

universidade federal da paraíba

centro de tecnologia

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

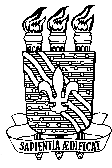
- MESTRADO - DOUTORADO -

**VIBRAÇÕES DE PASSARELAS DE PEDESTRES NA
DIREÇÃO VERTICAL CONSIDERANDO MODELOS
BIODINÂMICOS DE PESSOAS CAMINHANDO**

Por

Felipe Tavares da Silva

*Tese apresentada à Universidade Federal da Paraíba
para obtenção do grau de Doutor*



universidade federal da paraíba

centro de tecnologia

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

- MESTRADO - DOUTORADO -

VIBRAÇÕES DE PASSARELAS DE PEDESTRES NA DIREÇÃO VERTICAL CONSIDERANDO MODELOS BIODINÂMICOS DE PESSOAS CAMINHANDO

Tese submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor.

Felipe Tavares da Silva

ORIENTADOR: Roberto Leal Pimentel

**VIBRAÇÕES DE PASSARELAS DE PEDESTRES NA
DIREÇÃO VERTICAL CONSIDERANDO MODELOS
BIODINÂMICOS DE PESSOAS CAMINHANDO**

Por

Felipe Tavares da Silva

Tese aprovada em 31 de Outubro de 2011

Período letivo 2011.2

Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel

Presidente da Comissão Examinadora e Orientador

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Examinador externo

Profa. Dr. Andrea Brasiliano Silva

Examinador Externo

Prof. Dr. Ângelo Vieira Mendonça

Examinador Interno

Prof. Dr. Paulo Henrique de Miranda Montenegro

Examinador Interno

*Dedico,
Às minhas famílias e aos amigos de coração.*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Roberto Pimentel por ter sido meu orientador desde a iniciação científica e ter a oportunidade de agora ser seu colega e parceiro de pesquisas acadêmicas.

A todos os professores do PPGEM/UFPB pelos conhecimentos adquiridos neste período de estudos.

Ao Professor Herbert Gomes e ao Gmap/UFRGS pela parceria e apoio em medições experimentais feitas na UFRGS.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pelo apoio financeiro.

VIBRAÇÕES DE PASSARELAS DE PEDESTRES NA DIREÇÃO VERTICAL CONSIDERANDO MODELOS BIODINÂMICOS DE PESSOAS CAMINHANDO

RESUMO

Um dos procedimentos padrão para se analisar o comportamento dinâmico de uma passarela de pedestres consiste em construir um modelo virtual e fazer simulações considerando a mecânica envolvida. Até há pouco tempo, em termos de forças aplicadas pelos pedestres à estrutura, considerava-se apenas as forças que os pés destes aplicavam diretamente na estrutura no ato da pisada. Para travessias de indivíduos o modelo de força representa bem a ação dinâmica do pedestre, porém em casos de travessias de grupos e multidões vêm se observando discrepâncias entre a resposta obtida do modelo de força e as respostas medidas na estrutura real. Alguns estudos mostraram evidências de que grupos de pessoas modificam o sistema pela adição de massa e amortecimento. Para preencher esta lacuna entre o modelo e a resposta experimental, modelou-se o pedestre não apenas através das forças que os pés destes aplicam na estrutura ao caminhar, mas adicionalmente a esta força um sistema de 1 grau de liberdade (S1GL) para levar em consideração as contribuições de massa e amortecimento do corpo humano à estrutura. Os parâmetros deste modelo foram determinados através de um processo de minimização de equações obtidas da resposta genérica do S1GL, tendo como entrada as forças aplicadas pelos pés ao piso, a massa corpórea do indivíduo, a taxa de passos e aceleração medida próximo ao centro de gravidade de uma pessoa caminhando. Este processo gerou expressões de correlação onde é possível obter os parâmetros do S1GL a partir da massa corpórea e taxa de passos de um determinado indivíduo. Em sequência, estes modelos biodinâmicos foram acoplados em um modelo de passarela de pedestres em quantidade correspondente à taxa de ocupação, comparando-se as respostas do modelo com as medições experimentais na passarela real. Foi observado que as respostas do modelo de passarela com a inclusão dos biodinâmicos apresentaram uma resposta bastante próxima à resposta correspondente medida na estrutura real, confirmando a premissa inicial.

Palavras-chave: passarela, multidão, modelo biodinâmico, vibração.

FOOTBRIDGE VIBRATIONS IN VERTICAL DIRECTION CONSIDERING WALKING BIODYNAMIC MODELS

ABSTRACT

One of the standard procedures for analyzing the dynamic behavior of a footbridge is to build a virtual model and do simulations considering the mechanics involved. Until recently, in terms of forces applied on structures by pedestrians, only the forces applied by the feet of the pedestrians while they walk were considered. For single individuals crossings a footbridge, the force model is a good representation of the dynamic action of the pedestrian, but in cases of crossings of groups and crowds there were differences between the response obtained from the responses of force model and measured responses on actual structures. Some studies have found evidence that groups of people change the system by adding mass and damping. To fill this gap between the force model and experimental response, the pedestrian was modeled not only through the forces applied on the structure when walking, but also adding to this force a S1GL to take into account the contributions of mass and damping of the human body structure. This dynamic system that represents each individual is called biodynamic model and the crowd of pedestrians were formed by a group of these systems. The parameters of this model were determined through a process of minimization of equations obtained from the generic response of a S1GL, taking as input the forces applied by foot to the floor, the body mass of the individual, the step rate and the acceleration measured near the individual center of gravity while walking. This process led to correlation expressions where it was possible to obtain the parameters of S1GL from body mass and step rates for a given individual. In sequence, these models were coupled to the model of a footbridge in an amount corresponding to the occupancy rate, so as to compare the responses of the model with actual experimental measurements on the footbridge. It was observed that the responses of a footbridge model with the inclusion of biodynamic models showed a very close agreement to the corresponding response measured on the actual structure, confirming the initial premise.

Keywords: footbridge, crowd, biodynamic model, vibration.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE TABELAS	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS	xvi
CAPÍTULO I.....	20
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	20
1.2 OBJETIVOS DA TESE	24
1.2.1 Objetivos específicos.....	25
1.2.2 Escopo da Tese	26
CAPÍTULO II.....	28
2.1 MODELAGEM DA INTERAÇÃO HOMEM-ESTRUTURA	28
2.1.1 Efeito da presença de multidões em estruturas.....	30
2.2 MODELOS DE FORÇA QUE REPRESENTAM A AÇÃO DE PESSOAS EM PISOS	31
2.2.1 Modelos de força que representam a ação vertical de um indivíduo caminhando sobre um piso.....	32
2.2.2 Modelos de força que representam uma multidão caminhando sobre uma passarela.....	37
2.3 MODELOS BIODINÂMICOS QUE REPRESENTAM A DINÂMICA DE PESSOAS	38
2.3.1 Modelos biodinâmicos que representam pessoas paradas ou correndo.....	39
2.3.2 Modelos acoplados que representam o caminhar de indivíduos	40
2.4 VIBRAÇÕES EM PASSARELA DE PEDESTRES DEVIDO À PRESENÇA DE PESSOAS	41
2.5 RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS PARA O PROJETO DE PASSARELAS DE PEDESTRES	43

CAPÍTULO III	46
3.1 INTRODUÇÃO.....	46
3.2 METODOLOGIAS PARA A MODELAGEM DE ESTRUTURAS E INDIVÍDUOS	46
3.2.1 Modelo S1GL amortecido	47
3.2.2 Modelo da estrutura em elementos finitos.....	49
3.2.3 Análises dinâmicas modal e transiente de estruturas	49
3.3 MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS DE FORÇA, ACELERAÇÃO E DESLOCAMENTO	53
3.3.1 Medições de aceleração em indivíduos enquanto caminham.....	53
3.3.2 Medições de deslocamentos em indivíduos enquanto caminham	54
3.3.3 Equipamento utilizado para medir forças.....	56
3.3.4 Análise de sinais	59
3.4 SOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES	63
3.5 TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE AMOSTRAS	65
3.5.1 Teste de normalidade e tamanho mínimo das amostras	65
3.5.2 Teste entre duas médias amostrais.....	67
3.5.3 Dispersão e eliminação de valores atípicos	67
3.5.4 Correlação de variáveis e funções de regressão	68
3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
CAPÍTULO IV	70
4.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO BIODINÂMICO	70
4.1.1 Formulação do sistema de equações.....	70
4.1.2 Análise de sensibilidade	73
4.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO PROPOSTO.....	75
4.2.1 Modelo biodinâmico proposto.....	79
4.2.2 Comparação entre as respostas do modelo proposto e as medições.....	81
4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	83
CAPÍTULO V	84
5.1 MEDIÇÕES DE DADOS EM INDIVÍDUOS: FORÇA, ACELERAÇÃO, ALTURA E PESO	84
5.2 OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO BIODINÂMICO	89
5.3 ÍNDICES ESTATÍSTICOS SOBRE AS VARIÁVEIS OBSERVADAS.....	91

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
CAPÍTULO VI	94
6.1 INTRODUÇÃO.....	94
6.2 PASSARELA DE PEDESTRE UTILIZADA COMO REFERÊNCIA.....	94
6.2 ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL DA PASSARELA DE PEDESTRE ...	97
6.3 MODELO DA PASSARELA EM ELEMENTOS FINITOS	103
6.4 SIMULAÇÕES DA PASSAGEM DE MULTIDÕES SOBRE A PASSARELA ..	104
6.4.1 Resultados do modelo de passarela submetido à passagem do modelo de força	108
6.4.2 Resultados do modelo de passarela submetido à combinação do modelo de força com o modelo biodinâmico	110
6.4.3 Comparações das respostas dos modelos com a resposta experimental.....	113
6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	115
ANÁLISES E DISCUSSÕES	117
CONCLUSÕES	120
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122
ANEXOS	131

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Alguns tipos de passarelas de pedestres. (Fonte: http://images.google.com) .	21
Figura 1.2 – Alguns exemplos de passarelas mais modernas.....	21
(Fonte: http://images.google.com).....	21
Figura 2.1 – Exemplo de sinal da força de um pé de um indivíduo aplicado ao piso enquanto caminha (modificado de KERR e BISHOP, 2001).....	33
Figura 2.2 – Sobreposição das forças aplicadas pelos pés de um indivíduo enquanto caminha. (modificado de KERR e BISHOP, 2001)	33
Figura 3.1 – Modelo de S1GL: (a) excitado por uma carga harmônica. (b) excitado por uma carga harmônica e um movimento de base simultaneamente.....	47
Figura 3.2 – Cinturão adaptado para anexar o acelerômetro ao corpo.....	53
Figura 3.3 – Indivíduo caminhando com o acelerômetro acoplado.	54
Figura 3.4 – Um exemplo de uma imagem capturada por trás de um pedestre sobre uma esteira elétrica e sua conversão para imagem do tipo 1-bit.	55
Figura 3.5 – Medições de força e aceleração em indivíduos.....	56
Figura 3.6 – Desenho esquemático da placa instrumentada.....	57
Figura 3.7 – Células de carga instaladas na placas de medição.	57
Figura 3.8 – Sistema de aquisição e laptop utilizados nas medições.	58
Figura 3.9 – Imagens do conjunto cinto, acelerômetro e condicionador de sinal e a sua fixação na cintura da pessoa.	59
Figura 3.10 – Sinal de aceleração vertical na cintura de um pedestre que caminha num piso rígido: (a) domínio do tempo; (b) espectro.....	61
Figura 3.11 – Sinal pós processado através da aplicação de janelamento no domínio do tempo.: (a) Sinal janelado; (b) Comparação dos espectros antes e após o janelamento.....	62

Figura 4.1 – Espectros de aceleração obtidos de um determinado indivíduo em repetições da mesma caminhada.....	71
Figura 4.2 – Curvas de nível da função objetivo com a rigidez fixada.	74
Figura 4.3 – Curvas de nível da função objetivo com o amortecimento fixado.....	74
Figura 4.4 – Curvas de nível da função objetivo com a massa fixada.	74
Figura 4.5 – Gráfico de dispersão das variáveis inter-pessoas e curvas modeladas.....	80
Figura 4.6 – Espectros de deslocamento e aceleração para o pedestre A.....	82
Figura 4.7 – Espectros de deslocamento e aceleração para o pedestre B.....	82
Figura 5.1 – Amplitudes das força verticais aplicada ao piso medida enquanto indivíduo caminhava sobre placa instrumentada.	85
Figura 5.2 – Sinal no tempo da força medida – aplicação de janelamento e replicação 1x.....	85
Figura 5.3 Sinal do tempo da força medida – replicação de 10x.....	86
Figura 5.4 – Espectro da força medida e replicada.....	86
Figura 5.5 – Aceleração medida de um determinado indivíduo.....	87
Figura 5.6 – Sinal no tempo da aceleração medida – aplicação de janelamento e replicação de 1x.	87
Figura 5.7 – Sinal no tempo da aceleração medida – replicação de 10x.....	88
Figura 5.8 - Espectro da aceleração medida e replicada.....	88
Figura 5.9 – Espectro médio (linha espessa preta) e demais espectros (linhas cinzas delgadas) da força de determinado pedestre.....	89
Figura 5.10 – Espectro médio (linha espessa preta) e demais espectros (linhas cinzas delgadas) da aceleração de determinado pedestre.	89
Figura 6.1 – Esquema isométrico da passarela modelo. (FERNANDES,2007).....	95
Figura 6.2 – Planta de forma da passarela modelo. Dimensões em metros. (FERNANDES,2007).....	96
Figura 6.3 – Seção transversal da passarela. . Dimensões em metros. (FERNANDES,2007)	96
Figura 6.4 – Detalhe transversal do apoio da passarela modelo. Dimensões em metros. (FERNANDES,2007).....	96
Figura 6.5 – Passarela de pedestres utilizada como referência na pesquisa. (FERNANDES,2007).....	97
Figura 6.6 – Momento de medição de vibrações da passarela submetida à carga de multidão. (FERNANDES,2007).....	98

Figura 6.7 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,3 pedestres/m ²	99
Figura 6.8 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,7 pedestres/m ²	100
Figura 6.9 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,9 pedestres/m ²	101
Figura 6.10 – Sobreposição dos espectros médios experimentais nas três densidades estudadas.....	103
Figura 6.11 – Figura esquemática do modelo numérica da passarela de pedestres modelo.	103
Figura 6.12 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,3 ped/m ²	108
Figura 6.13 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,7 ped/m ²	108
Figura 6.14 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,9 ped/m ²	109
Figura 6.15 – Espectros médios sobrepostos das respostas das simulações da passarela submetida ao modelo de força.	110
Figura 6.16 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,3 ped/m ²	111
Figura 6.17 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,7 ped/m ²	111
Figura 6.18 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,9 ped/m ²	111
Figura 6.19 – Sobreposição dos espectros médios das respostas do modelo de passarela sob a ação do modelo de força e biodinâmicos simultaneamente.....	112
Figura 6.20 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,3 ped/m ²	113
Figura 6.21 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,7 ped/m ²	113
Figura 6.22 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,9 ped/m ²	114

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Frequências naturais de uma viga submetida a situações diferentes de massa (retirado de ELLIS e JI, 1996).....	29
Tabela 2.2 – Alguns exemplos de média e desvio padrão para a distribuição de taxas de passos de pedestres ao caminhar.	35
Tabela 2.3 – Propostas de FDC's para uma pessoa caminhando na vertical.....	36
Tabela 2.4 – Parâmetros propostos por alguns autores para modelos S1GL em relação à direção vertical.	40
Tabela 4.1 – Valores limites e inicial dos parâmetros do modelo biodinâmico proposto adotados para o problema de otimização.....	72
Tabela 4.2 – Valores médios e de desvio dos parâmetros obtidos	77
Tabela 4.3 – Coeficiente de normalidade de Shapiro-Wilk obtidos para cada pedestre.	78
Tabela 4.4 – Índices de correlações entre as variáveis das médias dos pedestres.....	79
Tabela 4.5 – Regressões dos dados inter-pessoas.....	80
Tabela 4.6 – Comparação entre os parâmetros biodinâmicos: minimização e regressão....	81
Tabela 5.1 – Parâmetros obtidos para os pedestres através da solução da equação 4.1 medidos no GMap-UFRGS.	90
Tabela 5.2 – Comparação entre as médias e desvios padrão dos resultados obtidos no Labeme/UFPB e no Gmap/UFRGS.....	91
Tabela 5.3 – Resultados dos testes de normalidade sobre as variáveis consideradas	92
Tabela 5.4 – Correlações observadas nas medições no GMap/UFRGS e comparação com os dados obtidos no Labeme/UFPB.	92
Tabela 6.1 – Frequências obtidas nos testes de heel drop e impacto no eixo do vão e acelerômetro também no eixo (FERNANDES,2007).	97
Tabela 6.2 – Valores de RMS dos sinais experimentais considerados.....	102

Tabela 6.3 – Frequências naturais da passarela real e do modelo numérico.	104
Tabela 6.4 – Taxas de passos e desvio padrão para as densidades estudadas.	105
Tabela 6.5 – Número de repetições das simulações para cada caso.	107
Tabela 6.6 – Valores de média e desvio padrão dos RMS dos sinais modelados e experimentais.	115

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ – constantes do método de integração de Newmark

A_i – Amplitude de aceleração no espectro correspondente ao harmônico i

$A(\omega)$ – Amplitude de aceleração da resposta harmônica do S1GL

A_{RMS} – Média RMS de um sinal no tempo

b – largura da passarela

$[B]$ – Matriz que compõe um sistema de equações matricial.

c – coeficiente de amortecimento do S1GL

C_{fm} – Coeficiente de magnificação

$[C]$ – Matriz de amortecimento do sistema dinâmico

$\{d\}_i$ – vetor da direção de busca do mínimo do método dos Gradientes Conjugados

$D(\omega)$ – Amplitude de deslocamento da resposta harmônica do S1GL

E – Margem de erro

f_i - frequência do modo i

f_j – componente de frequência entre os harmônicos

f_p – taxa de passos do indivíduo

$F(t)$ – Função do modelo de força

G – Carga estática do pedestre

H_m – Resultado do teste estatístico sobre duas médias

i – harmônico da força modelada por série de Fourier

j – número complexo

k – rigidez do S1GL

k_{vert} – Coeficiente em função da frequência fundamental da passarela

$[K]$ – Matriz de rigidez do sistema dinâmico

l – comprimento da passarela

m – massa do S1GL

M – Massa total do indivíduo

$[M]$ – Matriz de massa do sistema dinâmico

n_x e n_y – número de elementos das amostras x e y

n_a – número de elementos de uma amostra

N_p – Número de pedestres que estão sobre a passarela

P_i – Amplitude de Força no espectro correspondente ao harmônico i

P_{GR} – Força harmônica

P_{GR0} – Amplitude da força P_{GR}

Q_1 , Q_2 e Q_3 – Primeiro, segundo e terceiro quartis de uma amostra

R – coeficiente de correlação de Pearson

s – desvio padrão de uma amostra

s_x e s_y - desvios padrão das amostras x e y

$t_{\alpha/2}$ – escore da distribuição t-Student

t – tempo

T – período de vibração

u – deslocamento do grau de liberdade do S1GL em relação à base do mesmo

u_g – deslocamento cíclico da base do S1GL

u_t – deslocamento do grau de liberdade do S1GL em relação a um referencial fixo

$\{u\}$ – Vetor de deslocamentos nodais do sistema dinâmico

$\{\dot{u}\}$ - Vetor de velocidades nodais do sistema dinâmico

$\{\ddot{u}\}$ – Vetor de acelerações nodais do sistema dinâmico

$\{u_n\}$ – Vetor de deslocamentos nodais na iteração n do método de integração de Newmark

$\{\dot{u}_n\}$ - Vetor de velocidades nodais na iteração n do método de integração de Newmark

$\{\ddot{u}_n\}$ - Vetor de acelerações nodais na iteração n do método de integração de Newmark

V – matriz de covariância dos elementos da amostra

W – Resultado do teste estatístico de Shapiro-Wilk

$\{x\}$ – vetor com as incógnitas de uma equação matricial.

$x(t)$ – Sinal discretizado no domínio no tempo

$x_{(i)}$ – i -ésimo menor componente da amostra

x_i – i -ésimo componente da amostra

$\bar{x}$ e $\bar{y}$ - médias amostrais

$\{y\}$ – vetor com os valores da função de uma equação matricial

X_p – Componente de frequência p do sinal do tempo

α_R e β_R – constantes de Rayleigh para determinação da matriz de amortecimento do sistema.

γ_i e β_i – Parâmetros do método dos Gradientes Conjugados para a iteração i

α_i – Fator Dinâmico de Carga (FDC) do harmônico i

$\bar{\alpha}_i(f_j)$ - FDC de componentes de frequência f_j entre os harmônicos

$\{\chi\}_i$ – Resíduo do método dos mínimos quadrados para a iteração i .

$\{\chi^{GC}\}_i$ – Resíduo do método dos Gradientes Conjugados para a iteração i .

δ_1 e δ_2 – Parâmetros de integração de Newmark

Δt – Incremento do tempo discretizado.

ξ_1 e ξ_2 – grau de amortecimento do modo 1 e 2, respectivamente.

ϕ_i – ângulo de fase do harmônico i em relação ao primeiro harmônico

$\{\phi\}_i$ – Vetor com as coordenadas do modo de vibração i

ω – frequência angular

ω_0 – frequência fundamental

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As passarelas de pedestres são estruturas destinadas a auxiliar pessoas a transpor um obstáculo entre dois pontos, seja este um vale de um rio, uma rodovia, uma ferrovia, ou até a conexão entre duas edificações distintas. Assim, exercem a função de proporcionar o acesso a pedestres a áreas de difícil acesso, devido à topografia do local ou devido a circunstâncias criadas pelo ambiente urbano. Em países com maiores investimentos em infra-estruturas, as passarelas de pedestres também podem proporcionar além de uma utilidade funcional, uma função estética.

Nos últimos anos, a engenharia de estruturas tem evoluído bastante, sobretudo devido aos avanços na modelagem e no desenvolvimento dos materiais estruturais, gerando uma demanda por estruturas mais leves, com menor consumo de material e uma melhor otimização dos custos. Estas estruturas mais leves e flexíveis estão mais sujeitas a apresentar vibrações excessivas, inclusive devido ao baixo amortecimento muitas vezes associado. Estas vibrações podem gerar desconforto aos usuários ou até sensação de insegurança.



Figura 1.1 – Alguns tipos de passarelas de pedestres. (Fonte: <http://images.google.com>)

Na figura 1.1 podem ser observadas fotografias de passarelas de pedestres com sistemas estruturais, materiais e em situações distintas.

Estas estruturas podem ser feitas de diversos materiais e concebidas com diferentes tipos de sistemas estruturais. Na figura 1.2 podem ser observados alguns exemplos de passarelas de pedestres mais modernas.



Figura 1.2 – Alguns exemplos de passarelas mais modernas.

(Fonte: <http://images.google.com>)

Devido a estas estruturas geralmente serem projetadas apenas para suportar a travessia de pessoas e as ações de vento, as passarelas de pedestres geralmente são dotadas de baixa rigidez e massa, e conseqüentemente, suscetíveis à vibração excessiva.

Existem várias propostas para avaliar o desempenho de passarelas de pedestres sob o ponto de vista das vibrações excessivas; autores focam em quesitos que dizem respeito à capacidade da estrutura em absorver as cargas dinâmicas de projeto (BLANCHARD *et al*, 1977). Normas nacionais recomendam que as passarelas sejam projetadas de maneira que as suas frequências naturais estejam fora de uma determinada faixa crítica (NBR6118, 2003; NBR8800, 2010). Algumas normas internacionais (SETRA, 2006; EUROCODE 5-2, 1997; UK-NA to EUROCODE 1, 2003) também recomendam uma faixa crítica a ser melhor avaliada especificando também como deve ser modelado o pedestre e a estrutura, além de definir também um nível máximo de aceleração.

De modo que as passarelas de pedestres não apresentem vibrações intoleráveis quando da sua utilização, a análise e o projeto destas estruturas devem ser elaborados o suficiente para que sejam capazes de prever o seu funcionamento com uma boa fidedignidade. Isto inclui saber com profundidade a natureza das ações dinâmicas envolvidas. Em passarelas de pedestres, as fontes de ações dinâmicas geralmente são o vento, a ação de indivíduos que a utilizam e, em alguns casos, algumas vibrações que se originam através do solo atingindo as fundações. Nesta tese será mantido o foco na ação vertical que as pessoas aplicam na passarela ao atravessá-la, bem como as contribuições de massa e amortecimento do corpo humano sobre a estrutura.

Geralmente ao atravessar uma passarela, os indivíduos o fazem caminhando e, em casos excepcionais, correndo ou pulando. Há relatos na literatura (BLANCHARD *et al*, 1977; BACHMANN, 2002) da ocorrência de ruína da estrutura por excitações de vândalos.

Estas forças que os indivíduos imprimem no piso ao caminhar podem ser mensuradas através de equipamentos como, placas, plataformas ou esteira ergométrica, aparelhadas com sensores. ZIVANOVIC *et al*. (2005) e RACIC *et al*. (2009) publicaram em seus artigos um conjunto de vários modelos de força para pessoas caminhando. Devido ao caráter cíclico da caminhada, os modelos de forças determinísticos são expressos através

de uma série de Fourier, considerando até quatro harmônicos. A razão entre as amplitudes das componentes de frequência deste sinal de força modelado pelo peso do respectivo indivíduo, também conhecidas como Fator Dinâmico de Carga (FDC), é obtida através de uma série de medições com diversas pessoas variando em idade, sexo e peso.

Entretanto, em situações em que uma estrutura está ocupada por uma multidão, dependendo da densidade desta multidão as propriedades do sistema podem ser modificadas devido à adição de massa, obtendo um novo sistema formado por estrutura e pessoas. BROWNJOHN e FU (2005) relatam em seu artigo que nas suas medições foi verificado o aumento do amortecimento devido à presença de pessoas paradas na passarela enquanto outra pessoa trafegava. FERNANDES (2007) também verificou um decréscimo da resposta da estrutura em situações de multidão atravessando em fluxo contínuo, associado também ao aumento do amortecimento do sistema.

Outros autores comentam de uma maneira mais geral, que uma estrutura pode apresentar alterações em seu comportamento dinâmico quando ocupada por pessoas. Frequências naturais da estrutura mudam quando esta é ocupada por um grande número de pessoas (BUTZ *et al.*, 2008). BARKER e MACKENZIE (2008) chamam a atenção para estudos que sugerem que em situações de multidão os pedestres podem aumentar o amortecimento do sistema e, assim, reduzir a resposta estrutural.

Devido a isto, tem-se a necessidade de complementar o modelo de força largamente utilizado com um modelo dotado de massa e amortecimento, para assim levar em conta as contribuições dinâmicas que os pedestres aplicam sobre as estruturas, sobretudo em situação de multidão. A representação do corpo do pedestre por meio de um modelo que possui características de massa, rigidez e amortecimento caracteriza um modelo biodinâmico.

Estes modelos biodinâmicos podem ser descritos por um sistema de um ou mais graus de liberdade amortecidos. Na literatura existem várias propostas de modelos biodinâmicos, em relação à direção vertical, representando uma pessoa parada, em pé ou sentada (ISO 5982, 1981; MATSUMOTO e GRIFFIN, 2003; SACHSE *et al.*, 2003), para pessoas pulando (NHLEKO *et al.*, 2008) e para pessoas correndo (FERRIS *et al.*, 1998; NIGG e

LIU, 1999). Para pessoas caminhando existem algumas propostas mais atuais (MIYAMORI *et al.*, 2001; KIM *et al.*, 2008; CAPRANI *et al.*, 2011), distintas em relação ao número de graus de liberdade e em como foram determinados os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez.

Em contrapartida, SACHSE *et al.* (2004) propuseram um modelo acoplado representando multidão-estrutura através de um modelo de dois graus de liberdade, onde um grau de liberdade representa um modo da estrutura e o outro a multidão.

Existem modelos dinâmicos que consideram os efeitos de rigidez e inércia do corpo (RACIC *et al.*, 2009), enquanto outros também contêm elementos dissipativos (ISO 5982, 1981; FERRIS *et al.*, 1998; MIYAMORI *et al.*, 2001; SACHSE *et al.*, 2003; KIM *et al.*, 2008; CAPRANI *et al.*, 2011). O primeiro tipo é geralmente chamado de modelo biomecânico, enquanto o segundo é identificado como modelo biodinâmico, com considerações semelhantes ao anterior e adicionalmente o amortecimento.

Os estudos acima citados forneceram evidências de que nas estruturas submetidas à interação de pedestres (passarelas em áreas urbanas, por exemplo), as propriedades dinâmicas do corpo de indivíduos devem ser consideradas para definir a carga de projeto, ou então investigar seus efeitos corretamente.

Existem outras considerações sobre como se dá a interação entre homem e estrutura, como as condições do contato e o equilíbrio de forças dinâmico entre a estrutura e os indivíduos. Para estes tipos de fenômenos se faz necessário utilizar outra abordagem com a utilização de modelos mais sofisticados do que um sistema de 1 grau de liberdade (S1GL) linear.

1.2 OBJETIVOS DA TESE

O objetivo geral da tese é desenvolver um modelo biodinâmico de um grau de liberdade (S1GL) que represente a dinâmica na direção vertical de uma pessoa quando caminha. O movimento do grau de liberdade deste sistema, tendo uma massa m , é considerado como o

movimento do centro de gravidade do corpo humano, enquanto a rigidez k representa a impedância mecânica do corpo e o amortecimento c está relacionado com a dissipação de energia dos movimentos do corpo da pessoa. O centro de gravidade de uma pessoa está localizado na região de sua cintura (ROSE e GAMBLE, 1994).

Posteriormente, este modelo biodinâmico será utilizado para representar a ação de grupos de pedestres que cruzam um protótipo de passarela, em densidades distintas. A resposta da estrutura real submetida à ação de multidão será comparada com as respostas de simulações utilizando um modelo de passarela em elementos finitos. Este modelo de passarela estará submetido à ação das forças individuais dos pedestres, incluindo ainda alguns modelos biodinâmicos em uma quantidade que será função da densidade de ocupação.

1.2.1 Objetivos específicos

Foram definidos os seguintes pontos como objetivos específicos para esta pesquisa:

- Formulação de um sistema biodinâmico de modo que este venha representar os movimentos na direção vertical do centro de gravidade de uma pessoa ao caminhar;
- Elaboração de uma metodologia para determinar os parâmetros deste sistema dinâmico de modo que represente os deslocamentos e acelerações verticais de uma pessoa ao caminhar, a partir da força de reação do piso impressa pelo pedestre;
- Investigação de possíveis correlações entre os parâmetros deste modelo e definição de funções de regressão para se determinar tais parâmetros a partir de algumas características da pessoa (massa, taxa de passo);
- Acoplamento de um conjunto de modelos biodinâmicos a um modelo de estrutura de passarelas com a finalidade de levar em conta as contribuições dissipativas, bem como de mudança das características da estrutura devido à presença das pessoas;

- Verificação do modelo biodinâmico acoplado a modelo de protótipo de passarela através de medições experimentais.

1.2.2 Escopo da Tese

A tese será dividida em oito capítulos e a descrição sumária destes é dada a seguir:

- Capítulo 1: Introdução e Objetivos

Esta seção se destina a apresentar o tema abordado bem como a estrutura e os objetivos da Tese.

- Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Esta seção apresenta o que se tem disponível na literatura atual sobre o tema, contextualizando o trabalho e fornecendo subsídio para as discussões sobre os resultados obtidos.

- Capítulo 3: Metodologia

Seção deste trabalho que apresenta o embasamento teórico das técnicas utilizadas no desenvolvimento da Tese.

- Capítulo 4: Modelo biodinâmico para pedestres

Apresentação e desenvolvimento do modelo proposto, descrevendo a metodologia desenvolvida para determinar os parâmetros do modelo biodinâmico (S1GL) e verificações do funcionamento deste.

- Capítulo 5: Investigações adicionais sobre o modelo biodinâmico

Medições da força aplicada por indivíduos ao caminharem sobre uma placa instrumentada a fim de comparar com o modelo de força da literatura, também utilizado neste trabalho.

- Capítulo 6: Avaliação do desempenho do modelo biodinâmico proposto.

Modelagem de passarela submetida às ações dos modelos de força e biodinâmico, comparando-se às respostas medidas na estrutura real. Este é o capítulo em que é feita a validação do modelo biodinâmico.

- Capítulo 7: Análises e discussões

Análises críticas globais sobre os resultados da tese e discussões subsequentes.

- Capítulo 8: Conclusões

Conclusões da tese e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MODELAGEM DA INTERAÇÃO HOMEM-ESTRUTURA

O corpo humano interage com as estruturas, estando ele em repouso: sentado ou em pé; ou em movimento: caminhando, correndo ou pulando. Estas interações se desenvolvem através da troca de forças que existe entre a estrutura e o indivíduo enquanto está se locomovendo, das reações recíprocas da estrutura devido a estas forças, da modificação do sistema vibratório por adição de massa devido a presença de vários indivíduos, bem como o aumento do amortecimento do sistema devido à capacidade do corpo humano absorver a energia vibratória.

As forças de interação devido à locomoção geralmente são modeladas através de forças concentradas cíclicas que se movimentam ao longo da estrutura a uma velocidade constante. Esta força concentrada viria representar apenas os impulsos que um indivíduo aplica sobre uma superfície para se locomover, devido ao atrito entre esta superfície e o seu pé.

As contribuições de massa e dissipação que o corpo humano aplica às estruturas geralmente são consideradas através da inclusão de modelos de um ou mais graus de liberdades, acoplados aos modelos de estrutura.

Se as forças que originam a vibração são as pessoas, utilizam-se geralmente a combinação do modelo de forças pulsantes e um modelo dotado de massa, rigidez e em alguns casos amortecimento para representar a participação de um indivíduo sobre o funcionamento dinâmico de uma estrutura.

Entretanto, as diretrizes para dimensionamento de estruturas submetidas à ação de pessoas de normas internacionais vigentes (UK-NA to BS EN, 2003; SETRA, 2006) recomendam apenas o uso de um modelo de forças para representar as forças de interação entre pessoas e estruturas.

ELLIS e JI (1996) realizaram testes de impacto em vigas, com o objetivo de mensurar as frequências naturais, com a presença de indivíduos em pé e parados. Estes autores relataram a obtenção de diferentes frequências naturais da estrutura relacionadas a diferentes situações da adição de peso morto ou de indivíduos sentados ou em pé sobre a viga.

Tabela 2.1 – Frequências naturais de uma viga submetida a situações diferentes de massa (retirado de ELLIS e JI, 1996).

Descrição do experimento	Frequência (Hz)
Viga apenas	18,68
Viga + massa de 100 libras	15,75
Viga + massa de 200 libras	13,92
Viga + indivíduo em pé parado	20,02
Viga + indivíduo sentado	19,04
Viga + indivíduo pulando	18,68
Viga + indivíduo caminhando	18,68

Pode ser verificado na tabela 2.1 que a adição de massa diminuiu a frequência natural do sistema, como é o esperado. Entretanto, a presença de uma pessoa parada, apesar de adicionar massa ao sistema, aumentou a frequência natural deste. Este fato é coerente quando se considera que o indivíduo é representado por um sistema massa-mola-

amortecedor. Quando o indivíduo corre ou pula sobre a viga, não foram identificadas diferenças na frequência natural em relação à situação de quando a viga está desocupada. Este relato indica claramente que a presença de uma pessoa não é bem representada apenas pela adição de massas pontuais sobre um modelo de uma estrutura; um modelo S1GL amortecido seria mais adequado.

SACHSE *et al* (2003) publicaram um *review* sobre a interação entre pessoas e estruturas, reunindo modelos de forças pulsantes e modelos dotados de massa, amortecimento e rigidez para pessoas paradas.

Em contrapartida, ZOLTOWSKI (2005) propôs um modelo de força harmônica pulsante para indivíduos caminhando, sendo esta força função do peso do indivíduo, da taxa de passos e da resposta da estrutura que este caminha. Ele propôs uma modificação do modelo de força largamente utilizado, levando em consideração a reação da estrutura sobre o indivíduo.

2.1.1 Efeito da presença de multidões em estruturas

A norma ISO5982 (1981) propõe modelos biodinâmicos de dois graus de liberdade para representar um indivíduo que está parado ou sentado em uma estrutura, acoplando um modelo para cada pessoa ao modelo da estrutura.

