



Universidade Federal da Paraíba

Centro de Tecnologia

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

- Mestrado - Doutorado

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA
DIFUSIVIDADE TÉRMICA EM MATERIAL
OPACO UTILIZANDO O MÉTODO FLASH**

Diego Dantas Queiroz Vilar

*Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Federal da
Paraíba para obtenção do grau de Mestre.*

DIEGO DANTAS QUEIROZ VILAR

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA
DIFUSIVIDADE TÉRMICA EM MATERIAL
OPACO UTILIZANDO O MÉTODO FLASH**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em engenharia mecânica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Professor Dr. Zaqueu Ernesto da Silva

João Pessoa - Paraíba

Julho, 2012

V697a Vilar, Diego Dantas Queiroz.
*Análise teórico-experimental da difusividade
térmica em material opaco utilizando o Método Flash
/ Diego Dantas Queiroz Vilar.-- João Pessoa, 2012.*
100f. : il.
Orientador: Zaqueu Ernesto da Silva
Dissertação (Mestrado) – UFPB/CT
1. Engenharia Mecânica. 2. Método Flash.
3. Caracterização térmica. 4. Capacidade. 5.
Condutividade.
6. Calor específico.

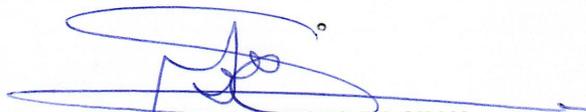
**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA
DIFUSIVIDADE TÉRMICA EM MATERIAL OPACO
UTILIZANDO O MÉTODO FLASH**

por

Diego Dantas Queiroz Vilar

Dissertação aprovada em 19 de julho de 2012

Período letivo 2012.1



Prof. Dr. ZAQUEU ERNESTO DA SILVA
Orientador – UFPB



Prof. Dr. MARCO ANTONIO WANDERLEY CAVALCANTI
Examinador Interno - UFPB



Prof. Dr. MARCIO GOMES DA SILVA
Examinador Externo – IFPB

AGRADECIMENTOS

Ao Pai Superior, por clarear meus pensamentos, confortar meu coração e me dar força para vencer as dificuldades e continuar na busca pelos meus objetivos.

Agradeço à minha família pela minha formação e por me ensinarem a sempre seguir em frente e nunca desistir.

Ao meu orientador Prof. Dr. ZAQUEU ERNESTO DA SILVA pelo incentivo às leituras, pesquisas, e toda orientação dada no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pelos conhecimentos e experiência passado no decorrer das aulas.

Ao Laboratório de Energia Solar pelo apoio técnico necessário a realização desse trabalho, bem como seus funcionários.

Aos amigos, Allysson Macário e Kleber Lima, sempre dispostos a colaborar, através de seus conhecimentos ou com uma conversa para descontrair.

Ao colega Felipe Vilar e Edilma Oliveira pelas boas dicas.

Agradeço a todos os amigos que de forma silenciosa, e que talvez nunca seja conhecida, contribuíram para que eu pudesse realizar este projeto.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Meus sinceros agradecimentos.

*"Quando uma criatura humana desperta para um grande sonho
e sobre ele lança toda a energia de sua alma...
Todo o universo conspira a seu favor."*

Goethe

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA EM MATERIAL OPACO UTILIZANDO O MÉTODO FLASH

RESUMO

Este trabalho propõe a caracterização térmica de um sólido opaco utilizando o Método Flash como técnica de estimação de propriedades termofísicas do mesmo.

A caracterização térmica de materiais corresponde à identificação das propriedades de transporte de calor. As propriedades que despertam maior interesse entre os pesquisadores são: calor específico, capacidade térmica, condutividade, e difusividade térmica. As técnicas de caracterização vêm evoluindo paralelamente com o surgimento de novos materiais, assim como, a necessidade e a precisão das características intrínsecas de cada um. O uso das equações de transferência de calor e massa é condicionado à disponibilidade de dados sobre as características intrínsecas dos materiais envolvidos, em particular das propriedades termofísicas. Estimativas de trocas energéticas podem ser realizadas a partir dos valores de massa específica, difusividade térmica, calor específico e condutividade térmica do objeto de estudo. Neste contexto, inúmeros são os fracassos em projetos térmicos pela não disponibilidade de dados confiáveis das propriedades termodinâmicas e de transportes dos materiais. Propõe-se nesta pesquisa uma análise numérica, comparando-a com os dados obtidos experimentalmente na caracterização térmica. Entre as técnicas experimentais disponíveis, um método transiente de pulso, foi escolhido, em particular, o Método Flash, universalmente conhecido pela sua precisão e facilidades de uso. Os resultados serão apresentados em termos da difusividade térmica, da condutividade térmica e calor específico.

