.pdf>. Acesso em: 30 out. 2008.
- BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **The Journal of Political Economy**. [s.l], v. 81, n. 3, p. 637-654, maio/jun. 1973.
- BRASIL, Haroldo Guimarães, Et al. **Opções reais conceitos e aplicações a empresas e negócios**. São Paulo: Saraiva, 2007.
- BRIGHAM, F. Eugene; GAPENSKI, C. Louis; EHRHARDT, C. Michael. **Administração financeira teoria e prática**. São Paulo: Atlas, 2001.
- BRUNI, Adriano Leal; FAMA, Rubens; SIQUEIRA, José de Oliveira. Análise do risco na avaliação de projetos de investimento: uma aplicação do método de Monte Carlo. **Caderno de Pesquisas em Administração**. São Paulo, v.1, n. 6, p. 62-75. jan./mar. 1998.
- BUENO, Rodrigo de Losso da Silveira. **Econometria de séries temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- COPELAND, Thomas E. The Firm as a Three-Layer Cake - Optimal Investment and Financial Structure. **Draft of paper for Stollfest**, v. 21, jul. 2007. Disponível em: <<http://www.realloptions.org/Academic/Draft%20of%20paper%20for%20Stollfest%20v21.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2008.
- COPELAND, Tom; ANTIKAROV, Vladimir. **Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimento**. São Paulo: Campos, 2002.
- COPELAND, Tom; ANTIKAROV, Vladimir. **Real option: a practitioner's guide**. New York: Cengage Learning, 2003.
- CORRAR, Luiz João. O modelo econômico da empresas em condições de incerteza aplicação do método de simulação de Monte Carlo. **Caderno de Estudos FIECAFI**. n. 8, São Paulo, abr. 1993.
- COX John C.; ROSS Stephen A.; RUBINSTEIN, Mark. Option pricing: a simplified approach. **Journal of Financial Economics**. [s.l], v. 7, n. 3, p. 229-263, set. 1979.
- CRYER, Jonathan D., CHANM Kung-Sik. **Time Series Analysis With Application in R**. 2. ed. New York: Springer, 2008.
- CUZZUOL, Joeli. **Gestão de estoque de carvão: estudo de caso numa empresa siderúrgica integrada**. João Pessoa: UFPB, 2008. 100f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção / UFPB.

DEZEN, Francisco José. **Opções reais aplicadas à escolha de alternativa tecnológica para o desenvolvimento de campos marítimos de petróleo 2001**. 100f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências, 2001.

DICKEY, David A. and FULLER, Wayne A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366 (jun.1979), p. 427-431 (article consists of 5 pages) Published by: American Statistical Association Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2286348>

EVANGELISTA, Mário Luiz Santos. **Estudo comparativo de análise de investimento em projetos entre o método vpl e o de opções reais: o caso cooperativa de crédito – SICREDI Noroeste**. 2006. 162f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

FÉLIX, Elisabete Gomes Santana. **Opções reais: tipologias e sua avaliação** Disponível em: <http://www.ti.usc.es/lugo-xiii-hispano-lusas/pdf/04_FINANZAS/01_felix.pdf>. Acesso em: 21 set. 2008.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria básica**. 4. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2006.

HILL, Carter; GRIFFITHS, William; JUDGE, George. **Econometria**. São Paulo: Saraiva, 1999.

IBÁÑEZ, Alfredo. Robust Pricing of the American Put Option: A Note on Richardson Extrapolation and the Early Exercise Premium. **Management Science**. [s.l], v. 49, n. 9, p. 1210-1228, set. 2003.

IBS - INSTITUTO BRASILEIRO DE SIDERURGIA. **Estatísticas 2007**. Disponível em: <http://www.ibs.org.br/estatisticas_setembro_2008.asp> Acesso em: 26 out. 2008.

IBS - INSTITUTO BRASILEIRO DE SIDERURGIA. (2007) **Siderurgia: Investimentos e Expansão da Produção**. Disponível em: <http://www.ibs.org.br/downloads/Folder_Investimento_IBS.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2008.

KADUKULA, Prasad; PAPUDESU, Chandra. **Project Valuation Using Real Option: a practitioner's guide**. Florida: J. Ross Publishing, 2006.

