



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

JULYANA KELLY TAVARES DE ARAUJO

OTIMIZAÇÃO SOB-RESTRICÇÕES PROBABILÍSTICAS:
Teoria e Aplicações

JOÃO PESSOA
2012

JULYANA KELLY TAVARES DE ARAUJO

**OTIMIZAÇÃO SOB RESTRIÇÕES PROBABILÍSTICAS:
Teoria e Aplicações**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção– PPGEPP do Centro de Tecnologia – CT da Universidade Federal da Paraíba.

Área de concentração:
Pesquisa Operacional

Professor orientador:
Prof. Dr. Roberto Quirino do Nascimento

A663o Araújo, Julyana Kelly Tavares de

Otimização sob restrições probabilísticas: teoria e aplicações. / Julyana Kelly Tavares de Araújo. – João Pessoa, 2012.

87f.: il.

Orientador: Prof. Roberto Quirino do Nascimento, Dr.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – PPGEPP - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção/ CT - Centro de Tecnologia/ UFPB - Universidade Federal da Paraíba.

1. Otimização Probabilísticas 2. Incertezas no Processo 3. Distribuição de Poisson 4. Serviços de Atendimento Médico de Urgências I. Título.

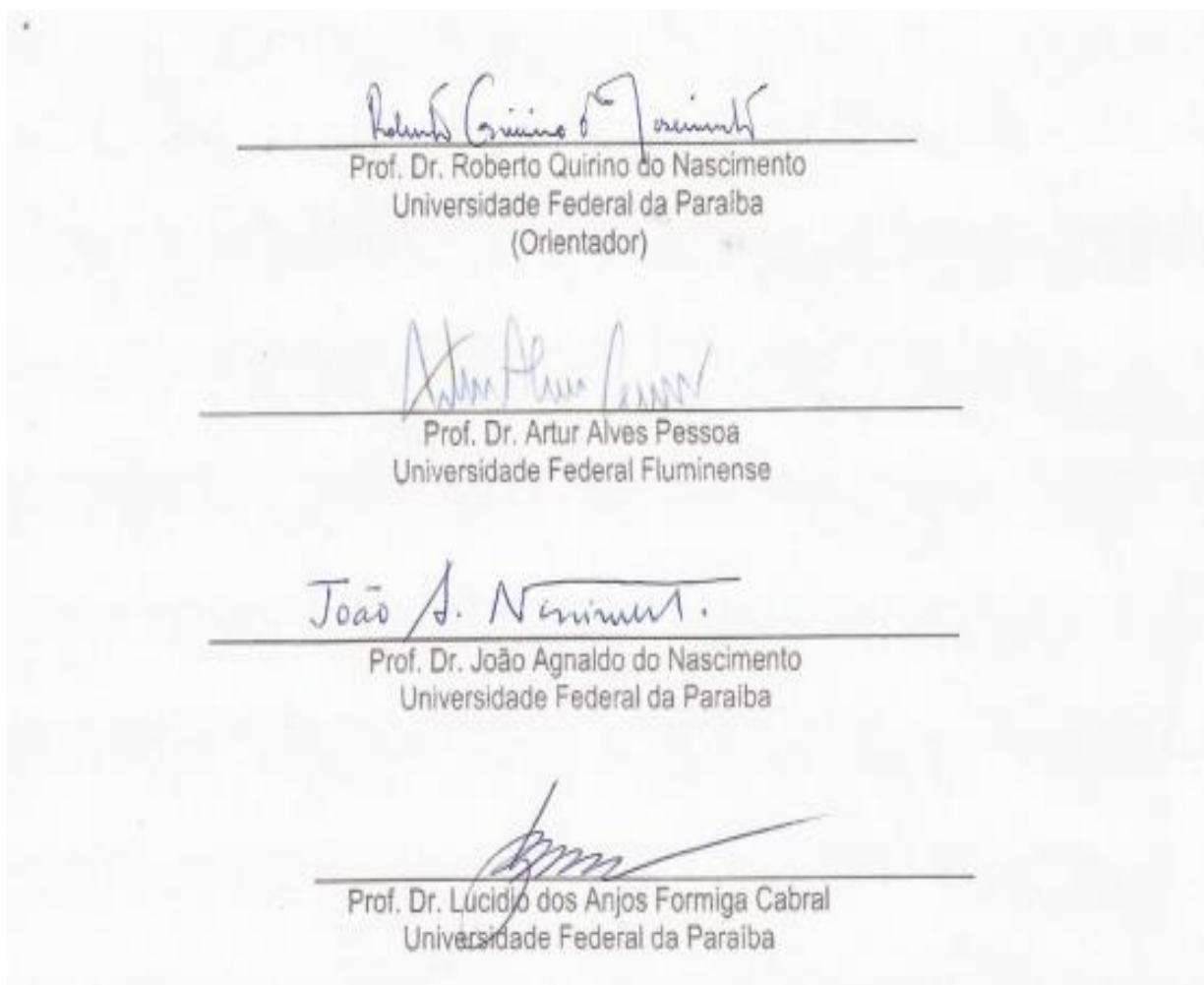
CDU:658.5(043)

JULYANA KELLY TAVARES DE ARAUJO

**OTIMIZAÇÃO SOB RESTRIÇÕES PROBABILÍSTICAS:
Teoria e Aplicações**

Dissertação julgada e aprovada em de de 2012 como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal da Paraíba.

BANCA EXAMINADORA



AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me revestido de sua sabedoria e discernimento, virtudes estas que me proporcionaram o conhecimento necessário para findar esse trabalho.

Ao meu orientador, Roberto Quirino do Nascimento, que acreditou em mim e me apoiou diante das minhas limitações pessoais bem como acadêmicas.

Ao meu eterno professor João Agnaldo do Nascimento que sempre me motivou durante toda a trajetória da minha vida acadêmica.

À Andrea Vanessa Rocha, uma pessoa que conheci melhor durante a construção desta pesquisa e sempre se mostrou disposta para tirar as minhas dúvidas.

Ao meu esposo André Araújo Lucena, que demonstrou companheirismo durante todo o Mestrado.

Aos meus pais Judas Tadeu de Araújo (*in memória*) e Maria das Graças Tavares de Araújo, pessoas maravilhosas que sempre me incentivaram, até no momento que eu nem acreditava que esse trabalho seria possível.

Aos meus irmãos, Tardelly, Julynha e Thalles que sempre me apoiaram e me incentivaram para findar esse trabalho.

*“Mesmo quando a visão se turva e o coração só chora,
mas na alma a certeza da vitória. “Posso tudo posso naquele que me fortalece”
Celina Borges*

RESUMO

Este trabalho apresenta uma abordagem de Otimização Probabilística (OP). Esse tipo de Otimização é utilizada para modelar incertezas e se tornou útil em diversas áreas do conhecimento. O objetivo principal deste trabalho foi apresentar a teoria de OP e, além disso, expor algumas aplicações nas áreas de Engenharia e Políticas Públicas. Vale ressaltar que tal ferramenta é muito interessante para Sistemas de Produção por existir incertezas inerentes ao processo. Assim, depois de apresentada tal teoria, com o intuito de melhor compreender a melhor a ferramenta de OP, este trabalho, se propôs a aplicar tal técnica no Sistema de Produção dos Serviços de Atendimento Médico de Urgência (SAMU) da cidade João Pessoa usando o Modelo proposto por Beraldi et al.(2004). A aplicação serviu para definir a quantidade de ambulâncias necessárias para atender a demanda de João Pessoa, assim como os possíveis locais que as mesmas devem estar posicionadas. No entanto, para entender melhor sobre essa técnica e trabalhar com a mesma, é necessário um conhecimento prévio de Estatística, Matemática Aplicada e Computação. Portanto, este trabalho aborda as variáveis aleatórias discretas e contínuas, bem como conceitos de Funções de Probabilidade. Na parte da Matemática Aplicada, este trabalho aborda conceitos de Otimização Linear, Facility Location e funções log. côncavas. Quanto à computação foi utilizado MATLAB R007, Google Maps e CPLEX para realizar a aplicação do Modelo. A grande vantagem da utilização de OP é que a mesma oferece soluções viáveis cujo tomador de decisão tem a opção de escolher qual a melhor solução de acordo com sua realidade.

Palavras-chave: Otimização Probabilísticas. Incertezas no Processo. Distribuição de Poisson. Serviços de Atendimento Médico de Urgências.

ABSTRACT

This Project brings a Chance Constrained Programming substantial approaching (CCP). This kind of optimization is used to pattern uncertainties and became useful to all kind of knowledge areas. The project main idea was to show CCP's theories and beyond this to present some applications on Engineering and Public Politics areas. It is noteworthy to say that this tool is pretty important for the production systems because of its uncertainties process. So after showing the theory whose purpose is to comprehend the Chance Constrained Programming, this subject commits itself to apply such technique in Emergency Medical Care Production Services (SAMU) in João Pessoa using the proposed model from Beraldi et al. (2004). This application was really useful to define the necessary ambulances to supply João Pessoa's city as well as the local they must be. However, to understand this technique and also work with it it's necessary a previous knowledge of Statistics, Applied Mathematics and Computing. Therefore, this work emphasizes the continuous and discreet random variables, as well as the probabilistic functions and concepts. In Applied Mathematics, this work brings a Linear Optimization, Facility Location and log concave functions. Concerning to computing, it was used MATLAB R007, Google Maps and CPLEX to provide the model. The great benefit of using CCP is that it offers possible solutions to the person who chooses between them, according to the reality.

Key-words: Chance Constrained Programming. Uncertainties in Process. Poisson Distribution. Emergency Medical Care Production Services.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Transformação a restrição probabilística	22
Figura 2 - Distribuição do número de ocorrências do SAMU segundo a localização na cidade de João Pessoa	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Algumas contribuições teóricas para a ferramenta otimização probabilística	37
Quadro 2 - Distribuição das ambulâncias posicionadas para atender as chamadas de ocorrências no Município de João Pessoa	50
Quadro 3 - Medidas descritivas das ocorrência e seus respectivos resultados do teste de aderência à distribuição de Poisson	56
Quadro 4 - Candidatos para posicionar ambulâncias. (<i>cenário 1</i>).....	58
Quadro 5 - Número de ocorrências esperada de cada bairro (<i>cenário 1</i>)	58
Quadro 6 - Distribuição de cada posto de acordo com local de ocorrência segundo a quantidade de chamadas, distância e o tempo (<i>cenário 1</i>)	59
Quadro 7 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo correspondente a cada candidatos a posto. (<i>cenário 1</i>)	61
Quadro 8 - Candidatos para posicionar ambulâncias.....	63
Quadro 9 - número de ocorrências esperada de cada bairro	64
Quadro 10 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo.....	64
Quadro 11 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto	65
Quadro 12 - Bairro candidatos para posicionar ambulâncias	66
Quadro 13 - número de ocorrências esperada de cada bairro	67
Quadro 14 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo.....	67
Quadro 15 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto	68
Quadro 16 - Comparação das soluções encontradas para a redistribuição de ambulâncias do SAMU para atender a cidade de João Pessoa.....	69
Quadro 17 - Candidatos para posicionar ambulâncias (<i>cenário 4</i>).....	77
Quadro 18 - número de ocorrências esperada de cada bairro (<i>cenário 4</i>).....	77
Quadro 19 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo. (<i>cenário 4</i>).....	78
Quadro 20 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto (<i>cenário 4</i>).....	79
Quadro 21 - Candidatos para posicionar ambulâncias (<i>cenário 5</i>).....	80
Quadro 22 - número de ocorrências esperada de cada bairro (<i>cenário 5</i>)	81
Quadro 23 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo (<i>cenário 5</i>).....	82
Quadro 24 - número de ocorrências esperada de cada bairro (<i>cenário 5</i>).....	83
Quadro 25 - Candidatos para posicionar ambulâncias (<i>cenário 6</i>).....	85
Quadro 26 - número de ocorrências esperada de cada bairro (<i>cenário 6</i>).....	85

Quadro 27 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo. (<i>cenário 6</i>).....	86
Quadro 28 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto (<i>cenário 4</i>).	87

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	11
1.1 Justificativa	15
1.2 Objetivos	17
1.2.1 Objetivo Geral.....	17
1.2.2 Objetivos Específicos.....	17
1.3 Organização da Dissertação	18
CAPÍTULO 2 - OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICAS	19
2.1 Determinísticos equivalentes para distribuições aleatórias contínuas	23
2.2 Determinísticos equivalentes para distribuições aleatórias discretas	28
2.2.1 Pontos eficientes.....	28
2.3 Otimização probabilística com restrição probabilística conjunta (OPRC)	32
CAPÍTULO 3 - APLICAÇÕES EM ALGUNS PROBLEMAS REAIS ENVOLVENDO OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICA	38
3.1 Aplicação na complexidade do sistema ambiental	38
3.2 Problema de planejamento da cadeia de fornecimento de multiprodutos sob incertezas	40
3.3 Otimização Probabilística aplicada para resolver o problema de refinaria de rede de Hidrogênio	41
3.4 Otimização na Gestão Agrícola usando restrições Probabilística	42
CAPÍTULO 4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	44
CAPÍTULO 5 - EXPERIMENTO COMPUTACIONAL– APLICAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICA NO FUNCIONAMENTO DOS SERVIÇOS DE ATENDIMENTOS MÓVEIS DE URGÊNCIAS (SAMU)	45
5.1 O SAMU do Município de João Pessoa	50
5.2 Informações para construção do Modelo	51
5.2.1 Os dados.....	51
5.2.2 Distribuição de freqüências.....	52
5.2.3 Determinação do valor da função de distribuição inversa.....	52
5.2.4 Pontos de demandas distribuídos por bairro e os cálculo das distâncias.....	52
5.2.5 Função objetivo do modelo.....	53
CAPÍTULO 6 - RESULTADOS E DISCUSSÃO DO ESTUDO DE CASO	55
CAPÍTULO 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
REFERÊNCIAS	74
ANEXO - Quadros do Capítulo 6	77

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Programação linear é uma técnica da teoria de otimização fundamental para o planejamento de diversas áreas do conhecimento. Não é permitido estimar com precisão ou prever medidas com os modelos da programação linear, uma vez que essa técnica utiliza apenas funções lineares, igualdades e desigualdades lineares, bem como coeficientes determinísticos. No entanto, há problemas que necessitam abordar incertezas, logo a programação linear não consegue modelá-los. Pode-se citar como exemplos para este tipo de problema, os problemas de otimização de processo, design industrial, sistemas agrícolas, sistema de transportes dentre outros. Esses problemas apresentam incertezas que os tornam complexos na tomada de decisão.

O que vem a ser uma incerteza? Segundo Aurélio Buarque de Holanda, em seu dicionário a incerteza é definida como estado incerto. Observa-se que no ambiente produtivo nos deparamos com diversos estados incertos, por exemplo, o estado de uma demanda que varia no tempo, o tempo de produção de um determinado produto, tempo de execução de uma máquina, o custo unitário, dentre outros. Esses estados incertos interferem diretamente no custo de produção, bem como no planejamento da linha de produção, podendo acarretar danos para o sistema produtivo.

Li et al. (2006) afirma que as incertezas podem ser externas ou internas. Entendemos que incertezas externas são fatores aleatórios que ocorrem fora do ambiente produtivo, mas interferem no processo interno de produção ou na prestação do serviço. Podemos considerar como incertezas externas, fluxo de transportes, fornecimento de matéria-prima, demanda de cliente, preços, condições de mercado, condições climáticas, poluição de rios, dentre outras. As incertezas internas são fatores aleatórios inerentes ao processo de produção ou prestação de serviço, podemos citar como exemplos, o tempo de tarefa de uma máquina, tempo de setup (interrupção da produção para que os equipamentos fabris sejam ajustados), custo operacional, custo de energia, *lead time* (tempo de atravessamento), quantidade em estoque, dentre outras. Portanto, faz-se necessário a criação de um modelo matemático que quantifique tais incertezas.

Percebendo as incertezas presentes no problema de aquecimento de óleo em uma determinada refinaria, Charnes e Cooper (1959) pesquisaram por longos anos e publicaram artigos com modelagens matemáticas inserindo tais incertezas. A primeira modelagem matemática sugerida pelos autores foi quando os mesmos perceberam no problema de produção de aquecimento de óleo, que as incertezas estavam presentes a observar à demanda, o tempo, as limitações de armazenagens, a manutenção mínima de suprimentos e muito outros fatores sofria variações, por isso na modelagem do problema foi inserida restrição probabilística, a qual foi transformada em uma função determinística, que pôde ser resolvido por meio de Otimização Convexa. No ano seguinte, Charnes e Cooper (1959) propuseram um modelo, para o mesmo problema, com objetivo de maximizar uma função sujeita a restrições de desigualdade probabilística, Os autores consideraram que as variáveis do problema eram estocásticas e independentes, assim eles converteram em problemas de programação inteira mista. Para essas duas formas de solucionar o problema, os autores denominaram como *Constrained Chance Programming*, também conhecida como Otimização sob incertezas ou Otimização Probabilística(OP).

É importante destacar que para o mesmo problema, os autores modificaram a metodologia para solucioná-los, porém permaneceram com a mesma essência, ou seja, o objetivo de minimizar uma função sujeita a restrição probabilística. O principal manuseio será transformar essa restrição em uma função determinística, que por sua vez, dependendo das suas propriedades, influenciará para que o problema sob restrição probabilística se transforme em um problema de otimização, que pode ser problema de otimização inteira mista ou problema de Otimização Convexa.

Baseados nessas transformações, Charnes e Cooper (1959) concluem seu artigo enfatizando a importância de se pesquisar sobre restrições probabilísticas com o objetivo de transformá-la em classes de problemas conhecidos, uma vez que as restrições probabilísticas são complexas para serem resolvidas no ponto de vista computacional.

Assim, Prékopa (2003) define que programação probabilística significa dois modelos fortemente ligados que são maximizar ou minimizar uma probabilidade sob restrições e maximizar ou minimizar uma função sob uma restrição probabilística. No

entanto, para este estudo, será abordado o modelo de maximizar ou minimizar uma função sujeita a restrições probabilísticas.

Segundo Li et al. (2006), para aplicar OP devemos levar em consideração algumas características segundo o processo, as incertezas e as restrições. Quanto ao processo, é necessário identificá-lo se o mesmo é não linear ou linear, bem como estático ou dinâmico. Quanto às incertezas, devemos observar se as mesmas estão sempre presentes no ambiente produtivo ou se elas apresentam comportamento sazonal. Quanto às restrições, os problemas podem ser de única restrição probabilística ou restrições probabilísticas conjuntas. Também devemos identificar se as variáveis aleatórias envolvidas no problema são dependentes ou independentes, bem como contínuas ou discretas. Pois para cada combinação de características, surgiram diversas formas eficientes para resolver o problema.

Nascimento e Anjos (2009) explicam que, de maneira geral, a estratégia para resolver otimização probabilística é definir um problema determinístico que apresente a mesma solução ótima para o problema sob restrições probabilísticas, e esse problema determinístico é chamado de equivalente determinístico. São esses equivalentes determinísticos que permitem usar otimização convexa, programação quadrática dentre outros. A utilização mais comum nesses problemas de restrições probabilísticas é quando os seus vetores são variáveis aleatórias com distribuição normal, cujo determinístico equivalente é uma função convexa e, portanto, o problema é solucionado por meio de otimização convexa. Porém existem pesquisas que apresentam a otimização probabilística com outras distribuições de probabilidades, essas teorias foram estudadas por Prekópa(2003), já a distribuição gama foi estudada por Atalay e Apadin(2011), a distribuição Binomial e Poisson foi abordada no trabalho de Janak et al.(2007). Com essa vasta teoria, pode-se observar que existem diversos meios para tratar as incertezas, o objetivo principal é identificar a restrição probabilística e modelá-la levando em consideração a função de distribuição de probabilidade do vetor aleatório.