Palavras-chave: Difusividade térmica; Método Flash; Caracterização térmica.

THEORETICAL-EXPERIMENTAL ANALYSIS FOR THERMAL DIFFUSIVITY MEASUREMENTS ON OPAQUE MATERIALS WITH LASER FLASH METHOD

ABSTRACT

This work proposes the thermal characterization of an opaque solid using the Flash Method as an estimation technique of thermophysical properties. Thermal characterization corresponds to the identification of heat transfer properties. The properties that most interest among researchers are: specific heat, thermal capacity, conductivity and thermal diffusivity. The characterization techniques have been evolving in parallel with the rise of new materials, as well as the necessity and accuracy of the intrinsic characteristics of each one. The use of the equations of heat and mass transfer is subject to the availability of data on the intrinsic characteristics of the materials involved, the thermophysical properties in particular. Estimates of energy exchange can be performed from the values of density, thermal diffusivity, specific heat and thermal conductivity of materials. In this context, there are countless failures in thermal projects by the unavailability of reliable data of thermodynamic and transport properties of the studied object. It is proposed in this research a numerical analysis, comparing it with experimental data on thermal characterization. Among the available experimental techniques, a transient pulse method was chosen, in particular, the Flash method, universally recognized for its accuracy and easy usage. Results are presented in terms of thermal diffusivity, thermal conductivity and specific heat.

Keywords: Thermal diffusivity; Flash Method, Thermal Characterization

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	14
1.1 - MOTIVAÇÃO	14
1.2 - OBJETIVOS	18
1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	19
CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1 MÉTODO FLASH	20
2.2 MODELOS MATEMÁTICOS	24
2.2.1 O Modelo de Parker <i>et al.</i> (1961).....	24
2.2.2 O Modelo de Cowan (1961 e 1963).....	27
2.2.3 O Modelo de Cape-lehman (1963).....	30
2.2.4 O Modelo de Clark e Taylor (1975).....	31
2.2.5 O Modelo de Andre e Degiovanni (1995).....	31
2.2.6 O Modelo de Silva (1998).....	35
2.2.7 O Modelo de Mehling et al. (1998).....	37
2.2.8 O Modelo de Lazard <i>et al.</i> (2004).....	38
2.2.9 O Modelo de Silva (2011).....	39
2.2.10 Trabalho atual: Vilar (2012).....	41
CAPÍTULO III – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	42
3.1 ANÁLISE TÉRMICA	42
3.2 CARACTERIZAÇÃO TÉRMICA DE MATERIAIS.....	43
3.3 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	43
3.3.1 Condução de Calor	44
3.3.2 Convecção de Calor	46
3.3.3 Radiação	47
3.3.4 Mecanismo combinado de Radiação - Convecção.....	47

CAPÍTULO IV – MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA DO PROBLEMA.....	48
4.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	52
4.1.1 Em $z=0$; $0 < r < R$	53
4.1.2 Em $z=0$; $r = R$	54
4.1.3 Em $z=0$; $r \approx 0$	55
4.1.4 Em $r \approx 0$; $0 < z < L$	56
4.1.5 Em $r \approx 0$; $z = L$	56
4.1.6 Em $z = L$; $0 < r < R$	57
4.1.7 Em $r = R$; $z = L$	58
4.1.8 Em $r = R$; $0 < z < L$	59
4.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA COMPUTACIONAL	60
4.3 FLUXOGRAMA COMPUTACIONAL	61
4.4 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA	63
CAPÍTULO V – MONTAGEM EXPERIMENTAL	65
5.1 DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL	65
5.2 OPERANDO O MICROFLASH LFA 457	67
CAPÍTULO VI – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	70
6.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	70
6.2 ANÁLISE DE ERROS.....	74
6.3 ENTRADA DE DADOS A PARTIR DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS ...	75
6.4 ANÁLISE GRÁFICA TEORIA-EXPERIMENTO	76
6.5 FONTES DE INCERTEZA.....	82
CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.....	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
ANEXOS	88