SIM *et al.* (2006) investigaram os efeitos da presença de pessoas sentadas ou em pé sobre uma estrutura de arquibancada, através de modelos S1GL para a estrutura e S2GL para a multidão. Eles verificaram que, para multidões em repouso, há um decréscimo da frequência natural e acréscimo do amortecimento.

Uma estrutura pode apresentar alterações em seu comportamento dinâmico quando ocupada por várias pessoas, uma vez que o corpo humano tem massa e também dissipa a energia de vibração. Em casos da presença de uma multidão sobre a estrutura, as frequências naturais do sistema podem mudar (BUTZ *et al.*, 2008).

BARKER e MACKENZIE (2008) chamaram a atenção para estudos que sugerem que em situações de ocupações com maiores densidades de pedestres sobre uma estrutura, pode ocorrer aumento do amortecimento do sistema e, assim, redução na resposta estrutural.

KIM *et al.* (2008) investigaram o efeito da dinâmica vertical de indivíduos caminhando por uma passarela. Cada pedestre foi representado como um sistema biodinâmico, apresentando massa, rigidez e amortecimento. Eles observaram diferenças na resposta da estrutura entre os modelos de força e biodinâmico para a ação de pedestres. No entanto, os parâmetros biodinâmicos para modelar o corpo de pedestres adotado em seu estudo foram retirados da norma ISO 5982 (1981), que é aplicável a uma pessoa em repouso e em pé, não representando adequadamente a dinâmica de uma pessoa andando, devido à flexão dos joelhos durante andar, que muda a rigidez do corpo.

Os referidos estudos forneceram evidências de que em estruturas sujeitas a fluxo de pedestres (por exemplo, passarelas em áreas urbanas), a dinâmica do corpo de pedestres deve ser considerada para definir a carga de projeto, ou então para investigar seus efeitos corretamente.

2.2 MODELOS DE FORÇA QUE REPRESENTAM A AÇÃO DE PESSOAS EM PISOS

Indivíduos podem gerar forças dinâmicas em estruturas quando caminham, correm ou pulam sobre estas. Estas ações geralmente são consideradas como forças pulsantes, concentradas ou distribuídas sobre o vão, movimentando-se sobre uma estrutura.

As primeiras pesquisas relacionadas à quantificação da força que pessoas aplicam ao piso enquanto se locomovem foram relacionadas ao estudo de lajes de grandes vãos (ALLEN, 1974; ALLEN e RAINER, 1976); posteriormente sugeriram estudos relacionados a escadas flexíveis (RAINER e PERNICA, 1986; BISHOP *et al.*, 1995). Há um grande número de trabalhos relacionados a medições de forças de pessoas que estão caminhando

(EBRAHIMPOUR *et al.*, 1996; SAHNACI e KASPERSKI, 2005), pulando (ROITMAN *et al.*, 1995; YAO *et al.*, 2006), correndo (ROITMAN *et al.*, 1995) e proposições de modelos individuais de força analíticos gerados como uma série de Fourier para pessoas caminhando (EBRAHIMPOUR, 1989; PERNICA, 1990; ZIVANOVIC *et al.*, 2007; RACIC *et al.*, 2009) ou pulando (YAO *et al.*, 2006; NHLEKO *et al.*, 2008; RACIC e PAVIC, 2009).

2.2.1 Modelos de força que representam a ação vertical de um indivíduo caminhando sobre um piso

Há situações em que são utilizados modelos para fazer uma análise harmônica ou transiente com o objetivo de se determinar o nível máximo de aceleração na estrutura devido à travessia de pedestres. Em casos mais simples podem ser utilizados modelos de S1GL equivalentes que fornecem expressões analíticas de suas respostas. Para geometrias e cargas mais complexas pode ser utilizada a modelagem em elementos finitos.

Na figura 2.1 pode ser observada uma curva característica de um sinal de força que um pé de um indivíduo aplica ao piso ao caminhar. Esta curva característica possui fases (A, B, C, D e E) que definem bem os momentos de contato do pé com o piso até o impulso que este aplica imediatamente antes do indivíduo retirá-lo do piso no ato de caminhar. O momento A é quando o calcanhar encosta no piso, B é o momento final deste impacto, incluindo a inércia do movimento, C a estabilização do pé por completo, com o início da flexão dos joelhos e o início do contato do outro pé do indivíduo no piso, D é o impulso que o pé aplica momentos antes de deixar o contato com o piso, finalizando em E.

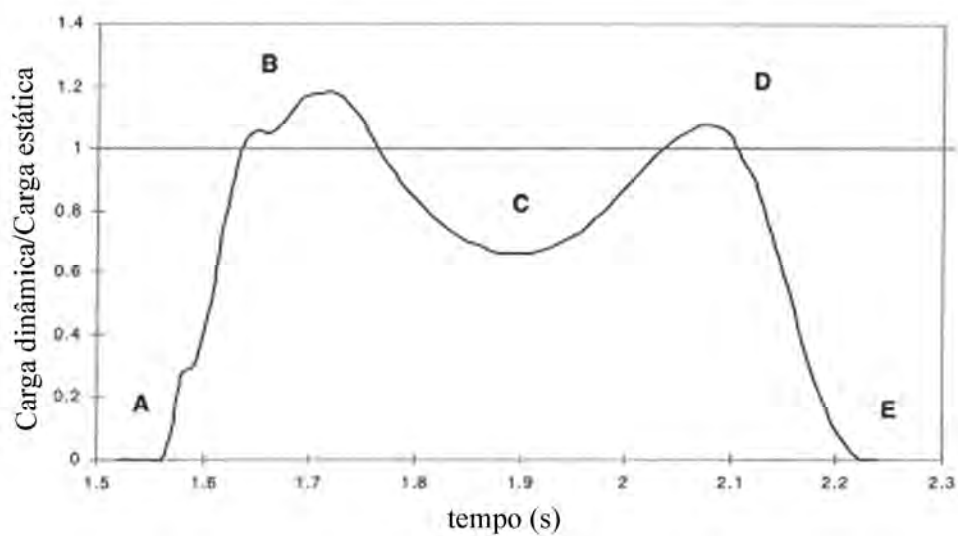


Figura 2.1 – Exemplo de sinal da força de um pé de um indivíduo aplicado ao piso enquanto caminha (modificado de KERR e BISHOP, 2001)

A superposição das curvas impressas pelos dois pés do indivíduo pode ser visualizada na figura 2.2.

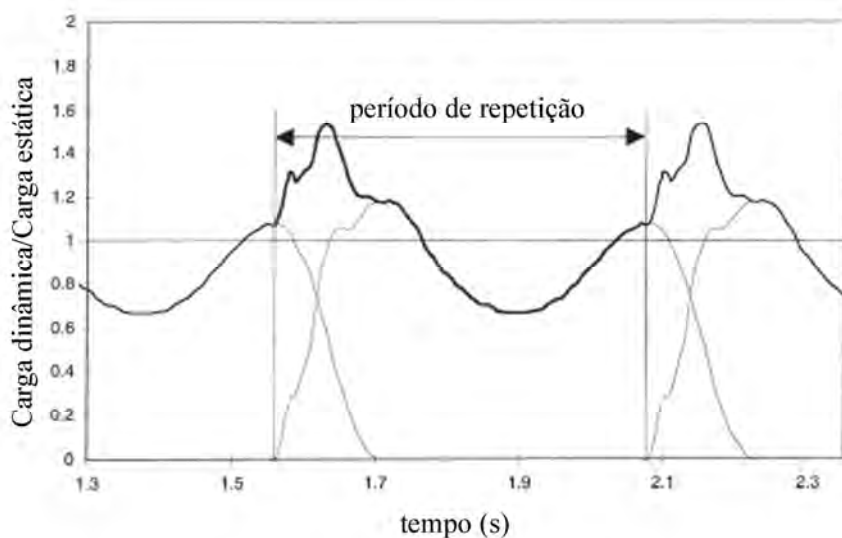


Figura 2.2 – Sobreposição das forças aplicadas pelos pés de um indivíduo enquanto caminha. (modificado de KERR e BISHOP, 2001)

Na figura 2.2 pode ser observado que a soma das duas curvas dos dois pés de um indivíduo produz outra curva com características periódicas. Esta curva é geralmente modelada através de uma série de Fourier a partir da definição do peso estático de um indivíduo, da

sua taxa de passos e as componentes de amplitude até o quarto harmônico. O que geralmente difere entre as propostas dos diversos autores deste modelo é o valor das componentes de frequência harmônica, chamados FDC (Fator Dinâmico de Carga).

Este modelo se trata de uma aproximação das forças aplicadas ao piso pelos pés de um indivíduo enquanto caminha, pois a caminhada de uma pessoa é extremamente variável, não sendo exatamente equivalente a uma função matemática.

ZIVANOVIC *et al.* (2005) e RACIC *et al.* (2009) publicaram artigos sobre o estado da arte de modelos de cargas em passarelas para a direção vertical, que vêm representar a caminhada de uma pessoa, pequenos grupos ou grandes grupos. Estas publicações são uma referência importante para a modelagem e análise de estruturas submetidas a este tipo de carregamento, como por exemplo: passarelas de pedestres, arquibancadas, escadarias e pisos de grandes vãos.

Nestes artigos, os seus autores relatam que fizeram medições da força vertical aplicada por indivíduos que caminhavam através de uma plataforma ou esteira instrumentada. Vários indivíduos caminharam sobre a aparelhagem de medição e nestes ensaios os autores captaram e determinaram médias e desvio padrão da taxa de passos e amplitude da força dinâmica que o indivíduo aplica ao piso. Devido ao caráter cíclico deste sinal captado durante a caminhada, fundem-se os sinais provenientes das duas pernas do indivíduo, obtendo um terceiro sinal proveniente da soma dos anteriores. Este sinal resultante é modelado por uma série de Fourier que geralmente é apresentada na forma da equação 2.1).

$$F(t) = G \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \cos(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \phi_i) \quad (2.1)$$

Na equação 2.1, $F(t)$ é a expressão de Fourier que define a componente vibratória vertical da carga de um indivíduo que caminha no domínio do tempo, G é o peso estático do indivíduo em N, α_i o Fator de Dinâmico de Carga (FDC), f_p é a taxa de passos em Hz, i os harmônicos considerados deste sinal, que vão de 1 a n , t o tempo em segundos e ϕ_i o ângulo de fase i em relação ao primeiro harmônico.

Foram feitos estudos iniciais por vários autores (HARPER, 1962; GALBRAITH e BARTON, 1970; BLANCHARD *et al.* 1977; KERR e BISHOP, 2001) em plataformas instrumentadas com o objetivo de traçar as características do sinal de força aplicada pelo pedestre ao caminhar bem como a possibilidade deste sinal ser modelado por uma série de Fourier com mais de um harmônico.

MATSUMOTO *et al.* (1972) iniciaram as investigações sobre a distribuição da taxa de passos de grupos de pedestres que caminham, calculando sua média e desvio padrão. Na tabela 2.2 estão alguns resultados de medições de taxa de passos de pedestres ao caminhar, com dados obtidos de medições em grupos de pedestres em passarelas ou em testes individuais em laboratório.

Na tabela 2.2 pode ser observado que os valores médios encontrados pelos diferentes autores pode ser explicado pela variabilidade inter-pessoas, influenciada por questões culturais, característica física de pedestres, tipo de calçado, dentre outros fatores.

Tabela 2.2 – Alguns exemplos de média e desvio padrão para a distribuição de taxas de passos de pedestres ao caminhar.

Referência	Taxa de Passo (Hz)	Desvio Padrão (Hz)	Qtde. de Pessoas	Condição do Teste
MATSUMOTO <i>et al.</i> (1972)	1,99	0,178	505	Grupos em passarela
KERR e BISHOP (2001)	1,90	-	40	Testes individuais
ŽIVANOVIĆ <i>et al.</i> (2005)	1,87	0,186	1976	Grupos em passarela
SAHNACI e KASPERSKI, (2005)	1,82	-	251	Testes individuais

Alguns destes autores, além de medir as taxas de passos de pedestres ao caminhar, obtiveram valores de FDC's a partir das medições individuais das forças aplicadas pelos pedestres. Na tabela 2.3 podem ser observadas algumas propostas de FDC's, algumas vezes associado à taxa de passos, baseado no modelo de Fourier dado pela equação 2.1.

Na tabela 2.3 observa-se que existe uma proposta de FDC com apenas um harmônico (BLANCHARD *et al.*,1977), onde este só resultará apropriado se a frequência desta carga for próxima a alguma frequência natural da estrutura na faixa de excitação do tal harmônico. Este tipo de proposta é adotado por algumas normas para avaliar o nível de vibração da passarela na ressonância (NA to BS EN, 2003). As demais propostas apresentadas na tabela 2.3 utilizam uma força com mais de um harmônico, sendo uma abordagem mais realística, podendo ou não estas componentes da força coincidirem com uma ou mais frequências naturais da estrutura simultaneamente.

Tabela 2.3 – Propostas de FDC's para uma pessoa caminhando na vertical.

Referência	FDC's	Comentários
BLANCHARD <i>et al.</i> (1977)	$\alpha_1=0,257$	Há uma redução no valor do FDC para frequências entre 4 Hz e 5 Hz.
RAINER <i>et al.</i> (1988)	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4	FDC's são dependentes da taxa de passos.
KERR (1998)	$\alpha_1, \alpha_2=0,07$ e $\alpha_3=0,06$	α_1 é dependente da taxa de passos

Nas expressões de RAINER *et al.* (1988), em que colocam os FDC's em função da taxa de passos, para a mesma pessoa, há um aumento no valor do FDC com o aumento da taxa de passos. Isto foi comprovado posteriormente por FERNANDES (2007).

Posteriormente, KERR (1998) propôs expressões de FDC's, formando uma força dinâmica pulsante contendo quatro harmônicos, onde o primeiro é correlacionado à taxa de passos do indivíduo e as demais constantes.

SAHNACI e KASPERSKI (2005) verificaram nas suas medições o aparecimento de harmônicos intermediários entre os harmônicos, chamados de sub-harmônicos. O aparecimento destes sub-harmônicos foi atribuído a diferenças entre as forças aplicadas por cada uma das pernas e, caso algum destes estivessem coincidindo com alguma frequência natural de uma passarela, poderiam produzir respostas da estrutura superiores a de um harmônico excitando a estrutura fora de ressonância.

Com base nisto, ZIVANOVIC *et al* (2007) propuseram expressões para os FDC's dos cinco primeiros harmônicos e sub-harmônicos em função de uma tabela de parâmetros de ajustes de curvas. Isto foi feito de tal maneira para que fossem considerados no modelo de força outros componentes de frequência, de menor amplitude, que se localizam entre os harmônicos e sub-harmônicos, bem como a consideração da variabilidade entre pedestres, aproximando mais o modelo aos sinais medidos nos experimentos. A parcela que contém os harmônicos desta expressão da força é dada pela equação 2.2.

$$F(t) = \sum_{i=1}^n \left[G \cdot \alpha_i \cdot \sum_{f_j=i-0.50}^{i+0.50} \bar{\alpha}_i(f_j) \cdot \cos(2\pi \cdot f_j \cdot f_p \cdot t - \phi(f_j)) \right] \quad (2.2)$$

Na equação 2.2, $\bar{\alpha}_i(f_j)$ é o FDC médio na componente de frequência f_j entre os harmônicos $i \cdot f_p$, obtido por ajuste de curvas provenientes de dados experimentais. Os demais parâmetros foram definidos na equação 2.1. Neste modelo, também são considerados os ângulos de fase entre os harmônicos, sendo obtidos através de um número aleatório de uma distribuição uniforme entre $-\pi$ e $+\pi$.

2.2.2 Modelos de força que representam uma multidão caminhando sobre uma passarela

Em algumas concepções de projeto, a resposta da travessia de um único pedestre, obtida através de um modelo, é multiplicada por um coeficiente de magnificação (MATSUMOTO *et al.*, 1978) para que assim represente a resposta de um maior número de pessoas atravessando a passarela.

MATSUMOTO *et al.* (1978) mostraram que, se os pedestres que compõem um grupo, atravessam a passarela de forma independente dos outros, a vibração característica pode ser estudada pela superposição de vibrações estocásticas produzidas por um único pedestre. Esta superposição pode ser generalizada por um coeficiente de majoração dado pela equação 2.3.

$$C_{fm} = \sqrt{N_p} \quad (2.3)$$

Na equação 2.3, C_{fm} é o coeficiente de magnificação das ações de um indivíduo para obter a resposta de uma multidão, N_p é o número de pedestres que estão simultaneamente em um instante de tempo sobre a passarela.

Estes coeficientes de magnificação visam simplificar o modelo de cargas em situações em que a passarela está submetida à carga de multidão, extrapolando a resposta de um indivíduo, inicialmente proposta por MATSUMOTO *et al.* (1978). Posteriormente outras propostas surgiram (FERNANDES,2003; BROWNJOHN *et al.*,2004).

BROWNJOHN *et al.* (2004) propuseram um coeficiente de magnificação através da esperança da correlação entre sinais de um único pedestre, obtendo o mesmo resultado de MATSUMOTO *et al.* (1978). Outras referencias (BARKER,2005; SETRA,2006) propõem outros coeficientes de magnificação modificando a expressão, dada pela equação 2.3, desenvolvida por MATSUMOTO *et al* (1978) ou BROWNJOHN *et al.* (2004).

FERNANDES (2003) propôs um coeficiente de magnificação para cada configuração de vãos, através de expressões lineares. A equação 2.4 mostra a expressão para o caso de uma passarela modelada como viga bi-apoiada.

$$C_{fm} = 0,71 \cdot N_p + 0,29 \quad (2.4)$$

2.3 MODELOS BIODINÂMICOS QUE REPRESENTAM A DINÂMICA DE PESSOAS

Existem vários trabalhos sobre modelos que tentam representar a mecânica do movimento do corpo humano enquanto se locomove por conta própria. Os modelos para estas aplicações visam investigar o equilíbrio e as forças envolvidas nas quais o corpo está

submetido quando se locomove. Nestes casos, geralmente se utilizam modelos dotados de massa e rigidez e são conhecidos por modelos biomecânicos.

Estes modelos biomecânicos são muito utilizados para obter avaliações simuladas das forças sobre os membros inferiores, ou o corpo inteiro, de um indivíduo enquanto caminha (GARCIA *et al.*, 1998; REN *et al.*, 2005; CHI e SCHMITT, 2005; IIDA *et al.*, 2008), corre (DALLEAU *et al.*, 1998; FERRIS *et al.*, 1998; WALKER e BLAIR, 2001) ou pula (NHLEKO *et al.*, 2008).

Quando se deseja investigar os movimentos e as forças dissipativas envolvidas que o corpo de um indivíduo produz, em uma determinada direção ao se locomover, recorre-se ao modelo biodinâmico, dotado de rigidez, amortecimento e massa modal. A massa modal do corpo (m) depende do tipo de locomoção e é função da massa total do corpo do indivíduo (M).

Com a consideração destes tipos de modelo, poderá se ter uma resposta da estrutura mais próxima do real na avaliação do nível de vibração de estruturas submetidas à multidão.

2.3.1 Modelos biodinâmicos que representam pessoas paradas ou correndo

Há algumas propostas na literatura de modelos biodinâmicos que se propõem representar o corpo inteiro de pessoas paradas que estão sentadas (COERMANN, 1962; ISO5982, 1981; MATSUMOTO e GRIFFIN, 2000), em pé (ISO5982, 1981; FALATI, 1999; BROWNJOHN, 1999; MATSUMOTO e GRIFFIN, 2003; SACHSE *et al.*, 2003, SUBASHI *et al.*, 2008) ou correndo (NIGG *et al.*, 1999; LIU *et al.*, 2000) e algumas destas são apresentadas na tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Parâmetros propostos por alguns autores para modelos S1GL em relação à direção vertical.

Referência	m (kg)	c (N.s/m)	k (kN/m)	Postura do pedestre
COERMANN (1962)	86,20	1720,00	85,25	Sentado
FALATI (1999)	25,00	1636,00	107,00	Em pé
BROWNJOHN (1999)	80,00	1946,00	82,00	Em pé

Há também outra proposta (SACHSE *et al.*, 2004), de abordagem mais simplista, para modelar a interação pessoa-estrutura, considerando um modelo de dois graus de liberdade. Neste caso, um dos graus de liberdade representa um dos modos de interesse da estrutura e o outro as contribuições devido à presença de vários indivíduos.

2.3.2 Modelos acoplados que representam o caminhar de indivíduos

ELLIS e JI (1996) já apontavam que uma única pessoa não é capaz modificar o sistema dinâmico da estrutura sozinho. A variação da frequência natural deve ser verificada na presença de várias pessoas sobre a estrutura de modo que a adição de massa seja suficiente para provocar tal modificação.

MIYAMORI *et al.*(2001) propuseram um modelo de três graus de liberdade para representar a dinâmica na direção vertical de um indivíduo, funcionando em conjunto com um modelo de força para aplicar as ações na passarela. Estes autores ajustaram os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez do modelo do indivíduo através de diversas travessias individuais em uma passarela de pedestres. Eles verificaram uma pequena diminuição na resposta que este modelo oferece em relação aos modelos de força utilizados largamente nestas situações.

KIM *et al.* (2008), conforme já descrito, investigaram o efeito da dinâmica de pedestres caminhando por uma passarela mas representaram a dinâmica de pessoas caminhando utilizando modelos para pessoas paradas.

CAPRANI *et al.* (2011) propuseram a utilização de uma população de modelos de um grau de liberdade, acoplados cada um a um modelo de força concentrada pulsante, para investigar os efeitos da travessia de multidões numa passarela. Para isto, eles estipularam uma faixa de valores considerados válidos para os parâmetros dos modelos biodinâmicos e realizaram inúmeras simulações de travessias de multidões sobre uma passarela. Foi verificado neste estudo que para taxa de passos da multidão próximas da frequência natural da passarela, ocorrem diferenças significativas entre as respostas do modelo biodinâmico combinado com o modelo de força em comparação com os resultados produzidos pelo modelo de força apenas. Foram utilizados, para os modelos S1GL que representam cada indivíduo caminhando, uma rigidez média de 22,5 kN/m com desvio padrão de 2,25 kN/m, considerando que esta é uma variável de distribuição normal. A razão de amortecimento 0,3 foi considerada para todos os indivíduos simulados e, a massa foi considerada como uma variável com uma distribuição log-normal com média 73,9 kg e coeficiente de variação de 21,2%. Estes autores perceberam também que os modelos biodinâmicos utilizados têm uma maior influência na resposta do modelo de estrutura quando a taxa de passos está próxima da frequência natural do sistema.

2.4 VIBRAÇÕES EM PASSARELA DE PEDESTRES DEVIDO À PRESENÇA DE PESSOAS

Com a evolução dos materiais estruturais e as técnicas de modelagem em elementos finitos, nas últimas décadas as estruturas vêm aprimorando suas formas, se tornando mais leves, esbeltas e com grandes vãos. Estruturas com estas características geralmente possuem baixa rigidez e baixo amortecimento, podendo estar suscetíveis a vibrações quando em serviço (BLANCHARD *et al.*, 1977; DANBON, 2005).

Isto provavelmente se deve ao fato de que várias destas estruturas foram projetadas para se submeter primordialmente a cargas estáticas visando evitar a ruína apenas. Existem vários relatos na literatura de situações em que passarelas de pedestres apresentaram o problema de vibrações excessivas, seja proporcionando desconforto dos usuários (ELS-Estado Limite de Serviço) ou até casos de ruínas (ELU-Estado Limite de Utilização).

PAN (1992) estuda em seu artigo uma passarela estruturada com vigas vierendeel em aço com vão de 40,1 metros que, apesar de ser projetada de acordo com a BS5400 (2006) da época, estava apresentando vibrações excessivas.

BROWNJOHN (1997) estudou uma passarela com estrutura principal formada por cabos funiculares de vão de 35 metros que apresentava vibração excessiva quando em serviço.

ZIVANOVIC *et al.* (2005) estudaram uma passarela feita em caixão celular em aço com dois vãos de 13 metros e um vão de 78 metros. Apesar desta passarela ter sido projetada segundo o limite de aceleração de $0,7 \text{ m/s}^2$ recomendado pela BS5400 (2006), foram verificadas acelerações da ordem de $0,45 \text{ m/s}^2$ devido a tráfego de pedestres e mesmo assim mais de 300 pedestres entrevistados relataram sentir vibrações verticais a níveis apontados como inaceitáveis.

BROEK *et al.* (2008) estudaram o comportamento de uma passarela em aço com o tabuleiro suspenso por arcos com um vão de até 75 metros e esta apresentou vibrações excessivas devido à travessia de grupos com 10 a 50 pessoas.

Há relatos de colapso durante utilização de passarelas datado do ano de 1154 bem como o colapso pela passagem de soldados em outra passarela em 1831 (ZIVANOVIC *et al.*, 2005), dentre outros casos (WOLMUTH *et al.*, 2003), incluindo também casos de vibração excessiva (TILLY *et al.*, 1984; PIMENTEL *et al.*, 1999; TAYLOR, 2002; BROWNJOHN *et al.*, 2004; KASPERSKI, 2005; DANBON *et al.*, 2005; MACDONALD, 2008), tendo como o caso mais popular a vibração lateral excessiva na Millenium Bridge em 2000. De fato, os problemas que envolvem vibrações em passarelas de pedestres geralmente são de utilização e não de ruína (PIMENTEL *et al.*, 1999).

Há algumas décadas as investigações sobre o funcionamento estrutural em torno dessas vibrações começaram a se aprofundar, procurando sofisticar as metodologias de análise experimental e modelagem da estrutura. Através da análise modal da estrutura podem ser conhecidos os modos de vibração e suas respectivas frequências naturais. Assim é possível verificar, através de uma modelagem, se o projeto da estrutura de passarela possui frequências naturais que venham a coincidir com algum dos componentes de frequências da excitação produzida por pedestres.

Em vibrações mecânicas existe o conceito de ressonância que, resumidamente, significa a coincidência da frequência da fonte de excitação com uma ou mais frequências naturais da estrutura, resultando em deslocamentos mais pronunciados da estrutura devido a isto (DALLARD *et al.*,2001). Há vários relatos sobre a avaliação de passarela de pedestres, com considerações sobre a vibração excessiva, e de que estas possuem pelo menos uma frequência natural entre 1,5 Hz a 5,0 Hz (PAN,1992; BROWNJOHN,1997; ZIVANOVIC *et al.*,2005; MACDONALD,2008; BROECK *et al.*,2008). Sabe-se que a taxa de passos média de uma pessoa no seu caminhar livre está em torno de 2,0 Hz (ZIVANOVIC *et al.*,2005; RACIC *et al.*,2009), podendo assim um dos harmônicos deste sinal de excitação do pedestre entrar em ressonância com alguma frequência natural da passarela.

2.5 RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS PARA O PROJETO DE PASSARELAS DE PEDESTRES

As normas brasileiras de estruturas de concreto armado (NBR6118, 2003) e de estruturas de aço (NBR8800, 2010), no que diz respeito ao projeto de passarelas de pedestres em relação a vibrações, fazem recomendações distintas sobre como devem ser projetadas.

A NBR6118 (2003) apenas especifica uma faixa crítica de frequências entre 1,6 Hz a 4,5 Hz, recomendando que as frequências naturais da estrutura estejam 20% afastadas deste intervalo, ressaltando que se esta condição não for suficiente deve-se recorrer a alguma norma internacional.

A NBR8800 (2010) possui um anexo específico para a ação dinâmica em pisos, que inicialmente diz que devem ser levadas em conta pelo menos as características e natureza das ações; os critérios para aceitação para o conforto humano; questões relacionadas à ressonância, amortecimento e os pesos efetivos do piso, além de recomendar outras normas para uma avaliação mais precisa. Posteriormente esta norma faz algumas especificações em relação a valores mínimos de frequência natural para pisos, mas nada específico para passarelas de pedestres.

Observa-se que, dentre as normas de projeto envolvendo os dois materiais estruturais tradicionalmente mais utilizados no Brasil, isto é, aço e concreto, não há uma recomendação mais precisa para os projetos de passarelas de pedestres. Talvez seja devido à pequena quantidade de passarelas com projetos arrojados, comparando-se à Europa, Ásia e Estados Unidos.

No âmbito internacional, provavelmente devido à existência de mais grupos que estudam dinâmica de estruturas e à maior demanda por projetos arrojados e modernos, há algumas normas que fazem recomendações projetuais mais sofisticadas e para situações variadas.

O SETRA (2006) é um instituto francês que editou um documento específico para o projeto de passarelas sujeitas a excitações de pedestres. Este documento caracteriza a ação dos pedestres como uma ação de uma força dinâmica e estabelece faixas de frequências correspondentes à caminhada e corrida de pedestres. Caso a passarela tenha o seu uso previsto para pequeno tráfego e uso pouco freqüente, o SETRA (2006) recomenda apenas que as frequências naturais da passarela estejam fora da faixa entre 1,7 Hz e 2,2 Hz para a direção vertical. Para os casos de uso freqüente e com possibilidade de passagem de multidões sobre a passarela, muito comum em grandes centros urbanos, este documento especifica que deve ser feita uma análise harmônica ou transiente sobre o modelo de passarela a fim de verificar se o nível de vibração obtido está abaixo de níveis admissíveis. Esta análise consiste em considerar uma carga uniformemente distribuída oscilante sobre toda a passarela em função da densidade da multidão a ser considerada.

O UK NA to BS EN (UK National Annex to Eurocode 1: Actions on Structures, 2003), faz algumas recomendações sobre o projeto de passarelas de pedestres submetidas à ação

dinâmica vertical. Primeiramente é recomendada a comparação da aceleração de pico no piso da passarela através de modelos e comparar este nível de aceleração com os critérios de conforto estabelecidos pela mesma norma. Em situações de multidão a norma faz referência a algumas densidades de acordo com o possível uso da passarela, recomendando, de maneira semelhante ao SETRA(2006), uma carga pulsante distribuída uniformemente sobre a passarela, dependente da densidade de pessoas, o número de pedestres, o vão da passarela, a largura desta e a sincronização dos pedestres.

O EUROCODE 5-2 (1997) propõe expressões diferenciadas do coeficiente de magnificação para pequenos grupos e para multidões. Para pequenos grupos ele propõe um coeficiente magnificador, chamado de k_{vert} e obtido através de um gráfico, em função da frequência fundamental da passarela. Para o caso de multidão, esta norma recomenda a expressão dada pela equação 2.5.

$$C_{fm} = 0,027 \cdot l \cdot b \cdot k_{vert} \quad (2.5)$$

Na equação 2.5, l e b são o comprimento do vão e a largura da passarela, respectivamente.

Atualmente existe um questionamento sobre o uso destes coeficientes magnificadores para obter a resposta de passarelas submetidas à ação de multidões (ISO10137,1981; BUTZ *et al.*,2008; BARKER *et al.*,2008, KIM *et al.*,2008), uma vez que esta técnica vem apresentando respostas com maior magnificação do que o real, a partir de uma dada densidade. Estão surgindo discussões na literatura de que esta diferença seja devido à modificação das frequências naturais da passarela, devido à adição de massa, de modo que a afaste da ressonância (BUTZ *et al.*,2008; BARKER *et al.*,2008, KIM *et al.*,2008) e devido à absorção de energia pelos pedestres (BROWNJOHN *et al.*,2005; FERNANDES,2007, BARKER *et al.*,2008).

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão descritas as técnicas de modelagens de estruturas e indivíduos (seção 3.1); metodologias de captação, processamento e análise de sinais experimentais de acelerações, deslocamentos e forças (seção 3.2); metodologia de resolução do sistema de equações não lineares através do processo de minimização para determinação dos parâmetros do modelo biodinâmico (seção 3.3); e as técnicas de avaliação estatística dos dados obtidos nas medições experimentais e replicações das simulações dos modelos (seção 3.4).

3.2 METODOLOGIAS PARA A MODELAGEM DE ESTRUTURAS E INDIVÍDUOS

O modelo de S1GL foi utilizado para conceber o modelo biodinâmico proposto, partindo da solução da situação de movimento de base e sua solução analítica. A estrutura de passarela estudada foi modelada segundo o Método dos Elementos finitos (MEF), bem como as análises modal e transiente.

3.2.1 Modelo S1GL amortecido

O modelo S1GL amortecido é dotado de massa modal m em função da massa corpórea total M , coeficiente de amortecimento c e rigidez k . Este modelo possui resposta analítica tanto para o caso da excitação ser dada por movimentos de base quanto por uma carga pulsante harmônica aplicada ao grau de liberdade (Figura 3.1).

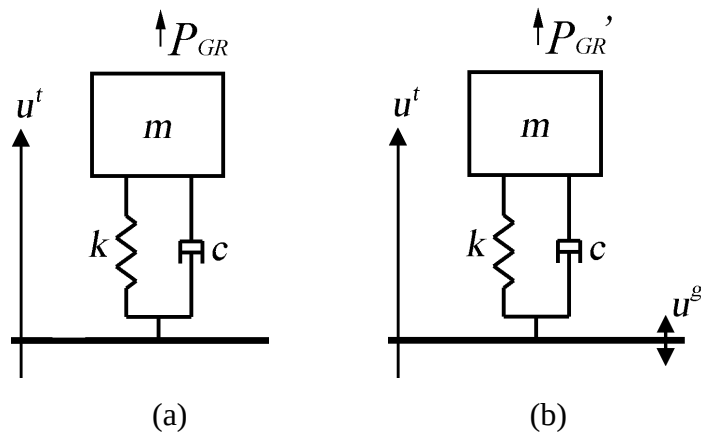


Figura 3.1 – Modelo de S1GL: (a) excitado por uma carga harmônica. (b) excitado por uma carga harmônica e um movimento de base simultaneamente.

No geral, o corpo inteiro de um indivíduo que está caminhando será representado por um S1GL. Na figura 3.1, u^t é o deslocamento do grau de liberdade em relação a um referencial fixo e u^g é o deslocamento cíclico da base.

O grau de liberdade deste modelo estará submetido a uma força harmônica P_{GR} quando o indivíduo caminhar em uma superfície rígida (Figura 3.1.a), sendo esta a força de reação do piso. Quando o indivíduo estiver caminhando sobre uma superfície que vibra (Figura 3.1.b), de deslocamentos u^g , o grau de liberdade do S1GL estará submetido a uma força P_{GR}' , assumindo que o nível de vibração é baixo o suficiente para não alterar os parâmetros do modelo S1GL.

Estas duas situações podem ser descritas matematicamente, respectivamente, pelas expressões das Equações 3.1 e 3.2 (CLOUGH e PENZIEN, 1986).

$$m\ddot{u}^t + c\dot{u}^t + ku^t = P_{GR} \quad (3.1)$$

$$m\ddot{u}^t + c(\dot{u}^t - \dot{u}^g) + k(u^t - u^g) = P_{GR}' \quad (3.2)$$

No caso em que o piso é móvel a carga aplicada pelo indivíduo P_{GR}' pode ser diferente da força P_{GR} quando este caminha sobre uma superfície rígida. Isto estaria relacionado a uma potencial mudança do padrão do caminhar quando o indivíduo se locomove sobre uma superfície vibrante.

Uma abordagem simplificada seria considerar que o modelo biodinâmico do indivíduo (S1GL) está acoplado a um modelo de estrutura de passarela em elementos finitos, submetendo a estrutura a uma força P_{GR} , dada por uma série de Fourier (Eq. 2.1) com constantes obtidas através de medições em superfícies rígidas. Isto é equivalente a se considerar P_{GR} e P_{GR}' iguais. A validade desta simplificação será verificada através de comparações entre simulações do modelo e medições na estrutura real.

A resposta harmônica em deslocamentos da Eq. 3.1 é dada pela Eq. 3.3 (THOMSON e DAHLEH,1997).

$$D(\omega) = \frac{P_{GR0}(\omega)}{|k - \omega^2 \cdot m + j \cdot \omega \cdot c|} \quad (3.3)$$

Na equação 3.3, $D(\omega)$ é a amplitude do deslocamento do sistema descrito pela equação 3.2 excitado por uma carga harmônica de amplitude $P_{GR0}(\omega)$ e frequência angular ω , onde j é o número complexo (raiz de -1). Derivando-se duas vezes a expressão do deslocamento do sistema em relação ao tempo, obtêm-se as amplitudes das acelerações do modelo devido à carga harmônica aplicada (Eq. 3.4).

$$A(\omega) = \frac{\omega^2 \cdot P_{GR0}(\omega)}{|k - \omega^2 \cdot m + j \cdot \omega \cdot c|} \quad (3.4)$$

A equação 3.4 relaciona a amplitude da aceleração devido à excitação de uma carga harmônica de amplitude $P_{GR0}(\omega)$ em um sistema S1GL dotado de massa m , amortecimento viscoso c e rigidez k .