Apesar da dificuldade de resolver problemas com restrições probabilísticas, diversos problemas em áreas distintas do conhecimento, envolvendo incertezas, foram solucionados usando Otimização probabilística. Na área de gestão financeira, podemos citar como exemplo, a otimização de portfólio, a qual envolve as incertezas de ganhos financeiros, essa otimização visa minimizar um risco financeiro buscando

um nível de retorno que satisfaça o investidor. Para melhor compreensão sobre tal tema, é sugerido o trabalho de Bonami&Lejaune, (2007). Na área da engenharia elétrica, para determinar a confiabilidade do sistema, os gestores especificam a probabilidade de perda de energia observando o perfil dos seus consumidores, sobre esse assunto citamos os trabalhos de Yang et al. (2007) e Yang e Wen (2005).

Beraldi (2009) afirma que OP está sendo aplicada em diferentes contextos, principalmente em problemas de redes, tais como transportes, sistema de energia e telecomunicações, bem como em problemas de localização de facilidades. Para adquirirmos um conhecimento mais detalhado sobre esse otimização probabilística envolvendo problemas de redes, podemos estudar os trabalhos propostos por Jiao et al. (2012) e Beraldi et al. (2009).

As pesquisas recentes sobre OP no âmbito de políticas públicas estão sendo estudadas principalmente na gestão ambiental e na área da agricultura. Na gestão ambiental, podem ser citadas as pesquisas de Xie et al. (2011), Xu et al. (2009) e Kampas e Withe (2003). Na área da agricultura, recomenda-se trabalho de Moghaddam e DePuy (2011).

Portanto, nesse contexto de políticas públicas, este estudo tem o interesse em aplicar OP nos Serviços de Atendimento Móveis de Urgência, uma vez que esse tipo de problema tem sido objeto de estudo em diversas pesquisas, principalmente tratado como Modelos de Facilidades de Localização (Facility Location), sendo estes modelos determinísticos ou probabilísticos, detalhes sobre tais modelagens podem ser estudadas nos trabalhos de Brotcorne et al. (2003) e Beraldi e Bruni (2009).

Bernaldi e Bruni (2002) propuseram um modelo robusto para resolver problemas de Serviço de Atendimento Móveis de Urgência, usando as restrições probabilísticas conjuntas. Esta pesquisa realizou uma abordagem de OP e propôs uma aplicação do modelo robusto proposto por Bernaldi e Bruni (2002) da otimização probabilística usando restrições probabilísticas conjuntas nos Serviços de Atendimento Médico de Urgência (SAMU) da cidade de João Pessoa, uma vez que esse modelo robusto está formulado no artigo de Beraldi e Bruni (2002) usando um exemplo numérico.

A escolha de modelar o sistema de ocorrência de urgência e emergência SAMU se consolidou devido este serviço fazer parte da Política Nacional de

Urgências e Emergências do Governo Federal desde 2003 e que tem o objetivo prestar socorro a população em casos de urgências e emergências. Essa prestação de serviço pode ser feita em qualquer localidade seja ela na residência ou no trabalho do cidadão ou até mesmo em via pública.

Diante desse contexto, o SAMU depara-se com o desafio de garantir o atendimento de prestação de socorro às vítimas em menor tempo resposta possível sujeito a problemas de congestionamentos de trânsito, número de profissionais envolvidos, número de equipamentos, ou seja, restrições inerentes ao sistema. Atualmente, o SAMU apresenta pontos estratégicos para atender as ocorrências, as ambulâncias estão distribuídas. Essa divisão é para dar cobertura a toda regional de João Pessoa. Portanto, a proposta desse trabalho é realizar uma abordagem na literatura sobre OP e posteriormente aplicar o modelo de restrições probabilísticas conjunta com o intuito redistribuírem as ambulâncias de tal maneira que as mesmas estejam mais acessíveis para atender às ocorrências.

1.1 Justificativa

As incertezas estão cada vez mais presentes no ambiente produtivo, não se pode determinar com precisão a demanda, o *lead time* (tempo de atravessamento de um produto), o estoque, o tempo de atividade de uma máquina, um *setup* (tempo de parada da máquina, seja para uma manutenção ou para o operado realizar outra atividade) e dentre outros fatores que se comportam aleatoriamente. Pois são esses fatores que servirão como base para tomar decisões futuras. Estudar e tomar decisões sem considerar a aleatoriedade desses fatores pode acarretar em resultados distorcidos e causar danos para o sistema produtivo.

Diante desse contexto, sabe-se que os modelos matemáticos determinísticos não modelam as incertezas, por isso OP é importante, pois essa técnica além de modelar as incertezas inerentes ao processo, ela quantifica a relação entre a rentabilidade e a confiabilidade, ou seja, fornece informações completas sobre o desempenho econômico em função do nível de confiança desejado das restrições do processo.

Segundo Mitra et al. (2008), a vantagem de se usar OP é que a mesma modela as incertezas com rapidez, pois sua modelagem é mais simples e o esforço

computacional é pequeno, além disso, permite trabalhar com problemas com bastante variáveis. Para Xie et al. (2011) a técnica de otimização probabilística pode ser integrada a outra técnica de otimização para buscar soluções melhores, observando a confiabilidade e a viabilidade do resultado ótimo.

Embora OP apresente as vantagens acima, a formulação do problema dependerá da função de probabilidade do vetor aleatório, ou seja, os problemas reais podem conter diversas restrições probabilísticas, com parâmetros que apresentam diferentes distribuições de probabilidade. Por isso, o maior objetivo dessa técnica é procurar meios que facilitem resolver as restrições probabilísticas, uma vez que as distribuições de probabilidades e suas funções densidades não são simples de serem calculadas quando se trata do aspecto computacional. Para usar tal técnica é necessário envolver um bom conhecimento da matemática, estatística e computação.

No contexto da Engenharia, a otimização sob incerteza tem sido bastante estudada, as contribuições dadas na sua teoria são investigações na área da probabilidade para transformação da restrição probabilística em determinísticos equivalentes. Quanto às aplicações, a otimização probabilística foi utilizada para resolver problemas no ambiente de refinaria, no planejamento de processo e no desenho industrial. Apesar de existir diversas modelagens com restrições probabilísticas com variáveis aleatórias oriundas de distribuições de probabilidade distintas, a maioria dessas aplicações apresentam restrições probabilísticas com variáveis aleatórias independentes que se distribuem normalmente. Portanto, este estudo realizou uma abordagem teórica dando ênfase as distribuições de probabilidade, mostrando como deve se proceder quando as variáveis são discretas e contínuas. Este trabalho apresenta relevância, por tratar-se de uma otimização eficiente para resolver problemas de incertezas no âmbito da Engenharia de Produção, bem como em diversas outras áreas.

Para aprofundar o conhecimento sobre Otimização Probabilística, este trabalho tem a proposta de apontar alternativas para minimizar o custo com as informações disponíveis no SAMU. Para tais minimizações se faz necessário expor o processo de funcionamento quanto à prestação de socorro por parte do SAMU, observando os pontos estratégicos dos postos onde as ambulâncias estão estrategicamente posicionadas para atender as chamadas de emergência. Será

testado um modelo proposto na literatura visando reduzir as distâncias para melhor assistir toda região de João Pessoa. Segundo Beraldi et al.(2002) aplicar otimização probabilística no serviço de emergência médica é bastante satisfatória, pois a restrições probabilística são capazes de modelar fenômenos aleatórios tais como as chamadas de urgências e ainda permite ao gestor buscar o equilíbrio entre o custo e a qualidade do serviço. De modo geral, este trabalho está inserido no contexto da Engenharia de Produção, por estudar uma técnica de Otimização que está inserida na linha de Pesquisa Operacional e propõe-se aplicar um modelo de OP para redistribuir as ambulâncias do serviço do SAMU de João Pessoa, com essa redistribuição pode melhorar a prestação socorro às vitima deste município. Vale ressaltar que o modelo de Beraldi foi apresentado como exemplo numérico e nesta pesquisa será a aplicado o modelo no problema real.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma abordagem teórica da Otimização probabilística com aplicação no problema de prestação de serviço de socorro a ocorrências que necessitam de atendimento médico.

1.2.2 Objetivos específicos

- a) Expor modelo de OP abordando algumas distribuições de probabilidade contínuas e discretas com seus respectivos determinísticos equivalentes;
- b) Apresentar aplicações já realizadas na literatura no âmbito da Engenharia;
- c) Aplicar a OP no problema de prestação de serviço de socorro às vítimas de qualquer natureza que solicitam do SAMU procurando atender todas as ocorrências da cidade de João Pessoa;

1.3 Organização da Dissertação

Esta pesquisa está organizada da seguinte forma:

1. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica sobre Otimização Probabilística. Este capítulo tem o intuito definir este tipo de otimização, como a mesma pode ser aplicada e mostrando um breve histórico do avanço da técnica e algumas contribuições relevantes.
2. O capítulo 3 foi apresentado aplicações de Otimização Probabilística para resolver problemas em Engenharia, bem como em problemas de políticas públicas.
3. Os procedimentos metodológicos foram apresentados no capítulo 4.
4. O Capítulo 5 refere-se ao experimento computacional, aplicações de Otimização Probabilística no funcionamento dos serviços de atendimentos móveis de urgências (SAMU).
5. Os resultados da modelagem e a solução para redistribuição das ambulâncias para assistir toda área de João Pessoa está apresentada no capítulo 6.
6. Para finalizar, o capítulo 7 apresenta as considerações finais e sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 - OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICAS

Os problemas de Otimização procuram resolver de forma eficiente problemas da vida real que corriqueiramente são apresentados através de modelos matemáticos associados a parâmetros determinísticos ou incertos. Diversas ferramentas da Otimização modelam os parâmetros determinísticos, em destaque podem ser citados programação inteira mista, programação convexa, programação linear, dentre outras. Para modelar os problemas que envolvem parâmetros incertos, destaca-se a programação estocástica, programação robusta e a programação fuzzy.

Para esse trabalho iremos expor uma fundamentação sobre Otimização probabilística, a qual faz parte da programação estocástica.

A programação estocástica (PE) visa tratar os parâmetros incertos dos modelos, ou seja, esta programação apresenta sensibilidade ao modelo detectando as alterações dos parâmetros. Assim, a programação estocástica trata de problemas de otimização com parâmetros que assumem uma distribuição de probabilidade que por sua vez pode ser oriundas de variáveis discretas ou contínuas. Segundo Sen e Hagle(2008) a programação estocástica pode ser dividida em dois modelos que são chamados: Modelos Recursivos (*recourse models*) e Modelos Probabilísticos (*Chance programming*).

O Modelo Recursivo visa usar ações corretivas para compensar a violação de restrições que surgiram após a realização de incertezas Ribas (2008). Geralmente sua modelagem usa dois estágios, mas pode ser estendido para múltiplo estágio. No modelo de dois estágios, as decisões implementadas antes da modelagem são conhecidas como uma primeira fase de decisão e as variáveis de decisão incertas são implantadas na segunda fase de decisão. Embora, esses modelos serem bastante usados nas modelagens quando envolve fenômenos estocásticos, não serão abordados neste trabalho. Portanto, para o aprofundamento de tal assunto, é indicado a leitura do tutorial de programação estocástica proposto por Sen e Hagle (1999).

A ênfase desta pesquisa está voltada para os Modelos de Otimização Probabilística (OP). Que são modelos matemáticos que consideram as incertezas do problema como uma função de probabilidade que aparecem nas restrições ou na

função objetivo do modelo. Essa função de probabilidade pode ser composta de variáveis aleatórias discretas ou contínuas.

Além da caracterização do tipo de variável aleatória, Li (2006) propôs que a OP pode ser definida de duas formas, ou seja, a primeira definição foi proposta por Charnes e Cooper (1958) os quais usaram restrições probabilísticas individuais (OP). A segunda proposta foi apresentada por Mille e Wagner (1965) os quais modelaram as restrições probabilísticas conjuntas chamadas de otimização probabilística com restrições conjuntas (OPRC). Seguindo essas divisões dessa definição e considerando o tipo de variáveis, podemos transformar uma restrição probabilística em funções determinísticas, essa transformação faz com que o problema de Otimização probabilística passe a ser um problema de Otimização linear ou não linear.

Para motivar, sabe-se que o problema de programação linear é definido como:

$$\begin{aligned} & \text{Max } c^t x \\ \text{Sujeito a:} & \\ & Ax \leq b \quad (1) \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Onde:

$x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^m$ e $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, para as restrições probabilísticas, Charnes e Cooper (1958 e 1963) consideraram c como sendo parâmetro determinísticos, A como sendo matriz composta de vetor aleatório e b variável aleatória com função de probabilidade acumulada conhecida ϕ . Assim, como estamos com um parâmetro incerto b , podemos adotar um nível de confiabilidade α sendo que $\alpha \in [0; 1]$. Desse modo, de maneira simples, a restrição (1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P(Ax \leq b) \geq 1 - \alpha$$

Considere que $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1i} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \end{bmatrix}$, então o lado esquerdo da restrição probabilística (1) pode ser reescrita como:

$$P(a_i^t x \leq b_i) \geq 1 - \alpha \quad (2)$$

Charnes e Cooper (1958) consideraram que a_i na restrição (2) são vetores colunas da matriz e são variáveis aleatórias com distribuição Multinomial, portanto pelas propriedades do valor esperado e da variância, temos que $E(a_i^t x) = \mu_i^t x$ e $Var(a_i^t x) = x^t D_i x$. Onde D_i é uma matriz de covariância da Matriz A e as demais variáveis das restrições são determinística. Então Charnes e Cooper aproximaram a distribuição multinomial em distribuição normal multivariada. Dessa forma a restrição probabilística pôde ser escrita como:

$$P(a_i x \leq b_i) = P \left[\frac{(a_i^t x - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \leq \frac{(b_i - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \right] = 1 - \alpha_i$$

Considerando que $\left[\frac{(a_i^t x - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \right]$ é uma aproximação da distribuição normal padrão com média zero e variância um, então:

$$P(a_i x \leq b_i) = \Phi \left[\frac{(b_i - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \right]$$

Onde Φ a função de distribuição acumulada da variável aleatória normal padrão.

Dessa forma, a restrição pode ser escrita da seguinte forma:

$$P(a_i x \leq b_i) \geq 1 - \alpha$$

$$\Phi \left[\frac{(b_i - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \right] \geq 1 - \alpha$$

Equivalente a

$$\left[\frac{(b_i - \mu_i x)}{(x^t D_i x)^{1/2}} \right] \geq \Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

ou

$$\mu_i x + \Phi^{-1}(1 - \alpha_i)(x^t D_i x)^{1/2} = b_i, (3)$$

Onde Φ^{-1} é a função inversa Φ . Observe que (3) é o determinístico equivalente da restrição probabilística do problema, assim podemos observar que restrição probabilística (1) foi substituída pela função determinista (3). Dessa forma, a formulação do problema apresenta-se a seguir:

$$\text{Min } c^t x$$

Sujeito a:

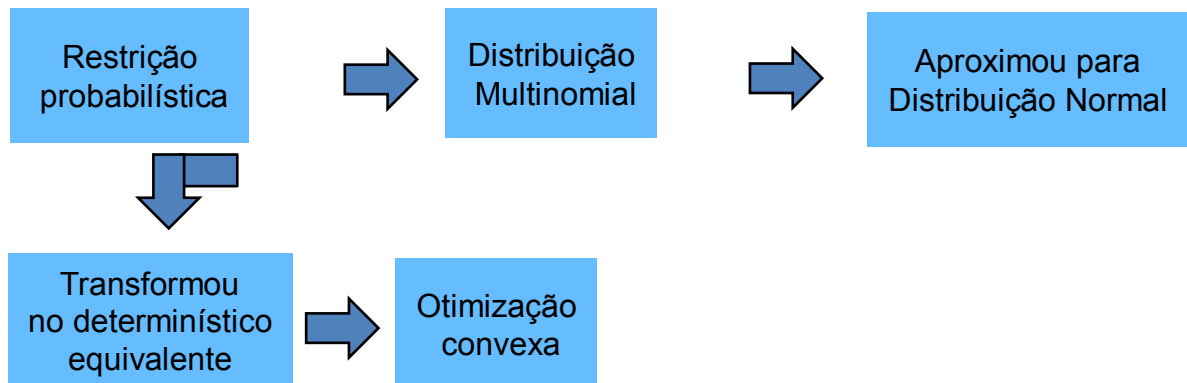
$$\mu_i x + \phi^{-1}(1 - \alpha_i)(x^t D_i x)^{1/2} \leq b_i \quad (2)$$

$$x \geq 0$$

A proposta principal de Charnes e Cooper (1958) era transformar a restrição probabilística na função determinística chamada *Determinísticos Equivalentes*. Observe que a proposta foi limitada apenas para distribuições probabilísticas normais ou distribuições cujas mesmas podem ser aproximadas para distribuição normais, tais como, na proposta pioneira foi utilizada a distribuição de probabilidade Multinomial. Após determinar o equivalente determinístico (2), os Charnes e Cooper (1958) observaram que se tratava de uma função convexa, a qual apresentava forma quadrática e resolveu o problema através de Otimização convexa. O trabalho de Bonami e Lejeune, (2007), justifica a convexidade da função.

Em resumo, a idéia principal de Charnes e Cooper, é melhor explicada na figura 1.

Figura 1 – Transformação a restrição probabilística



Fonte: Adaptação de Charnes e Cooper (1958).

Prekopa (1971) apresentou o caso mais geral para otimização probabilística da seguinte forma:

$$\text{Min } h(x)$$

Sujeito a

$$h_0(x) = P(g_1(x, b) \geq 0, \dots, g_r(x, b) \geq 0) \geq \alpha_0 \quad (3)$$

$$h_0(x) \geq p_1, \dots, h_m(x) \geq p_m,$$

Onde $x \in R^n$ é um vetor aleatório de decisão e $\alpha = [\alpha \in \Omega: \alpha \in \mathfrak{R}^q]$ é um vetor aleatório. Observe que (Ω, \mathcal{F}, P) é um espaço de probabilidade conhecido, onde uma família \mathcal{F} de eventos, isto é, σ -álgebra de Ω e P a distribuição de probabilidade em \mathcal{F} são dados. h, h_0, h_1, \dots, h_m e g_1, \dots, g_r são definidas em \mathfrak{R}^n e \mathfrak{R}^{n+q} , respectivamente. α_0 é o nível de probabilidade estabelecido que garante a confiabilidade do sistema. Note que, se g_i é uma função linear para x e α , isto é, $g_i(x, \alpha) = a_i x - b_i$, $i = 1, \dots, r$. Assim, a restrição probabilística (3) é escrita como segue:

$$P(Ax \geq b) \geq 1 - \alpha. \quad (4)$$

É importante destacar que o problema 1 pode apresentar c, b e A como sendo variável aleatória, bem como c, b ou c, A , ou seja, tais combinações pode gerar um equivalente determinístico pertencente a diversos tipos de problemas conhecidos da Otimização. As modelagens para tais combinações ser vista no artigo de Hulsurkar (1997) e serão apresentadas na seção 2.1.

Além de observar aleatoriedade dos parâmetros inseridos no modelo, também é importante definir o tipo de variável (discreta ou contínua), bem como a sua distribuição de probabilidade. Outro enfoque abordado é quanto a natureza do problema de programação, ou seja, após transformar a restrição probabilística em uma função determinística, o problema em questão pode torna-se um problema linear ou não linear. Para este estudo, será apresentado na seção 2.1 à teoria de Otimização Probabilística para variáveis aleatórias contínuas e na seção 2.2 para variáveis aleatórias discretas.