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Principais técnicas termo-analíticas em regime transiente	17
Figura 1.2 – Método Flash.....	18
Figura 2.1 - Esquema de aquecimento da amostra, seguido de detecção/impressão do aumento de temperatura x tempo.....	20
Figura 2.2 - Representação esquemática inicial do Método Flash	25
Figura 2.3 - Medida da difusividade térmica, de acordo com PARKER <i>et al.</i> (1961)....	27
Figura 2.4 - Efeito da perda de calor na face traseira, de acordo com COWAN (1963).	28
Figura 2.5 - Termograma experimental da face oposta para uma amostra com espessura de ótica de 2 mm (ANDRE e DEGIOVANNI (1995))	33
Figura 2.6 - Termograma experimental da face oposta de uma amostra com espessura ótica de 8 mm (ANDRE e DEGIOVANNI (1995))	33
Figura 2.7 - Termograma teórico da face oposta, caso unidimensional (SILVA, 1997).	36
Figura 2.8 - Comparação entre o termograma experimental e termograma teórico recalculado com os valores de c_p . ($T_e = 298$ K) (SILVA, 1997).....	36
Figura 2.9 - Degrau devido a transferência de calor radiativa entre as faces	38
Figura 2.10 - Curva do aumento de temperatura da face traseira (LAZARD (2004))	39
Figura 2.11 - Evolução temporal da temperatura nas faces anterior e posterior da amostra (SILVA, 2011)	41
Figura 3.1 – Perfil da Temperatura do Fluido	46
Figura 4.1 - Corpo cilíndrico submetido a um pulso laser	48
Figura 4.2 - Discretização dos pontos em uma malha nodal bidimensional	48
Figura 4.3 – Rede Nodal do Cilindro	50
Figura 4.4 – Pontos nodais na direção radial do anel cilíndrico.....	50
Figura 4.5 – Forma do pulso laser do LFA-457 MicroFlash.....	52
Figura 4.6 – Pontos nodais interiores em $z = 0$	53
Figura 4.7 – Pontos nodais em $z = 0$ e $r = R$	54
Figura 4.8 – Pontos nodais em $z = 0$ e $r \approx 0$	55
Figura 4.9 – Pontos nodais em $0 < z < L$ e $r \approx 0$	56
Figura 4.10 – Pontos nodais em $z = L$ e $r \approx 0$	56
Figura 4.11 – Pontos nodais em $z = L$ e $0 < r < R$	57
Figura 4.12 – Pontos nodais em $z = L$ e $r = R$	58

Figura 4.13 – Pontos nodais em $0 < z < L$ e $r = R$	59
Figura 4.14 – Condução na malha nodal bidimensional	60
Figura 4.15 – Matriz [A] bandada dos coeficientes conhecidos	61
Figura 4.16 – Algoritmo utilizado para calcular a distribuição de temperatura	62
Figura 4.17 – Gráfico do aquecimento da face oposta ao pulso flash resolvido numericamente.....	64
Figura 5.1 – Netzsch Microflash LFA 457	65
Figura 5.2 – Netzsch Microflash LFA 457 operando no LAMET	66
Figura 5.3 – Suporte das amostras.....	66
Figura 5.4 – Parâmetros do modelo.....	68
Figura 5.5 – Apresentação de Resultados.....	69
Figura 6.1 – Difusividade térmica obtida através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida	70
Figura 6.2 – Valores médios da difusividade térmica obtidos através do LFA em três momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida	71
Figura 6.3 – Valores médios da Condutividade térmica obtidos através do LFA em três momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida	71
Figura 6.4 – Valores médios do Calor específico obtidos através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida	72
Figura 6.5 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 100 °C	72
Figura 6.6 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 150 °C	73
Figura 6.7 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 200 °C	73
Figura 6.8 – Simulações apresentando curvas das respostas na face oposta da amostra, considerando valores crescentes de perdas de calor.....	76
Figura 6.9 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio I ($T \approx 100$ °C).....	77
Figura 6.10 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio I ($T \approx 100$ °C) normalizado a partir da média dos valores de pico do sinal.....	78
Figura 6.11 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio II ($T \approx 150$ °C).....	80
Figura 6.12 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio III ($T \approx 200$ °C)	80
Figura 6.13 – Gráfico da diferença teoria – experimento durante os três ensaios.....	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Análise de convergência da temperatura na superfície posterior do Ferro Puro (Fe) para: $\alpha_{\text{Fe}} = 17,420 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho_{\text{Fe}} = 7870 \text{ kg/m}^3$, $C_{p\text{Fe}} = 500 \text{ J/kg.K}$	63
Tabela 6.1 – Diferença entre valores da literatura (ÇENGEL, 2009) e experimental.....	75
Tabela 6.2 – Dados de entrada no programa obtidos no experimento Flash.....	75
Tabela 6.3 – Sinal (V) obtido no pico de temperatura onde $V_{\text{MAX}} = 1,663$	77
Tabela 6.4 – Desvio Padrão entre as curvas teórica e experimental nos 3 ensaios	81

LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES

- A – Área de transferência de calor normal ao fluxo de calor (m^2)
 C_p - Calor específico ($J/kg\ ^\circ C$)
k - Condutividade térmica ($W/m\ .K$)
h - Coeficiente de convecção de calor ($W/m^2\ K$)
 h_{CR} - Coeficiente de convecção – radiação combinados ($W/m^2\ K$)
L – Comprimento do cilindro (m)
M - Número de nodos na direção radial
N - Número de nodos na direção axial
r – Coordenada radial (m)
R – Raio do cilindro (m)
t – tempo (s)
T - Temperatura ($^\circ C$)
 T_s – Temperatura da superfície ($^\circ C$)
 T_∞ - Temperatura da vizinhança ($^\circ C$)
Q – Fluxo de calor recebido (W)
 \dot{Q} – Fluxo de calor por unidade de superfície da irradiação do Flash (W/m^2)
V – Volume de controle (m^3)
z – coordenada axial (m)

SÍMBOLOS GREGOS

- α - Difusividade térmica (m^2/s)
 ε - Emissividade do corpo
 σ – Desvio padrão entre os valores teórico e experimental
 ρ - Massa Específica (kg/m^3)

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 – MOTIVAÇÃO

A abertura de um mercado mundial globalizado tem elevado o grau de modernização do setor produtivo visando à obtenção de novos produtos com menores custos de produção e maiores campos de aplicação. Esta busca é inspiradora dos avanços atuais nas pesquisas e desenvolvimento de novos materiais bem como suas aplicações na indústria.

A caracterização dos materiais é importante para conhecê-los, identificar a influência dos parâmetros considerados e alcançar novos aperfeiçoamentos. Identificar as propriedades destes materiais representa um ramo bastante promissor e seu principal impacto está sobre as indústrias de alta tecnologia, tais como: indústrias aeroespaciais, automotivas, eletrônicas e de isolamento térmico, que dependem da disponibilidade de materiais com propriedades físicas e químicas bem definidas e que tenham confiabilidade. A caracterização adequada dos materiais a serem processados é imprescindível na maioria dos processos industriais. Temos, por exemplo, as indústrias químicas, de alimentos que necessitam ter um conhecimento das propriedades dos equipamentos, visto que a maioria dos mesmos trabalha a altas temperaturas e pressão.

Outro fator importante é a situação econômica, pois quanto menor o custo para determinar estas propriedades, maior será a possibilidade de disputar mercados nacionais e até mesmo internacionais, devido ao baixo custo investido no desenvolvimento de novas técnicas. Cita-se, por exemplo, a economia que poderia ser gerada em instalações industriais utilizando-se materiais com alta condutividade térmica na confecção de trocadores de calor, sendo que esta economia está diretamente ligada às questões energéticas e ambientais, amplamente discutidas na atual circunstância mundial.

Dessa forma, o engenheiro deve estar inevitavelmente atento às características e comportamento dos materiais usados em seus projetos, uma vez que o conhecimento

das propriedades do material é essencial na execução de projetos, evitando falhas, diminuindo custos e aumentando sua aplicabilidade.

Dentre as principais propriedades físicas de um material do ponto de vista de cálculos térmicos destacam-se o calor específico C_P , a condutividade térmica λ , e a difusividade térmica α . Diferentes materiais armazenam calor de modo distinto, e definimos a propriedade calor específico C_P como a medida da capacidade do material de armazenar energia térmica. Já a condutividade térmica k mede a capacidade de um dado material conduzir calor. Então, a difusividade térmica de um material pode ser entendida como a razão entre o calor conduzido através do material e o calor armazenado por unidade de volume (ÇENGEL, 2009). Ou seja, a difusividade térmica é uma medida da rapidez com que a energia térmica se propaga através do material. Ela é uma propriedade importante em todos os problemas envolvendo condução de calor no estado não estacionário. Do mesmo modo, a condutividade térmica ostenta um papel importante na confiabilidade dos materiais em inúmeras aplicações, pois demarca o grau da temperatura de trabalho do material. Um alto valor de condutividade indica que o material é bom condutor de calor, enquanto um valor baixo indica que o material é um mau condutor de calor ou um isolante. Em muitos processos, existe a necessidade de utilizar materiais com altos valores de condutividade térmica quando se tem por objetivo o aumento da transferência de calor de um corpo para outro. Um exemplo amplamente difundido no mundo atual é o dissipador de calor de um micro computador. Devido à evolução dos micro-processadores, levando-se em consideração a redução do tamanho do componente e o aumento da velocidade de processamento, faz-se necessário desenvolver um dissipador de pequenas dimensões que atenda a necessidade de retirar todo o calor produzido durante o funcionamento do computador (HENRÍQUEZ *et al.*, 2007). Deve-se então determinar de forma precisa as propriedades térmicas desse material para garantir que ela atenda aos requisitos mínimos do projeto e evite o mau funcionamento e até mesmo a sua falha.

