



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica
- Mestrado - Doutorado -

**APLICAÇÃO DE NURBS EM MMCs, COM APALPADOR
TOUCH TRIGGER, PARA ESCANEAMENTO DE
SUPERFÍCIES DE FORMAS LIVRES E GEOMETRIAS
COMPLEXAS**

por

Esly César Marinho da Silva

Tese de Doutorado apresentada à Universidade Federal da Paraíba
para obtenção do grau de Doutor

João Pessoa - Paraíba

Março - 2011

**APLICAÇÃO DE NURBS EM MMCs, COM APALPADOR
TOUCH TRIGGER, PARA ESCANEAMENTO DE
SUPERFÍCIES DE FORMAS LIVRES E GEOMETRIAS
COMPLEXAS**

por

ESLY CÉSAR MARINHO DA SILVA

Tese de Doutorado apresentado ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal da
Paraíba, em cumprimento às exigências
para obtenção do Grau de Doutor.

Orientador: Prof. Dr. João Bosco de Aquino Silva

João Pessoa - Paraíba

Março – 2011

S586a *Silva, Esly César Marinho da.*
**Aplicação de NURBS em MMCs, com apalpador touch trigger, para
escaneamento de superfícies de formas livres e geometrias complexas /**
Esly César Marinho da Silva - João Pessoa : [s.n.], 2011.
131f.
Orientador: João Bosco de Aquino Silva.
Tese (Doutorado) – UFPB/CT.

1. Engenharia mecânica. 2. Máquinas de medição por
coordenadas - MMCs. 3. Non-Uniform Rational B-splines -
NURBS. 4. Engenharia reversa.

UFPB/BC

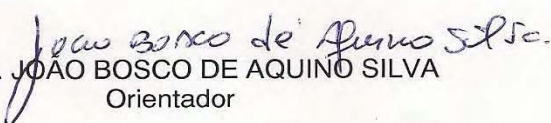
CDU: 621(043)

**APLICAÇÃO DE NURBS EM MMCs, COM APALPADOR TOUCH
TRIGGER, PARA ESCANEAMENTO DE SUPERFÍCIES DE
FORMAS LIVRES E GEOMETRIAS COMPLEXAS**

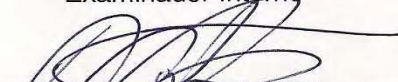
por

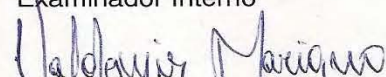
Esly César Marinho da Silva

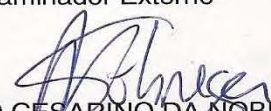
Tese aprovada em 31 de março de 2011


Prof. Dr. JOÃO BOSCO DE AQUINO SILVA
Orientador


Prof. Dr. ÂNGELO VIEIRA MENDONÇA
Examinador Interno


Prof. Dr. RODINEI MEDEIROS GOMES
Examinador Interno


Prof. Dr. VALDEMIR MARIANO
Examinador Externo


Prof. Dr. SEVERINO CESARINO DA NOBREGA NETO
Examinador Externo

DEDICATÓRIA

Primeiramente à Deus por tudo.

*Aos meus pais Carlos e Maria da Conceição, meus irmãos e toda a minha família
pela paciência, amor e compreensão.*

AGRADECIMENTOS

À Deus;

Aos meus pais Carlos e Maria da Conceição pelo constante apoio em todos os momentos da minha vida;

Aos meus irmãos pelo apoio e compreensão;

Ao professor João Bosco de Aquino pelos ensinamentos transmitidos, incentivo, confiança, profissionalismo, paciência e principalmente pela orientação para o desenvolvimento da tese;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPB, em principal, os professores da Área de Dinâmica e Controle de Sistemas;

À Universidade Federal da Paraíba por manter este programa de Pós-Graduação

À Igor Lucena do PET de Computação da UFPB pelo apoio e ajuda para a realização deste trabalho;

Em especial ao professor Bené, pelo carinho, confiança, e também por emprestar seu capacete de ciclismo para realização de um dos procedimentos experimentais.

As professoras e colegas de trabalho Juanice e Terezinha pelo apoio dado durante todo o desenvolvimento da tese;

Ao Gerente Geral do SENAI – CIMATEC, Leone Peter Correia da Silva Andrade por abrir espaço nesta conceituada instituição para a realização da parte experimental desta tese;

Ao Engenheiro Raimar e responsável pelo Laboratório de Medição 3D e Engenharia Reversa do SENAI – CIMATEC pela realização das medições;

À Técnica Fernanda do laboratório de metrologia do SENAI – CIMATEC pelas medições realizadas;

À Diretoria e Departamento de Ensino do IFBA, campus de Simões Filho, pela compreensão e liberação mensal para a realização deste trabalho;

Aos professores José Jorge, Geraldine Angélica, Diego Ângelo, Elba Gomes, José Hilton, Fabíola Curbelo, Maria Cléa, Melquisedec, Paulo César e Cristiana pelo constante apoio e compreensão;

Aos colegas do Laboratório de Precisão pelos momentos de descontração e parceria durante todo o desenvolvimento desta tese;

Aos amigos Rodrigo, Adriano, Verônica, Jorge e Karol pelo apoio, amizade, paciência e confiança.

As pessoas que de alguma forma contribuíram para elaboração desta tese.

RESUMO

Hoje em dia, a crescente demanda por produtos com alta exatidão dimensional e geométrica tem exigido tolerâncias cada vez mais estreitas. Adicionalmente, peças de geometrias complexas e formas livres tem sido uma prática comum em indústrias dos setores automotivos, aeronáuticos, bioengenharia dentre outros. Para atender as estas demandas se faz necessário sistemas de inspeção cada vez mais exatos e flexíveis. As Máquinas de Medição por Coordenadas (MMCs) são uma importante ferramenta no processo de concepção, fabricação e inspeção dos produtos manufaturados nos dias de hoje. Para identificar as mais diversas formas e características das superfícies existem várias técnicas, tais como, superfícies Bézier, Splines, B-Splines, e NURBS (Non-Uniform Rational B-splines). As NURBS são uma ferramenta importante e uma grande aliada na modelagem de formas geométricas complexas, dando significativas contribuições na engenharia reversa. Sem dúvida, a exatidão do processo de modelagem de uma peça será tão maior quanto maior for o número de pontos coletados ou medidos sobre a sua superfície (seja por uso de laser ou escaneamento contínuo por contato ou por contato ponto a ponto). Então, o principal objetivo desta tese é desenvolver e implementar uma nova metodologia para modelagem de superfícies de formas livres e geometrias complexas utilizando a técnica NURBS em MMC com apalpador touch trigger. Também, foi desenvolvida uma estratégia de medição para obtenção de pontos sobre a superfície estudada. A metodologia proposta foi aplicada experimentalmente para a obtenção de um perfil evolvental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, um modelo físico reduzido de um avião e um capacete de ciclista. Os resultados obtidos tanto por simulação quanto experimentalmente mostraram a relevância da metodologia desenvolvida.

Palavras – chaves: Máquinas de medição por coordenadas, NURBS e Engenharia Reversa.

ABSTRACT

Nowadays the increasing demand for products with high dimensional accuracy and geometric measures has required increasingly accurate. It is necessary to use inspection systems more accurate and flexible to expect these demands. The Coordinate Measuring Machines (CMMs) are an important tool in the design, fabrication and inspection of products manufactured today. These machines are used by the engineer, whose main purpose is to produce an accurate digital model in a virtual space for later use in CAD / CAE / CAM / CAI. To identify the several shapes and surface features, there are many techniques such as Bezier surfaces, splines, B-Splines and NURBS (Non-Rational B-Splines). The NURBS present many advantages, simplicity and facility of data handling, which tends to minimize the problems of randomness and inaccuracy of the cloud of points obtained by the CMM. Thus, the NURBS are an important tool for modeling free-form, making significant contributions in reverse engineering. It is known however that the accuracy of the modeling process of a piece will be greater the larger the number of points collected or measured on the surface (whether by use of laser or continuous scanning by contact or touch point to point). Simulations results showed the effective of the proposed approach. Additionally, experimental results demonstrated that it is of practical use, non time consuming and an alternative way to apply CMMs that incorporated touch trigger probe in modeling processes. The results obtained both by simulation and experimentally demonstrated the relevance of this methodology.

Palavras – chaves: Coordinate Measuring Machines, NURBS e Reverse Engineering.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	01
1.1. OBJETIVO DA TESE.....	03
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	03
1.3. ESTRUTURA DA TESE	03
 2. TECNOLOGIA DE MEDIÇÃO DE SUPERFÍCIES LIVRES E/OU COMPLEXAS UTILIZANDO MÁQUINAS DE MEDIÇÃO POR COORDENADAS (MMCs)	 05
2.1. INTRODUÇÃO.....	05
2.2. IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DAS MEDIÇÕES DE SUPERFÍCIES COMPLEXAS PARA INSPEÇÃO DE PRODUTOS E ENGENHARIA REVERSA	06
2.3. MÁQUINAS DE MEDIÇÕES POR COORDENADAS.....	08
2.4. REVISÃO DE TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE FORMAS COMPLEXAS PARA USOS EM INSPEÇÃO E ENGENHARIA REVERSA	11
2.5. MEDIÇÃO POR CONTATO.....	12
2.5.1. Sistemas com Apalpadores.....	14
2.5.2. Sistemas com Escaneamento Contínuo	14
2.6. MEDIÇÃO SEM CONTATO	16
2.6.1. Principais Técnicas de Medição sem Contato	16
2.6.1.1. Sistema Fotogramétrico	16
2.6.1.2. Sistema Interferométrico	17
2.6.1.3. Sistema de Medição por Moiré.....	18
2.6.1.4. Sistema de Medição por Detecção de Ecos	19
2.6.1.5. Sistemas de Medição por Triangulação a Laser	20

2.7. VANTAGENS E DESVANTAGENS APRESENTADAS PELOS SISTEMAS DE MEDIÇÃO COM CONTATO E SEM CONTATO	21
2.8. TECNOLOGIA BASEADA NA TRIANGULAÇÃO A LASER	22
2.9. PRINCIPAIS TÉCNICAS DE INSPEÇÃO E ENGENHARIA REVERSA UTILIZANDO LASER	24
2.9.1. Métodos de Amostragem.....	24
2.9.2. Critérios de Planejamento para o Escaneamento a Laser	25
2.10. CONCLUSÃO.....	27
 3. ESTUDO DE CURVAS E SUPERFÍCIES NURBS	29
3.1. INTRODUÇÃO.....	29
3.2. CURVAS NURBS.....	30
3.2.1. Influência dos pesos sobre curvas	33
3.3. ESTUDO DAS SUPERFÍCIES NURBS	35
3.3.1. Representação das Superfícies NURBS	37
3.4. PRINCIPAIS ESTUDOS SOBRE CURVAS E SUPERFÍCIES NURBS.....	41
3.5. CONCLUSÃO.....	48
 4. METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE NURBS EM MODELAGENS DE CURVAS E SUPERFÍCIES LIVRE – SIMULAÇÃO	50
4.1. INTRODUÇÃO.....	50
4.2. GERAÇÃO DE CURVAS E SUPERFÍCIES LIVRES	51
4.3. METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA CONSTRUÇÃO DE CURVAS E SUPERFÍCIES COM USO DE NURBS.	53
4.3.1. Desenvolvimento para construção de uma superfície de geometria conhecida utilizando NURBS.....	55
4.4. RESULTADOS OBTIDOS COM A TÉCNICA PARA MODELAGEM DE CURVAS E SUPERFÍCIES USANDO NURBS.....	74
4.4.1. Representação de uma curva paramétrica de segunda ordem.....	74
4.4.2. Representação de uma superfície de forma livre.....	76
4.4.3. Representação de uma evolvente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos....	81

4.5. CONCLUSÃO.....	83
5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS	84
5.1. INTRODUÇÃO.....	84
5.2. METODOLOGIA UTILIZADA PARA MEDIÇÃO DAS CURVAS E SUPERFÍCIES	85
5.3. PARTE EXPERIMENTAL	86
5.3.1. Geração de uma Curva Evovental de uma Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos Utilizando NURBS.....	87
5.3.2. Geração de uma Superfície de uma Asa de Avião utilizando NURBS	97
5.3.3. Modelagem de um capacete para ciclismo de rua utilizando NURBS.....	111
5.3.3.1. Geração do Capacete de Forma Inteiriça.....	112
5.3.3.2. Geração da Forma de Corte a ser dada no Projeto do Capacete Ciclístico	122
5.4. CONCLUSÃO.....	126
6. CONCLUSÃO FINAL	128
6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	130
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131
APÊNDICE A - PRINCIPAIS TÉCNICAS DE MODELAGEM DE CURVAS	142
A.1. PARAMETRIZAÇÃO DE CURVAS.....	143
A.2. CURVAS BÉZIER	145
A.3. FUNÇÕES BÁSICAS B-SPLINES	147
A.3.1. Multiplicidade de um nó.....	149
A.4. CURVAS B-SPLINE	150
A.4.1. Inserção de Nós.....	151
APÊNDICE B	153

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Sistema de medição para realizar inspeções	07
Figura 2.2 Processo utilizado na engenharia reversa.....	08
Figura 2.3 (a) equipamento de medição por contato (<i>Acura</i>); (b) equipamento de medição sem contato	09
Figura 2.4 Principais tipos de apalpadores para medições pontuais e escaneamentos de superfícies complexas.....	10
Figura 2.5 (a) Sistema de leitura óptico; (b) sistema de medição laser	10
Figura 2.6 Classificação das principais técnicas de medições com contato e sem contato de peças com geometrias complexas.	11
Figura 2.7 (a) Definição dos ângulos de rotação para o apalpador; (b) simulação do processo de medição para um ângulo de inclinação de $37,5^\circ$ e rotação de $-82,5^\circ$	13
Figura 2.8 (a) Posicionamento do apalpador com eixo paralelo a superfície inspecionada (maior repetibilidade); (b) Posicionamento intermediário do apalpador entre a posição paralela e perpendicular a peça (repetibilidade intermediária); (c) Posição perpendicular do apalpador com a superfície (Baixa repetibilidade).....	15
Figura 2.9 Processamento das imagens 2D gerando uma reconstrução 3D	17
Figura 2.10 Montagem do sistema óptico proposto	18
Figura 2.11 Franja de Moiré produzida pela superposição de duas grades.....	19
Figura 2.12 (a) Técnica de detecção de ecos utilizando medição de distância pelo método de tempo de percurso; (b) diferença de fase	20
Figura 2.13 Princípio do escaneamento a laser	20
Figura 2.14 Esquema de um sistema a laser baseado na triangulação	23
Figura 2.15 Primeira direção para o escaneamento da superfície complexa.....	26

Figura 3.1 Representação de pontos no espaço Euclidiano para coordenadas homogêneas	32
Figura 3.2 Representação esquemática de uma curva, sendo apresentando os pontos de controle	34
Figura 3.3 Curva NURBS para valor de peso nulo atribuído ao ponto de controle P_1	34
Figura 3.4 Curva NURBS para valor de peso 5 atribuído ao ponto de controle P_1	35
Figura 3.5 Superfície NURBS com representação dos seus respectivos pontos de controle	38
Figura 3.6 Alteração em um ponto de controle e representação da superfície local NURBS em se aproximar do ponto modificado	38
Figura 3.7 Modelagem para uma função de grau 2	39
Figura 3.8 Modelagem para uma função de grau 4	39
Figura 3.9 Representação de uma superfície NURBS com os seus respectivos pontos de controle em posições diferentes.....	40
Figura 3.10 Definição dos erros aceitáveis, considerando três pontos consecutivos	43
Figura 3.11 Representação dos planos para dimensionamento das curvas NURBS	44
Figura 3.12 Representação da superfície NURBS.....	45
Figura 3.13 Comparativo do número de pontos necessários para formar o círculo através do código original NC versus código de conversão NURBS.....	46
Figura 3.14 Marcação das linhas para seleção dos pontos de controle e modelagem NURBS.....	47
Figura 3.15 Pontos medidos pela CMA e superfície NURBS resultante	47
Figura 3.16 Alteração dos pesos do perfil de curvatura de uma pá e a modelagem final NURBS.....	48
Figura 4.1 Representação de uma superfície 3D	56
Figura 4.2 Pontos selecionados para representação da superfície NURBS.....	58
Figura 4.3 Exemplo de uma matriz multidimensional	61
Figura 4.4 Distribuição uniforme do vetor de nós.....	65
Figura 4.5 Distribuição não-uniforme do vetor de nós.....	66
Figura 4.6 Representação da superfície NURBS.....	67

Figura 4.7 Representação da superfície analítica x superfície NURBS	68
Figura 4.8 Representação gráfica dos pontos coordenados e das superfícies analítica e NURBS.....	68
Figura 4.9 Distribuição dos erros apresentados utilizando NURBS	71
Figura 4.10 Fluxograma para obtenção de uma superfície NURBS	73
Figura 4.11 Representação NURBS para uma curva de grau 2.....	75
Figura 4.12 Curva NURBS.....	75
Figura 4.13 Superfície teórica gerada a partir da Eq.(4.11)	77
Figura 4.14 (a) Comparativo das superfícies Teórica x NURBS com as superfícies uma sobre a outra; (b) Superfície Teórica sobre a superfície NURBS.....	80
Figura 4.15 Curva NURBS do perfil evolvental NURBS do dente de engrenagem cilíndrica	82
 Figura 5.1 MMC utilizada nesta pesquisa	 86
Figura 5.2 Fixação e posicionamento da engrenagem para realizar as medições da curva evolvental	89
Figura 5.3 Distribuição dos pontos escolhidos para realizar as medições pela MMC	90
Figura 5.4 Pontos selecionados para construção de uma curva evolvental da engrenagem..	91
Figura 5.5 Obtenção das curvas NURBS evolventais a partir dos pontos coordenados coletados pela MMC.....	94
Figura 5.6 Curvas evolventes obtidas pelas NURBS com e sem alteração de pesos	97
Figura 5.7 Modelo utilizado para obtenção da superfície NURBS	98
Figura 5.8 Distribuição da malha para obtenção dos pontos a ser coletados pela MMC	99
Figura 5.9 Direção para coleta de pontos utilizada pelo sensor apalpador.....	100
Figura 5.10 Pontos obtidos pela MMC.....	100
Figura 5.11 Superfície da asa obtida utilizando NURBS	104
Figura 5.12 Outra vista da superfície modelada	104
Figura 5.13 Distribuição do erro encontrado em toda a extensão da asa do avião.....	105
Figura 5.14 Pontos escolhidos para verificar a influência dos pesos	106
Figura 5.15 Curva NURBS obtida para linha 1 com e sem alteração dos pesos.....	108
Figura 5.16 Curva NURBS obtida para linha 2 com e sem alteração dos pesos.....	109

Figura 5.17 Curva NURBS obtida para linha 3 com e sem alteração dos pesos.....	110
Figura 5.18 Capacete ciclístico utilizado para realizar o procedimento experimental	111
Figura 5.19 Região contendo os pontos a ser coletados pela Máquina de Medição por Coordenadas	113
Figura 5.20 Início do procedimento experimental para coleta dos pontos coordenados do capacete ciclístico	114
Figura 5.21 Pontos obtidos pela MMC.....	114
Figura 5.22 Localização da região da base, diagonal e parte superior do capacete	115
Figura 5.23 Superfície do capacete obtido utilizando NURBS	117
Figura 5.24 Outra vista da superfície modelada	117
Figura 5.25 Curva NURBS da diagonal do capacete com e sem alteração dos pesos	121
Figura 5.26 Localização dos pontos medidos pela MMC para construção da curva NURBS.....	122
Figura 5.27 Curva NURBS da região vazada do capacete	125
 Figura A.1 Representação gráfica de uma interpolação e aproximação.....	 143
Figura A.2 Exemplos de continuidades.....	145
Figura A.3 Polinômio de Bernstein para um polinômio de grau 3.....	147
Figura A.4 Classificação das curvas B-spline	151
Figura A.5 Resultado do polígono de controle após ser inserido um nó.....	152

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Vantagens e desvantagens dos sistemas de medição por contato.....	21
Tabela 2.1 Vantagens e desvantagens dos sistemas de medição sem contato.....	21
 Tabela 4.1 Comparativo dos valores encontrados pela superfície teórica x superfície NURBS	72
Tabela 4.2 Comparativo de valores da representação da curva teórica x curva NURBS.....	76
Tabela 4.3 Comparativo de alguns valores da representação de uma superfície de forma livre.....	80
Tabela 4.4 Comparativo de valores da representação curva teórica x curva NURBS para o perfil evolvental de um dente de engrenagem cilíndrica.....	82
 Tabela 5.1 Incerteza da MMC utilizada no procedimento experimental	87
Tabela 5.2 Valores obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas para construção da curva evolvente da engrenagem cilíndrica de dentes retos medidos por uma MMC (Lado esquerdo da engrenagem).....	92
Tabela 5.3 Valores obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas para construção da curva evolvente da engrenagem cilíndrica de dentes retos medidos por uma MMC (Lado direito da engrenagem).....	92
Tabela 5.4 Valores usados para construção da curva evolvente da engrenagem cilíndrica de dentes retos e os seus respectivos pesos	93
Tabela 5.5 Valores comparativos para a coordenada z obtidos pela máquina de medição por coordenadas e pelas NURBS.....	95
Tabela 5.6 Valores comparativos para a coordenada z obtidos pela máquina de medição por coordenadas e pelas NURBS com alteração da função pesos.....	96

Tabela 5.7 Resultados obtidos para os valores utilizados para realizar a validação da metodologia aplicada na miniatura da asa do avião	106
Tabela 5.8 Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 1 da miniatura da asa do avião após alteração dos pesos	107
Tabela 5.9 Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 2 da miniatura da asa do avião após alteração dos pesos	108
Tabela 5.10 Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 3 da miniatura da asa do avião após alteração dos pesos	109
Tabela 5.11 Valores comparativos de pontos aleatórios medidos por uma MMC e pontos gerados pelas NURBS após alteração da função pesos	110
Tabela 5.12 Valores dos pontos medidos pela MMC para a base do capacete, diagonal e parte superior do capacete	116
Tabela 5.13 Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas e pela NURBS para construção da superfície do capacete.....	118
Tabela 5.14 Valores das coordenadas utilizadas para realizar a validação do procedimento proposto	119
Tabela 5.15 Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva (Diagonal do Capacete) após alteração dos pesos.....	120
Tabela 5.16 Valor comparativo de um ponto aleatório medido por uma MMC e o respectivo ponto gerado pela NURBS após alteração dos pesos.....	121
Tabela 5.17 Resultados obtidos para os valores utilizados para realizar a validação da metodologia aplicada na região vazada do capacete	125

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
$\angle AB$	Ângulo entre A e B
$\angle BC$	Ângulo entre B e C
$\angle CA$	Ângulo entre C e A
x	Coordenada x
y	Coordenada y
(x, y)	Par ordenado x e y
$f(t)$	Função paramétrica
$g(t)$	Função paramétrica
R^n	Espaço de n dimensões
I	Intervalo
α	Função contínua
MMC	Máquina de Medição por Coordenada
R^2	Espaço plano
G^0	Continuidade Geométrica
G^1	Continuidade Geométrica de grau 1
C^1	Continuidade Paramétrica de grau 1
C^n	Continuidade Paramétrica de grau n
P_0	Ponto de controle inicial
P_n	Ponto de controle final
n	Grau da curva
i	i-ésima iteração do ponto de controle

$B(t)$	Curva de Bézier
$B_{i,n}(t)$	Polinômios de Bernstein
a_x	Parâmetro da função na direção x
b_x	Parâmetro da função na direção x
c_x	Parâmetro da função na direção x
d_x	Parâmetro da função na direção x
U	Vetor de nós
$\{u_0, \dots, u_n\}$	Conjunto de nós
p	Grau da função
$N_{i,0}(u)$	Função de passo
$N_{i,p}(u)$	Função de Cox de Boor
$[u_0, u_{i+1})$	Intervalo para análise da curva B-Splines
$m+1$	número de nós
k	múltiplicidade do nó
C^{p-k}	Continuidade da função
$C(u)$	Curva B-Splines
w	Peso
Q_i	Novos pontos de controle
$\overline{N}_{i,p}(u)$	Função base B-Splines modificada
$R_{i,p}(u)$	Função base racional
$f(x, y, z)$	Função implícita
D	Sub-espaco contido no $\mathbb{R}^n$
u	Direção u
v	Direção v
$s(u, v)$	Superfície B-Splines
$R_{i,j}(u, v)$	Superfície racional NURBS

$s^{\omega}(u, v)$	Superfície NURBS
e_i	Erro pontual
e_{tol}	Erro tolerável
θ_i	Angulo
θ_{tol}	Ângulo tolerável
NC	Comando numérico
CAD	Projeto auxiliado por Computador
MATLAB	Software computacional
r	Raio da circunferência primitiva
β	Angulo da envolvente
IGES	Initial Graphics Exchange Specification
DMIS	Dimensional Measuring Interface Standard
STEP	Standard for the Exchange of Product Model Data
ISO	International Organization for Standardization

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Com o avanço de novas tecnologias principalmente na área industrial, novas exigências são impostas para a garantia da confiabilidade e qualidade dos produtos. Uma forma de cumprir satisfatoriamente as exigências do mercado é realizando medições mais eficazes, de modo a tornar o processo produtivo mais rápido, com menor custo e maior qualidade.

O conceito de projeto, fabricação e inspeção dos modernos produtos manufaturados tem mudado com o advento das máquinas-ferramenta comandadas numericamente por computador e tecnologias, tais como: projeto assistido por computador (CAD) e fabricação assistida por computador (CAM), LIMA JR (2007). O controle dimensional das peças manufaturadas é imprescindível para garantir que as tolerâncias especificadas no projeto sejam atendidas e que o sistema de inspeção seja capaz de atender às exigências da manufatura atual. Para isso, essas máquinas deverão apresentar os seguintes requisitos: rapidez compatível com a velocidade de produção, capacidade de controlar geometrias complexas, apresentar incerteza de medição compatível com as tolerâncias da peça, ser flexível para controlar grande diversidade de geometrias e possuir alto grau de automatização e informatização, SOUZA & SHINEIDER (2002).

As técnicas convencionais de inspeção dimensional não têm sido capazes de atender a estes requisitos, exigidos pelas novas tecnologias de manufatura, as quais exigem

dispositivos que façam o controle dimensional com rapidez, além de baixos e confiáveis níveis de erro, evitando “gargalos” na fabricação, LIMA JR (2007). As Máquinas de Medição por Coordenadas (MMCs) têm demonstrado que são capazes de atender a todos estes requisitos. Estas máquinas operam segundo o princípio da metrologia de coordenadas. As MMCs possuem como características marcantes: alta velocidade de inspeção, resultados com exatidão e flexibilidade, ou seja, é capaz de medir peças cuja forma geométrica é considerada complexa, CURRAN & PHELAN (2004).

As máquinas de medição por coordenadas são capazes de medir uma grande quantidade de pontos que conferem características de componentes complexos, muitas vezes realizando uma operação simples, SILVA (2002). As contribuições das MMCs reduzem o tempo de inspeção e permite identificar erros provenientes do processo de manufatura com maior eficiência e rapidez.

Ao longo dos últimos anos têm-se desenvolvido várias técnicas para aquisição de informação tridimensional com contato e sem contato com uso de equipamentos de medição. A inspeção com exatidão tem sido amplamente desenvolvida no campo industrial e o estudo que tem ganhado espaço é a medição de superfícies livres e de formatos complexos. Segundo LI & GU (2004) para medidas de superfícies regulares, o uso de MMC com apalpadores pode ser usada com bons resultados de tolerâncias e exatidão.

O uso de tecnologias de medição sem contato é hoje uma ferramenta muito utilizada para medição de superfícies de formatos livres e/ou complexos. Dentre os diversos tipos de técnicas de aquisição de dados, tem-se: detecção de ecos, fotogrametria, laser, etc. Uma grande desvantagem deste tipo de realização de medições é o elevado custo do equipamento, o que torna a aquisição deste inviável para a grande maioria das indústrias e/ou empresas que trabalham com tecnologia de medição. O que presencia-se hoje na maioria das empresas é o uso de MMCs com contato devido a sua grande versatilidade de operações, além do baixo custo quando comparado aos sistemas de medições sem contato.

As tecnologias CAD juntamente com as MMCs são grandes aliadas para a reconstrução de curvas e superfícies. Nesse sentido, o uso das NURBS (Non Uniform Rational B-splines) é uma importante ferramenta para obtenção de formas livres e/ou superfícies complexas. Este trabalho utilizou como ferramenta para obtenção de geometrias diversas, as NURBS a partir de informações obtidas dos formatos padrões DMIS e IGES originadas a partir de coletas realizadas com MMCs. Vale salientar que este trabalho, embora tenha um aparato computacional muito relevante para realizar os seus

objetivos, não tem como fim, a criação de nenhum software ou interface para manipular os dados provenientes de uma MMC.

1.1. OBJETIVO DA TESE

Desenvolver uma sistemática assistida por computador baseado em NURBS e uma metodologia/estratégia de medição capaz de modelar superfícies de formas livres e/ou complexas, tais como: dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos; perfil de uma miniatura de uma asa de avião modelo MIG e um capacete de ciclista, a partir de coordenadas (x, y, z) de pontos obtidos nas superfícies das peças medidas pelas MMC's que incorporam apalpadores do tipo touch-trigger.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Estudar as principais técnicas de medição com contato e sem contato para fins de inspeção em engenharia reversa;
2. Estudar os fundamentos teóricos das Non-Uniform Rational B-splines (NURBS), bem como técnicas de modelagem iniciais (Bézier) até o desenvolvimento das NURBS;
3. Estabelecer uma estratégia de medição para coletar pontos sobre as superfícies de forma livre/complexas a serem medidas pela MMC;
4. Atender as exigências atuais de exatidão de medição em peças geométricas complexas.

1.3. ESTRUTURA DA TESE

Este trabalho de tese é composto por seis capítulos organizados da seguinte forma:

O Capítulo II apresenta as principais técnicas de medição com contato e sem contato para fins de inspeção em engenharia reversa, fazendo um estudo bibliográfico das

principais técnicas em estudo nas principais instituições de pesquisa, apresenta também um estudo bibliográfico, das tecnologias de medição por escaneamento sem contato, utilizando laser, no uso de aquisição de dados de superfícies de formas livres e/ou complexas de modo a mostrar como as peças são bem representadas por essa tecnologia.

O Capítulo III apresenta os fundamentos das Non-Uniform Rational B-splines (NURBS), bem como técnicas de modelagem iniciais (Bézier) até o desenvolvimento das NURBS, também apresenta as representações matemáticas das formas curvas e superfícies desta técnica, além de apresentar alguns dos principais trabalhos desenvolvidos e aperfeiçoados nesta área.

O Capítulo IV apresenta a metodologia para aplicação de NURBS em modelagens de curvas e superfícies de formas livres, onde são realizadas várias simulações de geometrias conhecidas a partir de expressões analíticas.

O Capítulo V apresenta os resultados experimentais desta tese, onde realizou-se estudo de casos com objetos de geometrias e formatos livres e o emprego da metodologia desenvolvida no Capítulo IV.

O Capítulo VI apresenta a conclusão final desta tese e as propostas de trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

MEDIÇÃO DE SUPERFÍCIES LIVRES E/OU COMPLEXAS UTILIZANDO MÁQUINAS DE MEDIÇÃO POR COORDENADAS (MMCs)

2.1. INTRODUÇÃO

A realização de medições de peças das mais diversas formas pode ser executada através de equipamentos que utilizam contato direto com a peça a ser medida e medições sem contato. A medição por coordenadas evoluiu nas últimas três décadas e hoje é a tecnologia que melhor atende aos requisitos da manufatura moderna através das Máquinas de Medições por Coordenadas, LIMA JR (2003).

Para medições de superfícies regulares o uso de Máquinas de Medição por Coordenadas (MMCs) têm-se bons resultados com tolerâncias estreitas e exatidão, mas para peças com formatos livres a inspeção torna-se mais complicada. Por esse motivo tem sido crescente o número de pesquisas que abordam a aquisição de dados de superfícies de geometrias complexas utilizando MMCs ou outros tipos de equipamentos.

Considera-se superfície complexa, o formato apresentado pela peça, e esta não tem as características de geometrias conhecidas dentro da análise matemáticas e sim definidas por pontos de controle através de técnicas Bézier, b-spline, superfícies NURBS, etc., segundo GU & LI (2004).

Este capítulo apresenta um resumo bibliográfico de várias pesquisas que têm sido desenvolvidas no estudo de superfícies complexas, sempre tendo como preocupação a busca de melhores resultados no uso de máquinas e equipamentos. Também são apresentadas as principais técnicas de medição por contato e sem contato. Logo após será dada uma ênfase maior na tecnologia de medição utilizando laser, a fim de mostrar como esta ferramenta obtém um maior número de pontos em um curto espaço de tempo durante uma medição, e que esta nuvem de pontos consegue gerar superfícies bem definidas de peças com alto grau de complexidade e formas.

2.2. IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DAS MEDIÇÕES DE SUPERFÍCIES COMPLEXAS PARA INSPEÇÃO DE PRODUTOS E ENGENHARIA REVERSA

A operação de inspeção de peças e produtos nas indústrias em geral tornaram-se indispensáveis para a garantia da sua qualidade e confiabilidade. A inspeção pode ser realizada manualmente ou através de máquinas computadorizadas, estas sendo mais empregada para realizações de operações mais complexas, onde a execução realizada por um homem acarretaria um emprego maior de tempo e estando o processo sujeito a mais erros.

Hoje em dia a necessidade de inspeções mais rigorosas e exatas é necessária, principalmente, quando se trata de peças para uso nas indústrias aeronáuticas, espaciais, medicina, etc., e por isso, considera-se um grande aliado para realizar inspeções de superfícies complexas, as Máquinas de Medição por Coordenadas (MMCs). Um exemplo de um esquema de sistema de medição é apresentado na Fig. (2.1) por GU & LI (2004).

Mas, apenas o uso de equipamentos sofisticados de medição, não significa que o retorno por parte das empresas é garantido. SOUZA *et al* (2001) apresentam um trabalho sobre as recomendações para uma utilização eficiente e confiável da medição por coordenadas, tratando de aspectos como: a seleção do tipo de máquina mais apropriada, a influência do meio em que o equipamento está operando, o problema da experiência dos operadores, a definição dos procedimentos e estratégias de medição e a necessidade de calibração das máquinas.

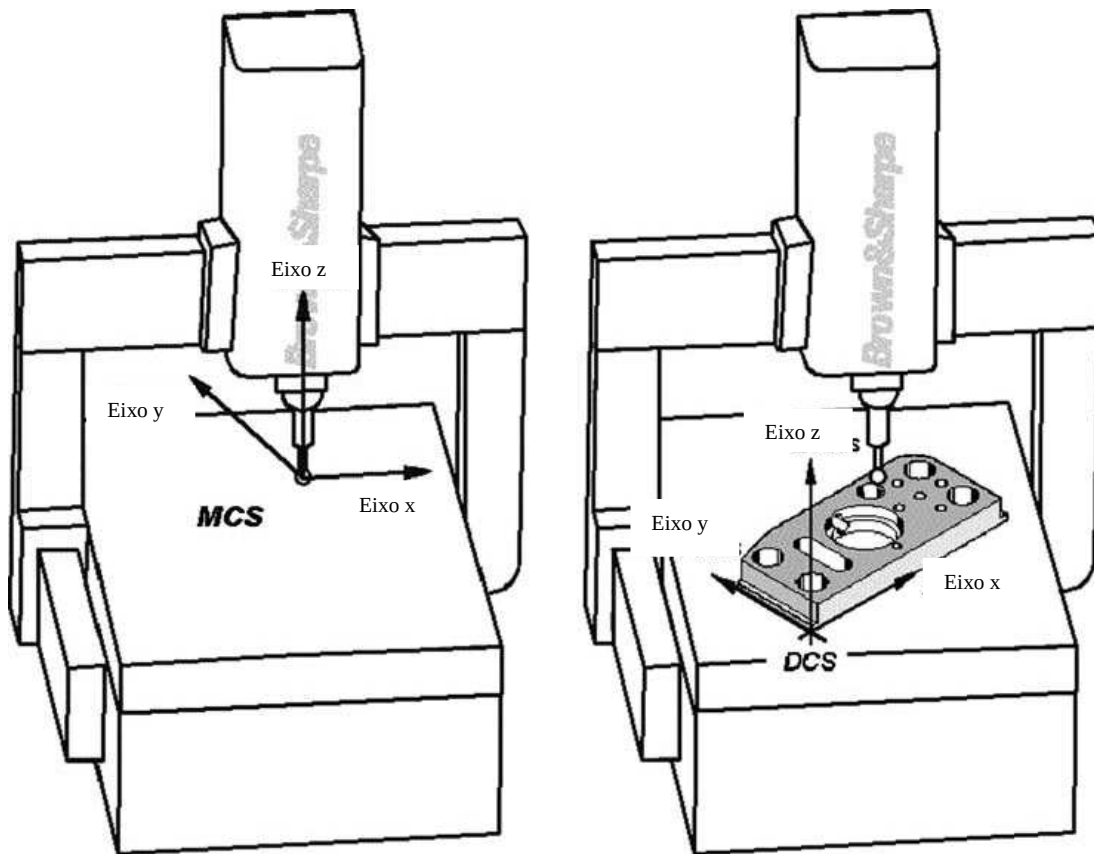


Figura 2.1 - Sistema de medição para realizar inspeções (GU & LI, 2004)

As estratégias de medição e avaliação são formas importantes para obtenção de sucessos em procedimentos com as máquinas de medição. Com esse intuito, ARENHART (2007) realizou um estudo do desempenho metrológico de Máquina de Medição por Coordenadas no âmbito industrial brasileiro, tratando das principais fontes de erro nesse tipo de medição, o tipo de geometria, rastreabilidade e incertezas nesse tipo de processo.

Recentemente, OBEIDAT & RAMAN (2009), desenvolveram um método inteligente para inspecionar superfícies de formas complexas, onde três algoritmos são capazes de realizar amostragens dentro de uma área específica, selecionando pontos fundamentais para descrever curvas Gaussianas e assim determinar num menor tempo e com um número máximo de pontos, mudanças de seções e de formatos.

Mas, não só para o uso de inspeção são utilizadas as máquinas de medição. A engenharia reversa que consiste em produzir novas peças, produtos ou ferramentas a partir de modelos ou componentes já existentes, VARADY *et al* (1997), também é outra área que utilizam das MMCs.

A engenharia reversa é empregada em ambientes industriais, desde a concepção de projetos até a produção do objeto propriamente dito, na medicina auxiliando em processos de restauração de peças anatômicas e, nas artes, com o objetivo de fazer reparos através de obras já existentes, bem como, a criação de novos trabalhos.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo, de aplicação na indústria automotiva, de um processo utilizando técnica de medição sem contato para fins de engenharia reversa.

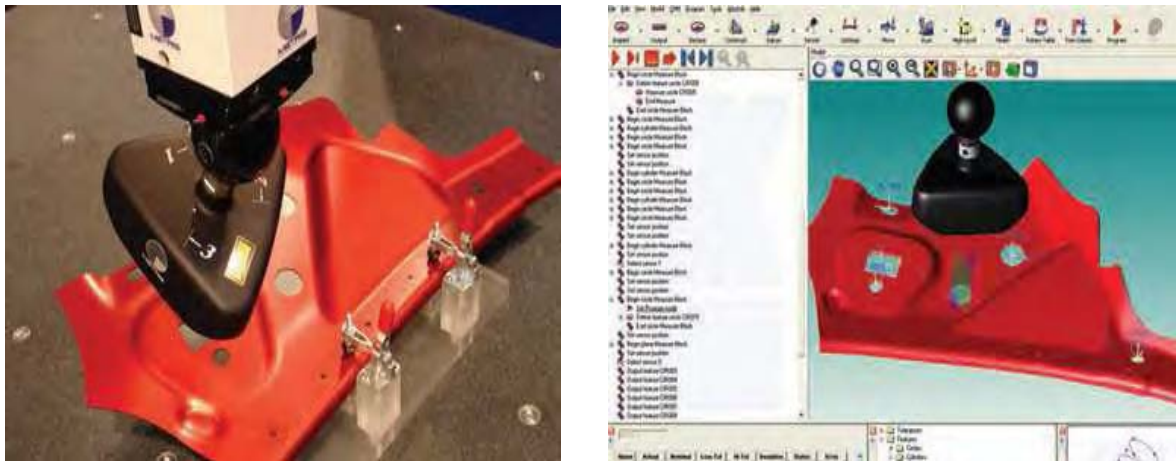


Figura 2.2 - Processo utilizado na engenharia reversa (METRIS, 2009)

Um estudo específico realizado com o propósito de contribuir na área de saúde foi tratado por PEREIRA (2007), no qual utilizou a engenharia reversa e o CAD como ferramentas de auxílio na fabricação de cartuchos para próteses ortopédicas.

Diante de tantas aplicações no uso das máquinas de medição por coordenadas, é que tantas pesquisas surgiram, estão sendo aprimoradas e provavelmente outras aparecerão com o intuito de melhorar técnicas de medição com o uso de apalpadores ou não. Por este motivo, na próxima seção serão apresentados os principais estudos nessa área, com pesquisas tanto realizadas no Brasil, quanto em outros países.

2.3. MÁQUINA DE MEDIÇÃO POR COORDENADAS

As máquinas de medição por coordenadas consistem em uma poderosa ferramenta no controle metrológico industrial além de seu crescente uso nas mais importantes áreas de processos de inspeção, reconstituição de próteses, reconstrução de esculturas, etc.

Sua capacidade de medição é muito ampla, podendo controlar dimensões lineares em uma ou duas direções, posições em três direções, alturas, rebaixos, superfícies cônicas e inclinadas, contornos ou perfis, desvios geométricos, posicionamento de furos e inter-relacionamento geométrico, FERNEDA *apud* GONZALES & KING (1999).

Para PORATH (2002), a tecnologia de medição por coordenadas é hoje uma ferramenta já consolidada nos processos de garantia da qualidade dimensional de produtos em indústrias dos mais diversos setores produtivos, além do uso na engenharia reversa. Tem como principais vantagens: alta flexibilidade; alta produtividade; alta informatização e alta precisão;

A Figura 2.3 apresenta diferentes modelos de construção desses equipamentos.



(a)



(b)

Figura 2.3 - (a) equipamento de medição por contato (*Acura*); (b) equipamento de medição sem contato (*Hexagon Technologies*)

As MMCs podem ser constituídas por diversas configurações, sendo sua estrutura podendo ter as seguintes partes: tipo balanço, coluna, tipo portal, tipo ponte em L, ponte fixa, etc., e segundo a Norma Americana ASME B89.4.1 (1995) são onze os tipos de MMCs.

As máquinas de medições por contato utilizam sistemas com apalpadores, que é o elemento sensor que fornece à máquina a informação da localização da superfície da peça, que está sendo medida, em relação ao sistema de coordenadas da MMC, sendo a ponta do apalpador, normalmente feita de rubi, de modo a minimizar efeitos de desgastes, BOSH (2007). A Figura 2.4 apresenta alguns tipos de apalpadores.

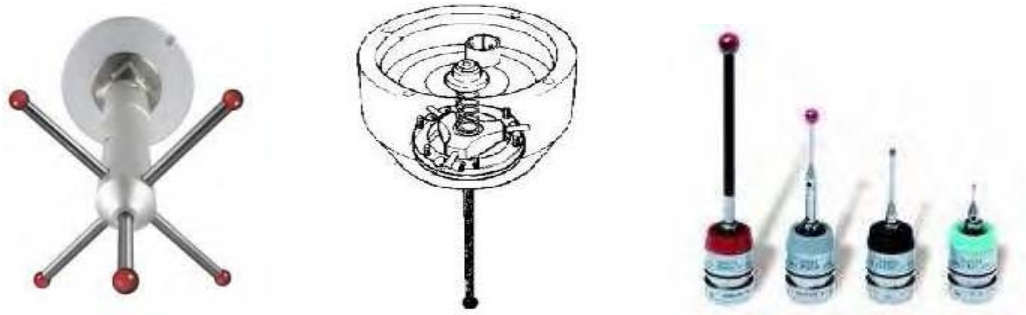


Figura 2.4 - Principais tipos de apalpadores para medições pontuais e escaneamento de superfícies complexas

Com relação às máquinas de medição sem contato, essas normalmente utilizam o laser como o sistema para a aquisição de dados nos processos de manufatura, no entanto, existem outros processos de medição sem contato para fins de inspeção e engenharia reversa. Os principais estudos com relação às técnicas de medição sem contato serão apresentados posteriormente. As Figuras 2.5 (a) e (b) mostram sistemas de cabeçotes utilizados para medições sem contato



(a)



(b)

Figura 2.5 - (a) Sistema de leitura óptico; (b) sistema de medição laser (Metris,2009)

2.4. CLASSIFICAÇÃO DAS PRINCIPAIS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE FORMAS COMPLEXAS PARA USO EM INSPEÇÃO E ENGENHARIA REVERSA

A medição de superfícies de formatos complexos ou livres tornou-se motivo de preocupação no âmbito industrial devido às dificuldades apresentadas para coletar os dados, tempo de execução, qualidade e custos da operação.

Existem basicamente duas formas de aquisição de dados por meio de máquinas de medição: medição com contato e sem contato. A Figura 2.6 apresenta de forma resumida as principais técnicas para medições de peças de formas complexas utilizadas hoje em dia.