2.1 Determinísticos equivalentes para distribuições aleatórias contínuas

A Otimização probabilística procura transformar a restrição probabilística na função determinística denominada determinístico equivalente. Portanto, neste contexto que devem ser consideradas diversas situações, como exemplo, o tipo de variável e a sua distribuição de probabilidade, bem como identificar quais as variáveis do problema que estão variando. Inicialmente, as restrições que contém variáveis aleatórias provenientes da distribuição Normal para transformá-las em determinísticos equivalentes. Para motivar, considere o seguinte problema de otimização probabilística:

$$\begin{aligned} & \text{Max } c^t x \\ \text{Sujeito a:} & \\ & P(Ax \leq b) \geq 1 - \alpha \quad (2) \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Onde x é uma variável determinística, b , c e a matriz A podem ser uma variável aleatória e para cada caso, o autor Hulsurkar (1997) apresenta modelagens diferentes. De acordo com o autor é observado os seguintes casos:

Antes de apresentar os seguintes casos, o problema (2) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{j=1}^n C_j^{(k)} x_j, \quad k = 1, \dots, k \quad (2.1) \\ \text{Sujeito a:} & \\ & P\left[\sum_j^n a_{ij} x_j \leq b_i\right] \geq 1 - \alpha_i \quad (3) \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & \alpha_i \in (0,1) \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

Agora, considere os seguintes casos apenas para a distribuição normal.

Caso 1: Apenas a_{ij} são variáveis aleatórias com distribuição normal. Dado $E(a_i)$ a média e $Var(a_i)$ a variância da v.a. a_{ij} . Esse caso foi demonstrado pelos autores Charnes e Cooper (1958) e já apresentado neste capítulo.

Caso 2: Apenas b_i são variáveis aleatórias da distribuição normal. Dado $E(b_i)$ a média e $Var(b_i)$ a variância desta variável. Assim a restrição (3) pode ser reescrita como:

$$P\left[\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{VAR(b_i)}} \geq \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{VAR(b_i)}}\right] \geq 1 - \alpha_i \quad (4)$$

Considerando que $\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{VAR(b_i)}}$ tem distribuição normal padrão. Dessa forma, a desigualdade (3) pode ser reescrita como:

$$1 - P \left[\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \leq \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \right] \geq 1 - \alpha_i \quad (5)$$

ou

$$P \left[\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \leq \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \right] \leq \alpha_i \quad (6)$$

Se K_{α_i} representar o valor da variável normal padrão com $\Phi(K_{\alpha_i}) = \alpha_i$, então a restrição 5 pode ser expressa como:

$$\Phi \left[\frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \right] \leq [K_{\alpha_i}] \quad (7)$$

Observa-se que a igualdade (7) só pode ser satisfeita se:

$$\frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{VAR}(b_i)}} \leq K_{\alpha_i} \text{ ou}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq E(b_i) + k_{\alpha_i} \sqrt{\text{Var}(b_i)} \quad (8)$$

Para qualquer uma das expressões anterior, $i = 1, \dots, m$.

Assim, restrição (3) é equivalente a desigualdade (8), ou seja, essa desigualdade é chamada de determinístico equivalente. Dessa forma, o problema da restrição (3) pode ser reescrito como:

$$\text{Max } \sum_{j=1}^n C_j^{(k)} x_j, \quad k = 1, \dots, k \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq E(b_i) + k_{\alpha_i} \sqrt{\text{Var}(b_i)} \quad (9)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\alpha_i \in (0,1) \quad i = 1, \dots, m$$

Observa-se que o caso 2 transformou-se num problema de otimização linear.

Caso 3: Somente os $C_j^{(k)}$ são variáveis aleatórias distribuídas normalmente.

Dada os $C_j^{(k)}$, como é uma variável da distribuição Normal, por definição, sua média é $E(C_j^{(k)})x_j$, $k=1, K$. É importante destacar que os $C_j^{(k)}$ pertencem à função objetivo do problema. Portanto, o problema da restrição (3) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{j=1}^n E(C_j^{(k)})x_j, k = 1, \dots, k \\ \text{Sujeito a} & \\ & P[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i] \geq 1 - \alpha_i \quad (10) \\ & x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \\ & \alpha_i \in (0,1) i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

Essa modelagem pode foi ficou conhecida como E-model.

Caso 4: Quando a_{ij}, b_i e c_j são variáveis aleatórias da distribuição normal. A restrição (2) pode ser expressa como:

$$P[h_i \leq 0] \geq 1 - \alpha_i, i = 1, \dots, m \quad (11)$$

Onde h_i é definida como:

$$h_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i$$

Observe que h_i é combinação linear de duas variáveis aleatórias oriundas da distribuição normal, dessa forma, o h_i é uma variável aleatória normalmente distribuída. Então a restrição 11 pode ser reescrita como:

$$\left[\frac{h_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{Var}(h_i)}} \leq \frac{-E(h_i)}{\sqrt{\text{Var}(h_i)}} \right] \geq 1 - \alpha_i, i = 1, \dots, m.$$

Onde $\frac{h_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{Var}(h_i)}}$ tem distribuição normal padrão, desse modo pode-se afirmar que se

K_{α_i} representa o valor da distribuição normal padrão, então por definição $\Phi(K_{\alpha_i}) = 1 - \alpha_i$. Desse modo a restrição 10, pode ser reescrita como:

$$\left[\frac{-E(h_i)}{\sqrt{\text{Var}(h_i)}} \right] \geq \Phi(K_{\alpha_i}) = , \quad i = 1, \dots, m.$$

Esta desigualdade é satisfeita somente se

$$\left[\frac{-E(h_i)}{\sqrt{\text{Var}(h_i)}} \right] \geq K_{\alpha_i}, i = 1, \dots, m.$$

ou

$$E(h_i) + K_{\alpha_i} \sqrt{\text{Var}(h_i)} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

Desse modo, o problema linear probabilístico (3) pode ser transformado no problema determinístico não linear da seguinte forma:

$$\text{Max} \quad \sum_{j=1}^n E(C_j^{(k)})x_j, \quad k = 1, \dots, k$$

Sujeito a

$$\begin{aligned} E(h_i) + K_{\alpha_i} \sqrt{\text{Var}(h_i)} &\leq 0, \quad i = 1, \dots, m. \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ \alpha_i &\in (0,1) i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

É importante destacar que a teoria da Otimização probabilística não é aplicada apenas para os parâmetros do modelo que seguem a Distribuição Normal. Prekópas (1971, 1975, 1988, 2003) construiu por vários anos, em diversos estudos, teoremas usando a teoria da convexidade, mostrando teoria das medidas log côncava, α -côncava e quasi côncava, essas medidas serviram para transformar funções de densidades que apresentaram propriedades convexas em determinísticos equivalentes. Exemplos de distribuições probabilidade multivariadas com função de densidade log côncava são: Distribuição Uniforme, Normal, Wishartd, Beta dentre outras. Importante destacar que todos determinísticos equivalentes encontrados foram para variáveis contínuas independentes. Também é importante ressaltar que Atalay e Apaydin, 2011 apresentou um determinístico equivalente para quando a_{ij} seguindo uma Distribuição Gama.

2.2 Determinísticos equivalentes para distribuições aleatórias discretas

Segundo Li et al. (2006), para variáveis aleatórias discretas, existe escassez de proposta. No entanto, Prekópa com diversos autores e em trabalhos distintos, vem pesquisando sobre as restrições probabilísticas com distribuições de variáveis aleatórias discretas. Prekópa (1990) apresentou um algoritmo dual para resolver o problema (1). Em Sen (1992) propôs limites para o valor ótimo do mesmo problema, baseado na programação disjunta. Outra abordagem interessante é o caso em que a matriz A contém variáveis aleatória, enquanto ε não é aleatório, esta proposta por Tayur et al. (1995). Já Prekópa et al. (1998), apresentou no artigo um método de plano de corte para resolver o problema (1). Dentcheva et al. (2000) introduziu o conceito de distribuições da probabilidade de r -côncavo e pontos eficientes para resolver problemas com restrições probabilísticas de distribuições de variáveis discretas, para resolver tal problema, os autores usaram exemplos numéricos.

Para variáveis discretas independentes, Prékopa (2003) apresenta teoremas de log côncava e α -côncava para casos de distribuições discretas univariadas como exemplo, o autor cita as distribuições Binomiais, Hipergeométrica, Uniforme e outras distribuições conhecidas. Também apresentou teorema que permite usar distribuições multivariadas discretas, mas enfatizam que ainda precisa ser muito explorada as distribuições discretas. Para este estudo, a teoria dos pontos eficientes e funções r -côncavas proposta por Dentcheva et al. (1998) serão apresentadas com mais detalhe na seção 2.2.1.

2.2.1 Pontos eficientes

Neste contexto, a teoria de pontos eficientes é para propor um determinístico equivalente para o seguinte problema.

$$\begin{aligned} & \text{Min } c^t x \\ & P(Tx \geq \xi) \geq \alpha \\ & Ax \geq b, \\ & x \geq 0, \end{aligned} \tag{1}$$

Onde P é denotado como probabilidade, ξ é um vetor aleatório, A uma matriz $m \times n$ e α é o nível de confiança.

Para o caso discreto, assume-se que ξ é um vetor aleatório com distribuição discreta. Primeiro é necessário apresentar a definição de pontos eficientes, segundo Prékopa (2003), a definição é dada por:

Definição 1: Um ponto $z \in \mathbb{R}$ é dito ser um ponto eficiente da distribuição de probabilidade F , se $F(z) \geq p$ e não existir um y que $y \geq z, y \neq z, F(z) \geq p$.

Agora, se $r = 1$, então para um $p \in (0,1)$ existe exatamente um ponto eficiente. No entanto, é necessário definir os pontos associados às funções obtidas a partir de uma função de distribuição. Para este caso, o teorema 1 é uma extensão trivial da definição 1. Que pode ser visto a seguir:

Teorema 1: Se os componentes do vetor aleatório ξ são valores inteiros, então para um $p \in (0,1)$, o conjunto de pontos eficientes é não vazio e finito. Assim, esse conjunto servirá como p -quantil da distribuição de probabilidade determinada por F .

Lema 1: Dado $p \in (0,1)$ e l_i como sendo o ponto eficiente para a distribuição Marginal F_i unidimensional, $i = 1, \dots, s$. Então para todo $v \in \mathbb{R}^s$ sendo que $F(v) \geq p$ satisfaz a desigualdade $v \geq l = (l_1, \dots, l_s)$.

Para este estudo, além da teoria de pontos eficientes, foi necessário introduzir a teoria de medidas log-concava e α -concava. A teoria apresentada neste trabalho direciona apenas o que vai ser posteriormente utilizado, portanto para mais detalhe sobre a teoria cita-se o trabalho de Prékopa (2003) e Dentcheva et al. (1998). Toda teoria de funções log-côncava apresentadas neste trabalho estão voltadas para o caso discreto, uma vez que aplicação do problema possui distribuição discreta.

Exemplos de funções de distribuições de variáveis discretas logconcavas são Binomial, Poisson, Geometrica, Hipergeometrica, Uniforme discreta e outras distribuições conhecidas. Para este estudo será abordada a Distribuição de Poisson por ser a distribuição do vetor de números de ocorrências que solicitam o serviço do SAMU do Município de João Pessoa.

A distribuição de Poisson é uma distribuição de probabilidade discreta e tem a característica de medir a ocorrência de um determinado evento dentro de um certo

intervalo. Esse intervalo pode ser o tempo, o comprimento, a distância. Esse evento que ocorrem no determinado período devem ser independentes. Dessa forma, a sua Função de Probabilidade de Poisson é definida por:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Com $\lambda > 0$

Onde:

ξ = valor da variável aleatória

λ = taxa de ocorrência do evento ξ (média de ocorrência no determinado período).

Por definição a função F é denominada de função de distribuição acumulada da variável aleatória X , ou seja, $F(x) = P(X \leq x)$. Assim, se X for uma variável aleatória discreta, então a $F(x) = \sum_j p(x_j)$, onde os índices satisfaça a desigualdade $x_j \leq x$.

Dessa forma, a função acumulada da Poisson é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \sum_{k=0}^x \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} & x \geq 0 \end{cases}$$

Definição 7: Para os vetores aleatórios discretos, a função conjunta é apresentada da seguinte forma:

$$p(x) = p(x_1, x_2, \dots, x_m) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_m = x_m)$$

A função de probabilidade Marginal de X_k , $k = 1, 2, \dots, m$ é dada por:

$$PX_k = P(X_k = x_k) = \sum_{\substack{x_i \\ \forall i \neq k}} P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_m = x_m) = F_k(x)$$

Seja X um vetor aleatório discreto em (Ω, \mathcal{F}, P) . Então a sua função de probabilidade conjunta satisfaz as seguintes propriedades:

$$p(X) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^m$$

$$\sum_x p(x) = 1$$

De acordo com a definição 7, a função de probabilidade conjunta de um vetor aleatório que segue a distribuição de Poisson é apresentada a seguir:

$$P(x) = P(x_1, x_2, \dots, x_m) = P\left(\frac{e^{\lambda} \lambda^{x_1}}{x_1!}, \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_2}}{x_2!}, \dots, \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_m}}{x_m!}\right)$$

Considerando que os vetores são independentes, então a função de probabilidade conjunta tem a seguinte forma:

$$p(x) = p(x_1, x_2, \dots, x_m) = P\left(\frac{e^{\lambda} \lambda^{x_1}}{x_1!}, \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_2}}{x_2!}, \dots, \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_m}}{x_m!}\right) = \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_1}}{x_1!} * \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_2}}{x_2!} * \dots * \frac{e^{\lambda} \lambda^{x_m}}{x_m!}$$

Logconcavidade de distribuição Discretas.

Em Fekete (1912) introduziu a notação de sequencias positivas de r-tempos. A sequencia de elementos não negativos $\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots$ é dito ser uma sequencia positiva de r-temos se a matriz

$$A = (a_{j-i}) = \begin{bmatrix} \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \ddots & a_0 & a_1 & a_2 & \\ & a_{-1} & a_0 & a_1 & \ddots \\ & a_{-2} & a_{-1} & a_0 & \ddots \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}$$

não tem nenhuma menor negativo de ordem inferior ou igual a r (um menor negativo é o determinante de uma parte finita da matriz traçada pelo mesmo número de linhas como colunas). Ou seja, seleciona-se tal matriz e calcula seu determinante. De forma geral, essa matriz será:

$$\begin{bmatrix} a_i & a_j \\ a_{i-t} & a_{j-t} \end{bmatrix} = a_i \cdot a_{j-t} - a_j a_{i-t}$$

Para todo $i < j$ e $t \geq 1$, se somente se para todo i , temos

$$a_i^2 \geq a_{i-1}a_{i+1}$$

Assim, baseado na sequência positiva, Prékopa(2003) apresenta a seguinte definição:

Definição 8: A distribuição discreta $\{p_n\}$ definido na grade de pontos inteiros na reta real é dito ser logcôncava se :

$$p_n^2 \geq p_{n-1}p_{n+1}, \quad n = 0, \pm 1, \dots$$

Baseada na Definição 8, a distribuição de Poisson é uma logcôncava, pois é facilmente visto que:

$$p_n^2 = \frac{e^{-2\lambda} \lambda^{2n}}{(n!)^2}$$

e

$$p_{n-1}p_{n+1} = \frac{e^{-2\lambda} \lambda^{2n}}{(n-1)!(n+1)!}$$

Desse modo, observa-se que

$$p_n^2 \geq p_{n-1}p_{n+1}.$$

Observando que a distribuição de Poisson é uma logcôncava, esse tipo de função apresentam propriedades convexas que nos permite transformar no problema a restrição probabilística em uma função determinística equivalente.

Em Prekopa(2010) o autor anuncia teoremas para distribuições Binomiais e Poisson que justificam essas funções serem logcôncavas.

2.3 Otimização probabilística com restrição probabilística conjunta (OPRC)

Na otimização probabilística (OP), a restrição probabilística aparece com única probabilidade usando o nível de confiabilidade determinado. Na Otimização probabilística com restrição conjunta (OPRC) a restrição probabilística aparece com

várias probabilidades com seus respectivos níveis de confiança envolvida pelo nível de confiabilidade global. A modelagem é apresentada da seguinte forma:

$$\text{Min } c^t x$$

Sujeito a:

$$P[Ax \geq b] = P[\bigcap_{i=1}^m \{\tilde{a}_i^T x \geq b_i\}] \geq \beta \quad (4)$$

$$x \geq 0$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} a_1^T \\ \vdots \\ a_m^T \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \in \mathcal{R}^{m \times n}$$

$$b = [b_1, \dots, b_m]^T \in \mathcal{R}^m$$

$$c = [c_1, \dots, c_n]^T \in \mathcal{R}^n$$

$$x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathcal{R}^n$$

Agora suponha que cada componente do vetor b , na restrição (4) são independentes. Assim a resultante será:

$$\text{Min } c^t x$$

Sujeito a:

$$P[Ax \geq b] = P[\tilde{a}_i^T x \geq b_i] \geq \alpha_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\prod_{i=1}^m \alpha_i \geq \beta$$

$$x \geq 0$$

Considere o caso especial, onde os b_i tem distribuição normal com média μ_i e desvio padrão σ_i . Por definição:

$$\phi(z) = \int_{-\infty}^z \varphi(t) dt$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) e^{K_{\alpha_i}} = \Phi^{-1}(\alpha_i)$$

Desse modo, podemos escrever o determinístico equivalente como:

$$\text{Min } c^t x$$

Sujeito a:

$$\tilde{a}_i^T x \geq \mu_i + k_{\alpha_i} \sigma_i$$

$$\prod_{i=1}^m \Phi^{-1}(K_{\alpha_i}) \geq \beta \quad (5)$$

$$x \geq 0$$

Essa transformação considerando que o b_i tem distribuição normal é considerada a mais comum na teoria de OPRC. Segundo Wantanabe e Ellis (1994) do ponto de vista computacional, é importante destacar que o lado esquerdo da restrição (5) não é estritamente convexa e nem côncava como havia afirmado Mille e Wagner (1965).

Outra forma de se resolver problemas que envolvem Otimização probabilística com restrições probabilísticas conjuntas, é quando considera que o b_i da restrição (4) tem distribuição acumulada de forma fechada, esse caso particular foi proposto por Sengupta (1972) onde o b_i segue dois parâmetros (λ_i, θ_i) . Com distribuição exponencial, isto é:

$$\begin{aligned} P(b_i) &= \lambda_i \exp(-\lambda_i (b_i - \theta_i)) \\ F(b_i) &= 1 - \exp(-\lambda_i (b_i - \theta_i)) \\ b_i &\geq \theta_i > 0 \end{aligned}$$

Portanto, no geral, o determinístico equivalente para restrição (4) é:

$$F_{b_i} \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) \geq \alpha_i$$

Dada uma expressão de forma fechada para as funções de b_i , então o determinístico equivalente pode ser escrito como:

$$1 - \exp\left(-\lambda_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j\right)\right) \geq \alpha_i$$

Seguspta (1972) define $x_{n+1} = -l_n(1 - \alpha_i)$ para se obter programação matemática de dois objetivos.

$$\text{Min}\{W_1(C^T x) - W_2\left(\sum_{i=1}^m x_{n+1}\right)\}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \theta_i \geq \frac{1}{\lambda_i} \left(\sum_{i=1}^n x_{n+i}\right), i = 1, \dots, m.$$

Wantanabe e Ellis (1992) afirma que esse é um problema ponderado multiobjetivo linear que tenta simultaneamente minimizar $c^t x$ e maximizar uma medida agregada da confiabilidade do sistema, aplicando o log natural do produto de restrições individuais $1 - \alpha_i$. W_1 e W_2 são dois objetivos.