Para a caracterização termofísica de materiais existe um grande número de técnicas, cada uma com sua particularidade e importância. Ressaltando que a cada dia, modelos mais refinados são desenvolvidos para reduzir as incertezas atreladas ao processo de medição. A dificuldade na obtenção dessas propriedades se deve à existência de erros sistemáticos e aleatórios, uma vez que envolve um modelo teórico e sua implementação experimental (OZISIK, 1993). Citam-se como exemplos, erros na restrição do modelo numérico, erros de calibração de sensores ou perdas de calor em

modelos unidimensionais, tempo de resposta e incerteza de medição na aquisição de sinais, disposição e o número de sensores utilizados. A previsão desses erros e a otimização tanto de modelos como de experimentos representa, assim, um papel fundamental para o desenvolvimento de técnicas para obtenção de α e λ .

As primeiras caracterizações térmicas se baseavam em experimentos em regime permanente, tal como o método da placa quente, onde se estimava somente a condutividade térmica do material com base na lei de Fourier. Consiste de um sistema onde a amostra fica envolvida por uma fonte de calor, com as extremidades isoladas de modo a evitar perda de calor (RAHMEN, 1995). Esse método é padronizado pela Sociedade Americana para Teste em Materiais (ASTM 1461-01, 2001).

Métodos de medida em regime quase estacionário são uma alternativa viável para se obter as propriedades térmicas. Dentre estes métodos, temos a técnica do fio quente que, segundo Sassi *et al.* (2009), consiste no uso de uma delgada resistência cilíndrica fornecendo um fluxo de calor constante para um meio “infinito”. A medição da temperatura pode ser feita na superfície da resistência, ou em qualquer outro ponto de coordenada r do meio. No entanto, a técnica tem restrições quanto ao tempo de medição e a eficiência do método está limitada a uma estreita faixa de valores para a difusividade. Destaca-se também o Método da Sonda Linear (BLACKWELL, 1954), que consiste em um tubo fino de metal que possui em seu interior uma resistência de aquecimento e um termopar. Esse tubo é inserido no meio a ser medido, e a resistência é ligada. A condutividade térmica é determinada pela resposta de temperatura do meio.

Buscando uma forma mais completa de caracterização térmica de materiais, novas técnicas passaram a utilizar experimentos em regime transiente. As técnicas mais largamente empregadas são: Termogravimétrica (TG), Análise Térmica Diferencial (DTA), Calorimetria Exploratória Diferencial (DSC), Análise Termo-Mecânica (TMA), Análise Dilatométrica (DIL), Análise Dínamo-Mecânica (DMA) e Análise Laser Flash (LFA).