3.2.2 Modelo da estrutura em elementos finitos

Através do MEF é possível discretizar o contínuo. Alguns programas comerciais de análise estrutural que utilizam o MEF possuem rotinas implementadas para realizar a análise modal, e assim determinar os modos de vibrações e frequências naturais dos modelos de estruturas. Estes programas também possuem rotinas implementadas para se obter a resposta no tempo através de uma análise harmônica ou transiente. Um dos programas de análise estrutural por elementos finitos é o ANSYS (2010).

A análise dinâmica transiente linear disponível no ANSYS é realizada através do algoritmo de Newmark que, dependendo da configuração dos parâmetros do algoritmo, este se torna incondicionalmente estável (BATHE, 1996). Aliado a isto, deve-se fazer a escolha do incremento de tempo de acordo com a duração dos ciclos da resposta.

Outro fator importante para que a resposta de um modelo em elementos finitos tenha uma boa precisão é o tamanho do elemento que compõe a malha de elementos do modelo da estrutura. O tamanho deste elemento deve ser pequeno o suficiente de modo que a resposta não seja perturbada por erros, tanto em problemas estáticos quanto em problemas dinâmicos. Cada vez que se diminui o tamanho do elemento, a resposta do modelo converge para um determinado valor.

3.2.3 Análises dinâmicas modal e transiente de estruturas

Um sistema vibra de acordo com a maneira como é excitado e em consonância com os seus modos de vibração. Cada modo de vibração possui uma frequência associada, também

conhecida como freqüência natural ou ressonante. Tais freqüências, bem como os seus modos de vibração, podem ser obtidas através da solução da equação 3.5.

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{0\} \quad (3.5)$$

Esta é a equação de equilíbrio de um sistema submetido à vibração livre não-amortecida, onde $[M]$ é a matriz de massa do sistema, $[K]$ a matriz de rigidez do sistema, $\{u\}$ o vetor de deslocamentos nodais e $\{\ddot{u}\}$ é o vetor de acelerações nodais.

Para um sistema linear, as vibrações livres são harmônicas e seus deslocamentos podem ser descritos, por exemplo, por funções trigonométricas, ou seja:

$$\{u\}_i = \{\varphi\}_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \quad (3.6)$$

$$\omega_i = 2\pi \cdot f_i \quad (3.7)$$

Na equação 3.6, $\{u\}_i$ é o vetor de respostas nodais da estrutura relativas ao modo i , $\{\varphi\}_i$ são os autovetores (modo de vibração) i , ω_i são as freqüências naturais do sistema em rad/s, associados aos respectivos modos, t o tempo e f_i são as freqüências naturais em Hertz.

Substituindo a equação 3.6 na equação 3.5, obtém-se a equação 3.8 que pode ser resolvida como um problema de autovetores e autovalores. Este procedimento de determinação dos modos de vibração e das freqüências naturais do sistema é chamado de análise modal.

$$[K] \cdot \{\varphi\}_i = \omega_i^2 \cdot [M] \cdot \{\varphi\}_i \quad (3.8)$$

Outro parâmetro que influencia significativamente a resposta de um sistema dinâmico é o amortecimento. Fisicamente, o amortecimento representa a capacidade do sistema de dissipar a energia vibratória e, em consequência, diminuir a amplitude dos deslocamentos. Há várias formas de se representar o amortecimento, sendo o mais usual o do tipo viscoso.

No ANSYS, a matriz de amortecimento é obtida a partir das matrizes de rigidez e de massa, conforme mostrado na equação 3.9. Este modelo de amortecimento de um sistema é conhecido como amortecimento de Rayleigh (BATHE, 1996)

$$[C] = \alpha_R \cdot [M] + \beta_R \cdot [K] \quad (3.9)$$

Onde $[C]$ é a matriz de amortecimento do sistema, α_R e β_R são as constantes de Rayleigh. Os parâmetros α_R e β_R são obtidos a partir de frequências fundamentais do sistema e do amortecimento que este possui. Estes coeficientes podem ser determinados resolvendo-se um sistema de equações lineares formado a partir da definição de duas frequências naturais ω_1 e ω_2 e respectivas razões de amortecimento ξ_1 e ξ_2 (Eq. 3.10).

$$\begin{cases} \frac{\alpha_R}{2 \cdot \omega_1} + \frac{\beta_R \cdot \omega_1}{2} = \xi_1 \\ \frac{\alpha_R}{2 \cdot \omega_2} + \frac{\beta_R \cdot \omega_2}{2} = \xi_2 \end{cases} \quad (3.10)$$

Na análise dinâmica de estruturas, os deslocamentos nodais de um sistema dinâmico podem ser obtidos tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. A equação de movimento que resolve o problema no domínio do tempo é dada por:

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F(t)\} \quad (3.11)$$

onde $\{\dot{u}\}$ é o vetor de velocidades nodais, $\{F(t)\}$ o vetor de forças nodais e os demais termos já foram definidos.

Uma das maneiras de se resolver a equação de movimento no domínio do tempo é através de uma metodologia chamada integração direta, discretizando o tempo em intervalos de tamanho Δt .

Segundo BATHE (1996) a idéia da integração direta consiste em duas partes: satisfação do equilíbrio do sistema (equação 3.11) para cada incremento de tempo Δt e definição da

variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações. A forma como se dará esta variação é que vai determinar a precisão da análise, como será descrito logo adiante.

Definido o intervalo de tempo que se deseja avaliar a resposta do sistema entre 0 e T , ele é dividido em n subintervalos, ou seja $\Delta t = T/n$. O procedimento de integração empregado estabelece uma solução aproximada nos tempos $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t + \Delta t, \dots, T$. Para realizar esta tarefa existem alguns métodos: diferença central (advindo do método das diferenças finitas), método de Houbolt, de Wilson- θ e o de Newmark.

O procedimento numérico proposto por Newmark (BATHE, 1996) consiste em definir uma relação entre os vetores de aceleração e de deslocamento, mostrada na equação 3.12.a e entre os da velocidade e do deslocamento, conforme mostrado na equação 3.12.b.

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = a_0 \cdot (\{u_{n+1}\} - \{u_n\}) - a_2 \cdot \{\dot{u}_n\} - a_3 \cdot \{\ddot{u}_n\} \quad (3.12.a)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + a_6 \cdot \{\ddot{u}_n\} - a_7 \cdot \{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (3.12.b)$$

Nestas equações, os vetores de deslocamento $\{u_n\}$, de velocidade e de aceleração nodais $\{\dot{u}_n\}$ são as condições iniciais no tempo $n \cdot \Delta t$, onde $a_0 = 1/(\delta_1 \cdot \Delta t \cdot 2)$, $a_1 = \delta_2/(\delta_1 \cdot \Delta t)$, $a_2 = 1/(\delta_1 \cdot \Delta t)$, $a_3 = 1/(2 \cdot \delta_1) - 1$, $a_4 = \delta_2/\delta_1 - 1$, $a_5 = \Delta t \cdot (\delta_2/\delta_1 - 2)/2$, $a_6 = \Delta t \cdot (1 - \delta_2)$ e $a_7 = \Delta t \cdot \delta_2$ são constantes, δ_1 e δ_2 são os parâmetros de integração de Newmark e Δt o incremento do tempo discretizado.

Os dois conceitos fundamentais a serem considerados em um esquema de integração direta na análise dinâmica transiente são: a estabilidade e a precisão numérica. No método de integração de Newmark, para que a solução tenha uma boa precisão, os parâmetros de integração devem ser: $\delta_2 \geq 0,5$ e $\delta_1 \geq 0,25 \cdot (\delta_2 + 0,5)^2$ (BATHE, 1996).

Segundo BATHE (1996), para que o método seja incondicionalmente estável tais parâmetros devem ter valores $\delta_1 = 0,25$ e $\delta_2 = 0,50$.

Substituindo a equação 3.12 na equação 3.11 para os vetores no tempo $(n+1) \Delta t$, obtém-se a equação 3.13 que permite determinar o vetor dos deslocamentos neste tempo.

$$(a_0 \cdot [M] + a_1 \cdot [C] + [K])\{u_{n+1}\} = \{F(t)\} + [M] \cdot (a_0 \cdot \{u_n\} + a_2 \cdot \{\dot{u}_n\} + a_3 \cdot \{\ddot{u}_n\}) + [C] \cdot (a_1 \cdot \{u_n\} + a_4 \cdot \{\dot{u}_n\} + a_5 \cdot \{\ddot{u}_n\}) \quad (3.13)$$

O vetor de deslocamentos nodais no tempo atual, calculado pela equação 3.13, possibilita a obtenção dos respectivos vetores de velocidades e acelerações nodais. A análise completa é obtida utilizando-se este processo iterativamente até o tempo final.

3.3 MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS DE FORÇA, ACELERAÇÃO E DESLOCAMENTO

Nesta seção serão descritos os procedimentos utilizados para captar dados de força, aceleração e deslocamentos produzidos por indivíduos ao caminhar, bem como algumas técnicas de análise de sinais utilizadas.

3.3.1 Medições de aceleração em indivíduos enquanto caminham

Para captar as amplitudes dos três primeiros harmônicos da aceleração vertical em um ponto da cintura de uma pessoa, foi utilizado um acelerômetro Endevco 7754-A com sensibilidade de 1V/g, acoplado a um cinturão adaptado, como mostra a figura 3.2.

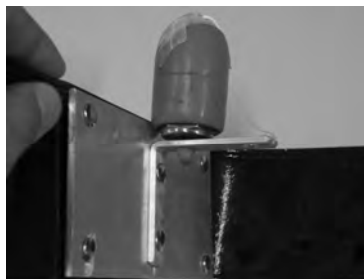


Figura 3.2 – Cinturão adaptado para anexar o acelerômetro ao corpo.

Foram realizados testes sucessivos com várias pessoas que utilizaram este aparato, caminhando com sua taxa de passos natural. Foi solicitado a cada participante que

caminhasse naturalmente em linha reta por um trajeto de aproximadamente 15 metros em um piso rígido, começando e finalizando cada trajeto em repouso (figura 3.3).



Figura 3.3 – Indivíduo caminhando com o acelerômetro acoplado.

Cada pessoa que participou do experimento repetiu o trecho de caminhada 10 vezes. As medições repetidas em cada indivíduo visam captar as variabilidades do caminhar de uma mesma pessoa. Inicialmente foram estipuladas dez repetições como um número padrão e posteriormente foi verificado estatisticamente que este número de repetições foi suficiente. Foram analisados os sinais de 33 pessoas, sendo 19 homens e 14 mulheres, com idades entre vinte e cinquenta anos, utilizando calçados com solado emborrachado (sandálias ou tênis).

O sinal de cada trecho de caminhada durou aproximadamente 16 segundos, contendo 4096 pontos. Estes dados foram captados através do analisador de espectro Dataphysics, modelo Signalcalc ACE.

3.3.2 Medições de deslocamentos em indivíduos enquanto caminham

Com o objetivo de verificar posteriormente as respostas obtidas pelo modelo proposto, foram medidos também, em um teste em separado, os deslocamentos do ponto de fixação do acelerômetro na cintura de dois pedestres. Utilizou-se para isto uma câmera de vídeo estacionada sobre um tripé atrás de um pedestre que, nestes testes, caminhava sobre uma

esteira ergométrica. Simultaneamente foram medidas as acelerações de maneira análoga ao anteriormente descrito.

As imagens tinham como enquadramento as costas do pedestre que caminhava na esteira a uma velocidade em que este se sentia confortável, para assim simular um caminhar natural. O vídeo foi gravado a uma taxa de 30 quadros por segundo, onde de cada quadro obtém-se um ponto do sinal do deslocamento do acelerômetro no domínio do tempo.

Foi colocado um tecido escuro nas costas do pedestre de modo que só fosse filmado o acelerômetro (com protetor de cor vermelha) sobre um fundo negro. Isto possibilitou determinar a posição do ponto médio do acelerômetro em relação ao centro da imagem do vídeo, facilitando assim a determinação da posição deste a cada instante de tempo durante o movimento do pedestre.

As imagens de vídeo obtidas nas filmagens das caminhadas sobre a esteira foram segmentadas em imagens de mapa de bits, onde cada imagem desta corresponde a um quadro do vídeo. Posteriormente cada quadro deste foi convertido em imagem de 1 bit, gerando uma imagem em preto e branco.

O resultado desta conversão, correspondendo a um quadro da imagem captada pelo vídeo, pode ser visualizado na figura 3.4.

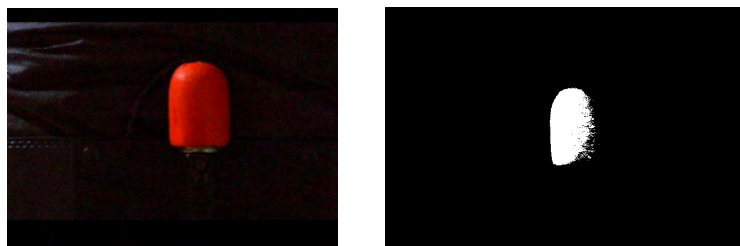


Figura 3.4 – Um exemplo de uma imagem capturada por trás de um pedestre sobre uma esteira elétrica e sua conversão para imagem do tipo 1-bit.

Esta imagem, depois deste pós-processamento, consiste em uma matriz de $m \times n$, onde m e n representam a quantidade de pixels que a imagem possui em cada dimensão da tela. Em

uma imagem de 1 bit, os termos desta matriz são zero ou um, correspondendo respectivamente às cores preto ou branco.

A relação de bits por unidade de comprimento real foi determinada a partir do tamanho real do acelerômetro (vermelho) e a quantidade de bits que sua dimensão apresentou nas imagens.

Através de um algoritmo foi possível determinar a posição relativa do ponto médio da imagem do acelerômetro em relação ao centro da imagem de cada quadro, obtendo assim um ponto de deslocamento do acelerômetro para cada quadro da imagem de vídeo.

3.3.3 Equipamento utilizado para medir forças

Em parceria com a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em outro momento, foram medidas as magnitudes das forças verticais que uma pessoa aplica ao piso ao caminhar, simultaneamente as medições de acelerações na cintura dos indivíduos (Figura 3.5).



Figura 3.5 – Medições de força e aceleração em indivíduos.

Para isto, foram utilizadas placas instrumentadas com células de carga e ligadas a um computador através de um sistema de aquisição USB1616-FS da Measurements Computing Inc., operado pelo software Agilent Vee 7.5. Esta placa instrumentada bem

como o conjunto e o arranjo dos equipamentos foram totalmente desenvolvidos pelo Gmap/UFRGS.

O posicionamento e o esquema geral desta placa podem ser visualizados na figura que segue.

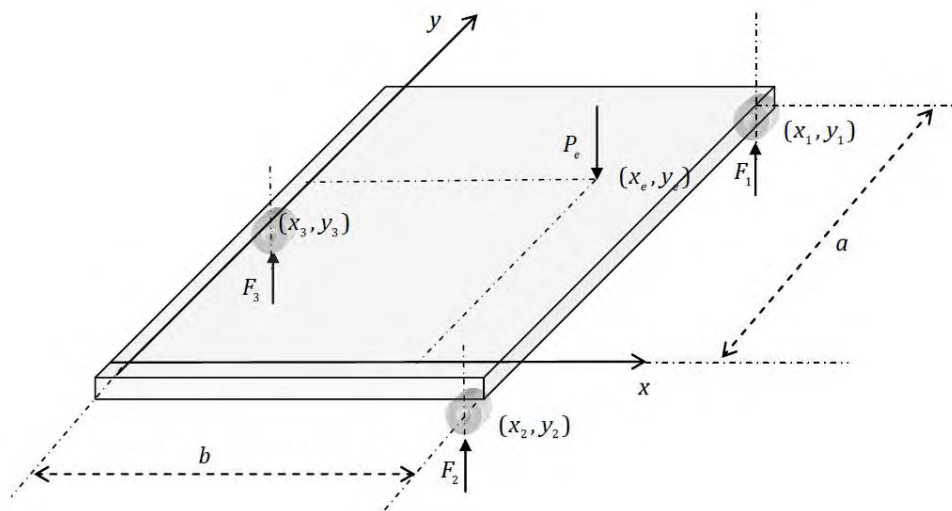


Figura 3.6 – Desenho esquemático da placa instrumentada.

Foram utilizadas duas destas placas, uma para cada pé da pessoa que foi submetida ao teste. A célula de carga utilizada foi composta por tubos em aço recortados com extensômetros (*strain-gauges*) instalados no seu interior, como mostra a figura seguinte.

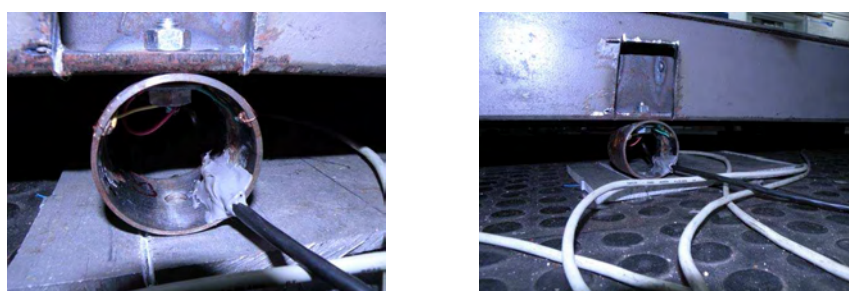


Figura 3.7 – Células de carga instaladas na placas de medição.

Os *strain-gauges* consistem em dispositivos utilizados para medir a deformação de um objeto. O *strain-gauge* mais comum é formado por um circuito padrão que é colado ao objeto em que se deseja medir uma determinada deformação.

Quando um objeto é deformado por uma força externa e neste está acoplado um *strain-gauge*, este extensômetro terá seu circuito deformado, modificando sua resistência elétrica. Esta mudança de resistência é captada pelo sistema de aquisição de dados através de uma variação na tensão do circuito e esta variação é associada à deformação aplicada ao objeto.

Ao detectar a deformação do tubo, através das relações elásticas, pode-se determinar qual é a força que provocou tal deformação. Estes *strain-gauges* são fixados às paredes internas dos tubos e, quando as placas estão submetidas às forças devido à passagem de uma pessoa sobre esta, aplicam esta força nos cilindros, deformando-os e conseqüentemente deformando os *strain-gauges*. Esta variação na tensão da ponte é então percebida pelo sistema de aquisição e então visualizada e gravada em um computador (Figura 3.8).



Figura 3.8 – Sistema de aquisição e laptop utilizados nas medições.

Cada uma das 6 células de carga utilizadas nos experimentos foram calibradas com um anel dinamométrico WAZAU modelo M7860 KB C78 (PGH KraftMessgerate Halle-Saale) para cargas máximas de 6000 N, composto de anel e relógio comparador Mitutoyo de curso 0-10mm e resolução 0,01mm com certificado de calibração do IPT (No. 7331), cujo valor de incerteza calculado declarada no certificado é de ± 2 N para limites de carga para os quais foi projetado. A calibração consistiu em aplicação de forças crescentes e decrescentes (até o limite máximo permissível para a célula) ao conjunto ligado em série célula de carga e anel dinamométrico e submetidos a cargas crescentes numa máquina de ensaios Instron até o limite de 1700 N.

Utilizando o mesmo sistema de aquisição, também foi acoplado a este um conjunto formado por acelerômetro e condicionador de sinal (Figura 3.9).

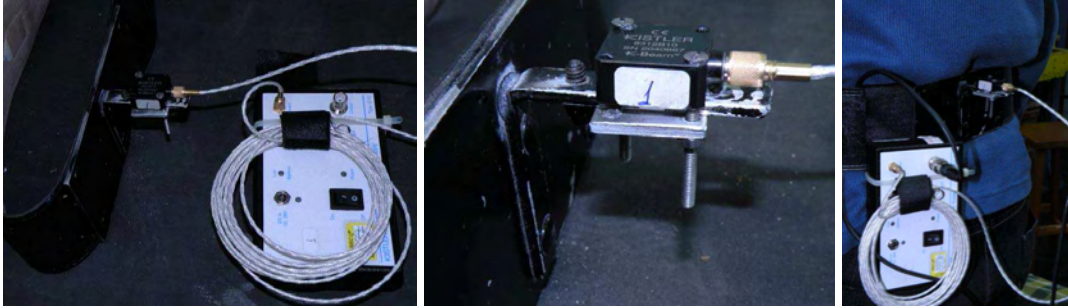


Figura 3.9 – Imagens do conjunto cinto, acelerômetro e condicionador de sinal e a sua fixação na cintura da pessoa.

Na figura 3.9 observa-se o mesmo cinto utilizado nas outras medições feitas anteriormente, entretanto utilizando um acelerômetro distinto. O acelerômetro foi aparafusado a uma placa de alumínio junto à cantoneira que está afixada no cinto e o condicionador de sinal foi acoplado ao cinto. Este acelerômetro é fabricado pela KISTLER, modelo 8312B, faixa de frequência de 0 Hz a 300 Hz e sensibilidade máxima de 2V/g com limite de +/- 1g.

3.3.4 Análise de sinais

Os sinais captados nos testes experimentais passaram por um pós processamento para a obtenção do espectro e de médias RMS (*root mean square*).

Os sinais periódicos reais e contínuos no domínio do tempo com um número finito de descontinuidades podem ser descritos em termos de uma série de Fourier, expressa em termos de senos e cossenos (Eq. 3.14) (MCCONNELL,1995).

$$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} X_p \cdot e^{j \cdot p \cdot \omega_0 \cdot t} \quad (3.14)$$

$$X_p = \frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} x(\tau) \cdot e^{-j \cdot p \cdot \omega_0 \cdot \tau} \cdot d\tau \quad (3.15)$$

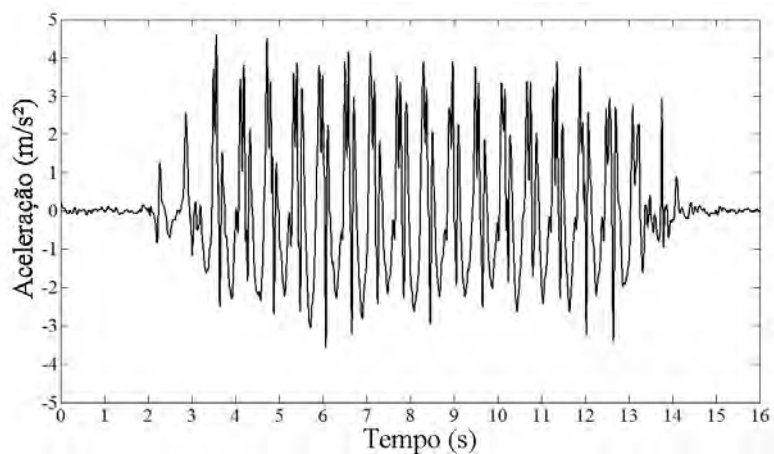
Na equação 3.14 $x(t)$ é um sinal discretizado no domínio no tempo com componentes de frequência X_p e uma frequência fundamental ω_0 .

Nas equações 3.14 e 3.15 X_p são os coeficientes complexos de Fourier ou, também, as amplitudes discretas do espectro de Fourier de um sinal no tempo $x(\tau)$, no interior do intervalo t a $t+T$, possuindo uma frequência fundamental ω_0 . Através do computador, pode-se utilizar um algoritmo conhecido como FFT (*Fast Fourier Transform*), que realiza esta transformação do sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência de forma rápida e eficiente.

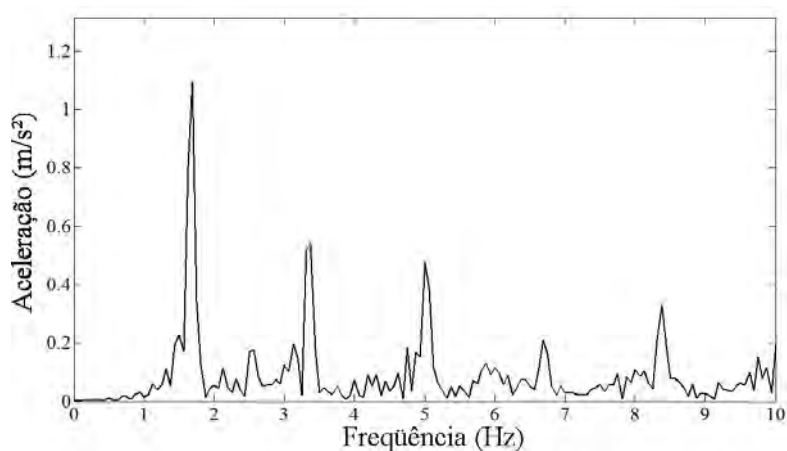
A média RMS de um sinal no tempo é definida como a raiz da média ao quadrado de um sinal oscilatório (MCCONNELL,1995), como mostra a equação seguinte:

$$A_{RMS} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t)^2 \cdot dt} \quad (3.16)$$

Tendo como exemplo de um sinal de aceleração medido em um indivíduo no domínio do tempo (vide figura 3.10), percebe-se claramente que no início e no final do intervalo de aquisição o sinal possui baixas amplitudes. Isto se deve ao fato da pessoa ter começado e terminado o percurso em repouso.



(a)

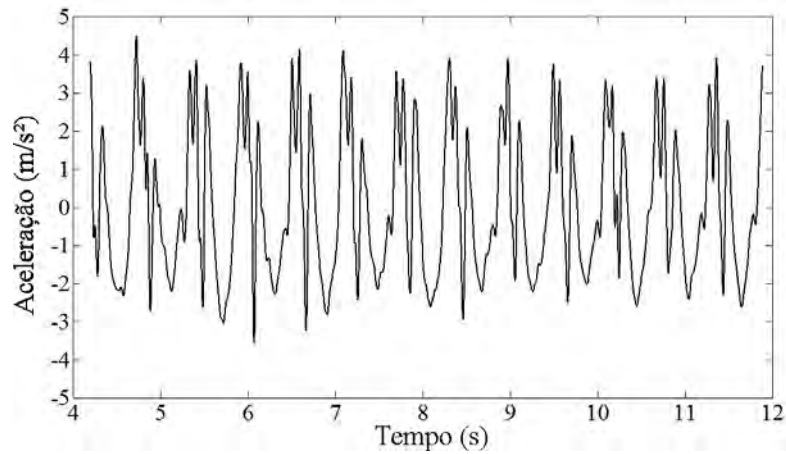


(b)

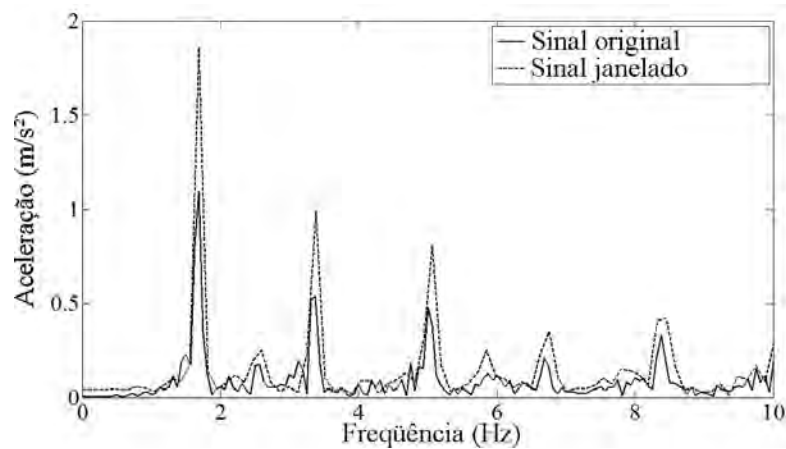
Figura 3.10 – Sinal de aceleração vertical na cintura de um pedestre que caminha num piso rígido: (a) domínio do tempo; (b) espectro.

Inicialmente, os sinais de aceleração no tempo tiveram parte do início e fim eliminados de modo a definir uma janela de aquisição com extremos tendo valores próximos em amplitude. Isto visou reduzir o efeito de *leakage* (MCCONNELL,1995), o qual interfere diretamente nos valores de pico do espectro deste sinal.

Sabendo-se que a obtenção do espectro através de uma Transformada Discreta de Fourier (DFT) é feita considerando que o sinal é periódico no intervalo de aquisição, resolveu-se editar o sinal de modo a obter um sinal de um trecho da caminhada aproximadamente uniforme e com o seu início e fim com valores próximos de aceleração. Este processo aplicado ao sinal da figura 3.10 pode ser visualizado na figura 3.11.



(a)



(b)

Figura 3.11 – Sinal pós processado através da aplicação de janelamento no domínio do tempo.: (a) Sinal janelado; (b) Comparação dos espectros antes e após o janelamento.

Claramente pode ser observado na figura 3.11 que os valores dos picos do espectro são afetados pela edição realizada. Sem esta edição, os picos desejados são subestimados. Isto ocorre por causa da descontinuidade do sinal original, admitido pela equação 3.15, na qual define a DFT como sendo uma função contínua e integrada no domínio do tempo.

De maneira que as medições e os modelos utilizados são dotados de aleatoriedade, foi utilizado o espectro médio para se avaliar uma resposta de um dado sistema. Este espectro médio é a média de vários espectros, onde cada componente de frequência do espectro médio corresponde a uma média aritmética dos valores das componentes de frequência dos espectros envolvidos.

3.4 SOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES

Sistemas de equações quando são acompanhadas de não-linearidades apresentam maiores complexidades para se determinar sua solução. Uma das maneiras robustas de lidar com o problema é utilizando métodos numéricos. A seguir apresenta-se uma síntese do método utilizado para o qual maiores detalhes podem ser obtidos em bibliografia específica (PRESS *et al*, 2007).

Seja uma equação linear (Eq. 3.17) em que se deseja determinar o valor de um vetor x que, para um dada matriz $[B]$, satisfaz o vetor $\{y\}$.

$$\{y\} = [B]\{x\} \quad (3.17)$$

Podemos solucionar este problema através de métodos numéricos, determinando o valor da função de forma iterativa até satisfazer a equação. Modificando a equação 3.17 chegamos na definição do erro residual (Eq. 3.18).

$$\{\chi\} = [B]\{x\} - \{y\} \quad (3.18)$$

O método dos mínimos quadrados consiste em um procedimento que visa determinar a solução de uma função minimizando a soma dos quadrados do erro residual. Esta minimização dos erros é feita iterativamente na busca do erro residual mínimo, buscando um x através do gradiente de modo que satisfaça esta condição.

Neste procedimento de solução de uma equação, o critério de parada é o quanto se deseja para um valor de erro residual atual no processo iterativo, e o critério de busca é a direção dada pelo gradiente nulo da soma quadrada do resíduo (Eq. 3.19).

$$\nabla_x \chi^2 = 0 \quad (3.19)$$

O processo de resolução da equação se inicia com uma estimativa inicial $\{x\}_0$ e com a equação 3.19 se determina o ponto de aproximação x_l atual da minimização do resíduo. O vetor formado por estes dois pontos é o vetor de busca da solução do problema.

O método dos gradientes conjugados consiste no método dos mínimos quadrados onde a direção de busca é formada por vetores conjugados e o resíduo é calculado de forma diferenciada (Eq. 3.20).

$$\{d\}_0 = \{\chi^{GC}\}_0 = \{y\} - [B]\{x_0\} \quad (3.20.a)$$

$$\gamma_i = \frac{\{\chi^{GC}\}_i^T \{\chi^{GC}\}_i}{\{d\}_i^T [B]\{d\}_i} \quad (3.20.b)$$

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + \gamma_i \{d\}_i \quad (3.20.c)$$

$$\{\chi^{GC}\}_{i+1} = \{\chi^{GC}\}_i - \gamma_i [B]\{d\}_i \quad (3.20.d)$$

$$\beta_{i+1} = \frac{\{\chi^{GC}\}_{i+1}^T \{\chi^{GC}\}_{i+1}}{\{\chi^{GC}\}_i^T \{\chi^{GC}\}_i} \quad (3.20.e)$$

$$\{d\}_{i+1} = \{\chi^{GC}\}_{i+1} + \beta_{i+1} \{d\}_i \quad (3.20.f)$$

Na equação 3.20, $\{d\}_i$ é a direção de busca atual, $\{\chi^{GC}\}_i$ é o resíduo do método dos gradientes conjugados e γ_i e β_i são parâmetros do método para calcular as direções e os resíduos subsequentes.

Para o caso da função da equação 3.17 possuir não-linearidade, existem alguns métodos que propõem novos valores de β_i (PRESS *et al*, 2007) para proceder com os cálculos das direções de busca.

Quando se deseja resolver simultaneamente mais de uma função com as mesmas incógnitas, considera-se que o erro residual neste caso seja a soma dos resíduos de cada função.

Nesta tese, as soluções dos sistemas de equações não-lineares foram resolvidas através do método dos gradientes conjugados, considerando três funções (acelerância dos três primeiros harmônicos) e três faixas de valores considerados válidos para as três incógnitas (m , c e k), onde todas estas condições teriam que ser satisfeitas simultaneamente.

3.5 TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE AMOSTRAS

Após adquirir os dados experimentais e obter os resultados dos modelos, faz-se necessário analisar estas amostras com objetivo de verificar como estas se distribuem estatisticamente, e se a quantidade de replicações de cada experimento é suficiente para se tirar conclusões da população a partir das amostras obtidas.

3.5.1 Teste de normalidade e tamanho mínimo das amostras

Para se ter confiabilidade sobre a representatividade dos valores médios dos parâmetros do modelo proposto, obtidos da repetição dos mesmos testes, foi utilizado um teste estatístico a fim de aferir o nível de normalidade de cada amostra. A aprovação de cada amostra por este teste possibilita verificar a representatividade da média em relação ao tamanho da amostra. Isto foi necessário para definir a quantidade de caminhadas que cada pedestre iria fazer bem como quantos pedestres seriam necessários.

Utilizou-se o teste de SHAPIRO e WILK (1965) para verificar o quanto as amostras coletadas se aproximavam de uma distribuição normal. Comprovando esta característica, utilizou-se a distribuição t-Student (TRIOLA, 2007) para determinar o tamanho de cada amostra, considerando uma margem de erro escolhida para estar a 10% da média amostral.

Admitiu-se neste trabalho que o desvio de 10% da média amostral é valor razoável para se ter como limite da margem de erro. Isto foi comprovado através dos bons índices de normalidade medidos através do teste de Shapiro-Wilk.

Ao se coletar amostras e, caso se deseje obter o valor médio dessa amostra como um valor representativo da população, deve-se mensurar a quantidade mínima de elementos desta amostra para que a variabilidade desta não interfira na representatividade de sua média (TRIOLA,2007). Para isto, pode-se utilizar a distribuição t-Student para determinar o tamanho atual da amostra, definidos o fator de abrangência $t_{\alpha/2}$ para um determinado nível de confiança, a média amostral atual s e a margem de erro E (equação 3.21).

$$n_a = \left(\frac{t_{\alpha/2} \cdot s}{E} \right)^2 \quad (3.21)$$

Na equação 3.21 n_a é o número de elementos de uma amostra. A equação 3.21 é uma manipulação da expressão da margem de erro de uma amostra. Geralmente o nível de confiança utilizado é de no mínimo 90%.

Entretanto, para se utilizar este critério de limitação da margem de erro, a amostra em análise deverá ter sua distribuição normal. Para verificar isto, pode ser aplicado o teste de normalidade de SHAPIRO e WILK (1965). Este teste de hipótese quantifica a proximidade da amostra em análise em relação a uma distribuição normal padrão de média 0 e desvio padrão 1, através do teste estatístico W (equação 3.22).

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i \cdot x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - s)^2} \quad (3.22)$$

Na equação 3.22, x_i é o componente i da amostra, $x_{(i)}$ é o i -ésimo menor componente da amostra, s é a média amostral e a_i são constantes dadas pela equação 3.23.

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{e^T \cdot V^{-1}}{(e^T \cdot V^{-1} \cdot V^{-1} e)^{1/2}} \quad (3.23.a)$$

$$e = (e_1, \dots, e_n)^T \quad (3.23.b)$$

Na equação 3.23, e são as esperanças das variáveis aleatórias independentes de distribuição normal, V é a matriz de covariância destes elementos. Deve ser descartada a hipótese nula, ou seja, a amostra não terá sua distribuição considerada normal, caso W seja muito pequeno (SHAPIRO e WILK, 1965). Quando W se aproximar de 1,0 a distribuição da amostra será considerada normal.