Considere que os coeficientes da matriz A são aleatórios, baseados nessa suposição, podem ser construídos um determinístico equivalente para a restrição (4). Pois os vetores linhas \tilde{a}_i^T que são aleatórios, independentes e normalmente distribuídos, como V_{ii} definida como variância e covariância da matriz de \tilde{a}_i^T , m_{ij} e $\tilde{m}_i^T x$ definido como $m_{ij} = E(a_{ij})$ e $\tilde{m}_i^T x = E(\tilde{a}_i^T x)$. Então a média de $\tilde{a}_i^T x$ é dada por:

$$E(\tilde{a}_i^T x) = xE(\tilde{a}_i^T) = \tilde{m}_i^T x$$

De modo que o determinístico equivalente resultante para a restrição (4) segue abaixo:

$$\text{Max } q(x, k_{\alpha}) = c^t x$$

Sujeito a:

$$\tilde{m}_i^T x + k_{\alpha_i} (x^T V_{ii} x)^{1/2} \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m \ln(\Phi(k_{\alpha_i})) \geq \ln \beta, \quad k_{\alpha_i} \geq 0; i = 1, \dots, m$$

Como vimos acima, k_{α_i} já foi definida e $(x^T V_{ii} x)^{1/2}$ é uma função convexa para x provado por Kataoka (1963). Watanabe e Ellis (1994) afirma que o lado esquerdo da

restrição (6) não é função convexa e nem côncava. Portanto, esses autores, para contornar o problema de convexidade, propõe que a função objetivo se torne uma restrição para o problema e a restrição (6) se torne a função objetivo. A proposta dessa modelagem é apresentada a seguir:

$$\text{Max } f(x) = P[Ax \leq b] = P \left[\bigcap_{i=1}^m \{\tilde{a}_i^T x \leq b_i\} \right]$$

Sujeito a

$$r^t x \geq C(7)$$

$$x \geq 0$$

Onde

$$r = [r_1, \dots, r_n] \in R^n$$

Após obter a modelagem do problema (7) eles propõem um determinístico equivalente supondo normalidade nos coeficientes da Matriz e ainda apresentam uma modelagem onde os b_i são variáveis dependentes. Acontece que o modelo apresentado requer cálculos de integrais múltiplas que exige um custo elevado na computação. Os resultados desses custos podem ser visto em Watanabe e Ellis (1994).

Em resumo, podemos observar diversas contribuições e aplicações usando otimização probabilística. O quadro 1 expõe alguns trabalhos na literatura.

Quadro 1 - Algumas contribuições teóricas para a ferramenta otimização probabilística

Autores	Otimização probabilística	Quanto a variáveis e restrições.
Charnes e Cooper (1958)	Transformou as restrições probabilísticas em determinísticos equivalentes, com tal transformação chegou a uma função convexa.	Considerou que as v.a são normais e independentes.
Charnes e Cooper (1959)	Transformou as restrições probabilísticas em problemas inteiro misto.	Considerou que as variáveis são normais e independentes.
Wagner e Mille (1965)	Apresentou otimização probabilística com restrições de probabilidades conjuntas	Considerou as variáveis aleatórias foram normais e independentes.
Sen e Hagle (1999)	Um tutorial introdutório de programação estocástica	Este tutorial mostra todas as técnicas inseridas na programação estocástica inclusive Otimização probabilística.
Prekópa (2003)	Apresentou a teoria log côncava para usar em otimização probabilística. *Diversas contribuições no tempo	Considerou as variáveis independentes se apresentou diversas distribuições de probabilidade.
Li (2006)	Apresentou que existe várias situações a ser considerada para aplicar otimização probabilística.	Este artigo é apresentado apenas discussões sobre a técnica para modelos lineares e não lineares. Afirma que a distribuição mais comum nos processos são as distribuições normais.
Attalay e Appadim(2011)	Apresentou uma modelagem probabilística baseado na desigualdade para buscar os equivalentes determinísticos	Trabalhou com as variáveis contínuas e distribuição gama.
Nascimento e Anjos	Apresentou determinísticos equivalentes usando a desigualdade de Markov	A única regra para aplicar otimização probabilística é que as variáveis aleatórias devem ser não negativas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste capítulo foi visto que a Otimização Probabilística faz parte da Otimização estocástica. É uma modelagem que trata de restrições probabilísticas com variáveis discretas, bem como variáveis contínuas. Também foi abordado que OP para variáveis contínuas tem sido mais aplicada quando comparado com a OP das variáveis discretas. Nos próximos capítulos serão apresentados alguns problemas usando OP para os dois tipos de variáveis.

CAPÍTULO 3 - APLICAÇÕES EM ALGUNS PROBLEMAS REAIS ENVOLVENDO OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICA

O objetivo desse capítulo é apresentar a importância da *Otimização probabilística (OP)* para resolver diversos problemas de diversas naturezas, tais como planejamento de capacidade, problema de estoques, gestão ambiental, problema de transporte, sistemas econômicos. Portanto, a idéia é apresentar um resumo da OP com o intuito de mostrar a sua importância para resolver sistemas complexos.

3.1 Aplicação na complexidade do sistema ambiental

Xi et al. (2011) propuseram uma técnica chamada modelo inexato de restrições de chance, esse modelo é a integração de intervalos da programação linear e a otimização sob incertezas com o objetivo de violar as restrições probabilísticas em diferentes níveis de riscos. Essa técnica atua de maneira eficiente na complexidade do sistema ambiental. A vantagem da técnica, de acordo com os autores, é auxiliar na decisão do despejo de esgoto, no investimento público, na formulação das políticas econômicas locais sobre o consumo de água, desenvolvimento da indústria, estrutura e análise das interações entre os benefícios econômicos do sistema, confiabilidade e descargas de poluentes.

Neste estudo, as incertezas associadas com parâmetros da qualidade da água foram projetadas na matriz de vetores através da simulação de Monte Carlo. Esses vetores assumiram distribuição normal multivariada e baseado em resultados anteriores foi possível transformar a restrição probabilística no equivalente determinístico convexo. O problema de programação linear estocástico para essa situação é dado a seguir:

$$\max C(t)X$$

Sujeito a:

$$A(t)X \leq B(t)$$

$$x_j \geq 0$$

$$x_j \in X, j = 1, 2, \dots, n.$$

onde X é um vetor de variáveis de decisão, $A(t), B(t)$ e $C(t)$. Os autores afirmam que existe quatro formas de aplicar CCP que são: otimização do valor esperado, minimizando a variância ou outro parâmetro de dispersão, minimizando o risco ou maximização do quantil. Porém, esses modelos de OP não conseguem modelar a incerteza de $C(t)$ na função objetivo, por esse motivo foi inserido intervalo de programação linear (ILP) para considerar a incerteza de C . Assim, uma modelagem geral de ILP(proposto por Huang et al., 1994) é apresentado a seguir:

$$\max f^x = C^\pm X^\pm$$

Sujeito a:

$$A^\pm X^\pm \leq B^\pm \quad (8)$$

$$X^\pm \geq 0$$

Onde $A^\pm \in \mathfrak{R}_\pm^{m \times n}$, $B^\pm \in \mathfrak{R}_\pm^{m \times 1}$, $C^\pm \in \mathfrak{R}_\pm^{n \times 1}$ e \mathfrak{R}_\pm denotado como conjunto de intervalos.

Portanto a modelagem do problema se tornou um modelo híbrido, ou seja a junção de programação linear por intervalo com a técnica CCP que resultou no modelo programação de restrição de chance inexato chamada de ICC-WQM. Inserido as restrições de CCP, o modelo 8, apresentará a seguinte forma:

$$\max f^x = C^\pm X^\pm$$

Sujeito a:

$$P[\{t/A_i(t)X \leq\}] \geq 1 - p_i, A_i^\pm \in A^\pm, i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

$$X_j^\pm \geq 0, X_j^\pm \in X^\pm, j = 1, 2, \dots, n.$$

Na restrição probabilística do problema, os coeficientes da matriz A_i assumiu distribuição Normal

O determinístico equivalente para 2.11b, proposto por Charnes e Cooper, a modelagem apresenta a seguir:

$$\max f^x = C^\pm X^\pm$$

Sujeito a:

$$A_i^\pm X \geq B(t)^{(p)}, A_i^\pm \in A^\pm, i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

$$X_j^\pm \geq 0, X_j^\pm \in X^\pm, j = 1, 2, \dots, n.$$

Em resumo, o essa modelagem visa maximizar os benefícios esperados do sistema de abastecimento de água numa determinada região da China. Benefícios como multa de produção da Indústria Química, lançamento de efluentes da Indústria, produção de utilização de energia dentre outros. Observe que esses benefícios são variáveis aleatórias que representam C^\pm e X^\pm na função objetivo e quanto às restrições, os autores modelaram levando em consideração a quantidade de recursos de água, o subsídio de descarga da demanda química de oxigênio, cuja demanda foi considerada uma variável aleatória. Foi considerada restrição relacionada à Indústria, ao investimento governamental e a tecnologia. A modelagem do problema pode ser visto em Xi et al. (2011). Ainda eles afirmam:

[...] a técnica ICC-WQM foi desenvolvida para o planejamento da região desistemas industriais sob incerteza. Este método baseia-se na integração de uma programação ILP existente e técnicas do CCP. Ele permite incertezas apresentada como ambas as distribuições de probabilidade e os valores de intervalo a ser incorporado dentro de uma estrutura de otimizaçãogeral. Complexidades em modelagem da gestão de qualidade podem ser sistematicamente refletida.As soluções podem ser utilizadas para examinar as várias opções de decisão que são associado com diferentes níveis de riscos quando as disponibilidades de poluente capacidade são limitados. Distribuições probabilísticas da permitida descarga poluente pode serintegrada no processo de otimização através da introdução de chance-constrained programmig(CCP), sob uma série de níveis depiobtido por ODWM e simulaçãoMonte Carlo.(XI et al., 2011).

Como foi visto no trabalho acima, a utilização da otimização probabilística foi de fundamental importância para modelar com maior precisão as variáveis de restrição probabilísticas que apareceu no problema. Pode ser visto que tal trabalho é de grande importância para resolver problemas dos sistemas ambientais e ainda dar suporte para se tomar decisões importante para vida de uma nação. Além disso, o problema mostra que a otimização probabilística pode utilizada de forma integrada com outras ferramentas eficientes sugeridas no meio acadêmico.

3.2 Problema de planejamento da cadeia de fornecimento de multiprodutos sob incertezas

Mitra et al. (2008) Aplicaram CCP no planejamento da cadeia de fornecimento de multiprodutos. Geralmente esse tipo de problema é resolvido pela programação estocástica de dois estágios, porém essa solução requer

consumo de tempo, esforço computacional e nem sempre problemas grandes chegam a uma solução. Segundo os autores, usar otimização probabilística para modelagem do problema foi necessário porque a técnica modela de forma mais adequada as incertezas, tais como, demandas de produtos e uptime (tempo de funcionamento) da máquina. A técnica permite avaliar essas incertezas baseada nas vantagens e desvantagens multiobjetivos no baseado no Pareto ótimo que são analisados e por fim é uma ferramenta simples de se usar e pode ser adaptado para grandes problemas de planejamento. Porém, a dificuldade ainda é formulação do determinístico equivalente para os problemas que envolvem muitas variáveis.

Os objetivos do modelo de planejamento propostos foram determinar a quantidade de matéria-prima a ser adquirida para as instalações da produção; o montante a ser produzido nas unidades; definir as quantidades a serem expedidas das unidades de produção para fornecedores, desses fornecedores para o mercado ou entre a produção de produtos independentes (produtos de várias unidades) e para finalizar, determinar a quantidade de estoque a ser mantida em diversos locais (estoques de segurança) para atender a demanda estocástica que prevalece no mercado otimizando a cadeia de abastecimento.

A função objetivo de o problema minimizar os custos envolvidos no processo (por exemplo, custo de produção, preço de material, custo de estoque de segurança, dentre outros). E as incertezas do problema eram a demanda e o tempo de atividade das máquinas. Para controlar essas incertezas, foi usada a abordagem de otimização probabilística e a definição de Pareto Ótimo. Os autores finalizaram o trabalho, afirmando que a técnica tem um grande potencial, o tempo gasto para resolver o problema foi mais rápido e fácil de modelar.

Percebe-se que para esse problema, os autores utilizaram a técnica de CCP e inseriu a técnica de Pareto Ótimo, dessa forma foi possível modelar e tomar decisões baseado nas vantagens e desvantagens do conjunto de soluções apresentadas.

3.3 Otimização Probabilística aplicada para resolver o problema de refinaria de rede de Hidrogênio

Jião et al. (2012) apresentaram um problema de rede de refinaria de Hidrogênio. Os autores realizaram revisão bibliográfica e observaram que esse

problema estava sendo resolvido por otimização determinística, no entanto, perceberam que problemas de rede de distribuição de hidrogênio apresentam situações incertas tais como: o fornecimento de matéria prima para usina bem como o fornecimento de hidrogênio para os consumidores são incertos, ou seja, o abastecimento da rede de distribuição de hidrogênio deve acontecer e sua demanda deve ser satisfeita.

Este artigo é pioneiro na utilização de otimização probabilística para aperfeiçoar soluções para problemas dessa natureza. Portanto, a função objetivo do problema visa minimizar o custo anual composto pelos custos operacionais (Custo de hidrogênio, de energia e combustível) e custos de capitais (Custo de purificadores, compressores e tubos). Em relação aos custos, foi considerado que os preços, taxas inseridos na função objetivo também apresentavam incertezas. As restrições do problema definidas foram: restrição quanto á fonte de hidrogênio, sumidouro, compressores e purificadores. Algumas desigualdades das restrições foram tratadas como variáveis aleatórias, tais como a quantidade de gás de hidrogênio disponível, a quantidade de hidrogênio puro, dentre outros. Baseado nessas incertezas, o problema foi modelado para ser resolvido por meio da otimização probabilística. As desigualdades que continham variáveis de incertezas foram transformadas em restrições probabilísticas. Essas variáveis eram normalmente distribuídas, logo foi possível construir determinísticos equivalentes, que por sua vez, foi tratado como um problema não linear inteiro misto, o qual pode ser resolvido através do método Branch Bound do software comercial Lingo. Com esse procedimento, foi possível observar o equilíbrio entre a confiabilidade e a rentabilidade do problema, ou seja, a melhor solução levando em consideração a viabilidade econômica e o padrão de qualidade do processo.

3.4 Otimização na Gestão Agrícola usando restrições Probabilística

Kamran e Dapuy, (2011) propuseram um modelo de otimização estocástica para determinar o número ideal de hectares de feno para alimentar os seus cavalos e saber quanto deve ser a produção de feno para compra e venda visando o lucro total.

Sabemos que a variabilidade no setor agrícola está constantemente presente, pois as condições climáticas, a qualidade do solo, a sazonalidade de fenômenos naturais (Chuva em excesso ou escassez da chuva), a política de gestão da fazenda são fatores que afetam diretamente a lucratividade, caso esses fatores sejam mal administrados, os mesmos podem causar situações catastrófica para o setor agrícola. Observa-se que todos esses fatores são incertos e por isso tomar decisões baseadas com modelos determinísticos podem acarretar distorção do problema real.

Segundo os autores, o modelo inclui como variáveis de decisão a quantidade de feno a partir de cada corte para colher, comprar e vender. Ainda permite que o feno seja armazenado em estoques no celeiro. No entanto, as variáveis de decisão devem levar em consideração o tempo, pois as condições climáticas interferem no rendimento do feno, esse rendimento é definido como parâmetro estocástico do modelo. A função objetivo é maximizar o lucro da atividade. As restrições do problema são definidas como a área plantada de feno, as exigências para o cultivo do feno, bem como o armazenamento do mesmo. As restrições probabilísticas que aparecem no problema são relacionadas ao estoque. Mais uma vez esse problema foi tratado como problema linear com algumas restrições probabilísticas, e o parâmetro estocástico (rendimento dos fenos) se distribuiu normalmente, tornando possível transformar a restrição probabilística em determinísticos equivalentes.

Esse problema foi resolvido com ajuda do Lingo. Por tratar-se um problema linear. Os autores mostram pelo estudo de caso, que a ferramenta Otimização probabilística é propícia para lidar com incertezas no sistema agrícola.

Portanto, este capítulo teve o intuito de apresentar aplicações usando Otimização Probabilística em diversas áreas do conhecimento e observou-se que a maioria dos problemas apresentou vetores seguem distribuição contínua. No Capítulo 04, será abordado um estudo de caso usando as ocorrências do SAMU que segue uma distribuição discreta. Esse estudo servirá para realocar as ambulâncias visando com que o SAMU possa atender o maior número de chamadas possíveis.

CAPÍTULO 4 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa iniciou pela revisão bibliográfica de Otimização Probabilística. Primeiro foram estudadas Otimização probabilística com vetores aleatórios contínuos, onde foi exposta uma abordagem levando em consideração cada coeficiente da equação quando sofria variação. No outro momento foi exposto OP com vetores aleatórios discretos. Foi neste assunto, que o referencial teórico se tornou mais detalhado devido à necessidade de aplicar OP num problema real onde o mesmo apresentou sua incerteza como variável aleatória discreta. No próximo capítulo, será realizada a aplicação do método de Beraldi(2002) para resolver a redistribuição das ambulâncias da cidade de João Pessoa.

Esta pesquisa é considerada bibliográfica, por analisar a teoria de Otimização Probabilística e apresentar as contribuições dadas por diversos autores durante décadas. Além disso, pode-se considerar como pesquisa exploratória devido a aplicação da teoria a um problema real. Auxilia na percepção importância que OP apresenta para incluindo a incerteza em sua modelagem.

CAPÍTULO 5 - EXPERIMENTO COMPUTACIONAL– APLICAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO PROBABILÍSTICA NO FUNCIONAMENTO DOS SERVIÇOS DE ATENDIMENTOS MÓVEIS DE URGÊNCIAS (SAMU)

A programação estocástica é uma das ferramentas de Otimização que tem sido utilizada para resolver os problemas de Serviços Móveis de Emergência. Para investigar melhor sobre tal assunto propõe-se a leitura dos trabalhos de Beraldi et al. (2009) que usou modelos recursivos para modelagem para resolver um problema real, Beraldi et al. (2002) que propôs um modelo robusto de otimização probabilísticas. Dois outros modelos probabilísticos foram propostos por Vellee Hogan (1989), para maximizar a demanda coberta com a dada probabilidade. Estes autores formularam o local de cobertura máxima como um problema de otimização probabilística.

Portanto, com o intuito de definir maior cobertura para o Serviço de Atendimento Móvel às Urgências de João Pessoa, este trabalho propõe formular o problema usando a Otimização probabilística nas restrições do modelo. Para iniciar a formulação do problema, foi necessário investigar sobre a Política Nacional de Atenção às Urgências criada pelo Ministério da Saúde.

Buscando garantir a universalidade, equidade e a integridade no atendimento de urgências clínicas, cirúrgicas, gineco-obstétricas, psiquiátricas, pediátricas e as relacionadas às causas externas (traumas, violências e suicídios), o Ministério da Saúde instituiu em 2003 a Política Nacional de Atenção às Urgências a ser implantada em todas as unidades federadas, respeitadas as competências das três esferas de gestão.

Em resumo, o SAMU visa prestar socorro à população em casos de urgências e emergências. Essa prestação de serviço pode ser feita em qualquer localidade seja ela na residência ou no trabalho do cidadão ou até mesmo em via pública. Com realização desses serviços o governo federal está reduzindo o número de óbitos, o tempo de internação em hospitais e as seqüelas decorrentes da falta de socorro precoce.