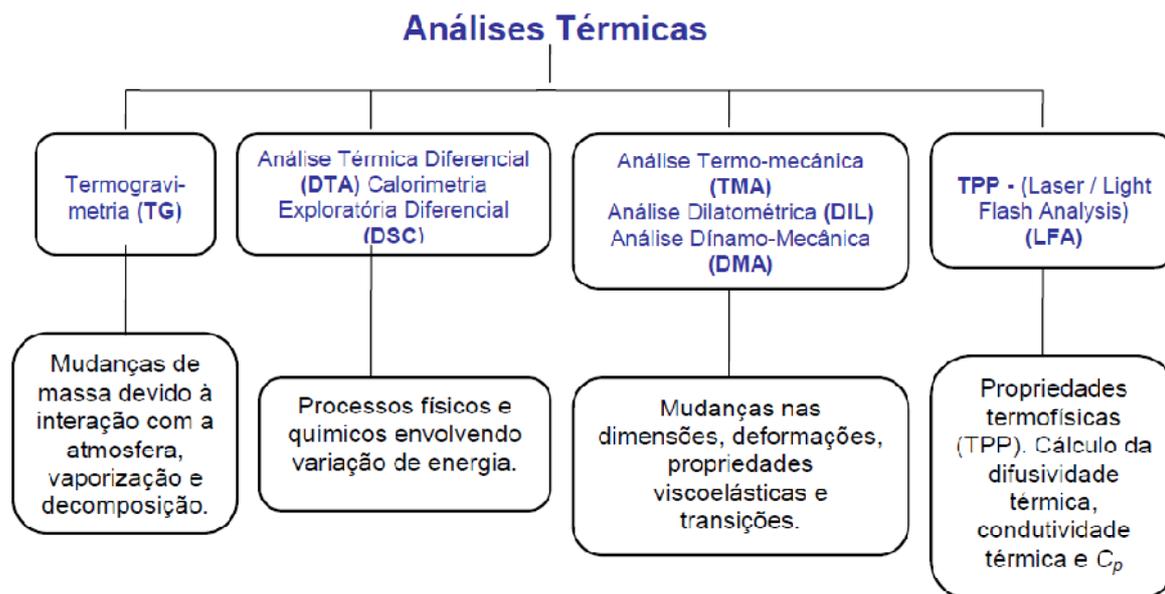


Figura 1.1 – Principais técnicas termo-analíticas em regime transiente

Ocasionalmente o uso de mais de uma técnica termo-analíticas é aconselhável a fim de responder completamente e inequivocamente a um problema específico. Embora aqui não se tenha detalhado cada uma das técnicas de análise térmica listadas acima, informações adicionais podem ser encontradas na literatura.

Dentre os métodos em regime transiente, o Método Flash tem se consagrado como método padrão utilizado pelo INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial), estando ainda padronizado pela *American Society for Testing and Materials* (ASTM-E-1461-07), organismos de padronização Ingleses e Japoneses. A ampla aceitação do método se deve principalmente à possibilidade de determinação simultânea das propriedades termofísicas com reduzida incerteza e a um baixo custo. Além destas se destacam outras vantagens: curto tempo para a realização da medição, amostras de pequena massa, processo sem contato, efeito relativamente pequeno das perdas de calor na amostra, medições em metais, ligas, cerâmicos (SANTOS, 2005), semicondutores, filmes, líquidos e materiais pastosos (COQUARD E PANEL, 2008; REMY E DEGIOVANNI, 2005), compósitos dispersos e altamente heterogêneos (TAYLOR, 1978), compósitos em camadas (JANNOT *et al.*, 2009), resistência de contato térmico, medições de propriedades próximo à região de transição de fase, limitação das variações de temperatura da amostra a 1 K, evitando efeitos não lineares (GEMBAROVIC E GEMBAROVIC JR., 2004) mesmo nas regiões de

transição de fase, ampla faixa de medição de difusividade térmica entre $0,1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ a $1000 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, em uma faixa de temperaturas de 80 K a 3000 K.

O método Flash, proposto por Parker *et al.* (1961), utiliza a solução analítica da equação de difusão térmica unidimensional, analisando os resultados de um experimento no qual uma pequena amostra cilíndrica, sob condições de contorno adiabáticas, é submetida a um pulso de energia de alta intensidade e curta duração. O aumento da temperatura na superfície oposta da amostra é medida e a difusividade térmica é calculada a partir da curva de aumento de temperatura *versus* tempo. O calor específico pode ser medido em alguns casos, permitindo assim a determinação da condutividade térmica. Vários modelos teóricos foram posteriormente desenvolvidos para o método Flash, envolvendo condições de contorno adiabáticas, perdas de calor, efeito de revestimento da amostra, entre outros aspectos que influenciam o formato da curva de aumento de temperatura.