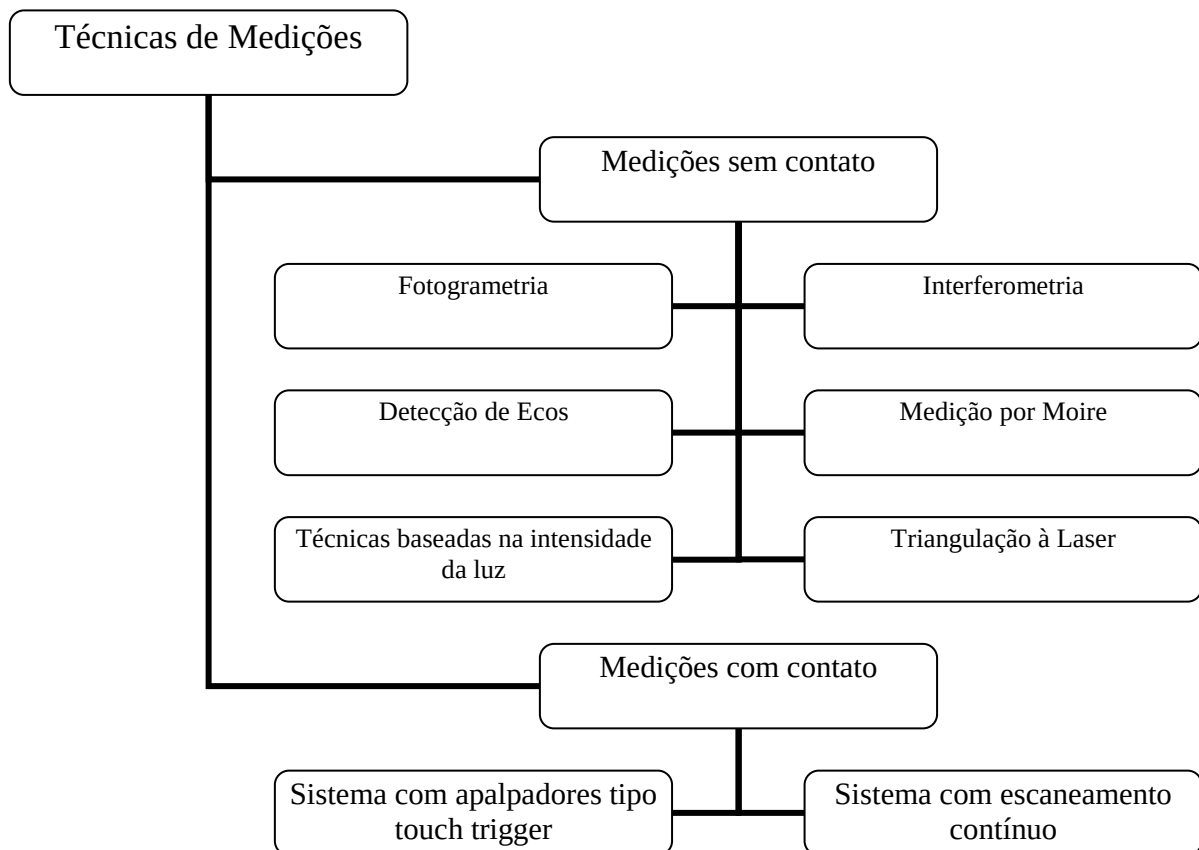


Figura 2.6 - Classificação das principais técnicas de medições com contato e sem contato de peças com geometrias complexas.

Diante de tantas maneiras de como se pode realizar medições, LIMA (2006) identificou os principais pontos que devem ser levados em consideração para realizar as

medições de formas livres, sendo eles: software de medição e avaliação; fixação das peças; alinhamento; número e distribuição de pontos amostrados; técnica de medição.

Um estudo importante que mostra uma revisão bibliográfica é apresentado por LI & GU (2004) onde são apresentadas as principais técnicas de inspeção de superfícies de formas livres. Nesse trabalho foi realizada uma descrição dos principais métodos de aquisição de dados, modelagem do sistema, seleção dos pontos, exatidão, eficiência e robustez dos pontos amostrados para escaneamento, além de uma breve discussão sobre os principais pacotes de softwares comerciais.

Várias são as propostas com o objetivo de se determinar a seleção dos melhores pontos ou amostragem para determinação das curvas características das mais diversas formas. Seja, desde a localização e comparação automática de pontos selecionados, para inspeção de superfícies de formas complexas, LI & GU (2006), seja, no maior número de pontos selecionados no menor tempo, através de desenvolvimento de algoritmos de melhor escolha (*Best-Fitting*), RISTIC & BRUJIC, (1997). Os fatores mais importantes para seleção da amostra num processo que utiliza máquinas de coordenadas são: o número de pontos medidos que representem com precisão a superfície e a distribuição desses pontos.

Entre os métodos de medição por contato, DONATELLI *et al* (2006) realizaram um trabalho mostrando as tendências e desafios, as interações entre vários subsistemas e uso de novos softwares. RISTIC & BRUJIC, (2000) também desenvolveram um software baseado no planejamento do caminho a ser percorrido durante as medições de superfícies de formas complexas usando contato com apalpadores. Maiores detalhes serão mostrados a seguir de acordo com a classificação mostrada na Figura 2.6, sendo, porém, primeiro analisado as técnicas de medição por contato e posteriormente as principais técnicas de medição sem contato são apresentadas.

2.5. MEDIÇÃO POR CONTATO

Nos processos de medição por contato, percebem-se características como: colisão entre o apalpador/sensor e a peça, pontos de amostragem, estratégias, avaliação e desempenho das medições, sendo esses pontos os principais fatores que influenciam no tempo de processo e precisão dos sistemas. Baseado nisso, todos os pontos citados anteriormente, consiste em potenciais áreas para novas pesquisas e aprimoramento das já

existentes. No momento da realização das inspeções com MMCs, vários pontos são coletados e analisados por algum sistema computacional a fim de comparar com dados de projetos específicos. Normalmente, a fim de minimizar fontes de erros provenientes do sistema computacional, utiliza-se de algoritmos baseados em geometria euclidiana, método dos mínimos quadrados, método da zona mínima, etc., para determinar parâmetros geométricos de geometrias substitutas, ou seja, criar algoritmos que representem de maneira precisa as formas geométricas ou não. LIMA JR (2007) desenvolveu uma metodologia baseada na técnica de Redes Neurais Artificiais (RNAs) para determinar os parâmetros de geometrias substitutas usadas nas Máquinas de Medição por Coordenadas (MMCs).

CHANG & LIN (2008) desenvolveram um algoritmo inovador através de amostragem estatística para seleção de pontos para a orientação da sonda em processos de medição de superfícies complexas para fins de inspeção e engenharia reversa. Essa técnica de amostragem indica além do número de pontos necessários, que leva em conta as exigências de tolerâncias estabelecidas pelo projeto, mas também por reduzir o tempo para minimizar o método das tentativas e erros para resolver os problemas na seleção para orientação e deslocamento do apalpador. No trabalho de CHANG & LIN (2008) a técnica de estatística é utilizada para calcular o número mínimo de pontos amostrados que correspondam ao necessário para determinar as formas das superfícies. Foi utilizada uma MMC com multi-eixos que tem a vantagem de tornar o apalpador mais flexível, podendo compensar as variações das superfícies medidas, além do apalpador poder se deslocar em situações de difíceis medições como mostrado na Fig. (2.7).

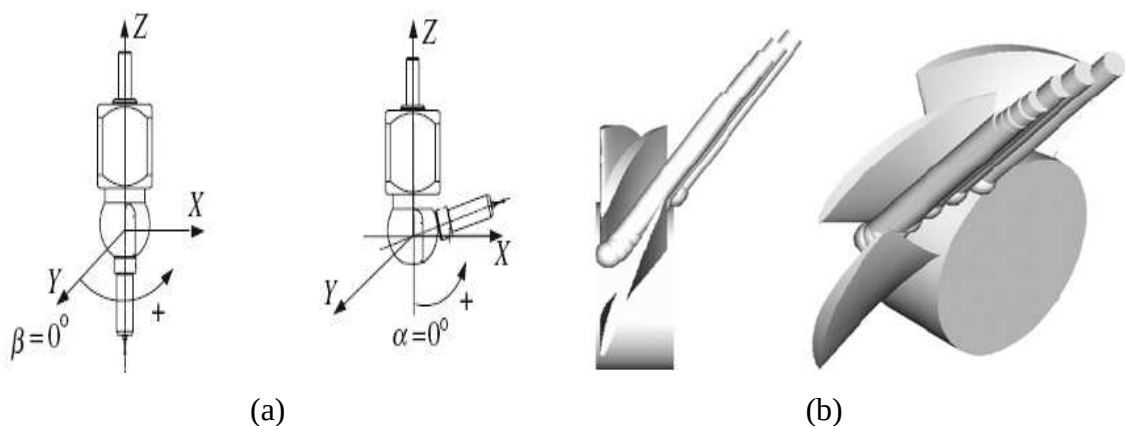


Figura 2.7 - (a) Definição dos ângulos de rotação para o apalpador; (b) simulação do processo de medição para um ângulo de inclinação de $37,5^\circ$ e rotação de $-82,5^\circ$ (CHANG & LIN 2008)

Baseado nos vários estudos desenvolvidos com as máquinas de medição por contato, pode-se ainda dividir a forma como esses dados são coletados. Existe basicamente dois tipos de aquisição de informações obtidas a partir das MMCs com contato: utilizando técnica ponto a ponto com os apalpadores ou através de varredura ou escaneamento do apalpador sobre a superfície medida.

2.5.1. Sistemas com Apalpadores

A forma com que se capturam os pontos de uma peça pode ser realizada através do contato físico, com um elemento conhecido por “*probe*” ou “*apalpador*” que tem o objetivo de tocar no produto e dar cópia ao perfil, LIMA (2003).

Medir com máquinas que possuem apalpadores, não é uma situação das mais fáceis, e muita das vezes é necessário empregar procedimentos para se ter uma boa confiabilidade e precisão dos resultados das medições. Para SOUZA *et al* (2001) a definição de planos de referência para o alinhamento das peças, o número e a localização de pontos a serem apalpados bem como a sequência de medição, devem ser planejadas e executadas de forma bastante racional, e a falta ou excesso de cuidados poderão provocar prejuízos a empresa.

Os sistemas com apalpadores são do tipo que fazem a coleta dos pontos amostrados ponto a ponto. O apalpador se aproxima da superfície da peça numa direção que pode ser normal à superfície da mesma ou que haja coincidência com um dos eixos coordenados da máquina. As coordenadas do ponto de contato sensor-peça são obtidas por correção do raio do sensor esférico, a partir das coordenadas adquiridas do centro, LIMA (2006).

2.5.2. Sistemas com Escaneamento Contínuo

Nos sistemas por varredura ou escaneamento, o sensor permanece em contato com a superfície da peça e se desloca em uma direção pré-determinada. Durante essa trajetória, as coordenadas do centro do sensor são adquiridas sequencialmente e conseqüentemente,

as coordenadas dos pontos de contato sensor-peça são obtidas por correção do raio do sensor na direção espacial apropriada, LIMA (2006).

Os sistemas equipados com apalpadores para escaneamento têm a vantagem de coletar um número maior de pontos coletados em um pequeno intervalo de tempo e conseqüentemente conseguir maior definição das formas inspecionadas.

YI & JISHUN (2006) desenvolveram uma técnica para inspecionar engrenagens de alta complexidade, onde a análise é feita através de dentes na forma de espirais e devido à forma complexa, não é viável o uso da medição sem contato, e na inspeção ponto a ponto levaria um tempo maior na coleta das informações, sendo indicado, portanto, o escaneamento por contato. A Figura 2.8 mostra as formas como os apalpadores podem ser posicionados para realizar o escaneamento de peças.

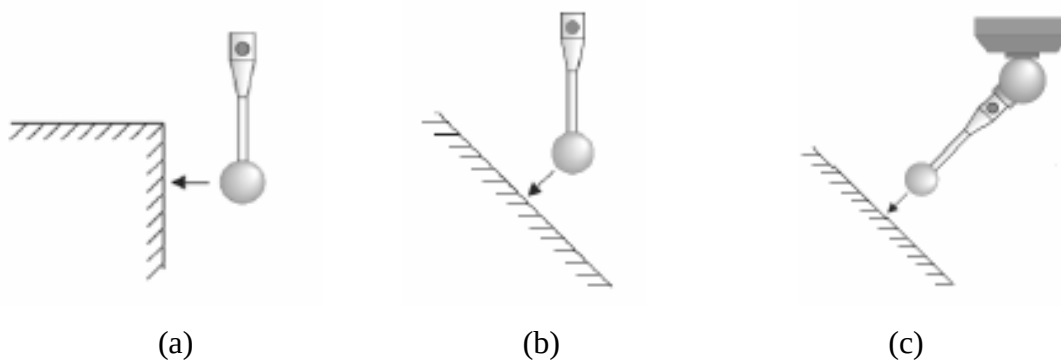


Figura 2.8 - (a) Posicionamento do apalpador com eixo paralelo a superfície inspecionada (maior repetibilidade); (b) Posicionamento intermediário do apalpador entre a posição paralela e perpendicular a peça (repetibilidade intermediária); (c) Posição perpendicular do apalpador com a superfície (Baixa repetibilidade), (YI & JISHUN, 2006).

Muitos outros estudos têm sido desenvolvido por técnicas de medição com contato, seja o uso da inspeção ponto a ponto, ou por escaneamento. Citou-se anteriormente, alguns estudos desenvolvidos por essas técnicas. Mas, tão importante ou mais, são os estudos desenvolvidos por técnicas de medição sem contato.

A seguir apresentam-se as principais técnicas de medição sem contato, para os mais diversos fins, sendo principalmente utilizado na área de inspeção e engenharia reversa.

2.6. MEDIÇÃO SEM CONTATO

A medição por contato nem sempre é possível, por uma série de motivos: o uso de apalpadores normalmente leva a um tempo demasiado na coleta de pontos, dependendo do material pode ocorrer à deflexão do material medido, número relativamente menor de pontos coletados quando comparados com processos de medição sem contato, maior adaptação em captação de pontos de superfícies de formas livres e/ou complexas, o apalpador está sujeito a desgastes com o tempo, alguns erros dinâmicos devido à estrutura da máquina e o controlador também pode ocorrer, etc.

O sistema de medição sem contato tem como principal objetivo, tal como o sistema por contato, a aquisição de coordenadas de um ponto localizado numa superfície da qual se pretende obter medições, FERREIRA (2007).

Ao longo dos últimos anos, tem-se assistido ao desenvolvimento de várias técnicas de aquisição de informação tridimensional sem contato, que direta ou indiretamente, determinam as coordenadas tridimensionais de pontos, seja de uma foto ou de um objeto, obtendo as medidas dos mesmos, COELHO & TAVARES (2002).

Diante do exposto acima, é que se têm os motivos, para os crescentes estudos sobre aprimoramento, melhoramento e surgimento de técnicas ópticas, voltadas principalmente para uso de fins de inspeção na indústria, bem como nos projetos de engenharia reversa. A seguir apresentam-se as principais técnicas de medição sem contato.

2.6.1. Principais Técnicas de Medição sem Contato

2.6.1.1. Sistema Fotogramétrico

Segundo LIMA (2003) a fotogrametria consiste na técnica de medição por coordenadas 3D que usa as fotografias como base para a metrologia, desta forma, a fotografia descreve os princípios fotográficos envolvidos na fotogrametria, enquanto que a metrologia descreve as técnicas para produzir coordenadas tridimensionais a partir de fotografias bidimensionais.

Para LIMA (2006) há comercialmente diversos sistemas ópticos aplicados para medição de peças de médio e grande porte. Uma das técnicas de medição ponto a ponto

que vem crescendo no meio industrial é a fotogrametria, apresentada na Fig. (2.9), onde esta técnica pode ser definida como sendo a ciência, e arte, de determinar o tamanho e a forma de objetos através da análise de duas ou mais imagens bidimensionais gravadas em uma película ou em meios eletrônicos.

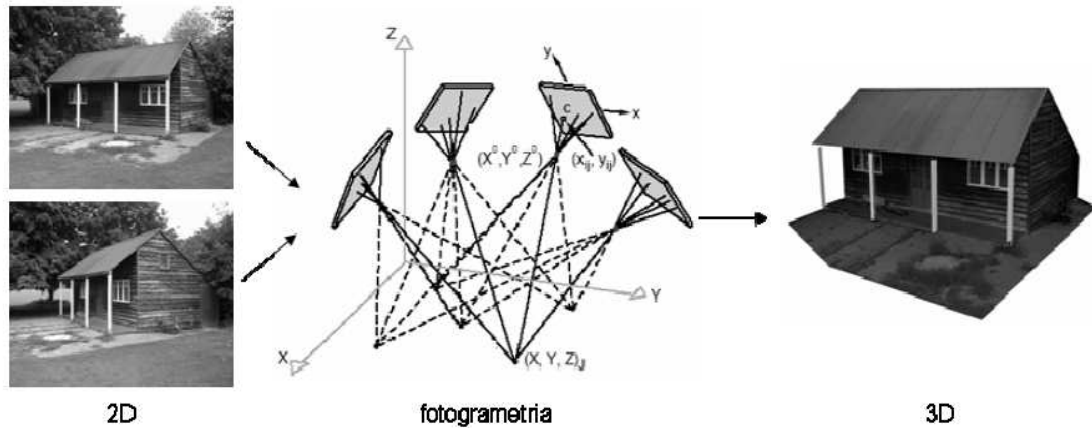


Figura 2.9 - Processamento das imagens 2D gerando uma reconstrução 3D (LIMA, 2006)

De acordo com TEMBA (2000) a fotogrametria pode ser dividida em dois tipos: Interpretativa e Métrica. A primeira objetiva principalmente o reconhecimento e identificação de objetos e o julgamento do seu significado, a partir de uma análise sistemática e cuidadosa de fotografias, enquanto que a segunda técnica consiste na feitura de medições de fotos e outras fontes de informação para determinar de um modo geral, o posicionamento relativo de pontos.

2.6.1.2. Sistema Interferométrico

Outra técnica bastante desenvolvida e aprimorada é o uso com sistemas interferométricos, no qual consiste em medir a partir de distâncias formadas por um número de franjas de interferência com base em um raio laser. A interferometria laser é uma técnica de medição de alta exatidão. Através dela é possível obter medidas de deslocamentos desde picômetros até milímetros, SHIRAHIGE & SILVA (2002).

Segundo ALBERTAZZI *et al* (2003), na medição por interferência a forma é determinada a partir da diferença entre os caminhos percorridos pela luz ao atingir uma superfície de referência e a peça a medir, onde o comprimento de onda de luz é usado como escala, e incertezas de poucos nanômetros são atingidas em ambiente de laboratório

na medição de superfícies de precisão. A Figura 2.10 apresenta o exemplo de uma bancada experimental para testes com essa técnica, ALBERTAZZI *et al* (2003).

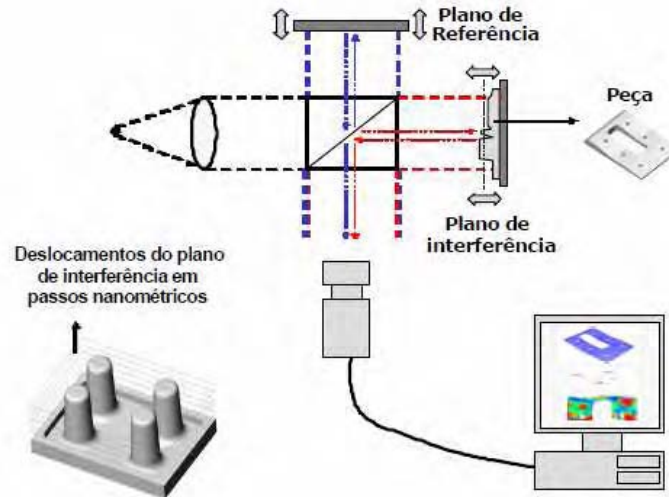


Figura 2.10 - Montagem do sistema óptico proposto, (ALBERTAZZI & PEZZOTA, 2003)

Essa técnica além de muito utilizada na metrologia tem seu uso nas áreas de inspeção para ensaios não destrutivos, PIRES *et al* (2002), na indústria de laminação, AMARO *et al* (2006), e muitas outras áreas da engenharia.

2.6.1.3. Sistema de Medição por Moiré

O sistema de medição através da técnica de Moiré é indicado para medições de superfícies complexas ou formas livres. Além do grande número de aplicações na área industrial, também é bastante utilizada nas áreas de engenharia civil, medicina, etc.

O padrão Moiré é um padrão de interferência de baixa frequência formado pela sobreposição de duas grelhas com padrões regularmente espaçados de frequência espacial mais elevada, conseqüentemente, o resultado é um padrão constituído por franjas alternadamente brilhantes e escuras, chamadas franjas de Moiré, COELHO & TAVARES (2002).

Segundo LINO (2002) quando se olha através de duas telas ou grades sobrepostas, nota-se a formação de padrões ou franjas, que são resultados da combinação das linhas

dessas telas, e esse fenômeno é chamado de fenômeno ou efeito de Moiré, e as franjas produzidas são chamadas de padrões ou franjas de moiré, conforme a Fig.(2.11).

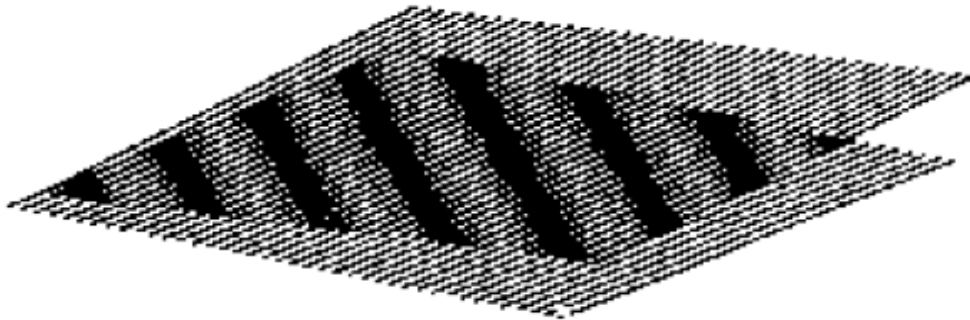


Figura 2.11 - Franja de Moiré produzida pela superposição de duas grades, (LINO, 2002)

Segundo ALBERTAZZI (2003), o sistema de medição 3D por moiré, é composto por uma grade, formada por uma série de linhas finas, retas e paralelas impressas em uma placa de vidro. É obliquamente iluminada e projeta sua sombra sobre a superfície a medir, onde uma câmera digital observa frontalmente a superfície a medir através da grade. Outro estudioso dessa área é BRAUNBECK *et al* (2007).

2.6.1.4. Sistema de Medição por Detecção de Ecos

Os sistemas de medição por detecção de ecos, normalmente, são utilizados para medição de volume e distâncias em estruturas com dificuldade no acesso, como em reservatórios, estruturas de concreto, etc.

A técnica de detecção de ecos consiste na determinação de distância a partir do tempo de percurso desde uma pequena fonte de energia emitida até ser detectada por um sensor, COELHO & TAVARES (2002).

A Figura 2.12 (a) e (b) mostra a técnica baseada no uso do princípio de detecção por eco.

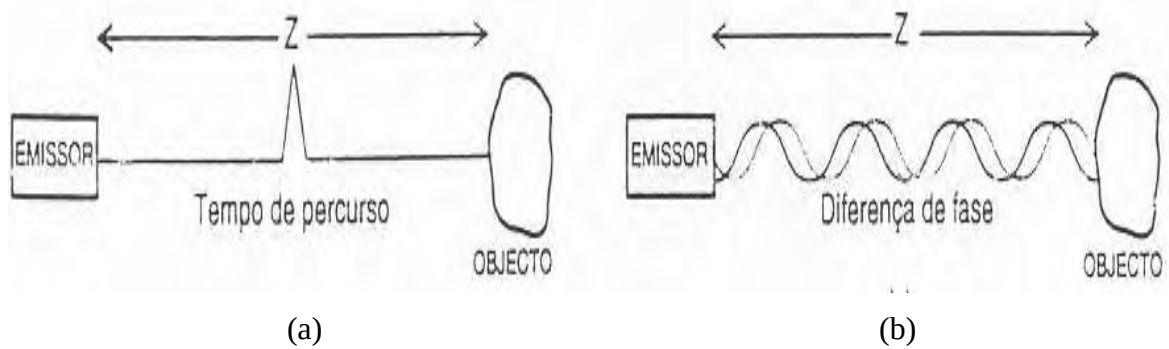


Figura 2.12 - (a) Técnica de detecção de ecos utilizando medição de distância pelo método de tempo de percurso; (b) diferença de fase, (COELHO & TAVARES, 2002)

2.6.1.5. Sistemas de Medição por Triangulação a Laser

Hoje em dia é muito comum o uso do laser em equipamentos de medição. Ao invés do uso de apalpadores para determinar as coordenadas, um plano com raio laser é projetado sobre uma superfície, e uma câmera digital está localizada de modo que capte a interseção entre a superfície em contato e o raio laser. As coordenadas dos pontos na superfície medida são determinados por triangulação.

O trabalho desenvolvido por GESTEL *et al* (2008), apresentou um teste para a performance do escaneamento a laser em máquinas de medição por coordenadas. A Figura 2.13 apresenta os princípios do escaneamento a laser.

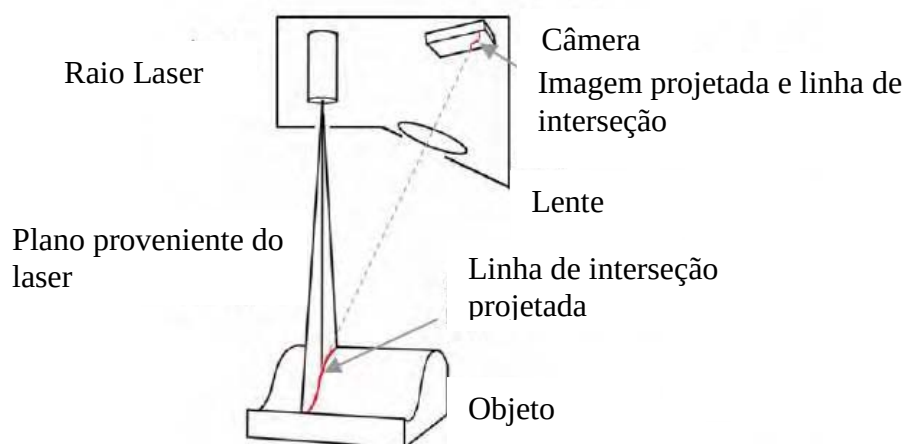


Figura 2.13 - Princípio do escaneamento a laser (GESTEL *et al*, 2008)

2.7. VANTAGENS E DESVANTAGENS APRESENTADAS PELOS SISTEMAS DE MEDIÇÃO COM CONTATO E SEM CONTATO

Diante das mais variadas técnicas de medição de contato e sem contato citadas anteriormente, para inspeção de superfícies complexas, apresenta-se a seguir uma análise comparativa de ambos métodos com relação às suas principais vantagens e desvantagens. A Tabela 2.1 apresenta as principais vantagens e desvantagens dos sistemas de medição com o uso de apalpadores.

Tabela 2.1 – Vantagens e desvantagens dos sistemas de medição por contato

Medição por contato
Vantagens:
- Quando comparado com sistemas de medição sem contato apresentam maior grau de precisão; - Não é afetado pela iluminação ambiente, portanto, tem boa repetibilidade; - Sistema considerado flexível; - Incertezas de medição baixas.
Desvantagens:
- Baixa velocidade durante a coleta de dados; - Desgaste dos apalpadores; - Cuidado na fixação das peças; - Durante a medição pode ocorrer deformação ou flexão da peça.

A Tabela 2.2 apresenta as principais vantagens e desvantagens dos sistemas de medição sem contato.

Tabela 2.2 – Vantagens e desvantagens dos sistemas de medição sem contato

Medição sem contato
Vantagens:
- Total ausência de contato com a superfície a medir; - Muito utilizada em projetos de engenharia reversa; - Medição de superfícies de formas complexas com maior rapidez; - Não há deformação ou flexão da peça; - Permite digitalizar modelos com maior facilidade.
Desvantagens:
- Podem ocorrer problemas devido ao ângulo de reflexão; - Incerteza de medição ainda alta; - Os pontos coletados são limitados ao campo de visão ou faixa do laser; - Possibilidade de existir distorções provocadas pelas lentes.

Até o presente momento foi apresentado o estudo bibliográfico das principais técnicas de medição de superfícies com contato e sem contato de peças de formas livres e/ou complexas.

Dentre todas as técnicas apresentadas, o estudo de medição com uso do laser, foi apresentado por último por constar seu crescente uso e desenvolvimento de novas pesquisas.

A seguir é apresentado com maior detalhe o uso da tecnologia laser e suas principais aplicações.

2.8. TECNOLOGIA BASEADA NA TRIANGULAÇÃO A LASER

Os sistemas de medição baseados na tecnologia sem contato de superfícies complexas e ou de formas livres utilizando o laser como o elemento responsável pela coleta de dados, normalmente, utiliza o método da triangulação para realizar este tipo de medição.

A partir deste método é possível determinar distâncias, que com o conhecimento prévio de uma das arestas do triângulo e dois ângulos, é possível determinar o comprimento das outras duas arestas e o outro ângulo.

Segundo FERNANDES (2005) conhecendo-se a relação espacial entre o projetor e a câmara, bem como os parâmetros internos da câmera, a posição do ponto P no espaço Euclidiano pode ser estimada pela aplicação da Lei dos Senos. Os segmentos de reta A, B e C definem um triângulo cujo ângulo α , o comprimento C e a posição em que P é projetado na imagem capturada pela câmara são conhecidos, ou seja, o princípio da triangulação parte do pressuposto que um determinado ponto pode ser definido pela interseção de duas retas no espaço, ou um plano e uma reta. A Figura 2.14 mostra essa análise.

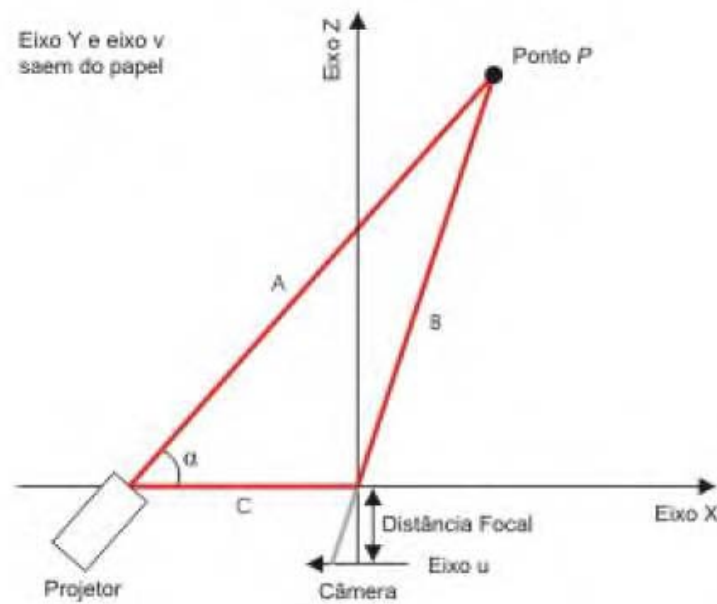


Figura 2.14 - Esquema de um sistema a laser baseado na triangulação, (FERNANDES, 2005)

Matematicamente, o sistema de triangulação a laser utiliza a Lei dos Senos, conforme a Eq. (2.1) a seguir.

$$\frac{\sin(\angle AB)}{C} = \frac{\sin(\angle BC)}{A} = \frac{\sin(\angle CA)}{B} \quad (2.1)$$

Ao se incidir um feixe de laser sobre uma determinada superfície, parte da radiação é refletida e parte transmitida, portanto, para um sistema que trabalha com escaneamento a laser, possa ter uma leitura bem sucedida, o feixe incidente deve atingir a superfície e o feixe refletido tem que ser detectado pelo sensor, ELMARAGHY & YANG (2003).

Dentre os métodos de medição de superfícies, a triangulação a laser é considerada a técnica mais antiga para realização de medição de profundidades, além de ser a mais simples de todas.

2.9. PRINCIPAIS TÉCNICAS DE INSPEÇÃO E ENGENHARIA REVERSA UTILIZANDO LASER

2.9.1. Métodos de Amostragem

Dentre as principais vantagens do uso da tecnologia de medição a laser, destaca-se o fato de se conseguir uma maior coleta de pontos no momento da aquisição dos dados, quando comparados a um sistema de medição com contato.

O número de amostras é importante para caracterizar de maneira precisa as formas e os contornos das superfícies, o que significa que não é um trabalho muito fácil. Normalmente, o tamanho de uma amostra sofre influência de alguns fatores como: a complexidade das formas, tolerâncias especificadas, modo como as partes foram criadas, etc. Diante do exposto, o uso da técnica adequada para seleção de pontos é importante para redução dos custos de inspeção.

RAMAN & OBEIDAT (2009) desenvolveram três algoritmos para representar de maneira satisfatória superfícies de formas complexas, onde os pontos coletados são os pontos necessários para realizar as inspeções e localização dos principais pontos críticos para garantir a forma do objeto. Nesse trabalho, três objetivos foram atingidos: a determinação do número ótimo de pontos amostrados, a determinação dos pontos críticos e verificação da diferença máxima entre a geometria substituta (uso de superfícies NURBS) e o modelo CAD.

RISTIC & BRUJIC (1997) no seu trabalho utilizaram Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) como a entidade responsável pela representação paramétrica das curvas e superfícies, de modo que, a complexidade de execução do software foi reduzida quando todas as superfícies foram convertidas em superfícies NURBS. A técnica conhecida como “*Best fit*”, ou seja, de melhor ajuste foi utilizada nesse trabalho para calcular a transformação que alinha os pontos medidos com os seus correspondentes pontos sobre o modelo NURBS, uma vez que se utilizando o método dos mínimos quadrados para selecionar os pontos medidos e os do modelo NURBS geralmente estes se apresentam em diferentes sistemas de coordenadas. Como o primeiro ponto não é conhecido, utilizou-se a técnica de interação do ponto mais próximo (ICP) para dar início as medições. Esta técnica consiste em tentar encontrar os pontos que garantam a menor diferença entre duas

superfícies, LI (2004). Estudiosos como MENQ *et al* (1992), LIN & HUNG (1997), VEZZETTI (2007), trabalharam com técnicas de amostragem. Outras técnicas iterativas para coleta de amostragem foram desenvolvidas por LI (1998) e SPITZ (1999).

2.9.2. Critérios de Planejamento para o Escaneamento a Laser

Hoje em dia, são vários os tipos de laser com aplicação na área de inspeção e engenharia reversa. Muitas vezes, para se obter a seleção do melhores pontos, para caracterizar as curvas características das superfícies analisadas, faz-se o uso de algoritmos para este fim. LEE & PARK (2000) propuseram um algoritmo para automatizar o sistema a laser para fins de inspeção.

Numa pesquisa posterior, LEE *et al* (2002) propuseram um algoritmo para um sistema de escaneamento a laser para fins de engenharia reversa, onde os dados coletados são registrados automaticamente e a qualidade dos pontos lidos são checados. Posteriormente, verificou-se a diferença entre o modelo CAD e os pontos medidos.

HARRIS & SPANCE (2003), desenvolveram um algoritmo para compensar os principais erros provenientes em um sistema a laser montado numa máquina de medição de coordenadas. O trabalho deles além de gerar um algoritmo para obter o melhor planejamento para aquisição de dados, também estudou concomitantemente a influência das principais incertezas do sistema (já comentado anteriormente), mas dando prioridades ao efeito dos principais fatores que causam erros no sistema. Os erros analisados foram: erros térmicos, erro de posicionamento da MMC, correção do erro de altura do sensor laser e compensação dos dados digitalizados.

FERNANDEZ *et al* (2008) desenvolveram um algoritmo baseado na partição das peças, ou seja, uma técnica chamada de *Kd-tree* ou árvore. A superfície a ser analisada é particionada em regiões e a partir daí um algoritmo recursivo é usado para calcular as direções ótimas, além da aproximação e formas de incidência do raio laser para gerar os pontos para melhor representar a forma da superfície abordada. Outros desenvolvedores de softwares foram ELMARAGHY & YANG (2003) e ZEXIAO *et al* (2005).

A Figura 2.15 mostra os caminhos de escaneamento correspondente em uma dada peça, onde as linhas cheias representam o percurso do escaneamento e as linhas pontilhadas representam a aproximação, retração e conexão da seqüência de escaneamento.

Para a varredura completa da peça, o sensor laser foi orientado em dois planos, mas com diferentes profundidades do campo de visão e orientação do laser.

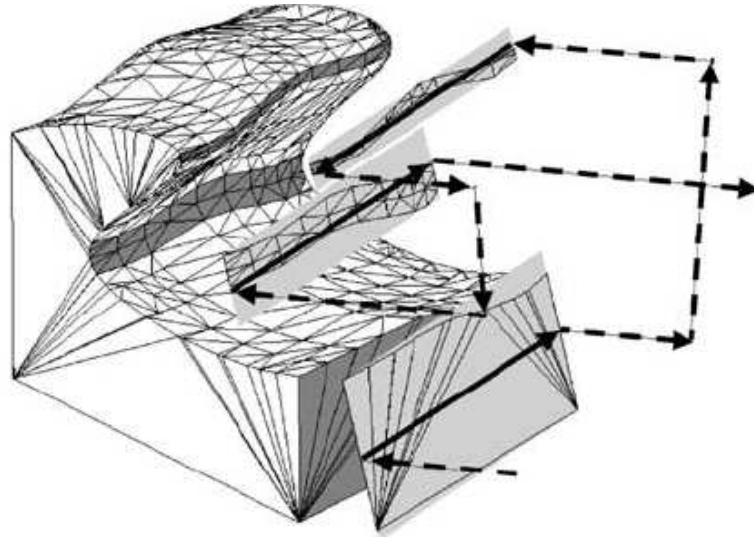


Figura 2.15 - Primeira direção para o escaneamento da superfície complexa,
(*FERNANDEZ et al, 2008*)

Muitos outros trabalhos tem sido desenvolvidos nessa área a fim de encontrar algoritmos para garantir a melhor seleção de pontos, ou seja, o tipo de amostragem, além de algoritmos para determinar de maneira significativa a forma dos objetos. A modelagem dos sistemas representa um dos aspectos mais importantes no processo para se realizar a inspeção ou num projeto de engenharia reversa, uma vez que, consiste na representação do modelo.

Vários são os algoritmos desenvolvidos para realizar a parametrização de curvas e superfícies, onde se utilizam funções cônicas, harmônicas, algoritmos de segunda ordem, Taylor, curvas exponenciais suaves, B-splines e NURBS, [SUN & ZHAO (2009), MARTIN *et al* (2009), HU & WALLNER (2005), KAI *et al* (2008), SONI *et al* (2009), etc.

Como mostrado nos itens 2.8 e 2.9, verificou-se a importância da tecnologia a laser aplicada no âmbito industrial. Estes tópicos tiveram como objetivo, apresentar as grandes vantagens dessa tecnologia, principalmente tratando-se de aquisição de pontos, uma vez que este sistema obtém uma grande nuvem de pontos quando comparados com sistemas de medição por contato.

Porém, a realidade da maioria das indústrias brasileiras não dispõe desses equipamentos, sendo mais comuns as MMCs com apalpador por serem mais versáteis e com menor custo. Estima-se a existência de mais de 6.000 equipamentos no Brasil, entre Máquinas cartesianas e braços de medição, SOUSA (2008). Diante disso, percebe-se a necessidade de utilizar um equipamento acessível a maiorias das empresas, porém, que sejam capazes de representar curvas e superfícies de formas complexas, apresentando as mesmas características de exatidão e erro mínimo, como aqueles apresentados por um sistema a laser.

Com o objetivo de atender a critérios tão robustos, é que este trabalho visa desenvolver uma metodologia para modelagem de superfícies, utilizando a técnica NURBS (Non-Uniform B-Splines) que será apresentada no próximo capítulo, com o propósito de representar formas complexas a partir de um número menor de pontos obtidos durante a realização de uma medição.

2.10. CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado um estudo bibliográfico das principais técnicas de medição de superfícies com contato e sem contato de peças de formas livres e/ou complexas. A literatura apresentada mostra as mais variadas técnicas para o uso das Máquinas de Medição por Coordenadas para fins de inspeção e engenharia reversa, além dos principais estudos realizados na área, tanto no Brasil como em outros países. Também foi apresentado o desenvolvimento das principais técnicas de medição sem contato para fins de inspeção e engenharia reversa. Primeiramente, apresentou-se a forma como se realiza a medição laser, que pode ser através do princípio da triangulação, que nada mais é do que uma técnica simples para realizar a leitura, para captação de dados utilizando a lei dos senos para isso.

Os principais métodos de amostragem desenvolvidos recentemente foram apresentados, no qual muito desses estudos, tiveram como objetivo aprimorar/criar novas técnicas de aquisição de dados, de modo a determinar a quantidade mínima e necessária de pontos para se conseguir de maneira representativa, a forma das superfícies em um tempo reduzido. Também foram apresentados de maneira sucinta, alguns critérios de planejamento com o objetivo de selecionar melhor os pontos, tratar esses dados, identificar

a forma das superfícies, etc., tudo isso sendo conseguido através do desenvolvimento de algoritmos. E tratando de modelagem ou parametrização de curvas e/ou superfícies, alguns estudos tem aperfeiçoadas aplicações das superfícies NURBS, o que também será tema deste trabalho. O entendimento e desenvolvimento desta metodologia será melhor compreendida no Capítulo IV.

CAPÍTULO III

ESTUDO DE CURVAS E SUPERFÍCIES USANDO NURBS

3.1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das tecnologias CAD/CAM tem se tornado objeto de muitos estudos devido a sua diversidade de aplicações, seja nas ciências exatas, medicina ou artes, a tecnologia virtual tem dado a sua contribuição. Em se tratando da representação gráfica de superfícies de formas complexas e/ou de formatos livres, muitas são as áreas de pesquisa, a fim de representar de maneira fiel a superfície modelada com o seu protótipo.

As tecnologias para representação gráfica é bastante utilizada pela engenharia reversa, que tem como principal objetivo produzir um modelo digital preciso em um ambiente virtual para posterior utilização em sistemas CAD/CAM/CAE, SONI *et al* (2009).

Apesar de existirem várias técnicas para modelagem de formas e superfícies, uma delas, e tão importantes quanto, para reconstrução de superfícies é através de NURBS (Non Uniform Rational B-splines). Diante das grandes vantagens, simplicidade e facilidade de manipulação, como serão mostradas adiante, é que se utilizará esta técnica para descrever os modelos das superfícies estudadas e apresentadas neste trabalho.

A seguir serão apresentados os principais estudos sobre curvas e superfícies NURBS, além dos principais estudos desenvolvidos com o uso dessa ferramenta para modelagem de superfícies.

3.2. CURVAS NURBS

Uma importante ferramenta para realizar a modelagem de determinadas curvas e superfícies, durante o processo de aquisição dos dados em um processo de inspeção ou engenharia reversa, é utilizando NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines).

Embora as curvas B-spline sejam muito utilizadas em projetos de curvas, elas não conseguem representar curvas de formatos simples, como no caso, de círculos. Portanto, para representar formas como círculos, elipses, etc., é necessário uma extensão das curvas B-spline. Para resolver estes problemas é necessário generalizar B-splines para curvas racionais usando coordenadas homogêneas, de onde se obtém o nome B-Splines Racional Não-Uniforme, NURBS, MINETTO (2003). Maiores detalhes das ferramentas Bézier e B-splines estão apresentadas no apêndice A.

Segundo AQUINO & CARVALHO (2003) o NURBS é uma ferramenta industrial padrão para representação e design de geometrias simples e complexas, e apresentam as seguintes aplicações:

- ✓ Representar formas analíticas padrões e formas livres;
- ✓ Fornecer uma alta flexibilidade no design das formas;
- ✓ Quando se deseja um tempo de processamento computacional razoavelmente pequeno;

MINETTO *apud* PIEGL (2003) mostra porque a ferramenta NURBS é tão importante na construção de projetos geométricos:

- ✓ O projeto NURBS é intuitivo, onde quase todo o algoritmo tem um fácil entendimento de interpretação geométrica;
- ✓ Os algoritmos NURBS são rápidos e numericamente estáveis;
- ✓ NURBS são generalizações de curvas e superfícies B-splines racionais e não racionais e curvas e superfícies de Bézier não racionais;
- ✓ NURBS podem representar formas complexas, através de poucos dados;

- ✓ NURBS provêm uma base matemática, unificada para representar ambas as formas analíticas como seções cônicas e superfícies quadráticas, além de entidades de formas livres, como corpos de carros, de navios e aviões;
- ✓ As curvas NURBS permitem representar formas arbitrárias, enquanto mantém exatidão e independência de resolução matemática.

Matematicamente, uma curva NURBS de grau n pode ser definida pela Eq. (3.1) abaixo,

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \omega_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \omega_i}, \quad \text{com } a \leq u \leq b \quad (3.1)$$

onde $\{P_i\}$ são os pontos de controle da curva, $\{N_{i,p}\}$ são funções básicas B-spline de grau p e cada valor real ω_i é um peso associado ao ponto de controle P_i .

Sabe-se que as funções racionais são definidas através da Eq. (3.2),

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u) \omega_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u) \omega_j} \quad (3.2)$$

Portanto, a partir das Eqs. (3.1) e (3.2), a equação das curvas NURBS pode ser representada pela Eq. (3.3).

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i, \quad \text{com } a \leq u \leq b \quad (3.3)$$

Quando se deseja manipular em ambiente computacional os mais diversos tipos de transformações (translação e rotação, por exemplo) é conveniente utilizar-se de uma estrutura compacta para representá-las. E esta estrutura é chamada de **coordenadas homogêneas**. Segundo ALBUQUERQUE (2006) é possível concatenar-se várias matrizes

de transformação tais como rotação, translação, projeções, alterações de pesos localmente, etc., em apenas uma matriz, bastando apenas para isso multiplicar as diversas matrizes de modo a obter uma única matriz de transformação.

No espaço euclidiano tridimensional as coordenadas podem ser definidas em $P=(x,y,z)$, mas no espaço onde as coordenadas são homogêneas elas passam a ser reescritas como:

$$P^w = (wx, wy, wz, w) \quad (3.4)$$

onde w são os pesos.

No caso, para a definição de NURBS é necessário deixar o ponto de controle P_i ser reescrito como um vetor coluna com quatro componentes, como apresentado na Eq. (3.5).

$$P_i^w = (w_i x, w_i y, w_i z, w) \quad (3.5)$$

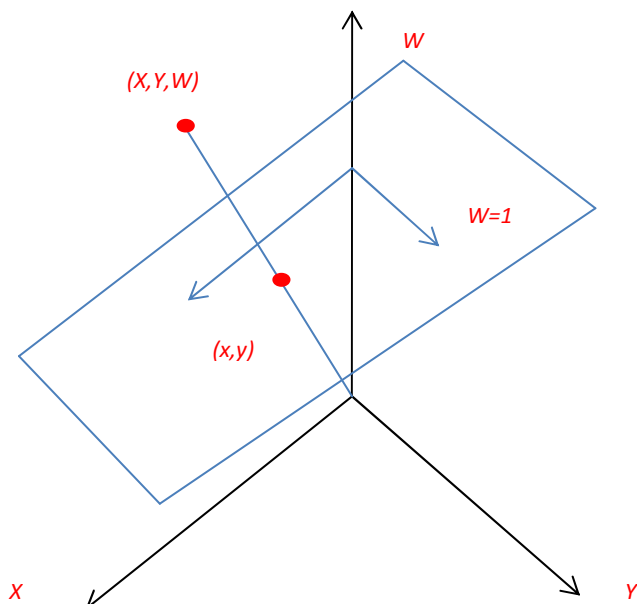


Figura 3.1 – Representação de pontos no espaço Euclidiano para coordenadas homogêneas

Assim como nas curvas B-spline, apresenta-se a seguir as principais propriedades das funções base NURBS considerando a Eq. (3.1).