A maior dificuldade do SAMU nos grandes centros é prestar socorro em tempo mínimo levando em consideração que as chamadas de emergência

acontecem em qualquer localidade. Sabe-se que o congestionamento nos grandes centros, distância do ocorrido, a indisponibilidade de ambulâncias pode causar sérios problemas para população, até levar uma vítima à morte.

Atualmente o Município de João Pessoa, segundo o IBGE tem aproximadamente 765 mil habitantes e para assistir esses habitantes, com uma frota de aproximadamente 260.000 veículos transitando nas principais ruas da cidade, segundo o DENATRAN. Diante desses dados, pode-se perceber que João Pessoa apresenta dificuldade na mobilidade urbana.

Diante da dificuldade, a principal pergunta feita no SAMU é como prestar socorro às vítimas em menor tempo visando o baixo custo? Uma vez que a mobilidade Urbana, o crescimento da população, o número de ambulâncias para prestar serviço são elementos que contribuem para as incertezas no problema e elas afetam a qualidade do serviço prestado por parte do SAMU. Hoje, o tempo resposta do SAMU tem sido em média 1,00 horas para o atendimento (esse tempo significa o tempo da chamada até a chegada da ambulância no local do ocorrido). Um tempo considerado elevado quando se trata de vidas humanas. Porém, não é apenas o tempo resposta deve ser reduzido, também é importante considerar os custos que são elevados para a manutenção dessa prestação de serviço.

Com o intuito de minimizar o custo, foi aplicado o modelo robusto de otimização probabilística proposta por Beraldi (2002) e apresentado na seção 3.1. Esse modelo tem o objetivo de redistribuir as ambulâncias de tal maneira que atinja a cobertura máxima de João Pessoa.

Beraldi et al. (2002) propuseram um modelo robusto de otimização probabilística com intuito de resolver problemas de serviço móvel de emergência, ou seja, para o nosso país conhecido como Serviço de Atendimento Móvel de Urgência (SAMU).

A modelagem inicial foi tratada como problema de Localização de facilidades onde a função objetivo minimiza o custo sujeito as restrições da garantia do serviço para cada localização da chamada de emergência e a capacidade de números de veículos para atender essa demanda. Assim, a modelagem foi apresentada como:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i y_i$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} \geq h_i \quad i = 1, \dots, I \quad (15)$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} \leq q_j y_j \quad j = 1, \dots, J \quad (16)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ inteiro}$$

$$Y_i \in \{0,1\}$$

Onde a variável de decisão x_{ij} é denotada pelo o número de veículos posicionada no local j para atender a demanda no ponto i . Os Y_i são variáveis de binárias para indicar se os veículos do local j está disponível, recebendo valor 1 nesse caso e ao contrário, sendo atribuído o valor 0.

Observa-se que no problema determinístico h_i é definido como a chamada de emergência no ponto i no modelo determinístico. Além disso, foi apresentado os conjuntos M_j e o N_i , onde o primeiro é o conjunto de todos os pontos de demanda que podem ser atendidas a partir da localização j e o segundo representa o conjunto de todos os candidatos a locação que poderão atender a demanda do ponto i . Esses conjuntos devem cumprir um limite determinado, esse limite é denominado por T , esse limite pode ser um tempo ou uma distância. Assim o conjuntos M_j e o N_i foram apresentados da seguinte forma:

$$M_j = \{i \in I: d_{ij} \leq T\} \text{ e } N_i = \{j \in J: d_{ij} \leq T\}$$

Onde d_{ij} é a distância calculada da localização j ida ambulância até o local da ocorrência i . Assim a modelagem 1 é realizada de acordo com o modelo de problemas de localização.

Reformulando o problema, para a otimização estocástica os pontos de demandas são consideradas variáveis aleatórias discretas denotadas por ε_i e não mais por h_i , portanto, a restrição (15) do modelo determinístico aparece como a seguinte restrição probabilística:

$$P\left(\sum_{j \in N_i} x_{ij} \geq \varepsilon_i\right) \geq p_i \quad i = 1, \dots, I \quad (17)$$

Onde p_i é nível de confiança para o ponto de demanda i , ou seja, a confiabilidade individual para cada ponto de demanda i . Segundo os autores, essa individualidade não garante atingir uma confiabilidade geral abrangendo a totalidade da área. Desse modo, as restrições probabilísticas conjuntas são ferramentas mais flexíveis que permitem a criação de sub-áreas compostas de diversas demandas que apresentarão níveis de confiabilidades diferentes, porém, cada p_i garantirá a confiabilidade geral. Assim a restrição (17) foi reescrita como:

$$P(\sum_{j \in N_i} x_{ij} \geq \varepsilon_i, \forall i \in I(s)) \geq p_s \quad s = 1, \dots, S. \quad (18)$$

onde S é denotada como o número de subáreas composta por um grupo de demandas e s é denotado como a subárea. Para transformar a restrição probabilística (18) em uma função determinista, Beraldi et al. (2002) usou a teoria de pontos eficientes para modelos discretos. Desse modo, assume-se que ε_i são variáveis aleatórias independentes e a restrição 17 pode ser reescrita como:

$$\prod_{i=1}^I F_i(\sum_{j \in N_i} x_{ij}) \geq p \quad (19)$$

onde, cada F_i corresponde à função de distribuição marginal do vetor ε_i , com $i=1, \dots, I$.

Dado um vetor Z , cuja suas entradas são definidas como:

$$\sum_{j \in N_i} X_{ij} = Z_i, \quad i = 1, \dots, I.$$

Assim a restrição (19) pode ser reescrita como:

$$\prod_{i=1}^I F_i(z_i) \geq p \quad (20)$$

Aplicando o logaritmo na restrição (20) tem-se que:

$$\prod_{i=1}^I \ln(F_i(z_i)) \geq \ln p \quad (21)$$

Pelo Lema 1, sabe-se que $z_i \geq l_i$, onde l_i é ponto eficiente para ε_i . É importante ressaltar que $l_i = F^{-1}(p)$ representa p-quantil da distribuição marginal F_i . No caso de funções logcôncavas, que é o caso da Distribuição de Poisson, como foi visto anteriormente. Desse modo, torna-se possível reescrever z_i como uma formulação binária, se $l_i + k_i$ é considerado o limite superior, ou seja, o maior número de chamadas em cada bairro. Desse modo, k_i é dado pela a quantidade de probabilidade mínima que pode ocorrer, ou seja, $n = F^{-1}(1 - \varepsilon)$. Então z_i será reescrito como:

$$z_i = l_i + \sum_{k=1}^{k_i} a_{ik} z_{ik} \geq \alpha$$

Onde $a_{ik} = \ln(F_i(l_i + k)) - \ln(F_i(l_i + k - 1))$ e $\alpha = \ln p - \ln F(l)$. Assim, o determinístico equivalente para o problema é formulado a seguir.

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} f_j y_j$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{K_i} a_{ik} z_{ik} \geq \alpha$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} \leq q_j y_j \quad j = 1, \dots, J$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} = l_i + \sum_{k=1}^{k_i} z_{ik}, i = 1, \dots, I,$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ inteiro}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J,$$

$$z_{ik} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, I, \quad k = 1, \dots, k_i,$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, J.$$

5.1 O SAMU do Município de João Pessoa

Para aplicação do modelo proposto por Beraldi (2002), primeiro foi necessário apresentar a distribuição das ambulâncias nos pontos estratégicos da cidade de João Pessoa. Atualmente, para o SAMU atender a demanda apenas de João Pessoa, está sendo usadas 06 básicas, 02 UTI Móveis, 03 Motolâncias. Os principais pontos estratégicos das ambulâncias posicionadas para atender a população são de acordo com o quadro 1:

Quadro 2 - Distribuição das ambulâncias posicionadas para atender as chamadas de ocorrências no Município de João Pessoa

Tipo Viatura	Bairro	Local
USB/MT	Mangabeira	CHMGTB
USB/MT	Tambaú	Sub prefeitura
USB	Manaíra	UPA Oceania
USB/MT	Centro	HMSI
USB	Cruz das Armas	CAIS
USB	Água Fria	BASE SAMU

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com a Portaria GM nº 2048 da Política Nacional de Atenção às Urgências, define-se ambulâncias como um veículo (terrestre, aéreo ou aquaviário) que se destine exclusivamente como transporte de enfermos. Sua classificação é dada pela seguinte forma:

Tipo A- Ambulância de Transporte: Veículo destinado ao transporte em decúbito horizontal de pacientes que não apresentam risco de vida, para remoções simples e caráter eletivo.

Tipo B- Ambulâncias de Transportes Básicos: Veículos destinados ao transporte de pacientes com risco de vida conhecido ao atendimento pré-hospitalar de pacientes com risco de vida desconhecido, não classificado com potencial de necessitar de intervenção médica no local ou durante transporte até o serviço de destino.

Tipo C- Ambulâncias de Resgate: Utilizada para vítimas de acidentes ou vítimas ou paciente que estão em locais de difícil acesso, esse tipo veículo é composto de equipamentos para salvamento seja ele aquático, terrestre ou em alturas.

Tipo D – Ambulância de Suporte Avançado: Veículo propício para atender paciente de alto risco em emergências pré-hospitalares que necessitam de cuidados médicos intensivos.

Ainda existem os veículos de Aeronave de Transporte Médico e Embarcações de Transporte Médico, bem como veículos de intervenções rápidas, que são denominadas as motolâncias. Esse tipo de veículo serve para agilizar o procedimento, os motociclistas são técnicos de enfermagem que levam kit de primeiros socorros até a vítima e identifica a gravidade da mesma.

Para o modelo de redistribuição de ambulância propostos neste estudo, serão usados os 06 veículos do tipo B e as 03 motolâncias, uma vez que o objetivo desse trabalho é propor uma reorganização dos pontos das ambulâncias que assistem apenas a população do município de João Pessoa. As ambulâncias de Suporte Avançado, não foram inseridas neste estudo porque além de assistirem ao município de João Pessoa, também assistem aos Municípios circunvizinhos que são: Santa Rita, Conde, Cabedelo dentre outros. Também vale ressaltar que esse tipo de ambulância é usado quando a vítima apresenta um quadro de alta complexidade, essa situação não é comum ocorrer. Os procedimentos metodológicos desta pesquisa estão sendo apresentados na próxima secção.

5.2 Informações para construção do Modelo

5.2.1 Os dados

As informações foram coletadas na base de dados do SAMU no período de Junho de 2011 a Julho de 2012. Tais informações foram fornecidas pela própria equipe de gerência do SAMU. Inicialmente, foi necessário realizar crítica dos dados coletados, uma vez que estas se encontrava duplicada na base de dados. Depois, da crítica dos dados, foi realizado um estudo descritivo e percebeu-se que as chamadas do final de semana apresentou comportamento diferente das chamadas do dia de semana e por isso, resolveu-se aplicar o método apenas para as chamadas do final de semana. É importante definir que no final de semana considerado neste estudo são os dia de Sexta a partir de 18:00 h até domingo de 00:00h. Depois realizar essa triagem, foram detectadas 7065 ocorrências em 43

bairros de João Pessoa. Houve bairro que apresentaram número pequeno de ocorrência, então se juntou com o bairro mais próximo. Por exemplo, o bairro Alto do céu foi agregado ao de bairro de Mandacaru, Cristo e Varjão, o Cuiá agregou-se ao Geisel, ainda outros foram agregados.

5.2.2 Distribuição de Frequências

Realizou-se uma distribuição do número de ocorrência distribuída por Bairro apresentado na Figura 1. Essas ocorrências por bairro foi calculada a sua média de ocorrência bem como sua variância como se pode observar no Quadro 2. Foram gerados os histogramas para os 43 Bairros e depois foi realizado o teste de aderência de Kolmogorov-Sminov para testar se a distribuição de cada bairro se ajustou a distribuição de Poisson. Esse teste foi realizado com auxílio do pacote estatístico SPSS versão 18.

5.2.3 Determinação do valor da função de distribuição inversa

Depois de confirmar que as ocorrências de Serviço de Atendimento de Urgência e Emergência seguiam uma distribuição de Poisson, foi necessário calcular a função de distribuição acumulada inversa para cada bairro. Esse resultado foi obtido com auxílio do Matlab R2007.

5.2.4 Pontos de demandas distribuídos por bairro e os cálculo das distâncias

Os pontos das demandas foram gerados de acordo com o histórico de ocorrências no período estudado. Neste momento marcado com auxílio do Google maps alguns pontos estratégicos para o posicionamento das ambulâncias, levando em consideração a distribuição de ocorrências por bairro e observando as ruas que mais houve ocorrências. Baseado nessas informações, o critério foi encontrar no Google latitudes e longitudes próximas a tais ruas. A ferramenta usada para calcular a distância e definir o tempo foi Maps API da Google. Com auxílio do CPLEX foi possível obter soluções.

5.2.5 Função objetivo do modelo

Observou-se que a função objetivo do modelo era minimizar o custo do sistema, porém não foi possível saber exatamente quanto custava a viagem de uma ambulância para socorrer uma vítima. Para resolver essa ausência de informações, depois de gerar os pontos de ocorrências no Google Map, foi possível identificar a distância e o tempo de cada candidato a posto de ambulância para diferentes pontos de ocorrências. Desse modo, considerando que o custo está diretamente proporcional com o tempo e a distância, a função objetivo do problema considerou a minimização da distância do ponto de partida da ambulância até a vítima.

Portanto, a função objetivo sofreu alteração em relação a modelagem proposta por Beraldi(2002). Assim, a modelagem do problema é:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{K_i} a_{ik} z_{ik} \geq \alpha$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} \leq q_j y_j \quad j = 1, \dots, J$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} = l_i + \sum_{k=1}^{k_i} z_{ik}, i = 1, \dots, I,$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ inteiro}, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J,$$

$$z_{ik} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, I, \quad k = 1, \dots, k_i,$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, J.$$

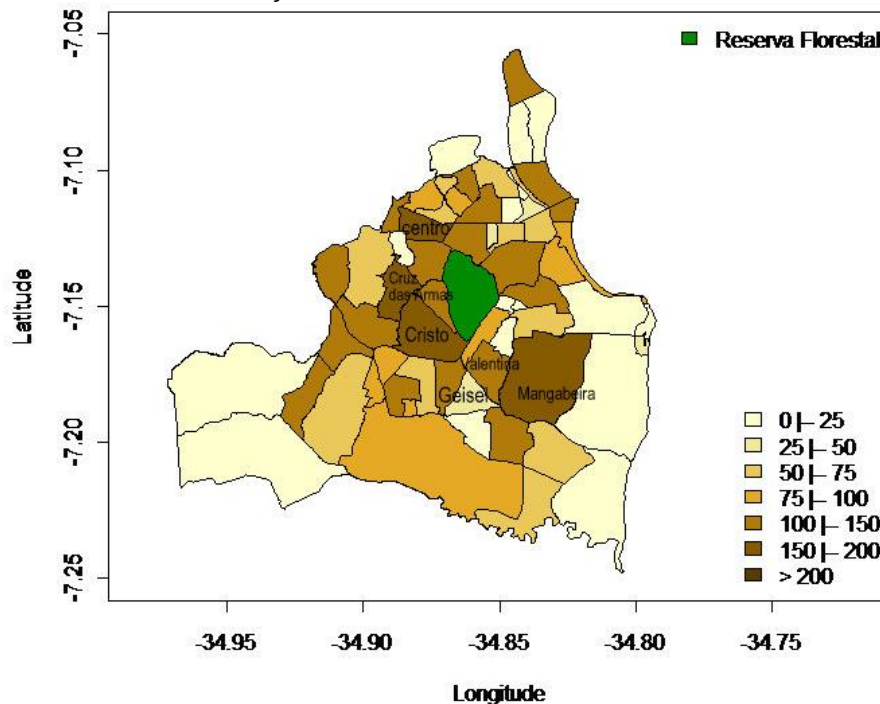
Onde o C_{ij} são as distâncias do bairro i para o bairro j . Assim, pode ser notado que esse coeficiente foi considerado distâncias e não o custo como inicialmente foi proposto por Beraldi(2002).

Desse modo, os resultados estão apresentados no capítulo 6, onde serão discutidos cenários levando em consideração tempo e distância, uma vez que esses elementos são primordiais para salvar vidas.

CAPÍTULO 6 - RESULTADOS E DISCUSSÃO DO ESTUDO DE CASO

Este capítulo tem o objetivo de apresentar a demanda de ocorrências dessa do SAMU da cidade de João Pessoa. Para iniciar, a figura 1 expõe quais os bairros que mais solicitou o SAMU durante o período estudado. As áreas mais escuras no mapa representam os bairros que mais houve ocorrências. Durante os finais de semanas de julho de 2011 a julho de 2012 o SAMU assistiu 4.731 ocorrências. Sendo que as maiorias das chamadas originaram dos bairros do Ernesto Geisel, Valentina, Mangabeira, Cristo, Oitizeiro e Cruz das Armas. Esses resultados eram de se esperar, pelo fato desses bairros serem mais populosos e mais agitados nos finais de semana. A média e o desvio padrão das ocorrências por bairro estão distribuídos no Quadro 2, bem como o teste de aderência para uma amostra de Komolgorov Sminorv.

Figura 2 - Distribuição do número de ocorrências do SAMU segundo a localização na cidade de João Pessoa



Quadro 3 - Medidas descritivas das ocorrência e seus respectivos resultados do teste de aderência à distribuição de Poisson

Bairro	Média	Desvio Padrão	Menor número de ocorrências	maior número de ocorrências	Sminorv Kolmogorov	Valor_p
Mangabeira	7,45	3,459	0	18	0,926	0,358
Valentina	3,32	1,978	0	9	0,504	0,961
Geisel	2,43	1,714	0	7	0,741	0,642
Grotão	0,94	1,139	0	5	0,865	0,443
Agua fria	0,84	0,997	0	5	0,266	1
Altiplano	0,84	1,016	0	4	0,82	0,512
Alto do Mateus	1,46	1,227	0	7	0,46	0,984
Bairro dos Estados	1,32	1,188	0	4	0,479	0,976
Bairro das Indústrias	1,33	1,356	0	6	1,159	0,136
Bairro dos Ipês	0,62	0,88	0	4	0,55	0,922
Bessa	1,96	1,597	0	8	0,53	0,941
Brisamar	0,7	0,88	0	4	0,326	1
Cabo Branco	0,83	1,105	0	6	0,671	0,759
Castelo Branco	1,2	1,146	0	5	0,143	1
Centro	4,04	2,504	0	11	0,997	0,274
Costa e Silva	0,88	0,929	0	4	0,198	1
Cruz das Armas	4,7	2,615	0	13	0,966	0,309
Distrito Industrial	0,67	0,835	0	3	0,338	1
Ernani Sátiro	0,89	1,08	0	5	0,736	0,65
Torre	2,23	1,724	0	8	0,727	0,666
Funcionários	1,23	1,165	0	5	0,21	1
Jaguaribe	2,56	1,869	0	9	0,867	0,439
Jardim Veneza	1,1	1,12	0	5	0,386	0,998
José Américo	1,52	1,435	0	6	0,845	0,473
João Paulo II	0,46	0,712	0	4	0,122	1
Manaíra	1,99	1,639	0	8	0,927	0,356
Mandacarú	2,12	1,946	0	12	0,977	0,295
Miramar	0,46	0,721	0	3	0,27	1
Mussumago	0,41	0,743	0	4	0,417	0,995
Oitizeiro	2,73	1,862	0	8	0,708	0,697
Roger	1	1,24	0	6	1,296	0,069
Paratibe	0,48	0,889	0	6	0,738	0,648
Penha	0,3	0,5	0	2	0,27	1
Treze de Maio	0,87	0,981	0	5	0,302	1
Tambaú	1,78	1,781	0	8	1,246	0,09
Tambauzinho	0,67	0,835	0	5	0,62	0,837
Tambiá	0,58	0,863	0	5	0,484	0,973
						continua

Trincheiras	0,18	0,504	0	3	0,357	1
Varadouro	1,64	1,507	0	7	0,594	0,872
Cristo	5,88	2,487	0	11	0,611	0,85
Bancários	1,64	1,507	0	10	0,262	1
Ilha do Bispo	0,57	0,826	0	4	0,314	1
Colinas do Sul	0,84	1,059	0	5	0,505	0,96

Fonte: dados primários do SAMU.