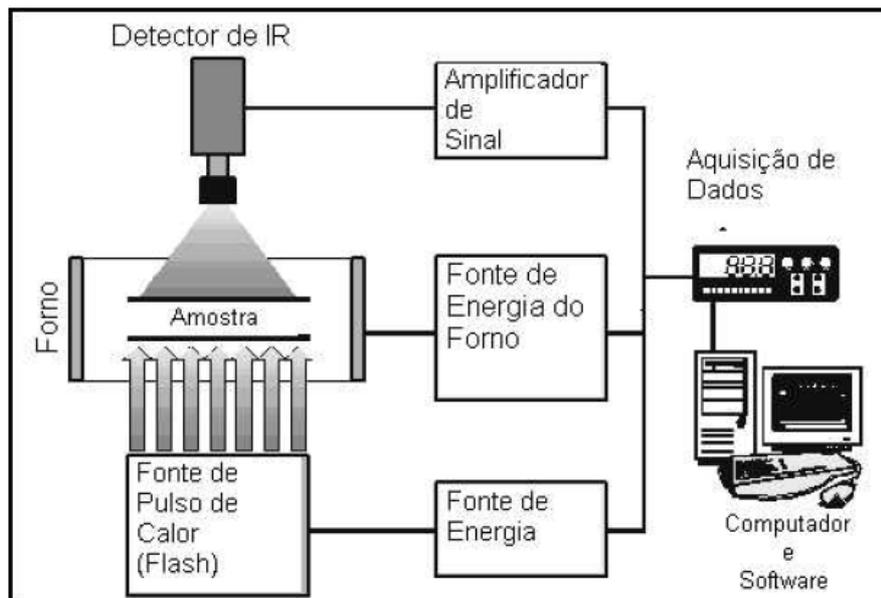


Figura 1.2 – Método Flash

1.2 – OBJETIVOS

Esta proposta de pesquisa consiste em um trabalho teórico-experimental para caracterização térmica dos materiais opacos, utilizando o Método Flash, universalmente conhecido pela sua precisão e facilidades de uso. Os resultados serão apresentados em termos da difusividade térmica, da condutividade térmica e calor específico, e

comparados a um modelo teórico numérico implementado no software Fortran, para uma posterior análise dos possíveis erros e fontes de incerteza.

1.3 – ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica acerca do Método Flash, com o objetivo de reunir informações desde sua proposição original até os modelos mais atuais decorrentes da evolução das técnicas utilizadas.

O capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica utilizada para a determinação das propriedades térmicas, e coeficientes que serão utilizados durante a formulação/resolução do problema dando suporte ao desenvolvimento do trabalho.

O capítulo 4 apresenta a formulação matemática do problema físico definindo o modelo térmico utilizado, o desenvolvimento da solução da equação de difusão do calor bidimensional pelo método das diferenças finitas com formulação implícita, e apresenta o desenvolvimento do código computacional para resolver as equações.

O capítulo 5 apresenta a montagem experimental do Método Flash desenvolvido para determinar as propriedades do material de forma simultânea, a partir do termograma experimental. Também será apresentada a sequência de passos para se utilizar o LFA 457, assim como as respostas do programa.

No capítulo 6, serão apresentados e discutidos os resultados dos valores obtidos a partir do experimento realizado no equipamento Micro Flash modelo LFA 457 da Netzsch, comparando-o com o resultado teórico, obtido através do software Fortran, decorrente da solução da equação de diferenças finitas com formulação implícita.

No capítulo 7 encontram-se os comentários finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros com o intuito de aprimorar a técnica apresentada nesse trabalho.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica com o objetivo de situar o problema a ser estudado, tanto do ponto de vista físico, como também do ponto de vista matemático em relação aos outros trabalhos existentes na literatura.

2.1 MÉTODO FLASH

Primeiramente apresentado e discutido por Parker *et al.* (1961), este método consiste em submeter uma amostra pequena e fina de um material a um pulso de energia de alta intensidade e curta duração. A energia do pulso é absorvida em uma face da amostra e o aumento de temperatura é medida na face oposta, conforme ilustrado na Figura 2.1.