1. Não-negatividade – para todo i e p , $R_{i,p}(u)$ é não negativo.
2. $R_{i,p}(u)$ é uma função racional de grau p .
3. Suporte local, ou seja, $R_{i,p}(u)$ é um não-nulo em $[u_i, u_{i+p+1})$.
4. Partição da unidade, ou seja, a soma de todas funções base não-nulas de grau p no período $[u_i, u_{i+1})$ é 1.
5. Se o número de nós é $m + 1$, o grau das funções base é p e o número de funções base de grau p é $n + 1$, então $m = n + p + 1$.
6. Em qualquer período de nó $[u_i, u_{i+1})$, no máximo $p + 1$ funções base de grau p são não nulas, ou seja, $R_{i-p,p}(u), R_{i-p+1,p}(u), R_{i-p+2,p}(u), \dots, R_{i,p}(u)$.
7. Função base $R_{i,p}(u)$ é uma curva composta de funções racionais de grau p com pontos de acoplamento nos nós em $[u_i, u_{i+p+1})$.
8. Se $w_i = c$ para todo i , onde c é uma constante não-nula, $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$.

3.2.1. Influência dos pesos sobre curvas

VIEIRA (2005) mostra que as curvas, além de herdar as propriedades das curvas B-spline como edição de pontos de controle localmente, pode-se agora alterar os pesos da função, o que implica uma nova ferramenta para modelagem de curvas. Isto é apresentado na Fig. (3.2), onde mostra o que ocorre com a curva quando um ponto de controle tem seu peso alterado.

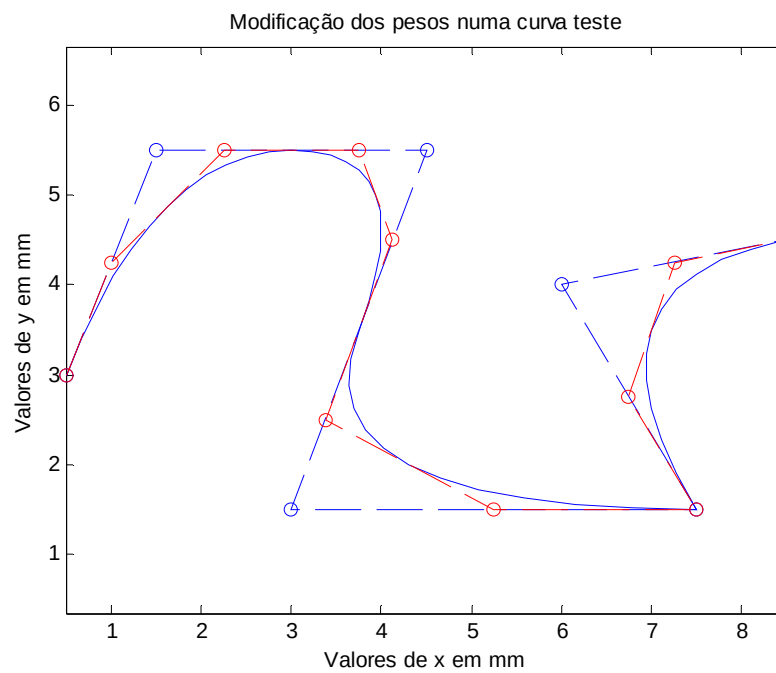


Figura 3.2 - Representação esquemática de uma curva, sendo apresentando os pontos de controle.

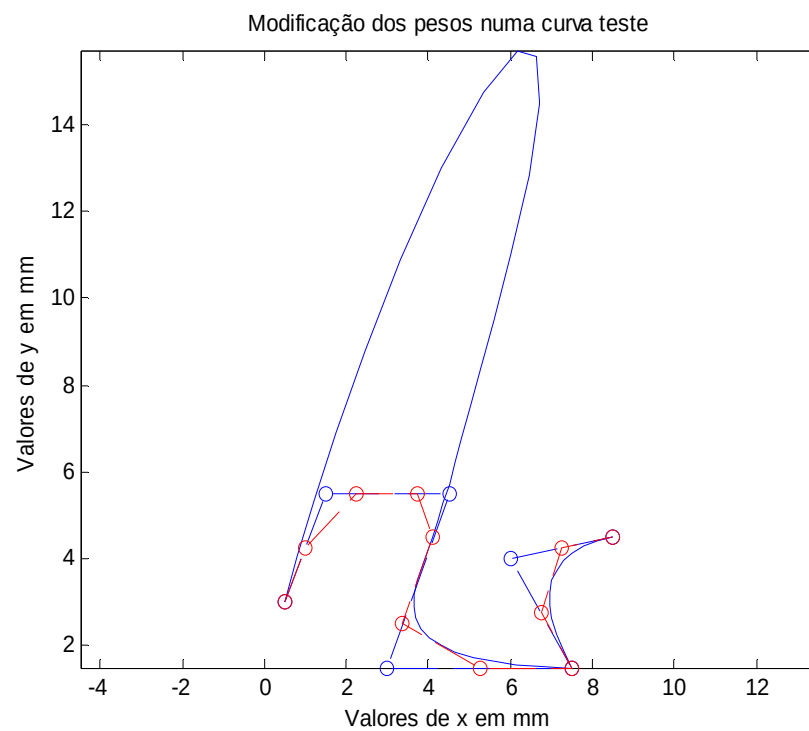


Figura 3.3 - Curva NURBS para valor de peso nulo atribuído ao ponto de controle P_1 .

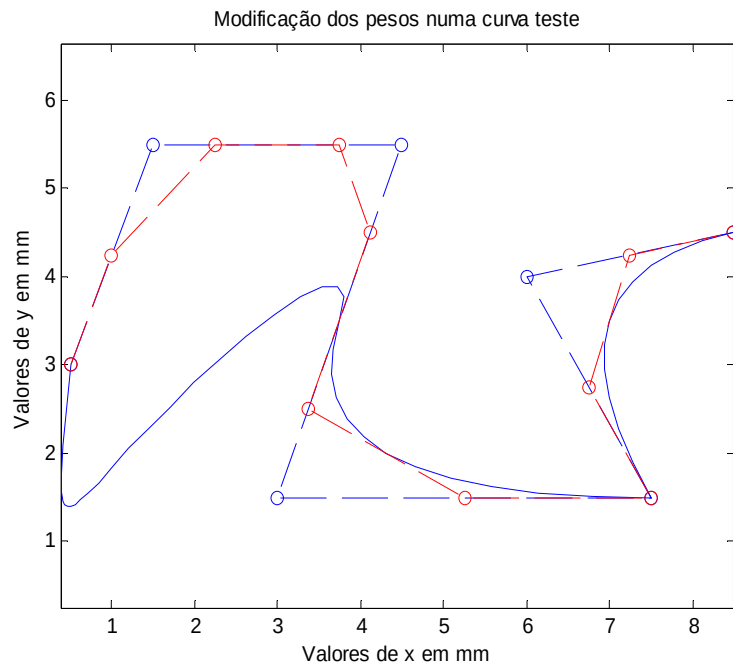


Figura 3.4 - Curva NURBS para valor de peso 5 atribuído ao ponto de controle P_1 .

O próximo item tratará diretamente da análise de superfícies NURBS, não sendo apresentada as técnicas de parametrização de superfícies Bézier e B-spline.

Com relação à continuidade encontrada nas NURBS, estas tem assegurada a continuidade C^2 , que implica dizer que a segunda derivada é contínua. Colocar pontos de controle muito próximos, faz com que a continuidade diminua. No caso, de colocar três pontos de controle coincidentes, isso resultaria numa continuidade do tipo C^0 . E neste caso, esta propriedade é conhecida como multiplicidade.

3.3. ESTUDO DAS SUPERFÍCIES NURBS

Assim como no desenvolvimento de curvas para fins de uso em aprimoramento e/ou criação de software para computação gráfica, outras técnicas também foram desenvolvidas para criação de superfícies, principalmente, para modelagem de carros, navios e aviões.

Uma das mais conhecidas representações paramétricas de superfícies é o Bézier **patch**, onde patch é o nome usual para porções limitadas de superfícies paramétricas, normalmente correspondentes ao domínio paramétrico completo, TEIXEIRA (2003). Os

patches são definidos por fórmulas matemáticas, que indicam sua posição e forma num espaço tridimensional.

A formação de retalhos (“surface patches”) normalmente é obtida através de algoritmos de reconstrução de superfícies que tem o objetivo de conseguir uma aproximação do objeto original, CESAR JÚNIOR (1994).

Muitos estudos têm sido desenvolvidos com o objetivo de melhorar a aplicabilidade e uso das mais diversas técnicas para parametrização de superfícies. Um desses motivos é que as superfícies paramétricas não são capazes de representar topologias mais arbitrárias com mais de quatro lados, bordas internas, ou mesmo descontinuidades, MIRANDA (2004)

Assim como no estudo das curvas NURBS, as superfícies NURBS podem ser descritas nas formas implícitas e parametricamente. A forma implícita de uma superfície é dada pela Eq. (3.6),

$$f(x, y, z) = 0 \quad (3.6)$$

onde, cada ponto $p \in R^3$ que satisfaz a equação anterior.

A descrição paramétrica de superfícies é definida pela Eq. (3.7),

$$x : D \rightarrow R^3(u, v) \rightarrow (x^1(u, v), x^2(u, v), x^3(u, v)) \quad (3.7)$$

Onde, $D \subset R^2$ é um conjunto aberto

O estudo mais específico sobre as superfícies NURBS é apresentada no próximo tópico, onde se apresenta a formulação matemática, bem como a sua representação através de pontos de controle.

3.3.1. Representação das Superfícies NURBS

A representação de superfícies NURBS é muito parecida com o desenvolvimento da representação paramétrica das curvas NURBS.

Uma superfície NURBS de grau p na direção u e grau q na direção v é definida através de um sistema bidimensional de pontos de controle $P_{i,j}$ com seus respectivos pesos $\omega_{i,j}$ e funções básicas B-spline.

A expressão geral para representar uma superfície NURBS é dada pela Eq. (3.8),

$$s(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}}, \quad 0 \leq u, v \leq b \quad (3.8)$$

A maioria das operações a serem realizadas sobre estas superfícies podem ocorrer primeiro em um sentido, obter uma curva como resultado e depois realizar as operações no outro sentido, com isso, reduzindo a maior complexidade de trabalhar diretamente com a superfície estudada. A Equação (3.8) pode ser reescrita da seguinte forma,

$$s(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u, v) P_{i,j} \quad (3.9)$$

onde,

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{k,p}(u) N_{l,q}(v) \omega_{k,l}} \quad (3.10)$$

É conveniente representar as superfícies NURBS usando coordenadas homogêneas. Neste caso, sendo expressa pela Eq. (3.11),

$$s^\omega(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j}^\omega \quad (3.11)$$

onde, $P_{i,j}^\omega = (\omega_{i,j} x_{i,j}, \omega_{i,j} y_{i,j}, \omega_{i,j} z_{i,j}, \omega_{i,j})$.

A Figura 3.5 apresenta uma superfície NURBS simples.

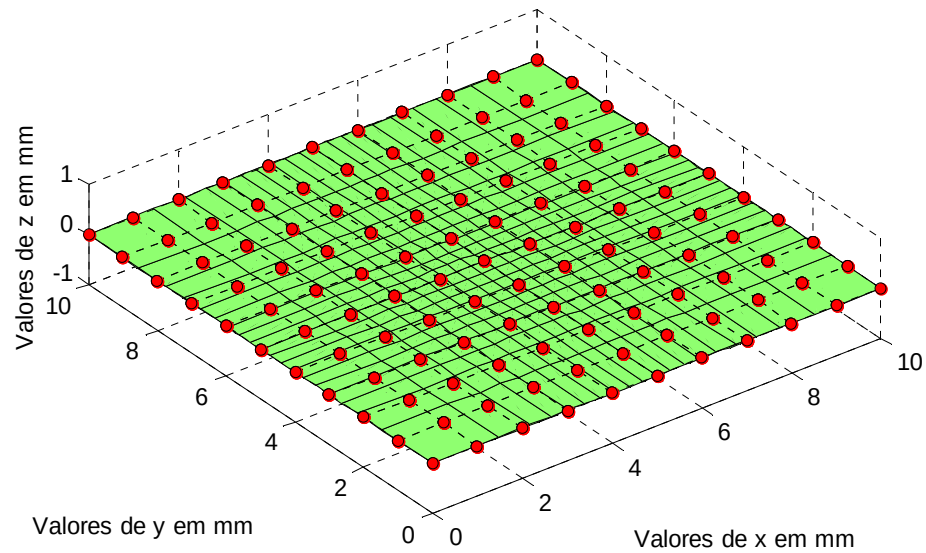


Figura 3.5 - Superfície NURBS com representação dos seus respectivos pontos de controle.

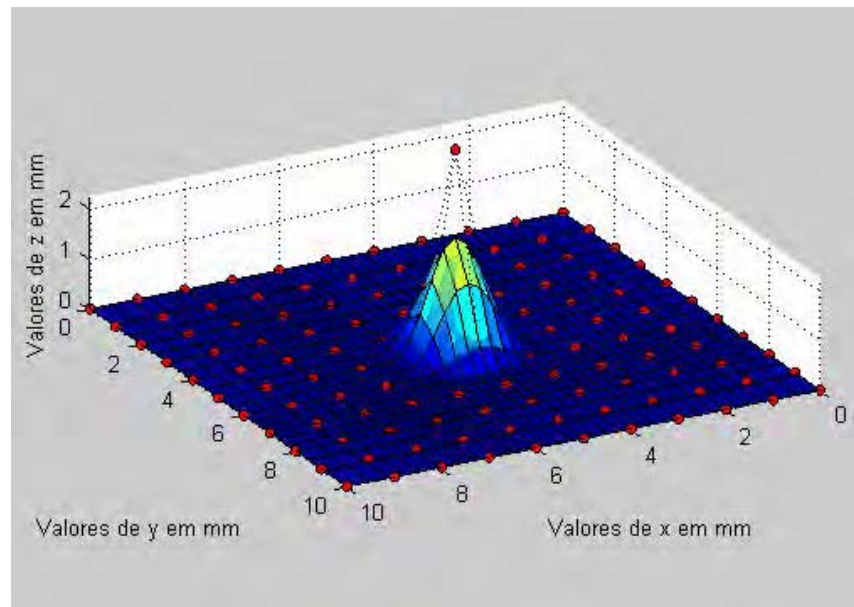


Figura 3.6 - Alteração em um ponto de controle e representação da superfície local NURBS em se aproximar do ponto modificado

Com base na mesma superfície apresentada na Fig. (3.6) anteriormente, as Figs. (3.7) e (3.8) apresentam a modelagem para a mesma alteração do ponto de controle (5,5,3), porém para graus diferentes. Na Figura 3.7 o grau utilizado foi de 2 e na Fig. (3.8) o grau usado foi 4. Porém, sabe-se que alterando o grau da função, muda-se o número de nós e a multiplicidade dos nós, fazendo com que as formas sejam alteradas, conforme mostrado abaixo.

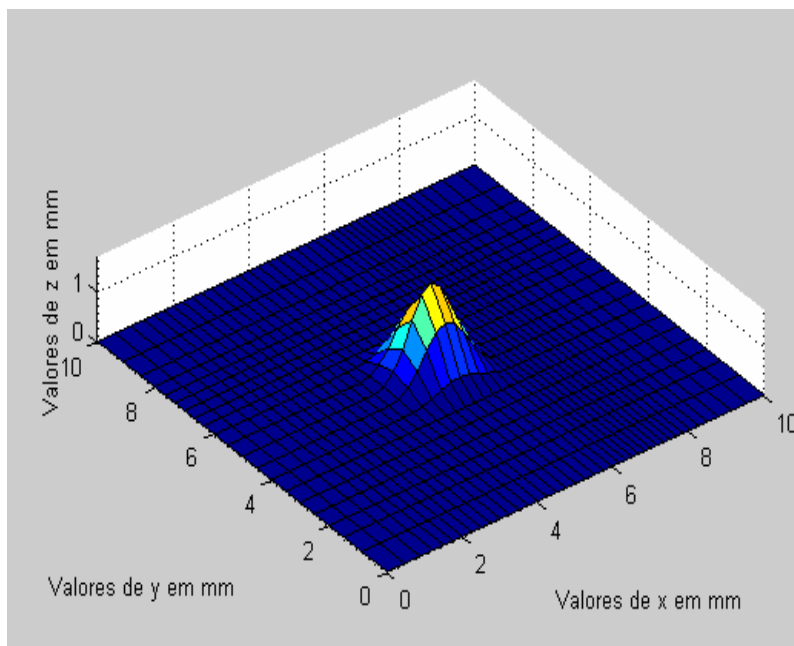


Figura 3.7 - Modelagem para uma função de grau 2

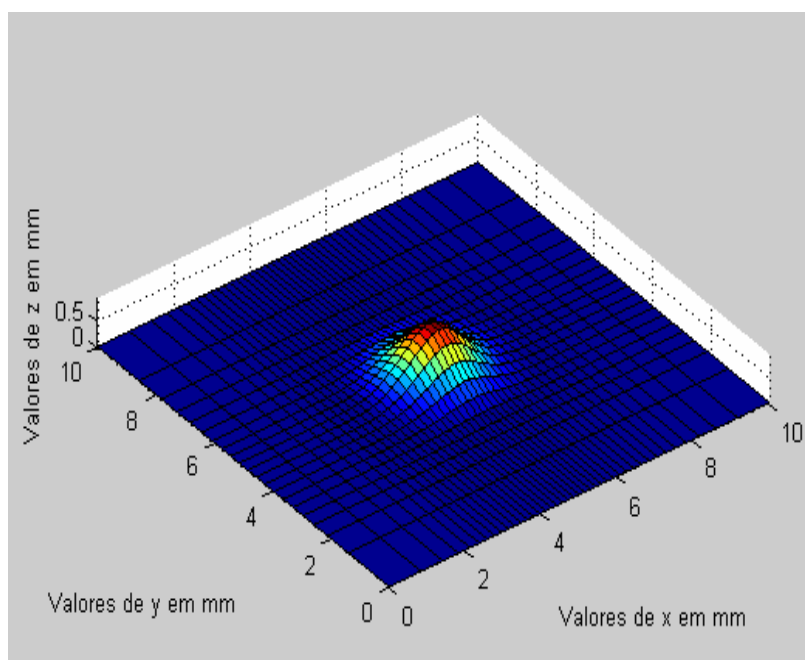


Figura 3.8 - Modelagem para uma função de grau 4

A extensão de linhas NURBS em duas direções obtém-se as superfícies NURBS, e isto é conseguido através do produto vetorial entre as linhas. A Figura (3.9) apresenta uma superfície NURBS com seus respectivos pontos de controle em posições diferentes, RIBÓ (2003).

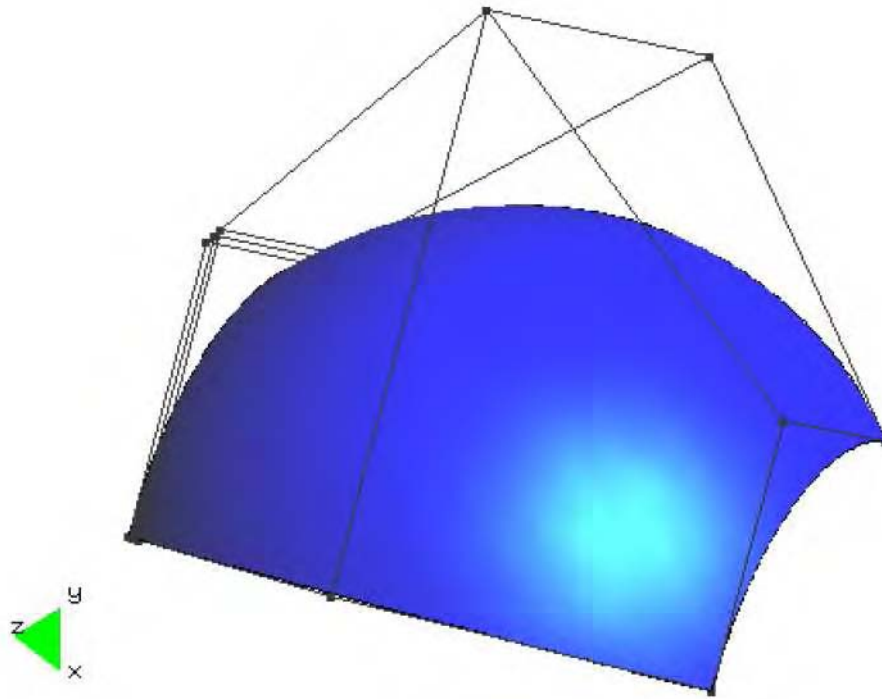


Figura 3.9 - Representação de uma superfície NURBS com os seus respectivos pontos de controle em posições diferentes, (RIBÓ, 2003)

DIMAS & BRIASSOULIS (1999) apresentaram em seu trabalho as principais representações das superfícies NURBS, além de representar matematicamente as mesmas. As principais superfícies são:

- ✓ Superfícies quadráticas: planas, esfera, cilindros, cones e superfícies quadráticas em geral;
- ✓ Superfícies extrudadas;
- ✓ Superfícies de revolução.

3.4. PRINCIPAIS ESTUDOS SOBRE CURVAS E SUPERFÍCIES NURBS

O estudo das curvas e superfícies NURBS tem crescido nos últimos anos, já que consiste numa importante ferramenta para modelagem geométrica, para fins de uso nas mais diversas áreas: engenharia, projetos, indústrias manufatureiras e de processos, medicina, artes, etc.

Muitas vezes no estudo de curvas NURBS tem se desenvolvido bastantes pesquisas na área de modelagem matemática, justamente para melhorar possíveis distúrbios presentes ao final desta. Estudos como o realizado por CHEN & XU (2008), os quais desenvolveram um novo método para calcular as mínimas distâncias entre um ponto e uma curva NURBS. Nesta técnica ele cria um limite superior e inferior ao longo de uma curva a fim de delimitar e eliminar possíveis pontos que estejam fora deste intervalo. Essa técnica é importante para interação na seleção de curvas, bem como na reconstrução de curvas.

Aspectos das ligações entre os pontos de controle também são motivos para discussões, como apresentado por ZHENG (2009) que tratou das relações de continuidade entre os pontos, mostrando que a junção entre os pontos tem continuidade G^1 , mas que sua representação homogênea não deve ser C^0 e sim C^1 quando esta for considerada no espaço. A continuidade também é tratada por HUGHES *et al* (2008) e SUN & ZHAO (2009).

Técnicas de interpolação também tem sido bastante desenvolvidas para tentar minimizar alguns efeitos indesejáveis quanto a mudanças de curvaturas, principalmente em regiões acentuadas. LEI & WANG (2009) desenvolveram um método para desenvolver caminhos através de interpolação por NURBS para ser trabalhado em tempo real em situações industriais. Já KAI *et al* utilizaram de uma interpolação NURBS baseada numa previsão suave em exponencial também usada em CNCs.

O estudo do desenvolvimento de algoritmos, bem como sistemas de modelagens tem sido crescente por parte das pesquisas. Na área de biomedicina, como exemplo, LANDON *et al* (2009) desenvolveram um sistema de modelagem utilizando superfícies NURBS para fins de simulações dinâmicas de contatos articulados. As simulações foram determinadas para analisar o comportamento de implantes ortopédicos. Nesse trabalho o uso de superfícies NURBS visou substituir a representação por superfícies triangulares por possuir melhor convergência das curvas, além de reduzir o uso da memória durante as simulações e conseqüentemente o tempo de processo. O algoritmo desenvolvido visou

refinar um método para localização de nós usando superfícies NURBS recortadas (“trimmed”) para produzir um eficiente e estável modelo de corpo rígido (RBSU) para simulação dos movimentos de um joelho.

O aprimoramento e desenvolvimento de algoritmos de curvas e superfícies NURBS é cada vez mais crescente. SELIMOVIC (2006) aprimorou algoritmos para projeção de pontos sobre curvas e superfícies NURBS. O algoritmo desenvolvido por HU & WALLNER (2005) visava analisar um método de interação geométrico que solucionaria problemas de projeção e inversão, através de propriedades de aproximação de segunda ordem. No trabalho foram desenvolvidas projeções ortogonais sobre uma curva e superfície, de modo a retirar o máximo de informações sobre as curvaturas. Os resultados experimentais mostraram que os algoritmos considerados mostraram-se robustos e eficientes. Trabalhos também com essa abordagem foram desenvolvidos por GINNIS & KAKLIS (2009). Já YUAN *et al* analisaram um sistema de alta ordem e fizeram a modelagem através de superfícies NURBS.

Muitos são as formas de representação de superfícies de formas livres e/ou complexas, e conseqüentemente, as superfícies NURBS desempenham um grande papel na indústria CAD/CAM. Um trabalho inovador nessa área foi desenvolvido por CHENG *et al* (2008) no qual, ao utilizarem funções sigmóides para modelagem das curvas NURBS, também usaram redes neurais para determinação das superfícies NURBS.

É indiscutível o uso de equipamentos como Máquinas de Medição por Coordenadas em sistemas de inspeção e engenharia reversa. Porém, às vezes o reconhecimento para realizar o deslocamento em medições de superfícies complexas torna-se complicado. Normalmente, códigos de linhas e arcos são utilizados por convenção em máquinas CNC e são denotados por G01, G02 e G03. As curvas paramétricas são convertidas em pequenos segmentos para que o servo-controlador possa compreender. Porém, isto faz com que, além de aumentar a memória requerida e tempo de processo, também diminua a locomoção do manipulador devido a constantes acelerações e desacelerações. A fim de minimizar os efeitos indesejáveis nesse tipo de processo, LIN & LAI (2008) desenvolveram um algoritmo para conversão de códigos CNC de formas retas e curvas em curvas NURBS. Este algoritmo é dividido em duas partes: primeiramente realiza-se a filtragem dos pontos e depois é realizado o reconhecimento da superfície.

Inicialmente a análise é feita através de pontos adjacentes baseados nos seus comprimentos e ângulos. Os pontos são filtrados e aceitos quando estão dentro de erros aceitáveis.

Seja e_i o erro definido por três pontos consecutivos e calculados sobre o ponto P_i formados pelos pontos P_{i-1} e P_{i+1} como apresentado na Fig. (3.10).

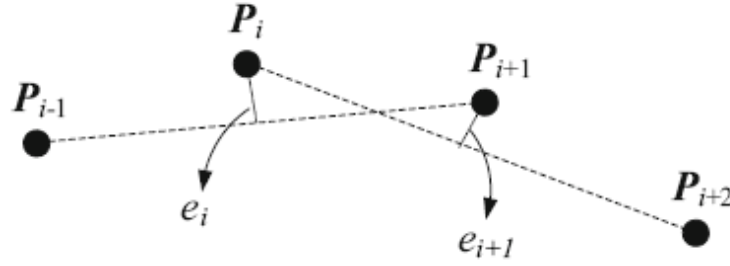


Figura 3.10 - Definição dos erros aceitáveis, considerando três pontos consecutivos, (LIN & LAI, 2008)

Considerações:

- ✓ Se $e_i < e_{tol}$ e $e_{i+1} > e_{tol}$ o ponto é aceito e é considerado, onde e_{tol} é o erro aceitável;
- ✓ Se algum ponto consecutivo possui $e_i > e_{tol}$, este ponto é desconsiderado e o procedimento é seguido a fim de determinar o próximo ponto que deve ser aceito.

O passo seguinte consiste em determinar as características das superfícies e as condições de contorno entre os segmentos, onde se deve reconhecer a transição de diferentes tipos de regiões como: uma linha e uma curva ou duas curvas diferentes.

Isto é possível de verificar em termos de ângulos e comprimentos de segmentos adjacentes. Os ângulos entre duas linhas consecutivas são utilizadas para determinar se o ponto P_i deve ser considerado como um ponto de controle. O ângulo θ_i entre P_{i-1} e P_{i+1} é definido como na Eq. (3.12).

$$\theta_i = \cos^{-1} \left(\frac{(P_{i+1} - P_i) \cdot (P_i - P_{i-1})}{\|P_{i+1} - P_i\| \|P_i - P_{i-1}\|} \right) \quad (3.12)$$

Considerações:

- ✓ Se $\theta_i > \theta_{tol}$, onde θ_{tol} é o ângulo crítico, P_i é considerado como ponto de controle e também possui uma continuidade do tipo G0.

Considerando a reconstrução de superfícies complexas e/ou formas livres para fins de inspeção e engenharia reversa, SONI *et al* (2009) desenvolveram um método de reconstrução de superfícies complicadas e parametrização de formas prismáticas para fins de engenharia reversa. Nesse estudo foi utilizada a seguinte metodologia:

- ✓ Aquisição de uma nuvem de pontos usando um sistema de medição sem contato utilizando laser;
- ✓ Geração da malha através da técnica de triangulação;
- ✓ Reconstrução das superfícies através de NURBS;

As curvas das superfícies estudadas possuem características similares onde há vários planos paralelos em duas direções, e que a interseção entre esses segmentos formam várias curvas NURBS como mostra a Fig. (3.11), SONI *et al*.

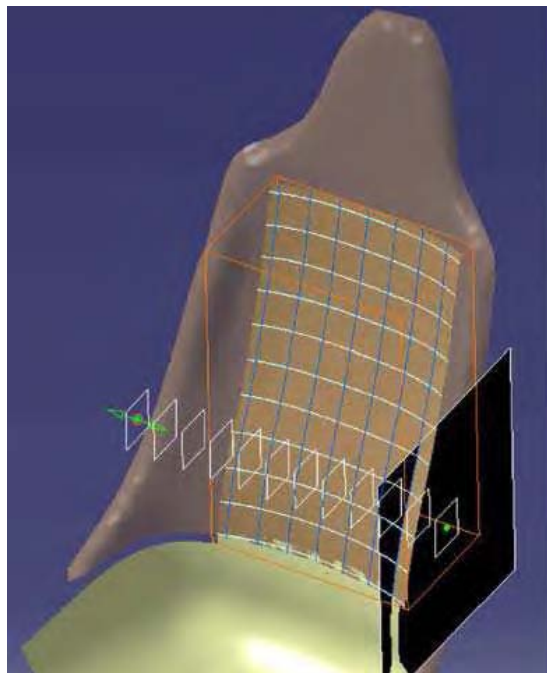


Figura 3.11 - Representação dos planos para dimensionamento das curvas NURBS, (SONI *et al*, 2008)

A partir da Figura 3.11, pode a partir das malhas apresentadas, verificar que estas podem ser suficientes para poder reconstruir a geometria da superfície estudada. Isto é mostrado na Fig. (3.12).

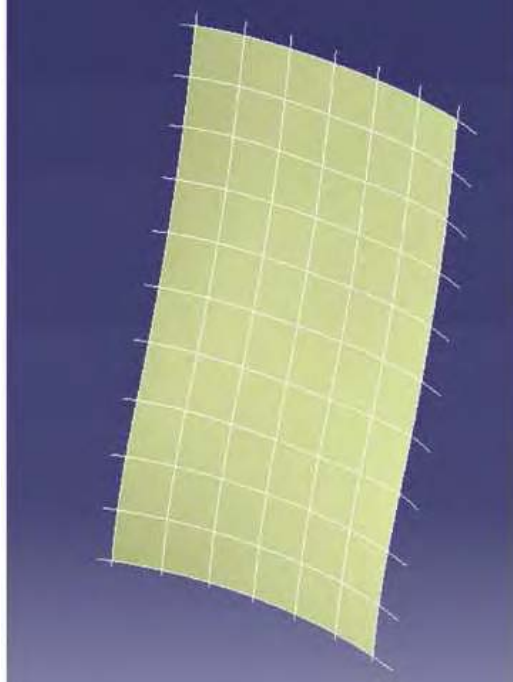


Figura 3.12 - Representação da superfície NURBS, (SONI *et al*, 2008)

O trabalho desenvolvido por RISTIC & BRUJIC (1997) propôs um sistema de medição sem contato e análise de superfícies NURBS. Nesse trabalho um grande número de pontos foi selecionado para representar de maneira significativa o modelo nominal, que foi definido utilizando propriedades NURBS para representação paramétrica das curvas e superfícies.

A integração CAD/CAM é muito comum, principalmente ao se trabalhar nas áreas de inspeção e engenharia reversa. CHUNG (2000) criou um sistema de integração CAD/CAM para sistemas de medição com contato para sistemas de inspeções de superfícies de formas livres. Na verdade, ele criou um sistema de interface gráfica (IGES) gerando a forma medida, utilizando para isto NURBS.

Aliada as MMCs, tem-se as CNCs que geram caminhos predeterminados para geração de curvas/superfícies. LIN *et al* (2008) propuseram um estudo para desenvolver uma técnica para converter arquivos NC em linhas e segmentos NURBS e com isso melhorar tanto a exatidão quanto a eficiência do sistema. A Figura 3.13 mostra a relação da

quantidade de pontos que é bastante reduzida quando se utiliza a modelagem por NURBS ao invés de arquivos NC.

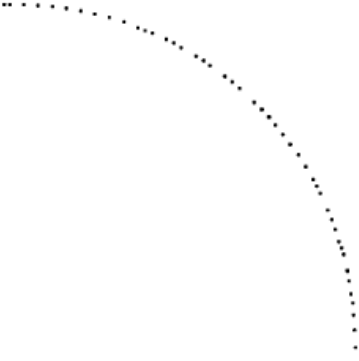
<u>The segment NC points</u> 	<u>The original NC code</u> <pre> G01X-91.547Y10.104Z-23.463 X-91.544Z-23.463 X-91.469Z-23.464 X-91.261Z-23.471 X-91.052Z-23.487 X-90.844Z-23.512 X-90.636Z-23.546 X-90.427Z-23.589 X-90.219Z-23.641 X-90.011Z-23.703 X-89.802Z-23.775 X-89.594Z-23.857 X-89.49Z-23.903 X-89.386Z-23.951 X-89.177Z-24.057 = = = </pre>
<u>The converted NURBS code</u> <pre> G06.2 P04 K0.0 X-91.547 Y10.104 Z-23.463 K0.0 X-91.209 Z-23.468 K0.0 X-90.538 Z-23.533 K0.0 X-89.246 Z-23.931 K0.125 X-87.247 Z-25.320 K0.250 X-86.495 Z-27.302 K0.500 X-86.539 Z-28.676 K1.0 K1.0 K1.0 K1.0 </pre>	<pre> X-86.781Z-26.927 X-86.729Z-27.099 X-86.703Z-27.194 X-86.677Z-27.298 X-86.625Z-27.542 X-86.599Z-27.693 X-86.573Z-27.885 X-86.562Z-28.01 X-86.547Z-28.188 X-86.540Z-28.413 X-86.539Z-28.676 </pre>

Figura 3.13 – Comparativo do número de pontos necessários para formar o círculo através do código original NC versus código de conversão NURBS, *LIN et al (2008)*.

Vários trabalhos têm sido desenvolvidos a fim de criar uma metodologia para construção de modelos de Projeto Auxiliado por Computador (CAD). Alguns trabalhos têm significativa importância como o desenvolvido por PIRATELLI-FILHO *et al* (2009), onde se desenvolveu uma metodologia aplicando técnicas de engenharia reversa e modelagem com B-Spline Racionais Não-Uniformes (NURBS). Este trabalho propôs uma estratégia de medição de reconstrução do modelo CAD de uma pá de turbina hidráulica do tipo Kaplan, que tinha um diâmetro de 4,3 m, medida com uma máquina de medição de coordenadas do tipo braço articulado. A Figura 3.14 apresenta o modelo desenvolvido após utilizar as técnicas de modelagem com NURBS.

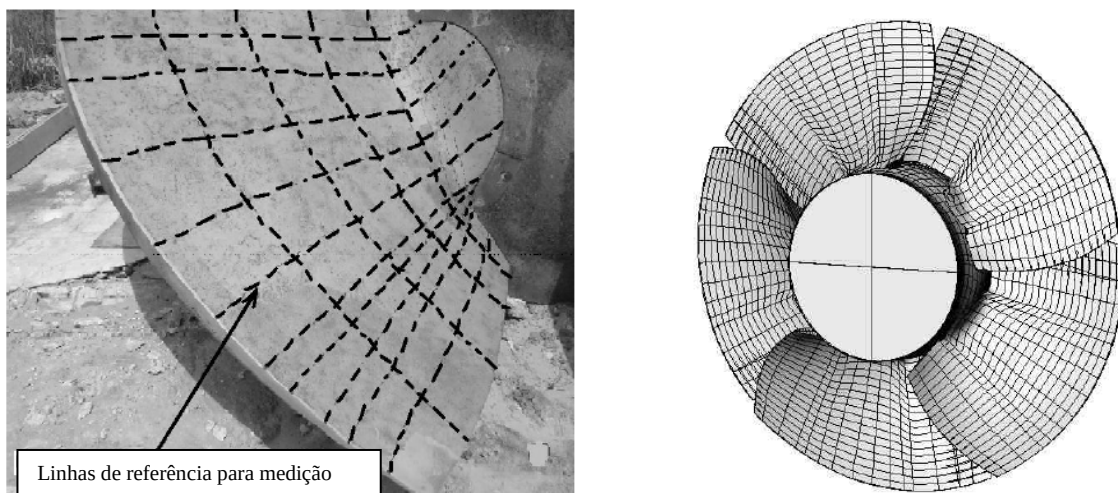


Figura 3.14 - Marcação das linhas para seleção dos pontos de controle e modelagem NURBS, *PIRATELLI-FILHO et al (2009)*

PIRATELLI-FILHO & MOTA (2007) também analisaram o desempenho de método de recuperação de modelos CAD baseados na medição utilizando uma máquina de medir por coordenadas modelo braço de medição com sonda de contato e modelagem NURBS aplicado a superfícies de formas livres de dimensões reduzidas.

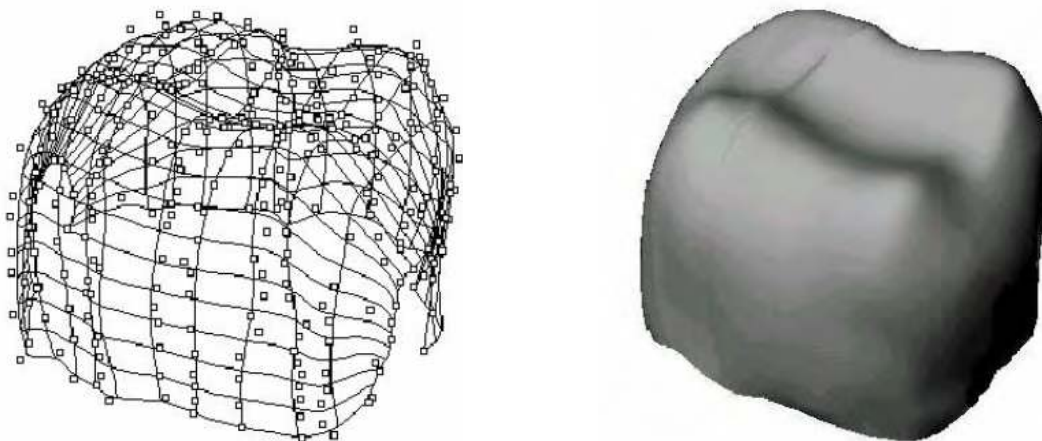


Figura 3.15 – Pontos medidos pela CMA e superfície NURBS resultante, *PIRATELLI-FILHO & MOTA (2007)*.

Outro estudo bastante interessante foi proposto por KOINI *et al* (2009) que desenvolveram um software interativo para construção de parâmetros 3D de pás de turbomáquinas hidráulicas, incluindo máquinas de multi-estágios. As geometrias foram

modeladas como superfícies NURBS 3D, podendo os dados ser importados de outros CAD e assim puder ser analisado o software. A Figura 3.16 mostra o efeito do valor do peso sobre a linha de curvatura da pá, e a seguinte apresenta a construção da pá utilizando modelagem NURBS.

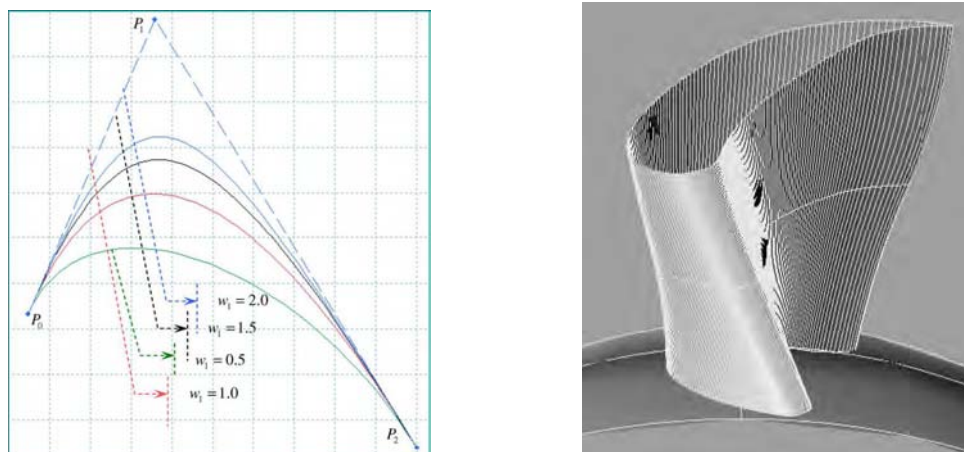


Figura 3.16 - Alteração dos pesos do perfil de curvatura de uma pá e a modelagem final NURBS, KOINI *et al* (2009).

3.5. CONCLUSÃO

Este capítulo teve como principal objetivo mostrar os principais estudos sobre as curvas e superfícies NURBS, mostrando suas principais aplicações no aprimoramento e desenvolvimento de técnicas de parametrização de curvas e superfícies, principalmente de formas complexas. Sendo, portanto, objeto de estudo nas mais diversas áreas como engenharia, medicina e artes, de modo a poder representar num ambiente virtual o modelo projetado. Foram apresentados alguns estudos sobre curvas e superfícies NURBS, relacionando seus equacionamentos através de formulações para parametrização das mesmas. Também foram apresentadas as principais formas de curvas parametrizadas: Bézier, B-spline e NURBS. Finalmente foi apresentado como fundamento base, bem como motivação para o estudo a ser desenvolvido nesta tese, os principais estudos sobre o uso das curvas e superfícies NURBS com aplicação direta na área de engenharia, como por exemplo, no desenvolvimento de algoritmos. No próximo capítulo será apresentada a

metodologia desenvolvida neste trabalho utilizando como ferramenta para modelagem as NURBS.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE NURBS EM MODELAGENS DE CURVAS E SUPERFÍCIES LIVRE - SIMULAÇÃO

4.1. INTRODUÇÃO

Como mencionado no capítulo III, o estudo das NURBS tem crescido vertiginosamente nas mais diversas áreas. Áreas como matemática aplicada, computação gráfica e engenharias em geral têm dado suporte com o desenvolvimento e aprimoramento nas modelagens de superfícies de formas livres e/ou complexas em setores automotivos, aeronáuticos, bio-engenharia, dentre outros, visando atender as tolerâncias cada vez mais estreitas.

O desenvolvimento de softwares de modelagens utilizando NURBS possibilita a criação de formas/superfícies com boa definição, e pode ser considerada no desenvolvimento de novos produtos. É na ferramenta NURBS que se encontra uma poderosa técnica para reconstrução de peças de formas complexas a partir de uma nuvem de pontos. A ferramenta de trabalho utilizada nesta tese para modelagem das superfícies de formas livres e/ou complexas é o MATLAB, utilizando o toolbox NURBS R2006.

Este capítulo tem como principal objetivo apresentar a metodologia desenvolvida, primeiramente no âmbito virtual (simulado), para geração de formas curvas/superfícies livres e geometrias conhecidas, onde os pontos coordenados são gerados analiticamente

através de algoritmos com uso de equações matemáticas conhecidas.

4.2. GERAÇÃO DE CURVAS E SUPERFÍCIES LIVRES

Hoje em dia, com a grande competição entre as indústrias, os produtos ofertados tendem a apresentar várias características para conquistar novos clientes, sem haver perda de funcionalidade, qualidade e custo. Diante disto, as formas e o designs dos produtos, sejam eles automotivos, aeronáuticos, etc, tendem a ser inovadores, com formas geométricas complexas e alta eficiência.

Acompanhar as mudanças nas formas dos produtos no ambiente metrológico, não é uma tarefa fácil, é preciso utilizar como ferramenta de trabalho softwares específicos para modelagem e CAD. A modelagem pode ser considerada como uma criação precisa e detalhada de formas livres e ou complexas, e as formas são consideradas livres quando se diferenciam de modelos com características e geometrias conhecidas, como por exemplos, planos, círculos, cilindros, etc.

Os sistemas CAD hoje adotados na maioria dos equipamentos de medição, trabalham com padrões internacionais para representação, projeto e troca de informações de dados geométricos processados por computadores. As Máquinas de Medição por Coordenadas possuem um CAD próprio que são capazes de identificar, visualizar e interpretar os dados coletados e assim caracterizar geometrias conhecidas, tais como, círculos, cilindros, etc. Normalmente, o software da máquina segue o padrão DMIS (*Dimensional Measuring Interface Standard*.)

A norma ANSI-DMIS(2006) foi desenvolvida para permitir o controle de dados a ser transferidos de sistemas CAD para sistemas de aferição em geral. Um programa de inspeção criado seguindo o padrão DMIS pode ser exportado a qualquer MMC que tenha uma interface de aceitação desse formato.

Segundo NOGUEIRA (2007) o ANSI DMIS é um protocolo para comunicação bidirecional de dados de medição entre o CAD e o sistema de medição. Nos equipamentos para medição por coordenadas ele é utilizado para a interligação entre o software de controle e a interface gráfica que o acompanha.