Observa-se que a as ocorrências apresentou Distribuição de Poisson de acordo com os p -valores do Teste de aderência, pois todos os valores apresentados foram maior do que o nível de significância adotado de 0,05. Desse modo não rejeita-se a hipótese nula, ou seja, todos os bairro seguem uma distribuição de Poisson com parâmetro (médias e desvios padrões) apresentados no quadro 1. Portanto, pode ser concluídos que as ocorrências acontecem de forma independentes seguindo a distribuição de Poisson, desse modo pode ser aplicado o modelo proposto por Beraldi et al.(2002). Antes da aplicação do modelo, o Quadro 3 apresenta o valor da função de distribuição inversa para cada bairro. Também é importante ressaltar que o nível de confiabilidade para o modelo foi adotado com $p = 0.05$.

Depois de confirmar que as ocorrências apresentaram distribuição de Poisson, foi possível usar a teoria dos pontos eficientes para permitir a transformação da restrição probabilística em um determinístico equivalente. Para os resultados, foram construídos três cenários para definir a melhor decisão:

Cenário 1: Considerou-se que cada candidato a posto receberia 01 ambulância e socorreria apenas ocorrências de até 5000 m de distância do posto. Desse modo, o quadro 4, 5 e 6 apresentam os seguintes resultados:

Observa-se no quadro 4, os bairros escolhidos para criarem postos para ambulâncias com suas respectivas ofertas, por exemplo: o bairro do Valentina receberia um posto com uma ambulância e teria capacidade de responder 17 ocorrências de diferentes bairros estão apresentados no quadro 5. O Geisel já teria capacidade de atender 23 ocorrências e o bairro de Água Fria 28 ocorrências. O quadro 4 refere-se a demanda de cada bairro. Observa-se neste quadro que Mangabeira, Centro, Cruz das Armas e Cristo apresentaram maior número de ocorrência. Isso é compreensivo, pois Mangabeira e Cruz das Armas são bairros onde circulam moradores de todos os bairros de João Pessoa, devido esses terem

comércio local e serem bairros mais populosos de João Pessoa. O quadro 5 mostra os candidatos de postos das ambulâncias e quais são os bairros que serão atendidos por esses postos.

Quadro 4 - Candidatos para posicionar ambulâncias. (cenário 1)

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Valentina	17
Geisel	23
Água Fria	28
B. dos Estados	20
Castelo Branco	25
Distrito Industrial	22
Jaguaribe	20
Manaíra	16
Oitizeiro	23
Penha	19
Varadouro	18
Bancários	22

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 5 - Número de ocorrências esperada de cada bairro (cenário 1)

Bairro	Ocorrência	Bairro	Ocorrência
Mangabeira	16	José Américo	6
Valentina	10	João Paulo II	3
Geisel	8	Manaíra	8
Grotão	5	Mandacarú	7
Água Fria	5	Miramar	3
Altiplano	4	Mussumago	3
Alto do Mateus	6	Oitizeiro	8
B. dos Estados	6	Roger	5
B. das Indústrias	6	Paratibe	3
B. dos Ipês	4	Penha	3
Bessa	8	Treze de Maio	4
Brisamar	4	Tambaú	6
Cabo Branco	4	Tambauzinho	4
Castelo Branco	5	Tambiá	4
Centro	11	Trincheiras	2
Costa e Silva	4	Varadouro	6
Cruz das Armas	12	Cristo	14
Dist. Industrial	4	Bancários	6
Ernani Sátiro	4	Ilha do Bispo	3
Torre	7	Colinas do Sul	4
Funcionários	5	Jardim Veneza	5
Jaguaribe	8		

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Quadro 6 apresenta os postos de ambulâncias e seus respectivos destinos. O posto do Valentina pode ofertar o serviço para Mangabeira atendendo 01 ocorrência, no próprio Valentina 10 ocorrências, 3 ocorrências em Mussumago e 03 ocorrências em Paratibe. O Posto do Geisel oferta até 08 ocorrências diárias no Geisel, 05 no Grotão, 01 no Ernani Sátiro, 05 nos Funcionários e 04 nos Colinas do Sul. Os demais postos estão apresentados no quadro 5. Analisando os tempos dos postos para cada destino, nota-se que o maior tempo resposta resultou em 11 minutos, ou seja, este é o tempo que a ambulância sai do posto em Jaguaribe e atender a ocorrência no Roger. Totalizando 253 ofertas.

Quadro 6 - Distribuição de cada posto de acordo com local de ocorrência segundo a quantidade de chamadas, distância e o tempo (*cenário 1*)

Postos	Destino	Chamadas	Distância(m)	Tempo (min)
Valentina	Mangabeira	1	3909	7,6
	Valentina	10	0	0,0
	Mussumago	3	1253	3,5
	Paratibe	3	1295	3,5
Geisel	Geisel	8	0	0,0
	Grotão	5	2085	6,5
	Ernani Sátiro	1	2612	7,7
	Funcionários	5	1756	5,5
	Colinas do Sul	4	230	1,1
Água Fria	Água Fria	5	0	0,0
	José Américo	6	1534	4,0
	João Paulo II	3	3061	8,2
	Cristo	14	2747	7,0
	Bancários	0	4445	7,6
B.dos Estados	B, dos Estados	5	0	0,0
	B, dos Ipês	4	2019	4,4
	Mandacaru	7	2448	6,1
	Treze de Maio	3	2641	5,8
	Tambauzinho	1	1390	3,5
Castelo Branco	Brisamar	4	4339	5,3
	Castelo Branco	5	0	0,0
	Centro	6	4729	7,9
	Torre	7	3156	7,1
	Miramar	3	2381	6,4

Distrito Industrial	B. das Indústrias	6	1525	3,9
	Costa e Silva	4	1969	4,6
	Dist, Industrial	4	0	0,0
	Ernani Sátiro	3	3243	6,2
	Jardim Veneza	5	1735	4,3
Ernani Sátiro	Grotão	0	1955	5,7
Jaguaribe	Centro	3	2138	5,4
	Jaguaribe	8	0	0,0
	Roger	4	4078	11,0
	Treze de Maio	1	3516	9,3
	Tambiá	4	2079	6,4
Manaíra	Bessa	8	905	2,8
	Manaíra	8	0	0,0
Oitizeiro	Cruz das Armas	12	3483	6,5
	Oitizeiro	9	0	0,0
	Trincheiras	2	4838	10,7
Penha	Altiplano	4	518	1,4
	Cabo Branco	4	1593	4,2
	Penha	3	0	0,0
	Tambaú	5	3735	9,4
	Tambauzinho	3	3553	8,0
Varadouro	Alto do Mateus	6	4679	9,8
	Centro	1	1528	3,5
	Roger	1	3397	9,3
	Varadouro	6	0	0,0
	Ilha do Bispo	4	1889	4,8
Bancários	Mangabeira	15	2602	6,4
	Tambaú	1	4379	9,5
	Bancários	6	0	0,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 7 apresenta a volta das ambulâncias de cada ponto de ocorrência. Observa-se que o retorno da ambulância para cada posto, o tempo e a distância sofrem alterações. Isso ocorre devido ao caminho de ida pode ser diferente da volta.

Quadro 7 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo correspondente a cada candidatos a posto. (cenário 1)

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo (min)
Água Fria	Água Fria	5	0	0
Altiplano	Penha	4	518	1,4
Alto do Mateus	Varadouro	6	4737	9,0
B. das Indústrias	Dist. Industrial	6	1508	3,9
B. dos Estados	B. dos Estados	5	0	0,0
B. dos Ipês	B. dos Estados	4	1977	4,5
Bancários	Água Fria	0	4541	8,1
Bancários	Bancários	6	0	0,0
Bessa	Manaíra	8	905	2,9
Brisamar	Castelo Branco	4	3620	10,6
Cabo Branco	Penha	4	1963	5,5
Castelo Branco	Castelo Branco	5	0	0,0
Centro	Castelo Branco	6	6151	10,8
Centro	Jaguaribe	3	2543	6,5
Centro	Varadouro	1	1652	4,5
Colinas do Sul	Geisel	4	230	1,1
Costa e Silva	Dist. Industrial	4	1883	5,6
Cristo	Água Fria	14	3473	7,8
Cruz das Armas	Oitizeiro	12	3497	6,9
Dist. Industrial	Dist. Industrial	4	0	0,0
Ernani Sátiro	Geisel	1	2612	7,8
Ernani Sátiro	Dist. Industrial	3	2764	7,9
Funcionários	Geisel	5	1765	5,7
Geisel	Geisel	8	0	0,0
Grotão	Geisel	5	2085	6,6
Grotão	Ernani Sátiro	0	1955	5,8
Ilha do Bispo	Varadouro	4	1967	4,6
Jaguaribe	Jaguaribe	8	0	0,0
Jardim Veneza	Dist. Industrial	5	1716	4,4
José Américo	Água Fria	6	1674	4,5

João Paulo II	Agua Fria	3	3491	7,0
Manáira	Manáira	8	0	0,0
Mandacaru	B. dos Estados	7	2720	5,8
Mangabeira	Valentina	1	3899	8,3
Mangabeira	Bancários	15	2814	8,0
Miramar	Castelo Branco	3	2180	5,5
Mussumago	Valentina	3	1263	3,4
Oitizeiro	Oitizeiro	9	0	0,0
Paratibe	Valentina	3	1305	3,5
Penha	Penha	3	0	0,0
Roger	Jaguaribe	4	3783	11,1
Roger	Varadouro	1	3395	9,0
Tambauzinho	B. dos Estados	1	1759	4,9
Tambauzinho	Penha	3	3489	7,1
Tambaú	Penha	5	5735	13,4
Tambaú	Bancários	1	3017	8,5
Tambiá	Jaguaribe	4	2714	8,3
Torre	Castelo Branco	7	4708	10,0
Treze de Maio	B. dos Estados	3	2777	4,5
Treze de Maio	Jaguaribe	1	3914	10,0
Trincheiras	Oitizeiro	2	5158	9,2
Valentina	Valentina	10	0	0,0
Varadouro	Varadouro	6	0	0,0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o cenário 01 funcionar serão necessárias 14 ambulâncias e somando todas as demandas e as ofertas, percebe-se que este cenário contém 253 ofertas e responderia 253 demandas diárias, Isso significa que o sistema de prestação de socorro às vítimas do SAMU trabalharia com capacidade igual a demanda, ou seja, sem folga e o tempo máximo de socorrer a vítima seria de aproximadamente 11 minutos.

Cenário 2: Considerou-se que cada candidato a posto receberia 02 ambulâncias e socorreria apenas ocorrências de até 5000 m de distância do posto, Desse modo, o quadro 8, 9 e 10 apresentam os seguintes resultados:

Segundo o modelo, os bairros que receberam os postos são Valentina, Água Fria, Bairro dos Estados, Costa e Silva, Manaíra, Penha e Trincheiras. Para este cenário, o Valentina é capaz de atender 34 ocorrências, Água Fria atende 56 e os demais postos pode ser visto no quadro 7, Observa-se no quadro 8, as demandas esperadas para cada bairro, ou seja, espera-se que aconteça 16 chamadas para Mangabeira, 11 para o Valentina e assim por diante. O Quadro 9 apresenta o local selecionado da ambulância e seus respectivos destinos, bem como a distância e o tempo que será percorrido. Por exemplo, o posto do Valentina vai atender até 16 chamadas de Mangabeira, 11 chamadas no próprio Valentina, 03 chamadas para Mussumago e 04 chamadas para Paratibe. Caso o Valentina socorra uma vítima em Mangabeira, o tempo resposta para vítima será de 10,9 minutos. Essa análise pode ser realizada para demais bairros. No quadro 9. Neste cenário a oferta é maior que a demanda, ou seja: 280 ofertas para 265 ocorrências.

Quadro 8 - Candidatos para posicionar ambulâncias

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Valentina	34
Água Fria	56
Bairro dos Estados	40
Costa e Silva	44
Manaíra	32
Penha	38
Trincheiras	36

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 9 - número de ocorrências esperada de cada bairro

Bairro	Ocorrências	Bairro	Ocorrências
Mangabeira	16	Ilha do Bispo	3
Valentina	11	Colinas do Sul	5
Geisel	9	Ernani Sátiro	5
Grotão	5	Torre	7
Agua Fria	8	Funcionários	6
Altiplano	5	Jaguaribe	8
Alto do Mateus	5	Jardim Veneza	5
B, dos Estados	6	José Américo	7
B, das Indústrias	6	João Paulo II	4
B, dos Ipês	4	Manaíra	12
Bessa	8	Mandacaru	7
Brisamar	4	Miramar	3
Cabo Branco	4	Mussumago	3
Castelo Branco	5	Oitizeiro	8
Centro	10	Roger	4
Costa e Silva	5	Paratibe	4
Cruz das Armas	11	Penha	3
Dist, Industrial	4	Treze de Maio	4
Trincheiras	2	Tambaú	6
Varadouro	6	Tambauzinho	4
Cristo	14	Tambiá	3
Bancários	6		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 10 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo

Origem	Destino	Chamadas	Distancia (m)	Tempo (minuto)
Valentina	Mangabeira	16	3909	9,3
	Valentina	11	0	5,3
	Mussumago	3	1253	2,8
	Paratibe	4	1295	0,0
Agua Fria	Geisel	9	1974	1,4
	Agua Fria	8	0	9,8
	José Américo	7	1534	4,2
	João Paulo II	4	3061	10,5
	Cristo	14	2747	8,0
	Bancários	6	4445	6,2
	Colinas do Sul	5	2205	0,0
B. dos Estados	B. dos Estados	6	0	9,4
	B. dos Ipês	4	2019	8,0
	Centro	9	4025	9,4
	Torre	3	2374	5,3
	Mandacaru	7	2448	5,3
	Roger	4	4067	5,4
	Treze de Maio	4	2641	0,0
	Tambiá	3	2846	2,6
Costa e Silva	Grotão	5	1818	4,5
	B. das Indústrias	6	3161	
	Costa e Silva	5	0	0,0
	Dist, Industrial	4	1883	1,4
	Ernani Sátiro	5	834	8,8
	Funcionários	6	1825	7,9
	Jardim Veneza	5	3372	0,0
	Oitizeiro	8	2720	4,5

Manaíra	Bessa	8	905	8,1
Manaíra	Manaíra	12	0	2,9
Penha	Altiplano	5	518	9,2
	Brisamar	4	3996	5,5
	Cabo Branco	4	1593	10,9
	Castelo Branco	5	4499	10,3
	Torre	4	4549	5,6
	Miramar	3	2671	5,5
	Penha	3	0	0,0
	Tambaú	6	3735	7,8
	Tambauzinho	4	3553	6,7
Trincheiras	Alto do Mateus	5	4552	4,6
	Centro	1	1622	3,0
	Cruz das Armas	11	2568	6,4
	Jaguaribe	8	1694	4,6
	Trincheiras	2	0	6,3
	Varadouro	6	753	4,3
	Ilha do Bispo	3	1762	4,3

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 11 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo(min)
Água Fria	Água Fria	5	0	0,0
Altiplano	Penha	4	518	1,4
Alto do Mateus	Oitizeiro	6	6596	9,8
B. das Indústrias	Dist. Industrial	6	1508	3,9
B. dos Estados	B. dos Estados	6	0	0,0
B. dos Ipês	B. dos Estados	4	1977	4,5
Bancários	Bancários	6	0	0,0
Bessa	Manaíra	8	905	2,9
Brisamar	Castelo Branco	4	3620	10,6
Cabo Branco	Penha	4	1963	5,5
Castelo Branco	Castelo Branco	5	0	0,0
Centro	Centro	11	0	0,0
Colinas do Sul	Geisel	4	230	1,1
Costa e Silva	Dist. Industrial	4	1883	5,6
Cristo	Água Fria	14	3473	7,8
Cruz das Armas	Jaguaribe	3	2121	5,1
Cruz das Armas	Oitizeiro	9	3497	6,9
Dist. Industrial	Dist. Industrial	4	0	0,0
Ernani Sátiro	Geisel	1	2612	7,8
Ernani Sátiro	Dist. Industrial	3	2764	7,9
Funcionários	Geisel	5	1765	5,7
Geisel	Geisel	8	0	0,0
Grotão	Geisel	5	2085	6,6
Ilha do Bispo	Jaguaribe	3	3360	7,8
Jaguaribe	Jaguaribe	8	0	0,0
Jardim Veneza	Dist. Industrial	5	1716	4,4
José Américo	Água Fria	6	1674	4,5
João Paulo II	Água Fria	3	3491	7,0
Manaíra	Manaíra	8	0	0,0
Mandacaru	B. dos Estados	7	2720	5,8
Mangabeira	Valentina	1	3899	8,3
Mangabeira	Bancários	15	2814	8,0
Miramar	Castelo Branco	3	2180	5,5

Mussumago	Valentina	3	1263	3,4
Oitizeiro	Oitizeiro	8	0	0,0
Paratibe	Valentina	3	1305	3,5
Penha	Penha	3	0	0,0
Roger	Centro	5	1958	6,5
Tambauzinho	Castelo Branco	1	3004	8,1
Tambauzinho	Penha	3	3489	7,1
Tambaú	Penha	5	5735	13,4
Tambaú	Bancários	1	3017	8,5
Tambiá	Castelo Branco	4	6024	12,0
Torre	Castelo Branco	7	4708	10,0
Treze de Maio	B. dos Estados	3	2777	4,5
Treze de Maio	Castelo Branco	1	10245	12,3
Trincheiras	Jaguaribe	2	1694	5,4
Valentina	Valentina	10	0	0,0
Varadouro	Centro	2	1528	3,5
Varadouro	Jaguaribe	4	2342	7,2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Cenário 3: Considerou-se que cada candidato a posto contém 03 ambulâncias e socorreria apenas ocorrências de até 5000 m de distância do posto. Desse modo, o quadro 12, 13, 14 e 14 apresentam os seguintes resultados:

Com o aumento do número de ambulância, o número de postos diminui e a oferta de cada posto também aumentou. Observa-se também que o tempo máximo de resposta da ambulância é de 11,3 minutos. Observa-se que o tempo gasto da ambulância saindo dos Bancários voltando para o posto no Altiplano, gastará 15,6 minutos. Portanto, o tempo de uma ambulância sair do posto Altiplano para socorrer alguém nos Bancários e voltar para o resultará em 26,9 minutos.