3.5.2 Teste entre duas médias amostrais

Quando se tem duas amostras distintas e, caso o alcance dos desvios padrão se sobreponham, há uma incerteza se as médias populacionais destas amostras são iguais ou diferentes. Para esta situação existe um teste estatístico que verifica a hipótese nula da igualdade das duas médias populacionais (Eq. 3.24).

$$H_m = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}} \quad (3.24)$$

Na equação 3.24, H_m é o escore do teste estatístico sobre as médias amostrais $\bar{x}$ e $\bar{y}$, e s_x e s_y os desvios padrão e n_x e n_y o número de elementos das amostras, respectivamente. Utilizando a distribuição normal padrão, pode-se determinar a probabilidade de ocorrência da hipótese nula.

3.5.3 Dispersão e eliminação de valores atípicos

Alguns resultados experimentais podem apresentar valores muito distantes da média; são chamados de valores atípicos. Estes valores podem prejudicar as avaliações estatísticas que

podem ser feitas acerca de uma amostra. Uma maneira de classificar se o valor de um elemento de uma amostra é um out-lier é estabelecendo um intervalo a partir dos seus quartis.

O quartil de uma amostra pode ser obtido ordenando os valores numéricos e separando-os em quatro partes iguais. Estes valores, representados por Q_1 , Q_2 e Q_3 , são chamados de primeiro, segundo e terceiro quartis, respectivamente, sendo o valor Q_2 igual à mediana.

O *IQR* (*Inter Quartile Range* ou Intervalo Entre Quartis) pode ser utilizado para definir um intervalo que, fora dele, os elementos de uma amostra seriam considerados valores atípicos (Equação 3.25), (TRIOLA, 2007).

$$[Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1), Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1)] \quad (3.25)$$

3.5.4 Correlação de variáveis e funções de regressão

Na estatística, correlação significa qualquer relação estatística entre duas ou mais variáveis aleatórias. Esta métrica é útil quando se deseja avaliar a relação que possa existir entre variáveis obtidas por via empírica. Existem vários coeficientes de correlação propostos, entretanto o mais comumente utilizado é o coeficiente R de Pearson (TRIOLA, 2007). Quando o R^2 for mais próximo de 1,0, mais forte é a correlação entre as variáveis.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.26)$$

Na equação 3.26, R é o coeficiente de correlação de Pearson, x_i e y_i são os elementos das duas variáveis e $\bar{x}$ e $\bar{y}$ suas respectivas médias.

Há uma técnica na estatística para se modelar um conjunto de dados de duas ou mais variáveis através de uma função analítica, chamada regressão. Isto se torna muito útil

quando se deseja obter uma função que represente o comportamento de uma dada variável aleatória. Esta técnica pode ser efetuada de várias formas, inclusive ajustando uma curva sobre os dados experimentais através da técnica dos mínimos quadrados (TRIOLA,2007).

Para verificar a fidedignidade desta função gerada sobre os dados experimentais, pode-se utilizar o R^2 sobre os grupos de valores experimentais e modelados.

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentadas técnicas de modelagem de estruturas através do MEF e de como modelar a dinâmica vertical do caminhar de um indivíduo através de um S1GL.

Foram apresentadas também as metodologias utilizadas para medir sinais de aceleração e deslocamentos em indivíduos enquanto caminhavam. Estas medições forneceram dados para determinar os parâmetros do modelo biodinâmico proposto através de um processo de minimização.

As técnicas estatísticas utilizadas para verificar as variabilidades também foram descritas neste capítulo. Diante das aleatoriedades envolvidas nos experimentos e nas simulações dos modelos considerados, foram verificadas o número de amostras e a representatividade das médias obtidas.

CAPÍTULO IV

MODELO BIODINÂMICO PARA PEDESTRES

4.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO BIODINÂMICO

A partir das medições de aceleração na cintura de indivíduos foram determinados os parâmetros de um modelo biodinâmico correspondente para cada caminhada realizada de cada indivíduo. Esta tarefa consiste em resolver um sistema de equações onde as entradas são os três primeiros picos do espectro de acelerações obtidas da medição ao nível da cintura do pedestre e os três primeiros picos do espectro da força de reação do piso deste e, como saída, tem-se os parâmetros m , c e k do S1GL correspondente à caminhada do indivíduo.

4.1.1 Formulação do sistema de equações

Manipulando a equação de aceleração (Eq. 3.4), obtém-se um sistema de equações (Equação 4.1), sendo esta a expressão que define o resíduo inicial do método dos gradientes conjugados, para assim obter o m , c e k do S1GL.

$$A_i - \frac{\omega_i^2 \cdot P_i}{|k - \omega_i^2 \cdot m + j \cdot \omega_i \cdot c|} = 0 \quad (4.1)$$

No sistema de equações (Eq. 4.1), com i variando de 1 a 3, considera-se que os três primeiros valores das amplitudes dos harmônicos da FFT dos sinais de aceleração (A_1 , A_2 e A_3), medidos no centro de gravidade do indivíduo, as amplitudes de força (F_1 , F_2 e F_3) e as freqüências angulares correspondentes (ω_1 , ω_2 e ω_3) são os parâmetros de entrada para a resolução do sistema. Com isto, aplicando o método dos gradientes conjugados determinam-se os parâmetros m , c e k .

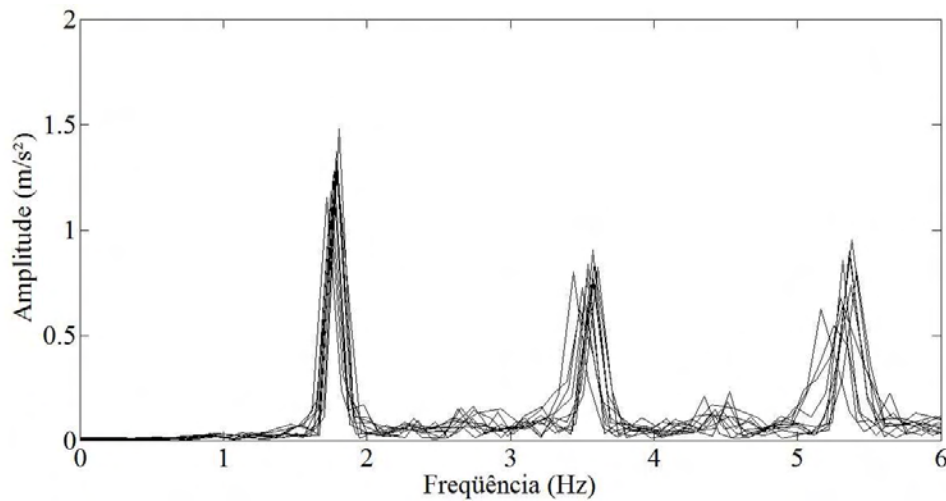


Figura 4.1 – Espectros de aceleração obtidos de um determinado indivíduo em repetições da mesma caminhada.

Foram adotados os valores das amplitudes dos três primeiros harmônicos da carga do modelo de Kerr, onde este define o valor do FDC (Fator Dinâmico de Carga) para o primeiro harmônico em função da taxa de passos f_p ($f_p = \omega_1/2\pi$) e valores de FDC constantes para o segundo e terceiro harmônico da carga.

Os valores dos três primeiros harmônicos da carga do modelo de Kerr foram obtidos a partir de uma tabela de valores das FDC's (Fator Dinâmico de Carga) apresentada por ZIVANOVIC *et al.*(2007). Alguns ensaios foram realizados para selecionar os valores mais adequados para os dados disponíveis. A expressão adotada do fator de dinâmico de carga para o primeiro harmônico (α_1) foi a expressão do limite inferior de Kerr para tal

harmônico e valores constantes foram adotados para a FDC's do segundo (α_2) e terceiro (α_3) harmônicos da carga. Os FDC's adotados foram os seguintes:

$$\begin{aligned}\alpha_1(f_p) &= 0,27 f_p^3 + 1,32 f_p^2 - 1,76 f_p + 0,76 \\ \alpha_2 &= 0,07 \\ \alpha_3 &= 0,06\end{aligned}\tag{4.2}$$

Na equação 4.2, f_p ($f_p = \omega_1/2\pi$) é a taxa de passos de um pedestre. Foi utilizado este limite inferior devido à utilização de calçados emborrachados por todos os pedestres que foram medidos; assim a força apresentaria menores amplitudes.

Valores iniciais para as incógnitas, bem como a definição de um intervalo de valores válidos para estas, são necessários neste problema. Estes intervalos de valores para as incógnitas entram no problema de minimização como funções de restrições. Tanto os valores iniciais quanto os valores dos intervalos das restrições foram determinados a partir de resultados de outras pesquisas sobre modelos biodinâmicos de pessoas correndo (FERRIS *et al.*,1998) e paradas (ISO5982,1981; SACHSE *et al.*,2003).

Na tabela 4.1 podem ser visualizados os intervalos de valores válidos e valores iniciais adotados para os parâmetros do modelo.

Tabela 4.1 – Valores limites e inicial dos parâmetros do modelo biodinâmico proposto adotados para o problema de otimização.

	m (%M)	c (N.s/m)	k (N/m)
Limite inferior	40,0	150,0	1000,0
Limite superior	100,0	2000,0	30000,0
Valor inicial	80,0	1000,0	10000,0

O critério utilizado para determinar os limites válidos das incógnitas das equações geradas a partir da Eq. 4.1, sob o contexto da caminhada, foi assumir valores de parâmetros de modelos que descrevem situações em que o pedestre está parado ou correndo.

Quando uma pessoa corre, ela enrijece menos a musculatura das pernas devido ao maior impacto (FERRIS *et al.*, 1998; NIGG e LIU, 1999), enquanto quando está parada a rigidez da musculatura é maior (SACHSE *et al.*, 2003), sendo estes o limite inferior e superior para a rigidez k do modelo para indivíduos caminhando, respectivamente.

Com relação ao amortecimento, um indivíduo que está parado submetido a uma vibração absorve mais energia do que uma pessoa caminhando devido à forma de contato do corpo com o piso em cada situação. Foi então adotado o valor do amortecimento de modelos para pessoas paradas (SACHSE *et al.*, 2003) como limite superior das análises do modelo de indivíduos que caminham e, para pessoas correndo (FERRIS *et al.*, 1998) como limite inferior.

O valor do limite superior válido para a massa modal de um indivíduo que está caminhando seria o valor da massa modal para este indivíduo quando estivesse em repouso, apresentando maior inércia (SACHSE *et al.*, 2003). O limite inferior da massa modal foi adotado como sendo o valor quando este está correndo, entretanto há carência de valores de referência na literatura referentes a modelos biodinâmicos em S1GL. Foi utilizado um valor de 40% da massa total do indivíduo, tomando como base os resultados iniciais observados.

O critério utilizado para definir os valores iniciais da solução do sistema de equações foram intuitivamente definidos de acordo com a convergência dos resultados.

4.1.2 Análise de sensibilidade

Com o objetivo de estudar a variabilidade da função objetivo (equação 3.6) com relação aos valores dos parâmetros, foram traçadas curvas de nível da função objetivo, variando dois dos parâmetros e tendo fixado o valor do terceiro. Estes resultados são apresentados nas figuras 4.2, 4.3 e 4.4, para um sistema com rigidez k de 14776 N/m (Figura 4.2), amortecimento c de 571 N.s/m (Figura 4.3) e massa m de 29 kg, correspondendo a 41% de M (Figura 4.4), respectivamente.

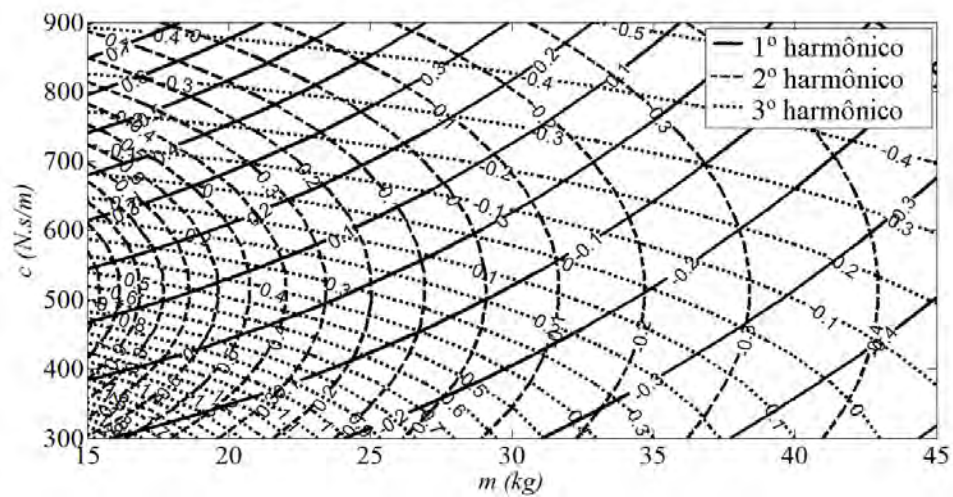


Figura 4.2 – Curvas de nível da função objetivo com a rigidez fixada.

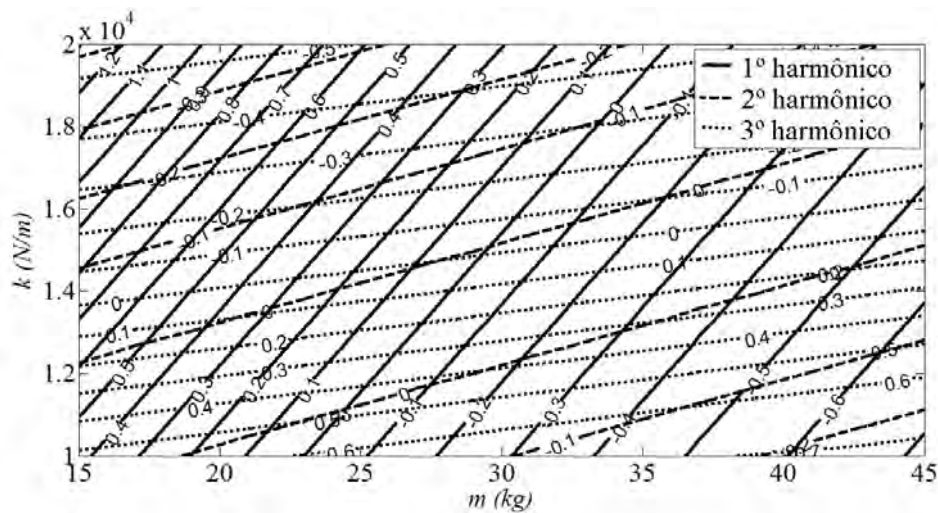


Figura 4.3 – Curvas de nível da função objetivo com o amortecimento fixado.

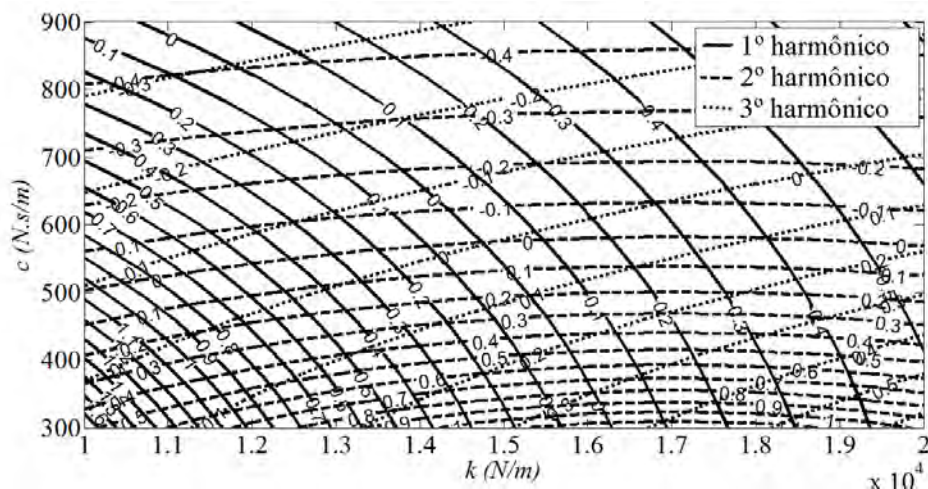


Figura 4.4 – Curvas de nível da função objetivo com a massa fixada.

As curvas das figuras de 4.2 a 4.3 estão igualmente distanciadas de 0,1 unidades. Na figura 4.2, onde a rigidez está fixada, pode ser observada uma hierarquia de menor variabilidade da função objetivo no segundo, primeiro e terceiro harmônicos respectivamente. Esta característica é uma tendência da maioria dos pedestres e nos gráficos onde as outras variáveis são fixadas.

Na figura 4.3, onde o amortecimento é fixado, há uma peculiaridade nas curvas referentes ao segundo harmônico. Em todas as curvas de nível de todos os harmônicos as funções objetivo possuem uma declividade única, sem apresentar mínimos ou máximos locais, excetuando-se o segundo harmônico quando se fixa o amortecimento. Neste caso, para todos os pedestres considerados, ocorre um máximo local.

Entretanto, há exceções. Na região da solução (curva com o valor em torno de 0,0) na figura 4.4, a função objetivo correspondente ao segundo harmônico mostra uma maior variabilidade em relação aos outros harmônicos.

Com a análise de sensibilidade pode ser observado que o comportamento das funções objetivo, dentro dos limites observados das variáveis, não apresentou singularidades nem múltiplas respostas válidas. Isto facilita a obtenção dos parâmetros do modelo biodinâmico, por não ocorrer instabilidades numéricas severas.

4.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO PROPOSTO

Assim, para cada trajeto caminhado por cada pessoa, obteve-se um conjunto de m , c e k . Dos 33 indivíduos submetidos a estas medições de aceleração, 13 foram descartados por apresentarem algum tipo de problema nos dados: falta de convergência do processo de minimização na obtenção dos parâmetros do S1GL ou parâmetros obtidos que foram classificados como valores atípicos. Uma possível causa para o aparecimento destes valores atípicos pode ser devido à utilização da expressão do modelo de força da literatura em substituição ao que seria aplicado efetivamente por cada indivíduo.

As médias e desvios padrão dos parâmetros obtidos de todos os pedestres considerados são apresentados na tabela 4.2, onde Hi e Mi significam o sexo masculino e feminino dos indivíduos, respectivamente.

Aplicando o teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO e WILK,1965) para o conjunto de todos os valores determinados para cada parâmetro de cada pedestre, verificou-se que todos os pedestres considerados na análise mostraram um coeficiente de normalidade W mínimo de aproximadamente 0,8 (tabela 4.3), correspondendo a uma relação de normalidade com mais de 50% sobre os parâmetros (SHAPIRO e WILK,1965). Isso tornou possível considerar que essas amostras poderiam ser analisadas utilizando a distribuição t-Student.

Tabela 4.2 – Valores médios e de desvio dos parâmetros obtidos

Indivíduos	m (kg)		c (Ns/m)		k (N/m)		M	f_p
	Média	DP	Média	DP	Média	DP	(kg)	(Hz)
H1	64,92	5,32	1072,59	57,70	11771,95	1061,37	79,55	1,68
M1	57,22	4,96	1071,64	104,43	19508,75	769,74	62,35	1,77
H2	46,16	4,67	806,29	77,35	15129,25	906,02	61,40	1,68
H3	55,94	8,65	998,27	131,13	14775,89	1359,35	79,55	1,75
M2	42,75	3,87	729,56	56,08	11411,49	842,09	51,85	1,65
M3	39,66	5,22	742,92	66,89	10149,59	1201,00	49,25	1,94
H4	50,80	9,91	890,31	151,54	12379,66	2314,06	70,80	1,77
M4	46,58	6,35	866,42	81,64	11603,10	1563,54	57,65	1,98
H5	52,49	7,11	965,88	75,93	12874,97	691,17	72,80	1,93
M5	40,24	7,27	828,68	124,17	14102,16	988,37	50,20	2,05
H6	33,26	3,75	687,57	77,09	15697,13	660,12	68,75	1,99
M6	25,40	2,76	487,22	70,63	14320,09	446,16	54,70	1,96
M7	41,28	6,54	882,94	136,66	24463,91	1281,37	79,55	2,05
H7	26,26	1,38	510,19	45,47	14136,63	941,47	67,65	1,96
M8	57,01	8,30	1139,15	205,91	26978,25	1458,42	69,30	1,94
H8	40,82	6,49	805,52	146,34	23845,35	797,52	72,20	2,01
M9	48,72	6,28	840,59	78,01	11150,69	1043,26	66,40	1,75
H9	34,61	5,88	631,57	68,99	8908,49	925,50	73,60	1,89
H10	54,17	8,76	981,83	135,17	17021,31	505,40	94,25	1,76
H11	48,21	6,72	892,01	90,20	11482,50	508,37	89,8	2,00
Média	45,33		841,56		15085,56		68,58	1,88
DP	10,46		176,21		4985,03		12,42	0,13

Tabela 4.3 – Coeficiente de normalidade de Shapiro-Wilk obtidos para cada pedestre.

Pedestre	W		
	<i>m</i>	<i>c</i>	<i>k</i>
H1	0,967	0,984	0,887
M1	0,881	0,949	0,971
H2	0,966	0,981	0,976
H3	0,888	0,893	0,935
M2	0,977	0,940	0,955
M3	0,963	0,953	0,968
H4	0,922	0,950	0,947
M4	0,931	0,948	0,928
H5	0,903	0,870	0,929
M5	0,899	0,892	0,958
H6	0,931	0,947	0,943
M6	0,835	0,918	0,927
M7	0,889	0,905	0,841
H7	0,876	0,938	0,865
M8	0,884	0,849	0,959
H8	0,906	0,914	0,894
M9	0,943	0,849	0,940
H9	0,789	0,846	0,959
H10	0,789	0,803	0,955
H11	0,934	0,893	0,956

A investigação sobre o tamanho da amostra para levar em conta a variabilidade intra-pessoas permitiu concluir que 10 amostras (passagens) por pedestre seriam suficientes para chegar a uma margem de erro de 10% dos valores médios dos parâmetros obtidos para cada pedestre.

Em relação à variabilidade inter-pessoas, a média dos coeficientes de normalidade encontrados dos parâmetros *m*, *c* e *k* foram, respectivamente, 0,904, 0,911 e 0,935. Isto mostra que, no geral, os dados se apresentam estatisticamente segundo uma distribuição normal.

Assim, verificou-se que, para a variabilidade inter-pessoas, 20 pedestres foram suficientes para que o valor médio de cada parâmetro apresentasse uma margem de erro de 10% da média para a massa m e para o amortecimento c , e 15% para a rigidez k de todos os pedestres.

4.2.1 Modelo biodinâmico proposto

Foram pesquisadas correlações entre todas as combinações em pares das variáveis envolvidas das médias dos indivíduos envolvidos nos testes. Os índices de R^2 e p -value das correlações são listados na tabela 4.4.

Os indivíduos que participaram desta coleta de dados eram estudantes universitários com idade entre 20 e 40 anos, utilizando calçados de solado macio.

Tabela 4.4 – Índices de correlações entre as variáveis das médias dos pedestres.

Correlação	R^2	p -value
$M \times f_p$	0,00	0,70
$M \times m$	0,13	0,12
$M \times c$	0,11	0,14
$M \times k$	0,01	0,63
$f_p \times m$	0,25	0,02
$f_p \times c$	0,07	0,24
$f_p \times k$	0,07	0,23
$m \times c$	0,90	0,00
$m \times k$	0,02	0,51
$c \times k$	0,15	0,08

Assim, um sistema biodinâmico de um grau de liberdade, representativo do pedestre caminhando, tem seus parâmetros correlacionados de alguma maneira entre si. Então, não

é pertinente simplesmente considerar as médias amostrais de cada parâmetro e utilizá-los em simulações, onde cada parâmetro assumiria valores com independência entre si. Fez-se necessário então modelar tais regressões matematicamente (Tabela 4.5).

Tabela 4.5 – Regressões dos dados inter-pessoas

Expressão	R^2	p -value
$m = 97,08 + 0,275 \cdot M - 37,52 \cdot f_p$	0,36	0,02
$c = 29,04 \cdot m^{0,883}$	0,93	0,00
$k = 30351,74 - 50,26 \cdot c + 0,035 \cdot c^2$	0,23	0,16

Estas expressões de regressão foram obtidas pelo método dos mínimos quadrados e foram escolhidas de acordo com o melhor índice R^2 . Na figura 4.5 são apresentados dados inter-pessoas correlacionados juntamente com as curvas ajustadas pela regressão.

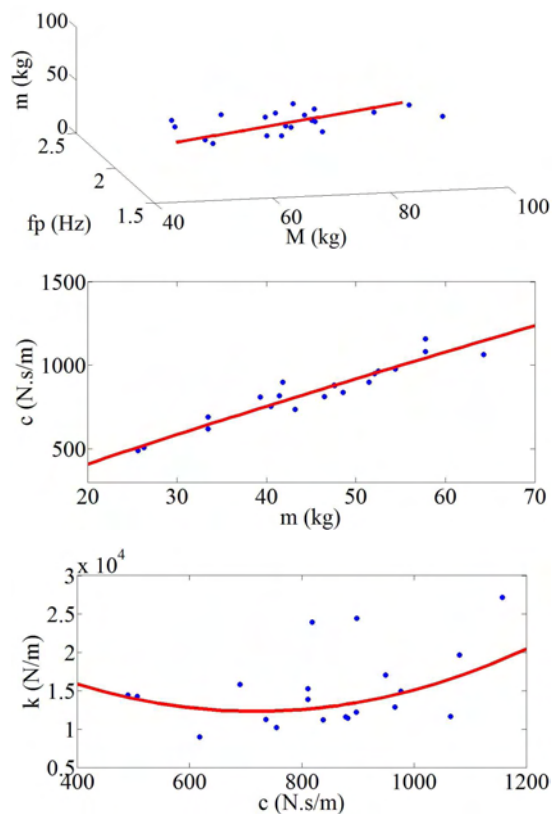


Figura 4.5 – Gráfico de dispersão das variáveis inter-pessoas e curvas modeladas.

4.2.2 Comparação entre as respostas do modelo proposto e as medições

Considere-se como exemplo o resultado de uma caminhada de três pedestres dentre os que participaram das medições desta pesquisa. A tabela 4.6 relaciona os parâmetros calculados pelo processo da solução do sistema de equações de aceleração (Eq. 4.1) e os obtidos através das expressões da tabela 4.4.

Tabela 4.6 – Comparação entre os parâmetros biodinâmicos: minimização e regressão.

Pedestres	A			B			C		
	$M=57,65 \text{ kg} ; f_p=1,95 \text{ Hz}$			$M=70,80 \text{ kg} ; f_p=1,76 \text{ Hz}$			$M=79,55 \text{ kg} ; f_p=1,69 \text{ Hz}$		
Parâmetros	m (kg)	c (N.s/m)	k (N/m)	m (kg)	c (N.s/m)	k (N/m)	m (kg)	c (N.s/m)	k (N/m)
Gradientes									
Conjugados (Eq. 4.1)	43,60	825,16	11340,43	53,73	978,84	15547,82	60,87	969,50	13102,28
Regressão (Tabela 4.5)	39,78	750,78	12345,26	50,52	927,19	13839,12	55,55	1008,25	15255,97
Δ (%)	8,77	9,01	8,86	6,67	5,28	10,99	8,74	4,00	16,44

Observa-se na tabela 4.6 que as diferenças entre os valores dos parâmetros obtidos pelas expressões de regressão e os valores obtidos a partir do processo de minimização são pequenas para os três casos analisados. Nos Anexos estão apresentados os resultados para todas as caminhadas de todos os pedestres considerados.

Para verificar a validade dos parâmetros determinados, comparou-se a resposta experimental de deslocamentos e acelerações de dois pedestres com as respostas dos modelos biodinâmicos com os parâmetros obtidos pela tabela 4.5, a partir dos testes realizados com dois pedestres caminhando na esteira (figuras 4.6 e 4.7).

Nesta verificação foi feita uma análise dinâmica transiente usando o modelo biodinâmico correspondente e foi utilizada a carga que contém componentes de frequências entre os harmônicos, proposta por ZIVANOVIC *et al* (2007), por estas apresentarem uma melhor aproximação com as medições experimentais nos pedestres.

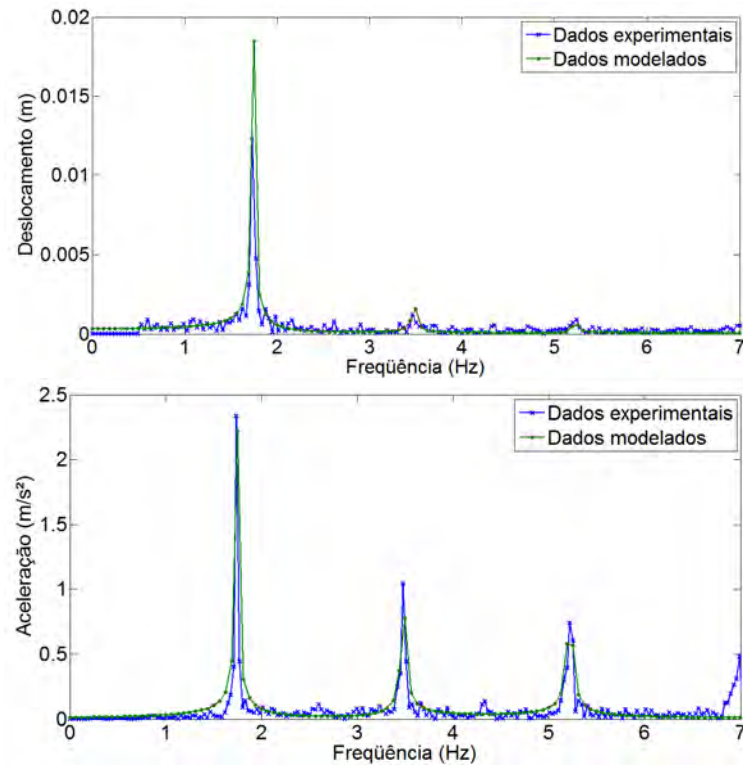


Figura 4.6 – Espectros de deslocamento e aceleração para o pedestre A.

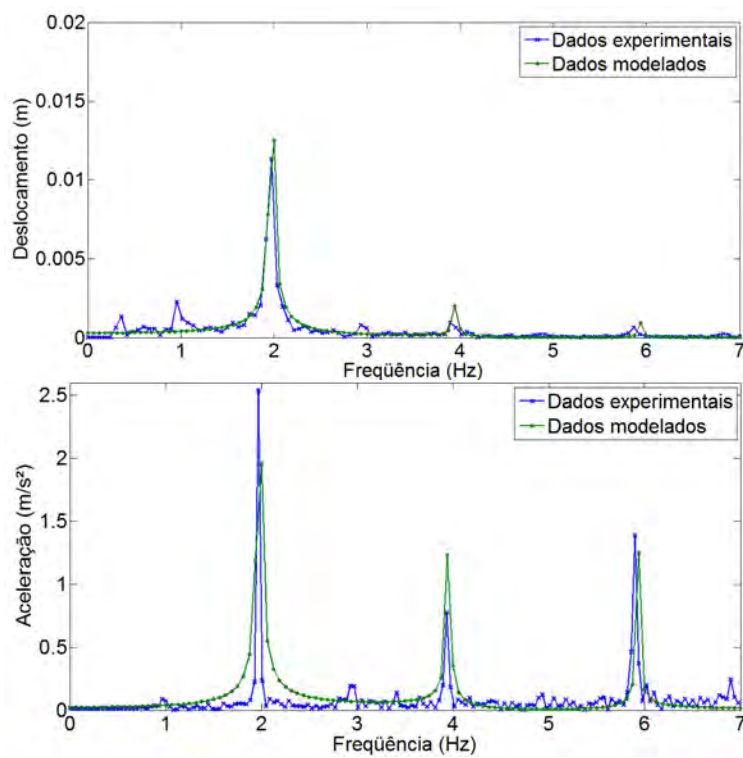


Figura 4.7 – Espectros de deslocamento e aceleração para o pedestre B.

Nas figuras 4.6 e 4.7 pode-se observar que existe uma boa aproximação entre as respostas do modelo biodinâmico proposto e os respectivos sinais medidos a partir do pedestre. No entanto, isso não ocorre para os espectros de aceleração e deslocamento simultaneamente. Isto pode ser devido ao fato de que a aquisição dos sinais de deslocamento e aceleração poderia não estar exatamente sincronizada no tempo, e assim estes podem não coincidir com o mesmo movimento dos pedestres, apesar do padrão de caminhada regular do pedestre na esteira.

4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção foram apresentados os resultados para determinação dos parâmetros m , c e k do modelo S1GL biodinâmico. Foram verificados estatisticamente o tamanho de cada amostra considerada por indivíduo (intra-pessoas), bem como o tamanho do grupo formado pelas médias das variáveis de todos os indivíduos (inter-pessoas) de modo a se garantir a representatividade destas médias frente à média populacional. Por fim foram comparados os sinais medidos de alguns indivíduos e os sinais modelados destes mesmos indivíduos, onde estes dois resultados se mostraram bastante próximos.

CAPÍTULO V

INVESTIGAÇÕES ADICIONAIS SOBRE O MODELO BIODINÂMICO

5.1 MEDIÇÕES DE DADOS EM INDIVÍDUOS: FORÇA, ACELERAÇÃO, ALTURA E PESO

Em parceria com o Grupo de Mecânica Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (GMAp-UFRGS), foram realizadas medições simultâneas de aceleração na cintura de pessoas e a força aplicadas pelos pés destes enquanto caminham.

Utilizando duas plataformas instrumentadas, desenvolvidas no GMAp, foram medidas forças aplicadas pelos pés de vários indivíduos, enquanto caminhavam sobre uma plataforma. As duas plataformas foram colocadas lado a lado em relação ao sentido de caminhada, de modo a cada uma captar os registros de força de cada pé do indivíduo separadamente. As plataformas têm um comprimento tal que, em uma caminhada normal um indivíduo consegue pisar uma vez com um pé em uma plataforma e duas vezes na outra.

Na figura 5.1 pode ser observado o resultado de uma medição de um determinado pedestre, onde em vermelho está o registro das forças aplicadas pelo pé direito, em azul os resultados do pé esquerdo e em preto a soma dos dois sinais.

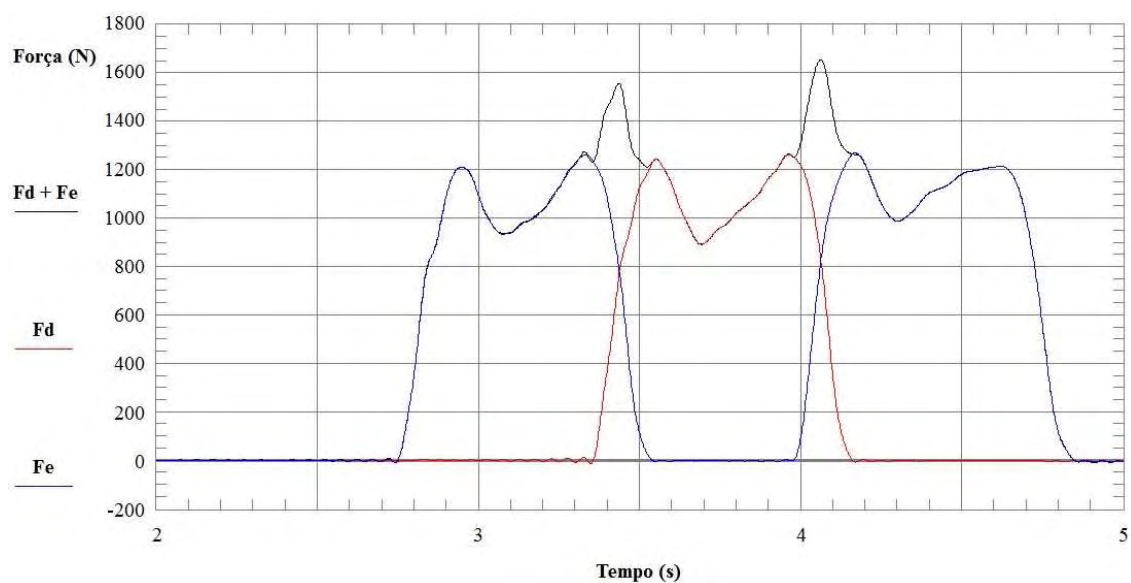


Figura 5.1 – Amplitudes das forças verticais aplicadas ao piso medida enquanto indivíduo caminhava sobre placa instrumentada.