As NURBS como ferramenta de modelagem não corresponde necessariamente a um padrão utilizado nas indústrias de CAD/CAM/CAE, porém estão incorporadas em

vários sistemas de padrões nacionais e internacionais, (PIEGL, 1997).

Os principais tipos são: IGES, OpenGL, STEP, dxf, Phigs, etc., todos esses reconhecendo as NURBS como uma ferramenta para projetos.

Segundo LUCENA (2009) os formatos que normalmente são aceitos para a importação ou exportação de dados entre os sistemas CAD e de inspeção (CAI) são:

- ✓ *IGES (Initial Graphics Exchange Specification)* – É um padrão norte-americano de normalização (ANSI Y14.26) onde o modelo é transformado em informação de texto e sendo reconhecido por qualquer outro programa conhecido;

O IGES é um padrão, que não possui vínculo junto a desenvolvedores de CAD ou fabricantes de máquinas e equipamentos de medição, e tem como principal objetivo exportar informações sobre um modelo entre CAD e CAM.

Quando se trata das curvas NURBS, estas são especificadas no IGES pelas seguintes relações:

- Grau, p , e o número de pontos de controle, $n + 1$;
- Pontos de controle euclidianos, P_i , e os pesos w_i ;
- Um vetor de nós, U , contendo $m + 1 = n + p + 2$ nós;
- Análise dos pontos iniciais e finais, s_1 e s_2 ;

As superfícies NURBS IGES podem ser especificadas em nove categorias: plano, cilindro circular, cone, esfera, torus, superfícies de revolução, superfícies em geral, cilindros em geral e superfícies quádricas em geral

- ✓ *STEP (Standard for the Exchange of Product Model Data)* – é uma norma ISO (International Organization for Standardization) conhecida por ISO 10303 que abrange o desenvolvimento do produto ao longo de toda a cadeia produtiva estabelecendo uma seqüência de informações integradas e concisas não perdendo sua integridade ao final do processo;

O STEP foi desenvolvido com o objetivo de adicionar novas funções além de

apenas adicionar dados geométricos e dimensionais, além de corrigir o problema da perda de informações sobre a geometria quando uma nova situação era criada. Quando se trata de curvas NURBS são especificadas no protocolo STEP por,

- Grau, p , e o número de pontos de controle, $n + 1$;
- Pontos de controle euclidianos, P_i , e os pesos w_i ;
- Um vetor de nós, U , contendo $m + 1 = n + p + 2$ nós e satisfazendo a relação $u_{i-1} \leq u_i$ para $i = 1, \dots, m$; STEP também relaciona a multiplicidade dos nós, ou seja, os primeiros e últimos valores devem ter uma relação $p + 1$.

4.3. METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA CONSTRUÇÃO DE CURVAS E SUPERFÍCIES COM USO DE NURBS

Normalmente a representação gráfica de peças medidas é obtida a partir de um banco de dados contendo pontos coletados por uma MMC. Sabe-se, no entanto, que a exatidão do processo de modelagem de uma peça será tão maior quanto maior for o número de pontos coletados ou medidos sobre a sua superfície (seja por uso de laser ou escaneamento contínuo por contato ou por contato ponto a ponto).

Como já mencionado no capítulo II, muitas são as vantagens no uso da tecnologia a laser para fins de engenharia reversa, porém, a maioria das indústrias brasileiras não possuem este tipo de equipamento, e sim, MMCs com uso de apalpadores de contato do tipo touch-trigger e braços articulados mecânicos (BAMs), SOUSA (2008).

Ao medir uma peça com uso de uma Máquina de Medição por Coordenadas (MMC), vários fatores podem ser determinados tais como distâncias, diâmetros e raios de círculos, paralelismo, perpendicularismo, etc, a partir de pontos adquiridos no processo de medição. Além destes parâmetros, a coleta de pontos coordenados de uma peça é importante para estudos de inspeção e engenharia reversa. Neste último caso, as informações obtidas por este equipamento durante a coleta, seja no plano (X,Y) ou no espaço (X,Y,Z), gera a possibilidade de reconstrução de curvas e superfícies.

Neste capítulo realizou-se o tratamento simulado de pontos gerados através de equações analíticas para obtenção de curvas e superfícies conhecidas.

Para realizar a parte simulada utilizou um toolbox no MATLAB para representar

formas e superfícies de geometrias diversas. Esse consiste numa coleção de rotinas para criação e manipulação de NURBS.

O toolbox utilizado não se encontra inserido dentro do pacote comercial do MATLAB e sim desenvolvido por ZHANG (2008) e posto a licença para uso no site *Matlab Central* para fins de download. Todas as rotinas NURBS desenvolvidas por Zhang têm prefixo “nrb” para poder diferenciar qualquer outro arquivo do Matlab. As principais funções e/ou rotinas são apresentadas a seguir.

- ✓ nrbmak – função responsável para construção de NURBS a partir de pontos de controle e nós;
- ✓ nrbdegelev – elevação do grau das funções;
- ✓ nrbderiv – representação NURBS das derivadas;
- ✓ nrbeval – calcula as curvas e superfícies NURBS;
- ✓ nrbkntins – Inserir / refina nós;
- ✓ nrbtforms – realiza as operações de dimensionamento, translação e rotação;
- ✓ nrbdeval – cálculo das derivadas NURBS;
- ✓ nrb4surf – define uma superfícies NURBS a partir de 4 lados de referência;
- ✓ nrbplot – representação das curvas e superfícies NURBS;

Além destas rotinas, existem outras que fazem parte do pacote toolbox NURBS.

Para executar as rotinas mencionadas anteriormente, algumas observações foram constatadas:

- ✓ A versão do Matlab que utilizou o toolbox NURBS foi R2008a (7.6);
- ✓ O matlab 5.3 não permitiu executar este toolbox;
- ✓ Outras versões do Matlab não foram testadas, portanto, não se sabe do comportamento da execução dos programas e rotinas;
- ✓ Trabalhou-se com planilhas no Excel para armazenamento de pontos gerados, servindo como um banco de dados.

Diante da vasta gama de aplicações com o uso do toolbox, este apresenta algumas

limitações de manipulação dos dados para fins de trabalhos na área de metrologia. A fim de minimizar estes problemas, foi criado um procedimento com novas rotinas para manipulação dos dados de modo a atender as exigências de projetos e especificações.

A seguir é apresentado o procedimento detalhado a ser utilizado para geração de curvas e superfícies. Para melhor entendimento do processo desenvolvido utilizou-se uma superfície no espaço 3D com geometria conhecida através de uma expressão analítica, e assim verificar o comportamento e eficácia das NURBS. As obtenções de curvas e superfícies das mais diversas formas apresentam procedimento similar.

4.3.1. Desenvolvimento para construção de uma superfície de geometria conhecida utilizando NURBS

Para gerar a superfície 3D neste trabalho, utilizou-se um modelo de segunda ordem usado por SILVA (2002), como apresentado abaixo,

$$z = -4,6 - 3,1x - 2,8y + 1,4x^2 - 2,5y^2 + 0,9xy \quad (4.1)$$

Com a Equação 4.1 calculou-se as coordenadas dos pontos para gerar a superfície NURBS. Neste caso, atribuiu aos eixos x e y valores variando de -1 a 1, espaçados em intervalos de 0,25mm, ou seja,

Coordenadas x: [-1, -0.75, -0.5, -0.25, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]

Coordenadas y: [-1, -0.75, -0.5, -0.25, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]

Um arquivo do tipo M-file foi então gerado no Matlab para calcular a Eq. (4.1) e este foi chamado ***superficie.m***. Com a distribuição dos pontos x e y foram gerados 81 pontos coordenados (x,y,z).

Substituindo estes valores na Eq.(4.1), chegou-se a seguinte matriz de valores de z, para cada par correspondente (x,y), como representada abaixo.

$$z(x, y) = \begin{bmatrix} z(-1,1) & \dots & z(1,1) \\ \vdots & & \\ z(-1,-1) & \dots & z(1,-1) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Criou-se então um algoritmo no Matlab para gerar os valores de z a partir da Eq.(4.1), e os respectivos valores já representado na Eq. (4.2) foram,

$$z(x, y) = \begin{bmatrix} -6,900 & -6,281 & -5,975 & -5,981 & -6,300 & -6,931 & -7,875 & -9,131 & -10,700 \\ -6,513 & -5,950 & -5,700 & -5,763 & -6,138 & -6,825 & -7,825 & -9,138 & -10,763 \\ -5,950 & -5,444 & -5,250 & -5,369 & -5,800 & -6,544 & -7,600 & -8,969 & -10,650 \\ -5,213 & -4,763 & -4,625 & -4,800 & -5,288 & -6,088 & -7,200 & -8,625 & -10,363 \\ -4,300 & -3,906 & -3,825 & -4,056 & -4,600 & -5,456 & -6,625 & -8,106 & -9,900 \\ -3,213 & -2,875 & -2,850 & -3,138 & -3,738 & -4,650 & -5,875 & -7,413 & -9,263 \\ -1,950 & -1,669 & -1,700 & -2,044 & -2,700 & -3,669 & -4,950 & -6,544 & -8,450 \\ -0,513 & -0,288 & -0,375 & -0,775 & -1,488 & -2,513 & -3,850 & -5,500 & -7,463 \\ 1,100 & 1,269 & 1,125 & 0,669 & -0,100 & -1,181 & -2,575 & -4,281 & -6,300 \end{bmatrix}$$

E com os valores de x , y e z são definidos os pontos em qualquer região da superfície.

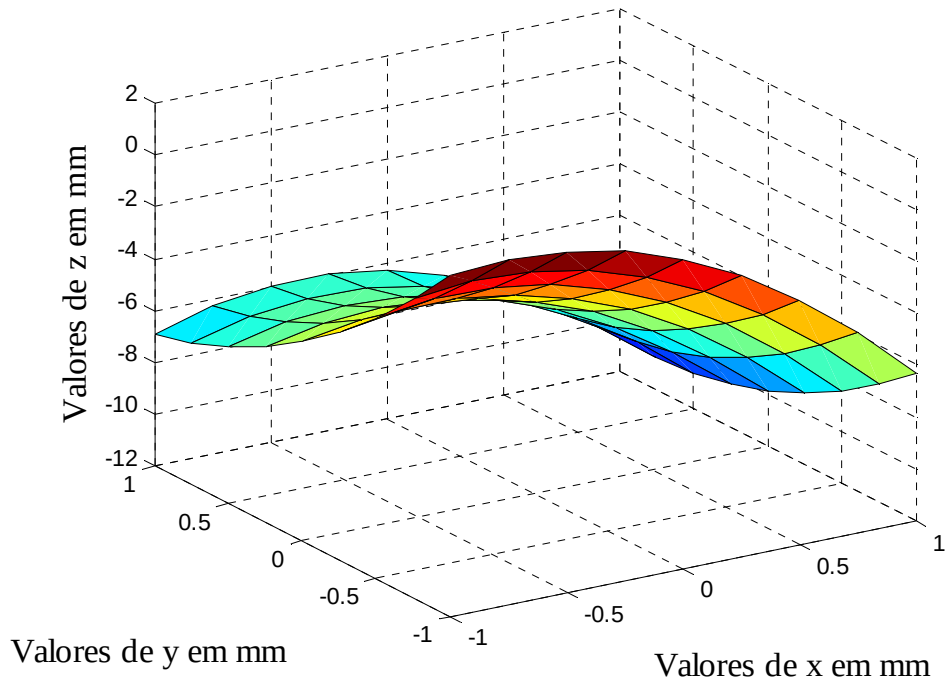


Figura 4.1 - Representação de uma superfície 3D, *SILVA (2002)*

Com os pontos de controle originados a partir da expressão analítica, uma vez que aqui os dados não foram coletados por uma MMC, agora é possível desenvolver uma estratégia de medição utilizando NURBS.

De maneira geral, os dados de entrada para uso do toolbox NURBS utilizando o Matlab são os pontos de controle (pontos coordenados) e a distribuição do vetor de nós.

É importante destacar que o uso desse toolbox foi imprescindível para conseguir excelente êxito na obtenção das mais diversas formas e geometrias. Porém, informando somente os pontos de controle (pontos coordenados) e o vetor de nós, os resultados muitas vezes não são exatos, uma vez que são necessárias informações prévias sobre qual o tipo de superfície se deseja medir. Ao iniciar uma medição o usuário deverá informar à máquina que tipo de geometria deseja medir e esta é dada através das opções de menu que existem no sistema computacional presente na MMC, Lima Jr (2007). Ou seja, deve ser informada a máquina que se deseja medir um círculo, esfera, etc. Se a curva ou superfície tiver uma forma não definida, esta também deve ser informada.

Para então atender as necessidades para construção de curvas e superfícies livres utilizando NURBS e com o uso do toolbox, desenvolveu-se algoritmos e rotinas no Matlab para atender qualquer tipo de geometria e forma.

A seguir é apresentada passo a passo a construção da superfície dada pela Eq.(4.1), mostrando o desenvolvimento para construção desta usando NURBS e simultaneamente as rotinas usadas no Matlab.

PASSO 1: Os dados de entrada para obtenção da superfície são os pontos de controle, PIEGL (1997), que neste caso correspondem aos pontos obtidos através da Eq. (4.1), que aqui será considerado como os pontos coordenados obtidos por uma Máquina de Medição por Coordenadas.

Normalmente, os pontos coletados por uma MMC, podem ser guardados e arquivados em extensões do tipo IGES, dwg, dxf, STEP, etc., porém, neste trabalho, os arquivos IGES foram convertidos e arquivados numa extensão “**.exe**” (extensão do Excel), ou seja, esses valores foram armazenados numa planilha do Excel.

A Figura 4.2 apresenta uma vista do plano (x,y) e nela indica a direção na qual os pontos teriam sido coletados caso fosse utilizada uma MMC. O objetivo é realizar uma simulação muito próxima da parte experimental onde os valores correspondentes de cada

ponto coordenado (x,y,z) seria escolhido para representar a superfície NURBS.

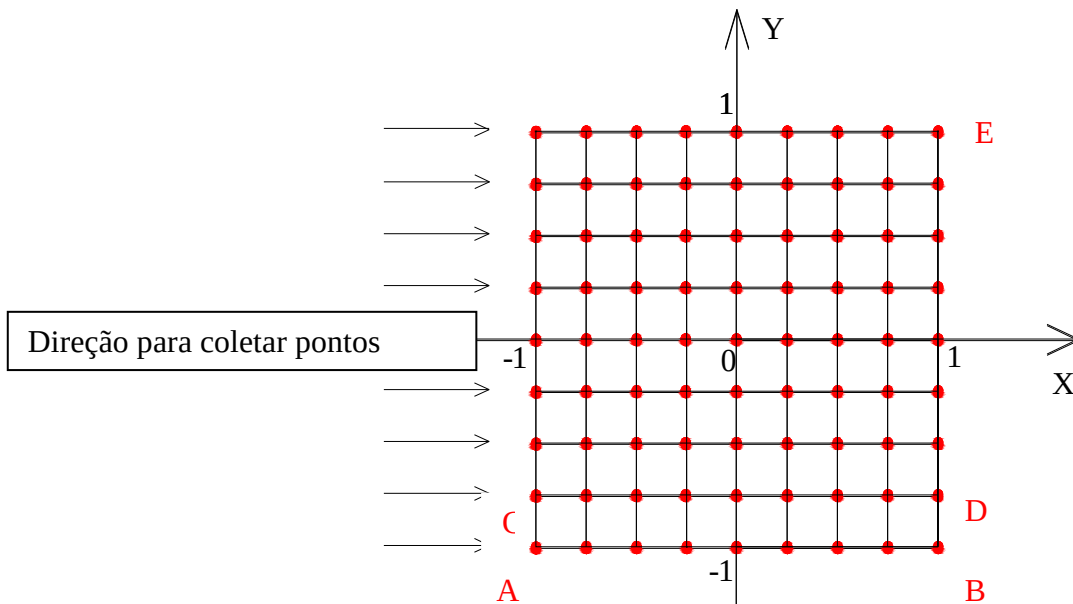


Figura 4.2 - Pontos selecionados para representação da superfície NURBS

Na Figura 4.2 os pontos em vermelho indicam as coordenadas coletadas. A sequência a ser seguida para este armazenamento se inicia no ponto “A” e finaliza em “E”, obedecendo à direção escolhida, simulando o uso de uma Máquina de Medição por Coordenadas. A sequência começa em A = (-1,-1), ..., B = (1,-1), C = (-1,-0.75), ..., D = (1,-0.75), e finaliza em E = (1,1).

Com os pontos obtidos anteriormente pela Eq. (4.1), estes foram transportados do ambiente Matlab para uma pasta do Excel simulando uma coleta de pontos a partir de uma MMC.

No editor do Matlab: % O envio de uma matriz de pontos para o Excel, é dada por:

```
xlswrite('coordenadas', pontos);
```

onde, **xlswrite** - é a função responsável pelo envio da matriz de pontos do Matlab para o Excel.

coordenadas - é o nome dado ao arquivo que será criado no Excel.

pontos - é o nome que foi dado a variável gerada no Matlab para nomear e armazenar os pontos gerados pela Eq. (4.1).

Com os pontos armazenados no Excel, simulando os obtidos pela Máquina, estes são usados como os dados de entrada para a criação da superfície NURBS.

No Capítulo III, que tratou do estudo das NURBS, definiu-se que para a construção de curvas e superfícies NURBS é composta por uma função peso. Isto é possível através do uso de **Coordenadas Homogêneas** e verificou-se que essa estrutura pode ser representada da seguinte forma:

$$P^w = \begin{bmatrix} x_i w \\ y_i w \\ z_i w \\ w \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A construção das coordenadas homogêneas pode ser facilmente montada no Excel. Com os pontos enviados para um arquivo no Excel, neste caso denominado de **coordenadas.xls** eles têm a seguinte forma:

$$coordenadas = \begin{bmatrix} x_1 \cdots x_{81} \\ y_1 \cdots y_{81} \\ z_1 \cdots z_{81} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

As coordenadas homogêneas necessitam de mais uma dimensão para representar as funções peso. Neste caso, basta acrescentar mais uma linha abaixo dos pontos (x,y,z) no arquivo do Excel com os respectivos valores para os pesos. Então, o arquivo **coordenadas.xls** passa a ser,

$$coordenadas = \begin{bmatrix} x_1 \cdots x_{81} \\ y_1 \cdots y_{81} \\ z_1 \cdots z_{81} \\ w_1 \cdots w_{81} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

A partir da Eq. (4.5) pode alterar os pesos para cada um dos pontos coordenados isoladamente. No caso do exemplo proposto, o peso utilizado foi $\mathbf{w} = \mathbf{1}$, para a construção da superfície, e assim não alterar a forma original da superfície.

A Eq.(4.5) passou a ser,

$$\text{coordenadas} = \begin{bmatrix} x_1 \cdots x_{81} \\ y_1 \cdots y_{81} \\ z_1 \cdots z_{81} \\ 1 \cdots 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Com os pontos coordenados ou de controle e as funções peso já dispostas na planilha do Excel, volta-se a construção do procedimento para construção da superfície no Matlab.

No editor do Matlab: % A seguinte função é utilizada para resgatar dados de uma planilha no Excel.

```
pnts = xlsread('coordenadas');
```

onde, ***pnts*** – é o nome dado ao conjunto de pontos que serão armazenados no Matlab e que foram obtidos da planilha Excel nomeada de ***coordenadas***.

xlsread – É o nome da função do Matlab responsável para ler valores de uma planilha do Excel em um parâmetro definido no Matlab.

Na Figura 4.2 apresentada anteriormente, o número total de pontos selecionados foram de 81 compondo uma matriz 3 x 81, ou seja,

$$(x, y, z) = \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_{81} \\ y_1 & \cdots & y_{81} \\ z_1 & \cdots & z_{81} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Porém, para criar o vetor de nós, como será visto no próximo passo, a grande quantidade de parâmetros formados pela matriz 3 x 81 torna o processo inviável, uma vez que para preencher essa matriz há grande possibilidade de erro.

Para melhorar o processo de criação das mais diversas superfícies, trabalha-se com matrizes multidimensionais que são uma extensão de matrizes bidimensionais e tridimensionais e neste caso, as matrizes multidimensionais contém outras matrizes como elementos. A terceira dimensão costuma ser chamada de *página*. Sendo assim, uma estrutura tridimensional possui linhas, colunas e páginas. É importante lembrar também que cada página contém uma matriz de linhas e colunas. Cada página tem o mesmo número de colunas e o mesmo número de linhas em cada coluna.

A Figura 4.3 apresenta um exemplo de uma estrutura multidimensional.

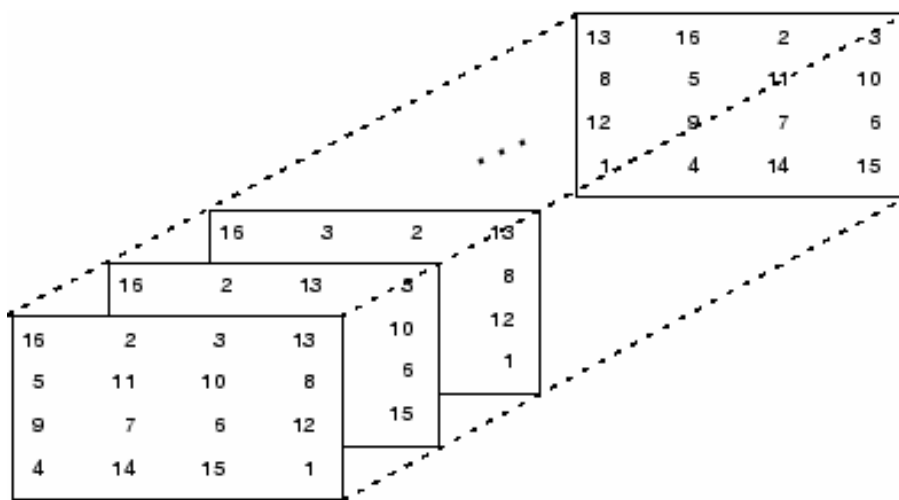


Figura 4.3 - Exemplo de uma matriz multidimensional

Na computação gráfica também envolve computação de um grande número de matrizes. A manipulação com matrizes multidimensionais, por exemplo, minimiza a memória necessária para melhorar a qualidade dos gráficos e geração de superfícies. Com esse intuito, foi utilizado neste trabalho o uso de matrizes multidimensionais para geração das mais diversas superfícies.

Voltando ao estudo da equação utilizada por SILVA (2002), a construção da matriz multidimensional terá nove páginas. A primeira página será composta pelos pontos

que variam de A até B, como mostrado na Fig. (4.2), a segunda matriz será composta pelos pontos correspondentes de C até D e assim sucessivamente até obter todas as matrizes restantes chegando ao ponto E.

De maneira geral, a matriz multidimensional que representará o conjunto de pontos gerados a partir da Eq. (4.1) será da forma (3,9,9), ou seja uma estrutura multidimensional com 9 páginas, e em cada página contém uma matriz com 3 linhas e 9 colunas.

Para construir essa matriz no Matlab, foi construído o seguinte algoritmo,

No editor do Matlab: % Construção de uma matriz multidimensional

```
cnpts = zeros(3,9,9);

for i = 0 : 8
    aux = (i * 9) + 1;
    cnpts(1,:,i+1) = pnts(1,aux:aux+8);
    cnpts(2,:,i+1) = pnts(2,aux:aux+8);
    cnpts(3,:,i+1) = pnts(3,aux:aux+8);
end

cnpts;
```

onde, **cpnts** – é o nome dado ao conjunto de pontos coordenados distribuídos em uma matriz multidimensional e estes serão os dados de entrada para geração da superfície NURBS.

pnts – pontos já armazenados no Matlab, mas em uma única matriz da forma [3x81].

PASSO 2: Assim como os pontos de controle (pontos coordenados), outra informação de entrada para construção de uma superfície NURBS é o vetor de nós.

Como já visto no Capítulo III, um vetor de nós não-uniforme, pode ser definido como uma seqüência não-decrescente de números reais como representado a seguir,

$$u = \underbrace{\{a, \dots, a\}}_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{\{b, \dots, b\}}_{p+1} \quad (4.8)$$

ou seja, $u = \{ 0, \dots, 0, \dots, u_{m-p-1}, 1, \dots, 1 \}$

onde $a = 0$, $b = 1$ e p é o grau da função.

Para determinar o número de parâmetros que deve conter o vetor de nós entre 0 e 1, criou-se uma **function** chamada de “**qntintervalo.m**”. Este algoritmo relaciona a quantidade total de pontos obtidos pela máquina, juntamente com o grau da função p escolhida pelo usuário.

Quando se analisa a Fig. (4.3) constata-se que o número de pontos total obtidos são 81. Porém, este valor não será utilizado pela **function**, porque os dados de entrada foram alterados para uma estrutura multidimensional, e com isso cada **página** contém 9 pontos de controle, sendo portanto este um dos valores de entrada da **function**.

O outro dado de entrada da **function** é o grau da função desejada. Este valor é atribuído pelo usuário e muitas das vezes depende de um conhecimento prévio da forma que se deseja construir. Como exemplo, para a construção de uma curva parabólica deve ser informado grau 2, ou seja, $p = 2$.

Porém, Les Piegl (1997) menciona que para construção de uma curva ou superfície desconhecida, uma função com grau 3 ($p = 3$) consegue ter uma boa modelagem. Portanto, neste trabalho, foram utilizadas funções de grau 3 para representar as mais diversas formas livres.

Com os valores de entrada definidos, é informada na janela de comando do Matlab a seguinte seqüência para obter o número total de valores que deve estar contido no intervalo de zero a um do vetor de nós.

Será, portanto solicitado na **function**:

“qntintervalo(total de pontos de controle, grau da função desejada) “

Na janela de comando do Matlab:

```
>> qntintervalo(9,3)
ans = 5
```

O resultado apresentado acima significa que é preciso escrever cinco valores entre zero e um no vetor de nós. A seguir é apresentado o algoritmo para realizar este cálculo.

No editor do Matlab:

```
function saida = qntintervalo(pontosdecontrole, p)
n = (pontosdecontrole-1);
m = n + p + 2;
pc = m - (2*(p+1));
saida = pc;

end
```

onde, **saida** – número total de valores a ser acrescentado ao vetor de nós.

pontosdecontrole – número total de pontos de controle;

p – grau da função desejada;

m – relação do número de nós;

pc – número de valores a ser utilizado na parte central do vetor de nós (valores entre 0 e 1).

Depois de executado o arquivo **qntintervalo.m** retorna-se ao arquivo **superficie.m** para dar seqüência a construção do vetor de nós.

De acordo com a Eq.(4.4) sabe-se que a relação entre zeros e uns no vetor de nós é dado pela seguinte expressão: **p + 1**. Como já mencionado anteriormente, o grau utilizado para obtenção dessa superfície será 3, e portanto, o número total de zeros e uns obedecendo a expressão será 4.

$$u = \{ \underbrace{0,0,0,0}_{p+1}, \dots, \underbrace{1,1,1,1}_{p+1} \} \quad (4.9)$$

O vetor de nós é importante porque ele descreve o campo de influência para cada ponto de controle e este pode garantir a convergência das curvas e superfícies parametrizadas.

Outro fator importante é que o vetor de nós permite definir a divisão do intervalo de variação dos parâmetros, e esta distribuição consegue verificar o mapeamento do comportamento das funções NURBS.

A seguir são apresentados exemplos ilustrativos para mostrar a influência da variação dos parâmetros de um vetor de nós. Neste exemplo, um conjunto de seis pontos coordenados é usado: (0,0), (1,1), (2,2), (3,2), (4,2) e (5,1).

A Figura 4.4 apresenta uma situação onde a distribuição do vetor de nós é realizada uniformemente e sua representação foi da forma $u=\{0,0,0,0.25,0.5,0.75,1,1,1\}$.

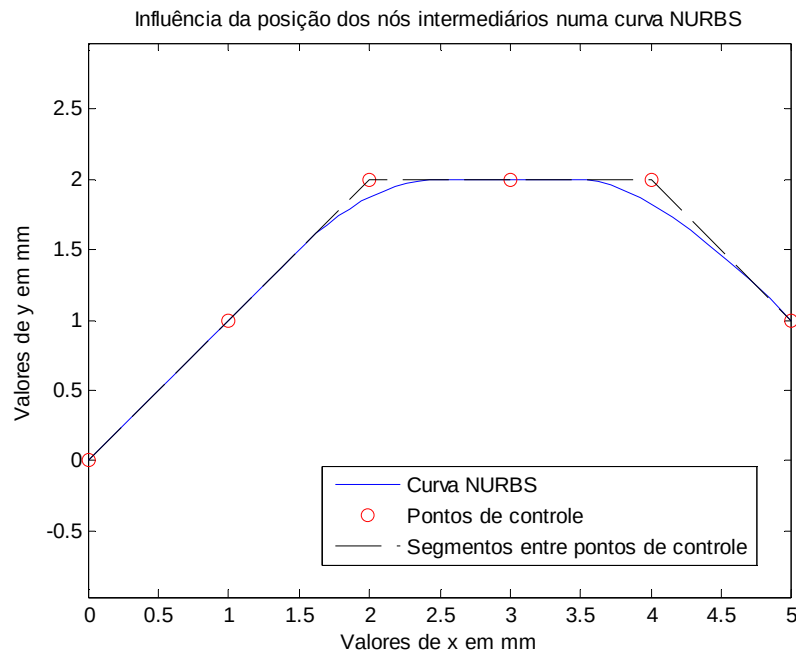


Figura 4.4 - Distribuição uniforme do vetor de nós

A Figura 4.5 a seguir apresenta uma situação onde a distribuição dos parâmetros do vetor de nós sofre alteração. Neste caso a distribuição do vetor de nós utilizado foi a seguinte: $u=\{0,0,0,0.25,0.25,0.25,1,1,1\}$

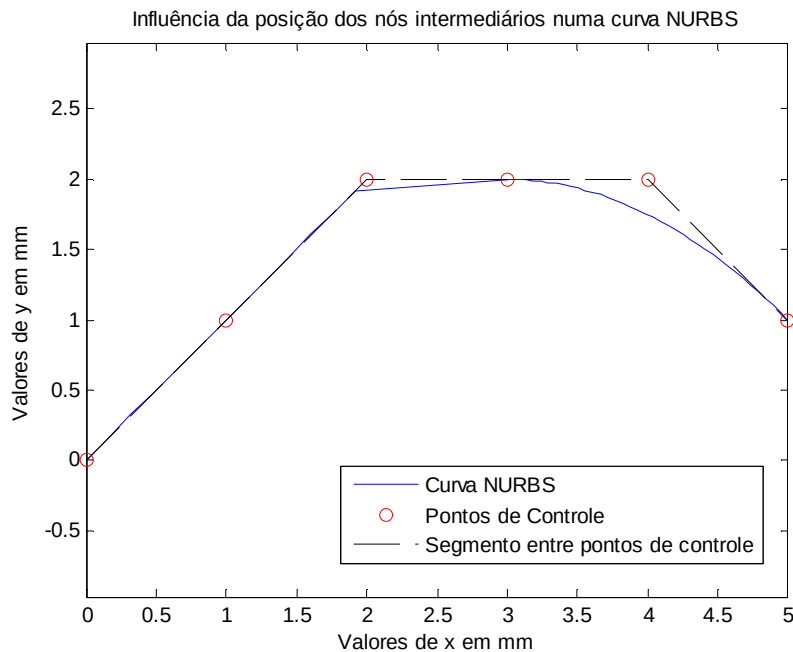


Figura 4.5 - Distribuição não-uniforme do vetor de nós

De acordo com a Fig.(4.5), percebe-se que a curva tende a ficar mais próxima dos pontos de controle situados mais à esquerda da representação NURBS quando comparado com a situação apresentada pela Fig. (4.4).

Em todas as representações realizadas neste trabalho, utilizou-se uma distribuição uniforme dos valores dos parâmetros do vetor de nós a fim de não provocar nenhuma tendência específica para a construção das curvas e superfícies.

Diante do exposto e voltando agora ao programa específico **superfície.m**, pode-se agora construir o vetor de nós a ser usado para a construção da geometria.

Como calculado no algoritmo **qntintervalo.m** encontrou-se para a construção da superfície estudada, a necessidade de escrever cinco valores na parte central do vetor de nós representado pela Eq. (4.9). Para a construção da superfície é necessário o vetor de nós na direção u e v .

No editor do Matlab: % Para uma função de grau 3, a distribuição utilizada para construção da superfície NURBS foi:

```
Knots{1} = [0 0 0 0 0.15 0.25 0.5 0.75 0.85 1 1 1 1];
Knots{2} = [0 0 0 0 0.15 0.25 0.5 0.75 0.85 1 1 1 1];
```

PASSO 3: A partir da entrada dos pontos de controle e do vetor de nós, o próximo passo é a construção da superfície. A seguir é apresentado os comandos utilizados no Matlab.

No editor do Matlab: % Construção da superfície NURBS

```
srf = nrbmak(pnts,knots);
```

```
nrbplot(srf,[40 40]);
```

onde, ***srf*** – é o nome dado para a construção da superfície NURBS, no qual os dados de entrada são ***pnts*** (pontos de controle) e ***knots*** (vetor de nós).

nrbmak – é a função responsável para geração da superfície. O algoritmo desta função está apresentado no Apêndice B.

nrbplot – é a função responsável pela plotagem da superfície.

OBS 1: A função ***nrbplot*** é expressa pela relação entre a função ***nrbmak*** e os valores correspondentes para geração da malha do mesh nas direções ***u*** e ***v*** na construção da superfície. Quanto maior os valores entre os colchetes, menores serão os intervalos entre os meshes.

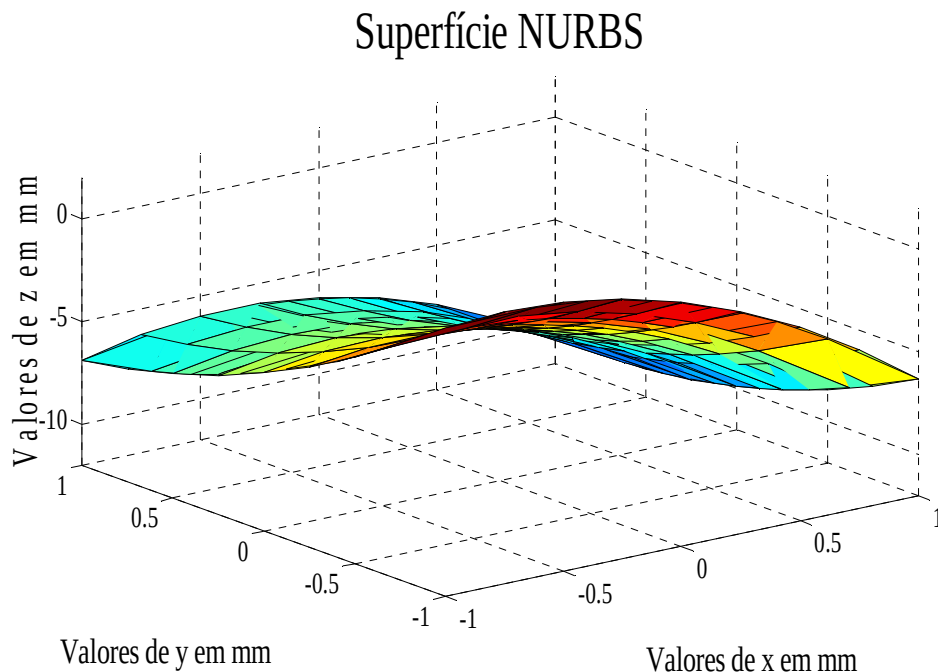


Figura 4.6 - Representação da superfície NURBS

As Figuras 4.7 e 4.8 apresentam em um mesmo ambiente gráfico a construção das superfícies analítica e NURBS.

Sobreposição da superfície analítica e a superfície NURBS

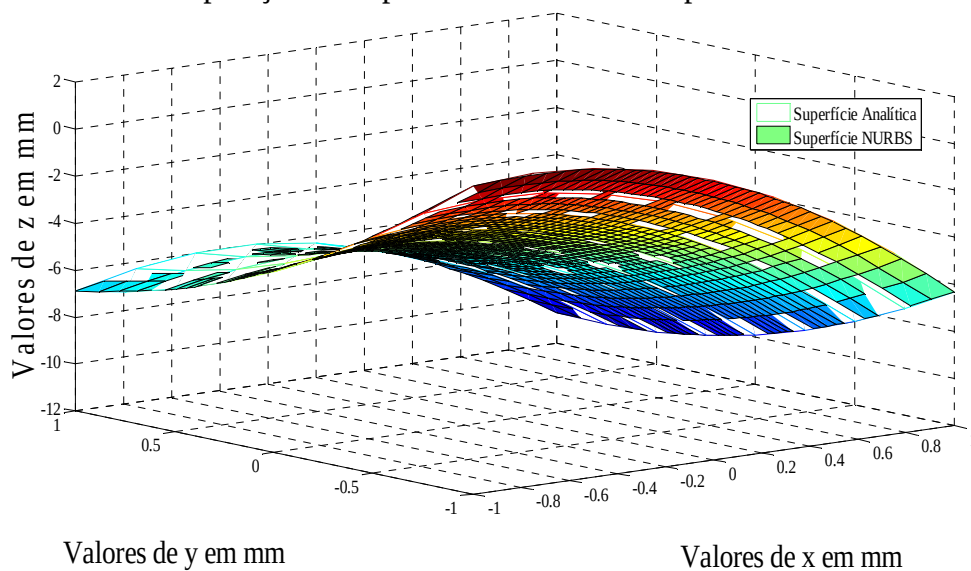


Figura 4.7 - Representação da superfície analítica x superfície NURBS

Outra vista gráfica da sobreposição das superfícies construídas é apresentada na Fig.(4.8).

Sobreposição da superfície analítica e NURBS com seus respectivos pontos coordenad

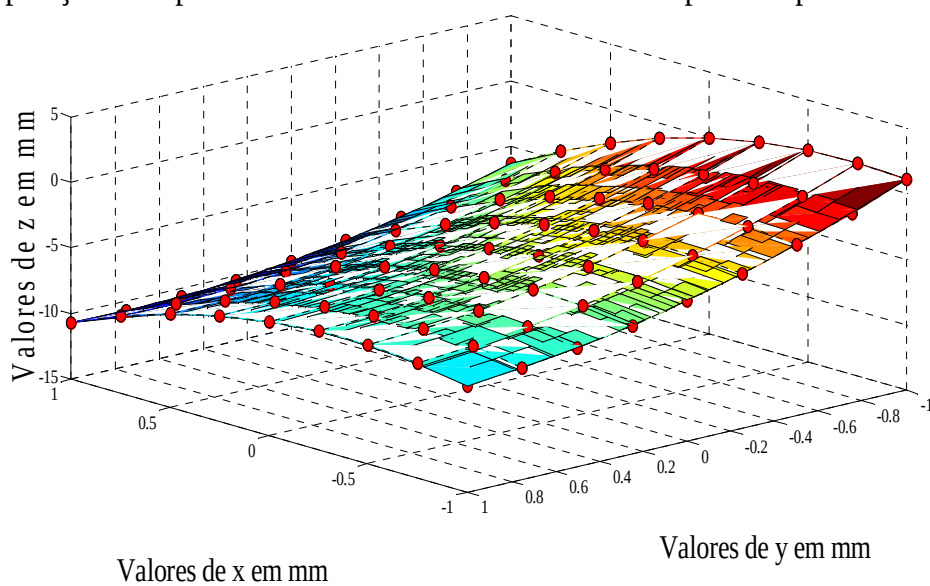


Figura 4.8 - Representação gráfica dos pontos coordenados e das superfícies analítica e NURBS

PASSO 4: O próximo passo será a construção da matriz de pontos da superfície NURBS obtidos a partir dos dados de entrada. Um algoritmo foi então desenvolvido para determinar estes pontos.

No editor do Matlab: % Determinação de qualquer ponto coordenado desejado sob a superfície NURBS construída.

```

        xDesejado =input('entre com o valor de x desejado :');
        yDesejado = input('entre com o valor de y desejado :');
        zEncontrado= 0;
        aaux = 0;

for m = 1:1000
    m;
    p = nrbeval(srf,{linspace(0,1,m) linspace(0,1,m)});

    %dimensoes
    for d = 1:size(p,3)

        %colunas
        for i=1:size(p,2)

            %condicao satisfeita
            if(    p(1,i,d)    >    xDesejado-0.00001    &&    p(1,i,d)    <
xDesejado+0.00001    &&    p(2,i,d)    >    yDesejado-0.00001    &&    p(2,i,d)    <
yDesejado+0.00001)
                p(1,i,d)
                p(2,i,d)
                zEncontrado = p(3,i,d)
                aaux = 1;
                break ;
            end;

            if (aaux == 1) break;end
        end
    end
    if (aaux == 1) break;
end
end

```

```

end

%valor nao encontrado
if (zEncontrado == 0)
    suahus = input('valor nao encontrado');
end;

```

Com o uso do algoritmo acima calculou-se a matriz para determinar os pontos correspondentes da superfície NURBS. A Eq.(4.10) apresenta a matriz dos pontos coordenados.

$$z_{NURBS}(x, y) = \begin{bmatrix} z_{NURBS}(-1,1) & \dots & z_{NURBS}(1,1) \\ \vdots & & \\ z_{NURBS}(-1,-1) & \dots & z_{NURBS}(1,-1) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

E os valores encontrados na superfície NURBS e distribuídos na Eq.(4.10) foram,

$$z_{NURBS}(x, y) = \begin{bmatrix} -6,900 & -6,357 & -6,029 & -6,034 & -6,365 & -6,985 & -7,930 & -9,210 & -10,700 \\ -6,472 & -5,985 & -5,713 & -5,774 & -6,161 & -6,838 & -7,834 & -9,175 & -10,721 \\ -5,920 & -5,487 & -5,274 & -5,392 & -5,835 & -6,569 & -7,625 & -9,016 & -10,620 \\ -5,183 & -4,809 & -4,650 & -4,823 & -5,323 & -6,111 & -7,228 & -8,671 & -10,333 \\ -4,264 & -3,945 & -3,842 & -4,073 & -4,629 & -5,473 & -6,641 & -8,147 & -9,864 \\ -3,182 & -2,917 & -2,872 & -3,161 & -3,773 & -4,673 & -5,901 & -7,456 & -9,233 \\ -1,919 & -1,717 & -1,722 & -2,063 & -2,736 & -3,691 & -4,974 & -6,595 & -8,419 \\ -0,466 & -0,316 & -0,384 & -0,785 & -1,509 & -2,526 & -3,855 & -5,535 & -7,418 \\ 1,100 & 1,194 & 1,072 & 0,616 & -0,165 & -1,235 & -2,630 & -4,361 & -6,300 \end{bmatrix}$$

Como os valores correspondentes de x e y foram os mesmos para a representação das superfícies, a diferença entre a superfície originada a partir da expressão analítica e a NURBS apareceu na coordenada z. A partir das Eqs.(4.2) e (4.3) criou-se uma matriz de erro para melhor análise desses parâmetros.

A seguir apresenta-se a matriz de erro obtido a partir da diferença entre os pontos gerados através da expressão analítica e os pontos obtidos pelo uso da ferramenta NURBS, e os valores da matriz estão expressos em milímetros.

$$\text{Erro} = \begin{bmatrix} 0,000 & 0,076 & 0,054 & 0,053 & 0,065 & 0,053 & 0,055 & 0,079 & 0,000 \\ 0,040 & 0,035 & 0,013 & 0,011 & 0,024 & 0,013 & 0,009 & 0,037 & 0,042 \\ 0,030 & 0,043 & 0,024 & 0,024 & 0,035 & 0,026 & 0,025 & 0,047 & 0,030 \\ 0,030 & 0,046 & 0,025 & 0,023 & 0,035 & 0,024 & 0,028 & 0,046 & 0,030 \\ 0,036 & 0,038 & 0,017 & 0,017 & 0,029 & 0,017 & 0,016 & 0,041 & 0,036 \\ 0,030 & 0,042 & 0,022 & 0,023 & 0,035 & 0,023 & 0,026 & 0,043 & 0,030 \\ 0,031 & 0,048 & 0,022 & 0,020 & 0,036 & 0,023 & 0,024 & 0,051 & 0,031 \\ 0,046 & 0,028 & 0,009 & 0,010 & 0,021 & 0,014 & 0,005 & 0,035 & 0,045 \\ 0,000 & 0,074 & 0,053 & 0,053 & 0,065 & 0,053 & 0,055 & 0,079 & 0,000 \end{bmatrix}$$

Analizando todos os valores apresentados na matriz das diferenças entre os pontos medidos e os obtidos pelas NURBS, constatou-se que os valores encontram-se na faixa de 0 μm e 100 μm . A norma ISO 10.360 dita a faixa de exatidão de equipamentos de medição, e dentre eles as MMCs. Para o caso de equipamentos de MMCs com cabeçote a Laser, esses equipamentos possuem incertezas de medição que variam de 20 μm a 100 μm , como fabricantes (Metris, 2011).

Se os resultados com um sistema de medição por contato ponto a ponto atender este nível de incertezas para os erros encontrados, considera-se neste trabalho, estes resultados como satisfatórios para o uso da metodologia aqui desenvolvida.

A Figura 4.9 a seguir apresenta graficamente o erro como mostrado na matriz Erro, porém distribuído em todo o comprimento da superfície. Os erros apresentados tiveram uma variação de 0 μm até um valor máximo de 79 μm .

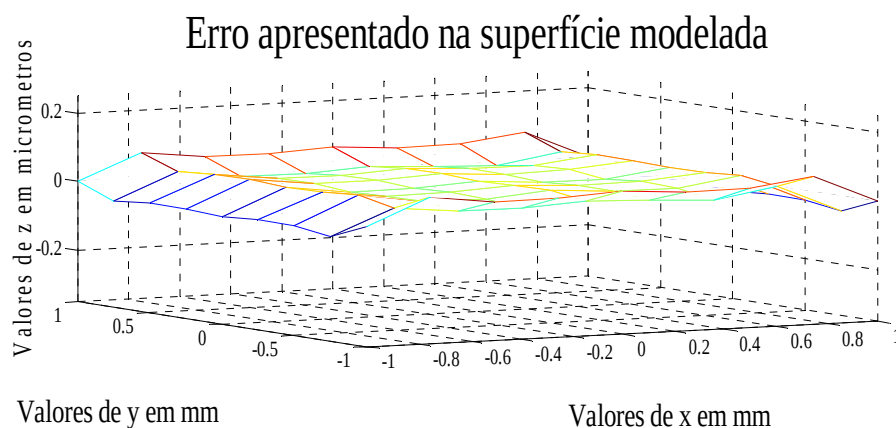


Figura 4.9 - Distribuição dos erros apresentados utilizando NURBS

Analizando as matrizes dos ponto **z**, **z_{NURBS}** e **Erro** construiu-se a Tab.(4.1) como um breve resumo para mostrar os principais pontos de influência encontrados e assim fazer uma análise da ferramenta NURBS para a geração da superfície em estudo.