Quadro 12 - Bairro candidatos para posicionar ambulâncias

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Valentina	51
Agua Fria	84
Altiplano	57
Bairro dos Estados	60
Bessa	48
Costa e Silva	66
Trincheiras	54

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 13 - número de ocorrências esperada de cada bairro

Bairro	Ocorrências	Bairro	Ocorrências
Mangabeira	15	Jardim Veneza	5
Valentina	15	José Américo	6
Geisel	8	João Paulo II	3
Grotão	5	Manaíra	8
Agua Fria	8	Mandacaru	7
Altiplano	8	Miramar	3
Alto do Mateus	5	Mussumago	3
B, dos Estados	10	Oitizeiro	8
B, das Indústrias	5	Roger	5
B, dos Ipês	4	Paratibe	3
Bessa	12	Penha	3
Brisamar	4	Treze de Maio	4
Cabo Branco	4	Tambaú	6
Castelo Branco	5	Tambauzinho	4
Centro	11	Tambiá	4
Costa e Silva	8	Trincheiras	3
Cruz das Armas	11	Varadouro	7
Dist, Industrial	4	Cristo	13
Ernani Sátiro	5	Bancários	6
Torre	7	Ilha do Bispo	4
Funcionários	5	Colinas do Sul	4
Jaguaribe	8		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 14 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo

Origem	Destino	Chamadas	Distancia (m)	Tempo (minuto)
Valentina	Mangabeira	15	3909	7,62
	Valentina	15	0	0,00
	Mussumago	3	1253	3,47
	Paratibe	3	1295	3,50
Agua Fria	Geisel	8	1974	4,20
	Agua Fria	8	0	0,00
	José Américo	6	1534	3,95
	Cristo	13	2747	6,97
	Colinas do Sul	4	2205	5,38
Altiplano	Altiplano	8	0	0,00
	Cabo Branco	4	2079	4,97
	Castelo Branco	5	4985	11,28
	Penha	3	518	1,43
	Tambaú	6	3247	7,92
	Bancários	6	3965	10,67
B, dos Estados	B, dos Estados	10	0	0,00
	B, dos Ipês	4	2019	4,37
	Brisamar	4	2639	6,52
	Torre	7	2374	6,42
	Mandacaru	7	2448	6,12
	Miramar	3	2211	4,88
	Treze de Maio	4	2641	5,78
	Tambauzinho	4	1390	3,47
Bessa	Bessa	12	0	0,00
	Manaíra	8	905	2,88
Costa e Silva	Grotão	5	1818	6,28

	B. das Indústrias	5	3161	8,83
	Costa e Silva	8	0	0,00
	Dist, Industrial	4	1883	5,63
	Ernani Sátiro	5	834	3,03
	Funcionários	5	1825	6,32
	Jardim Veneza	5	3372	9,27
	João Paulo II	3	1951	5,72
	Oitizeiro	8	2720	5,28
Trincheiras	Alto do Mateus	5	4552	9,43
	Centro	11	1622	5,28
	Cruz das Armas	11	2568	5,28
	Jaguaribe	8	1694	5,37
	Roger	5	3023	10,83
	Trincheiras	3	0	0,00
	Varadouro	7	753	2,63
	Ilha do Bispo	4	1762	4,48

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 15 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo(min)
Agua Fria	Agua Fria	8	0	0,0
Altiplano	Altiplano	8	0	0,0
Alto do Mateus	Trincheiras	5	4485	8,8
B. das Indústrias	Costa e Silva	5	3264	7,9
B. dos Estados	B. dos Estados	10	0	0,0
B. dos Ipês	B. dos Estados	4	1977	4,5
Bancários	Altiplano	6	11332	15,6
Bessa	Bessa	12	0	0,0
Brisamar	B. dos Estados	4	2381	5,3
Cabo Branco	Altiplano	4	1870	5,9
Castelo Branco	Altiplano	5	7092	11,3
Centro	Trincheiras	11	1894	5,6
Colinas do Sul	Agua Fria	4	2205	5,5
Costa e Silva	Costa e Silva	8	0	0,0
Cristo	Agua Fria	13	3473	7,8
Cruz das Armas	Trincheiras	11	2238	6,7
Dist. Industrial	Costa e Silva	4	1969	4,6
Ernani Sátiro	Costa e Silva	5	834	3,0
Funcionários	Costa e Silva	5	1825	6,4
Geisel	Agua Fria	8	1974	4,6
Grotão	Costa e Silva	5	1818	6,3
Ilha do Bispo	Trincheiras	4	1689	4,3
Jaguaribe	Trincheiras	8	1802	4,3
Jardim Veneza	Costa e Silva	5	3618	8,5
José Américo	Agua Fria	6	1674	4,5
João Paulo II	Costa e Silva	3	1951	5,7
Manaíra	Bessa	8	905	2,8
Mandacaru	B. dos Estados	7	2720	5,8
Mangabeira	Valentina	15	3899	8,3
Miramar	B. dos Estados	3	2207	5,1
Mussumago	Valentina	3	1263	3,4
Oitizeiro	Costa e Silva	8	4025	6,3
Paratibe	Valentina	3	1305	3,5
Penha	Altiplano	3	518	1,4
Roger	Trincheiras	5	3235	10,6

Tambauzinho	B. dos Estados	4	1759	4,9
Tambaú	Altiplano	6	5645	13,9
Tambiá	B. dos Estados	4	2628	5,6
Torre	B. dos Estados	7	1971	6,3
Treze de Maio	B. dos Estados	4	2777	4,5
Trincheiras	Trincheiras	3	0	0,0
Valentina	Valentina	15	0	0,0
Varadouro	Trincheiras	7	1013	3,6

Fonte: Elaborado pelo autor.

Cenário 4: Considerou-se que cada localidade candidato a posto contém 01 ambulância e socorreria apenas ocorrências de até 7,5 Km de distância do posto. Os quadros 17, 18, 19, 20 estão em anexo. **Cenário 5:** Considerou-se que cada localidade candidato a posto contém 02 ambulâncias e socorreria apenas ocorrências de até 7,5 Km de distância do posto. Os quadros 21, 22, 23, 24 estão em anexo. **Cenário 6:** Considerou-se que cada localidade candidato a posto contém 03 ambulâncias e socorreria apenas ocorrências de até 7,5 Km de distância do posto. Os quadros 25, 26, 27, 28 estão em anexo. Para melhor entendimento, construiu-se um pequeno resumo sobre todos os cenários, as análises foram realizadas de acordo com o quadro 24.

Quadro 16 - Comparação das soluções encontradas para a redistribuição de ambulâncias do SAMU para atender a cidade de João Pessoa

Cenário	Distância máxima	Número de postos	Número de ambulâncias para cada posto	Total de ambulâncias	Total de ofertas	Total de demanda	Tempo resposta (min)
1	5 km	12	1	12	253	253	11,0
2	5 km	07	2	14	280	265	10,9
3	5 km	07	3	21	420	276	11,3
4	7,5 km	12	1	12	253	253	10,4
5	7,5 km	06	2	12	254	254	11,3
6	7,5 km	04	3	12	267	259	13,3

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com o quadro 25, serão necessárias no mínimo 12 ambulâncias para cobrir as ocorrências de João Pessoa. Observa-se que o cenário 1 oferece 01 ambulância para cada posto com capacidade de atender 253 ocorrências nesta capital com distância máxima de até 5km. A desvantagem do cenário 1 é que o número de oferta é igual ao número de demanda, isto significa que o modelo vai

trabalhar no limite e o tempo máximo é de 11 minutos. Já o cenário 2 propõe a aquisição de 14 ambulâncias para instalar 07 postos com 2 ambulâncias posicionadas, o ganho deste cenário é que o modelo apresenta capacidade maior que a demanda, ou seja, serão cobertas 280 chamadas, porém são esperadas 265 chamadas, o tempo deste cenário foi de 10,9 minutos. Quando comparado com o cenário 01, o tempo apresentou uma redução pouco significativa. Para o cenário 3, serão necessários 21 ambulâncias e com 3 ambulâncias para cada posto. Observa-se que neste cenário, o número de oferta é bem maior que o número de demanda, isto significa que o modelo consegue cobrir caso ocorra catástrofe na cidade. Nos cenários 4, 5 e 6, as ambulâncias podem socorrer vítimas que estejam distantes até 7,5 Km dos postos. Observa-se no cenário 4, são distribuídas 01 ambulância para cada posto e o tempo resposta máximo é de 10,4 minutos com oferta igual a demanda. O cenário 5 também apresentou oferta igual a demanda, porém o tempo resposta foi maior do que o cenário 04, são 06 número de postos instalados neste cenário e apresenta 02 ambulâncias distribuídas para cada posto. O tempo resposta do cenário 05 resultou em 11,3 minutos.

No cenário 06, o modelo funciona com 04 postos, cada um contendo três ambulâncias. Observa-se neste cenário que a oferta é maior que a demanda, porém o tempo máximo vai para 13,3 minutos. Portanto, esse tempo para tratar de vida humana, talvez não seja a melhor solução.

No geral, comparando os cenários, o cenário 04 é a melhor opção para o problema do Samu, pois neste cenário serão necessárias 12 ambulâncias com 12 postos contendo 01 ambulância e a vantagem é o tempo resposta menor que tal cenário apresentou. Vale ressaltar que para serviços de urgências e emergências que a redução do tempo resposta é fundamental por se tratar de vidas humanas.

Percebe-se que a Otimização Probabilística apresenta flexibilidade nas soluções. Esse modelo permite que o gestor procure a melhor solução viável para melhorar o sistema o qual está administrando. Desse modo, OP pode ser considerada uma boa ferramenta para melhorar os Serviços de Atendimento Médico de Urgência (SAMU).

CAPÍTULO 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de apresentar a importância sobre Otimização Probabilística. Este estudo mostrou que tal Otimização é uma técnica que ajuda a modelar incertezas inerentes a processos de diversas naturezas. Foi visto, neste trabalho, que a OP está inserida na Otimização estocástica e tem o objetivo de transformar restrições probabilísticas em funções determinísticas para melhor solucionar o problema, uma vez que trabalhar com probabilidades exige um grande esforço computacional. Neste estudo, foi abordado que a OP pode compor na sua modelagem única restrição ou mais. Dessa forma, o problema de única restrição foi apresentado por Charnes e Cooper (1958) e depois Mille e Wagner (1965) propuseram a modelagem com restrições probabilísticas conjuntas. Além disso, foi observado que as restrições podem conter variáveis aleatórias contínuas e discretas. De acordo com Prekópa (2003) diversas contribuições foram dadas para tratar de restrições probabilísticas que apresentavam distribuições aleatórias contínuas, principalmente a mais citada pelos autores são as distribuições Normais e outras distribuições que podem aproximar-se da Normal. Prékopa (2003) ainda enfatiza que a teoria de OP para tratar restrições com Distribuições aleatórias discretas são escassas, portanto existe uma grande necessidade de contribuição acadêmica para tal tema.

Por isso, esta pesquisa se propôs a pesquisar com mais rigor a combinação de OP e variáveis aleatórias discretas. Para apresentar tal combinação, foi necessário pesquisar sobre a teoria de pontos eficientes Dentcheva (2000) e a teoria de funções log-côncavas para resolver uma aplicação na modelagem de problema real. Com essa vasta teoria pesquisada, pode ser concluído que a Otimização Probabilística é uma técnica flexível por permitir que o tomador de decisão perceba qual a melhor solução.

Com a aplicação para redistribuir os postos das ambulâncias pertencentes aos Serviços de Atendimento Médico de Urgência (SAMU) da Cidade de João Pessoa. Foi visto que as chamadas eram variáveis aleatórias com Distribuição de Poisson. Com tal distribuição e com a teoria dos pontos eficientes, foi possível modelar o problema em Otimização Probabilística proposto por Beraldi et al. (2002). Esta aplicação serviu para compreender melhor a técnica e apresentou diversas

soluções que cabe ao gestor tomar. Uma discussão interessante seria em cima do tempo resposta proposta pelo modelo. De acordo com a portaria nº 2026 do MS no segundo parágrafo que diz: “ Para o planejamento, implantação e implementação da regionalização, interiorização e ampliação do acesso ao SAMU 192, deverá ser utilizado, prioritariamente, o parâmetro de tempo-resposta, ou seja, o tempo adequado tecnicamente transcorrido entre a ocorrência do evento de urgência e emergência e a intervenção necessária”. Foi visto neste trabalho que é possível com Otimização probabilística reduzir o tempo-resposta para tal finalidade. No entanto, não foi possível saber comparar o tempo-resposta do SAMU das capitais do país, uma vez que até a presente data não foi encontrado registros sobre tal comparação.

Para trabalhos futuros na linha de Otimização Probabilística destacam-se aplicações em diversas áreas do conhecimento, uma vez que essa técnica é bastante usada em literaturas internacionais. Aqui no Brasil, esta técnica é mais utilizada na Engenharia Elétrica e na Engenharia Ambiental. Para focar melhor no problema do SAMU, é necessário criar um modelo usando Otimização Probabilística levando em consideração o tipo de ocorrência. Talvez para o sistema de produção em questão, seria mais interessante, pois seria possível modelá-lo usando critérios de importância de ocorrências.

Para esta pesquisa, a solução apresentada foi baseada nas ocorrências de final de semana, num período de 01 ano. Embora tiver apresentado um bom resultado, uma sugestão para futuros trabalhos seria criar um modelo baseado em todas as Ocorrências durante a semana. Talvez essa solução apresentada neste trabalho seja útil para o final de semana e durante a semana aparecer ambulâncias paradas por muito tempo. Uma vez que as ocorrências do SAMU acontecem durante o final de semana. Em linhas gerais, a modelagem para o problema do SAMU deveria ser algo dinâmico considerando o período, uma vez que se parte do pressuposto que as ocorrências mudam de acordo com o período.

Para finalizar, este trabalho realizou uma abordagem robusta sobre Otimização Probabilística e se tornou inédito por aplicar o modelo proposto por Beraldi et al.(2004) em um problema da vida real. Infelizmente, a função objetivo do problema usando custos não foi possível utilizar, devido não às informações não estarem disponíveis. Portanto, esse trabalho, embora não conter a informação dos custos conseguiu atingir os objetivos levando em consideração o tempo e a

distância. Dessa forma, este estudo torna-se uma pesquisa inicial e serve de embasamento para acadêmicos que tenham interesse nessa linha de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ATALAY, K.D.; APAYDIN A. Gamma distribution approach in chance constrained stochastic programming model. **Journal of inequalities and applications**, 2011. Disponível em: <<http://www.springerlink.com>>. Acesso em: 04 abr. 2012.
- BERALDI P.; BRUNI, M.E. ; CONFORTI D. Designing robust emergency medical service via stochastic programming. **European Journal of Operational Research**, p. 183-193, 2004.
- BERALDI P.; BRUNI, M,E. A probabilistic model applied to emergency service vehicle location. **European Journal of Operational Research**, p. 323-331, 2009.
- BONAMI, P.; LEJEUNE M.A. An Exact solution approach for Portfolio Optimization Problems under stochastic and integer constraints. **IBM Research Report**, 2007.
- BROTCORNE, L. LAPORTE G.; SEMET F. **Ambulance location and relocation models**.
- CHARNES. A.; COOPER W.,W. ; SYMONDS G.H. Cost Horizons and Certainty Equivalents: An Approach to Stochastic Programming of Heating Oil". **Management Science**, v. 4, n.3 abr. 1958. Disponível em <<http://mansci.journal.informs.org/content/4/3/235>>. Acesso em: 20 jan. 2012.
- CHARNES, A.; COOPER W. W. Chance-Constrained programming. **Management science**, v.6, n 1, p, 73-79, 1959. Disponível em <<http://www.jstor.org/discover/10,2307/2627476?uid=3737664&uid=2&uid=4&sid=47699080023077>>. Acesso em: 05 mar. 2012.
- DENTCHEVA, D.; PREKÓPA, A.; RUSZCZYŃKI, A. Concavity and efficient points of discrete distributions in probabilistic programming. **SPRINGER**, 2000.
- JIÃO, Y.; SUE H. ; HOU W. ; ZUWEI L. Optimization of refinery hydrogen network based on chance constrained programming. **Chemical Engineering Research and Design**, 2012.
- JANAK, S.L; LIN, X. ; FLOUDAS A. C. A new robust optimization approach for scheduling under uncertainty: Uncertainty with known probability distribution. **Computers and Chemical Engineering**. p. 171-195, 2007, Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/>>. Acesso em: 30 abr. 2012.
- KAMPAS A.; WHITE B. Probabilistic programming for nitrate pollution control: Comparing different probabilistic constraint approximations. **European Journal of Operational Research**, p, 217-228, 2003.
- KATAOKA, S, A stochastic programming model. **Econometrica**, 31, 181-196, 1963. Disponível em: <http://www.jstor.org/discover/10,2307/1910956?uid=3737664&uid=2&uid=4&sid=47699080724577>. Acesso em: 20 mar. 2012.

- LI, P. ; GARCIA, H.A. ; WOZNY. G. **Chance Constrained programming approach to process optimization under uncertainty**. 16 th European Symposium on Computer Aided Process Engineering and 9 th Symposium on Process Systems Engineering, 2006.
- LI, P, ; GARCIA, H, A ; WOZNY, G. Chance Constrained programming approach to process optimization under uncertainty. **Computers and Engineering**, p, 25-45, 2008. Disponível em:<<http://www.sciencedirect.com/>>. Acesso em: 29 out. 2011.
- MILLER, B. L.; WAGNER. T.M. Chance constrained programming with joint constraints. **Operations Research**, 13, p, 930-945,1965. Disponível em: <<http://www.jstor.org/discover/10,2307/167654?uid=3737664&uid=2129&uid=2&uid=70&uid=4&sid=47699080090727>>. Acesso em: 07 mar. 2012.
- MOGHADDAM.K.S.; DEPUY G,W. Farm management optimization using chance constrained programming method. **Journal Computers and Electronics in Agriculture**. p, 229-237, 2011.
- NASCIMENTO, R.Q. ANJOS, U.U. **Programação Linear probabilística com variáveis aleatórias não negativas**. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2009.
- MITRA, K. ; GUDI R. D. ; PATWARDHAN C. S.; SARDAR G. Midterm Supply Chain Planning under Uncertainty: A Multiobjective Chance Constrained Programming Framework. **American Chemical Society**, n.45, p, 5501-5511.
- BRASIL. Ministério da Saúde. **Política nacional de atenção às urgências /** Ministério da Saúde. 3. ed. ampl. Brasília: Editora do Ministério da Saúde, 2006. 256p.(Série E, Legislação de Saúde)
- BRASIL Ministério da Saúde. Portaria n. 2.026, de 24 de agosto de 2011. Acesso em: 12 mar. 2012.
- PREKÓPA, A. Logarithmic concave measures with application to stochastic programming. **Acta Scientiarum Mathematicarum** 32, p, 301-316,1971. Disponível em: <<http://rutcor.rutgers.edu/~prekopa/SCIENT1.pdf> >. Acesso em: 12 mar. 2012.
- PREKÓPA. A. **Mathematic and Applications: Stochastic Programming**, Kluwer, Dordrecht. **The Netherlands**, 1995, Disponível em:<<http://books.google.com.br/books>>. Acesso em: 20 mar. 2012.
- PREKÓPA, A, Numerical solution of probabilistic constrained programming problems. **Numerical techniques for stochastic optimization**, v.10, of Springer Ser, Comput. Math., p123-139, Springer. Berlin, 1988.
- PREKÓPA, A.; SHAPIRO A. Probabilistic Programming Eds, Handbooks in OR &MS , Elsevier Science B.V. **All rights reserved**. v.10, 2003. Disponível em:<<http://www.sciencedirect.com/> >. Acesso em: 20 jan. 2011.

SEN, S. Relaxations for probabilistically constrained programs with discrete random. **Operations Research Letters**, v. 11 , p.81-86 (1992) Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167637792900374>>. Acesso em: 12 maio 2012.

SEN, S.; HIGLE, J. An Introductory Tutorial on Stochastic Linear Programming Models. **Institute for Operations Research and the Management Sciences**, p 33-61.