A curva correspondente à soma das forças dos dois pés foi então seccionada de modo a captar um ciclo e, a partir deste ciclo o sinal foi replicado várias vezes (Figuras 5.2 e 5.3)

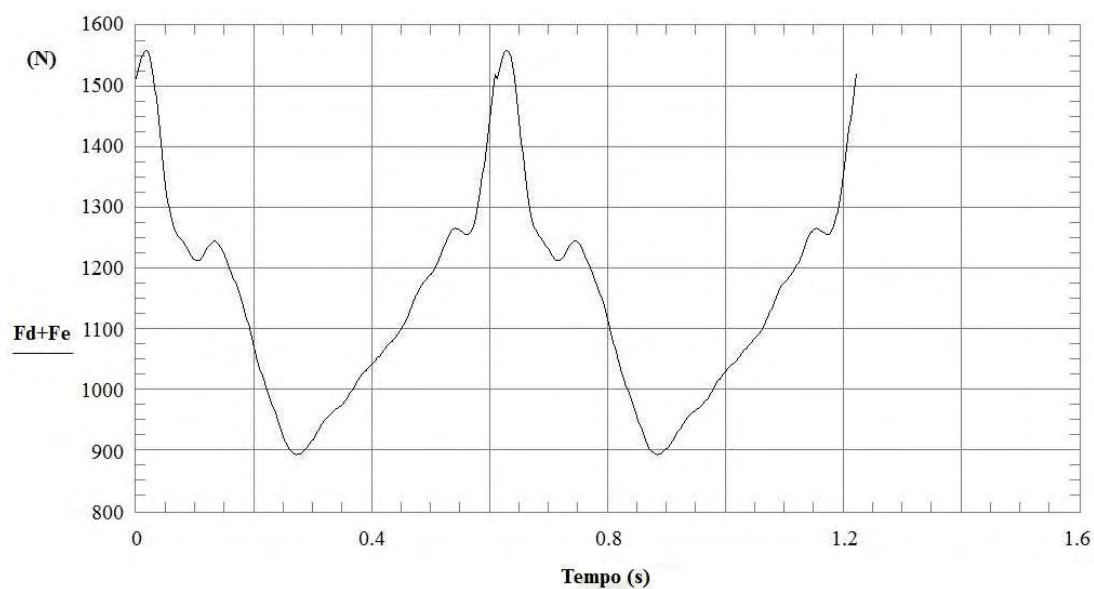


Figura 5.2 – Sinal no tempo da força medida – aplicação de janelamento e replicação 1x.

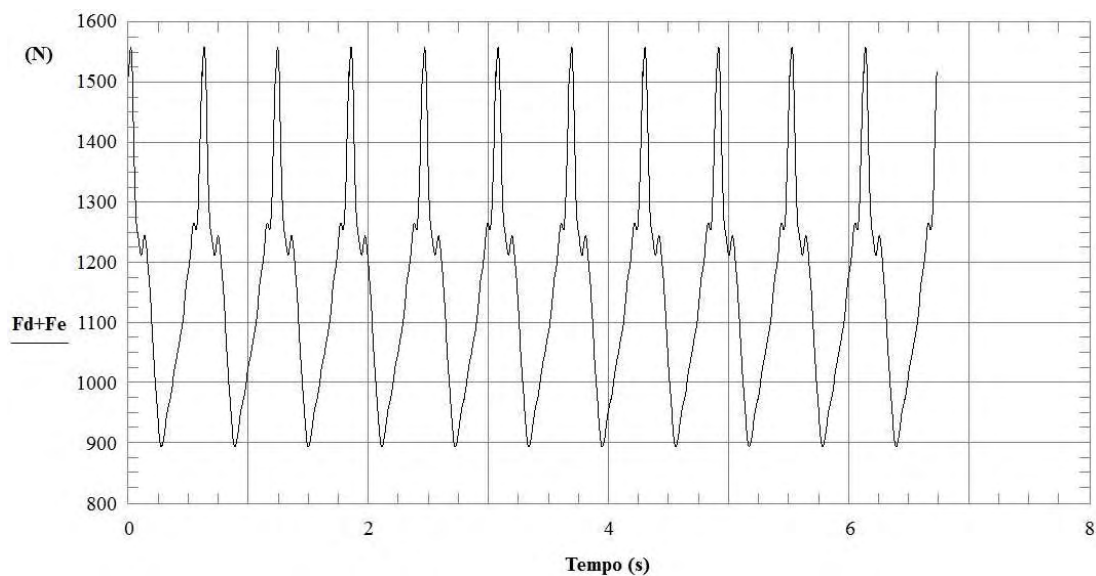


Figura 5.3 Sinal do tempo da força medida – replicação de 10x.

Após a replicação foi obtido a FFT deste sinal, filtrando a componente estática da força, como mostra a figura 5.4.

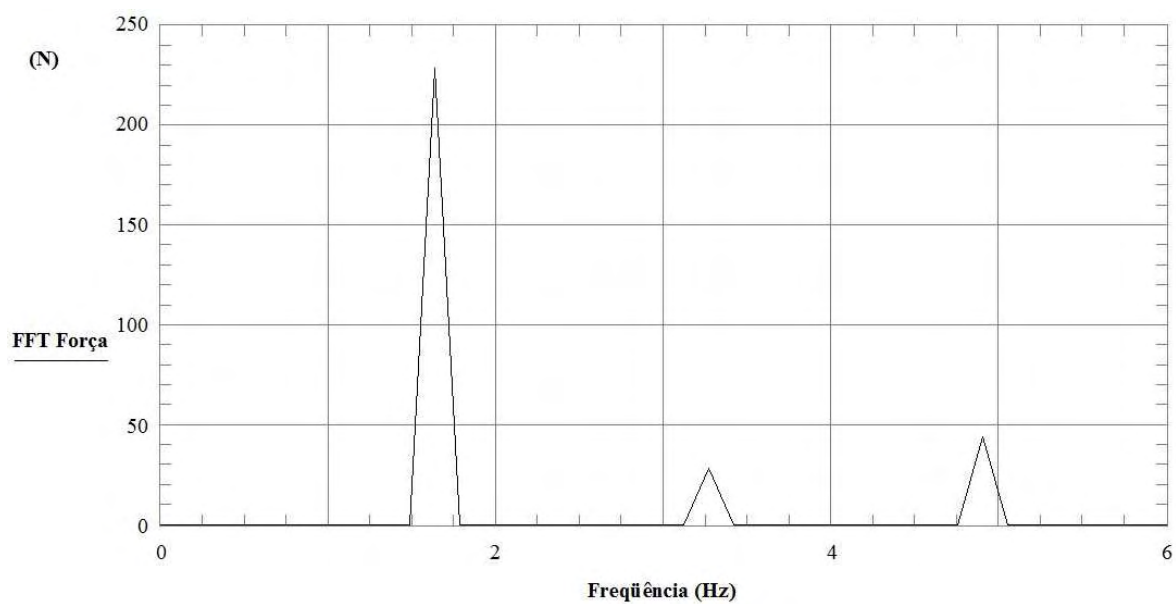


Figura 5.4 – Espectro da força medida e replicada.

Através do acoplamento de um acelerômetro na cintura dos indivíduos, simultaneamente às medições de força, foram realizadas medições de aceleração (Figura 5.5).

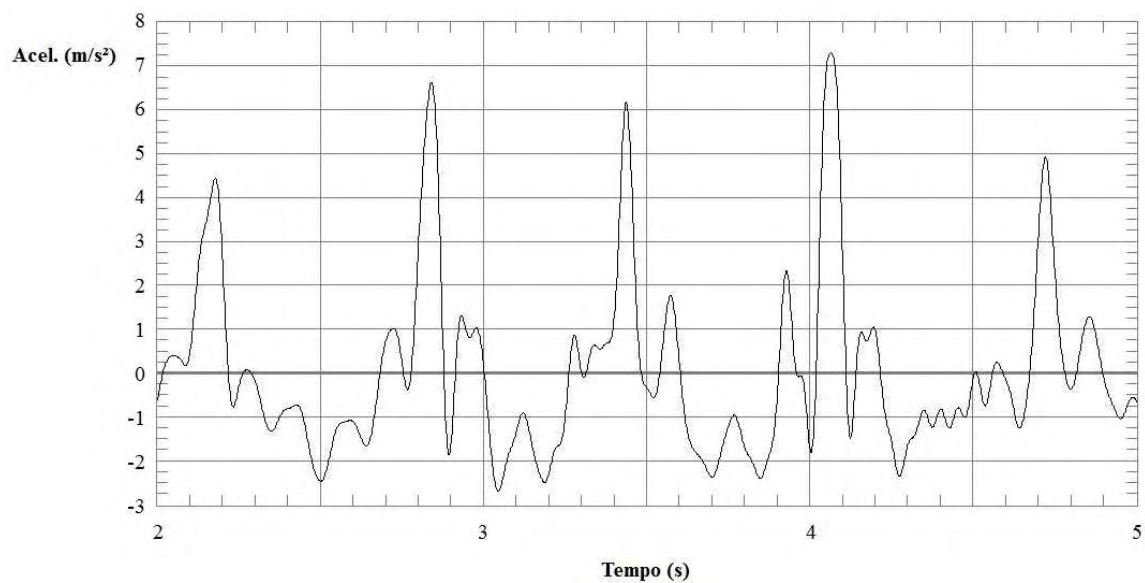


Figura 5.5 – Aceleração medida de um determinado indivíduo.

Nos mesmos pontos de seccionamento do sinal da força foi também realizado de forma análoga o seccionamento no sinal original da aceleração (Figura 5.6).

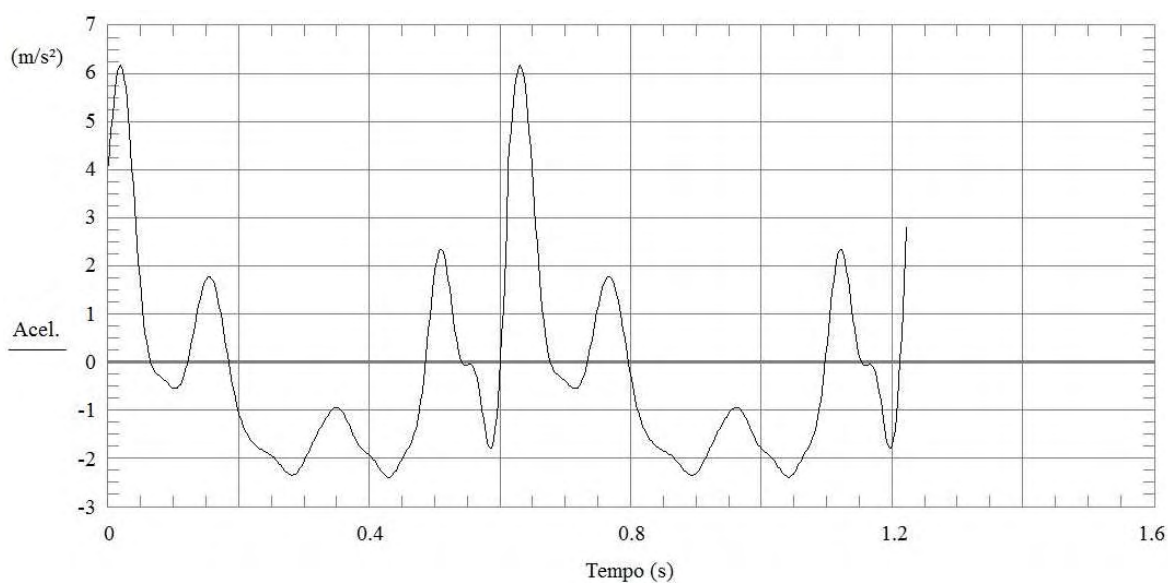


Figura 5.6 – Sinal no tempo da aceleração medida – aplicação de janelamento e replicação de 1x.

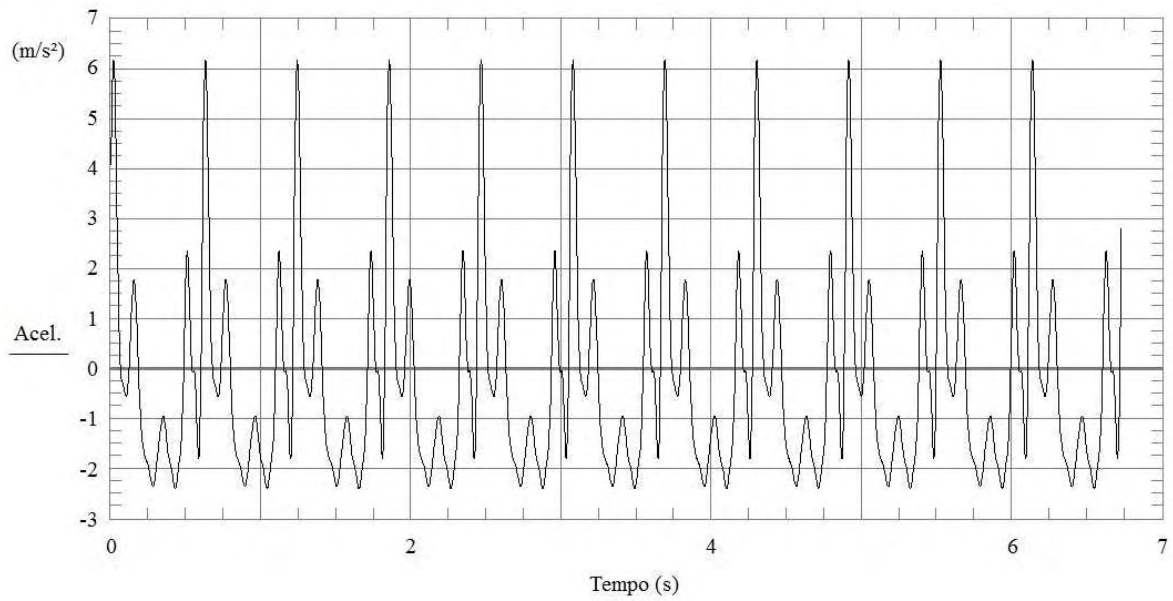


Figura 5.7 – Sinal no tempo da aceleração medida – replicação de 10x.

Em seguida foram obtidos os espectros dos sinais replicados de aceleração (Figura 5.8).

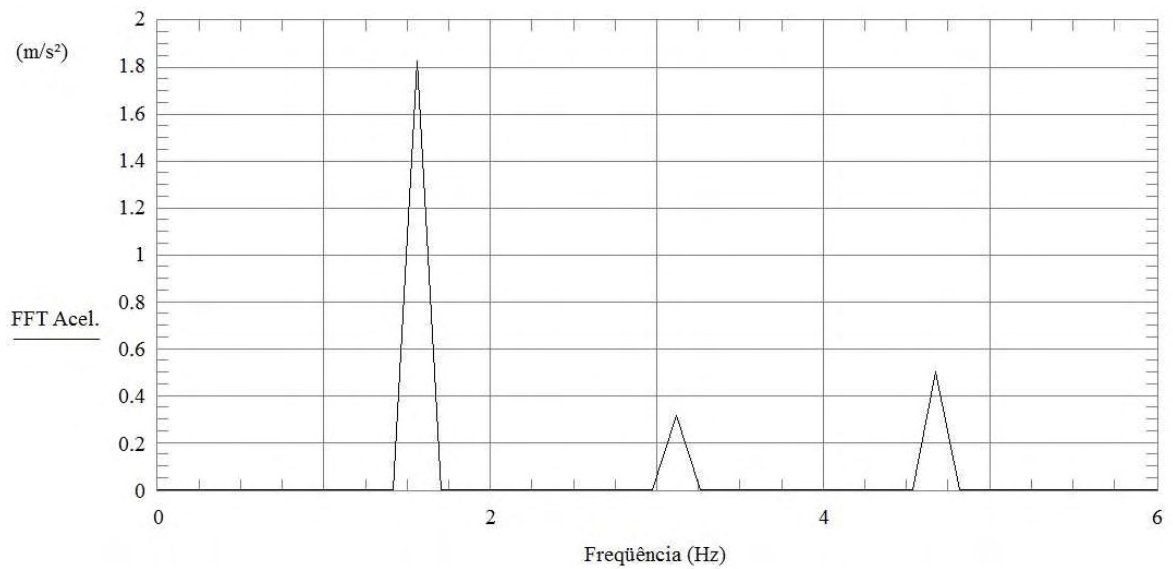


Figura 5.8 - Espectro da aceleração medida e replicada.

Adicionalmente, foram medidos o peso e a altura de cada indivíduo a fim de investigar correlações entre os parâmetros dos modelos de carga e modelo biodinâmico proposto.

5.2 OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO BIODINÂMICO

Objetivando-se verificar o desempenho da metodologia utilizada para gerar as expressões do modelo biondinâmico proposto, descrita no capítulo 4, foram calculados os parâmetros do modelo biondinâmico através dos espectros de força e aceleração obtidos nas medições em outros indivíduos, realizadas no GMAp.

Diferentemente da maneira procedida no capítulo 4, para o conjunto de espectros obtidos de cada indivíduo foi obtido um espectro médio e a partir deste resolvido o sistema de equações para se obter os parâmetros m , c e k do indivíduo.

Nas figuras 5.9 e 5.10 podem ser visualizados os conjuntos de espectros de força e aceleração, respectivamente, onde em destaque estão os espectros médios em linhas mais grossas.

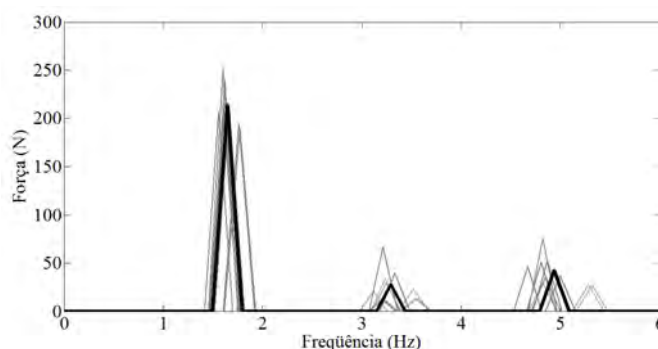


Figura 5.9 – Espectro médio (linha espessa preta) e demais espectros (linhas cinzas delgadas) da força de determinado pedestre.

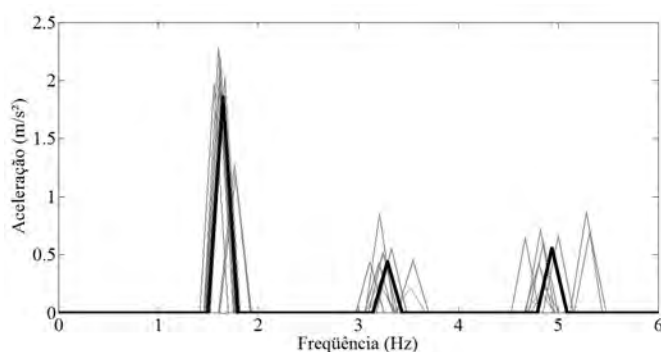


Figura 5.10 – Espectro médio (linha espessa preta) e demais espectros (linhas cinzas delgadas) da aceleração de determinado pedestre.

Foram medidos no total 41 indivíduos, onde destes 3 eram mulheres e 38 homens. Alguns sinais foram descartados devido ao fato de alguns indivíduos não pisarem completamente sobre a placa instrumentada. Posteriormente foram calculados os parâmetros do S1GL e retirados os valores atípicos da amostra. Após este processo, restaram 17 indivíduos, sendo 1 mulher e 16 homens.

Os valores dos parâmetros do S1GL obtido para cada indivíduo, a partir do seu respectivo espectro médio de forças e acelerações, podem ser visualizados na tabela 5.1

Tabela 5.1 – Parâmetros obtidos para os pedestres através da solução da equação 4.1 medidos no GMAp-UFRGS.

	<i>m</i> (kg)	<i>c</i> (N.s/m)	<i>k</i> (N/m)	<i>M</i> (kg)	<i>H</i> (m)	<i>f_p</i> (Hz)
H1	72,74	570,06	1463,16	80,5	1,81	1,48
H2	91,20	911,25	8394,56	91,2	1,77	1,59
M1	89,71	947,63	21257,7	97,5	1,75	1,79
H4	11,70	1078,58	4254,87	75,3	1,75	1,72
H5	70,42	1003,32	5918,45	81,2	1,78	1,62
H6	34,86	778,7	3342,71	71,9	1,82	1,68
H7	32,48	808,38	10334,97	84,4	1,8	1,86
H8	28,20	428,48	6785,95	61,8	1,83	1,51
H9	37,90	726,36	9957,29	66,9	1,82	1,81
H10	18,53	459,02	9409,90	72,0	1,76	1,82
H11	26,92	513,53	7658,08	73,0	1,8	1,73
H12	40,15	551,18	2440,71	69,4	1,82	1,63
H13	69,28	930,09	8319,85	90,1	1,83	1,69
H14	22,63	816,41	3756,17	83,6	1,84	1,64
H15	27,03	812,73	9189,497	75,2	1,83	1,62
H16	54,53	883,77	4403,33	62,8	1,71	1,75
Média	43,47	708,83	6542,26	76,81	1,80	1,68
DP	21,14	176,11	2962,08	10,16	0,04	0,11

Podem ser observadas na tabela 5.2 algumas diferenças em relação às medições anteriormente realizadas, como por exemplo a diferença da média de massa corpórea, taxa de passos e, sobretudo, nos valores da rigidez obtidos.

Tabela 5.2 – Comparação entre as médias e desvios padrão dos resultados obtidos no Labeme/UFPB e no Gmap/UFRGS

		<i>m</i> (kg)	<i>c</i> (N.s/m)	<i>k</i> (N/m)	<i>M</i> (kg)	<i>f_p</i> (Hz)
Labeme/UFPB	Média	45,33	841,56	15085,56	68,58	1,88
	DP	10,46	176,21	4985,03	12,42	0,13
Gmap/UFRGS	Média	43,47	708,83	6542,26	76,81	1,68
	DP	21,14	176,11	2962,08	10,16	0,11

Acredita-se que devido ao comprimento curto da plataforma utilizada nos testes realizados no Gmap/UFRGS, os indivíduos não conseguiram atingir uma velocidade suficiente na caminhada para desenvolver uma caminhada natural de uma pessoa que está se deslocando de um lugar para outro com um destino e objetivo específico de se deslocar. A taxa de passos de 1,68 Hz é bem abaixo do que é observado em uma caminhada natural de um indivíduo, que está em torno de 1,90 Hz. Isto pode ter sido o responsável pelos baixos valores de rigidez obtidos aqui pelo processo de minimização. Por outro lado, verifica-se que é possível obter parâmetros para o modelo a partir da medição simultânea de acelerações e forças aplicadas pelo pedestre.

5.3 ÍNDICES ESTATÍSTICOS SOBRE AS VARIÁVEIS OBSERVADAS

Foram verificados os índices de normalidade das amostras bem como investigadas correlações entre as variáveis consideradas no experimento. Na tabela 5.3 podem ser observados os resultados do teste estatístico de Shapiro-Wilk.

Tabela 5.3 – Resultados dos testes de normalidade sobre as variáveis consideradas

	m	c	k	M	f_p
W	0,881	0,955	0,918	0,963	0,964

Na tabela 5.4 podem ser observados os coeficientes de correlação R^2 e seus respectivos p -value de algumas correlações identificadas entre as variáveis das medições no Gmap/UFRGS comparadas às obtidas no Labeme/UFPB.

Tabela 5.4 – Correlações observadas nas medições no GMap/UFRGS e comparação com os dados obtidos no Labeme/UFPB.

Correlação	Labeme/UFPB			Gmap/UFRGS		
	R	R^2	p -value	R	R^2	p -value
$M \times f_p$	0,00	0,00	0,70	0,17	0,03	0,51
$M \times m$	0,36	0,13	0,12	0,53	0,28	0,03
$M \times c$	0,33	0,11	0,14	0,68	0,46	0,00
$M \times k$	0,10	0,01	0,63	0,00	0,00	0,92
$f_p \times m$	0,50	0,25	0,02	0,42	0,18	0,08
$f_p \times c$	0,26	0,07	0,24	0,00	0,00	0,85
$f_p \times k$	0,26	0,07	0,23	0,56	0,31	0,02
$m \times c$	0,95	0,90	0,00	0,55	0,30	0,02
$m \times k$	0,14	0,02	0,51	0,17	0,03	0,53
$c \times k$	0,39	0,15	0,08	0,00	0,00	0,74

Na tabela 5.4 pode se observar que, apesar dos índices de correlação de Pearson (R) se apresentarem relativamente baixos nas duas experimentações laboratoriais, há indícios de correlação (R a partir de 0,4) nas duas oportunidades entre M e m (0,346 e 0,529); entre f_p e m (0,500 e 0,424) e entre m e c (0,948 e 0,547).

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo pôde ser verificada a característica da força aplicada pelo pedestre nas medições (figura 5.1) em relação à reportada pela literatura (figura 2.1e 2.2).

Foi verificado também que há uma correspondência da proporção das amplitudes dos harmônicos da força e da aceleração de um indivíduo (figuras 5.9 e 5.10), podendo assim satisfazer simultaneamente as equações utilizadas na obtenção do modelo biodinâmico para pares de amplitudes de forças e acelerações diferentes, facilitando assim a convergência do processo de minimização.

Contudo, provavelmente devido à baixa taxa de passos desenvolvida pelos pedestres nos testes realizados no Gmap/UFRGS, os valores dos parâmetros do modelo S1GL biodinâmico apresentaram valores de rigidez muito baixos, não sendo assim considerados nas análises seguintes utilizando o modelo.

CAPÍTULO VI

INVESTIGAÇÃO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO MODELO BIODINÂMICO PROPOSTO

6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos das travessias de multidão a densidades 0,3 ped/m², 0,7 ped/m² e 0,9 ped/m², tendo como referência uma passarela experimental existente no LABEME/UFPB. Estas análises consistem em simulações do modelo desta passarela submetida à ação do modelo de força com e sem a inclusão dos modelos biodinâmicos propostos, bem como a comparação destes resultados com medições realizadas anteriormente por FERNANDES (2007). Esta comparação também funciona como uma validação do modelo S1GL biodinâmico proposto.

6.2 PASSARELA DE PEDESTRE UTILIZADA COMO REFERÊNCIA

A passarela utilizada como referência para esta modelagem (figuras 6.1 a 6.5) está localizada no Laboratório de Ensaio de Materiais e Estruturas (LABEME), no Centro de

Tecnologia da UFPB. Inicialmente, esta estrutura foi construída para o desenvolvimento da tese de doutorado de FERNANDES (2007), com objetivo de investigar as vibrações verticais induzidas por pedestres em passarelas, onde foram feitas medições de aceleração no meio do vão devido à ação de pedestres, pequenos grupos e multidões em densidades distintas.

Esta passarela, construída em concreto armado, é formada por uma laje de 11,60 m de comprimento por 1,80 m de largura apoiadas sobre duas vigas com dimensões de 17 cm por 30 cm para seção transversal (figuras 6.2 a 6.4). Estas vigas são simplesmente apoiadas em blocos de apoio que por sua vez estão sobre cilindros, caracterizando um semi-engastamento (figuras 6.1 e 6.4).

O módulo elástico considerado para fins de modelagem foi de 21,3 GPa, momento de inércia da seção transversal formada pela laje e vigas de $0,001487 \text{ m}^4$, massa por unidade de comprimento de 620,65 kg/m e coeficiente de Poisson de 0,22, valores estes determinados por FERNANDES (2007). As constantes de mola à rotação para representar a condição de semi-engastamento dos apoios no modelo numérico da passarela tiveram valor de $4,3 \cdot 10^3 \text{ kN.m/rad}$, também ajustado por FERNANDES (2007).

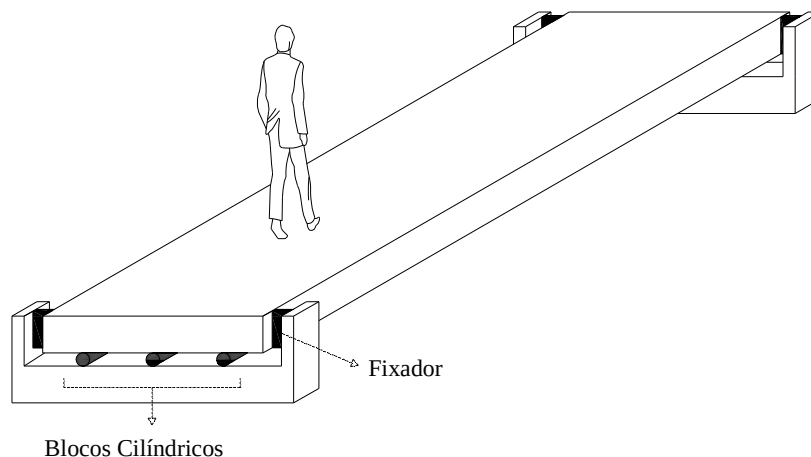


Figura 6.1 – Esquema isométrico da passarela modelo. (FERNANDES,2007)

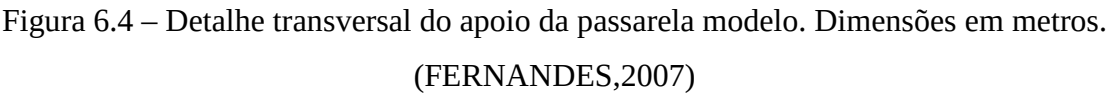
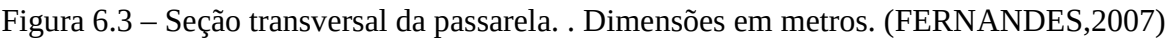
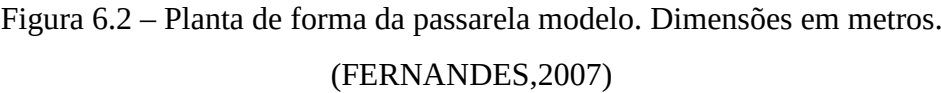




Figura 6.5 – Passarela de pedestres utilizada como referência na pesquisa.
(FERNANDES,2007)

6.2 ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL DA PASSARELA DE PEDESTRE

Esta estrutura possui uma frequência natural relacionada a um modo de vibração vertical de aproximadamente 4,2 Hz, coincidindo com o segundo harmônico da carga de um pedestre que esteja trafegando a uma taxa de passos de 2,1 Hz. Estas frequências naturais foram determinadas a partir de impactos aplicados a 1/4 do vão e 1/2 do vão (tabela 6.1), com o acelerômetro e as excitações no eixo da passarela (FERNANDES,2007).

Tabela 6.1 – Frequências obtidas nos testes de heel drop e impacto no eixo do vão e acelerômetro também no eixo (FERNANDES,2007).

Modos de vibração	Frequência (Hz)			
	<i>Heel Drop</i>		Impacto	
	¼ do vão	½ do vão	¼ do vão	½ do vão
1º de Flexão	4,21	4,21	4,27	4,27
2º de Flexão	16,54	-	16,72	-
3º de Flexão	34,18	34,18	34,42	34,49

Através da técnica do decremento logarítmico foi determinada uma razão de amortecimento média de 1%.

Na tese de FERNANDES (2007), além de efetuar medições para determinação dos modos, frequências naturais e grau de amortecimento da estrutura, foram feitas medições de acelerações verticais no meio do vão da passarela enquanto esta era submetida a fluxo de pedestres com densidades de 0,3, 0,7 e 0,9 pedestres/m².

Para estas medições foi utilizado um acelerômetro ENDEVCO modelo 7754A com sensibilidade de 1 V/g conectado a um condicionador de sinal, localizado no meio do vão da passarela, medindo acelerações na direção vertical. Este sensor foi conectado a um analisador de espectro DATA PHYSICS modelo ACE SignalCalc, conectado a um laptop.



Figura 6.6 – Momento de medição de vibrações da passarela submetida à carga de multidão. (FERNANDES,2007)

As medições durante a passagem de multidão (figura 6.6) com densidades de 0,3, 0,7 e 0,9 pedestres/m² ocorreram utilizando um grupo de pessoas tal que fosse suficiente para que fosse obtida a permanência de 5, 11 e 15 pessoas sobre a passarela, respectivamente. Pode ser observado ainda na figura 6.6 que há um ciclo de entra e sai na passarela do mesmo grupo de pessoas, para assim caracterizar o fluxo contínuo.

Foram obtidas 10 amostras de sinal para cada densidade. Nas figuras 6.7 a 6.9 podem ser observados os sinais no tempo medido na passarela em situação de multidão e seus

respectivos espectros para diferentes densidades. Os dados destes gráficos foram obtidos de FERNANDES (2007).

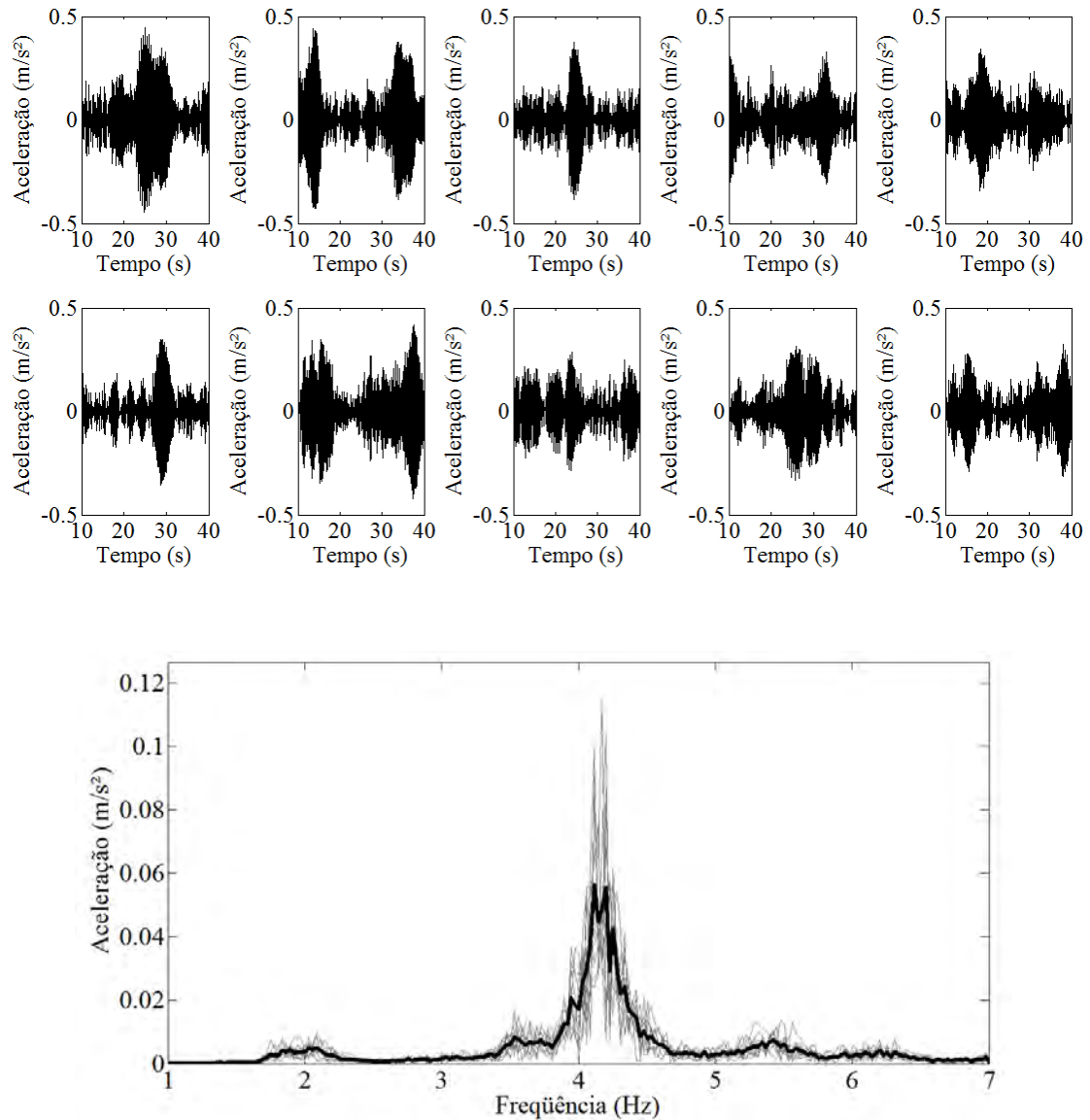


Figura 6.7 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,3 pedestres/m².