Tabela 4.1 - Comparativo dos valores encontrados pela superfície teórica x superfície NURBS

Superfície Analítica			Superfície NURBS			Erro (mm)
x	y	z	x	y	z	
-1,000	1,000	-6,900	-1,000	1,000	-6,900	0,000
-0,500	0,000	-3,825	-0,500	0,000	-3,842	0,017
-0,120(*)	0,200	-4,889	-0,120	0,200	-4,911	0,022
-0,250	-0,750	-0,775	-0,250	-0,750	-0,785	0,010
0,330(*)	-0,250	-5,001	0,330	-0,250	-5,029	0,028
0,500	-0,750	-3,85	0,500	-0,750	-3,855	0,005
0,600(*)	0,600	-8,212	0,600	0,600	-8,237	0,025
0,750	1,000	-9,131	0,750	1,000	-9,210	0,079
1,000	-1,000	-6,300	1,000	-1,000	-6,300	0,000

Para construção da Tab.(4.1) escolheram-se alguns pontos coordenados para fazer um comparativo do comportamento da construção da superfície observando principalmente a resposta obtida pela ferramenta NURBS. Ao analisar a matriz de geração de pontos **z_{NURBS}**, ou seja a matriz que contém todos os pontos coordenados na direção z utilizando NURBS e também aqui expresso nessa tabela, observou-se que o valor máximo de erro obtido em torno de 79 μm correspondente a coordenada (0.75,1). Observa-se também que há valores em que o erro é nulo ou muito próximo dele.

Os valores de x e y em (*) foram utilizados para fazer a validação como pontos aleatórios, pontos estes que não foram os pontos de controle usados na NURBS. Percebe-se que para as coordenadas que não foram informadas como pontos de controle os resultados foram bastante satisfatórios por não apresentar grandes discrepâncias entre eles e não estar fora da faixa de incertezas consideradas em instrumentos de medição a laser.

Analizando a Tab.(4.1) por completo, observa-se que os resultados obtidos foram considerados satisfatórios por estarem dentro da faixa de incerteza entre 20 μm e 100 μm .

A Figura 4.10 a seguir apresenta de maneira resumida um fluxograma para a geração de uma superfície a partir de uma nuvem de pontos utilizando a ferramenta NURBS para este fim.

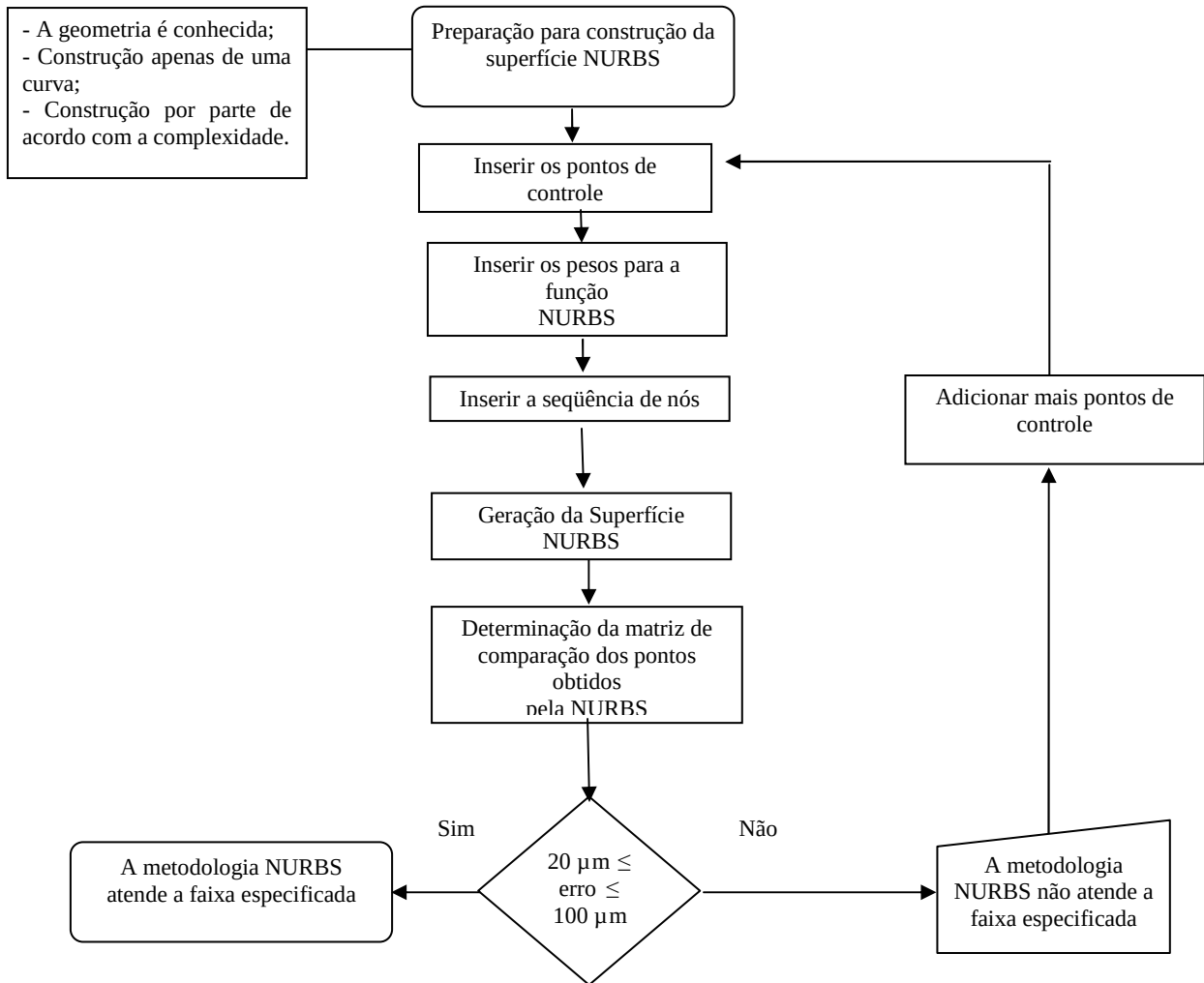


Figura 4.10 – Fluxograma para obtenção de uma superfície NURBS

Com a metodologia descrita até o momento, é possível determinar as mais diversas formas para obtenção de curvas e superfícies a partir de uma nuvem de pontos, sejam eles gerados a partir de expressões analíticas ou através de pontos medidos. Com a aplicação desta metodologia pretende-se:

1. Atender as exigências de medição de peças com as mais variadas formas;
2. Atender as especificações de projeto utilizando uma menor quantidade de pontos inspecionados;
3. Contribuir para áreas de Inspeção e Engenharia Reversa;

4. Contribuir com pesquisas na área de metrologia dimensional com uso de Máquinas de Medição por Coordenadas;
5. Permitir a medição de peças com geometrias de formas livres utilizando MMC que usam apalpadores do tipo touch-trigger de forma eficiente, além de representar uma vantagem econômica com relação ao preço do equipamento a laser.

4.4. RESULTADOS OBTIDOS COM A TÉCNICA PARA MODELAGEM DE CURVAS E SUPERFÍCIES USANDO NURBS

Esta seção tem como principal objetivo, apresentar outros resultados da modelagem de curvas e superfícies de peças com características e formas conhecidas através da geometria analítica. O procedimento utilizado para a geração das mais diversas formas foram como descrito anteriormente no item 4.3, e por este motivo, apenas os resultados foram discutidos, uma vez que a metodologia já foi comentada.

4.4.1. Representação de uma curva paramétrica de segunda ordem

Inicialmente foram criadas superfícies de menor grau de dificuldade, para melhor entender e manipular, valores de pesos, nós, etc. Como pode ser visto na Fig. (4.11) é apresentada uma curva teórica de uma parábola e feitas algumas considerações sobre ela.

A Figura 4.11 apresenta uma curva de um polinômio da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, de modo que está representado um conjunto mínimo para representar uma parábola por meio de uma curva NURBS. Os valores dos coeficientes para realização da simulação no MATLAB foram: $a = 1$, $b = 2$ e $c = 1$. Nesta figura, mostra uma curva gerada apenas com três pontos de controle, para uma função de grau 2, com os seguintes nós apresentados, $U = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1]$ e os pontos de controle foram $(-2,1)$, $(-1,0)$ e $(1,4)$, ou seja, essa curva tem as seguintes características, $n = 3$, $p = 2$ e $m = 6$ com os primeiros três nós e os últimos nós são iguais. Esta propriedade permite que sejam projetadas formas muito complicadas como polinômios de grau mais baixo.

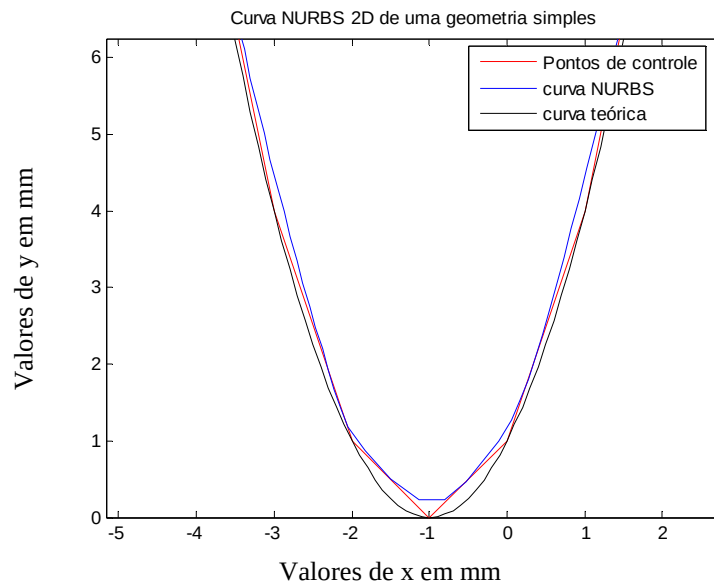


Figura 4.11 - Representação NURBS para uma curva de grau 2

A Figura 4.12 apresenta uma curva NURBS com 10 pontos de controle, (isto é, $n = 10$), grau 2 (isto é, $p = 2$) e 14 nós ($m = 13$), com os primeiros quatro e últimos quatro nós semi-fechados. O vetor de nós utilizado foram: $U = [0 \ 0 \ 0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.8 \ 1 \ 1 \ 1]$.

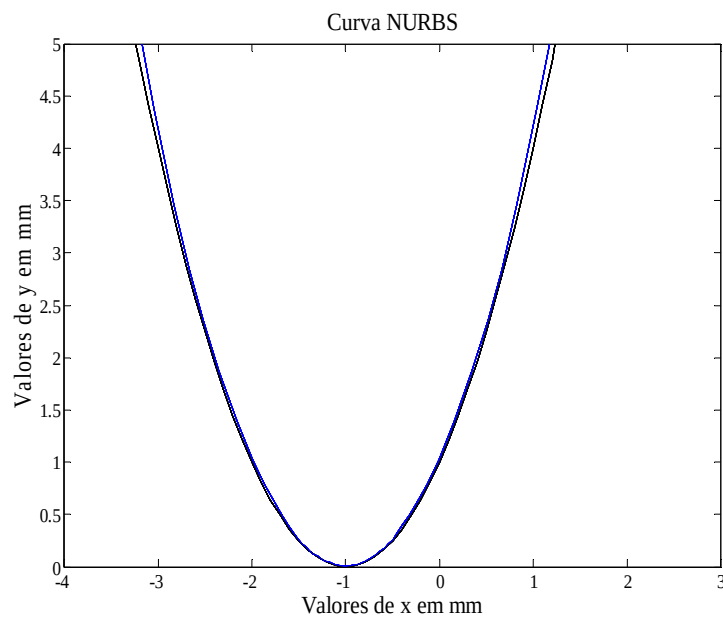


Figura 4.12 - Curva NURBS

Na Figura 4.12 foram utilizadas a mesma equação e parâmetros apresentados pela Fig. (4.11), porém, com um número maior de pontos de controle. O resultado apresentado foi considerado satisfatório para o número de pontos de controle utilizados. Para esta função, os valores de x , variaram de -4 até 2.

A Tabela 4.2 apresenta valores de comparação entre a curva obtida pela geometria analítica e através de NURBS. Os resultados apresentados, correspondem aos dados obtidos através da Fig.(4.12).

Tabela 4.2. Comparativo de valores da representação curva teórica x curva NURBS

Curva Teórica		Curva NURBS		Erro (mm)
x	y	x	y	
-4	9	-4	9,0000	0,000
-3	4	-3	4,0130	0,013
(*) -1,5	0,25	-1,5	0,26	0,010
0	1	0	1,0209	0,021
0,5	2,25	0,5	2,2677	0,018
(*) 1,1	4,41	1,1	4,4793	0,069
2	9	2	9,0000	0,000

Os resultados apresentados na Tab.(4.2) mostram que todos os valores apresentados foram menores que $100 \mu m$. Esses valores podem ser refinados, aumentando o número de pontos de controle, principalmente na região onde apresenta maior ângulo de curvatura, que justamente foi a região da curva NURBS onde apresentou maior valor de discrepância (2%), mas que ainda apresenta boas respostas. As outras medidas apresentadas na tabela apresentaram valores muito próximos das medidas da curva analítica.

4.4.2. Representação de uma superfície de forma livre

Outra simulação feita no programa MATLAB para geração de um modelo de uma superfície de forma livre foi realizada através da equação abaixo:

$$f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2} \quad (4.11)$$

A Figura 4.13 apresenta a curva descrita pelo modelo analítico.

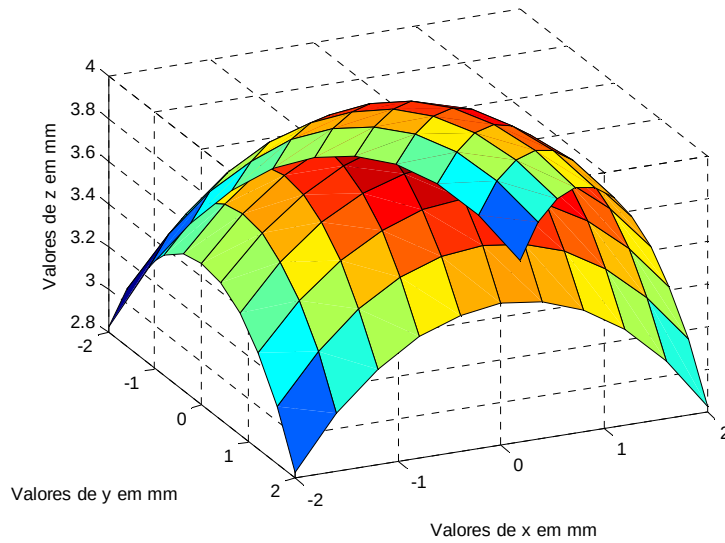


Figura 4.13 - Superfície Teórica gerada a partir da Eq. (4.11)

No processo simulado várias pontos foram utilizados para a obtenção da superfície descrita pela Eq.(4.11). O objetivo foi determinar o número mínimo de pontos para a construção da superfície NURBS de modo a atender a metodologia desenvolvida no item 4.3.

Para melhor compreender a influência do número de pontos utilizados como dados de entrada no procedimento desenvolvido, a seguir mostra-se os resultados obtidos para um conjunto formado por 36 pontos de controle, ou seja, a formação de uma matriz 6 x 6, e posteriormente o uso de 81 pontos para a obtenção da mesma superfície, sendo neste caso formando-se uma matriz 9 x 9.

A partir da Eq.(11), para um intervalo de $-2 \leq x \leq 2$ e $-2 \leq y \leq 2$, encontrou-se, para a primeira situação descrita (36 pontos) a seguinte matriz para as coordenadas z.

$$z(x, y) = \begin{bmatrix} 2,828 & 3,250 & 3,441 & 3,441 & 3,250 & 3,828 \\ 3,250 & 3,622 & 3,795 & 3,795 & 3,622 & 3,250 \\ 3,441 & 3,795 & 3,960 & 3,960 & 3,795 & 3,441 \\ 3,441 & 3,795 & 3,960 & 3,960 & 3,795 & 3,441 \\ 3,250 & 3,622 & 3,795 & 3,795 & 3,622 & 3,250 \\ 2,828 & 3,250 & 3,441 & 3,441 & 3,250 & 3,828 \end{bmatrix}$$

Para geração do modelo NURBS, foram utilizados os pontos da matriz acima como pontos de controle. Portanto para a obtenção da superfície NURBS utilizou-se 6 pontos de controle (na construção da matriz multidimensional), isto é, $n = 6$, grau 3 (isto é, $p = 3$) e 10 nós ($m = 9$), com os primeiros quatro e últimos quatro nós semi-fechados. O vetor de nós utilizado foram na direção $U = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.35 \ 0.85 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ e na direção $V = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.35 \ 0.85 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$. Com esses dados encontrou-se a seguinte matriz para as coordenadas z utilizando NURBS.

$$z_{NURBS} = \begin{bmatrix} 2,828 & 3,204 & 3,396 & 3,398 & 3,217 & 3,828 \\ 3,203 & 3,522 & 3,716 & 3,718 & 3,554 & 3,204 \\ 3,396 & 3,716 & 3,882 & 3,883 & 3,678 & 3,396 \\ 3,398 & 3,683 & 3,883 & 3,885 & 3,680 & 3,398 \\ 3,217 & 3,554 & 3,727 & 3,729 & 3,566 & 3,217 \\ 2,828 & 3,204 & 3,396 & 3,398 & 3,217 & 3,828 \end{bmatrix}$$

Com os valores das matrizes z e z_{NURBS} criou-se uma matriz de erros, como mostra abaixo.

$$Erro = \begin{bmatrix} 0,000 & 0,046 & 0,045 & 0,043 & 0,032 & 0,000 \\ 0,046 & 0,100 & 0,079 & 0,077 & 0,088 & 0,046 \\ 0,045 & 0,079 & 0,078 & 0,076 & 0,117 & 0,045 \\ 0,043 & 0,112 & 0,076 & 0,075 & 0,115 & 0,043 \\ 0,032 & 0,068 & 0,067 & 0,066 & 0,056 & 0,032 \\ 0,000 & 0,046 & 0,046 & 0,043 & 0,021 & 0,000 \end{bmatrix}$$

Analisando a matriz de erros acima, observa-se que a maioria dos valores encontrados está dentro dos valores pré-estabelecidos pela metodologia desenvolvida. Porém há valores como $112 \mu m$, $117 \mu m$ e $115 \mu m$, que não atendem a metodologia proposta.

Outras simulações foram realizadas de modo que todos os valores da matriz de erro atendam aos critérios apresentados pela Fig.(4.10). Como comentado anteriormente, apresenta-se aqui o estudo simulado para um conjunto de 81 pontos obtidos pela Eq. (4.11) e a partir deste a formação de uma matriz multidimensional 9×9 . O intervalo para as coordenadas x e y também variaram entre -2 e 2 e matriz para a coordenada z foi:

$$z(x, y) = \begin{bmatrix} 2,828 & 3,122 & 3,317 & 3,428 & 3,464 & 3,428 & 3,317 & 3,122 & 2,828 \\ 3,122 & 3,391 & 3,571 & 3,674 & 3,708 & 3,674 & 3,571 & 3,391 & 3,122 \\ 3,317 & 3,571 & 3,742 & 3,841 & 3,873 & 3,841 & 3,742 & 3,571 & 3,317 \\ 3,428 & 3,674 & 3,841 & 3,937 & 3,969 & 3,937 & 3,841 & 3,674 & 3,428 \\ 3,464 & 3,708 & 3,873 & 3,969 & 4,000 & 3,969 & 3,873 & 3,708 & 3,464 \\ 3,428 & 3,674 & 3,841 & 3,937 & 3,969 & 3,937 & 3,841 & 3,674 & 3,428 \\ 3,317 & 3,571 & 3,742 & 3,841 & 3,873 & 3,841 & 3,742 & 3,571 & 3,317 \\ 3,122 & 3,391 & 3,571 & 3,674 & 3,708 & 3,674 & 3,571 & 3,391 & 3,122 \\ 2,828 & 3,122 & 3,317 & 3,428 & 3,464 & 3,428 & 3,317 & 3,122 & 2,828 \end{bmatrix}$$

Para geração do modelo NURBS, foram utilizados 9 pontos gerados (da matriz multidimensional) isto é, $n = 9$, grau 3 (isto é, $p = 3$) e 13 nós ($m = 12$), com os primeiros quatro e últimos quatro nós semi-fechados. O vetor de nós utilizado foram na direção $U = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.25 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.75 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ e na direção $V = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.25 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.75 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$. Os valores encontrados para a matriz z obtidas pela ferramenta com uso de NURBS foi

$$z_{NURBS}(x, y) = \begin{bmatrix} 2,828 & 3,094 & 3,299 & 3,416 & 3,450 & 3,418 & 3,298 & 3,098 & 2,828 \\ 3,093 & 3,340 & 3,531 & 3,640 & 3,673 & 3,642 & 3,529 & 3,344 & 3,094 \\ 3,298 & 3,531 & 3,710 & 3,814 & 3,845 & 3,817 & 3,710 & 3,532 & 3,298 \\ 3,416 & 3,640 & 3,814 & 3,916 & 3,946 & 3,918 & 3,814 & 3,643 & 3,415 \\ 3,450 & 3,673 & 3,845 & 3,946 & 3,976 & 3,948 & 3,845 & 3,675 & 3,450 \\ 3,418 & 3,642 & 3,817 & 3,918 & 3,948 & 3,919 & 3,816 & 3,645 & 3,418 \\ 3,298 & 3,529 & 3,710 & 3,814 & 3,844 & 3,815 & 3,709 & 3,532 & 3,298 \\ 3,098 & 3,344 & 3,533 & 3,643 & 3,675 & 3,645 & 3,532 & 3,347 & 3,098 \\ 2,828 & 3,094 & 3,299 & 3,416 & 3,450 & 3,418 & 3,298 & 3,098 & 2,828 \end{bmatrix}$$

A matriz de erro obtida foi,

$$Erro = \begin{bmatrix} 0,000 & 0,029 & 0,018 & 0,012 & 0,014 & 0,010 & 0,018 & 0,024 & 0,000 \\ 0,029 & 0,051 & 0,039 & 0,034 & 0,035 & 0,032 & 0,041 & 0,047 & 0,029 \\ 0,018 & 0,039 & 0,031 & 0,026 & 0,027 & 0,024 & 0,031 & 0,038 & 0,018 \\ 0,012 & 0,033 & 0,026 & 0,021 & 0,022 & 0,019 & 0,026 & 0,031 & 0,012 \\ 0,014 & 0,035 & 0,027 & 0,022 & 0,024 & 0,021 & 0,028 & 0,033 & 0,014 \\ 0,010 & 0,032 & 0,024 & 0,019 & 0,021 & 0,017 & 0,024 & 0,029 & 0,010 \\ 0,018 & 0,041 & 0,031 & 0,026 & 0,028 & 0,024 & 0,032 & 0,038 & 0,018 \\ 0,024 & 0,047 & 0,038 & 0,031 & 0,033 & 0,029 & 0,038 & 0,044 & 0,024 \\ 0,000 & 0,029 & 0,018 & 0,012 & 0,014 & 0,010 & 0,018 & 0,024 & 0,000 \end{bmatrix}$$

Percebe-se então que todos os valores da matriz de erro apresentam valores abaixo de $100\ \mu\text{m}$, portanto, atendendo por completo as exigências da metodologia desenvolvida. A Figura 4.14 (a) e (b) apresentam as superfícies obtidas para este conjunto de pontos controle (81 pontos coordenados), mostrando a sobreposição da superfície teórica sobre a superfície NURBS.

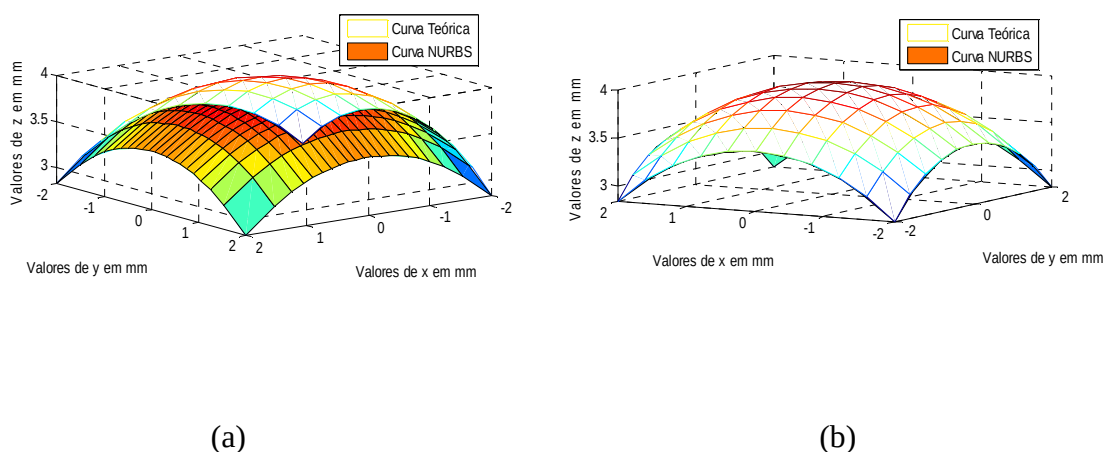


Figura 4.14 – (a) Comparativo das superfícies Teórica x NURBS com as superfícies uma sobre a outra; (b) Superfície Teórica sobre a superfície NURBS.

Na Figura 4.14 a curva mais clara representa a superfície teórica obtida a partir da Eq. (4.7) e a superfície NURBS encontrada a partir da quantidade mínima de pontos de controle empregado apresenta-se na forma colorida.

Tabela 4.3. Comparativo de alguns valores da representação de uma superfície teórica x superfície NURBS com forma livre

Superfície Analítica			Superfície NURBS			Erro (mm)
x	y	z	x	y	z	
-2,000	-2,000	2,828	-2,000	-2,000	2,828	0,000
(*)-1,600	-1,800	3,570	-1,600	-1,800	3,509	0,061
-1,500	-1,500	3,391	-1,500	-1,500	3,344	0,047
1,000	1,000	3,742	1,000	1,000	3,711	0,031
(*)-1,200	0,400	3,777	-1,200	0,400	3,724	0,053
2,000	2,000	2,828	2,000	2,000	2,828	0,000

Os valores apresentados na Tab. (4.3) tiveram uma relação estreita entre os pontos medidos por uma solução analítica quando comparado com os pontos obtidos em uma superfície NURBS. Os valores em (*) utilizados para realizar a validação do procedimento apresentaram valores menores que $100 \mu m$, sendo, portanto, estes resultados atendendo a metodologia desenvolvida.

4.4.3. Representação de uma evolvente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos

Outra aplicação da metodologia proposta nesta tese foi desenvolver a modelagem para um perfil da envolvente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos. Normalmente, as indústrias que fabricam engrenagens necessitam de equipamentos capazes de medir o perfil envolvente com elevada exatidão.

Aqui o objetivo, é fazer com que a medição de poucos pontos, permita obter o perfil envolvental da engrenagem cilíndrica de dentes retos.

Para gerar, o perfil da envolvente pode ser obtido através do conhecimento prévio do raio da circunferência primitiva, r , e de β , que é o ângulo da envolvente. Com esses valores determina-se as coordenadas (x,y) de um ponto qualquer que pertença a envolvente. As coordenadas são calculadas através das Eqs. (4.12) e (4.13), (LIMA JR, 2007):

$$x = r(\cos \beta + \beta \sin \beta) \quad (4.12)$$

$$y = r(\sin \beta - \cos \beta) \quad (4.13)$$

Os pontos gerados, simulando pontos coletados por uma Máquina de Medição por Coordenadas foram obtidos através das Eqs. (4.12) e (4.13), com características como: ângulo de pressão igual a 20° , módulo, $m = 5$ e número de dentes igual a 20 (LIMA JR, 2007).

A partir dos pontos gerados analiticamente, estes foram armazenados no programa Excel de modo, que pudesse realizar as manipulações dos dados de entrada e saída a serem implementados no MATLAB.

Com o conjunto de dados de entrada, foram selecionados 4 pontos, de modo que com esse conjunto de pontos de controle foi gerada a curva do perfil evolvental de apenas

um lado, sendo portanto feita a mesma análise para a evolvental do outro lado do dente da engrenagem. A Figura 4.15 mostra a superfície do dente. Os vetores de nós utilizados foram: na direção $U = [0 \ 0 \ 0 \ 0.55 \ 1 \ 1 \ 1]$ e na direção $V = [0 \ 0 \ 0 \ 0.55 \ 1 \ 1 \ 1]$.

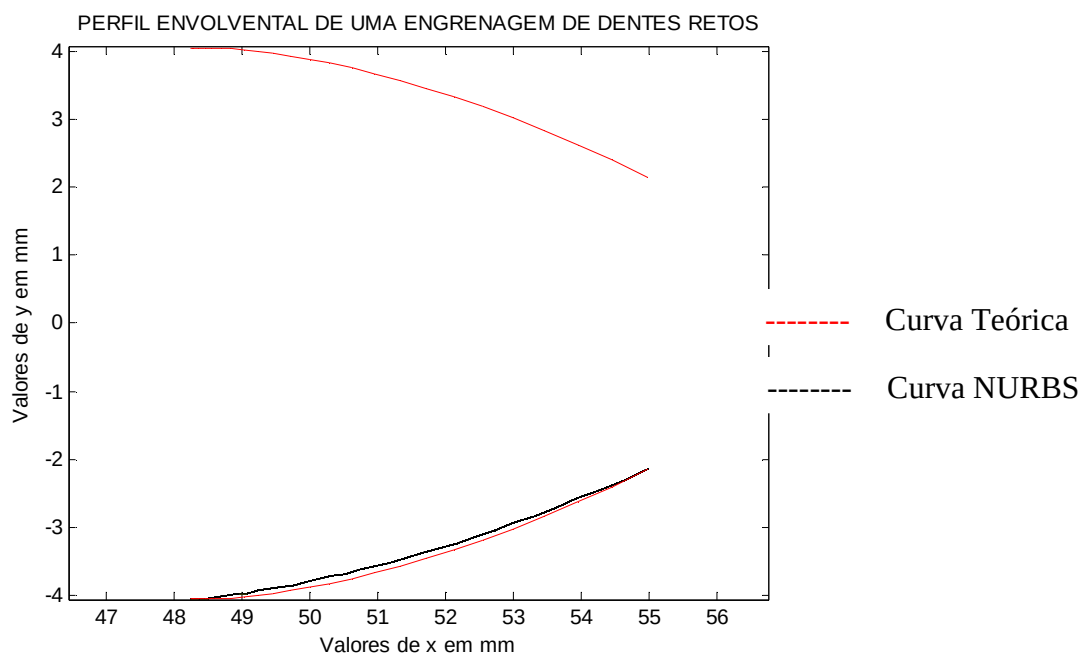


Figura 4.15 - Curva NURBS do perfil evolvental do dente de engrenagem cilíndrica.

A Tabela 4.4 apresenta valores de comparação entre a curva obtida pela geometria analítica e através de NURBS.

Tabela 4.4. Comparativo de valores da representação curva teórica x curva NURBS para o perfil envolvente de um dente de engrenagem cilíndrica

Curva Teórica		Curva NURBS		Erro (mm)
x	y	x	y	
48,236	-4,065	48,236	-4,065	0,000
*48,432	-4,070	48,432	-4,052	0,018
49,224	-4,015	49,224	-3,970	0,045
*50,607	-3,766	50,607	-3,700	0,066
52,539	-3,190	52,539	-3,120	0,070
*53,45234	-2,840	53,452	-2,804	0,036
54,957	-2,164	54,957	-2,164	0,000

A diferença relativa aos erros apresentados na Tab. (4.4) pode ser minimizada aumentando-se o número de pontos de controle, principalmente na região onde apresenta maior ângulo de curvatura. Dentre os pontos medidos, houve uma maior diferença, cerca de 2,24% no terceiro ponto correspondente a x . Os valores mostrados na Tab.(4.4) apresentaram valores próximos das medidas da curva analítica. Os valores que estão com (*) foram utilizados para fazer a validação e verificar se pontos que não foram calculados para gerar os pontos NURBS como os anteriores apresentariam bons resultados. Diante dos valores apresentados na Tab. (4.4) percebe-se que este resultado pode ser considerado satisfatório para atender aos requisitos de tolerâncias e exatidão exigidos em áreas de engenharia reversa e inspeção.

4.5. CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou a metodologia desenvolvida e implementada no processo de obtenção de curvas e superfícies de formas livres que tem como fim uso na engenharia reversa e inspeção, utilizando para isso, poucos pontos de controle, e utilizando como ferramenta das gerações do modelo as NURBS. Utilizou-se como ferramenta computacional o toolbox NURBS do MATLAB.

No procedimento utilizado, dados de entrada como os pontos medidos (neste caso foram pontos gerados pela toolbox NURBS simulando dados obtidos por uma MMC) e a descrição do vetor de nós são imprescindíveis para geração das mais diversas formas. Algoritmos específicos também foram gerados para determinação de localização de pontos nas curvas/superfícies NURBS, análise de erro, construção do vetor de nós, etc.

Para melhor entendimento do procedimento, utilizaram-se diversos exemplos para obtenção de uma NURBS, uma superfície 3D com geometria conhecida e os resultados obtidos tomando como base o grau de exatidão exigido por estas máquinas apresentaram resultados satisfatórios. Assim, a técnica desenvolvida é uma ferramenta eficaz na utilização de máquinas de medição por coordenadas que usam medição por contato (apalpador touch trigger) em aplicações de engenharia reversa.

CAPÍTULO V

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1. INTRODUÇÃO

Hoje em dia, muito têm-se estudado como gerar e modelar curvas e superfícies de formas não conhecidas, e diante das várias técnicas, estudos sobre as NURBS têm crescido acentuadamente. Quando se trata de engenharia, a área de metrologia em específico tem demonstrado interesse nesse assunto, principalmente em trabalhos de engenharia reversa e inspeção, na qual as MMCs são os equipamentos mais utilizados para estes fins.

Diante dos vários tipos de equipamentos utilizados para realizar medições com maior exatidão dos resultados medidos, o que se encontra com maior frequência nas indústrias brasileiras são as MMCs que utilizam medição por contato. O capítulo II fez abordagem detalhada das vantagens e desvantagens deste, bem como o uso de equipamentos de medição sem contato. Fazer uso de equipamentos por contato para poder realizar uma inspeção ou estudos para engenharia reversa não é uma tarefa fácil. A coleta de pontos para obtenção de curvas e superfícies livres requer muita perícia do metrologista. As regiões das peças com mudanças de curvatura precisam de um número maior de pontos, enquanto que as regiões planas ou quase planas necessitam de um número menor. Esse inconveniente seria facilmente resolvido realizando uma medição sem contato, utilizando

cabeçote a laser, por exemplo. Porém, a maioria das indústrias que trabalham na área de metrologia dimensional não possui esse equipamento por ter um custo elevado e também um grau alto de incertezas de medição quando comparado com um sistema por contato.

Visando atender as necessidades da maioria das indústrias trabalhou-se nesta tese de doutorado com uma MMC por contato ponto a ponto (apalpador touch trigger) para obtenção de curvas e superfícies livres utilizando como ferramenta de modelagem, as NURBS. O uso deste equipamento é interessante para esta pesquisa, pois atende com sucesso as condições geométricas de dimensões reduzidas, baixa incerteza de medição e boa flexibilidade para trabalhar com peças de formas livres.

O procedimento experimental foi realizado em parceria com o Centro Integrado de Manufatura e Tecnologia (CIMATEC) do SENAI – BA, no qual utilizou-se equipamentos de medição, sendo o principal deles a Máquina de Medição por Coordenadas do Laboratório de Medição 3D e Engenharia Reversa desta unidade.

Este capítulo tem como principal objetivo apresentar os resultados obtidos experimentalmente num processo de medição com uso de uma Máquina de Medição por Coordenadas com contato utilizando apalpador do tipo touch trigger para medição ponto a ponto.

A parte experimental deste trabalho consistiu na análise da curva evolvental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, de uma miniatura de uma asa de um avião modelo MIG e de um capacete de ciclista.

5.2. METODOLOGIA UTILIZADA PARA MEDIÇÃO DAS CURVAS E SUPERFÍCIES

Medir uma determinada superfície não é uma tarefa fácil. É necessário que o metrologista ou responsável pela coleta faça uso de planejamentos específicos de medição, principalmente quando se trata de superfícies de geometrias não conhecidas. Para atender as necessidades de um processo de medição, é importante antes de tudo planejar todo o processo para obter êxito ao final da execução.

Alguns aspectos devem ser observados durante o procedimento de medição de curvas e superfícies de formas livres e/ou complexa, sendo os principais deles:

- Identificar no modelo as regiões mais complexas;
- Identificar quais informações devem ser coletadas pela máquina;
- Traçar uma malha no modelo contendo a localização dos pontos a serem medidos.

Neste trabalho de tese, utiliza-se principalmente a metodologia desenvolvida no Capítulo IV para a obtenção de curvas e superfícies.

5.3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental foi realizado no Laboratório de Metrologia, em específico o Laboratório de Medição 3D e Engenharia Reversa do SENAI CIMATEC localizado em Salvador/BA. A Máquina de Medição por Coordenadas utilizada nesta pesquisa para realização da parte experimental foi uma - 82 - BROWN & SHARPE DEA, modelo Scirocco NT 100907.

O software da máquina utilizado foi o PC-DMIS versão 3.206, conversor IGES versão 5.3 e o sensor de medição por contato ponto a ponto foi RENISHAW SP 600. A Figura 5.1 mostra o equipamento utilizado neste trabalho.



Figura 5.1 – MMC utilizada nesta pesquisa, SENAI CIMATEC/BA

A Tabela 5.1 a seguir apresenta os dados específicos de calibração, no qual mostra os dados de incerteza de medição da Máquina de Medição por Coordenadas utilizada que possui características semelhantes aos equipamentos de medição utilizados na maioria das indústrias.

Tabela 5.1. – Incerteza da MMC utilizada no procedimento experimental

Parâmetro	Valor obtido
Incerteza de medição para todo o volume da máquina (fator de abrangência de 95%)	$U_3 = (2,5 + L/900) \mu\text{m} (*)$
Maior erro identificado no volume da máquina	3,6 μm para deslocamento de 1000 mm 1,8 μm para deslocamento até 400 mm

**L = Deslocamento realizado pelo cabeçote de medição não importando a direção*

Os dados coletados foram armazenados em arquivo IGES e posteriormente utilizados para manuseio como informações de entrada no aplicativo MATLAB para realizar o procedimento da construção das superfícies e sua representação gráfica. Neste trabalho não foi utilizado nenhum software comercial CAD para modelagem de curvas e superfícies de formas livres. Os objetos escolhidos para realizar a parte experimental foram: uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, miniatura de uma asa de avião modelo MIG e um capacete para ciclistas. Nas próximas seções apresentam-se os resultados obtidos na parte experimental desta pesquisa.

5.3.1. Geração de uma Curva Evolvental de uma Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos Utilizando NURBS

No Capítulo IV foi apresentado no item 4.4.3., os resultados simulados para a geração da curva evolvental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos. Diante da grande aplicação e importância do uso de engrenagens nos ambientes industriais, é que

resolveu-se fazer a mesma análise para geração de uma curva evolvental, mas agora no âmbito experimental. A partir das definições da estratégia de medição e estabelecido o que se deseja medir, neste caso, a curva evolvental da engrenagem, analisou-se os seguintes aspectos:

- Geometria da peça;
- Quantidade de pontos medidos (nuvem de pontos)
- Seqüência de medição;
- Tipo do sensor apalpador;
- Movimento do apalpador;
- Velocidade de movimentação do sensor apalpador;
- Velocidade com que o sensor apalpador se aproxima da peça;
- Posicionamento do cabeçote da máquina;
- Necessidade de rotação e/ou mudança de ângulos do cabeçote de determinadas regiões da peça;
- Forma de fixação da peça em suporte de modo a facilitar a coleta dos pontos;
- Sistema de coordenadas a ser usado no processo;

A Figura 5.2 mostra a peça a ser medida, bem como sua fixação e posicionamento no suporte antes de realizar o procedimento de medição.



Figura 5.2 – Fixação e posicionamento da engrenagem para realizar as medições da curva evolvental

Uma engrenagem cilíndrica de dentes retos com diâmetro externo de 1” foi utilizada no processo da coleta de pontos do perfil evolvental. Uma das dificuldades encontradas foi com relação à escolha do sensor apalpador por contato ponto a ponto, pois, o apalpador com menor dimensão da esfera de contato possuía um valor de 2 mm, e conseqüentemente poucos pontos puderam ser coletados na região que representa a curva evolvental da engrenagem.

Sabe-se, porém, que a seleção dos sensores apalpadores é de fundamental importância, pois, deste depende o nível de detalhamento desejado, além de facilitar a medição de pontos considerados estreitos ou de difícil acesso.

Hoje em dia, são grandes as variações dos mais diversos tipos de apalpadores para realizar medições por contato. Existem esferas que variam de 0,3 mm até 4 mm. Com esferas menores, garante-se que um número maior de pontos serão coletados, em contrapartida, esferas de dimensões maiores, tem-se a garantia que o ponto escolhido será tocado. Normalmente, as pontas dos sensores apalpadores são feitas de rubi (óxido de alumínio sinterizado).

O próximo passo realizado foi a seleção dos pontos para serem coletados. Para esta peça foram escolhidos seis pontos no comprimento da curva evolvental da engrenagem. De acordo com a dimensão do dente da engrenagem e da esfera do apalpador escolhido, seis pontos coordenados foram demarcados sobre o perfil evolvental da engrenagem para realizar a coleta pela máquina. O espaçamento aproximado entre os pontos demarcados sobre a peça foi de 1 mm.

A Figura 5.3 apresenta os pontos escolhidos para a realização das medições com o uso da MMC.

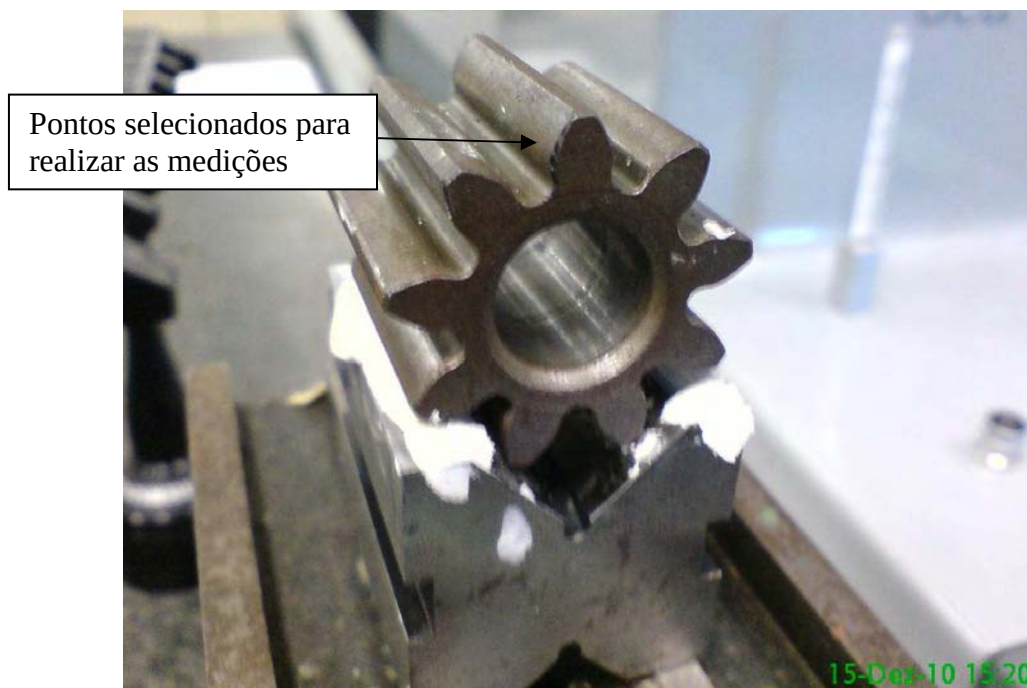


Figura 5.3 – Distribuição dos pontos escolhidos para realizar as medições pela MMC.

No primeiro momento do processo de medição realizou-se a operação manual, no qual o uso do joystick da própria máquina foi utilizado para identificar o sistema de coordenadas a partir de alguns toques sobre a peça.

A segunda parte consistiu em estabelecer a seqüência/estratégia de medição automática a ser utilizada pela máquina. Neste momento foi importante verificar a possibilidade de troca dos sensores apalpador, velocidade de aproximação do sensor com a peça, inclinação e rotação do cabeçote da máquina.

Para realizar a medição do perfil evolvental da engrenagem não foi necessário nenhum recurso que alterasse o posicionamento do cabeçote da máquina. O processo de coleta não apresentou nenhum imprevisto e durou aproximadamente 20 min. O resultado da medição através do software de visualização da máquina está apresentado na Fig.5.4.