SENGUPTA, J. Chance-constrained linear programming with chi-square type deviates. **Management Science** **19**, p. **337-349**. (1972) Disponível em: <<http://mansci.journal.informs.org/content/19/3/337>>. Acesso em: 12 jan. 2012.

Tayur, S. R. Thomas, R. R. & Natraj, N. R. **An algebraic geometry algorithm for scheduling in the presence of setups and correlated demands**, Mathematical Programming, v. 69, p. 369–401,1995.

XIE, Y. L.; LI, Y. P.; HUANG G. H.; LI, Y.F.; CHEN, L,R, **An inexact chance-constrained programming model for water quality management in Binhai New Area of Tianjin, China**, Science of the Total Environment, p, 1757-1773, 2011.

XU Y.; HUANG G. H.; QIN X.S.; CAO M,F, **SRCCP: A stochastic robust chance-constrained programming model for municipal solid waste management under uncertainty**. Resources, Conservation and Recycling, p. 352-363,2009,

YANG N.; WEN F. A chance constrained programming approach to transmission system expansion planning. **Electric Power Systems Research**. p, 171-177, 2005,

YANG N; YU C. W. WEN F. CHUNG C, Y. **An investigation of reactive power planning based on chance constrained programming**. **Electrical Power and Energy Systems**. p, 650-656, 2007.

WATANABE, T.; ELLIS, H. Programming Model with row dependence. **European Journal of Operational Research** v.77, p. 325-343,1994.

ANEXO - Quadros do Capítulo 6

Quadro 17 - Candidatos para posicionar ambulâncias (*cenário 4*).

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Valentina	34
Água Fria	56
Bairro dos Estados	40
Costa e Silva	44
Manaíra	32
Penha	38
Trincheiras	36

Quadro 18 - número de ocorrências esperada de cada bairro (*cenário 4*)

Bairro	Ocorrências	Bairro	Ocorrências
Mangabeira	16	Ilha do Bispo	3
Valentina	11	Colinas do Sul	5
Geisel	9	Ernani Sátiro	5
Grotão	5	Torre	7
Água Fria	8	Funcionários	6
Altiplano	5	Jaguaribe	8
Alto do Mateus	5	Jardim Veneza	5
B, dos Estados	6	José Américo	7
B, das Indústrias	6	João Paulo II	4
B, dos Ipês	4	Manaíra	12
Bessa	8	Mandacaru	7
Brisamar	4	Miramar	3
Cabo Branco	4	Mussumago	3
Castelo Branco	5	Oitizeiro	8
Centro	10	Roger	4
Costa e Silva	5	Paratibe	4
Cruz das Armas	11	Penha	3
Dist, Industrial	4	Treze de Maio	4
Trincheiras	2	Tambaú	6
Varadouro	6	Tambauzinho	4
Cristo	14	Tambíá	3
Bancários	6		

Quadro 19 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo. (cenário 4)

Origem	Destino	Chamadas	Distancia (m)	Tempo (minuto)
Valentina	Mangabeira	16	3909	7,6
	Valentina	11	0	0,0
	Mussumago	3	1253	3,5
	Paratibe	4	1295	3,5
Agua Fria	Geisel	9	1974	4,2
	Agua Fria	8	0	0,0
	José Américo	7	1534	4,0
	João Paulo II	4	3061	8,2
	Cristo	14	2747	7,0
	Bancários	6	4445	7,6
	Colinas do Sul	5	2205	5,4
B, dos Estados	B, dos Estados	6	0	0,0
	B, dos Ipês	4	2019	4,4
	Centro	9	4025	8,3
	Torre	3	2374	6,4
	Mandacaru	7	2448	6,1
	Roger	4	4067	9,8
	Treze de Maio	4	2641	5,8
	Tambiá	3	2846	5,7
	Costa e Silva	Grotão	5	1818
B, das Indústrias		6	3161	8,8
Costa e Silva		5	0	0,0
Dist, Industrial		4	1883	5,6
Ernani Sátiro		5	834	3,0
Funcionários		6	1825	6,3
Jardim Veneza		5	3372	9,3
Oitizeiro		8	2720	5,3
Manaíra	Bessa	8	905	2,8
Manaíra	Manaíra	12	0	0,0
Penha	Altiplano	5	518	1,4
	Brisamar	4	3996	9,8
	Cabo Branco	4	1593	4,2
	Castelo Branco	5	4499	10,5
	Torre	4	4549	8,0
	Miramar	3	2671	6,2
	Penha	3	0	0,0
	Tambaú	6	3735	9,4
	Tambauzinho	4	3553	8,0
Trincheiras	Alto do Mateus	5	4552	9,4
	Centro	1	1622	5,3
	Cruz das Armas	11	2568	5,3
	Jaguaribe	8	1694	5,4
	Trincheiras	2	0	0,0
	Varadouro	6	753	2,6
	Ilha do Bispo	3	1762	4,5

Quadro 20 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto (cenário 4)

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo(min)
Agua Fria	Agua Fria	8	0	0,0
Altiplano	Penha	5	518	1,4
Alto do Mateus	Trincheiras	5	4485	8,8
B. das Indústrias	Costa e Silva	6	3264	7,9
B. dos Estados	B. dos Estados	6	0	0,0
B. dos Ipês	B. dos Estados	4	1977	4,5
Bancários	Agua Fria	6	4541	8,1
Bessa	Manaíra	8	905	2,9
Brisamar	Penha	4	3960	9,2
Cabo Branco	Penha	4	1963	5,5
Castelo Branco	Penha	5	7185	10,9
Centro	B. dos Estados	9	4782	10,3
Centro	Trincheiras	1	1894	5,6
Colinas do Sul	Agua Fria	5	2205	5,5
Costa e Silva	Costa e Silva	5	0	0,0
Cristo	Agua Fria	14	3473	7,8
Cruz das Armas	Trincheiras	11	2238	6,7
Dist. Industrial	Costa e Silva	4	1969	4,6
Ernani Sátiro	Costa e Silva	5	834	3,0
Funcionários	Costa e Silva	6	1825	6,4
Geisel	Agua Fria	9	1974	4,6
Grotão	Costa e Silva	5	1818	6,3
Ilha do Bispo	Trincheiras	3	1689	4,3
Jaguaribe	Trincheiras	8	1802	4,3
Jardim Veneza	Costa e Silva	5	3618	8,5
José Américo	Agua Fria	7	1674	4,5
João Paulo II	Agua Fria	4	3491	7,0
Manaíra	Manaíra	12	0	0,0
Mandacaru	B. dos Estados	7	2720	5,8
Mangabeira	Valentina	16	3899	8,3

Miramar	Penha	3	3128	6,8
Mussumago	Valentina	3	1263	3,4
Oitizeiro	Costa e Silva	8	4025	6,3
Paratibe	Valentina	4	1305	3,5
Penha	Penha	3	0	0,0
Roger	B. dos Estados	4	3914	8,2
Tambauzinho	Penha	4	3489	7,1
Tambaú	Penha	6	5735	13,4
Tambiá	B. dos Estados	3	2628	5,6
Torre	B. dos Estados	3	1971	6,3
Torre	Penha	4	6047	10,8
Treze de Maio	B. dos Estados	4	2777	4,5
Trincheiras	Trincheiras	2	0	0,0
Valentina	Valentina	11	0	0,0
Varadouro	Trincheiras	6	1013	3,6

Quadro 21 - Candidatos para posicionar ambulâncias (*cenário 5*).

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Mangabeira	40
Água Fria	56
Brisamar	38
Costa e Silva	44
Jaguaribe	40
Treze de Maio	36

Quadro 22 - número de ocorrências esperada de cada bairro (cenário 5)

Bairro	Ocorrências	Bairro	Ocorrências
Mangabeira	17	Jardim Veneza	5
Valentina	9	José Américo	6
Geisel	8	João Paulo II	4
Grotão	5	Manaíra	6
Água Fria	5	Mandacaru	7
Altiplano	4	Miramar	3
Alto do Mateus	6	Mussumago	3
B. dos Estados	5	Oitizeiro	8
B. das Indústrias	6	Roger	5
B. dos Ipês	4	Paratibe	3
Bessa	6	Penha	3
Brisamar	4	Treze de Maio	5
Cabo Branco	4	Tambaú	6
Castelo Branco	5	Tambauzinho	4
Centro	11	Tambiá	4
Costa e Silva	5	Trincheiras	2
Cruz das Armas	12	Varadouro	6
Dist. Industrial	4	Cristo	14
Ernani Sátiro	5	Bancários	6
Torre	7	Ilha do Bispo	4
Funcionários	5	Colinas do Sul	5
Jaguaribe	8		

Quadro 23 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo (cenário 5)

Origem	Destino	Chamadas	Distancia (m)	Tempo (minuto)
Mangabeira	Mangabeira	17	0	7,6
	Valentina	9	3899	0,0
	Mussumago	3	5159	3,5
	Paratibe	3	5201	3,5
	Tambaú	5	5246	0,0
	Bancários	3	2814	6,5
Agua Fria	Geisel	8	1974	7,7
	Agua Fria	5	0	5,5
	Castelo Branco	5	5096	1,1
	Funcionários	5	3610	0,0
	José Américo	6	1534	4,0
	João Paulo II	4	3061	8,2
	Tambaú	1	6877	7,0
	Cristo	14	2747	0,0
	Bancários	3	4445	4,4
	Colinas do Sul	5	2205	6,1
Brisamar	Altiplano	4	3868	5,8
	B. dos Estados	4	2381	5,3
	Bessa	6	6183	0,0
	Brisamar	4	0	7,1
	Cabo Branco	4	2869	6,4
	Manaíra	6	7053	11,9
	Miramar	3	1441	7,5
	Penha	3	3960	9,0
	Tambauzinho	4	1374	0,0
Costa e Silva	Grotão	5	1818	8,0
	Alto do Mateus	6	6921	4,5
	B. das Indústrias	6	3161	3,9
	Costa e Silva	5	0	4,6
	Dist. Industrial	4	1883	0,0
	Ernani Sátiro	5	834	6,2
	Jardim Veneza	5	3372	4,3
	Oitizeiro	8	2720	5,5
Jaguaribe	Centro	4	2138	0,0
	Cruz das Armas	12	1996	4,3
	Jaguaribe	8	0	6,3
	Tambiá	4	2079	8,2
	Trincheiras	2	1802	2,8
	Varadouro	6	2549	0,0
	Ilha do Bispo	4	3558	9,6
Treze de Maio	B. dos Estados	1	2777	6,5
	B. dos Ipês	4	1994	0,0
	Centro	7	2089	1,4
	Torre	7	3557	4,2
	Mandacaru	7	1066	0,0
	Roger	5	1277	9,4
	Treze de Maio	5	0	8,0

Quadro 24 - número de ocorrências esperada de cada bairro (cenário 5).

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo(min)
Água Fria	Água Fria	5	0	0,0
Altiplano	Penha	4	518	1,4
Alto do Mateus	Oitizeiro	6	6596	9,8
B. das Indústrias	Dist. Industrial	6	1508	3,9
B. dos Estados	B. dos Estados	6	0	0,0
B. dos Ipês	B. dos Estados	4	1977	4,5
Bancários	Bancários	6	0	0,0
Bessa	Manaíra	8	905	2,9
Brisamar	Castelo Branco	4	3620	10,6
Cabo Branco	Penha	4	1963	5,5
Castelo Branco	Castelo Branco	5	0	0,0
Centro	Centro	11	0	0,0
Colinas do Sul	Geisel	4	230	1,1
Costa e Silva	Dist. Industrial	4	1883	5,6
Cristo	Água Fria	14	3473	7,8
Cruz das Armas	Jaguaribe	3	2121	5,1
Cruz das Armas	Oitizeiro	9	3497	6,9
Dist. Industrial	Dist. Industrial	4	0	0,0
Ernani Sátiro	Geisel	1	2612	7,8
Ernani Sátiro	Dist. Industrial	3	2764	7,9
Funcionários	Geisel	5	1765	5,7
Geisel	Geisel	8	0	0,0
Grotão	Geisel	5	2085	6,6
Ilha do Bispo	Jaguaribe	3	3360	7,8
Jaguaribe	Jaguaribe	8	0	0,0
Jardim Veneza	Dist. Industrial	5	1716	4,4
José Américo	Água Fria	6	1674	4,5
João Paulo II	Água Fria	3	3491	7,0

Manaíra	Manaíra	8	0	0,0
Mandacaru	B. dos Estados	7	2720	5,8
Mangabeira	Valentina	1	3899	8,3
Mangabeira	Bancários	15	2814	8,0
Miramar	Castelo Branco	3	2180	5,5
Mussumago	Valentina	3	1263	3,4
Oitizeiro	Oitizeiro	8	0	0,0
Paratibe	Valentina	3	1305	3,5
Penha	Penha	3	0	0,0
Roger	Centro	5	1958	6,5
Tambauzinho	Castelo Branco	1	3004	8,1
Tambauzinho	Penha	3	3489	7,1
Tambaú	Penha	5	5735	13,4
Tambaú	Bancários	1	3017	8,5
Tambiá	Castelo Branco	4	6024	12,0
Torre	Castelo Branco	7	4708	10,0
Treze de Maio	B. dos Estados	3	2777	4,5
Treze de Maio	Castelo Branco	1	10245	12,3
Trincheiras	Jaguaribe	2	1694	5,4
Valentina	Valentina	10	0	0,0
Varadouro	Centro	2	1528	3,5
Varadouro	Jaguaribe	4	2342	7,2

Quadro 25 - Candidatos para posicionar ambulâncias (cenário 6).

Postos	Capacidade de atender ocorrências por dia
Mangabeira	40
Água Fria	56
Brisamar	38
Costa e Silva	44
Jaguaribe	40
Treze de Maio	36

Quadro 26 - número de ocorrências esperada de cada bairro (cenário 6)

Bairro	Ocorrências	Bairro	Ocorrências
Mangabeira	16	Jaguaribe	9
Valentina	9	Jardim Veneza	5
Geisel	8	José Américo	7
Grotão	5	João Paulo II	4
Água Fria	6	Manáira	6
Altiplano	4	Mandacaru	7
Alto do Mateus	6	Miramar	3
B. dos Estados	5	Mussumago	3
B. das Indústrias	6	Oitizeiro	9
B. dos Ipês	4	Roger	5
Bessa	6	Paratibe	3
Brisamar	4	Penha	3
Cabo Branco	4	Treze de Maio	4
Castelo Branco	5	Tambaú	6
Centro	11	Tambauzinho	4
Costa e Silva	8	Tambiá	4
Cruz das Armas	12	Trincheiras	2
Dist. Industrial	4	Varadouro	6
Ernani Sátiro	5	Cristo	14
Torre	7	Bancários	6
Funcionários	6	Ilha do Bispo	3
Colinas do Sul	5		

Quadro 27 - Destino que cada posto atende a demanda segundo a quantidade de chamada, distância e o tempo. (cenário 6)

Origem	Destino	Chamadas	Distancia (m)	Tempo (minuto)
Mangabeira	Mangabeira	17	0	0,0
	Valentina	9	3899	8,3
	Mussumago	3	5159	11,8
	Paratibe	3	5201	11,8
	Tambaú	5	5246	12,1
	Bancários	3	2814	8,0
Água Fria	Geisel	8	1974	4,2
	Água Fria	5	0	0,0
	Castelo Branco	5	5096	6,8
	Funcionários	5	3610	9,5
	José Américo	6	1534	4,0
	João Paulo II	4	3061	8,2
	Tambaú	1	6877	11,7
	Cristo	14	2747	7,0
	Bancários	3	4445	7,6
	Colinas do Sul	5	2205	5,4
Brisamar	Altiplano	4	3868	9,6
	B. dos Estados	4	2381	5,3
	Bessa	6	6183	8,8
	Brisamar	4	0	0,0
	Cabo Branco	4	2869	6,4
	Manaíra	6	7053	11,3
	Miramar	3	1441	5,1
	Penha	3	3960	9,2
	Tambauzinho	4	1374	4,4
Costa e Silva	Grotão	5	1818	6,3
	Alto do Mateus	6	6921	10,7
	B. das Indústrias	6	3161	8,8
	Costa e Silva	5	0	0,0
	Dist. Industrial	4	1883	5,6
	Ernani Sátiro	5	834	3,0
	Jardim Veneza	5	3372	9,3
	Oitizeiro	8	2720	5,3
Jaguaribe	Centro	4	2138	5,4
	Cruz das Armas	12	1996	5,5
	Jaguaribe	8	0	0,0
	Tambiá	4	2079	6,4
	Trincheiras	2	1802	4,3
	Varadouro	6	2549	6,3
	Ilha do Bispo	4	3558	8,2
Treze de Maio	B. dos Estados	1	2777	4,5
	B. dos Ipês	4	1994	4,5
	Centro	7	2089	5,5
	Torre	7	3557	7,2
	Mandacaru	7	1066	2,4
	Roger	5	1277	4,1
	Treze de Maio	5	0	0,0

Quadro 28 - Distribuição dos possíveis locais de ocorrência segundo a distância, número de ocorrência, tempo de acordo com os candidatos a posto (cenário 4).

Lugar de ocorrência	Candidatos a posto	Número máximo de ocorrência	Distância(m)	Tempo(min)
Água Fria	Água Fria	5	0	0,0
Altiplano	Brisamar	4	4482	10,6
Alto do Mateus	Costa e Silva	6	7795	10,6
B. das Indústrias	Costa e Silva	6	3264	7,9
B. dos Estados	Brisamar	4	2639	6,5
B. dos Estados	Treze de Maio	1	2641	5,8
B. dos Ipês	Treze de Maio	4	2897	6,2
Bancários	Mangabeira	3	2602	6,4
Bancários	Água Fria	3	4541	8,1
Bessa	Brisamar	6	8310	12,1
Brisamar	Brisamar	4	0	0,0
Cabo Branco	Brisamar	4	2895	7,6
Castelo Branco	Água Fria	5	5220	5,7
Centro	Jaguaribe	4	2543	6,5
Centro	Treze de Maio	7	2906	6,8
Colinas do Sul	Água Fria	5	2205	5,5
Costa e Silva	Costa e Silva	5	0	0,0
Cristo	Água Fria	14	3473	7,8
Cruz das Armas	Jaguaribe	12	2121	5,1
Dist. Industrial	Costa e Silva	4	1969	4,6
Ernani Sátiro	Costa e Silva	5	834	3,0
Funcionários	Água Fria	5	4196	9,4
Geisel	Água Fria	8	1974	4,6
Grotão	Costa e Silva	5	1818	6,3
Ilha do Bispo	Jaguaribe	4	3360	7,8
Jaguaribe	Jaguaribe	8	0	0,0
Jardim Veneza	Costa e Silva	5	3618	8,5
José Américo	Água Fria	6	1674	4,5
João Paulo II	Água Fria	4	3491	7,0
Manaíra	Brisamar	6	8944	13,2
Mandacaru	Treze de Maio	7	1747	4,7
Mangabeira	Mangabeira	17	0	0,0
Miramar	Brisamar	3	1321	4,8
Mussumago	Mangabeira	3	5159	10,8
Oitizeiro	Costa e Silva	8	4025	6,3
Paratibe	Mangabeira	3	5201	10,9
Penha	Brisamar	3	3996	9,8
Roger	Treze de Maio	5	1277	4,2
Tambauzinho	Brisamar	4	1541	5,4
Tambaú	Mangabeira	5	5077	13,0
Tambaú	Água Fria	1	9451	14,7
Tambiá	Jaguaribe	4	2714	8,3
Torre	Treze de Maio	7	3769	10,3
Treze de Maio	Treze de Maio	5	0	0,0
Trincheiras	Jaguaribe	2	1694	5,4
Valentina	Mangabeira	9	3909	7,6
Varadouro	Jaguaribe	6	2342	7,2