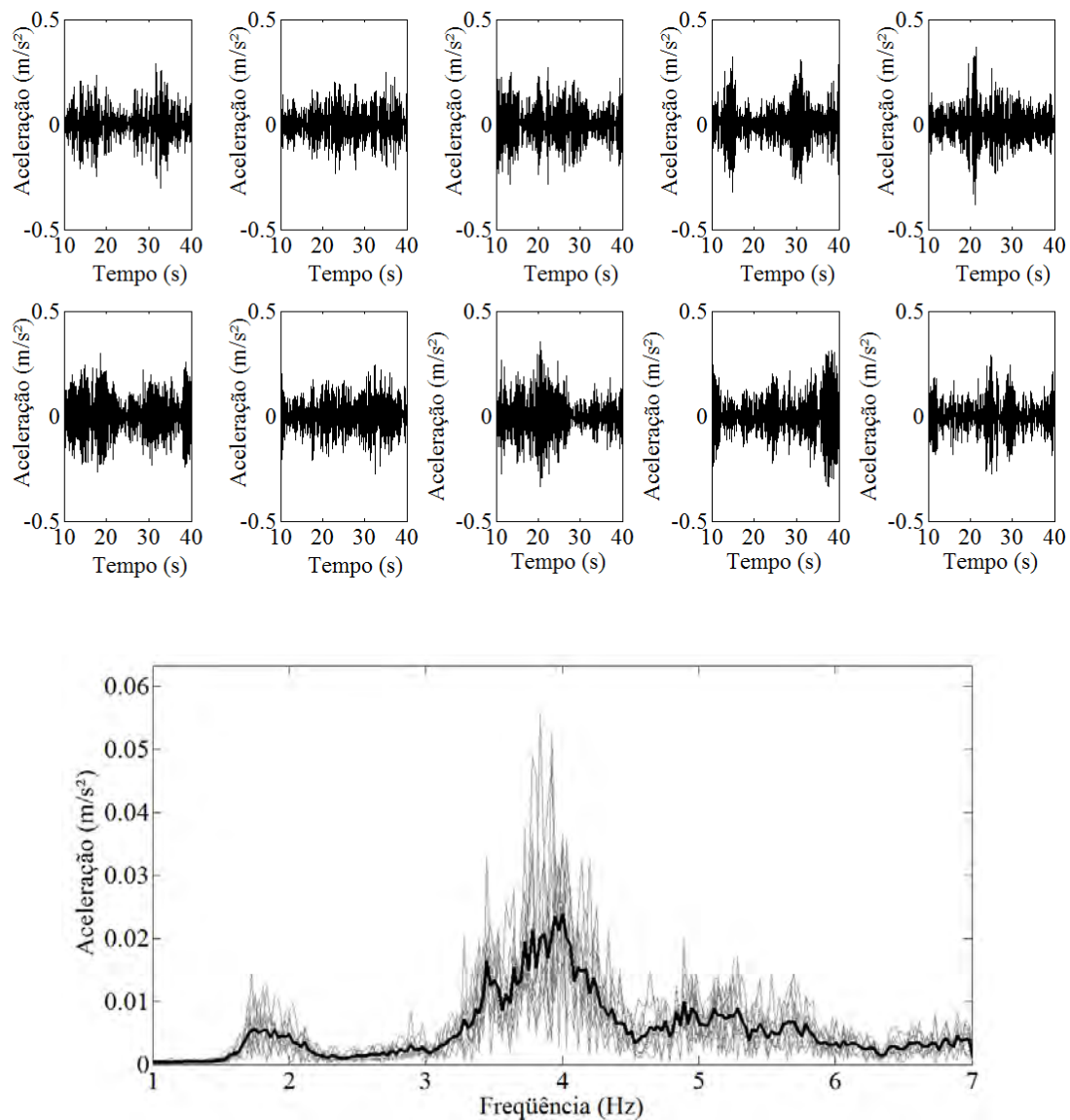


Figura 6.8 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,7 pedestres/m².

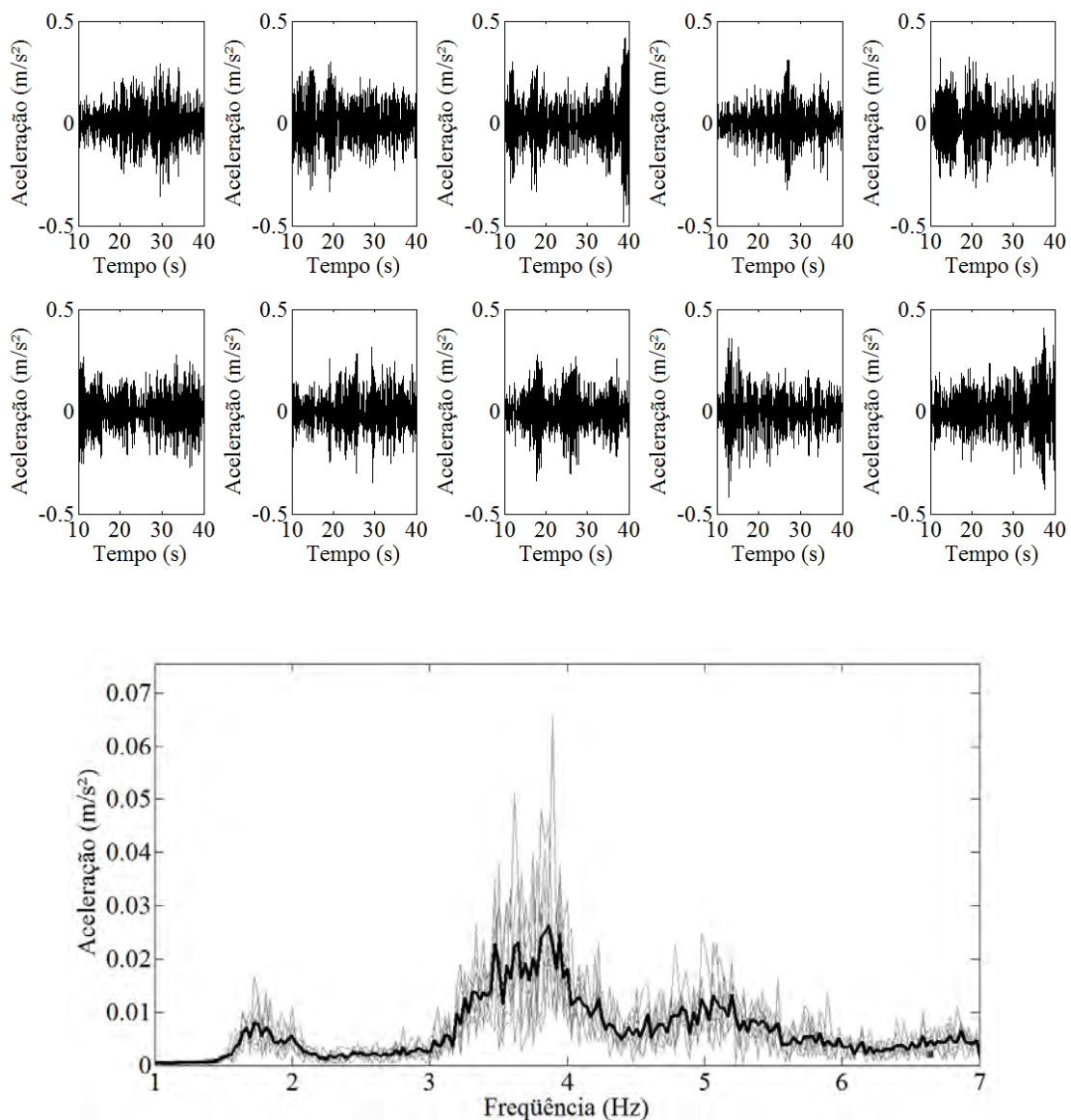


Figura 6.9 – Sinais de aceleração, sobreposições dos respectivos espectros e espectro médio: 0,9 pedestres/m².

Pode ser observado nos sinais medidos que há componentes de frequência dos sinais que são mais proeminentes quando próximas a 4 Hz.

Fica evidente também que as amplitudes máximas dos espectros médios reduziram com o aumento da densidade de pedestres, mais pronunciadamente da densidade 0,3 ped/m² em relação às outras duas densidades estudadas. Isto pode ser efeito de diversos fatores, como por exemplo, a diminuição da taxa de passos devido à limitação espacial de cada pedestre

devido ao aumento da densidade; o suposto aumento de massa, rigidez e amortecimento do sistema devido à presença das pessoas, aumentando o amortecimento global e alterando a frequência natural da estrutura. Pode ser observado que os maiores picos do espectro na ressonância estão abaixo de 4 Hz para a maior densidade observada nos ensaios.

Na tabela 6.2 são apresentados os valores RMS dos sinais experimentais considerados nesta análise.

Tabela 6.2 – Valores de RMS dos sinais experimentais considerados

n	0,3 ped/m²	0,7 ped/m²	0,9 ped/m²
1	0,1347	0,0755	0,0931
2	0,1323	0,0744	0,1010
3	0,0921	0,0855	0,1212
4	0,1475	0,0886	0,0839
5	0,1008	0,0804	0,1000
6	0,1245	0,0989	0,0953
7	0,1309	0,0850	0,0954
8	0,0939	0,0924	0,0883
9	0,1098	0,0998	0,0965
10	0,0979	0,0731	0,1078
Média	0,1164	0,0854	0,0983
DP	0,0199	0,0097	0,0104

Na tabela acima, os valores observados em vermelho e taxados na densidade de 0,9 ped/m² são os valores que foram desconsiderados por serem classificados como valores atípicos.

Na figura 6.10 podem ser observados os espectros médios experimentais nas três densidades estudadas sobrepostos.

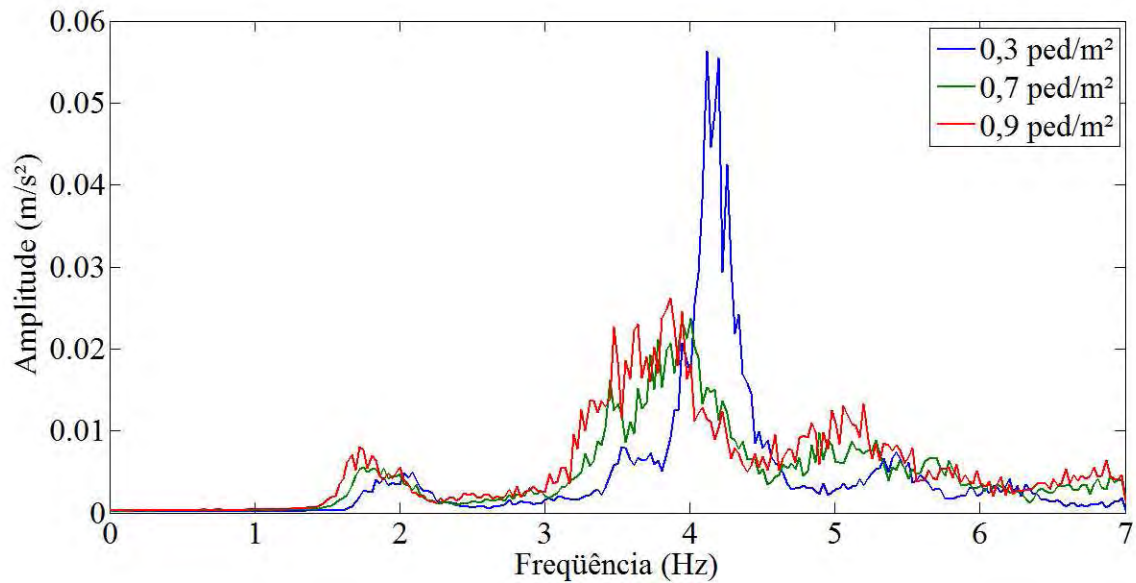


Figura 6.10 – Sobreposição dos espectros médios experimentais nas três densidades estudadas.

6.3 MODELO DA PASSARELA EM ELEMENTOS FINITOS

O modelo numérico da estrutura de passarela de pedestres utilizada como referência consiste em elementos lineares de viga, com seis graus de liberdade por nó, e elementos de mola à rotação para considerar o semi-engastamento dos apoios. Uma figura esquemática pode ser visualizada na figura 6.11.

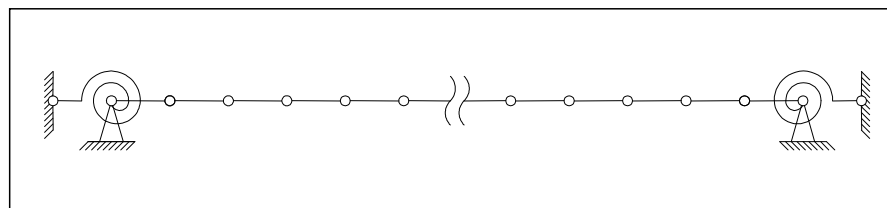


Figura 6.11 – Figura esquemática do modelo numérica da passarela de pedestres modelo.

Todas as simulações numéricas em elementos finitos desta tese foram realizadas através do programa ANSYS. A estrutura da passarela de pedestres foi modelada por elementos unidimensionais BEAM3 formando a plataforma e elementos de molas à rotação COMBIN14. Os modelos biodinâmicos S1GL amortecidos foram modelados pela

combinação de dois elementos disponíveis no programa: COMBIN14, elemento composto por uma mola e um amortecedor, e o MASS21, elemento composto por uma massa pontual.

Utilizando as constantes e geometrias definidas na seção anterior, a análise modal deste modelo numérico fornece as seguintes frequências naturais (tabela 6.3):

Tabela 6.3 – Frequências naturais da passarela real e do modelo numérico.

Modos de vibração	Passarela real (Hz)	Passarela modelada (Hz)	Erro (%)
1º modo	4,27	4,28	0,23
2º modo	16,72	15,50	7,30
3º modo	34,42	34,13	0,84

As simulações das passagens de fluxos de pessoas sobre o modelo de passarela foram feitas através de uma análise transiente, utilizando o método de Newmark com parâmetros que leva a caracterizar matematicamente o método como incondicionalmente estável (BATHE,1996).

6.4 SIMULAÇÕES DA PASSAGEM DE MULTIDÕES SOBRE A PASSARELA

Após a implementação do modelo da passarela, procedeu-se ao acoplamento dos modelos de cargas verticais aplicadas pelos pedestres bem como também os modelos biodinâmicos para simular situações de multidão em densidades de pedestres distintas.

Foi utilizado o modelo de carga definido pela série de Fourier considerando os mesmos FDC's utilizados para determinar os parâmetros dos modelos biodinâmicos (Eq. 4.2).

Correspondente a cada densidade estudada, foi elaborado um trem-de-cargas concentradas oscilando harmonicamente na vertical, representando uma fila de pedestres espaçados de tal forma que fosse correspondente à densidade de pedestres em estudo. Esta fila de pedestres foi gerada a partir de uma sequência de números aleatórios com distribuição uniforme, determinando a posição dos pedestres na fila. Outros números aleatórios foram gerados para criar os pedestres e suas propriedades, tais como taxa de passos e massa corporal, tendo estes uma distribuição normal. O próprio programa ANSYS possui geradores de números aleatórios, tanto com distribuição uniforme quanto com distribuição normal. A velocidade de deslocamento do pedestre foi considerada como sendo função da taxa de passos do indivíduo e igual a $0,9 \cdot f_p$ (BS5400, 2006).

Quando uma das cargas concentradas que representa um dos indivíduos da multidão não estiver sobre um nó do modelo da estrutura, são calculadas duas cargas nodais equivalentes a esta e são aplicadas nos nós das extremidades do elemento em que este indivíduo se encontra.

Nas simulações numéricas foram utilizadas as taxas de passos e desvio padrão observadas nas medições experimentais feitas por ARAÚJO *et al.* (2009) de acordo com as densidades estudadas, exibidas na tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Taxas de passos e desvio padrão para as densidades estudadas.

Densidade da multidão (ped/m²)	Taxa de pasos (Hz)	Desvio padrão (Hz)
0,3	1,90	0,12
0,7	1,80	0,12
0,9	1,76	0,11

Na formação da multidão no modelo, foram gerados também as massas corpóreas de cada indivíduo simulado, considerando também como uma variável de distribuição normal com média e desvio padrão dos participantes dos testes experimentais na determinação dos

modelos biodinâmicos realizados no LABEME. A média e desvio padrão de todos os indivíduos considerados na determinação das expressões de correlação foi de 68,58 kg e 12,42 kg (Tabela 4.2), respectivamente.

A aplicação da força correspondente a cada pedestre, definida por uma série de Fourier com os seus três primeiros harmônicos, foi feita calculando a carga equivalente nodal em relação à posição em que a carga se encontra em cada elemento de viga, atentando-se para o fato de poder haver ultrapassagens entre pedestres.

Seria possível mover um número de modelos biodinâmicos ao longo da passarela conjuntamente com o seu respectivo modelo de força. Outra possibilidade é mover apenas a força e fixar o modelo biodinâmico ao modelo da estrutura. A segunda abordagem torna a implementação do modelo muito mais fácil em termos de algoritmos que lidam com os problemas de cargas móveis. Sobretudo há um ganho de simplicidade do processamento computacional na captura da solução da simulação uma vez que as matrizes do sistema permanecerão constantes, consistindo em um sistema estrutura+biodinâmicos, não mudando ao longo do tempo da análise e, portanto, permanecendo linear. Este modelo composto, chamado aqui de modelo de força+biodinâmicos, teve os resultados de suas simulações comparadas posteriormente com os resultados experimentais da passarela real.

Assim, nesta tese, a inclusão dos modelos biodinâmicos nas simulações numéricas foi feita distribuindo-os uniformemente espaçados ao longo do vão da passarela uma dada quantidade de S1GL igual à quantidade de indivíduos que se encontram simultaneamente sobre a passarela (5, 11 e 15 indivíduos), de acordo com a densidade (0,3, 0,7 e 0,9 ped/m²). Os modelos biodinâmicos foram acoplados nos nós da estrutura desta maneira e permaneceram fixos durante toda a simulação.

Os valores dos parâmetros destes modelos biodinâmicos individuais foram obtidos das expressões de regressões propostas (Tabela 4.4). Cada simulação teve um conjunto de biodinâmicos onde os seus parâmetros eram gerados por um conjunto de M e f_p . A geração de M e f_p foi feita através de números aleatórios de distribuição normal, definidas as médias e desvio padrão observadas nos testes experimentais realizados na passarela real.

Então, tem-se duas configurações de modelos de ação de pedestres a serem simulados com o modelo de passarela: (a) a ação devido à passagem de uma composição de forças concentradas, cada uma representando um indivíduo da multidão com taxa de passos e massa corpórea distintas; (b) a ação da mesma composição da multidão por modelos de força com a inclusão de biodinâmicos sobre a passarela distribuídos de acordo com a densidade em questão.

Várias simulações foram realizadas e o número de repetições para cada configuração foi avaliado através da média RMS de cada sinal, tendo em vista a verificação da normalidade da distribuição dos dados, uma quantidade mínima de repetições de modo que a margem de erro fosse no máximo 10% da média, após a desconsideração dos dados classificados como valores atípicos.

Foram registrados os resultados de aceleração vertical no meio do vão da passarela para assim comparar com os resultados medidos por FERNANDES (2007). A tabela 6.5 mostra o número de repetições das simulações numéricas que foram necessárias para atingir as metas estatísticas estabelecidas.

Tabela 6.5 – Número de repetições das simulações para cada caso.

Densidade da multidão (ped/m²)	0,3	0,7	0,9
Modelo de força apenas	29	26	79
Modelo de força+biodinâmico	11	12	72

Vale salientar que o número de repetições das simulações numéricas de cada caso de densidade, apresentado na tabela 6.5, foi definido de modo que fosse verificada a normalidade da distribuição das médias RMS para cada caso, bem como a verificação de que as médias populacionais dos dois casos eram diferentes através do teste de hipótese. Devido à proximidade das respostas das densidades 0,7 e 0,9 ped/m², foi necessário realizar mais repetições nestes dois casos para que se fossem verificadas, através do teste de hipótese de duas médias, a diferença entre as suas médias populacionais a partir das suas respectivas médias amostrais.

6.4.1 Resultados do modelo de passarela submetido à passagem do modelo de força

Os resultados da passarela submetida à passagem de um trem-de-cargas de forças individuais são apresentados através da sobreposição de espectros de cada repetição com um destaque em negrito para o espectro médio (Figuras 6.12 a 6.14).

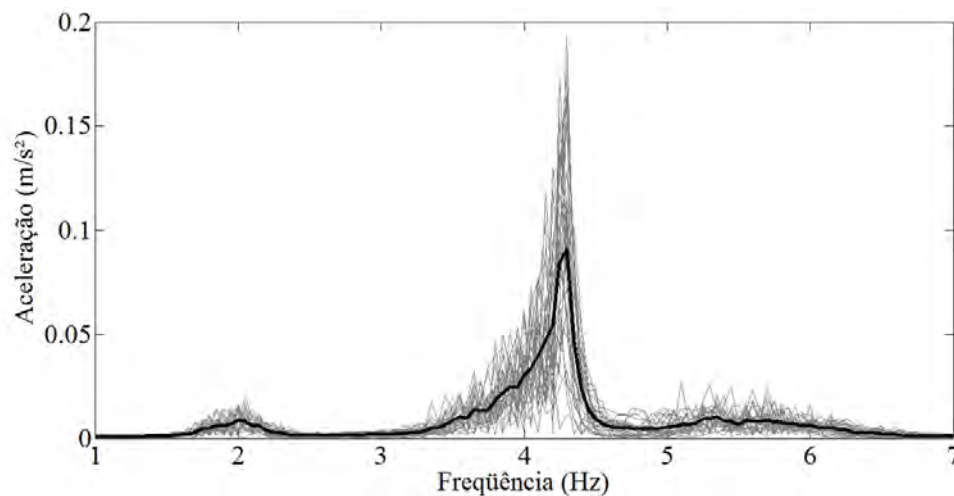


Figura 6.12 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,3 ped/m².

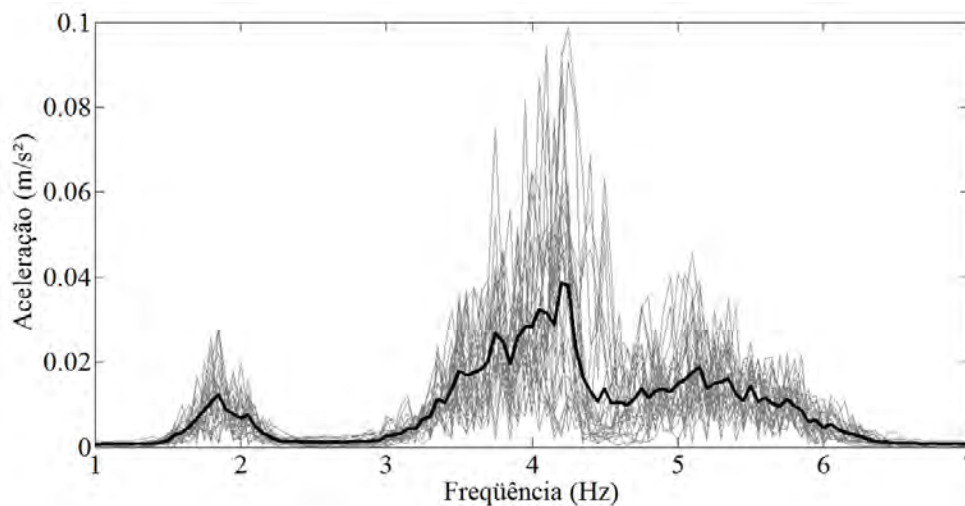


Figura 6.13 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,7 ped/m².

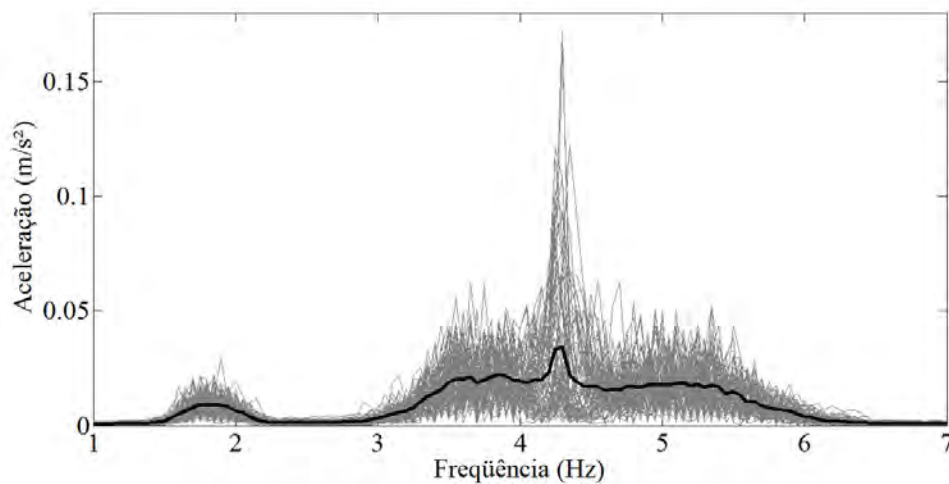


Figura 6.14 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com densidade de 0,9 ped/m².

Observa-se nos espectros acima que com o aumento da densidade nas simulações do modelo de força não houve um aumento gradativo da resposta, sobretudo na ressonância. Isto poderia ser esperado uma vez que quanto maior a densidade de pedestres numa passarela há uma maior quantidade de forças de indivíduos pulsando sobre a mesma. Entretanto, quanto maior a densidade, os pedestres tendem a diminuir a taxa de passos e conseqüentemente a amplitude da força dinâmica de cada indivíduo que compõe a multidão é menor, diminuindo a resposta. Isto se verifica tanto para os espectros individuais quanto para os espectros médios. Adicionalmente a isto, ao diminuir a taxa de passos ocorre um maior distanciamento entre o segundo harmônico desta excitação e a frequência natural da passarela, resultando em redução das amplitudes.

Vale salientar que em nenhuma das densidades, neste modelo de ação da multidão, foram observadas alterações na frequência correspondente ao pico do espectro na ressonância.

Na figura 6.15 estão sobrepostos os espectros médios das respostas do modelo de força nas três densidades estudadas.

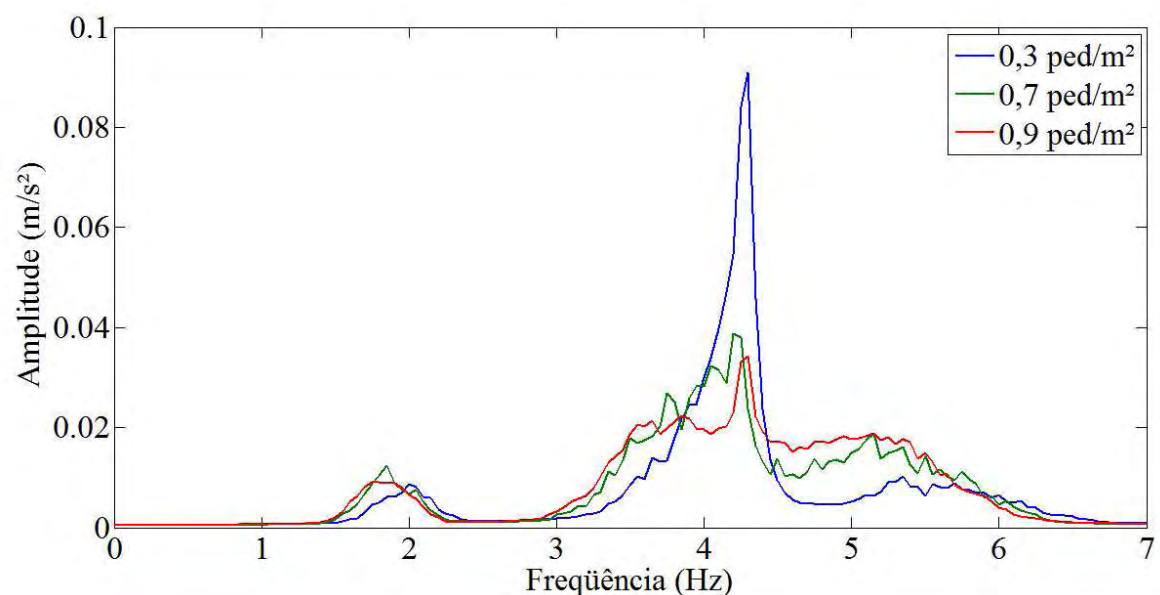


Figura 6.15 – Espectros médios sobrepostos das respostas das simulações da passarela submetida ao modelo de força.

6.4.2 Resultados do modelo de passarela submetido à combinação do modelo de força com o modelo biodinâmico

Com a consideração de S1GL's uniformemente distribuídos em número igual ao de indivíduos simultaneamente presentes na passarela, juntamente com a passagem do trem-de-carga dos modelos de força individuais, tem-se a resposta do modelo de passarela com a consideração da participação da multidão na dinâmica do sistema. Os resultados deste modelo foram apresentadas de maneira análoga ao anterior (Figuras 6.16 a 6.18).

De maneira análoga aos espectros médios das simulações considerando apenas o modelo de força, os resultados do modelo de força combinados com os modelos biodinâmicos não apresentaram aumento da resposta com o aumento da densidade. Em relação aos espectros médios houve de fato um decréscimo nos valores máximos dos espectros comparando-se entre as densidades.

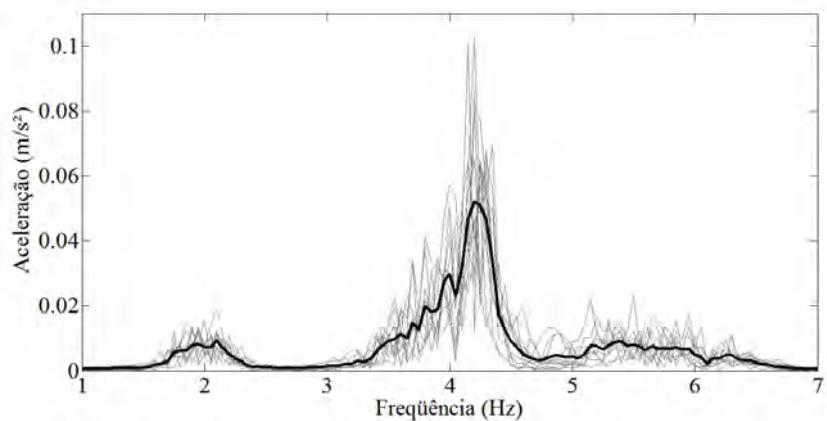


Figura 6.16 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,3 ped/m².

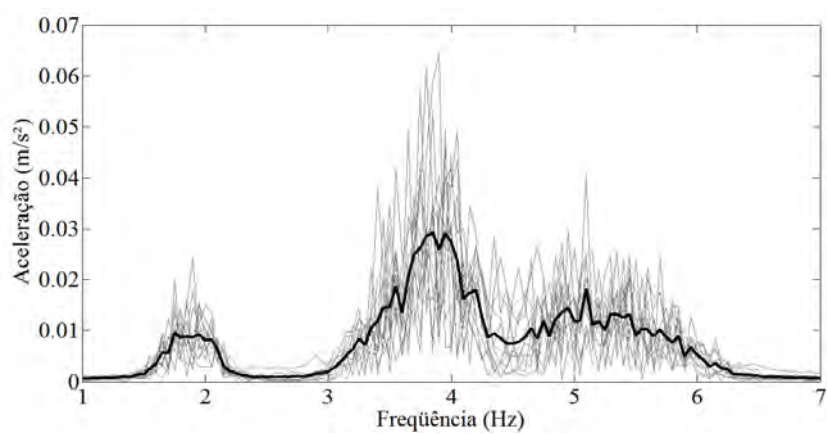


Figura 6.17 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,7 ped/m².

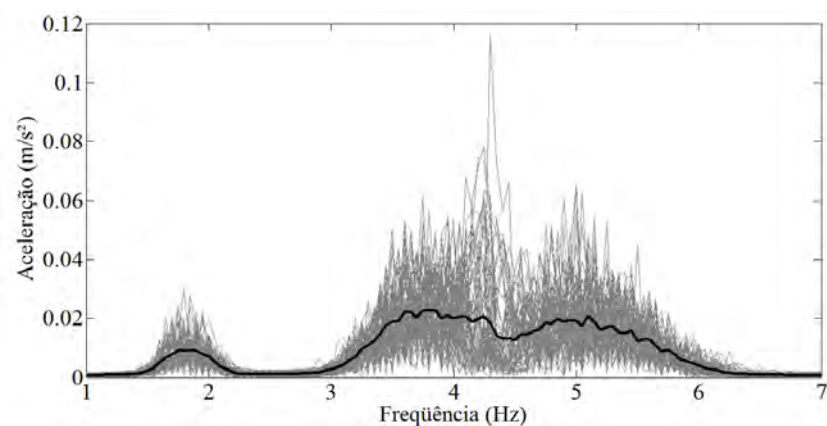


Figura 6.18 – Espectros (cinza) e espectro médio (preto) da resposta do modelo de força com modelo biodinâmico para a densidade de 0,9 ped/m².

Em relação à alteração da frequência natural do sistema vibratório passarelas+multidão fica evidente na densidade de 0,7 ped/m², tanto para os espectros individuais quanto para o médio, que há uma redução no valor da frequência correspondente ao pico da ressonância. Isto não fica tão claro na densidade 0,3 ped/m² devido à menor quantidade de pedestres sobre a passarela e nem na densidade 0,9 ped/m² devido à ausência de um pico proeminente na ressonância, provavelmente devido ao alto amortecimento proporcionado pela presença de um grande número de pessoas sobre a passarela durante a travessia da multidão.

Na figura 6.19 pode ser observada a sobreposição dos espectros médios das respostas do modelo de passarela submetido às ações do modelo de força e modelo biodinâmicos simultaneamente.

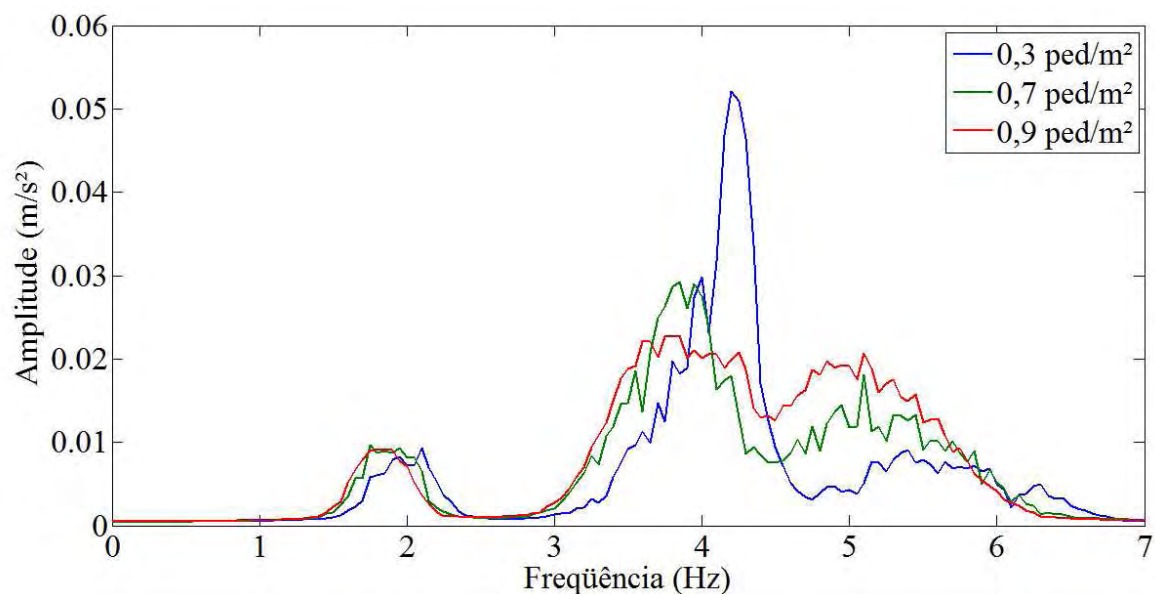


Figura 6.19 – Sobreposição dos espectros médios das respostas do modelo de passarela sob a ação do modelo de força e biodinâmicos simultaneamente.