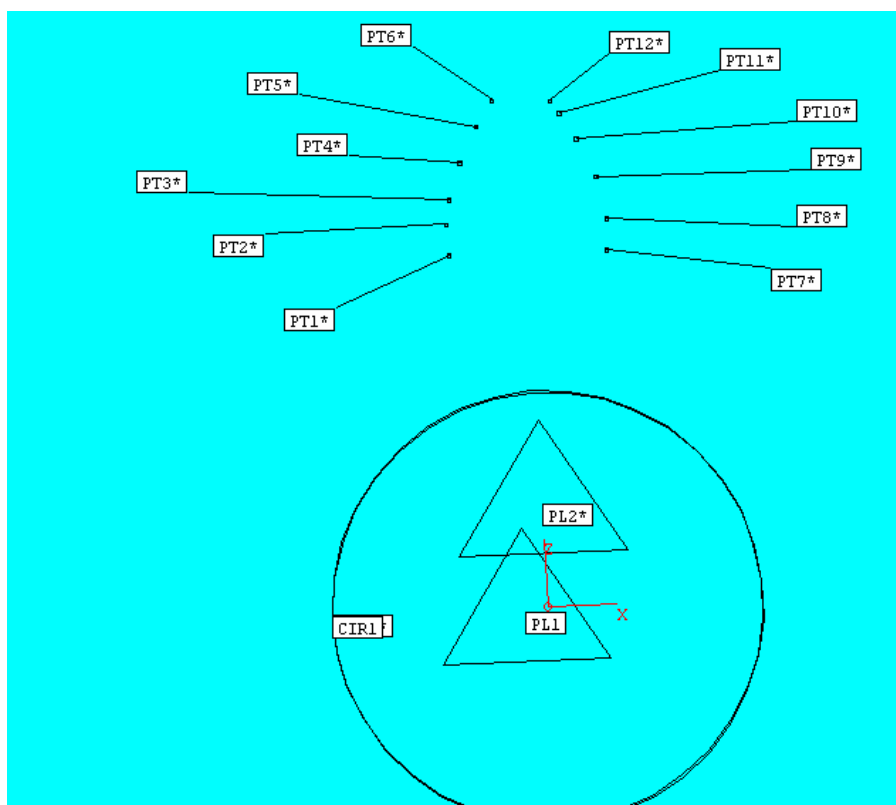


Figura 5.4 – Pontos selecionados para construção da curva evolvental da engrenagem

Com os pontos coletados e armazenados na plataforma IGES, esses foram importados e convertidos para trabalhar na extensão **.xls** do Excel e assim utilizar as estratégias estabelecidas no Capítulo IV com uso do Matlab para obtenção de curvas e superfícies NURBS.

Como foram selecionados poucos pontos para construção da curva NURBS, utilizou-se então 5 pontos para geração da curva e 1 ponto para realizar a validação da proposta utilizando NURBS.

A Tabela 5.2 a seguir apresenta os valores encontrados para as coordenadas que formam o perfil evolvental do lado esquerdo da engrenagem da vista frontal da Fig.(5.4).

Tabela 5.2 – Valores obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas para Construção da Curva Evolvente da Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos medidos em mm (Lado Esquerdo da Engrenagem)

Coordenadas	Pontos Coletados pela Máquina					
	PT1	PT2	PT3	PT4	PT5	PT6
x	-2,720	-2,779	-2,650	-2,251	-1,690	-1,128
y	16,005	16,001	16,001	16,003	16,003	16,009
z	11,461	12,500	13,284	14,473	15,587	16,453

De maneira análoga, a Tabela 5.3 apresenta os valores dos pontos coordenados do perfil evolvental do lado direito da engrenagem medida.

Tabela 5.3 – Valores obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas para Construção da Curva Evolvente da Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos medidos em mm (Lado Direito da Engrenagem)

Coordenadas	Pontos Coletados pela Máquina					
	PT7	PT8	PT9	PT10	PT11	PT12
x	2,389	2,435	2,141	1,562	1,017	0,755
y	16,062	16,062	16,054	16,046	16,040	16,039
z	11,479	12,474	13,824	15,096	15,956	16,358

Com os valores das Tabelas 5.2 e 5.3, juntamente com um arquivo na extensão do Matlab, denominado de **engrenagem.m** utilizou-se o procedimento descrito no Capítulo IV para a construção da curva.

Como a curva evolvental da engrenagem cilíndrica tem que ser simétrica em ambos lados, a análise foi realizada apenas com os pontos coletados do lado esquerdo da engrenagem. A construção e a análise dos resultados obtidos posteriormente com os pontos coletados para o lado direito da engrenagem seria semelhante, uma vez que a quantidade de pontos é a mesma e o espaçamento entre eles bastante próximos ao do lado esquerdo medido pela MMC.

Para construção da primeira envolvente os cinco pontos utilizados da Tab. 5.1 como dados de entrada foram:

$$pnts = [PT1 \ PT3 \ PT4 \ PT5 \ PT6] \quad (5.1)$$

O ponto coordenado PT2 foi então escolhido para realizar a validação do processo e portanto, não está inserido dentro do grupo de pontos coordenados de entrada para obtenção da curva NURBS.

Como visto no Capítulo IV, além dos pontos coordenados (pontos de controle), para uso da ferramenta NURBS é necessário acrescentar valores para função peso, que também faz parte dos dados de entrada. A Tabela 5.4 apresenta os pontos selecionados para a construção da superfície evolvental e os respectivos pesos utilizados no processo.

Tabela 5.4 – Valores usados para construção da Curva Evolvente da Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos e os seus respectivos pesos

Coordenadas	Pontos Coletados pela Máquina				
	PT1	PT3	PT4	PT5	PT6
x	-2,720	-2,650	-2,251	-1,690	-1,128
y	16,005	16,001	16,003	16,003	16,009
z	11,461	13,284	14,473	15,587	16,453
Pesos	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

A Tabela 5.4 apresenta os pontos coordenados e seus respectivos pesos utilizados no processo de obtenção da curva. Vale salientar que não houve alteração dos pesos relacionados a nenhum dos pontos. Isto se deve ao fato de não ocorrer nenhuma mudança acentuada na forma do objeto.

Com a quantidade de pontos de controle escolhidos, o vetor de nós construído com uso da função **qntintervalo.m** para geração de uma curva de grau 3, determinou-se que haverá apenas um único parâmetro entre os valores de zero a um no vetor de nós. O vetor de nós então escolhido foi:

$$u = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1\} \quad (5.2)$$

Como neste caso a quantidade de pontos utilizados para geração da curva evolvental foi pequena, não foi necessário criar matrizes multidimensionais para obter a geometria da curva.

Com a definição dos dados de entrada, ou seja, os pontos coordenados e o vetor de nós foi possível através do uso do procedimento descrito no Capítulo IV determinar a curva evolvental através das NURBS.

O algoritmo para o cálculo da função NURBS, *nrbmak.m*, foi então utilizado para obtenção dos pontos do perfil evolvental e conseqüentemente a geração gráfica deste. A Figura 5.5 apresenta a curva obtida a partir dos dados experimentais.

Curva NURBS da envoltória da engrenagem cilíndrica

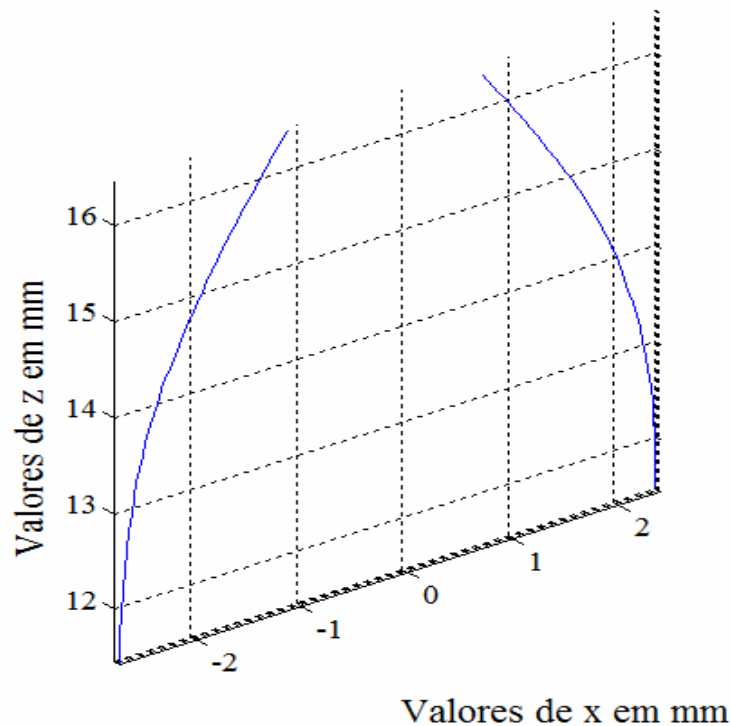


Figura 5.5 – Obtenção das curvas NURBS evolventais a partir dos pontos coordenados coletados pela MMC

A partir da construção do perfil evolvental, fez-se a análise dos resultados conforme a descrição a seguir.

Para construção da matriz de comparação entre os pontos, a geração da curva se

deu através dos parâmetros de x e z . A partir desta análise, fixou-se os valores de x e observou-se os valores de z obtidos pela MMC e os respectivos valores de aproximação obtidos pela NURBS. A Tabela 5.5 apresenta estes dados.

Tabela 5.5 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas e pelas NURBS

Coordenada Z	Zmedido (mm)	Znurbs (mm)	Erro (mm)
PT1	11,461	11,461	0,000
PT2 (*)	12,500	12,285	-0,215
PT3	13,284	13,425	-0,141
PT4	14,473	14,454	0,019
PT5	15,587	15,541	0,046
PT6	16,453	16,453	0,000

Observa-se na Tabela 5.5 que os valores obtidos pela NURBS apresentaram valores diferenciados. Os resultados apresentados variaram de 0 μm a 141 μm para os pontos medidos e utilizados como dado de entrada para a obtenção da curva. Como os pontos usados como dados de entrada PT1 e PT3 estavam mais distantes entre si, quando comparados ao distanciamento entre os pontos PT3, PT4, PT5 e PT6, observa-se que para este intervalo ocorreu um erro maior entre a coordenada medida e a obtida pela NURBS, ou seja, 141 μm . Porém, este resultado obtido foi considerado satisfatório, uma vez que sistemas de escaneamento a Laser possuem uma exatidão da ordem de 20 a 100 μm , valores estes, fornecidos pelos fabricantes.

A Tabela 5.5 também apresenta o ponto PT2 que está em (*) para simbolizar que este ponto não foi utilizado para o cálculo da função NURBS. O resultado para esta situação apresentou um valor de 215 μm .

Como neste trabalho as NURBS são uma função de aproximação, a tendência natural é que os valores fiquem mais próximos dos pontos coordenados utilizados como dados de entrada na metodologia proposta.

Uma forma de minimizar o valor do erro no processo de validação seria aumentando o número de pontos utilizados como dados de entrada, minimizando prováveis alterações significativas na forma da curva, tornando-a mais suave entre os pontos inseridos.

Outra forma de se tentar minimizar os valores obtidos na Tab. (5.6) é alterando-se os valores da função peso. Com esse intuito, fez-se um estudo alterando-se estes valores de modo a minimizar os erros apresentados entre os valores medidos e os obtidos pelas NURBS.

Realizando manipulações nos valores dos pesos, após o método de tentativas, os melhores resultados estão apresentados na Tab.(5.6).

Tabela 5.6 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas para Construção e pela NURBS com alterações da função pesos

Pontos	Zmedido (mm)	Peso utilizado	Znurbs (mm)	Erro (mm)
PT1	11,461	1,000	11,461	0,000
PT2 (*)	12,500	1,000	12,065	-0,435
PT3	13,284	1,008	13,365	0,081
PT4	14,473	0,999	14,433	-0,040
PT5	15,587	1,000	15,542	-0,045
PT6	16,453	1,000	16,453	0,000

Percebe-se da Tabela 5.6 mostra que o erro máximo encontrado foi de 81 μm , levando em consideração apenas os pontos utilizados como dado de entrada para a construção da curva, sendo este ponto equivalente ao erro apresentado pelo ponto PT3.

Quando se altera os pesos, há uma modificação mais acentuada da forma da curva na região em torno do ponto coordenado associado a este peso. Muitas vezes esse procedimento consegue melhorar de maneira satisfatória os resultados relacionados aos erros de medição existente entre os pontos medidos e os pontos obtidos pela ferramenta NURBS. Convém salientar que as modificações dos pesos junto aos pontos coordenados associados, também alteram de maneira significativa as regiões circunvizinhas destes pontos.

Com os valores dos pesos alterados, como mostrado na Tab.(5.6), usou-se o ponto PT2 para verificar o comportamento de um ponto que não foi utilizado para a obtenção da curva para fazer a validação para esta nova situação. Devido à nova forma da curva, o valor do ponto PT2 obtido pela NURBS foi 435 μm . Percebe-se então que a alteração da

função peso minimizou os valores dos erros encontrado pela NURBS, mas houve um aumento do erro apresentado no ponto utilizado para realizar a validação.

A Figura 5.6 mostra a curva evolvental da engrenagem cilíndrica de dentes retos obtida pela NURBS com e sem alteração dos pesos.

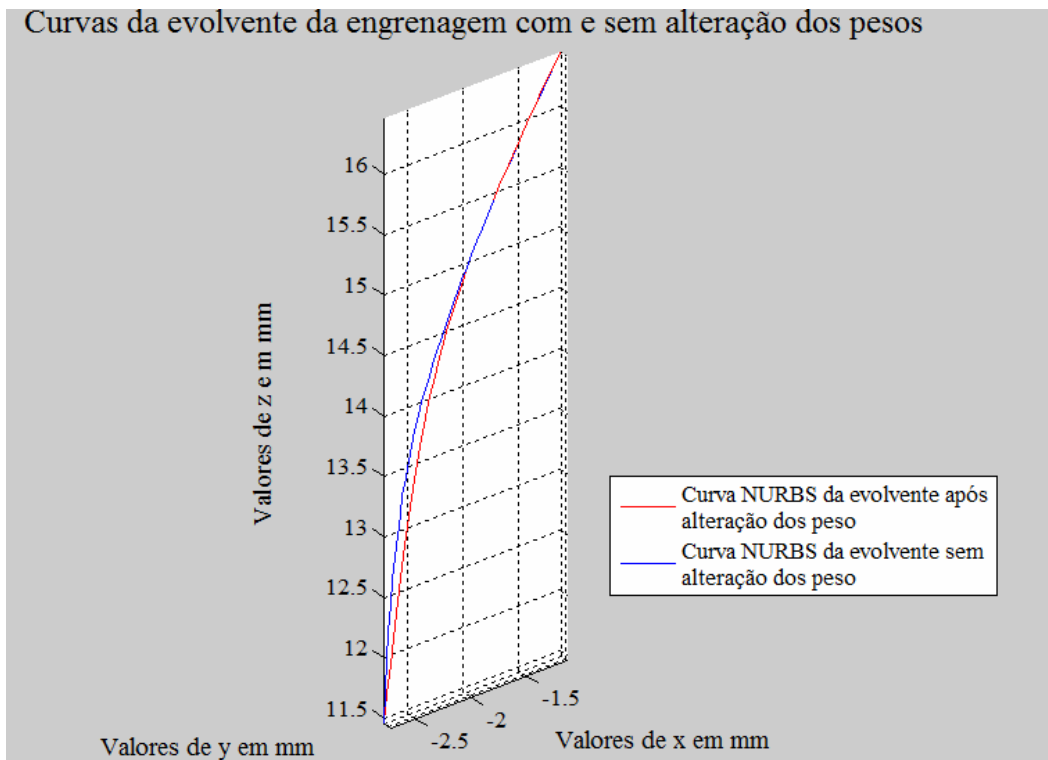


Figura 5.6: Curvas evolventes obtidas pelas NURBS com e sem alteração dos pesos

5.3.2. Geração de uma Superfície de uma Asa de Avião utilizando NURBS

O próximo procedimento experimental consistiu na obtenção do perfil da superfície de uma miniatura de asa de avião modelo MIG. A Figura 5.7 a seguir mostra o modelo utilizado para a geração da superfície.



Figura 5.7 – Modelo utilizado para obtenção da superfície NURBS

Ao contrário da análise experimental realizada anteriormente, neste caso, a partir dos pontos coletados pela máquina, teve-se como objetivo construir uma superfície com uso da ferramenta NURBS e não mais uma curva.

A primeira tarefa realizada com o objeto em mãos foi à definição dos pontos a ser coletados. Ao contrário dos procedimentos conhecidos e utilizados para coleta de pontos com geometrias simples, aqui não há uma regra a ser estabelecida para determinar o número exato de pontos a ser coletados.

Para estabelecer os critérios de projeto, o planejamento e estratégia utilizados para atender a proposta desta tese foram discutidos entre o pesquisador e dois técnicos de notável saber e experiência na área de metrologia industrial.

A miniatura da asa foi então subdividida em malhas contendo pontos específicos para coleta da máquina, e de modo que formasse uma matriz quadrada objetivando facilitar também o procedimento computacional na construção das matrizes multicelulares.

A Figura 5.8 mostra a região da distribuição da malha para medição com os respectivos pontos a ser coletados.



Figura 5.8 – Distribuição da malha para obtenção dos pontos a ser coletados pela MMC

O perfil da asa foi dividida de modo a construir uma matriz quadrada 8 x 8 totalizando um total de 64 pontos utilizados para a construção da superfície. Contudo, o número de pontos total coletados na asa do avião foi 81 pontos coordenados, onde os pontos não utilizados para obtenção da curva foram utilizados para a validação deste experimento. Os espaçamentos entre as linhas que compõe a malha são de aproximadamente 10 mm e os intervalos entre os pontos que estão nas linhas que compõe as malhas variaram entre 5 e 8 mm. Valores de distanciamentos bem superiores aos apresentados na seção 5.3.1. que tinham uma distância média entre os pontos de 0,5 mm.

As operações de planejamento/estratégia, montagem e fixação do modelo e execução das medições, levaram aproximadamente 4 horas. Para realizar a coleta dos dados não foi necessária nenhuma tarefa adicional ao deslocamento do sensor apalpador, ou seja, movimentos de mudança de ângulos e rotações não foram utilizadas.

Assim como na seção anterior, o procedimento de medição teve seu início com os ajustes manuais para determinação do sistema de coordenadas para posteriormente ser realizada a programação automática.

A seqüência de medição pelo sensor iniciou-se da base da asa em direção a extremidade. A Figura 5.9 apresenta a seqüência de medição utilizada nesse processo.

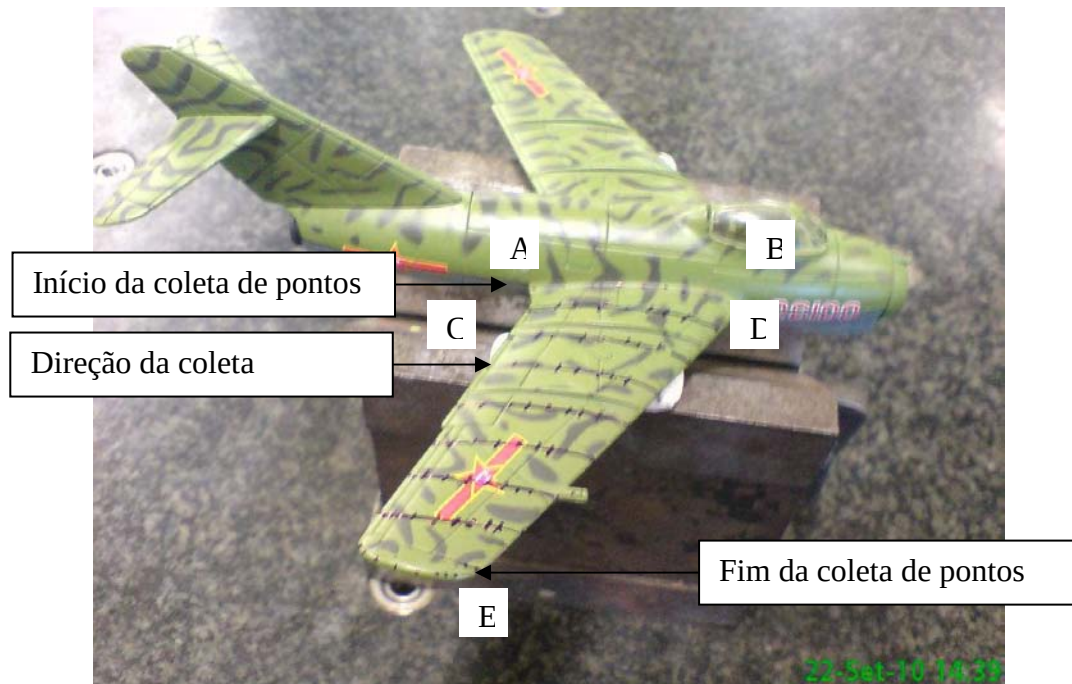


Figura 5.9 – Direção da coleta de pontos utilizado pelo sensor apalpador

A sequência de coleta de pontos utilizada pela máquina foi nas direções de $A \rightarrow B$, de $C \rightarrow D$ e término em E .

O resultado da medição através do software de visualização da máquina está apresentado na Fig.5.10.

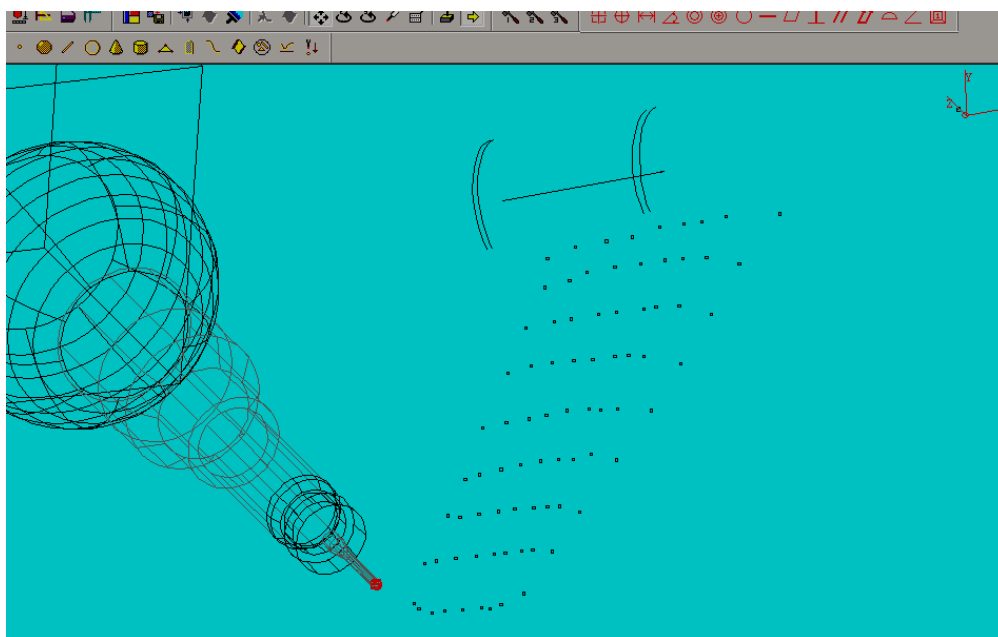


Figura 5.10 – Pontos obtidos pela máquina MMC

Obedecendo a seqüência de pontos coletados estabelecida pela Fig. 5.9 (direção **A** até **E**), é apresentada abaixo as matrizes para cada uma das coordenadas encontrada em toda a superfície do modelo.

As coordenadas x medidas pela MMC foram,

$$X_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} -34,973 & -43,701 & -48,276 & -51,665 & -56,151 & -61,517 & -72,469 & -78,405 \\ -42,169 & -47,652 & -51,931 & -55,218 & -59,815 & -64,683 & -73,811 & -79,283 \\ -47,699 & -52,907 & -56,973 & -59,202 & -64,427 & -67,729 & -76,552 & -82,368 \\ -53,539 & -59,551 & -62,176 & -64,713 & -68,908 & -72,415 & -80,813 & -86,088 \\ -59,212 & -64,562 & -67,610 & -69,597 & -73,763 & -77,569 & -85,537 & -90,337 \\ -65,488 & -69,540 & -72,724 & -75,307 & -78,643 & -82,373 & -90,474 & -93,594 \\ -77,015 & -80,359 & -82,345 & -85,204 & -87,243 & -90,473 & -98,270 & -100,684 \\ -82,496 & -86,271 & -88,270 & -93,090 & -96,385 & -98,929 & -101,542 & -102,682 \end{bmatrix}$$

As coordenadas y medidas pela MMC foram,

$$Y_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} -12,060 & -12,109 & -12,298 & -12,204 & -11,866 & -12,568 & -12,100 & -12,374 \\ -20,516 & -19,071 & -18,606 & -18,362 & -18,033 & -17,601 & -17,965 & -17,296 \\ -28,937 & -27,280 & -26,959 & -26,794 & -26,405 & -26,168 & -25,510 & -25,048 \\ -37,259 & -35,689 & -35,100 & -34,912 & -34,600 & -34,340 & -33,177 & -32,675 \\ -45,108 & -44,638 & -44,408 & -43,898 & -43,592 & -43,833 & -43,263 & -42,833 \\ -53,651 & -52,477 & -52,996 & -52,626 & -52,398 & -52,300 & -52,230 & -52,222 \\ -69,381 & -68,897 & -68,763 & -68,849 & -68,697 & -68,457 & -67,778 & -67,496 \\ -76,457 & -78,257 & -78,697 & -78,503 & -77,941 & -77,842 & -76,310 & -74,871 \end{bmatrix}$$

As coordenadas z medidas pela MMC foram,

$$Z_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} 0,567 & 2,176 & 2,430 & 2,430 & 2,511 & 1,896 & 0,887 & -0,659 \\ 0,313 & 1,948 & 2,390 & 2,433 & 2,283 & 1,839 & 0,591 & -1,618 \\ -0,122 & 1,656 & 2,212 & 2,305 & 2,150 & 2,071 & 0,947 & -0,345 \\ -0,434 & 1,782 & 2,109 & 2,190 & 2,283 & 2,130 & 1,044 & -0,980 \\ -0,459 & 1,575 & 2,072 & 2,253 & 2,342 & 2,247 & 1,336 & 0,464 \\ 0,055 & 1,791 & 2,194 & 2,409 & 2,541 & 2,422 & 1,483 & 0,399 \\ 1,312 & 2,177 & 2,522 & 2,852 & 3,088 & 3,204 & 2,474 & 1,676 \\ 1,388 & 2,560 & 2,541 & 3,529 & 3,468 & 3,000 & 2,648 & 2,158 \end{bmatrix}$$

As coordenadas medidas serviram como dados de entrada (pontos de controle) para determinar a superfície NURBS para o modelo em estudo. Estes pontos foram armazenados em um arquivo do Excel nomeado de *avião.xls*, para posterior uso no aplicativo Matlab. Assim, como no item anterior a metodologia utilizada é análoga ao do procedimento descrito no Capítulo IV.

De forma resumida os dados de entrada para obtenção da superfície NURBS foram,

$$pnts = \begin{bmatrix} X_{MEDIDO} \\ Y_{MEDIDO} \\ Z_{MEDIDO} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Como foram coletados 64 pontos para ser usado como dado de entrada para a geração da superfície, construiu-se uma matriz multidimensional que representou o conjunto de pontos medidos. A matriz multidimensional construída teve a forma (3,8,8), ou seja, uma estrutura multidimensional com 8 páginas, e em cada página contém uma matriz com 3 linhas, representados os eixos *x*, *y* e *z*, e 8 colunas contendo os respectivos valores medidos.

Na planilha do Excel os valores medidos apresentaram-se numa sequência contínua contendo todos os pontos. Então, para a criação da matriz multidimensional, dividiu-se a sequência encontrada no Excel em intervalos contendo nove pontos coordenados. Desta maneira conseguiu-se criar uma matriz da forma (3,8,8).

Por não ter mudança na forma da superfície muito brusca, não se atribuiu num primeiro momento alteração dos pesos específicos para a obtenção da superfície, e sim valores igual a 1 para todos os pontos coordenados (pontos de controle). Com isso, a função de entrada com os pontos coordenados medidos passou a ser,

$$pnts = \begin{bmatrix} X_{MEDIDO} \\ Y_{MEDIDO} \\ Z_{MEDIDO} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Para a construção dessa superfície atribuiu-se uma função de grau 3, e assim, através da função **qntintervalo.m** determinou-se que haverá quatro parâmetros com valores entre zero e um contido no vetor de nós. O vetor de nós então escolhido foi:

$$u = \{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \}$$
 (5.5)

$$v = \{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \}$$

onde esta configuração permitiu uma distribuição mais uniforme dos nós, evitando assim, influenciar de maneira mais específica algumas regiões da superfície, podendo alterar sua forma final.

Outro procedimento também utilizado para minimizar o tempo de processamento do algoritmo desenvolvido no MATLAB foi realizar a normalização dos pontos medidos entre valores de 0 a 1.

Os pontos encontrados para a coordenada Z pela ferramenta NURBS foram,

$$Z_{NURBS} = \begin{bmatrix} 0,567 & 2,010 & 2,385 & 2,441 & 2,404 & 1,933 & 0,605 & -0,659 \\ 0,395 & 1,822 & 2,309 & 2,387 & 2,262 & 0,669 & 0,400 & -1,172 \\ -0,145 & 1,699 & 2,153 & 2,261 & 2,160 & 2,046 & 0,774 & -0,739 \\ -0,386 & 1,639 & 2,085 & 2,210 & 2,236 & 2,043 & 0,758 & -0,647 \\ -0,375 & 1,523 & 2,013 & 2,256 & 2,331 & 2,153 & 1,249 & 0,212 \\ 0,115 & 1,852 & 2,206 & 2,408 & 2,539 & 2,379 & 1,334 & 0,638 \\ 1,161 & 2,124 & 2,469 & 2,820 & 3,027 & 3,062 & 2,275 & 1,603 \\ 1,388 & 2,451 & 2,555 & 2,555 & 3,387 & 3,359 & 2,681 & 2,158 \end{bmatrix}$$

A Figura 5.11 apresenta uma vista da superfície modelada utilizando a ferramenta NURBS.

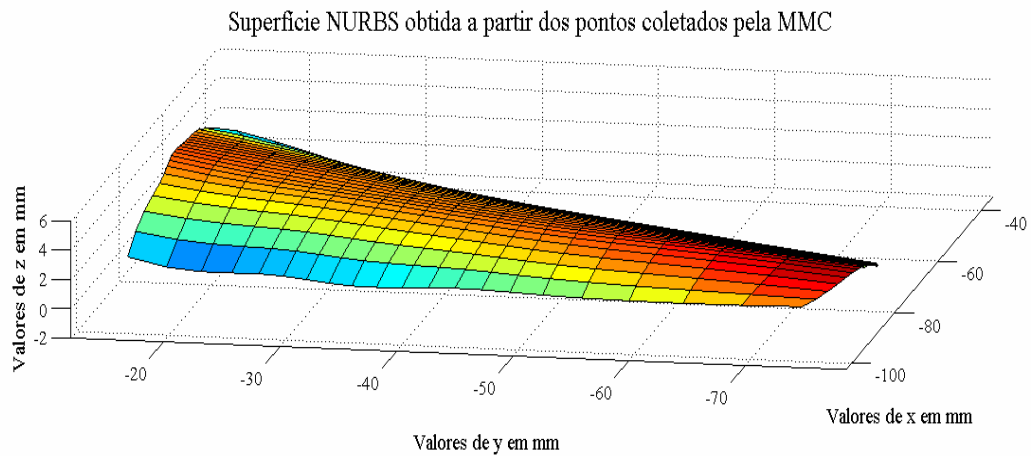


Figura 5.11 – Superfície da asa obtida utilizando NURBS

A Figura 5.12 apresenta outra vista da superfície NURBS da miniatura da asa do avião obtida a partir dos pontos coletados pela MMC.

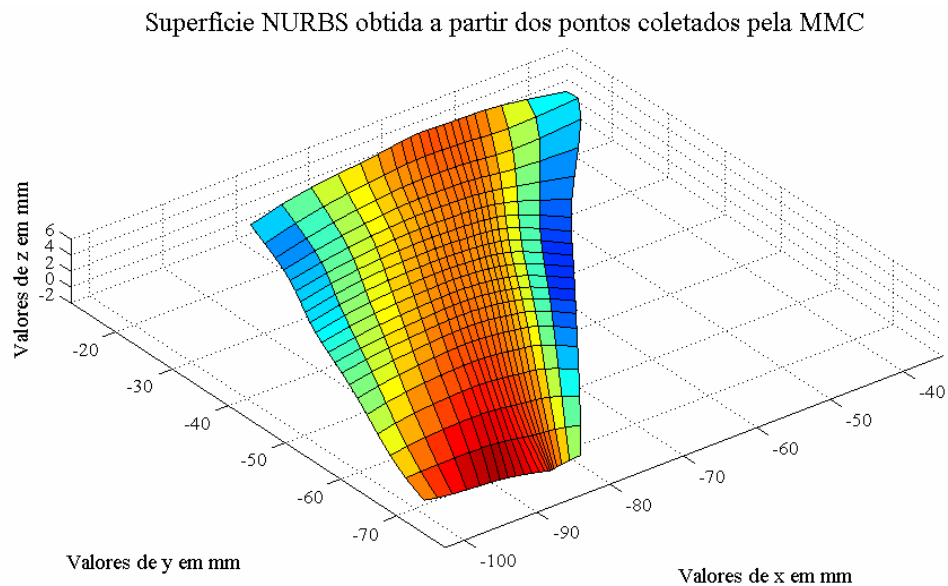


Figura 5.12 – Outra vista da superfície modelada

Com os valores correspondentes de x, y e z medidos, calculou-se a diferença entre os pontos da coordenada z medida e os respectivos valores para esta coordenada obtida pelas NURBS. A partir destes valores criou-se uma matriz de erro para melhor análise dos parâmetros. A seguir apresenta-se a matriz de erro nos quais seus valores são expressos em milímetros.

$$\text{Erro} = \begin{bmatrix} 0,000 & 0,165 & 0,045 & -0,011 & 0,106 & -0,037 & 0,281 & 0,000 \\ -0,106 & 0,126 & 0,081 & 0,046 & 0,021 & 0,015 & 0,149 & 0,446 \\ 0,023 & -0,043 & 0,054 & 0,043 & -0,010 & 0,024 & 0,173 & 0,393 \\ -0,048 & 0,143 & 0,024 & -0,020 & 0,047 & 0,087 & 0,286 & 0,333 \\ -0,083 & 0,050 & 0,058 & -0,003 & 0,011 & 0,093 & 0,086 & 0,251 \\ -0,060 & -0,061 & -0,012 & 0,001 & 0,002 & 0,043 & 0,148 & -0,238 \\ 0,150 & 0,053 & 0,054 & 0,032 & 0,060 & 0,141 & 0,199 & 0,072 \\ 0,000 & 0,109 & -0,013 & -0,014 & 0,142 & 0,109 & -0,033 & 0,000 \end{bmatrix}$$

A Figura 5.13 apresenta graficamente o erro encontrado e distribuído em toda a superfície, como mostrado na matriz Erro.

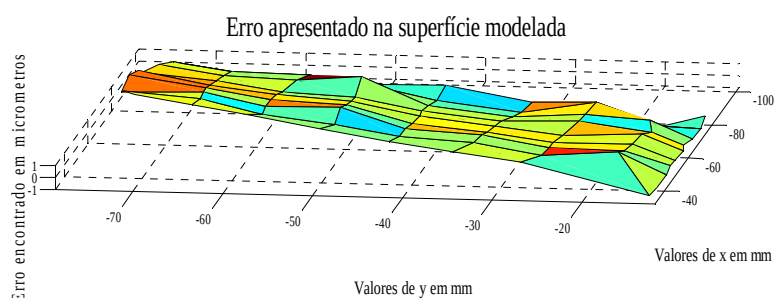


Figura 5.13 – Distribuição do erro encontrado em toda a extensão da asa do avião

Analisando a matriz de erros obtidos entre a coordenada Z medida pela MMC e pelas coordenadas Z obtidas pelas NURBS, observa-se que a grande maioria dos pontos encontra-se abaixo de 100 μm .

A distribuição dos valores da matriz de erro corresponde à diferença entre a coordenada z medida pela máquina e o seu respectivo valor encontrado pela função NURBS, seguindo a sequência estabelecida pela Fig. 5.9. Percebe-se então nesta matriz duas situações: Valores aproximados para as diferenças entre 0 e 100 μm nos primeiros seis pontos coletados, obedecendo a direção de escaneamento (direção $A \rightarrow B$, $C \rightarrow D$, etc) e valores superiores a 100 μm , chegando a um valor máximo de 286 μm , nas regiões mais afastadas próximas ao ponto B.

Analizando os resultados obtidos, percebe-se a necessidade de uma maior coleta de pontos no lado direito da superfície da asa do avião.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos para os valores utilizados para realizar a validação da metodologia aplicada na miniatura da asa do avião

Xmedido	Ymedido	Zmedido	Znurbs	Erro (mm)
-66,442	-12,225	1,444	1,439	0,005
-70,260	-17,291	1,198	1,086	0,112
-73,194	-25,762	1,469	1,331	0,138
-76,559	-33,621	1,696	1,544	0,152
-80,966	-43,604	1,969	1,833	0,136
-86,179	-52,374	2,117	2,029	0,088
-94,507	-68,154	3,005	2,723	0,282
-98,929	-77,842	3,000	3,094	-0,094

A Tabela 5.7 apresenta os resultados obtidos com valores de pontos utilizados para realizar a validação da metodologia desenvolvida. Os valores encontrados para os erros encontraram-se em torno de 100 μm e um ponto atípico no valor de 282 μm .

Assim, como no caso avaliado na engrenagem, a partir dos pontos coletados resolveu-se estudar o comportamento e a influência dos pesos no objeto de estudo. A Figura 5.14 apresenta os pontos escolhidos para realizar esta análise.

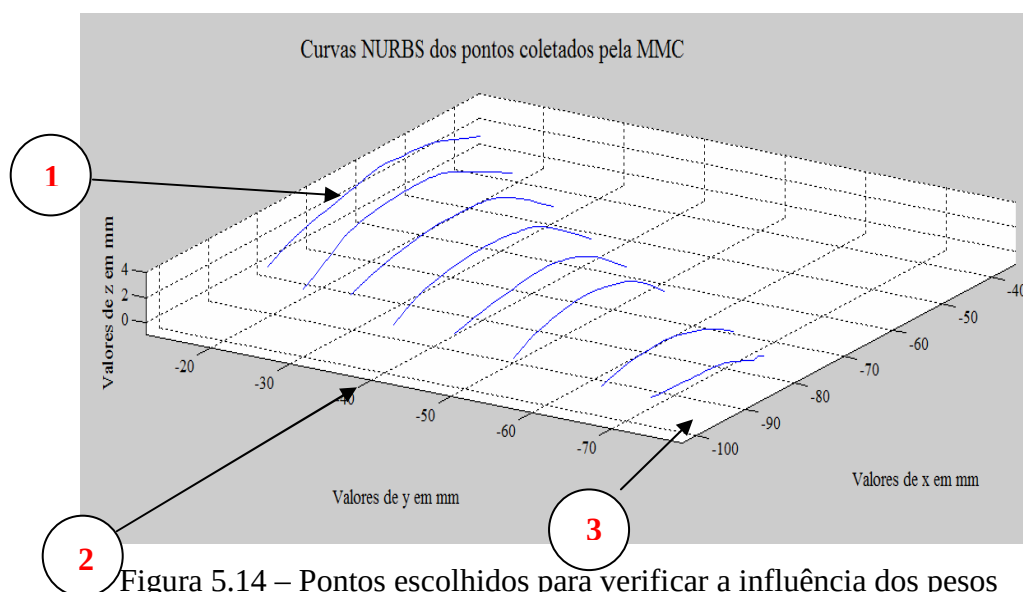


Figura 5.14 – Pontos escolhidos para verificar a influência dos pesos

A Figura 5.14 mostra os itens 1, 2 e 3, que indicam os pontos medidos e escolhidos para fazer a análise da influência dos pesos sobre estes. As Tabelas 5.8, 5.9 e 5.10 apresentam os resultados obtidos com as alterações dos pesos em seus respectivos pontos associados. Também são apresentados os resultados dos valores dos erros da curva NURBS encontrada e os novos valores dos erros encontrados posteriormente a modificação da função pesos.

Tabela 5.8 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 1 da miniatura da asa do avião após alteração da função pesos

Curva de análise: Linha 1								
Pontos Coordenados / Pontos Medidos	1	2	3	4	5	6	7	8
X	-34,973	-43,701	-48,276	-51,665	-56,151	-61,517	-72,469	-78,4050
Y	-12,060	-12,109	-12,298	-12,204	-11,866	-12,568	-12,100	-12,3740
Z	0,567	2,176	2,430	2,430	2,511	1,896	0,887	-0,6590
Pesos	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Znurbs	0,567	2,306	2,475	2,416	2,523	1,892	1,135	-0,659
Erro (mm)	0,000	-0,130	-0,045	0,014	-0,012	0,004	-0,248	0,000
Alteração dos pesos para os pontos coordenados acima								
Novos pesos	1,000	1,000	1,000	1,005	0,950	1,018	0,980	1,000
Znurbs	0,567	2,436	2,522	2,390	2,521	1,789	1,219	-0,659
Erro (mm)	0,000	-0,130	-0,047	0,026	0,002	0,103	-0,084	0,000

O primeiro ponto interessante apresentado na Tabela 5.8 é que para a construção da curva NURBS cuja representação é a presente na Linha 1 da Fig. 5.14, os valores dos erros obtidos na geração desta, apresentam diferenças dos valores encontrados da matriz de erro para a geração da superfície NURBS. Para esta situação (criação de curvas) a influência dos pesos para a construção das curvas NURBS será apenas em uma única direção, ou seja, dos pontos situados ao lado direito e esquerdo do ponto cujo valor do peso seja alterado.

De maneira geral, depois de muitas manipulações nos valores da função pesos, uma solução satisfatória dentre as várias encontradas com alterações dos pesos está apresentada na Tab. (5.8).

Observa-se da Tabela 5.8 que os valores mais discrepantes dos erros encontrados com os pesos alterados, ficaram em torno de 100 μm , apresentando um melhor resultado quando comparado ao resultado obtido sem alteração dos pesos no processo de obtenção da curva.

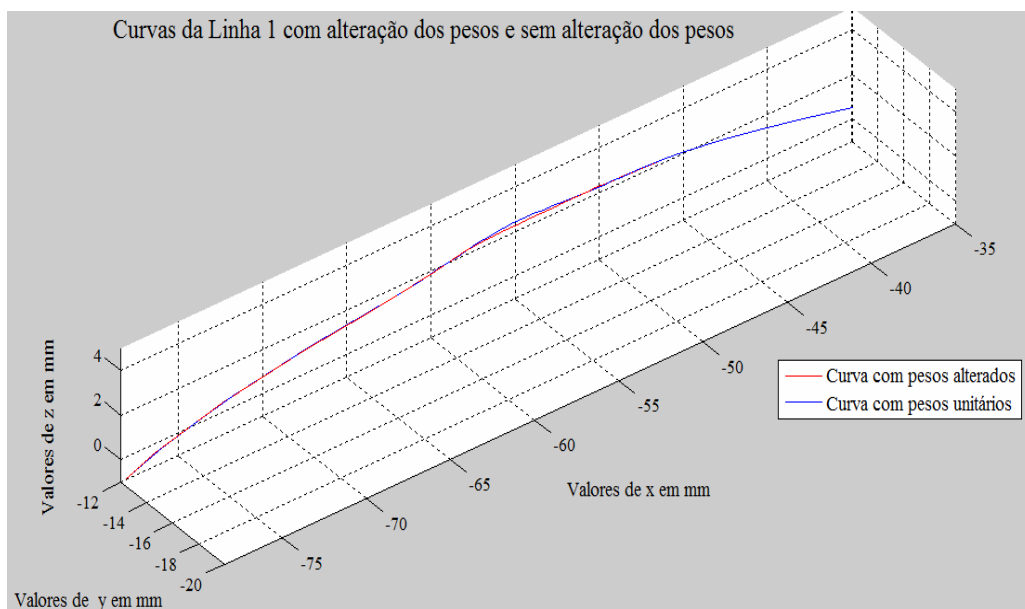


Figura 5.15 – Curva NURBS obtida para Linha 1 com e sem alteração dos pesos

Tabela 5.9 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 2 da miniatura da asa do avião após alteração dos pesos

Curva de análise: Linha 2								
Pontos Coordenados / Pontos Medidos	1	2	3	4	5	6	7	8
X	-59,212	-64,562	-67,610	-69,597	-73,763	-77,569	-80,966	-85,537
Y	-45,108	-44,638	-44,408	-43,898	-43,592	-43,833	-43,604	-43,263
Z	-0,459	1,575	2,072	2,253	2,342	2,247	1,969	1,336
Pesos	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Znurbs	-0,459	1,657	2,140	2,251	2,383	2,181	2,245	1,336
Erro (mm)	0,000	-0,082	-0,068	0,002	-0,041	0,066	-0,276	0,000
Alteração dos pesos para os pontos coordenados acima								
Novos pesos	1,000	0,999	0,998	1,000	1,000	0,998	0,990	0,950
Znurbs	-0,459	1,738	2,154	2,283	2,423	2,243	2,416	1,336
Erro (mm)	0,000	-0,081	-0,014	-0,032	-0,040	-0,062	-0,171	0,000

De maneira análoga a Tab.(5.9) apresenta os valores das alterações dos pesos, relacionados com seus respectivos pontos coordenados e os erros encontrados após as mudanças ocorridas. Os resultados também se apresentaram bastante significativos, e tendo como melhor resposta a redução do erro de 276 μm para 171 μm .