LIMA, Márcio Botelho da Fonseca, SILVA, Luiz Bueno da, GOMES, Ildo Fernandes. Metodologias Prospectivas e o Desenvolvimento de um Modelo Auto-Regressivo para Previsão de Demanda numa Indústria de Plástico. **Revista Gestão Industrial**. Campos Ponta Grossa, v. 04, n. 02, p. 74-88, 2009.

LEVINE, David M., et al. **Estatística: teoria e aplicações práticas usando o Micorsoft® Excel em Português**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

LOPES, Alexandre Broedel. et al. **Curso de mercado financeiro: tópicos especiais**. São Paulo: Atlas, 2006.

MARCONI, Maria de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MARTINS, Lopo Antônio; CASTRO, Miguel Angel Rivera; GOMES, Sonia Maria da Silva. As opções reais aplicadas no orçamento de capitais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 14, 2007, João Pessoa. **Anais...** João Pessoa, 2007.

MORETTIN, Pedro A., TOLOI, Clélia M. C. **Análise de séries temporais**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2006.

MATOS, Orlando Carneiro de. **Econometria Básica Teoria e Prática**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 1997.

PAIXÃO, Roberto Brasileiro; BRUNI, Adriano Leal; WOUTERS, Sílvia Juarez. **Aperfeiçoando decisões de investimento em condições de risco com o uso do método de Monte Carlo**: um estudo no setor petroquímico. Disponível em: <<http://www.ead.fea.usp.br/semead/8semead/resultado/trabalhosPDF/69.pdf>>. Acesso em: 22 out, 2008.

PAMPLONA, Edson Oliveira; SILVA, Wander Fonseca. **Contribuição da simulação de Monte Carlo na projeção de cenários de custos na área de laticínios**. Disponível em: <http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/Artwandercongcus05.pdf>>. Acesso em: 23 out. 2008.

ROESCH, Sylvia Maria Azevedo. **Projetos de estágio e de pesquisa em administração**. São Paulo: Atlas, 1999.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. **Administração Financeira**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

RUBINSTEIN, Mark. Implied Binomial Trees. **The Journal of Finance**. Boston, Massachusetts, v. 49, n. 3, p. 771-818, jul. 1994.

RUBINSTEIN, Mark. Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 Through August 31, 1978. **The Journal of Finance**. [s.l.], v. 40, n. 2, p. 455-480, jun. 1985.

SASTRI, Tep. A State Space Modeling Approach for Time Series Forecasting. **Management Science**. [s.l.], v. 31, n. 11, p. 1451-1470, nov., 1985.

SECURATO, José Roberto. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo: Atlas, 1996.

SILVA, Bruno Nogueira; GOMES, Lima Leonardo; MEDEIROS, Loureiro Rodrigo. Análise de risco de projetos de desenvolvimento de produção marítima de petróleo: um estudo de caso. **Brazilian Business Review**, Vitória, v. 3 n. 02, p. 229-244, 2006.

SIQUEIRA, José Oliveira. **Determinação entrópica do preço racional da opção européia simples ordinária sobre ação e bond**: uma aplicação da teoria em finanças em condição de incerteza. 1999. 333f. Tese (Doutorado em Administração de Empresa). Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

SHINODA, Carlos. **Viabilidade de projetos de investimento em equipamentos com tecnologia avançada de manufatura**: estudo de múltiplos casos na siderurgia brasileira. 2008. 178f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOUZA, Marco Antônio Dias. **Programação de enformamento a quente de placas**: estudo de caso de uma empresa siderúrgica brasileira. 2008. 162f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal da Paraíba PPGEPP/CT/ UFPB, 2008.

SUEN, Alberto Sanyuan; KIMURA, Hebert. A teoria de opções e suas implicações na remuneração de traders no mercado financeiro. **Caderno de Pesquisa em Administração**. São Paulo, v.1, n.4, p. 26-36, jan./mar. 1997.

TRIGEORGIS, L. Evaluating leases with complex operating options. **European Journal of Operational Research**. [s.l.], v. 91, n 2, p. 315-329, jun. 1996.