6.4.3 Comparações das respostas dos modelos com a resposta experimental

Foram sobrepostos os espectros das respostas de modelos e da resposta medida na estrutura (figuras 6.20 a 6.22), para cada densidade estudada.

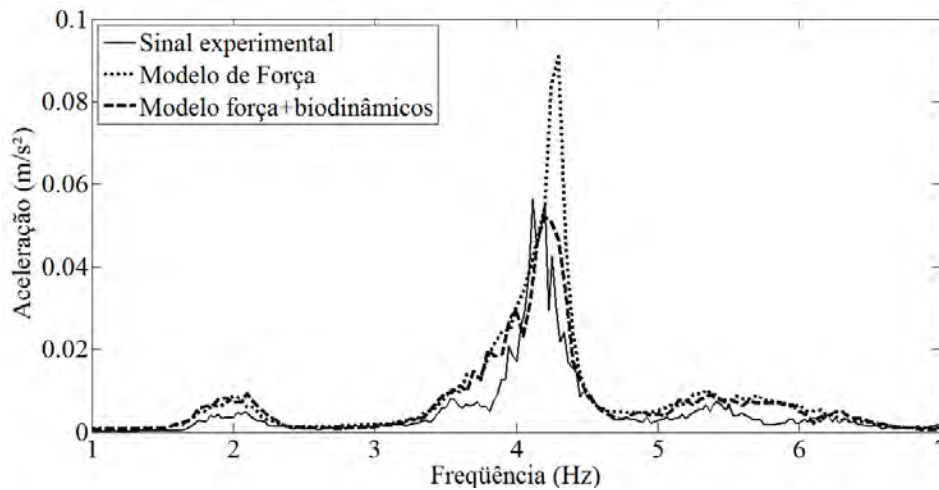


Figura 6.20 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,3 ped/ m^2 .

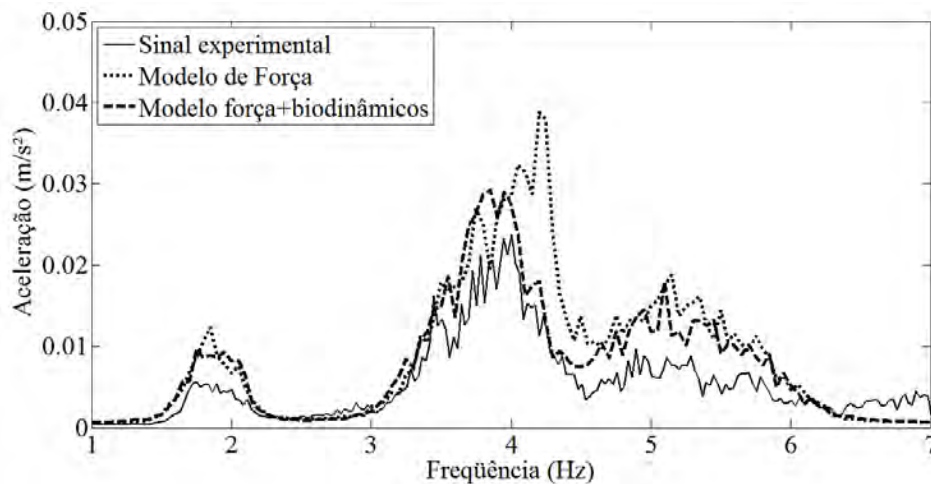


Figura 6.21 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,7 ped/ m^2 .

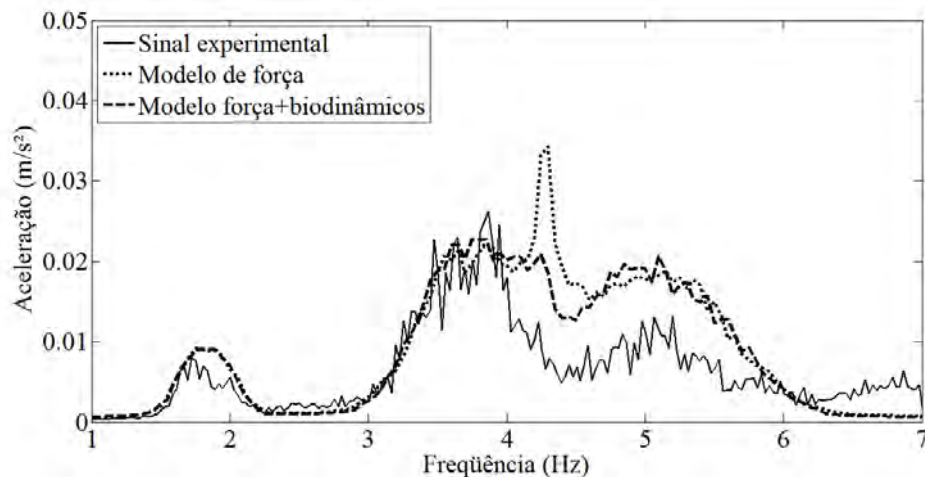


Figura 6.22 – Sobreposição dos espectros médios dos sinais experimental, modelo de força apenas e modelo de força combinado com o biodinâmico: 0,9 ped/m².

Na figura acima pode ser observado que as maiores amplitudes estão em torno da frequência natural da passarela, como esperado. É notória a disparidade de amplitudes do pico de resposta entre o modelo de força e a resposta medida na estrutura real, confirmando o comportamento esperado da estrutura em situação de multidão.

De maneira que os sinais no tempo obtidos experimentalmente e os modelados possuem aproximadamente 30 segundos de duração cada e, sabendo-se que a resolução em frequência do espectro (Δf) é igual ao inverso do período total do sinal do tempo, tem-se que esta resolução é de aproximadamente 0,0333 Hz.

Na figura 6.20 pode ser observado com maior clareza que, apesar do relativo pequeno número de pedestres na densidade 0,3 ped/m² já se é observada uma diferença nas frequências correspondentes ao pico dos espectros médios na ressonância do sistema. Verificam-se valores reduzidos tanto no resultado experimental quanto no resultado do modelo com a presença dos biodinâmicos, em relação aos resultados das simulações com o modelo de força apenas. Isto significa que até para densidades baixas, pode haver uma modificação na frequência natural do sistema vibratório.

Na figura 6.21 pode se observar uma boa aproximação entre os espectros médios experimental e do espectro médio oriundo das simulações com o modelo de força combinado com o modelo biodinâmico.

Na figura 6.22 observa-se uma boa aproximação do modelo de força combinado com o modelo biodinâmico em relação ao resultado experimental. Entretanto não se verifica uma definição clara em onde seria a ressonância do sistema na resposta do modelo devido à ação da multidão considerando os biodinâmicos. Isto provavelmente se deve à simplicidade do modelo de força em termos de aleatoriedade (ausência de componentes de frequência entre os harmônicos) bem como a correspondência dos valores dos FDC's em relação aos pedestres que foram analisados.

Na tabela 6.6 são apresentados os valores médios do RMS dos sinais, já sendo desconsiderados os valores atípicos de cada caso.

Tabela 6.6 – Valores de média e desvio padrão dos RMS dos sinais modelados e experimentais.

		0,3 ped/m ²	0,7 ped/m ²	0,9 ped/m ²
Experimental	Média	0,1164	0,0854	0,0984
	DP	0,0199	0,0097	0,0050
Modelo de Força	Média	0,1397	0,1130	0,1122
	DP	0,0355	0,0191	0,0211
Modelo de Força+biodinâmicos	Média	0,1060	0,0920	0,1053
	DP	0,0089	0,0055	0,0128

Observando os valores médios dos sinais RMS, verifica-se que há uma maior aproximação entre os valores do modelo com a consideração dos biodinâmicos do que no caso em que estes não são considerados na modelagem da ação da multidão sobre a passarela.

6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram comparadas as respostas do modelo de passarela referência do estudo submetido a dois modelos de ação de multidão (modelo de força e modelo de força mais

biodinâmicos) com as respostas experimentais da estrutura real. O ponto de análise das acelerações é o centro do vão da passarela.

Foi verificado que a inclusão dos modelos biodinâmicos distribuídos na passarela modificam de fato a frequência natural do sistema, apresentando-se de forma consistente em relação à resposta experimental, diferentemente das respostas do modelo de força apenas. A frequência correspondente ao pico da ressonância do modelo de força é próxima da frequência natural medida através de análise modal experimental e teórica da passarela vazia.

Adicionalmente à análise dos espectros médios, verificou-se também que há uma melhor aproximação dos resultados em RMS dos modelos da ação da multidão incluindo os modelos biodinâmicos frente aos resultados experimentais do que aqueles resultados sem a consideração dos mesmos.

ANÁLISES E DISCUSSÕES

As respostas das simulações numéricas do modelo da estrutura de passarela apresentaram maior variabilidade do que as respostas medidas experimentalmente. Devido a esta diferença das variabilidades dos resultados, o número de amostras resultou diferente de caso para caso. Isto possivelmente é devido a aplicação da linha de cargas pulsantes individuais, que podem apresentar maior variabilidade do que a situação real observada durante os testes. No entanto, foram adotados o mesmo número de pedestres presentes na passarela durante a travessia e a duração da análise em ambos os conjuntos de resultados (medições e simulações). Além disso, foi observada uma consistência ao comparar os conjuntos de resultados de diferentes densidades. Ainda sobre o número de amostras, foi observada alguma flutuação e isso foi devido a: (a) valores atípicos terem sido descartados em cada conjunto de forma independente, e (b) o número de amostras também deve ser tal que os testes de hipóteses confirmem que as diferenças nos valores médios foram devido a diferenças na modelagem da carga.

Observando os valores médios RMS para cada densidade (Tabela 6.6), verifica-se que os resultados do modelo de força mais biodinâmicos são mais próximos dos resultados medidos experimentalmente do que os resultados do modelo de força apenas. Além disso, os resultados do modelo de força mais biodinâmicos seguiram a tendência de variação da aceleração RMS média observada nas medições (figuras 6.20 a 6.22).

Tomando a média RMS para uma mesma densidade e modelos diferentes, juntamente com o número de amostras de cada conjunto, um teste de hipótese sobre as médias foi realizado a fim de verificar se havia provas suficientes para afirmar que os valores médios de cada teste foram estatisticamente diferentes, ou seja, se os valores médios foram realmente

afetados pelos modelos distintos empregados para representar a ação de pedestres. O nível de significância de 0,05 foi adotado e todos os testes confirmaram que havia provas suficientes para sustentar a alegação de que a escolha do modelo afetou o valor da média.

No entanto, os resultados mais esclarecedores foram observados através da comparação dos espectros de média (mensuração e simulações), mostrados nas Figuras 6.20 a 6.22 para cada densidade investigados. Com relação à resposta ao redor do primeiro harmônico da carga andando, os resultados experimentais foram de alguma forma, respectivamente, inferiores aos obtidos por ambas as simulações. Isto possivelmente se deve a alguma inadequação do FDC adotados para representar o primeiro harmônico da carga andando nos modelos de força, ou então uma limitação do modelo de força em si.

Outra observação foi que a resposta entre os modelos não diferiu muito entre os resultados simulados para esta faixa de frequências. Isto é consistente com as observações de CAPRANI *et al.* (2011), em que as diferenças devido à dinâmica do corpo foram notados em torno da ressonância do sistema. Tais diferenças estão relacionadas ao nível de resposta do sistema para uma frequência em particular, uma vez que o movimento estrutural é necessário para haver diferenças entre o modelo de força e o modelo de força mais biodinâmicos, no qual estas diferenças ocorrem substancialmente próximas à ressonância do sistema.

Assim, é a resposta em torno de ressonância que é relevante para a análise. Isso se justifica devido ao fato de que é nesta frequência em que as passarelas de pedestres apresentam altos níveis de vibração, sendo assim o modelo da ação da multidão sobre a passarela com a inclusão dos biodinâmicos apresenta diferenças em relação ao modelo sem a consideração dos mesmos.

A redução do valor de pico no espectro médio do modelo de força só foi observado com o aumento da densidade. Isto é devido ao fato de que a taxa de passos média dos pedestres foi reduzido com aumento da densidade e, portanto, as taxas de passos foram ficando afastadas da frequência natural da passarela vazia como o aumento da densidade. Portanto, uma redução consistente de valores de pico foi observada como o aumento da densidade.

Também se pode observar que as respostas obtidas através da utilização do modelo força mais biodinâmicos eram mais amortecidas em torno da ressonância do que as respostas obtidas através da utilização do modelo de força, apresentando picos de menor magnitude. Em outras palavras, um aumento no amortecimento devido à presença de pedestres sobre a estrutura ocorreu e este é observado somente com a adoção do modelo de força mais biodinâmicos para representar a ação de pedestres.

CONCLUSÕES

Neste trabalho um modelo biodinâmico foi proposto para representar a ação no sentido vertical de uma pessoa andando, destinadas a investigação dos efeitos de vibração em passarelas. O modelo foi concebido como um modelo S1GL submetido a movimento de base. Tal movimento foi relacionado com o movimento relativo entre o centro de gravidade do indivíduo e o piso.

Foi realizada uma análise de sensibilidade para investigar a predominância do efeito de um dado harmônico do modelo de força sobre a determinação de um dado parâmetro do modelo S1GL biodinâmico. No entanto, os gráficos de contorno das funções empregadas para obter os parâmetros indicados não mostraram nenhuma tendência em relação a este aspecto.

Foi realizada também uma investigação sobre a correlação entre os parâmetros do modelo S1GL biodinâmico, taxa de passos e massa corporal dos indivíduos. Foi observada uma correlação expressiva entre a massa m e amortecimento c do modelo biodinâmico, bem como entre a massa corporal M e a massa m do modelo biodinâmico. Foram obtidas expressões de regressão relacionando os parâmetros do modelo biodinâmico à taxa de passos e à massa corporal do indivíduo. O modelo S1GL biodinâmico obtido foi concebido para ser útil na avaliação da interação vertical entre uma multidão de pedestres e a passarela que estes atravessam caminhando.

Para verificar a validade e a precisão do funcionamento deste modelo S1GL biodinâmico junto a um modelo de passarela foram feitas simulações de passagens de multidões a

diferentes densidades de até aproximadamente 1,0 ped/m². Nesta proposição, uma série de modelos S1GL biodinâmicos em igual número de pedestres que correspondem a uma determinada densidade foram distribuídos uniformemente ao longo do vão da passarela em posições fixas. Além disso, um trem de forças concentradas e pulsantes na vertical foram aplicadas em movimento ao longo da estrutura. A expressão adotada para representar tais forças foi tomada a partir da literatura, obtendo-se ao andar em superfície rígida.

Foi considerada uma passarela protótipo para validar estes resultados e foram conduzidos testes com densidades que variam 0,3 a 0,9 ped/m², de modo a verificar o modelo proposto. Ao comparar as respostas obtidas a partir de medições com as simulações empregando o modelo biodinâmico, observou-se que os resultados deste modelo estavam em melhor acordo com as medições do que os resultados obtidos a partir da representação da ação dos pedestres por um modelo em que apenas as forças que se deslocam ao longo da estrutura foram aplicadas. Ao incluir os modelos biodinâmicos como parte da estrutura do sistema, uma redução na frequência predominante de vibrações e um aumento no amortecimento foram notados, como reportado na literatura e observado nas medições.

Além de confirmar que as multidões caminhando contribuem para mudar as propriedades dinâmicas do sistema, os resultados também confirmaram que o modelo biodinâmico empregado é adequado. Sua inclusão fez com que os resultados das simulações se apresentassem muito próximos dos resultados correspondentes medidos na estrutura, evitando estimativas conservadoras obtidas com a aplicação apenas da força em modelos para representar a ação de pedestres em situações de multidão.

Para trabalhos futuros, recomendam-se alguns avanços a partir deste ponto: (a) avaliação com a consideração de modelos biodinâmicos em outras passarelas de pedestres com potencial de apresentarem vibrações excessivas ; (b) sofisticação do modelo de força nestas avaliações e verificação da consistência entre os FDC's utilizados nas simulações e os pedestres envolvidos nos testes; (c) implementação de um modelo biodinâmico acoplado individualmente com o modelo de força de modo que o conjunto individual seja considerado se movendo em um par, formando o modelo do indivíduo que compõe a multidão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. 2003.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800 – **Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios**. 2003.

ANSYS v. 12.1 Reference Manual; 2010.

ARAUJO JR., M. C., FERNANDES, H. M. B., PIMENTEL, R. L., “Experimental Evaluation of Synchronisation in Footbridges due to Crowd Density”, **Structural Engineering International**, Vol. 19, No. 3., pp. 298-303, 2009.

ALLEN, D. E., “Vibrational behavior of long-span floor slabs”, **Canadian Journal of Civil Engineering**, Vol. 1, 1974, p. 108.

ALLEN, D. E., RAINER, J. H., “Vibration criteria for long-span floors”, **Canadian Journal of Civil Engineering**, vol. 3, no. 2, 1976, pp. 165-173

BACHMANN, H., “Lively Footbridges-a Real Challenge”, **Footbridge 2002 – Design and Dynamic Behaviour of Footbridges**, Paris, 2002.

BARKER, C., “Footbridge Pedestrian Vibration Limits – Part 3: Background to response calculation”, **Footbridge 2005 - Second International Conference**, 2005.

BARKER, C, MACKENZIE, D., “Calibration of the UK National Annex”. Footbridge 2008, **Proceedings of the International Conference. Porto, Portugal**, 2008.

BATHE, K. J., **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall, 1037 p., 1996.

BISHOP, N.W.M., WILLFORD, M., PUMPHREY, R., “Human induced loading of flexible staircases”, **Safety Science** 18 (1995) 261-276.

BLANCHARD, J., DAVIES, B., SMITH, J., “Design Criteria and Analysis for dynamic Loading of Footbridges”, **Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges**, TRRL Supplementary Report 275, pp. 90-106, 1977.

BROECK, P. V. , ROECK, G., REYNDERS, E., DEGRAUWE, D., GEORGIEVA, I. B., BORISOVA, N. D., “Measurement and prediction of the pedestrian-induced vibrations of a footbridge”. **ISMA - International Conference on Noise and Vibration Engineering**, 2008

BROWNJOHN, J. M. W. “Vibration characteristics of a suspension footbridge”. **Journal of Sound and Vibration**, 202(1), pp. 29-46, 1997.

BROWNJOHN, J.M.W., “Energy dissipation in one-way slabs with human participation”, **in Proceedings of the Asia-Pacific Vibration Conference ‘99**, Nanyang Technological University, Singapore, 11–13 December 1999, Vol. 1, 155–60.

BROWNJOHN, J. M. W., FOK, P., ROCHE, P., “Long Span Steel Pedestrian Bridge at Singapore Changi Airport – Part 2: Crowd Loading Tests and Vibration Mitigation Measures”. **The Structural Engineer**, v. 82, n. 16, pp. 28-34, 2004.

BROWNJOHN, J. M. W., FU, T. N., “Vibration excitation and control of a pedestrian walkway by individuals and crowds”. **Shock and Vibration**, 12, pp. 333-347, 2005.

BS 5400-2 BRITISH STANDARDS. **Steel, Concrete and Composite Bridges: Specification for Loads. Part 2**, Appendix C. 2006.

BUTZ, C., FELDMANN, M., HEINEMEYER, C., SEDLACEK, G., CHABROLIN, B., LEMAIRE, A., LUKIC, M., MARTIN, P.-O., CAETANO, E., CUNHA, A., GOLDACK, A., KEIL, A., SCHLAICH, M., “**Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges**”. European Commission, 167 pp., 2008.

CAPRANI, C.C., KEOGH, J., ARCHBOLD, P., FANNING, P., “Characteristic Vertical Response of a Footbridge Due to Crowd Loading”, **Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics**, EUROODYN 2011, Leuven, Belgium, 4-6 July 2011

CHI, K.-J., SCHMITT, D., “Mechanical energy and effective foot mass during impact loading of walking and running”, **Journal of Biomechanics** 38 (2005) 1387–1395.

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J., **Dynamics of Structures. Mcgraw-Hill College**, 634 p., 1986.

COERMANN, R.R., 1962, “The mechanical impedance of the human body in sitting and standing position at low frequencies,” **Human factors**, No. 4, 227–53.

DALLARD, P., FITZPATRICK, T., FLINT, A., “London Millennium Bridge: Pedestrian-Induced Lateral Vibration”. **Journal of Bridge Engineering**, v. 6, n. 6, pp. 412-417, 2001.

DALLEAU, G., BELLI, A., BOURDIN, M., LACOUR, J., “The spring-mass model and the energy cost of treadmill running”, **European Journal of Physiology**, 77, pp. 257-263.

DANBON, F., GRILLAUD, G., “Dynamic Behaviour of a Steel Footbridge. Characterisation and modeling of the Dynamic Loading Induced by a Moving Crowd on the Solferino Footbridge in Paris”, **Footbridge 2005 – Second International Conference, Itália**, 2005.

EBRAHIMPOUR, A., “Modeling dynamic occupant loads”, **Journal of Structural Engineering**, Vol. 115, no 6, Junho, 1989.

EBRAHIMPOUR, A., HAMAN, A., SACK, R.L. *et al.*, “Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds”, **Journal of Structural Engineering** - **ASCE**, v. 122, n. 12, pp. 1468-1474, 1996.

ELLIS, B., JI, T., “The effects of human-structure interaction on structural vibrations”, **EURODYN’96 Rotherdam 1996**. Pp. 447-453

EUROCODE 5-2, Design of Timber Structures – Part 2: Bridges, ENV 1995-2, **European Committee for Standardization**, Bruxelas, Bélgica, 1997.

FALATI, S., “The contribution of non-structural components to the overall dynamic behaviour of concrete floor slabs”, **PhD Thesis, University of Oxford**, Oxford, UK. 1999.

FERNANDES, H., “Análise de Vibrações Produzidas por Indivíduos e Grupos em Passarelas”. **Dissertação de M.Sc.**, UFPB, João Pessoa, Brasil, 2003.

FERNANDES, H., “Comportamento dinâmico de passarelas modeladas como vigas sujeitas a vibrações na direção vertical induzidas por pedestres”. **Tese de Doutorado**. PPGEM-Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, 2007.

FERRIS, D. P., LOUIE, M. FARLEY, C. T., “Running in the real world: adjusting leg stiffness for different surfaces”. **Proc. R. Soc. London B** **265**, pp. 989-994, 1998.

GALBRAITH, F., BARTON, M., “Ground loading from Footsteps”, **Journal of the Acoustic Society of America**, v. 48, n. 5, pp. 1288-1292, 1970.

GARCIA, M., CHATTERJEE, A., RUINA, A., COLEMAN, M., “The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling”. **ASME Journal of Biomechanical Engineering**.1998.

HARPER, F., “The Mechanics of Walking”, **Research Applied in Industry**, v. 15, n. 1, pp. 23-28, 1962.

IIDA, F., RUMMEL, J., SEYFARTH, A., “Bipedal walking and running with spring-like biarticular muscles”, **Journal of Biomechanics** (2008), 41, pp. 656–667

ISO 5982. International Organization for Standardization. Bases for Design of Structures - **Vibration and Shock-Mechanical driving point impedance of the human body**, 1981.

ISO 10137. International Organization for Standardization. Bases for Design of Structures - **Serviceability of Buildings against Vibration, Geneva, Switzerland**, 1992.

KASPERSKI, M.. “The response of pedestrian to lively footbridges”. Proceedings EUROLYN 2005, **Structural Dynamics**, 2005.

KERR, S.C., “**Human induced loading on staircases**”, PhD Thesis, University College London, London, UK. 1998

KERR, S., BISHOP, N., “Human induced loading on flexible staircases”, **Engineering Structures**, v.23, pp. 37-45, 2001.

KIM, S-H, CHO, K-I, CHOI, M-S, LIM, J-Y. “Development of human body model for the dynamic analysis of footbridges under pedestrian induced excitation”. **Steel Structures**, 8, pp 333-345, 2008.

LIU, W., NIGG, B. M., “A mechanical model to determine the influence of masses and mass distribution on the impact force during running”, **Journal of Biomechanics**, 2000, 33, pp. 219-224.

MCCONNELL, K. G., **Vibration testing: theory and practice**. John Wiley and Sons, 606 p. 1995.

MACDONALD, J. H. G., “Pedestrian-induced vibrations of the Clifton Suspension Bridge”, **UK. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Bridge Engineering**, 161, Issue BE2, pp. 69–77, June 2008.

MATSUMOTO, Y., SATO, S., NISHIOKA, T., *et al.*, “A Study on Dynamic Design of Pedestrian Over-Bridges”, **Transactions of JSCE**, v. 4, pp. 50-51, 1972.

MATSUMOTO, Y., NISHIOKA, T., SHIOJIRI, H. and MATSUZARI, K. “Dynamic Design of Footbridges”, **IABSE Proceedings**, P-17/78, pp. 1-15, 1978.

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., “Comparison of biodynamic responses in standing and seated human bodies”, **Journal of Sound and Vibration** (2000) 238(4), 691-704

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., “Mathematical models for the apparent masses of standing subjects exposed to vertical whole-body vibration”, **Journal of Sound and Vibration**, 260 (2003) 431–451.

MIYAMORI, Y., OBATA, T., HAYASHIKAWA, T., SATO, K., “Study on identification of human walking model based on dynamic response characteristics of pedestrian bridges”. **The Eighth East Asia-Pacific conference on structural engineering and construction**. In: Proceedings CD-ROM, Paper No. 1066, 2001.

NHLEKO, S., ZINGONI, A., MOYO, P., “A variable mass model for describing load impulses due to periodic jumping”. **Engineering Structures**, 30, pp. 1760-1769, 2008.

NIGG, B. M., LIU, W., “The effect of muscle stiffness and damping on simulated impact force peaks during running”. *Journal of Biomechanics*, 32, pp. 849-856, 1999.

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing**. University Press; 3 edition, 2007. 1256 pages.

PAN, T. C., “Vibration of Pedestrian Overpass”. **Journal of Performance of Constructed Facilities**, Vol. 6, No. 1, paper No. 805, pp. 34-45, 1992.

PERNICA, G., “Dynamic load factor for pedestrian movements and rhythmic exercises”, *Canadian Acoustics*, 18(2), 3-18, 1990.

PIMENTEL, R., PAVIC, A., WALDRON, P., “Vibration performance of footbridges established via modal testing”, in: **IABSE Symposium: Structures for the Future—The Search for Quality**, Rio de Janeiro, Brazil, August 25–27, 1999, pp. 602–609.

RACIC, V., PAVIC, A. BROWNJOHN, J. M. W., “Experimental identification and analytical modeling of human walking forces: Literature review”. **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 326, pp. 1–49, 2009.

RAINER, J., PERNICA, G., ALLEN, D., “Dynamic loading and response of footbridges”, **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 15, n. 1, pp. 66-71, 1988.

REN, L., JONES, R., HOWARD, D., “Dynamic analysis of load carriage biomechanics during level walking”, **Journal of Biomechanics** (2005), 38, pp. 853–863

ROITMAN, N., MAGLUTA, C., BATISTA, R. C., ALVES, N. K. C., “Cargas dinâmicas geradas por pessoas em movimentos”, **XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural**, 18 a 22 de Setembro de 1995, Tucumán, Argentina.

ROSE, J., GAMBLE, J. G., **Human Walking**. Williams & Wilkins, 99 p., 1994

SACHSE, R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., “Human–Structure Dynamic Interaction in Civil Engineering Dynamics: A Literature Review”. **The Shock and Vibration Digest**, Vol. 35, No. 1, pp. 3–18, 2003.

SACHSE, R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., “Parametric study of modal properties of damped two-degree-of-freedom crowd–structure dynamic systems”. **Journal of Sound and Vibration** 274, pp. 461–480, 2004.

SAHNACI, C., KASPERSKI, M., “A refined model for loads induced by walking”, **9th International Conference on Structural Safety and Reability – ICOSSAR**, Itália, 2005a.

SETRA-Service d'Études techniques des routes et autoroutes. Footbridges. **Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading**. 2006

SHAPIRO, S. S., WILK, M. B., “An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples)”. **Biometrika**, Vol. 52, No. 3/4, pp. 591-611, 1965.

SIM, J., BLACKEBOROUGH, A., WILLIAMS, M., “Modelling effects of passive crowds on grandstand vibration”, **Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings**, 159, Issue SB5. Pags. 261-272

SUBASHI, G., MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M.J., “Modelling resonances of the standing body exposed to vertical whole-body vibration: Effects of posture”, **Journal of Sound and Vibration**, 2008, 317, pp. 400-418.

TAYLOR, D., “Damper retrofit of the Millennium Footbridge - a case study in biodynamic design”, **Proceedings of the 73rd Shock and Vibration Symposium**, Newport, USA, pp. 18-22, 2002.

THOMSON, W. T., DAHLEH, M. D., **Theory of vibrations with applications**. Prentice Hall, 5th edition, 534 p, 1997.

TILLY, G., CULLINGTON, D., ERE, R., “Dynamic Behaviour of Footbridges”, **IABSE Surveys**, pp. 13-24, 1984.

TRIOLA, M. F., **Elementary Statistics**. Addison Wesley, 10th edition, 868 p., 2007.

UK -NA to BS EN 1991-2:2003 - British Standards Institute. **UK National Annex to Eurocode 1: Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges**. London:BSI; 2008.

WALKER, C., BLAIR, R., “An experimental review of the McMahon/Cheng model of running. **Sports Engineering** (2001), 4, pp. 113-121

WOLMUTH, B., SURTEES, J., “Crowd-Related Failure of Bridges”. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Civil Engineering**, v. 156, n.3, pp. 116-123, 2003.

YAO, S., WRIGHT, J.R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., “Experimental study of human-induced dynamic forces due to jumping on a perceptibly moving structure”, **Journal of Sound and Vibration** 296 (2006) 150–165.

ZIVANOVIC, S., PAVIC, A., REYNOLDS, P., “Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review”. **Journal of Sound and Vibration** 279, pp. 1–74, 2005.

ZIVANOVIC, S., PAVIC, A., REYNOLDS, P., “Probability-based prediction of multi-mode vibration response to walking excitation”. **Engineering Structures** 29 (2007) 942–954.

ZOLTOWSKI, K., “Pedestrian bridge. Load and response”, **Footbridge 2005 – Second International Conference**.

ANEXOS

Códigos do ANSYS para geração das simulações em EF

! Arquivo: passarela.DAT

! Descrição: Arquivo da geometria da passarela do LABEME sem os modelos biodinâmicos acoplados

! Autor: Felipe Tavares da Silva - felipe.estruturas@gmail.com - 02/03/2010

! VERSÃO DA PASSARELA COM SEMI-ENGASTAMENTO NOS APOIOS

/PREP7

! Elementos e opções

!*** VIGA ***

ET,1,BEAM3

! Cte's do material (concreto armado com valores ótimos da tese da Halane)

UIMP,1,EX, , ,4.950753036E+10,

UIMP,1,DENS, , ,0.00,

UIMP,1,PRXY, , ,0.22,

!Propriedades da seção transversal (area,momento de inercia,altura total da seção)

!Módulo de Elasticidade 21,3 GPa; Momento de inércia 0,001487 m⁴; massa por metro 620,65 kg/m

!E*I ótimo de 57 MN.m² (Vide tese da Halane)

R,1,0.2480,0.00115134,0.3000, , ,620.65,

!*** MOLAS DOS APOIOS *** (rigidez à rotação de 43000 kN.m/rad)

ET,2,COMBIN14

KEYOPT,2,1,0

KEYOPT,2,2,6

R,2,4.3E+06,0,0

!**GERAÇÃO DA GEOMETRIA (Vide tese da Halane - parametros otimos na seção 3.5)

K,1,0.00,0.00

K,2,11.300,0.00

!Linhas

L,1,2

! Criação da malha

MSHKEY,1

d=0.1

ESIZE,d

MAT,1

LMESH,1,1,1

!Apoios simples da viga

D,1,UX,0,0,2,1, , , , ,

D,1,UY,0,0,2,1, , , , ,

!Duplicação dos nós dos apoios

NSEL,S,NODE,,1,1,1

NSEL,A,NODE,,2,2,1

NGEN,2,114,ALL, , , , ,1,

!Aplicacao das molas a rotaçao nos apoios

TYPE,2

REAL,2

EINTF,0.0001

NSEL,ALL

!Engastamento dos nós fictícios

D,115,ALL,,116,1,,,,,

!Amortecimento do material da passarela

ALPHAD,4.215666E-001

BETAD,1.609292E-004

FINISH

! Arquivo: passarelaBIO03.DAT

! Descrição: Arquivo da geometria da passarela do LABEME com os modelos
biodinâmicos acoplados fixos

! Autor: Felipe Tavares da Silva - felipe.estruturas@gmail.com - 02/03/2010

/PREP7

! Elementos e opções

!*** VIGA ***

ET,1,BEAM3

! Cte's do material (concreto armado com valores ótimos da tese da Halane)

UIMP,1,EX,,4.950753036E+10,

UIMP,1,DENS,,0.00,

UIMP,1,PRXY,,0.22,

!Propriedades da seção transversal (area,momento de inercia,altura total da seção)

!Módulo de Elasticidade 21,3 GPa; Momento de inércia 0,001487 m⁴; massa por metro
620,65 kg/m

!E*I ótimo de 57 MN.m² (Vide tese da Halane)

R,1,0.2480,0.00115134,0.3000, , ,620.65,

!*** MOLAS DOS APOIOS *** (rigidez à rotação de 43000 kN.m/rad)

ET,2,COMBIN14

KEYOPT,2,1,0

KEYOPT,2,2,6

R,2,4.3E+06,0,0

!*** SISTEMAS BIODINAMICOS *** (5 sistemas massa-mola-amortecedor na passarela
- 5 pedestres at a time)

ET,3,COMBIN14

KEYOPT,3,2,2

R,3,0,0

ET,4,COMBIN14

KEYOPT,4,2,2

R,4,0,0

ET,5,COMBIN14

KEYOPT,5,2,2

R,5,0,0

ET,6,COMBIN14

KEYOPT,6,2,2

R,6,0,0

ET,7,COMBIN14

KEYOPT,7,2,2

R,7,0,0

ET,8,MASS21

KEYOPT,8,3,4

R,8,0

ET,9,MASS21
 KEYOPT,9,3,4
 R,9,0
 ET,10,MASS21
 KEYOPT,10,3,4
 R,10,0
 ET,11,MASS21
 KEYOPT,11,3,4
 R,11,0
 ET,12,MASS21
 KEYOPT,12,3,4
 R,12,0

!**GERAÇÃO DA GEOMETRIA (Vide tese da Halane - parametros otimos na seção 3.5)

!Criação dos nós:

N,1,0.000,0,0,0,0,0
 N,2,0.94,0,0,0,0,0
 N,3,1.88,0,0,0,0,0
 N,4,2.82,0,0,0,0,0
 N,5,3.77,0,0,0,0,0
 N,6,4.71,0,0,0,0,0
 N,7,5.65,0,0,0,0,0
 N,8,6.59,0,0,0,0,0
 N,9,7.53,0,0,0,0,0
 N,10,8.47,0,0,0,0,0
 N,11,9.42,0,0,0,0,0
 N,12,10.36,0,0,0,0,0
 N,13,11.30,0,0,0,0,0

!Criação dos elementos

MAT,1
 *DO,I,1,12
 E,I,(I+1)

*ENDDO

!Apoios simples da viga

D,1,UX,0,0,13,12, , , , ,

D,1,UY,0,0,13,12, , , , ,

!Duplicação dos nós dos apoios

NSEL,S,NODE,,1,13,12

NGEN,2,13,ALL, , , , ,1,

!Aplicacao das molas a rotaçao nos apoios

TYPE,2

REAL,2

EINTF,0.0001

NSEL,ALL

!Engastamento dos nós fictícios

D,14,ALL, , ,26,12, , , , ,

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Criando os sistemas biodinamicos!