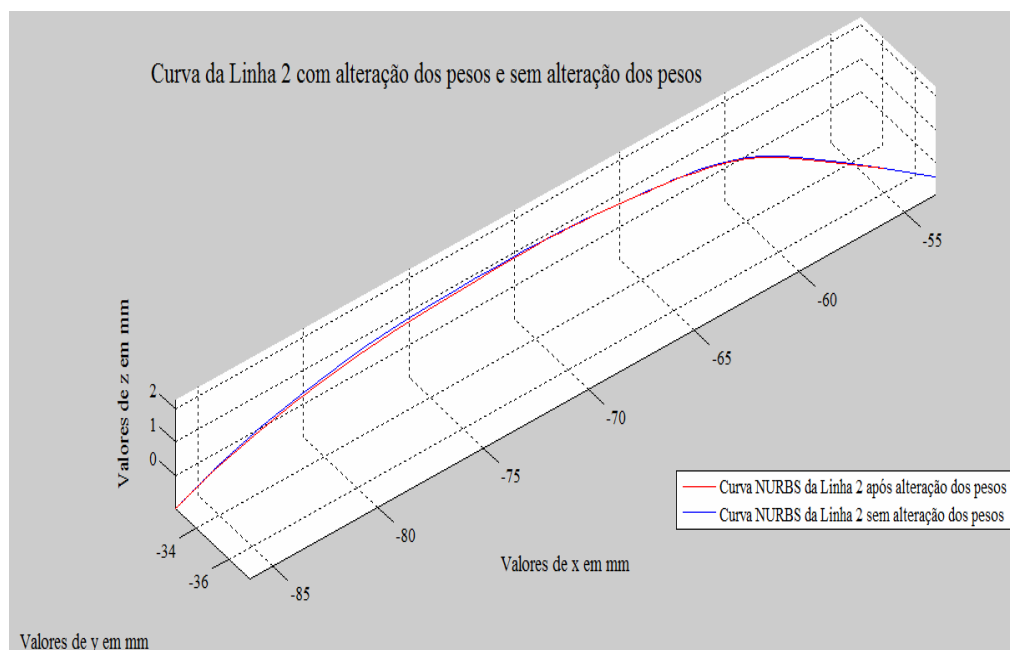


Figura 5.16 – Curva NURBS obtida para Linha 2 com e sem alteração dos pesos

Tabela 5.10 - Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva 3 da miniatura da asa do avião após alteração dos pesos

Curva de análise: Linha 3								
Pontos Coordenados / Pontos Medidos	1	2	3	4	5	6	7	8
X	-77,015	-80,359	-82,345	-85,204	-87,243	-90,473	-94,507	-98,270
Y	-69,381	-68,897	-68,763	-68,849	-68,697	-68,457	-68,154	-67,778
Z	1,312	2,177	2,522	2,852	3,088	3,204	3,005	2,474
Pesos	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Znurbs	1,312	2,128	2,553	2,868	3,108	3,318	3,141	2,474
Erro (mm)	0,000	0,049	-0,031	-0,016	-0,020	-0,114	-0,136	0,000
Alteração dos pesos para os pontos coordenados acima								
Novos pesos	1,000	1,015	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990
Znurbs	1,312	2,079	2,584	2,879	3,132	3,380	3,187	2,474
Erro (mm)	0,000	0,049	-0,031	-0,011	-0,024	-0,062	-0,046	0,000

Os valores encontrados na Tab. (5.10) apresentada anteriormente, mostra os valores encontrados para os erros de relativo à diferença entre os valores z medidos pela MMC e os valores obtidos pela NURBS, na qual a maior redução do erro encontrado foi de $136\text{ }\mu\text{m}$ para $46\text{ }\mu\text{m}$. A Figura 5.17 apresenta as curvas NURBS obtidas para a linha 3 com e sem alteração dos pesos.

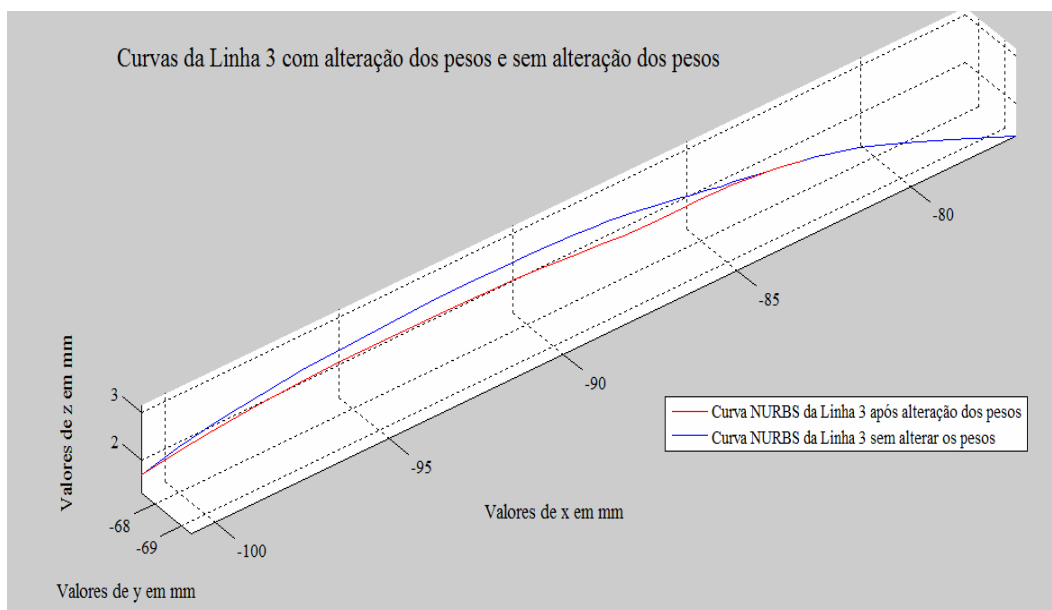


Figura 5.17 – Curva NURBS obtida para Linha 3 com e sem alteração dos pesos

A Tabela 5.11 apresenta três pontos coordenados medidos pela MMC, e estes situados nas direções dos pontos medidos nas Linhas 1, 2 ou 3. Desejou-se aqui analisar o comportamento de um ponto que não foi usado para a construção da curva e verificar a diferença entre os pontos obtidos pela MMC e pela NURBS após alteração dos pesos.

Tabela 5.11 – Valores comparativos de pontos aleatórios medidos por uma MMC e pontos gerados pelas NURBS após alterações da função pesos

Xmedido	Ymedido	Zmedido	Znurbs após alteração dos pesos	Erro (mm)
-66,442	-12,225	1,444	1,434	0,010
-76,559	-33,621	1,696	1,547	0,149
-94,507	-68,154	3,005	2,787	0,218

A Tabela 5.11 apresenta os valores correspondentes para nova coordenada z construída após ter sido realizada as alterações nos pesos. Percebe-se que os valores encontrados foram $10\text{ }\mu\text{m}$ para a curva 1, $149\text{ }\mu\text{m}$ para a curva 2 e $218\text{ }\mu\text{m}$ para a curva 3.

Como comentado anteriormente, as alterações nos pesos, embora minimize de maneira significativa os valores da diferença encontrada entre os valores coletados pela máquina e os valores obtidos pelas NURBS, estes tendem a modificar de maneira também bastante significativa a vizinhança em torno destes pontos, e com isso as coordenadas que não foram utilizadas para construção das curvas ou superfícies são facilmente penalizados com estas alterações, podendo distanciar o ponto de validação do valor medido pela MMC.

5.3.3. Modelagem de um capacete para ciclismo de rua utilizando NURBS

Outro procedimento experimental consistiu na obtenção de uma superfície de um capacete de ciclismo. O capacete tem um comprimento aproximado de 30 cm. Para realizar a modelagem do mesmo, dividiu-se o procedimento em duas etapas. Primeiro considerou-se a modelagem da estrutura uniforme do capacete como única e num procedimento posterior, fez-se a medição de uma das regiões vazadas do mesmo. A Figura 5.18 mostra o modelo utilizado para a geração da superfície.



Figura 5.18 – Capacete ciclístico utilizado para realizar o procedimento experimental

O item 5.3.3.1 apresenta de maneira detalhada o procedimento utilizado para a construção da superfície do capacete, bem como a obtenção da curva da região vazada do mesmo.

5.3.3.1. Geração do Capacete de Forma Inteiriça

Assim como descrito nos tópicos anteriores, a primeira tarefa realizada com o objeto em mãos, foi à definição dos pontos a serem coletados. Os critérios, o planejamento e estratégia estabelecidos neste projeto em específico levaram em consideração que, para a realização total das medições duas etapas seriam necessárias. Primeiro, a medição de um conjunto de pontos para modelagem do capacete e em segundo, outro conjunto de pontos para modelagem da região vazada. O capacete medido tem aproximadamente 30 cm.

O capacete foi então subdividido em malhas contendo pontos específicos nas regiões onde não continham área vazada para realizar a coleta pela máquina. O ideal seria que se coletasse um número de pontos de modo a formar uma matriz quadrada objetivando facilitar o procedimento computacional na construção das matrizes multicelulares, porém, a forma da superfície não permitia essa configuração. Um conjunto de pontos formando uma matriz quadrada não iria refletir a realidade do objeto, pois, o número de pontos coordenados coletados seria reduzido e conseqüentemente as incertezas das medições não seriam atendidas.

Analisando a forma do objeto, é necessário que os pontos utilizados para a obtenção da superfície formem uma matriz quadrada para utilizar a metodologia desenvolvida no Capítulo IV. Então, demarcou-se na base do objeto um total de 12 linhas sobre o capacete, e cada linha contendo em média 22 pontos. As doze linhas seriam as linhas da matriz e os pontos distribuídos sobre estas são as colunas utilizadas na matriz.

Como já discutido também no Capítulo IV, o algoritmo utiliza na sua sub-rotina coordenadas homogêneas, e por este motivo, é necessário que os dados de entrada formem uma matriz quadrada. Então para a construção específica desta pesquisa trabalhou-se com uma matriz 10 x 20, e esta sendo subdividida em outras duas matrizes de 10 x 10, atendendo assim as especificações da metodologia desenvolvida.

A Figura 5.19 mostra a região da distribuição da malha para medição com os respectivos pontos a ser coletados.



Figura 5.19 - Região contendo os pontos a ser coletados pela Máquina de Medição por Coordenadas

As operações de planejamento/estratégia, montagem e fixação do modelo e execução das medições da primeira e segunda etapa, levaram aproximadamente 2 dias.

Para realizar esta coleta, foi necessária em alguns pontos próxima a região da base do capacete, realizar o movimento de rotação e mudança de ângulo do apalpador para evitar a colisão da haste na superfície do modelo, evitando assim, coleta de pontos não reais de medição.

O procedimento de medição teve seu início com os ajustes manuais para determinação do sistema de coordenadas para posteriormente ser feita a programação automática.

A Figura 5.20 mostra o início do procedimento experimental.



Figura 5.20 – Início do procedimento experimental para coleta dos pontos coordenados do capacete ciclístico

O resultado da medição pode ser visualizado através do software da máquina como apresentado na Fig.5.21.

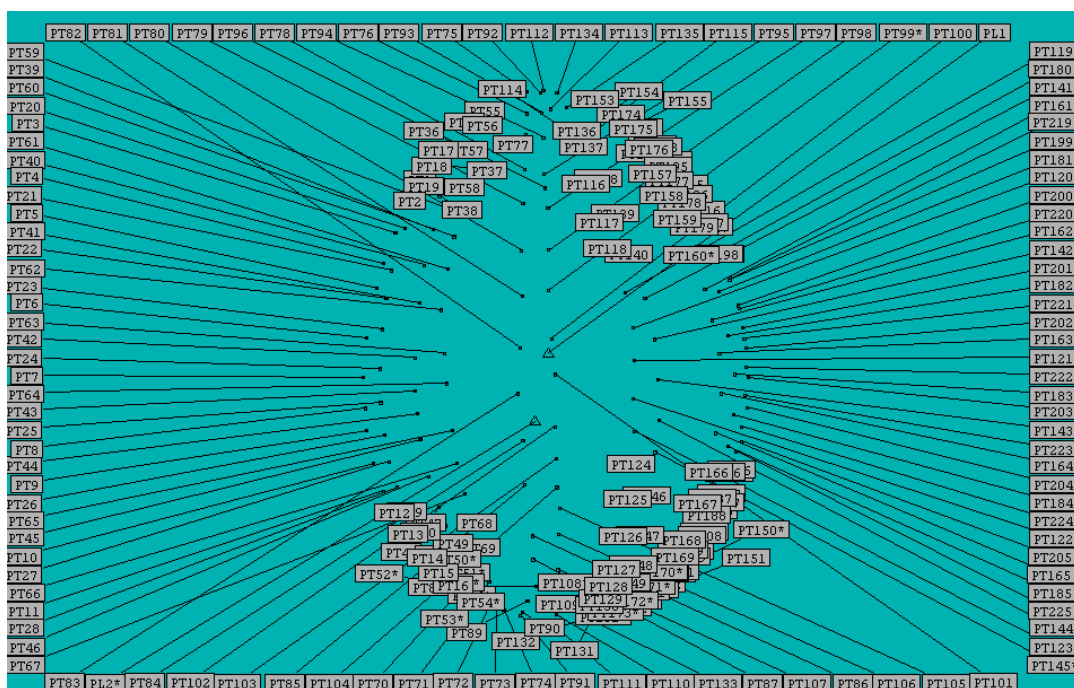


Figura 5.21 – Pontos obtidos pela MMC

A Figura 5.21 apresenta todos os 264 pontos coletados pela Máquina de Medição por Coordenadas. Para a obtenção da superfície do capacete foram utilizados 200 pontos coordenados como dados de entrada.

Porém para realizar a análise do comportamento das NURBS foram escolhidos três conjuntos de pontos sobre o capacete de modo que estes consigam representar de maneira significativa todas as partes do capacete. Como o capacete é simétrico, no planejamento fez-se essa consideração e este foi dividido em doze linhas sobre sua superfície, seis do lado direito e seis do lado esquerdo. Porém, para a obtenção da superfície o capacete utilizou-se dez linhas, e as outras duas linhas contendo pontos medidos foram utilizados para realizar a validação da metodologia.

A metodologia foi aplicada somente no lado esquerdo do capacete onde se escolheu três conjuntos de pontos, localizados na base do capacete, outra na diagonal e por último na região superior. O número de pontos utilizados como dados de entrada para a obtenção da superfície foram 200, porém, para realizar a análise dos erros encontrados pela diferença entre os pontos medidos e as NURBS utilizou-se os pontos da base do capacete, da diagonal e da parte superior do mesmo. A Figura 5.22 mostra estas regiões.

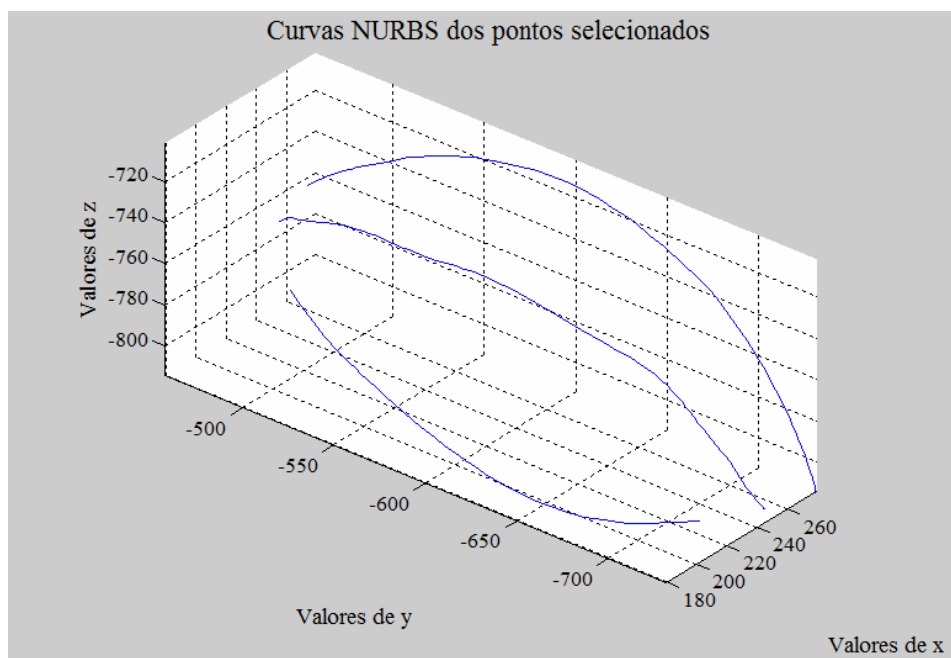


Figura 5.22 – Localização da região da base, diagonal e parte superior do capacete

A Tabela 5.12 apresenta os pontos coordenados medidos pela MMC para realizar a análise comparativa após a construção da superfície NURBS.

Tabela 5.12 – Valores dos pontos medidos pela MMC para a base do capacete, diagonal e parte superior do capacete

Valores das coordenadas medidas pela MMC								
Base do Capacete			Diagonal do Capacete			Parte superior do Capacete		
Xmedido	Ymedido	Zmedido	Xmedido	Ymedido	Zmedido	Xmedido	Ymedido	Zmedido
276,187	-456,981	-765,150	303,994	-461,959	-765,789	336,477	-486,886	-767,504
277,659	-467,269	-755,709	309,543	-469,962	-759,492	341,914	-494,303	-767,481
280,871	-477,202	-749,151	316,044	-479,343	-754,323	350,284	-505,729	-770,631
284,285	-490,396	-740,824	322,829	-493,007	-748,646	358,821	-520,177	-771,763
290,058	-509,103	-730,055	332,981	-515,500	-741,845	363,215	-529,330	-773,812
293,905	-531,804	-718,628	338,842	-528,739	-738,359	369,523	-543,024	-776,241
297,872	-546,595	-713,768	345,037	-547,936	-733,431	374,509	-555,116	-779,214
306,319	-588,502	-704,243	350,503	-566,202	-729,791	379,397	-570,961	-783,616
306,320	-605,829	-703,991	353,110	-582,990	-728,432	382,432	-586,091	-788,639
305,322	-625,800	-702,266	354,323	-600,538	-728,239	383,828	-600,911	-793,345
306,101	-658,492	-718,870	357,278	-621,210	-733,981	383,740	-614,931	-798,018
304,334	-675,977	-730,157	354,471	-641,225	-739,152	381,951	-630,614	-803,424
304,329	-693,604	-745,987	351,348	-660,818	-746,268	379,203	-643,371	-806,541
303,312	-708,713	-764,794	347,353	-676,208	-756,599	371,548	-664,693	-811,962
302,355	-716,442	-777,643	340,691	-693,510	-769,239	367,438	-673,288	-812,968
300,904	-723,609	-797,553	332,452	-708,243	-784,990	361,269	-684,191	-813,486
300,927	-723,535	-798,308	327,005	-714,116	-798,159	354,318	-694,425	-814,151
301,204	-728,225	-807,350	318,793	-721,306	-803,812	345,962	-704,440	-814,159
300,964	-730,144	-814,293	313,937	-725,926	-814,171	338,406	-711,298	-814,160

As coordenadas medidas serviram então como os dados de entrada (pontos de controle) para determinar a superfície NURBS para o modelo em estudo. Estes pontos foram armazenados em um arquivo do Excel nomeado de *capacete.xls*, para posterior uso no aplicativo Matlab. A sequência a ser utilizada é análoga ao do procedimento descrito no Capítulo IV.

Para a construção da primeira parte da superfície atribuiu-se uma função de grau 3, 10 pontos de controle e a partir da função *qntintervalo.m* determinou-se que haverá seis parâmetros com valores entre zero e um contido no vetor de nós. Foi realizado o procedimento análogo para a construção da segunda parte da superfície do capacete. O vetor de nós então escolhido foi:

$$\begin{aligned}
 u &= \{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.1 \ 0.25 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.75 \ 0.9 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \} \\
 v &= \{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.1 \ 0.25 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.75 \ 0.9 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \}
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

onde esta configuração permitiu uma distribuição mais uniforme dos nós, evitando assim, influenciar de maneira mais específica algumas regiões da superfície, podendo alterar sua forma final. As Figuras 5.23 e 5.24 a apresentam duas vistas diferentes da superfície modelada utilizando a ferramenta NURBS.

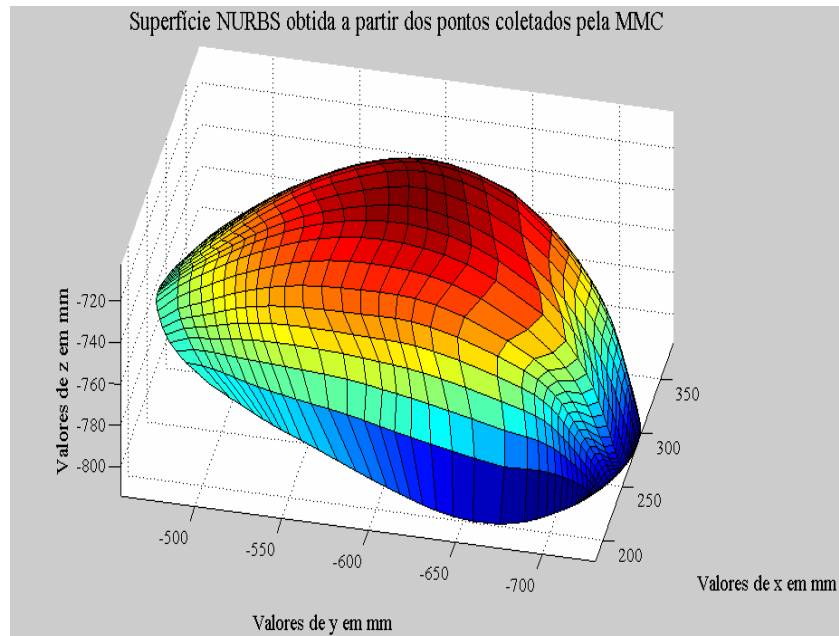


Figura 5.23 – Superfície do capacete obtido utilizando NURBS

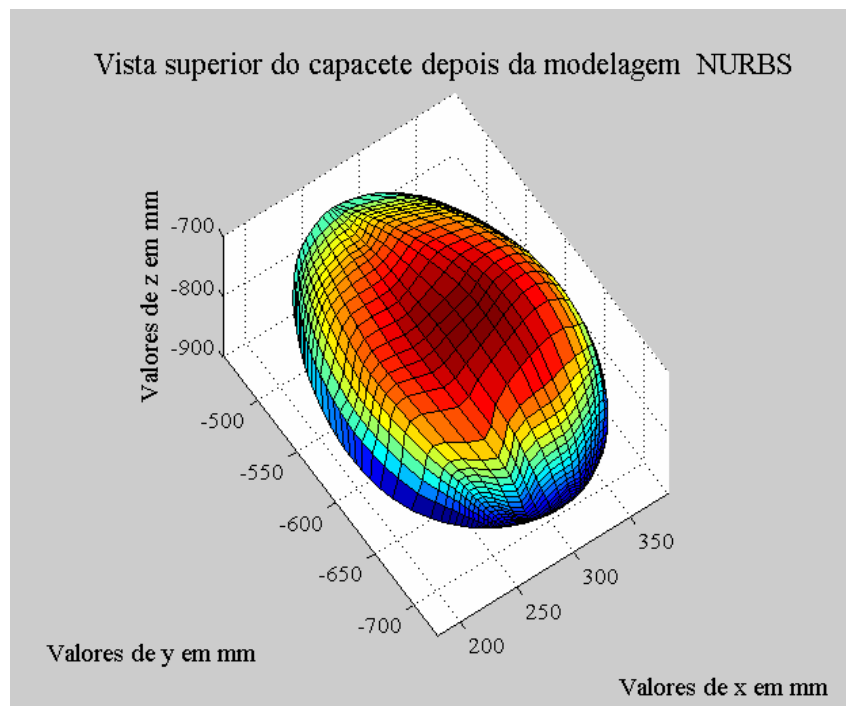


Figura 5.24 – Outra vista da superfície modelada

A partir dos valores encontrados para as NURBS, construiu-se a Tab. (5.13) com os valores comparativos correspondentes para a coordenada z obtida pela MMC e pela NURBS para a construção da superfície do capacete.

Tabela 5.13 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela Máquina de Medição por Coordenadas e pela NURBS para construção da superfície do capacete

Pontos da Base do Capacete			Pontos da Diagonal do Capacete			Pontos da Parte superior do Capacete		
Zmedido	Z NURBS	Erro (mm)	Zmedido	Z NURBS	Erro (mm)	Zmedido	Z NURBS	Erro (mm)
-767,504	-767,504	0,000	-765,789	-765,851	-0,062	-767,504	-767,858	-0,354
-767,481	-766,979	0,502	-759,492	-758,676	0,816	-767,481	-767,765	-0,284
-770,631	-770,954	-0,323	-754,323	-753,372	0,951	-770,631	-770,472	0,159
-771,763	-771,331	0,432	-748,646	-748,042	0,604	-771,763	-771,367	0,396
-773,812	-773,813	-0,001	-741,845	-741,184	0,661	-773,812	-773,860	-0,048
-776,241	-776,102	0,139	-738,359	-737,376	0,983	-776,241	-775,354	0,887
-779,214	-778,946	0,268	-733,431	-732,663	0,768	-779,214	-778,353	0,861
-783,616	-783,087	0,529	-729,791	-728,824	0,967	-783,616	-782,770	0,846
-788,639	-788,429	0,210	-728,432	-727,641	0,791	-788,639	-788,207	0,432
-793,345	-793,345	0,000	-728,239	-727,369	0,870	-793,345	-792,647	0,698
-798,018	-797,697	0,321	-733,981	-733,415	0,566	-798,018	-797,111	0,907
-803,424	-803,415	0,009	-739,152	-739,998	-0,846	-803,424	-802,399	1,025
-806,541	-806,346	0,195	-746,268	-745,891	0,377	-806,541	-805,990	0,551
-811,962	-812,539	-0,577	-756,599	-756,746	-0,147	-811,962	-811,793	0,169
-812,968	-813,097	-0,129	-769,239	-768,371	0,868	-812,968	-811,976	0,992
-813,486	-813,458	0,028	-784,990	-784,010	0,980	-813,486	-812,986	0,500
-814,151	-814,277	-0,126	-798,159	-797,856	0,303	-814,151	-813,406	0,745
-814,159	-814,168	-0,009	-803,812	-804,653	-0,841	-814,159	-813,731	0,428
-814,160	-814,160	0,000	-814,171	-814,167	0,004	-814,160	-814,194	-0,034

A Tabela 5.13 apresenta os valores correspondentes à base do capacete, à diagonal do capacete e da parte superior deste. Estes valores são relativos ao lado esquerdo do mesmo. Analisando a Tabela 5.13 verifica-se que os valores encontrados apresentaram: para a base do capacete valores para o erro entre 0 μm e 577 μm , para a diagonal do capacete 0 μm e um valor maior de 983 μm e na parte superior valores entre 0 μm e um ponto atípico de 1025 μm .

A distribuição de pontos demarcados sobre a superfície do capacete mostrou que para o mesmo número de pontos observados (19 pontos coordenados) sobre a superfície deste, o agrupamento dos pontos distribuídos se mostrou diferenciada. Enquanto, na região da base estes pontos apresentavam-se mais próximos, à medida que os pontos eram distribuídos para a região superior do capacete, o espaçamento entre os pontos tornavam-se

maiores, conseqüentemente, os erros apresentados na região da diagonal e da parte superior do capacete foram maiores, como se verifica na Tabela 5.13

Percebe-se então, que para minimizar os valores encontrados, seguindo a metodologia desenvolvida nesta tese, é necessária uma maior quantidade de pontos localizados sobre a superfície do capacete para ser utilizados como dados de entrada para modelagem NURBS. A Tabela 5.14 apresenta os resultados para a diferença entre a coordenada Z medida pela MMC e pela NURBS.

Tabela 5.14 – Valores das coordenadas utilizadas para realizar a validação do procedimento proposto

Xmedido	Ymedido	Zmedido	Znurbs	Erro (mm)
204,306	-549,461	-743,981	-744,290	0,309
235,947	-704,637	-780,144	-781,056	0,912
279,445	-727,617	803,374	803,467	-0,093
301,526	-721,136	-788,898	-789,337	0,439
328,678	-503,940	-746,838	-747,272	0,434
371,764	-557,784	-768,182	-768,401	0,219
375,825	-654,037	-809,575	-810,041	0,466

A Tabela 5.14 apresentou valores que variaram entre 93 μm e 912 μm . Percebe-se, que os valores encontrados não apresentaram muito distantes dos obtidos pelos pontos coordenados utilizados como dados de entrada para a obtenção da superfície. A maioria dos valores encontrados na Tab. (5.14) ficaram em torno dos 400 μm , e dois valores atípicos, sendo justamente os valores máximos e mínimos encontrados (912 μm e 91 μm) após o uso da metodologia desenvolvida.

Assim como nos procedimentos experimentais da engrenagem e do avião, realizou-se a modificação dos pesos para verificar o comportamento da curva obtida com os pontos medidos da diagonal do capacete. A Tabela 5.14 apresenta os valores encontrados para as coordenadas Z obtida pela NURBS e os respectivos erros encontrados para os pontos medidos.

Tabela 5.15 – Valores comparativos para a coordenada Z obtidos pela MMC e pela NURBS para construção da curva (Diagonal do Capacete) após alteração dos pesos

Pontos da Diagonal do Capacete			Pontos da Diagonal do Capacete			
Valores para peso igual a 1			Valores para pesos diferentes de 1			
Zmedido	Z NURBS	Erro (mm)	Zmedido	Pesos utilizados	Z NURBS	Erro (mm)
-765,789	-765,789	0,000	-765,789	1,000	-765,789	0,000
-759,492	-760,049	-0,557	-759,492	1,005	-759,939	-0,447
-754,323	-754,971	-0,648	-754,323	0,996	-755,084	-0,761
-748,646	-747,728	0,918	-748,646	0,998	-749,418	-0,772
-741,845	-741,576	0,269	-741,845	1,000	-742,072	-0,227
-738,359	-738,599	-0,240	-738,359	0,998	-738,700	-0,341
-733,431	-733,047	0,384	-733,431	1,000	-733,872	-0,441
-729,791	-729,411	0,380	-729,791	0,998	-729,523	0,268
-728,432	-728,144	0,288	-728,432	1,000	-728,233	0,199
-728,239	-727,250	0,989	-728,239	0,995	-727,548	0,691
-733,981	-733,473	0,508	-733,981	0,999	-733,572	0,409
-739,152	-738,828	0,324	-739,152	1,000	-738,840	0,312
-746,268	-746,240	0,028	-746,268	1,000	-746,269	-0,001
-756,599	-756,214	0,385	-756,599	0,997	-756,329	0,270
-769,239	-769,377	-0,138	-769,239	1,000	-769,411	-0,172
-784,990	-784,255	0,735	-784,990	0,998	-784,470	0,520
-798,159	-798,774	-0,615	-798,159	0,998	-797,513	0,646
-803,812	-803,412	0,400	-803,812	1,000	-803,417	0,395
-814,171	-814,171	0,000	-814,171	1,000	-814,171	0,000

A Tabela 5.15 apresenta de maneira geral, os resultados encontrados após manipulação nos valores da função pesos. O maior valor encontrado para a diferença entre os pontos z medidos pela MMC e os pontos obtidos pela NURBS foi 918 μm , enquanto que após realizar alteração nos pesos, o maior valor encontrado foi 772 μm e a Fig.(5.25) mostra a curva da diagonal do capacete com e sem a influência dos pesos.

Na situação do capacete, mesmo se alterando os valores para a função pesos, os resultados obtidos ainda apresentaram valores considerados elevados para a diferença entre os pontos medidos e os obtidos pelas NURBS. Daí, a reafirmação da necessidade de uma maior coleta de pontos sobre a superfície do capacete para obtenção de melhores resultados.

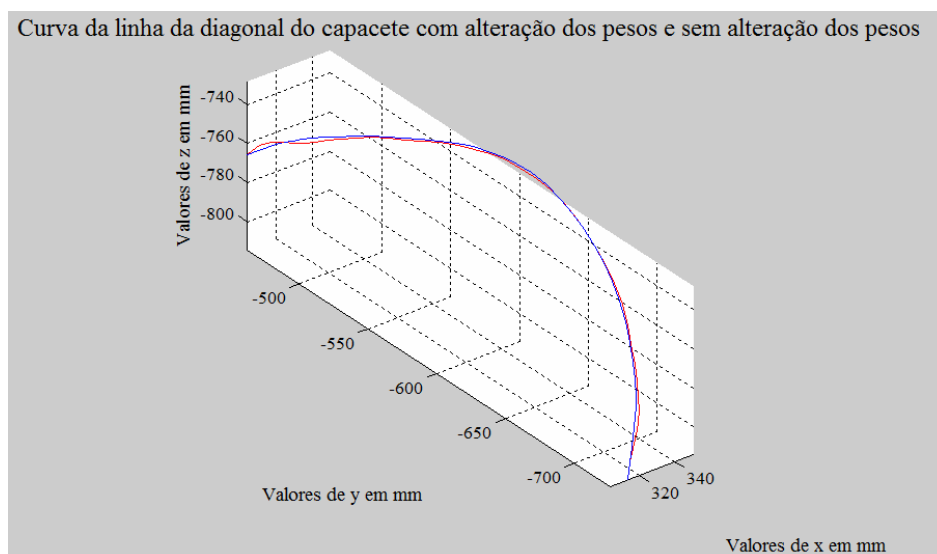


Figura 5.25 – Curva NURBS da diagonal do capacete com e sem alteração dos pesos

A Tabela 5.16 apresenta dois pontos coordenados medidos pela MMC localizados na linha da diagonal do capacete. Deseja-se aqui analisar o comportamento de pontos que não foram usados para a construção da curva e verificar a diferença entre o valor correspondente da coordenada z medida pela máquina e o obtido pela NURBS após alteração dos pesos.

Tabela 5.16 – Valor comparativo de um ponto aleatório medido por uma MMC e o respectivo ponto gerado pela NURBS após alteração dos pesos

Xmedido	Ymedido	Zmedido	Znurbs após alteração dos pesos	Erro (mm)
328,678	-503,940	-743,538	-744,751	-1,213
337,727	-701,334	-775,846	-774,992	0,854

Percebe-se da Tab. (5.16) que os valores dos erros encontrados foram 1,213 mm e 854 μ m. A grande desvantagem quando se realiza a modificações dos pesos, é que embora ocorra a melhora dos valores relacionados aos pontos coordenados utilizados para a construção da curva, muito possivelmente ocorre alteração na forma da curva ou superfície e assim, pontos aleatórios sendo penalizados pela modificação desta geometria.

5.3.3.2. Geração da Forma de Corte a ser dada no Projeto do Capacete Ciclístico

A segunda etapa no processo de medição do capacete consistiu na coleta de pontos medidos em uma região vazada do mesmo. O objetivo dessas medições foi obter um número significativo de pontos de modo a obter a forma da curva como descrito nos tópicos anteriores.

A Figura 5.26 apresenta a região vazada medida pela MMC.



Figura 5.26: Localização dos pontos a ser medido pela MMC para construção da curva NURBS

A Figura 5.26 mostra a localização dos pontos onde se realizou a medição pela MMC para construção da curva NURBS. Um total de 40 pontos foram utilizados para a obtenção da curva NURBS representando a região vazada do capacete.

O número total de pontos coletados pela MMC foi de 45, sendo 40 pontos utilizados para a construção da curva, e os outros 05 pontos foram utilizados para a validação da metodologia desenvolvida. Na região de maior curvatura, um número maior

de pontos foi medido, enquanto que nas partes retas da região vazada, um menor número de pontos foi coletado.

Os pontos medidos pela máquina foram,

$$X_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} 419,259 & 419,626 & 420,191 & 421,125 & 421,703 & 422,317 & 423,278 & 424,312 & 427,319 & 429,450 \\ 430,190 & 431,269 & 432,070 & 432,012 & 433,242 & 434,986 & 435,542 & 436,159 & 437,332 & 437,591 \\ 437,655 & 437,454 & 436,206 & 432,994 & 431,585 & 429,632 & 427,303 & 425,058 & 423,294 & 422,512 \\ 417,893 & 417,956 & 418,167 & 418,371 & 418,640 & 419,049 & 419,049 & 419,049 & 419,259 & 419,049 \end{bmatrix}$$

$$Y_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} -675,396 & -677,630 & -679,844 & -683,476 & -684,887 & -685,256 & -685,255 & -685,614 & -686,193 & -685,329 \\ -684,516 & -684,517 & -684,525 & -683,317 & -682,428 & -678,565 & -675,741 & -671,188 & -663,171 & -659,240 \\ -657,536 & -655,486 & -653,494 & -651,270 & -651,005 & -650,868 & -650,857 & -650,975 & -651,211 & -651,392 \\ -660,069 & -661,431 & -663,310 & -668,350 & -671,475 & -673,656 & -673,656 & -673,656 & -675,396 & -673,656 \end{bmatrix}$$

$$Z_{MEDIDO} = \begin{bmatrix} -677,916 & -682,232 & -687,200 & -694,505 & -697,825 & -699,398 & -700,971 & -702,783 & -705,344 & -702,909 \\ -701,328 & -699,420 & -697,916 & -696,787 & -692,764 & -683,184 & -677,926 & -670,692 & -658,761 & -654,272 \\ -652,541 & -650,944 & -650,935 & -650,133 & -650,126 & -650,126 & -650,126 & -650,126 & -650,126 & -650,926 \\ -656,237 & -659,073 & -665,410 & -670,184 & -674,846 & -674,846 & -674,840 & -674,846 & -674,850 & -677,916 \end{bmatrix}$$

Como comentado no item 5.3.1, para a obtenção de uma curva NURBS não é necessário a construção de matrizes multidimensionais. Para a construção dessa curva atribuiu-se uma função de grau 3, e a partir da função *qntintervalo.m* determinou-se que haverá 36 parâmetros com valores entre zero e um contido no vetor de nós. O vetor de nós então escolhido foi:

$$u = \{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.10 \ 0.2 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.275 \ 0.3 \ 0.325 \ 0.35 \ 0.375 \ 0.4 \ 0.425 \ 0.435 \ 0.45 \\ 0.465 \ 0.475 \ 0.485 \ 0.5 \ 0.515 \ 0.525 \ 0.535 \ 0.55 \ 0.565 \ 0.575 \ 0.6 \ 0.625 \ 0.65 \ 0.675 \ 0.7 \ 0.725 \\ 0.75 \ 0.775 \ 0.8 \ 0.825 \ 0.85 \ 0.875 \ 0.9 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \}$$

onde esta configuração permitiu uma distribuição mais uniforme dos nós, evitando assim, influenciar de maneira mais específica algumas regiões da superfície, podendo alterar sua forma final.

Os pontos encontrados para a coordenada Z pela ferramenta NURBS foram,

$$Z_{NURBS} = \begin{bmatrix} -677,916 & -682,062 & -687,035 & -694,201 & -697,511 & -699,323 & -700,997 & -702,533 & -706,181 & -702,712 \\ -701,383 & -699,397 & -697,863 & -696,832 & -692,353 & -682,908 & -677,644 & -670,832 & -658,653 & -654,033 \\ -652,374 & -651,363 & -650,850 & -650,199 & -650,127 & -650,126 & -650,126 & -650,126 & -650,326 & -650,792 \\ -655,249 & -656,286 & -659,402 & -665,149 & -669,888 & -674,857 & -674,887 & -674,878 & -674,874 & -677,916 \end{bmatrix}$$

Com os valores correspondentes de x, y e z medidos, calculou-se a diferença entre os pontos da coordenada z medida e os respectivos valores para esta coordenada obtida pelas NURBS. A partir destes valores criou-se uma matriz de erro para melhor análise dos parâmetros. A seguir apresenta-se a matriz de erro nos quais seus valores são expressos em milímetros.

$$ERRO = \begin{bmatrix} 0,000 & -0,170 & -0,165 & -0,304 & -0,274 & -0,075 & 0,026 & -0,250 & 0,837 & -0,197 \\ 0,055 & -0,023 & -0,053 & 0,045 & -0,411 & -0,276 & -0,282 & 0,140 & -0,108 & -0,239 \\ 0,167 & 0,419 & -0,085 & 0,066 & 0,001 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,200 & -0,134 \\ 0,593 & 0,049 & 0,329 & -0,261 & -0,296 & -0,011 & 0,041 & 0,032 & 0,028 & 0,000 \end{bmatrix}$$

Os valores das diferenças apresentadas e expressas pela matriz de erro acima, apresentam valores bem distintos, ou seja, uma seqüência de erros com valores da ordem de 0 µm e 60 µm, e outros valores em torno de 250 µm.

Os menores valores encontrados na matriz de erro são devido a uma quantidade maior de pontos utilizados na construção das regiões de maior curvatura, e os erros maiores, apareceram na região de menor curvatura da seção vazada do capacete, uma vez que uma menor quantidade de pontos medidos foram utilizados.

Seguindo a metodologia utilizada em todo este capítulo, a curva NURBS obtida para a região vazada do capacete está apresentada na Fig. (5.27).

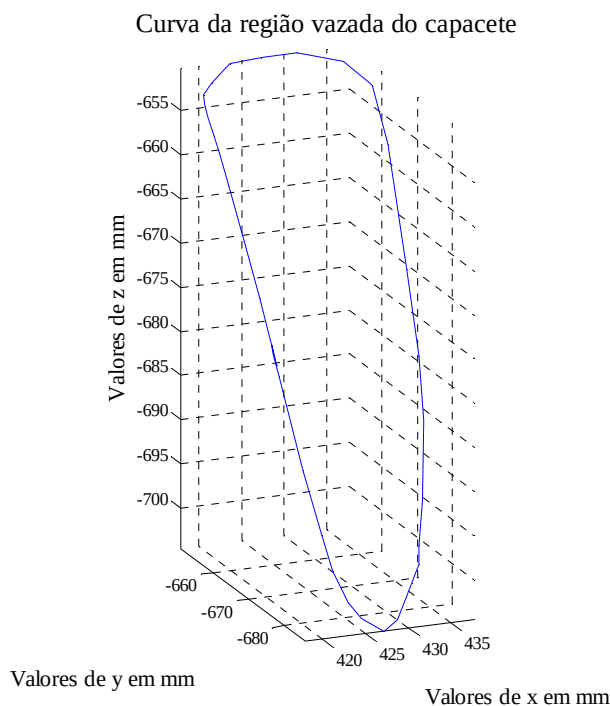


Figura 5.27 – Curva NURBS da região vazada do capacete

A Figura 5.27 apresenta a curva NURBS obtida a partir dos pontos coletados pela Máquina de Medição por Coordenadas, representando uma região vazada do capacete.

Tabela 5.17 – Resultados obtidos para os valores utilizados para realizar a validação da metodologia aplicada na região vazada do capacete

Xmedido	Ymedido	Zmedido	Znurbs	Erro (mm)
418,191	-665,689	-661,720	-661,877	0,157
420,679	-681,957	-691,302	-690,960	-0,342
426,206	-686,195	-705,074	-704,197	-0,877
434,005	-651,670	-650,636	-650,401	-0,235
436,901	-667,283	-663,918	-664,893	0,975

A Tabela 5.17 apresenta os resultados obtidos com os valores dos pontos coordenados utilizados para a validação desse procedimento. Os menores valores encontrados na Tab. (5.17) foram de pontos localizados e medidos nas regiões de maior curvatura da região vazada, sendo estes valores 157 μm , 235 μm e 342 μm . As maiores diferenças apresentadas foram de 877 μm e 975 μm , e foram de pontos localizados em regiões mais retas da região vazada. Isto ocorreu porque o espaçamento entre os pontos

medidos eram bem maiores quando comparados aos pontos medidos nas regiões de maior curvatura.

Como a função NURBS é uma função de aproximação, quando os pontos medidos são utilizados para a modelagem de curvas e superfícies, já se espera uma diferença entre os valores coletados e os gerados pelas NURBS.

5.4. CONCLUSÃO

Este capítulo teve como principal objetivo apresentar os resultados obtidos experimentalmente com uma Máquina de Medição por Coordenadas com contato utilizando apalpador do tipo touch trigger. A partir dos pontos coletados pela máquina, utilizou-se a metodologia desenvolvida no Capítulo IV para a obtenção de curvas e superfícies de formas livres. A parte experimental deste trabalho de tese consistiu na obtenção da curva evolvental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, de uma miniatura de uma asa de modelo MIG e de um capacete de ciclista.

O resultado obtido foi considerado satisfatório, uma vez que os erros entre os valores medidos e os obtidos pelas NURBS para a construção da curva evolvental da engrenagem cilíndrica de dentes retos variou entre 0 a 140 μm . É importante ressaltar que a exatidão dos sistemas de escaneamento a Laser, fornecida pelos fabricantes variam de 20 a 100 μm o que demonstra que a metodologia proposta nesta tese é eficiente. O ponto utilizado para realizar a validação apresentou um erro de 215 μm . Também foi realizada a alteração da função pesos para a curva evolvental, e para este caso, houve uma melhora nos valores para os erros encontrados, porém, o ponto utilizado para a validação apresentou uma diferença de 435 μm .

O segundo procedimento experimental realizado foi a obtenção do perfil da asa de um avião (miniatura). No caso da asa do avião os resultados encontrados para a diferença entre os pontos medidos e os obtidos pelas NURBS variou de 0 até 100 μm na maior parte da asa do avião. Os resultados, porém, também mostraram a necessidade de uma maior coleta de pontos na região direita do avião, tomando como base o sentido de escaneamento, onde os erros apresentados chegaram ao valor de 286 μm . A partir das respostas encontradas, percebe-se então, a necessidade de realizar uma maior coleta de pontos na região direita da asa do avião para minimizar os valores dos erros encontrados.

O terceiro e último procedimento experimental foi à obtenção da superfície de um capacete de ciclista. Este foi dividido em duas etapas: a construção inteiriça do capacete e depois da curva de uma região vazada do mesmo. Embora os pontos coletados modelassem a superfície do capacete, a análise quantitativa apresentada neste capítulo foi: da base do capacete, da diagonal do capacete e da parte superior do capacete. Os resultados encontrados apresentaram valores superiores a 100 μm nas três regiões analisadas quantitativamente (região da base do capacete, diagonal e parte superior). Os melhores resultados foram encontrados na base do capacete. Com relação à diagonal e a parte superior do capacete os valores encontrados para os erros foram maiores, uma vez que para uma mesma quantidade de pontos da base, estes se posicionaram mais afastados entre si devido ao maior comprimento da parte superior do capacete, chegando a ocorrer diferenças da ordem de 983 μm . Percebe-se então, que para minimizar os valores encontrados, seguindo a metodologia desenvolvida nesta tese, é necessária uma maior quantidade de pontos localizados sobre a superfície do capacete para serem utilizados como dados de entrada para modelagem NURBS.

De um modo geral, nas situações em que os pontos medidos se localizavam próximos entre si, o uso da ferramenta NURBS se mostrou eficiente, os menores valores para as diferenças obtidas entre os valores medidos e os obtidos pelas NURBS foram encontrados no primeiro e segundo procedimento experimental, ou seja, a obtenção do perfil evolvental da engrenagem e o perfil da asa do avião, verificando que a metodologia desenvolvida pode ser utilizada de maneira satisfatória, e que no caso do capacete, uma quantidade maior de pontos garantirá bons resultados com a aplicação desta.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO FINAL

Este trabalho de tese teve como principal objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para obtenção de curvas e superfícies de formas livres com o uso de NURBS, utilizando uma Máquina de Medição por Coordenadas (MMC) com contato utilizando apalpador do tipo touch-trigger por medição ponto a ponto. Este equipamento foi responsável pela coleta das medições de pontos distribuídos sobre a superfície de peças utilizadas como estudo de caso.

Além da parte de simulação, este trabalho também realizou uma parte experimental que consistiu na análise da curva evolvental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, de uma miniatura de uma asa de modelo MIG e de um capacete de ciclista.

De maneira geral, as principais conclusões deste trabalho podem ser enumeradas como:

- 1) O uso da metodologia desenvolvida no Capítulo IV para a obtenção de curvas e superfícies NURBS, mostrou que os resultados obtidos por simulação para análise de geometrias como: parábola, perfil de uma engrenagem gerada a partir de uma expressão analítica e formas geométricas não definidas por equações atenderam a faixa especificada

entre 20 e 100 μm .

2) Após os bons resultados obtidos pela parte de simulação, partiu-se para a análise experimental. O primeiro procedimento realizado foi à obtenção do perfil de uma curva evolvental de engrenagem de dentes retos. Neste projeto, objetivou-se determinar a diferença entre os pontos medidos pela MMC e valor definido pelas NURBS, após empregar a metodologia desenvolvida no Capítulo IV. O resultado obtido foi considerado satisfatório, uma vez que os erros entre os valores medidos e os obtidos pelas NURBS variaram entre 0 e 140 μm .

3) As NURBS também foram desenvolvidas para obter superfícies de geometrias de formas livres. Neste caso, dois experimentos foram realizados. Primeiro analisou-se o comportamento das funções NURBS para obtenção do perfil de uma asa de avião (miniatura) e também um capacete para ciclistas. No caso da asa do avião os resultados encontrados para a diferença entre os pontos medidos e os obtidos pelas NURBS variou de 0 até 100 μm na maior parte da asa do avião. Os resultados porém, também mostraram a necessidade de uma maior coleta de pontos na região direita do avião, tomando como base o sentido de escaneamento, onde os erros apresentados chegaram ao valor de 286 μm .

Com relação ao capacete os resultados encontrados apresentaram valores superiores a 100 μm nas três regiões analisadas quantitativamente (região da base do capacete, diagonal e parte superior). Com uma menor distância entre os pontos localizados na base do capacete, essa foi a região onde encontrou os menores valores para a diferença entre os pontos medidos pela MMC e os obtidos pelas NURBS. Com relação à diagonal e a parte superior do capacete, os valores encontrados para os erros foram maiores. Percebe-se então, que para minimizar os valores encontrados, seguindo a metodologia desenvolvida nesta tese, é necessária uma maior quantidade de pontos localizados sobre a superfície do capacete para ser utilizados como dados de entrada para modelagem NURBS.

4) Também trabalhou-se com a alteração dos pesos, para realizar a análise desse efeito sobre a construção de curvas e superfícies NURBS. Verificou-se que os resultados apresentados obtiveram uma melhora significativa após a alteração destes.

5) O emprego de Máquinas de Medição por Coordenadas utilizando apalpador do tipo

touch trigger se mostrou eficiente para obtenção de curvas e superfícies de formas livres e/ou complexas utilizando NURBS.

6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- 1) Aplicar a metodologia desenvolvida para outros tipos de engrenagens, tais como: helicoidais e hipóidais;
- 2) Realizar um procedimento para modificação da função pesos das NURBS utilizados para a construção de curvas e superfícies;
- 3) Desenvolver uma metodologia para definir o número mínimo de pontos e sua distribuição na superfície a ser medida levando em consideração as dimensões e complexidade das peças.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ALBERTAZZI, A., SOUSA, A., PEZZOTA, C., “Controle geométrico através da metrologia óptica: chegando onde nenhum outro meio de medição consegue chegar”. Metrologia & Instrumentação, São Paulo/SP, pg 38-42. 2003.
- ALBUQUERQUE, L. A., “Alinhamento de Imagens de Profundidade na Reconstrução 3D de Objetos de Formas Livres”. Dissertação de Mestrado. UNB. 2006.
- ALVAREZ, R. L. P., “Otimização das Formas de Cascos de Deslocmento em Relação a sua Resistência ao Avanço”. Dissertação de Mestrado. USP. 2008.
- AMARO, A. N., CIRNE, J. S., RILO, N. F., VAZ, M., MONTEIRO, J., “Utilização de Técnicas de Interferometria Holográfica na Detecção de Defeitos em Compósitos Laminados”. CEMUC. Portugal. 2006.
- AQUINO, D. M. G & CARVALHO, J. C. M., “Malhagem de Superfícies Tridimensionais Utilizando-se de NURBS E B-SPLINES”. XII Seminário de Iniciação Científica. UFU. 2003.
- ARENHART, F. A., “Desempenho Metrológico de Máquinas de Medição por Coordenadas no Âmbito Industrial Brasileiro”. Fundação CERTI, Florianópolis. 2007.
- ASSUNDI, A., “Computer aided moiré methods”. <<http://www.ntu.edu.sg/mpe/research/programmes/sensors/sensors/moire/camm.html>>, acesso em 25 de abril de 2009.

- BAGCI, E., “*Reverse engineering applications for recovery of broken or worn parts and re-manufacturing: tree case studies*”. Advanced in Engineering Software. July, 2008.
- BARBARINI, L. H. M., “*Síntese de Cascos de Embarcações através de Métodos de Otimização Aplicados a Curvas B-Splines*”. Dissertação de Mestrado. USP. 2007.
- BARDELL, R., BALENDRAN, V. & SIVAYOGANATHAN, K., “*Accuracy analysis of 3D data collection and free-form modeling methods*”. Journal of Materials Processing Technology. Vol (133), pg 29-33. 2003.
- BRAUNBECK, O. A., TORSO, D., FABBRO, I. M. D., “*Uso de técnicas de Moiré na inspeção da forma tridimensional de corpos simétricos*”. FEAGRI, UNICAMP. 2007.
- BOSH, J. A. & DEKKER, M., “*Performance Evaluations*. In Coordinate Measuring Machines and Systems, 2007.
- BUSCHINELLI, P. D. V., ALBERTAZZI, A. & FANTIN, A. V., “*Desenvolvimento de um Sistema Óptico por Triangulação Cônica para a Inspeção do Perfil de Dutos*”. 4º PDPETRO, Campinas, São Paulo. 2007.
- CABRAL, A. & REBORDÃO, J. M., “*Metrologia absoluta de comprimento por interferometria de varredura de frequência*”. INETI. Portugal. 2006.
- CASTRO, A. & AMARO, A. M., “*Utilização de Técnicas Interferometria Holográfica na Detecção de Defeitos em Compósitos Laminados*”. Revista Iberoamericana de Ingenieria Mecánica. Vol 10. Pag. 83 – 91. 2008.
- CESAR JÚNIOR, R. M., “*Reconstrução Tridimensional por Ajuste de Superfícies Paramétricas*”. Dissertação de Mestrado. UNICAMP. 1994.

- CHANG, M. & LIN, K. H., “*Non-contact scanning measurement utilizing a space mapping method*”. Optics and Lasers Engineering, pp 503-512. Taiwan 1999.
- CHANG, H. C. & LIN, A.C., “*An innovative algorithm for statistic sampling of measured points and simplifying measuring probe orientation for sculpture surfaces*”. Int J Adv Manuf Technol. 41:780-798. 2008.
- CHEN, X. D., YOUNG, J. H., WANG, G., PAUL, J. C. & XU, G., “*Computing the minimum distance between a point and a NURBS curve*”. Computer Aided Design. Vol 40, pag. 1051-1054. 2008.
- CHENG, M. Y., WU, H.W. & SU, A.W.Y., “*On Non-Uniform Rational B-Splines Surface Neural Networks*”. Neural Process Lett. Vol 28, pag. 1-15. 2008.
- CHUNG, S. C., “*CAD/CAM Integration of ON-The-Machine Measuring and Inspection System for Free-Form Surfaces*”. Computer Aided Design. 2000.
- COELHO, P. C. & TAVARES, J. M. R. S., “*Introdução às técnicas para levantamento de forma tridimensional sem contato*”. Universidade do Porto, PT. 2002.
- CORDINI, J. C., LEMOS II, D. L & LOCH, J., “*Análise de Corrosão em Estruturas Metálicas Utilizando Técnicas de Fotogrametria Digital à Curta Distância*”. UFSC. 2001.
- CORE SERVICES, www.core-services.com, acesso em 24 de novembro de 2010.
- COTTRELL, J. A., HUGHES, T. J. R. & REALI, A., “*Studies of refinement and continuity in isogeometric structural analysis*”. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. (196), pag. 4160-4183. 2007.
- CURRAN, E. & PHELAN, P. “*Quality and Inspection of Machining Operations: CMM Integration to the Machine Tool*”. Journal of Manufacturing Science and Engineering. Vol. 131. 2004.

- CURLESS, B., SIGGRAPH 99 “*Course on 3D Photography: Overview of Active Vision Techniques*”. <<http://www.cs.cmu.edu/~seitz/course/SIGG99/slides/curless-active.pdf>>, acesso em 25 de abril de 2009.
- DIMAS, E. & BRIASSOULIS, D., “*3D geometric modelling based on NURBS: a review*”. Advanced in Engineering Software. Vol.30. 1999.
- DONATELLI, G. D., GONÇALVES, A. A., SCHENEIDER, C. A. & PFEIFFER, G., “*Metrologia geométrica na indústria: tendências e desafios*”. Florianópolis. 2006.
- DUCCI, S. C., “*Compression of 3D models with NURBS*”. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne. 2003.
- ELKOTT, D. & VELDHUIS, S. C., “*CAD-Based sampling for CMM inspection of models with sculptured features*”. Engineering with computers. Vol 23. Pg. 187-206. 2007.
- ELMARAGHY, H. & YANG, X., “*Computer-Aided Planning of Laser Scanning of Complex Geometries*”. Manufacturing Technology. Vol 52, 2003.
- FAN, K. C., “*A non-contact automatic measurement for free-form surface profiles*”. Computer Integrated Manufacturing System. Vol 10, p 277-285. 1997.
- FERNANDES, L. A. F., “*Estudo de Métodos para Extração de Formas e Realização de Medidas a partir de Imagens*”. Porto Alegre. UFRS. 2005.
- FERNANDEZ, P., RICO, J. C., ALVAREZ, B. J., VALINO, G. & MATEOS, S., “*Laser scan planning based on visibility analysis and space partitioning techniques*”. Int J Adv Manuf Technol. Vol 39. 2008.
- FERNEDA, A. B., “*Integração Metrologia, CAD e CAM: Uma contribuição ao Estudo da Engenharia Reversa*”. Dissertação de Mestrado. USP. 1999.

- FERREIRA, F., “*Medição por contacto versus medição óptica em máquinas de medir por coordenadas (3D)*”. CATIM – Centro de Apoio Tecnológico à Indústria Metalomecânica. Portugal. 2007.
- FOLEY, J. D., “*Computer Graphics: Principles and Practice*”. Second Edition in C. Addison-Wesley Pearson Education. 1997.
- GESTEL, N. V., CUYPERS, S., BLEYS, P., KRUTH, J. P., “*A performance evolution test for laser line scanner on CMMs*”. Optics and Lasers Engineering. 2008.
- GINNIS, A. I. & KAKLIS, E. I., “*A discrete methodology for controlling the sign of curvature and torsion for NURBS*”. Computing. Vol (86). Pag. 117-129.2009.
- HARRIS, J. O. & SPENCE, A. D., “*Geometric and quasi-static thermal error compensation for a laser digitizer equipped coordinate measuring machine*”. Machine Tools & Manufacture. Vol. 44. 2004.
- HEO, E. Y., KIM, D. W., LEE, J. Y., KIM, K. Y., “*Computer-aided measurement plan for an impeller on a coordinate measurement machine with a rotating and tilting probe*”. Robotics and Computer Integrated Manufacturing. 24:788-795. 2008.
- HU, S. M. & WALLNER, J., “*A second order algorithm for orthogonal projection onto curves and surfaces*”. Computer Aided Geometric Design. Vol. 22, pag. 251-260. 2005.
- HUGHES, T. J. R., REALI, A. & SANGALLI, G., “*Efficient Quadrature for NURBS based Isogeometric Analysis*”. Elsevier Science. 2008.
- KAI, Z., GUANJUN, W., HOUZHONG, J. & ZHONGYI, T. “*NURBS interpolation based on exponential smoothing forecasting*”. Int. J Adv Manuf Technol. Vol (39), pag. 1190-1196. 2008.

- KOINI, G. N., SARAQUINOS, S. S. & NIKOLOS, I. K., “*A software tool for parametric design of turbomachinery blades*”. *Advances in Engineering Software*. Vol (40). Pg 41 – 51. 2009.
- LANDON, R. L, HAST, M. W. & PIAZZA, S. J., “*Robust contact modeling using trimmed NURBS surfaces for dynamic simulations of articular contact*”. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*. Vol 198. 2009.
- LEE, K. H. & PARK, H. Y., “*Automated inspection planning of free form shape parts by laser scanning*”. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, pp 201-210. 2002.
- LEI, W. T. & WANG, S. B., “*Robust real-time NURBS path interpolators*”. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. Vol (49), pag. 625-633. 2009.
- Li, Z., GOU, J. & CHU, Y., “*Geometric Algorithms for Workpiece Localization*”. *IEEE*, 1998 (6), 864-878.
- LI, G. & GU, P., “*Free form surface inspection techniques state of the art review*”. *Computer aided design*, pp 1395-1417, Canada. 2004.
- LI, G. & GU, P., “*Automatic Localization and Comparison for Free-Form Surface Inspaction*”. *Journal of Manufacturing System*. Vol.25. 2006.
- LIMA, C. B., “*Engenharia Reversa e Prototipagem Rápida: Estudos de Caso*”. *Dissertação de Mestrado*. UNICAMP. 2003.
- LIMA, C. R. G., “*Um estudo comparativo de sistemas de medição aplicáveis ao controle dimensional de superfícies livres em peças de médio e grande porte*”. *Dissertação de mestrado*. UFSC. 2006.

- LIMA JUNIOR, J. C., “*Determinação de Planeza de Superfícies Metrológicas Assistida por Computador*”. Dissertação de Mestrado. UFPB. 2003.
- LIMA JUNIOR, J. C., “*Aplicação de Redes Neurais Artificiais para determinar parâmetros de geometrias, substitutas em MMCs*”. Tese de doutorado, João Pessoa. UFPB. Julho, 2007.
- LIN, C. C. & HUNG, S. J., “*A Three-dimensional Non-Contact Measurement System*”. The International Journal Advanced Manufacturing Technology. Vol.(13) 419-425. 1997.
- LIN., K. Y., UENG, W. D. & LAI, J. Y., “*CNC codes conversion from linear and circular paths to NURBS curves*”. Int J Adv Manuf Technol. Vol (39), pag. 760-773. 2008.
- LINO, A. C. L., “*Técnica óptica de moiré visando aplicação no estudo de superfícies irregulares*”. Dissertação de Mestrado. UNICAMP. 2002.
- MARTIN, T., COHEN, E. & KIRBY, R. M., “*Volumetric parameterization and trivariate B-spline fitting using harmonic functions*”. Computer Aided Geometric Design. Vol (26), pag. 648-664. 2009.
- MENQ, C. H., YAU, H. T. & LAI, G. Y., “*Automated precision measurement of surface profile in CAD-directed inspection*”. IEEE Trans Robotics Automation. 1992 (2): 268-278.
- METRIS, www.metris.com/catalog, acesso em maio de 2009.
- METRIS, www.metris.com/catalog, acesso em janeiro de 2011.
- MINNETO, C. F., “*Um Estudo sobre Curvas NURBS*”. Dissertação de Mestrado. UFRGS. 2003.

- MIRANDA, A. C. O & MARTHA, L. F., “*Geração de Malhas Estruturadas a partir de um Espaço Paramétrico de Triangulações Estruturadas*”. CILAMCE. 2004.
- NOGUEIRA, T. B., R., “*Um Método de Projeto Mecatrônico para as Necessidades das Pequenas e Médias Empresas*”. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. UFBA. 2007.
- OBEIDAT, S. M. & RAMAN, S., “*An intelligent sampling method for inspecting free form surfaces*”. Int J Adv Manuf Technol, pp 1125-1136. March 2009.
- PEREIRA, D., “*CAM: developments in computer-integrated manufacturing*. Springer-Verlag. Germany. pp. 237-239. 2007.
- PHILLIPS, S.D., “*Performance Evaluations*”. Coordinate Measuring Machines and Systems. New York: Marcel Dekker, Inc. 1995.
- PIEGL, L. & TILLER, W., “*The NURBS Book*”. Second Edition, Springer-Verlag. 1997.
- PIRES, G. P., TAGIAFERRI, A. A., THAUMATURGO, C., “*Interferometria Óptica para Ensaios Não-Destrutivos*”. IME. 2002.
- PIRATELLI-FILHO, A., ARAÚJO, J. A. & BRASIL JÚNIOR, A. C. P., “*Reverse engineering of hydraulic turbine runners using coordinate measuring arms and NURBS modeling*”. Revista Tecnología, v.30, pag 114-122, Fortaleza. Junho. 2009.
- PIRATELLI-FILHO, A. & MOTTA, J. M. S. T., “*Performance of CAD model recovering method based on CMA measurement and nurbs modeling applied to small free form surfaces*”. Ciência e Engenharia. Vol. 16, pag. 67-72. 2007.
- PORATH, M. C. & SOUSA, A. R., “*A Tecnologia de Medição por Coordenadas no ciclo de Desenvolvimento de Produtos Plásticos*”. IX ENEGEP 2002.
- RENISHAW. www.renishaw.com.br. Acesso em 12 de abril de 2009.

- RIBÓ, R., “*Desarrollo de um Sistema Integrado para Tratamiento de Geometría, Generación de Malla y Datos para el Análisis por el Método de los Elementos Finitos*”. Tesis de Doctorado. Universitat Politècnica de Catalunya. 2003.
- RISTIC, M. & BRUJIC, D., “*A framework for non-contact measurement and analysis of NURBS surfaces*”. Int J Adv Manuf Technol, pp 210-219. 1997.
- RISTIC, M., AINSTWORTH, I. & BRUJIC, D., “*CAD-Based measurement path planning for free-form shapes using contact probes*”. Advanced Manufacturing Technology. London, 2000.
- SELIMOVIC, I., “*Improved algorithms for the projection of points on NURBS curves and surfaces*”. Computer Aided Geometric Design. Vol. 23. Pag. 439-445. 2006.
- SHIOU, F. J., LIN, Y. F. & CHANG, K. H., “*Determination of the Optimal Parameters for Freeform Surface Measurement and Data Processing in Reverse Engeneering*”. Int Adv Manuf Technol. Vol 21. Pg 678 – 690.
- SHIRAHIGE, A. B. & SILVA, E. C. N., “*Determinação de Amplitude de Vibração de Transdutores Piezoelétricos por Interferometria Laser*”. EPUSP. 2002.
- SILVA. J. B. A & BURDEKIN, M., “*A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs)*”. Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology. Vol 26. Pag 37 - 48. 2002.
- SONI, K, CHEN, D. & LERCH, T., “*Parameterization of prismatic shapes and reconstruction of free-forms shapes in reverse engineering*”. Int J Adv Manuf Technol. Vol 41. Pag. 948-959. 2009.
- SOUSA, A. R., SHNEIDER, C. A., MAAS, G. A., “*Recomendações para uma utilização eficiente e confiável da medição por coordenadas*”. Revista Máquinas e Metais. 2001.

- SOUSA, A. R. & SHNEIDER., “*Recomendações para uma utilização eficiente e confiável da medição por coordenadas*”. Revista Máquinas e Metais. 2002.
- SOUSA, A. R., SHNEIDER, C. A. & PEZZOTA, C. A., “*Medição Óptica: Chegando onde nenhum apalpador de medição consegue chegar*”. Revista Metrologia & Instrumentação. 2003.
- SOUSA, A. R., “*Importância de Formação Metrológica Avançada na Área de Medição por Coordenadas na Indústria*”. Metrologia para a competitividade em áreas estratégicas, Salvador, BA. 2008.
- SPITZ, S. N., “*Dimensional inspection planning for coordinate measuring machine*”. PhD. Califoria. 1999.
- SUN, C. & ZHAO, H., “*Generating fair, C^2 continuous splines by blending conics*”. Computer & Graphics. Vol (33), pag. 173-180. 2009.
- TAVARES., J. M. R. S. & COELHO, C. P., “*Técnicas base para aquisição de informação tridimensional sem contato*”. Porto, 2001.
- TEIXEIRA, F. G., “*Modelamento Paramétrico e Geração de Malha em Superfícies para Aplicações em Engenharia*”. Tese de doutorado. UFRGS. 2003.
- TEMBA, P., “*Fundamentos da Fotogrametria*”. Departamento de Cartografia. UFMG. 2000.
- VARADY, Tamázs, MARTIN R. R & COXT, J., “*Reverse Engineering of geometric models – an introduction*. Computer Aided Design. Elsevier Science Ltd. Vol. 29. Pag. 255 – 268. 1997.
- VEZZETTI, E., “*Reverse engineering: a selective sampling acquisition approach*”. Int J Adv Manuf Technol, pp 521-529. 2007.

- VIEIRA, T. M. A., “*Reconstrução de Superfícies Paramétricas Triangulares usando uma Técnica de SPR Adaptada*”. PIBIC/CNPQ. UFAL. 2005
- ZHANG, Paul. “*NURBS Toolbox by D.M. Spink*”. Site <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/authors/82397>. Acesso em 2008.
- ZHENG, J., “ *C^1 NURBS representations of G^1 composite rational Bézier Curves*”. Computing. Vol. 86, pag. 257-268. 2009.
- ZEXIAO, X., ZHAN, C., QIUMEI, Z. & GUOXIONG Z., “*Modeling and Verification of a fixe-axis laser scanning system*”. Int. J Adv Manuf Technol. 2005. 26:391-398.
- ZHAO, M., ZHANG, L., GAO, S. & ZOU, Y., “*A New Surface Inspection Method of TWBS Based on Active Laser-Triangulation*”. 7 th World Congress on Intelligent Control and Automation. China. 2008.
- WALTER, M., “*Curvas e Superfícies Paramétricas*”. Notas de aula. UFPE. 2008.
- YI, J. & JISHUN, B., “*An Innovative methodology for statistic sampling points and simplify measuring probe orientation for engineering*”. IEEE. Vol 37. Pag. 3558-3563. 2006.
- YUAN, H., WANG, N. & LIANG, C., “*Combining the High Order Method of Moments Whith Geometric Modeling by NURBS Surfaces*”. IEEE. Vol 37. Pag. 3558-3563. 2009.

APÊNDICE A

PRINCIPAIS TÉCNICAS DE MODELAGEM DE CURVAS

É crescente o número de estudos que se dedicam a melhorar, criar e aprimorar as técnicas de digitalização e reconstrução de geometrias e/ou formas complexas, ou de formas livres, principalmente, para o desenvolvimento nas mais diversas áreas de engenharia, física, medicina, etc.

Para descrever os tipos de linhas denominadas de NURBS, é importante conhecer previamente um conjunto de curvas mais simples, que apresenta de maneira introdutória as principais propriedades e características de curvas paramétricas. Segundo, RIBÓ (2003) a ordem natural de introdução das curvas será:

- ✓ **Curvas de Bézier** – Tipo de curvas que se definem mediante um polígono de controle com um número fixo de pontos;
- ✓ **Splines** – Extensão das anteriores a partir do conceito de curvas definidas em nós;
- ✓ **B-Splines** – Outro nome dado a splines quando se representam mediante o polígono de Boor;
- ✓ **Cônicas** – Curvas racionais que descrevem um conjunto de: parábolas, hipérboles, elipses, círculos, etc.;
- ✓ **NURBS** – B-splines com final racional, ou seja, que combinam as propriedades das B-splines com a das cônicas.

De maneira resumida, apresenta-se a seguir as técnicas de Bézier, B-Splines e as curvas NURBS. Porém é necessário de maneira prévia um bom entendimento sobre parametrização de curvas, como será apresentado a seguir.

A.1. PARAMETRIZAÇÃO DE CURVAS

A escolha do tipo de curva está relacionada ao objeto que se deseja definir, em outras palavras, à sua aplicação. Portanto, quando se traça uma curva que passe por um conjunto de pontos, está caracterizado um problema de interpolação, ao passo que definir uma curva que se aproxime de um determinado conjunto de pontos é um problema de aproximação, BARBARINI (2007).

Ambas as operações são efetuadas para se estimar o comportamento de certa propriedade ou função em uma determinada situação, conhecendo-se alguns pontos desta propriedade, ou função, em algumas situações, como mostra a Fig. (A.1), ALVAREZ (2008).

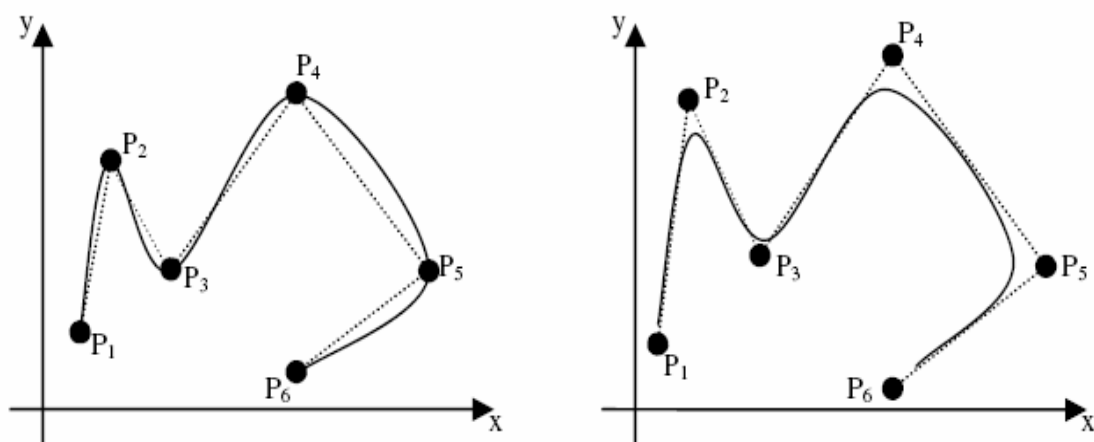


Figura A.1 - Representação gráfica de uma interpolação e aproximação, (ALVAREZ, 2008)

Os modelos matemáticos podem ter representações geométricas diferentes, onde a distinção pode ser devido à representação **paramétrica** ou **implícita**, DIMAS & BRISSOULIS (1999). Uma superfície paramétrica pode ser representada conforme a Eq. (A.1).

$$(x, y) = f(f(t), g(t)) \quad (\text{A.1})$$

Ou seja, uma curva contínua no espaço R^n é uma aplicação contínua $\alpha: I \rightarrow R^n$, definida num intervalo $I \subset R$. A aplicação α , dada por $\alpha(t)=(\alpha^1(t), \alpha^2(t), \dots, \alpha^n(t))$ é contínua, se cada função coordenada $\alpha^i: I \rightarrow R$ é uma função contínua.

Curvas paramétricas são as representações mais comuns para curvas em computação gráfica, além de muito úteis em processos de modelagem, BARBARINI (2007).

As superfícies implícitas são definidas quando o valor da função é nulo, ou seja, a equação implícita de uma curva no espaço plano R^2 é o conjunto de pontos (x,y) que satisfaz uma equação do tipo,

$$f(x,y)=0 \quad (A.2)$$

Outro aspecto importante para ser levado em consideração é com relação ao conceito de continuidade, que nada mais é que assegurar que nos pontos de união das curvas parametrizadas as derivadas de cada segmento sejam iguais.

Se dois segmentos curvos estão unidos no mesmo ponto, a curva tem continuidade geométrica do tipo G^0 . Se as direções (mas, não necessariamente as magnitudes) de dois segmentos de um vetor tangentes são iguais no mesmo ponto de junção, esta curva possui uma continuidade geométrica do tipo G^1 . No caso de dois vetores tangentes de dois segmentos de curva forem iguais (isto é, de mesma direção e magnitude) no mesmo ponto de junção, a curva tem continuidade de primeiro grau, ou continuidade paramétrica, e é conhecida como continuidade C^1 . E finalmente, se existe n th derivadas iguais nos pontos de junção dos segmentos, a curva tem continuidade C^n , FOLEY *et al* (1997). BARBARINI (2007) apresenta de maneira resumida os possíveis tipos de continuidade.

- Continuidade geométrica G^0 – as curvas se unem.
- Continuidade geométrica G^1 – as curvas se unem, com suas tangentes apontando na mesma direção.
- Continuidade paramétrica C^1 – as curvas se unem, com suas tangentes apontando na mesma direção e magnitude.
- Continuidade paramétrica C^n – as curvas se unem a n -ésima derivada nos pontos de união.

Um bom exemplo para entender a continuidade é mostrado por WALTER (2008) na Fig. (A.2),

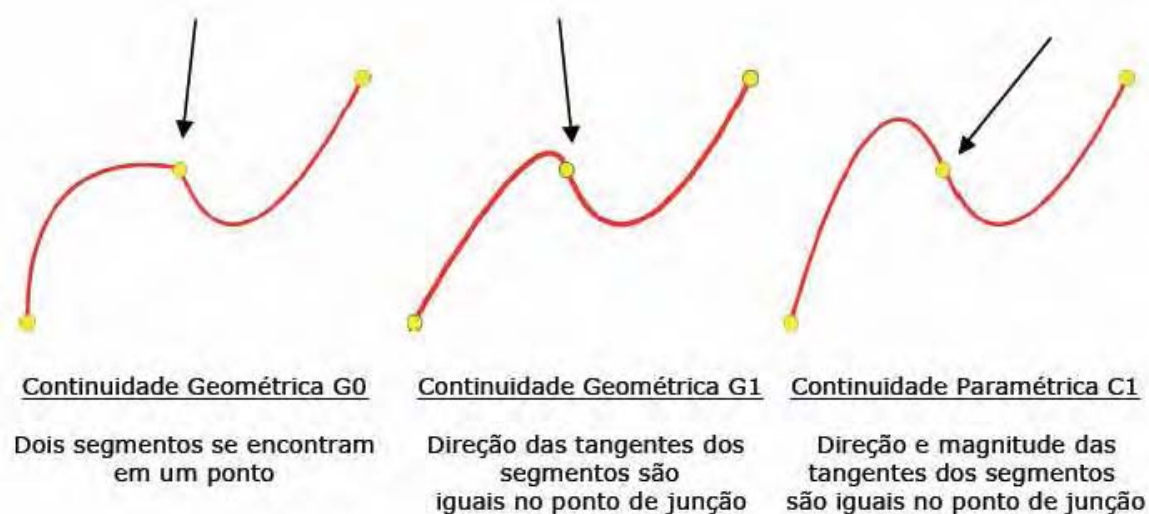


Figura A.2 – Exemplos de continuidades, WALTER (2008).

A partir do entendimento do que é parametrização, a seguir é apresentado, o desenvolvimento matemático para entendimento das principais formas de paramétricas das curvas Bézier, B-splines e NURBS.

A.2. CURVAS BÉZIER

Estas curvas foram estudadas e desenvolvidas simultaneamente por Bézier e De Casteljau, ambos funcionários da indústria automobilística na França, onde o primeiro trabalhava na Renault e o segundo na Citroen. O objetivo principal desses engenheiros foi o de desenvolver uma técnica de modelagem para carros, a fim de formular curvas para representar os automóveis em computadores.

As curvas Bézier são definidas por um conjunto de pontos de controle que variam de $P_0, P_1, \dots, P_n$, onde n representa o grau da curva. P_0 é o ponto que define o início da curva e P_n o final, e os pontos intermediários são os pontos que afetam a curva, e qualquer alteração em algum desses pontos, toda a curva percebe esse efeito.

As curvas Bézier de grau n é definida pela Eq. (A.3),

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i, \text{ com } 0 \leq u \leq 1, \quad (\text{A.3})$$

onde $B_{i,n}(u)$ são os polinômios de Bernstein de grau n e P_i são os pontos de controle. O polinômio de Bernstein é dado pela Eq. (A.4),

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{onde, } \binom{n}{i} = \begin{cases} \frac{n!}{i!(n-i)!}, & \text{se } 0 \leq i \leq n \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\text{ou } \binom{n}{i} = 0, \text{ caso contrário.}$$

Uma forma bastante geral utilizada para descrever bem as curvas polinomiais, são descritas por uma equação de grau 3, podendo ser expressa pela Eq. (A.5).

$$x(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \quad (\text{A.5})$$

Para o caso mais comum, onde $n=3$, encontra-se,

$$\begin{aligned} B_0^3(u) &= (1-u)^3 = -u^3 + 3u^2 - 3u + 1 \\ B_1^3(u) &= 3u(1-u)^2 = 3u^3 - 6u^2 + 3u \\ B_2^3(u) &= 3u^2(1-u) = -3u^3 + 3u^2 \\ B_3^3(u) &= u^3 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

A partir das Eqs. (A.6) é possível perceber que cada ponto de controle influencia a curva. Para uma situação em que exista mais de quatro pontos em um intervalo, a função Bézier realiza uma ponderação e expande seu caráter polinomial. A Figura A.3, mostra o comportamento dos polinômios de Bernstein de grau 3.

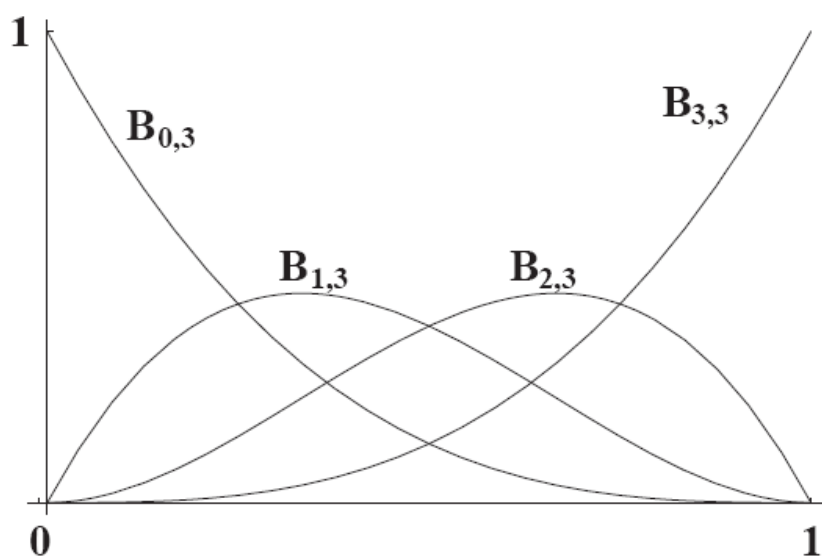


Figura A.3 - Polinômio de Bernstein para um polinômio de grau 3.

De maneira resumida foi apresentada o desenvolvimento matemático das curvas Bézier, e a seguir faz-se a mesma análise para curvas do tipo B-spline.

A.3. FUNÇÕES BÁSICAS B-SPLINES

Grande parte das modelagens feitas por computadores é feita a partir das funções B-splines, onde até mesmo imagens de filmes fazem o uso desta técnica para melhor representar seus personagens, como foi o caso do Exterminador do Futuro 2, ALVAREZ (2008). As funções B-splines correspondem a uma generalização das funções de Bézier, que são curvas polinomiais resultantes da aproximação de um polígono definido por quatro pontos, sendo, apenas dois destes pertencentes à curva, AQUINO & CARVALHO (2008). Estes pontos são denominados pontos de controle, e que garantem uma maior facilidade nas mudanças das formas dos polinômios alterando-se localmente.

A definição para uma função B-spline pode ser dada da seguinte forma: Considerando $U=\{u_0, \dots, u_m\}$ uma seqüência não decrescente de números reais, onde $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_m$, esses pontos são chamados de nós, e o conjunto u vetor de nós. Os nós podem ser considerados como pontos de divisão que subdividem o intervalo $[u_0, u_m]$ em períodos de nó, MINETTO (2003).

A i -ésima função B-spline de grau p é dado por,

$$N_{i,0}(u) = 1, \text{ se } u_i \leq u \leq u_{i+1} \text{ ou } N_{i,0}(u) = 0, \text{ nos outros casos}$$

onde,

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (\text{A.7})$$

A partir da Eq.(A.7) observa-se que as funções B-spline constituem em polinômios por partes e estes só são não nulos no intervalo quando $u \in [u_i, u_{i+1})$.

As funções base B-spline apresentam as seguintes propriedades:

1. $N_{i,p}(u)$ é um polinômio de grau p em u ;
2. Suporte Local, ou seja, $N_{i,p}(u)$ é um polinômio não-nulo em $[u_i, u_{i+p+1})$;
3. Partição da unidade, ou seja, a soma de todas funções base não-nulas de grau p no período $[u_i, u_{i+1})$ é 1;
4. Não negatividade – Para todo i, p e u , $N_{i,p}(u)$ é não negativo;
5. Em qualquer período $[u_i, u_{i+1})$, no máximo $p+1$ funções base de grau p são não-nulas, ou seja, $N_{i-p,p}(u)$, $N_{i-p+1,p}(u)$, $N_{i-p+2,p}(u)$, ..., e $N_{i,p}(u)$;
6. Função base $N_{i,p}(u)$ é uma curva composta de polinômios de grau p com pontos de acoplamento nos nós em $[u_i, u_{i+p+1})$;
7. Se o número de nós é $m+1$, o grau das funções base é p , e o número da função base de grau p é $n+1$, então $m=n+p+1$;
8. Em um nó de multiplicidade k , função base $N_{i,p}(u)$ é C^{p-k} contínuo. Ou seja, quando se aumenta a multiplicidade diminui-se o nível de continuidade, e aumentando o grau aumentará a continuidade.

Uma característica importante também é que o vetor de nós pode apresentar alguns tipos especiais, como apresentado a seguir:

1. **Vetor de nós uniforme** – Os u_i são igualmente espaçados, como mostrado abaixo,

$$U = (0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8)$$

2. **Vetor de nós aberto-uniforme** – O primeiro e o último u_i são repetidos k vezes e os nós internos são igualmente espaçados.

$$U = (0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 6 \ 6)$$

3. **Vetor de nós não-uniforme** – Podem não ser igualmente espaçados ou ter repetição nos nós internos.

$$U = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2)$$

Uma alteração no vetor de nós pode levar a mudanças radicais no formato dos vetores básicos de uma curva B-spline.

A.3.1. Multiplicidade de um nó

A multiplicidade de um nó é definida como sendo a quantidade de vezes que ele aparece no vetor de nós. Os nós em uma curva são os pontos em parâmetro espaçados onde as curvas polinomiais racionais são unidas juntas para formar um segmento multicurva. Um vetor de nós não-uniforme, pode ser definido como uma seqüência não-decrescente de números reais como a Eq. (A.8) a seguir.

$$u = \{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \} \quad (\text{A.8})$$

no qual $0 \leq u_i \leq u_{i+1} \leq 1, i = 0, \dots, m-1$ e m = número de nós.

Fazendo-se,

$$u = \{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \} \quad (\text{A.9})$$

as funções básicas B-Splines generalizam os polinômios de Bernstein.

Com relação às multiplicidades, é importante observar as seguintes propriedades:

1. $N_{i,p}(u)$ é nula fora do intervalo $[u_i, u_{i+p+1}]$;
2. Não – negatividade;
3. Partição da unidade – para cada intervalo $[u_i, u_{i+1}]$, $\sum_{i=j-p}^j N_{i,p}(u) = 1$ para todo $u \in [u_i, u_{i+1}]$;
4. No interior de cada intervalo $[u_i, u_{i+1}]$, todas as derivadas de $N_{i,p}(u)$ é $p - k$ continuamente diferenciável, onde k é a multiplicidade do nó. Portanto, aumentando o grau da função aumenta-se a continuidade, e aumentando a multiplicidade do nó a continuidade diminui.

A.4. CURVAS B-SPLINE

As curvas B-spline são formadas por $n+1$ pontos de controle e um conjunto de funções básicas B-splines de grau p , que são definidas por um vetor não periódico e não uniforme, com $m+1$ nós. A curva B-spline é definida pela Eq. (A.10) abaixo,

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \text{ com } a \leq u \leq b \quad (\text{A.10})$$

A curva B-spline envolve um conjunto de pontos de controle, um grau e um vetor de nós. Esses três parâmetros, n , p e m deve satisfazer a seguinte relação: $m = n + p + 1$. Isto quer dizer que para definir uma curva B-spline de grau p com $n + 1$ pontos de controle, será preciso fornecer $n + p + 2$ nós $u_0, u_1, \dots, u_{m+p+1}$.

Duas características interessantes das curvas B-splines é que o seu domínio é subdividido em nós e suas funções de base podem assumir valores não nulos ao longo do seu intervalo.

Segundo BARBARINI apud YAMAGUCHI (2007) as curvas B-spline podem ser apresentada de três maneiras diferentes: aberta, fechada e “clamped” (que do inglês significa, amarrada). A Figura A.4 mostra essas situações.

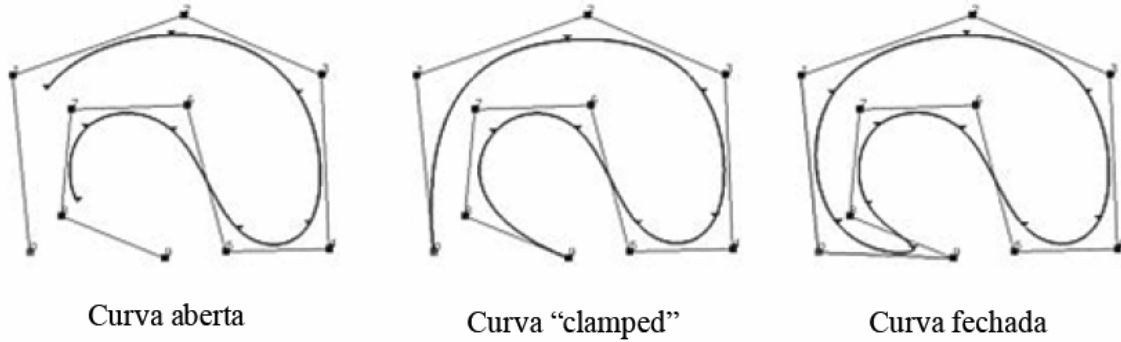


Figura A.4 - Classificação das curvas B-spline, (BARBARINI, 2007)

De maneira resumida uma curva B-spline envolve um conjunto de pontos de controle, um vetor de nós e um grau. A partir do conceito das curvas B-spline é possível entender melhor o desenvolvimento das curvas NURBS, como será tratado no tópico seguinte.

A.4.1. Inserção de Nós

A inserção dos nós consiste no processo de adicionar um novo nó ao vetor de nós já existente em uma curva ou superfície. Além disso, recalcula-se o conjunto de pontos de controle, de modo que a forma da peça não é mudada, nem geometricamente nem parametricamente. PIEGL & TILLER (1997) mostra que a Eq. (A.10) passa a ser,

$$C^w(u) = \sum_{i=0}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u) Q_i^w \quad (\text{A.11})$$

onde $\{\bar{N}_{i,p}(u)\}$ são as funções base com n-th graus em $\bar{U}$ e este é o novo conjunto de vetor de nós, de modo que $\{\bar{u}_0 = u_0, \dots, \bar{u}_k = u_k, \bar{u}_{k+1} = \bar{u}, \bar{u}_{k+2} = u_{k+1}, \dots, \bar{u}_{m+1} = u_m\}$ de modo que $\bar{u} \in [u_k, u_{k+1})$.

O termo inserção de nós se refere ao processo para determinar um novo conjunto de pontos de controle $\{Q_i^w\}$. Quando se insere nós, permite-se: a) calcular pontos e derivadas de curvas e superfícies, b) subdividir curvas e superfícies e c) adicionar pontos de controle a fim de melhorar a interatividade do projeto. Quando se insere um nó, alguns pontos de controle podem ser removidos e substituídos por novos pontos por cortes de segmentos.

Portanto a relação existente é dada pela Eq.(A.12).

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i = \sum_{i=0}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u)Q_i \quad (\text{A.12})$$

A Figura A.5 apresenta uma curva original que possui as seguintes características: grau da função 3, número de nós igual a 11 e conseqüentemente 8 pontos de controle. Inseriu-se então um nó novo que ficou no intervalo $[u_5, u_6)$, onde é representado na mesma. Percebe-se como já foi dito anteriormente, que a forma da curva não é alterada, ou seja, o polígono de controle não sofre modificação nem geometricamente nem parametricamente.

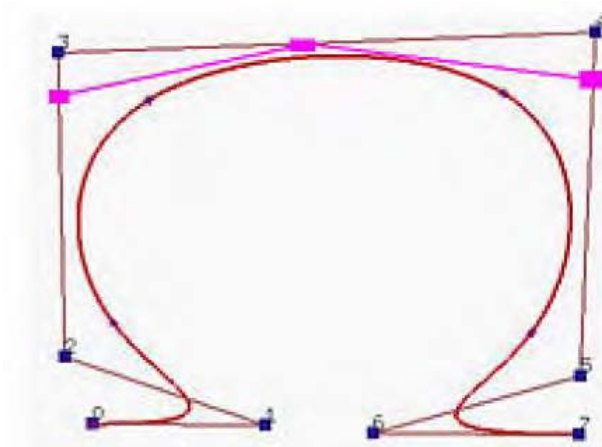


Figura A.5 – Resultado do polígono de controle após ser inserido um nó.

Maiores detalhes dos procedimentos para inserção de nós, bem como refinamento de nós podem ser vistos em PIEGL & TILLER (1997), MINNETO (2003), COTTRELL *et al* (2007) e DUCCI (2003).

APÊNDICE B

A função mais importante utilizada no toolbox matlab para a construção de curvas e superfícies NURBS é a `nrbmak.m`. Abaixo, apresenta esta função descrita do toolbox utilizado.

```
function nurbs = nrbmak(coefs,knots)

nurbs.form    = 'B-NURBS';
nurbs.dim     = 4;
np = size(coefs);
dim = np(1);
if iscell(knots)
    % constructing a surface
    nurbs.number = np(2:3);
    if (dim < 4)
        nurbs.coefs = repmat([0.0 0.0 0.0 1.0]',[1 np(2:3)]);
        nurbs.coefs(1:dim, :) = coefs;
    else
        nurbs.coefs = coefs;
    end
    uorder = size(knots{1},2)-np(2);
    vorder = size(knots{2},2)-np(3);
    uknots = sort(knots{1});
    vknots = sort(knots{2});
    uknots = (uknots-uknots(1))/(uknots(end)-uknots(1));
    vknots = (vknots-vknots(1))/(vknots(end)-vknots(1));
    nurbs.knots = {uknots vknots};
    nurbs.order = [uorder vorder];

else

    % constructing a curve
    nurbs.number = np(2);
    if (dim < 4)
        nurbs.coefs = repmat([0.0 0.0 0.0 1.0]',[1 np(2)]);
        nurbs.coefs(1:dim, :) = coefs;
    else
        nurbs.coefs = coefs;
    end
    nurbs.order = size(knots,2)-np(2);
    knots = sort(knots);
    nurbs.knots = (knots-knots(1))/(knots(end)-knots(1));

end
```