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Para a densidade de 0,3 ped/m² terão 5 pessoas at a time

!(Localizados nos nós 3,5,7,9,11)

!Seleção dos nós da passarela onde estarão os biodinamicos

NSEL,S,NODE,,3,3,1

NSEL,A,NODE,,5,5,1

NSEL,A,NODE,,7,7,1

NSEL,A,NODE,,9,9,1

NSEL,A,NODE,,11,11,1

!Duplicação dos nós da passarela (nós onde as massas estarão)

NGEN,2,26,ALL, , , , ,1,

!Criação dos elementos biodinamicos estacionarios

!Criação do elemento mola-amortecedor

Nbio=3

Ebio=3

*do,i,1,5

 NSEL,S,NODE,,Nbio,Nbio+26,26

 TYPE,Ebio

 REAL,Ebio

 EINTF,0.0001

 Nbio=Nbio+2

 Ebio=Ebio+1

*enddo

!Criação do elemento de massa

TYPE,8

REAL,8

E,29

TYPE,9

REAL,9

E,31

TYPE,10

REAL,10

E,33

TYPE,11

REAL,11

E,35

TYPE,12

REAL,12

E,37

NSEL,ALL

!Amortecimento do material da passarela

ALPHAD,4.215861E-001

BETAD,1.609121E-004

FINISH

! Descrição: CARGA MÓVEL DE UMA MULTIDÃO DE PEDESTRES

! DENSIDADE 0.3 PEDESTRE POR M²

! Arquivo da geometria: PassarelaBIO.dat quando com biodinamicos e Passarela.dat quando apenas o modelo de carga

! Autor: Felipe Tavares da Silva - felipe.estruturas@gmail.com - 23/10/2010

!*-Número de iterações

/CONFIG,NRES,7500

!*-Entra no menu Solution

/SOLU

!*-Análise Transiente-*

ANTYPE,4

!Discretização do tempo

DT=0.005

!-Definição da discretização do tempo

DELTIM,DT

!Parâmetros de integração incondicionalmente estáveis

TINTP, ,0.25,0.50, , ,

!-Controla a saída da solução

OUTPR,ALL,NONE

!-Controla os dados de solução escritos na base de dados

OUTRES,NSOL,ALL

!Forma de aplicação da carga concentrada (KBC: 0=RAMPED ; 1=STEPE):

KBC,0

!Número de pedestres que participam da travessia

NPED=20

!GERAÇÃO DOS NUMEROS ALEATÓRIOS E PARAMETROS DOS PEDESTRES

*dim,Mcorp,array,NPED

*dim,Fp,array,NPED

*dim,DLF,array,NPED,3

*dim,G,array,NPED

*dim,ENTRA,array,NPED

*dim,ENTRAs,array,NPED

*dim,TNOH,array,NPED

*dim,POS,array,NPED

*dim,Z1,array,NPED

*dim,Z2,array,NPED

*dim,CARGA,array,NPED

*dim,P1,array,NPED

*dim,P2,array,NPED

*dim,PHI2,array,NPED

*dim,PHI3,array,NPED

*dim,FLAG,array,NPED

!Ordem de entrada de cada pedestre na passarela em termos de espaço

*vfill,ENTRAs,rand,0.0,46.52

!Taxa de passos (fpm=1.90 Hz e DP=0.12 Hz)

*vfill,Fp,gdis,1.90,0.12

!Angulos de fase do segundo e terceiro harmonicos

*vfill,PHI2,rand,-3.14,3.14

*vfill,PHI3,rand,-3.14,3.14

!Valores das massas do grupo de pedestres (São 12 pedestres que formam uma fila indiana de 20 pessoas para garantir o fluxo continuo)

NPED2=12

Mg=56.2291,76.4944,67.3587,77.7066,74.7408,58.8880,53.6002,64.2055,61.9638,57.5004,69.1706,77.7899

Maux=0,0,0,0,0,0,0,0

flagm=1

parar=1

*dowhile,parar

 km=0

 j=nint(rand(1,NPED2))

 *do,i,1,(NPED-NPED2)

 *if,Mg(j),eq,Maux(i),then

 km=1

 *exit

 *endif

 *enddo

 *if,km,eq,0,then

 Maux(flagm)=Mg(j)

 flagm=flagm+1

 *endif

 *if,flagm,eq,(NPED-NPED2+1),then

 parar=-1

 *endif

```

*enddo
km=1
*do,i,1,NPED
    *if,i,le,NPED2,then
        Mcorp(i)=Mg(i)
    *elseif,i,gt,NPED2,then
        Mcorp(i)=Maux(km)
        km=km+1
    *endif
*enddo

```

!Valores para os DLF's e para os parametros biodinamicos, defasagem de tempo para entrada na passarela, carga estática do pedestre, tempo de permanencia no nó, e sequencia de loops

```

*DO,I,1,NPED
    TNOH(I)=1.13/(0.9*Fp(I))

    DLF(I,1)=-0.27*Fp(I)**3 + 1.32*Fp(I)**2 - 1.76*Fp(I) + 0.76
    DLF(I,2)=0.07
    DLF(I,3)=0.06

    G(I)=9.80665*Mcorp(I)

    ENTRA(I)=ENTRAS(I)/(0.9*Fp(I))

    POS(I)=0
    FLAG(I)=0

*ENDDO

```

!Determinação do tempo total de análise

TACUM=0.00001

Ttotal=36.45

N=Ttotal/DT+1

I=1

J=1

K=1

*DO,J,1,N,1

!Zerando todas as cargas do modelo e iniciando o loop do substep atual

FCUM

F,ALL,FY,0.00

FCUM,ADD

*DO,I,1,NPED,1

!Bandeirada de entrada do pedestre na passarela

*IF,FLAG(I),EQ,0,AND,TACUM,GE,(ENTRA(I)),THEN

POS(I)=1

Z2(I)=1.13

FLAG(I)=1

*ENDIF

!Calculando a carga de cada pedestre no tempo atual e determinando em que
nó da passarela este se encontra

*IF,FLAG(I),EQ,1,THEN

CARGA(I)=G(I)*(DLF(I,1)*SIN(2*3.14*Fp(I)*TACUM) +
DLF(I,2)*SIN(2*3.14*2*Fp(I)*TACUM+PHI2(I)) +
DLF(I,3)*SIN(2*3.14*3*Fp(I)*TACUM+PHI3(I)))

Z1(I)=(0.9*Fp(I))*(TACUM-ENTRA(I))

*IF,Z1(I),GE,Z2(I),THEN

POS(I)=POS(I)+1

```

                Z2(I)=POS(I)*1.13
            *ENDIF

            X=Z2(I)-Z1(I)
            P1(I)=(X/1.13)*CARGA(I)
            P2(I)=(1-X/1.13)*CARGA(I)
        *ENDIF
    *ENDDO

!Aplicando a carga em cada nó da passarela no substep atual
*DO,K,1,10,1
    *DO,I,1,NPED,1
        *IF,POS(I),EQ,K,THEN
            F,K,FY,P1(I)
            F,(K+1),FY,P2(I)
        *ENDIF
    *ENDDO
*ENDDO

TIME,TACUM
SOLVE
TACUM=TACUM+DT
*ENDDO

FINISH

```

! Descrição: CARGA MÓVEL DE UMA MULTIDAO DE PEDESTRES
 CONSIDERANDO A DINAMICA DO CORPO - BIODINAMICOS FIXOS

! DENSIDADE 0.3 PEDESTRE POR M²

! Arquivo da geometria: PassarelaBIO03b.dat

! Autor: Felipe Tavares da Silva - felipe.estruturas@gmail.com - 23/10/2010

!*-Número de iterações

/CONFIG,NRES,7500

!*-Entra no menu Solution

/SOLU

!*-Análise Transiente-*

ANTYPE,4

!Discretização do tempo

DT=0.005

!-Definição da discretização do tempo

DELTIM,DT

!Parâmetros de integração incondicionalmente estáveis

TINTP, ,0.25,0.50, , ,

!-Controla a saída da solução

OUTPR,ALL,NONE

!-Controla os dados de solução escritos na base de dados

OUTRES,NSOL,ALL

!Forma de aplicação da carga concentrada (KBC: 0=RAMPED ; 1=STEPEP):

KBC,1

!Número de pedestres que participam da travessia

NPED=20

!GERAÇÃO DOS NUMEROS ALEATÓRIOS E PARAMETROS DOS PEDESTRES

```

*dim,Mcorp,array,NPED
*dim,Fp,array,NPED
*dim,DLF,array,NPED,3
*dim,G,array,NPED
*dim,ENTRA,array,NPED
*dim,ENTRAs,array,NPED
*dim,TNOH,array,NPED
*dim,POS,array,NPED
*dim,Z1,array,NPED
*dim,Z2,array,NPED
*dim,CARGA,array,NPED
*dim,P1,array,NPED
*dim,P2,array,NPED
*dim,PHI2,array,NPED
*dim,PHI3,array,NPED
*dim,FLAG,array,NPED

```

!Ordem de entrada de cada pedestre na passarela em termos de espaço

```
*vfill,ENTRAs,rand,0.0,46.52
```

!Taxa de passos (fpm=1.90 Hz e DP=0.12 Hz)

```
*vfill,Fp,gdis,1.90,0.12
```

!Angulos de fase do segundo e terceiro harmonicos

```
*vfill,PHI2,rand,-3.14,3.14
```

```
*vfill,PHI3,rand,-3.14,3.14
```

!Valores das massas do grupo de pedestres (São 12 pedestres que formam uma fila indiana de 20 pessoas para garantir o fluxo continuo)

```
NPED2=12
```

```
Mg=56.2291,76.4944,67.3587,77.7066,74.7408,58.8880,53.6002,64.2055,61.9638,57.5004,69.1706,77.7899
```

```
Maux=0,0,0,0,0,0,0,0
```

```

flagm=1
parar=1
*dowhile,parar
    km=0
    j=nint(rand(1,NPED2))
    *do,i,1,(NPED-NPED2)
        *if,Mg(j),eq,Maux(i),then
            km=1
            *exit
        *endif
    *enddo
    *if,km,eq,0,then
        Maux(flagm)=Mg(j)
        flagm=flagm+1
    *endif
    *if,flagm,eq,(NPED-NPED2+1),then
        parar=-1
    *endif
*enddo
km=1
*do,i,1,NPED
    *if,i,le,NPED2,then
        Mcorp(i)=Mg(i)
    *elseif,i,gt,NPED2,then
        Mcorp(i)=Maux(km)
        km=km+1
    *endif
*enddo

```

!*** SISTEMAS BIODINAMICOS *** (5 sistemas massa-mola-amortecedor na passarela
- 5 pedestres at a time)

!Grupo de 5 massas corporeas (Mm=64.84 kg e DP=8.70 kg)

*vfill,Maux,gdis,64.84,8.70

EBIO=3

*do,i,1,(NPED-15)

BIO1=97.082 + 0.275*Maux(i) - 37.518*Fp(i+12)

BIO2=29.041*BIO1**(0.883)

BIO3=30351.744 - 50.261*BIO2 + 0.035*BIO2**2

R,EBIO,BIO3,BIO2

R,(EBIO+5),BIO1

EBIO=EBIO+1

*enddo

!Valores para os DLF's e para os parametros biodinamicos, defasagem de tempo para entrada na passarela, carga estática do pedestre, tempo de permanencia no nó, e sequencia de loops

*DO,I,1,NPED

TNOH(I)=0.565/(0.9*Fp(I))

DLF(I,1)=-0.27*Fp(I)**3 + 1.32*Fp(I)**2 - 1.76*Fp(I) + 0.76

DLF(I,2)=0.07

DLF(I,3)=0.06

G(I)=9.80665*Mcorp(I)

ENTRA(I)=ENTRAs(I)/(0.9*Fp(I))

POS(I)=0

FLAG(I)=0

*ENDDO

!Determinação do tempo total de análise

TACUM=0.00001

Ttotal=36.45

N=Ttotal/DT+1

!Tamanho do elemento utilizado

dx=0.94

I=1

J=1

K=1

*DO,J,1,N,1

!Zerando todas as cargas do modelo e iniciando o loop do substep atual

FCUM

F,ALL,FY,0.00

FCUM,ADD

*DO,I,1,NPED,1

!Bandeirada de entrada do pedestre na passarela

*IF,FLAG(I),EQ,0,AND,TACUM,GE,(ENTRA(I)),THEN

POS(I)=1

Z2(I)=dx

FLAG(I)=1

*ENDIF

!Calculando a carga de cada pedestre no tempo atual e determinando em que
nó da passarela este se encontra

*IF,FLAG(I),EQ,1,THEN

```

CARGA(I)=G(I)*(    DLF(I,1)*SIN(2*3.14*Fp(I)*TACUM)    +
DLF(I,2)*SIN(2*3.14*2*Fp(I)*TACUM+PHI2(I))            +
DLF(I,3)*SIN(2*3.14*3*Fp(I)*TACUM+PHI3(I)) )

```

```

Z1(I)=(0.9*Fp(I))*(TACUM-ENTRA(I))

```

```

*IF,Z1(I),GE,Z2(I),THEN

```

```

    POS(I)=POS(I)+1

```

```

    Z2(I)=POS(I)*dx

```

```

*ENDIF

```

```

X=Z2(I)-Z1(I)

```

```

P1(I)=(X/dx)*CARGA(I)

```

```

P2(I)=(1-X/dx)*CARGA(I)

```

```

*ENDIF

```

```

*ENDDO

```

!Aplicando a carga em cada nó da passarela no substep atual

```

*DO,K,1,12,1

```

```

    *DO,I,1,NPED,1

```

```

        *IF,POS(I),EQ,K,THEN

```

```

            F,K,FY,P1(I)

```

```

            F,(K+1),FY,P2(I)

```

```

        *ENDIF

```

```

    *ENDDO

```

```

*ENDDO

```

```

TIME,TACUM

```

```

SOLVE

```

```

TACUM=TACUM+DT

```

```

*ENDDO

```

FINISH

!*-Análise modal domaciço do primeiro protótipo

!*-18 de Junho de 2003

/SOLU

!EQSLV,PCG, ,

!*-Inicia a análise modal

!

ANTYP,2

MODOPT,SUBS, 4, 0.0 , 100.000000000 ,OFF

!

!

SOLVE

FINISH

!

! expand the results for postprocessing

!

/SOLU

EXPASS,ON

MXPAND, 4, 0.0 , 100.000000000 ,NO

EXPASS,ON

OUTRES,ALL,ALL

OUTPR,ALL,ALL

SOLVE

FINISH

Programas do MathCad

Parâmetros de amortecimento da estrutura

$$f1 := 4.281 \text{ Hz} \quad f2 := 15.50 \text{ Hz} \quad \omega1 := 2 \cdot \pi \cdot f1 \quad \omega2 := 2 \cdot \pi \cdot f2$$

$$K := \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cdot \omega1} & \frac{\omega1}{2} \\ \frac{1}{2 \cdot \omega2} & \frac{\omega2}{2} \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} := \text{lsolve}(K, D)$$

Constantes de amortecimento: $\alpha = 4.215861\text{E-}001$ $\beta = 1.609121\text{E-}004$

Determinação dos parâmetros do modelo biomecânico free-walking

ORIGIN:= 1

Parâmetros iniciais:

$G := 700 \text{ N}$ N - Força estática do pedestre

$f_p := 1.787 \text{ Hz}$

Definição da carga:

DLF's propostos por S.C. Kerr e N.W.M. Bishop

"Human induced loading on flexible staircases" Engineering Structures 23 (2001) 37–45

$$\alpha K1(fp) := \begin{cases} -0.27 fp^3 + 1.32 fp^2 - 1.76 fp + 0.76 & \text{if } 1 \leq fp \leq 3 \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\alpha K2(fp) := \begin{cases} 0.07 & \text{if } 2 \leq fp \leq 6 \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\alpha K3(fp) := \begin{cases} 0.06 & \text{if } 3 \leq fp \leq 9 \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\alpha K4(fp) := \begin{cases} 0.05 & \text{if } 4 \leq fp \leq 12 \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Fator dinâmico de carga

$n := 1..3$

$$DLF_1 := \alpha K1(fp)$$

$$DLF_2 := \alpha K2(2fp)$$

$$DLF_3 := \alpha K3(3fp)$$

$$DLF_2 := 0.06 \frac{0.4905 \text{ Hz}}{1.0105 \text{ Hz}}$$

$$DLF_4 := \alpha K4(4fp)$$

$$DLF = \begin{pmatrix} 0.29 \\ 0.029 \\ 0.06 \\ 0.05 \end{pmatrix}$$

Determinação dos parâmetros comparando os harmônicos:

Média dos picos dos três primeiros harmônicos do espectro na taxa de passos a 1.6 Hz

$a_n :=$
2.7629
0.49050
1.01050

m/s² - aceleração nos três primeiros harmônicos com taxa de passos a 1.6 Hz

$$\underline{F} := G \cdot \begin{pmatrix} DLF_1 \\ DLF_2 \\ DLF_3 \end{pmatrix}$$

N - Força de reação do piso

$$\underline{F} = \begin{pmatrix} 204.997 \\ 20.62 \\ 42.48 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\omega} := 2 \cdot \pi \cdot \begin{pmatrix} fp \\ 2 \cdot fp \\ 3 \cdot fp \\ 4 \cdot fp \end{pmatrix}$$

N - Força de reação do piso

$$\underline{\omega} = \begin{pmatrix} 11.231 \\ 22.462 \\ 33.694 \\ 44.925 \end{pmatrix}$$

Amplitude das acelerações para cargas de única frequência (chutes iniciais):

$$\underline{m} := \frac{50}{100} \cdot \frac{G}{10}$$

$$k := 15000$$

$$\underline{c} := 1000$$

Given

Funções-objetivo:

$$a_1 - \frac{(\omega_1)^2 \cdot F_1}{\left| k - (\omega_1)^2 \cdot m + i \cdot \omega_1 \cdot c \right|} = 0$$

$$a_2 - \frac{(\omega_2)^2 \cdot F_2}{\left| k - (\omega_2)^2 \cdot m + i \cdot \omega_2 \cdot c \right|} = 0$$

$$a_3 - \frac{(\omega_3)^2 \cdot F_3}{\left| k - (\omega_3)^2 \cdot m + i \cdot \omega_3 \cdot c \right|} = 0$$

Restrições dos parâmetros a serem obtidos

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{G}{10} < m < \frac{100}{100} \cdot \frac{G}{10}$$

$$1000 < k < 30000$$

$$150 < c < 2000$$

Solução do problema de minimização:

$$\begin{pmatrix} ms \\ cs \\ ks \end{pmatrix} := \text{Minerr}(m, c, k)$$

$$ms = 43.852$$

$$ks = 9445.149$$

$$cs = 756.96$$

$$\frac{\frac{ms}{G}}{10} = 61.938\%$$

Comparação entre os parâmetros obtidos pelo processo da resolução da equação de aceleração e pelas equações de regressão de todos os pedestres considerados nas medições no Labeme/UFPB

Indivíduo H1: $M=79,55$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7065	56.03	1173.10	10443.28	54.93	-2%	998.24	-15%	15057.20	44%
1.6779	64.62	1091.99	10500.63	56.00	-13%	1015.45	-7%	15404.98	47%
1.6657	62.94	1025.84	12362.94	56.46	-10%	1022.77	0%	15559.38	26%
1.6750	63.69	1047.30	12814.03	56.11	-12%	1017.19	-3%	15441.35	21%
1.6883	60.87	969.50	13102.28	55.61	-9%	1009.20	4%	15276.21	17%
1.6616	70.56	1095.34	11733.37	56.61	-20%	1025.23	-6%	15612.08	33%
1.6801	66.56	1067.81	12170.96	55.92	-16%	1014.12	-5%	15377.52	26%
1.6487	73.03	1075.59	10422.92	57.10	-22%	1032.97	-4%	15780.54	51%
1.6849	60.30	1040.24	11255.12	55.74	-8%	1011.24	-3%	15318.02	36%

Indivíduo M1: $M=62,35$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7206	60.93	1095.14	18902.97	49.67	-18%	913.36	-17%	13644.21	-28%
1.7425	62.35	1199.67	19901.45	48.85	-22%	900.01	-25%	13467.82	-32%
1.7517	62.35	1225.91	18956.22	48.50	-22%	894.39	-27%	13397.35	-29%
1.7939	58.56	1098.43	20739.05	46.92	-20%	868.56	-21%	13101.76	-37%
1.7715	58.23	1078.17	19448.51	47.76	-18%	882.28	-18%	13252.99	-32%
1.7891	50.44	930.61	20552.82	47.10	-7%	871.50	-6%	13133.09	-36%
1.7672	61.06	1125.45	19381.95	47.92	-22%	884.91	-21%	13283.49	-31%
1.7883	48.92	907.27	19284.26	47.13	-4%	871.99	-4%	13138.36	-32%
1.7918	56.94	1066.70	19744.47	47.00	-17%	869.85	-18%	13115.39	-34%

Indivíduo H2: $M=61,40$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.6835	46.87	822.57	15622.03	50.80	8%	931.70	13%	13906.73	-11%
1.7051	45.75	812.51	15819.94	49.99	9%	918.56	13%	13716.26	-13%
1.6660	50.21	873.68	15909.60	51.46	2%	942.32	8%	14069.62	-12%
1.6852	44.67	770.41	16711.80	50.74	14%	930.66	21%	13891.31	-17%
1.6351	52.20	891.91	14735.29	52.62	1%	961.05	8%	14375.89	-2%
1.6852	44.71	783.63	15319.82	50.74	13%	930.66	19%	13891.31	-9%
1.6736	53.49	931.82	14836.77	51.17	-4%	937.71	1%	13997.94	-6%
1.6884	38.51	672.25	13778.59	50.62	31%	928.72	38%	13862.49	1%
1.6936	41.98	740.40	14344.84	50.42	20%	925.56	25%	13816.21	-4%

Indivíduo H3: $M=70,00$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7065	54.57	930.05	12228.70	52.30	-4%	955.98	3%	14290.62	17%
1.7174	70.00	1233.33	14622.26	51.89	-26%	949.38	-23%	14182.14	-3%
1.7794	47.33	880.31	15986.30	49.57	5%	911.70	4%	13621.56	-15%
1.7596	52.25	951.25	15126.78	50.31	-4%	923.75	-3%	13790.10	-9%
1.7257	60.85	1080.80	16329.10	51.58	-15%	944.34	-13%	14101.52	-14%
1.7641	46.27	853.04	16201.87	50.14	8%	921.02	8%	13750.93	-15%
1.7848	52.96	962.86	14290.34	49.36	-7%	908.41	-6%	13577.31	-5%
1.7713	48.14	890.66	15781.17	49.87	4%	916.63	3%	13689.32	-13%
1.7678	57.02	1007.47	13761.70	50.00	-12%	918.76	-9%	13719.10	0%

Indivíduo M2: $M=51,85$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.6040	50.29	805.77	9966.39	51.16	2%	937.47	16%	13994.25	40%
1.6722	44.59	763.77	10891.34	48.60	9%	895.94	17%	13416.60	23%
1.6846	45.77	787.79	11180.06	48.13	5%	888.36	13%	13324.22	19%
1.6564	42.07	728.69	12648.76	49.19	17%	905.58	24%	13539.97	7%
1.6577	43.11	745.09	11981.54	49.14	14%	904.79	21%	13529.58	13%
1.6383	36.65	627.81	10771.39	49.87	36%	916.61	46%	13689.07	27%
1.6918	42.35	742.25	11455.84	47.86	13%	883.96	19%	13272.38	16%
1.6178	39.62	670.06	11575.09	50.64	28%	929.09	39%	13867.91	20%
1.6474	44.18	751.09	11004.37	49.53	12%	911.07	21%	13613.07	24%

Indivíduo M3: $M=49,25$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9580	36.56	722.12	11298.33	37.16	2%	706.92	-2%	12312.70	9%
1.9676	44.31	827.72	10895.32	36.80	-17%	700.86	-15%	12318.68	13%
1.9223	38.67	733.98	10483.50	38.50	0%	729.37	-1%	12312.93	17%
1.9264	39.33	772.45	12410.93	38.35	-3%	726.80	-6%	12311.11	-1%
1.9598	45.08	807.97	9751.93	37.09	-18%	705.78	-13%	12313.62	26%
1.9406	36.07	689.18	9854.83	37.81	5%	717.87	4%	12308.40	25%
1.9364	49.25	835.23	8029.93	37.97	-23%	720.51	-14%	12308.62	53%
1.9231	40.05	727.26	9238.23	38.47	-4%	728.87	0%	12312.54	33%
1.9617	35.26	678.03	9670.03	37.02	5%	704.59	4%	12314.70	27%

Indivíduo H4 $M=70,80$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7875	43.85	756.96	9445.15	49.48	13%	910.34	20%	13603.15	44%
1.7682	47.08	779.08	8915.80	50.21	7%	922.09	18%	13766.22	54%
1.7739	36.60	665.79	10129.65	49.99	37%	918.62	38%	13717.08	35%
1.7313	63.41	1105.83	15209.12	51.59	-19%	944.50	-15%	14104.05	-7%
1.7615	53.73	978.84	15547.82	50.46	-6%	926.16	-5%	13825.03	-11%
1.7556	46.98	833.86	11798.14	50.68	8%	929.75	11%	13877.74	18%
1.7575	70.49	1132.46	12248.33	50.61	-28%	928.60	-18%	13860.67	13%
1.757	47.60	862.98	13468.05	50.63	6%	928.90	8%	13865.15	3%
1.8267	53.25	961.63	13098.79	48.01	-10%	886.40	-8%	13300.96	2%

Indivíduo M4: $M=57,65$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9311	43.81	863.06	13952.77	40.48	-8%	762.39	-12%	12377.38	-11%
1.9481	55.12	1032.59	13888.36	39.84	-28%	751.78	-27%	12348.33	-11%
1.9544	53.60	956.21	11467.23	39.60	-26%	747.84	-22%	12339.56	8%
1.9854	39.98	792.63	12119.26	38.44	-4%	728.41	-8%	12312.19	2%
1.9542	43.60	825.16	11340.43	39.61	-9%	747.96	-9%	12339.82	9%
1.9737	41.45	808.20	11874.66	38.88	-6%	735.75	-9%	12319.43	4%
2.0086	54.42	909.10	9456.25	37.57	-31%	713.83	-21%	12309.01	30%
2.0087	47.51	866.26	10556.45	37.57	-21%	713.76	-18%	12309.03	17%
2.0518	48.99	852.99	9374.20	35.95	-27%	686.56	-20%	12342.99	32%

Indivíduo H5: $M=72,80$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.8479	67.93	1136.74	12683.55	47.77	-30%	882.40	-22%	13254.34	5%
1.8839	57.35	1013.75	12433.24	46.42	-19%	860.33	-15%	13017.42	5%
1.9157	51.10	947.62	12754.07	45.22	-11%	840.77	-11%	12835.96	1%
1.8757	55.08	988.87	12658.12	46.72	-15%	865.36	-12%	13068.45	3%
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.9685	49.86	956.48	13469.36	43.24	-13%	808.17	-16%	12592.94	-7%
1.9741	44.68	885.53	13723.48	43.03	-4%	804.70	-9%	12571.47	-8%
1.9685	46.24	897.68	13079.43	43.24	-6%	808.17	-10%	12592.94	-4%
1.9578	52.81	947.98	11491.66	43.64	-17%	814.79	-14%	12636.27	10%

Indivíduo M5: $M=50,20$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
2.0537	33.73	722.32	14411.63	33.83	0%	650.69	-10%	12466.99	-13%
2.0563	40.42	830.99	13217.24	33.73	-17%	649.03	-22%	12474.89	-6%
2.0604	30.82	663.75	14605.87	33.58	9%	646.42	-3%	12487.75	-15%
2.0753	31.02	672.61	14086.96	33.02	6%	636.90	-5%	12538.58	-11%
2.0144	49.38	981.91	14682.38	35.30	-29%	675.67	-31%	12371.12	-16%
2.0404	40.57	833.20	13465.25	34.33	-15%	659.16	-21%	12429.60	-8%
2.048	49.97	985.42	13983.14	34.04	-32%	654.32	-34%	12450.34	-11%
2.046	40.67	821.54	12482.82	34.12	-16%	655.59	-20%	12444.72	0%
2.057	37.20	785.45	13923.05	33.71	-9%	648.58	-17%	12477.05	-10%

Indivíduo H6: $M=68,75$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9828	29.29	589.86	15570.35	41.59	42%	780.87	32%	12446.74	-20%
2.0132	28.86	599.68	14836.25	40.45	40%	761.93	27%	12375.94	-17%
1.9656	40.57	830.58	15621.05	42.24	4%	791.56	-5%	12497.78	-20%
2.0032	33.27	693.99	15889.65	40.83	23%	768.17	11%	12396.49	-22%
1.9866	37.88	786.86	16440.16	41.45	9%	778.51	-1%	12436.53	-24%
1.9841	31.82	643.65	16729.69	41.54	31%	780.06	21%	12443.20	-26%
2.0216	30.58	642.94	15051.58	40.14	31%	756.69	18%	12360.78	-18%
2.0152	33.39	700.16	16274.80	40.38	21%	760.68	9%	12372.16	-24%
1.9586	35.37	723.11	15727.87	42.50	20%	795.90	10%	12520.81	-20%

Indivíduo M6: $M=54,70$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9092	29.61	571.88	14776.85	40.49	37%	762.57	33%	12377.92	-16%
1.9342	24.23	437.19	14385.00	39.55	63%	746.95	71%	12337.73	-14%
1.9675	22.97	427.47	13865.94	38.30	67%	726.07	70%	12310.68	-11%
1.9436	27.52	532.97	14813.01	39.20	42%	741.06	39%	12327.02	-17%
1.9621	29.92	609.63	14055.15	38.50	29%	729.46	20%	12313.00	-12%
1.9709	22.85	407.62	14554.95	38.17	67%	723.94	78%	12309.63	-15%
1.9737	23.14	414.18	14761.93	38.07	65%	722.18	74%	12309.01	-17%
1.9953	26.32	531.80	14318.34	37.26	42%	708.59	33%	12311.50	-14%
2.0161	24.19	482.04	14245.93	36.48	51%	695.46	44%	12326.18	-13%

Indivíduo M7: $M=67,80$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9977	40.64	785.32	24467.99	40.77	0%	767.25	-2%	12393.31	-49%
1.9753	55.19	1122.69	27602.86	41.61	-25%	781.20	-30%	12448.21	-55%
2.0540	45.28	959.70	24266.40	38.66	-15%	732.05	-24%	12315.30	-49%
2.0276	37.99	722.86	24597.67	39.65	4%	748.58	4%	12341.14	-50%
2.0644	36.18	821.83	24653.40	38.27	6%	725.52	-12%	12310.38	-50%
2.0790	38.84	820.71	22662.26	37.72	-3%	716.34	-13%	12308.50	-46%
2.0584	39.55	811.33	23860.69	38.49	-3%	729.28	-10%	12312.86	-48%
2.0456	48.59	1036.93	23702.77	38.97	-20%	737.31	-29%	12321.45	-48%
2.1053	33.90	1002.35	23848.19	36.73	8%	699.77	-30%	12320.04	-48%

Indivíduo H7: $M=67,65$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9493	28.14	547.07	15204.27	42.55	51%	796.67	46%	12525.02	-18%
1.9029	25.59	437.80	15302.40	44.29	73%	825.39	89%	12712.02	-17%
1.9305	26.76	444.95	15509.14	43.25	62%	808.32	82%	12593.94	-19%
1.9392	28.43	561.05	14377.95	42.92	51%	802.93	43%	12560.88	-13%
1.9904	25.28	511.30	13523.13	41.00	62%	771.12	51%	12407.16	-8%
1.9841	24.94	486.54	14378.06	41.24	65%	775.04	59%	12422.29	-14%
1.9742	25.06	498.83	13495.94	41.61	66%	781.20	57%	12448.22	-8%
1.9940	24.82	504.30	13218.03	40.87	65%	768.88	52%	12398.99	-6%
1.9841	27.63	569.50	13256.62	41.24	49%	775.04	36%	12422.29	-6%

Indivíduo M8: $M=69,30$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9426	60.96	1347.81	29612.20	43.25	-29%	808.32	-40%	12593.91	-57%
1.9493	46.34	866.44	26915.94	43.00	-7%	804.17	-7%	12568.28	-53%
1.9260	44.95	801.67	26693.43	43.87	-2%	818.59	2%	12662.53	-53%
1.9716	61.78	1272.86	27068.62	42.16	-32%	790.34	-38%	12491.54	-54%
1.9427	63.24	1281.50	27875.28	43.25	-32%	808.26	-37%	12593.52	-55%
1.9130	67.40	1344.42	24971.66	44.36	-34%	826.62	-39%	12721.33	-49%
1.8591	65.15	1249.19	28665.40	46.38	-29%	859.81	-31%	13012.21	-55%
1.9652	49.71	999.83	25280.06	42.40	-15%	794.31	-21%	12512.21	-51%
1.9841	60.27	1249.39	26966.83	41.69	-31%	782.57	-37%	12454.32	-54%

Indivíduo H8: $M=72,20\text{kg}$

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9493	54.95	1116.45	24628.04	43.80	-20%	817.32	-27%	12653.68	-49%
1.8997	46.68	868.97	24833.18	45.66	-2%	847.91	-2%	12899.12	-48%
1.9841	38.19	709.24	23754.30	42.49	11%	795.77	12%	12520.09	-47%
1.9685	43.39	860.89	23263.00	43.08	-1%	805.44	-6%	12576.01	-46%
2.0492	33.59	622.72	23153.21	40.05	19%	755.24	21%	12356.94	-47%
1.9920	36.77	673.80	23526.92	42.20	15%	790.87	17%	12494.24	-47%
2.0514	41.81	862.98	24469.26	39.97	-4%	753.87	-13%	12353.42	-50%
2.0995	42.15	901.01	24927.95	38.16	-9%	723.73	-20%	12309.55	-51%
2.1200	35.51	748.89	22808.53	37.39	5%	710.83	-5%	12310.20	-46%

Indivíduo M9: $M=66,40\text{ kg}$

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7218	42.30	747.25	11073.36	50.74	20%	930.69	25%	13891.74	25%
1.7235	53.42	923.38	12443.44	50.67	-5%	929.66	1%	13876.40	12%
1.7513	46.29	825.21	11973.89	49.63	7%	912.74	11%	13635.76	14%
1.7513	42.61	749.78	10333.83	49.63	16%	912.74	22%	13635.76	32%
1.7571	59.16	919.33	9315.73	49.41	-16%	909.21	-1%	13588.01	46%
1.7821	44.86	782.40	10092.78	48.48	8%	893.95	14%	13391.95	33%
1.7986	40.60	754.43	12155.64	47.86	18%	883.86	17%	13271.26	9%
1.7298	52.62	910.57	12209.81	50.44	-4%	925.83	2%	13820.16	13%
1.777	55.11	932.14	11152.08	48.67	-12%	897.07	-4%	13430.66	20%

Indivíduo H9: $M=73,60$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.9305	29.44	560.27	9091.26	44.89	52%	835.27	49%	12789.69	41%
1.8337	30.95	592.54	10759.07	48.52	57%	894.67	51%	13400.79	25%
1.8657	29.95	576.30	9515.98	47.32	58%	875.09	52%	13172.10	38%
1.932	31.49	581.86	7655.64	44.83	42%	834.34	43%	12782.13	67%
1.9095	32.15	616.22	9225.89	45.68	42%	848.20	38%	12901.71	40%
1.8848	44.65	742.46	8035.48	46.60	4%	863.38	16%	13048.10	62%
1.8856	37.89	673.14	8339.94	46.57	23%	862.89	28%	13043.12	56%
1.8767	34.03	627.30	8612.25	46.91	38%	868.35	38%	13099.54	52%
1.8809	30.65	592.13	9645.04	46.75	53%	865.77	46%	13072.66	36%

Indivíduo H10: $M=92,25$ kg

f_p	Equação 4.1			Tabela 4.5					
	m	c	k	m	Δ	c	Δ	k	Δ
1.7704	46.79	864.19	17115.65	56.02	20%	1015.80	18%	15412.28	-10%
1.7808	47.59	884.69	17443.58	55.63	17%	1009.55	14%	15283.37	-12%
1.7500	52.17	953.87	16799.14	56.79	9%	1028.04	8%	15672.78	-7%
1.7554	51.10	937.88	17043.22	56.59	11%	1024.80	9%	15602.84	-8%
1.7284	53.95	972.53	16371.75	57.60	7%	1040.98	7%	15959.56	-3%
1.7444	66.40	1165.58	16091.15	57.00	-14%	1031.40	-12%	15746.05	-2%
1.7544	48.09	880.69	17128.87	56.62	18%	1025.40	16%	15615.74	-9%
1.7513	54.29	992.92	17317.47	56.74	5%	1027.26	3%	15655.88	-10%
1.773	48.20	890.92	17842.23	55.93	16%	1014.23	14%	15379.81	-14%