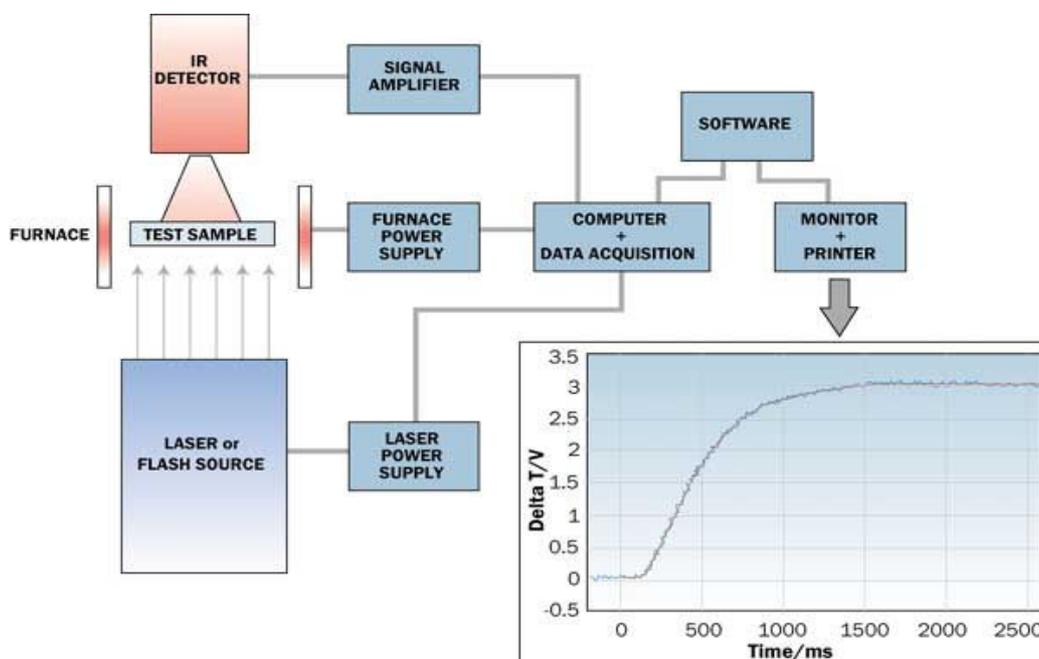


Figura 2.1 - Esquema de aquecimento da amostra, seguido de detecção/impressão do aumento de temperatura x tempo.

O valor da difusividade térmica foi calculado por Parker *et al.* (1961) em função da espessura da amostra (L) e o tempo necessário para a face oposta alcançar 50% do seu valor máximo ($t_{0,5}$). Esse aumento de temperatura deve ser pequeno, para que a hipótese de propriedades constantes seja válida. Foi usado um modelo de condução de calor unidimensional, desprezando perdas de calor e assumindo que a energia é absorvida instantaneamente em uma pequena profundidade do corpo de prova.

Cowan (1961 e 1963) considerou, para que a formulação matemática se aproximasse das condições físicas reais do experimento, um modelo unidimensional onde as perdas de calor acontecem em ambas as superfícies decorrentes da absorção instantânea do pulso de energia, considerado quadrado ou senoidal.

Cape e Lehman (1963) aperfeiçoou o estudo para um modelo bidimensional cilíndrico com condução axi-simétrica, assumindo uma absorção de energia uniforme na superfície, introduzida como um termo-fonte na equação de energia. Este pulso de energia era considerado na forma de função degrau e triangular.

Moser e Kruger (1965) foram os primeiros a utilizar o método flash laser para a determinação de propriedades térmicas de materiais nucleares, reportando os resultados de medições em compostos de urânio (MOSER E KRUGER, 1967) e em compostos de plutônio (MOSER E KRUGER, 1968).

Clark e Taylor (1975) propuseram a análise da curva de aquecimento da face oposta, ao invés de analisar o resfriamento como ocorreu em estudos anteriores, propondo relações adimensionais de temperatura/tempo que resultam no valor da difusividade térmica.

Com o desenvolvimento de aparatos comerciais e de pesquisa baseados no Método Flash, outros modelos consideraram a transferência acoplada condução-radiação no corpo de prova para materiais semitransparentes, assim como líquidos.

Andre e Degiovanni (1995) determinaram a condutividade térmica de vidros utilizando um esquema de diferenças finitas para resolver a equação da energia e cobrindo as superfícies do material com ouro ou grafite de alta emissividade e absorvidade.

Silva (1997), por método inverso, calculou a difusividade de materiais semitransparentes utilizando o conceito de coeficiente de sensibilidade aos parâmetros através do método de Levenberg-Marquardt.

Mehling *et al.* (1998) também apresentou um estudo a respeito de materiais semitransparentes não-absorventes e não-espalhantes, evitando a cobertura da amostra

com ouro (por ser um processo caro) onde a troca de calor por radiação entre as superfícies dianteira e traseira é levada em conta em um meio não-participativo.

Lazard *et al.* (2004) apresentaram um modelo acoplado para condução-radiação em uma amostra com um meio absorvente, emissivo e com espalhamento anisotrópico. Com esse modelo, a maior restrição do meio ser não participativo presente no modelo de Mehling foi resolvida.

Remy e Degiovanni (2005) utilizaram o método dos quadrupolos térmicos considerando os efeitos de trocas térmicas e realizaram uma análise das incertezas dos resultados. O número de Biot é também utilizado para a análise da influência das trocas térmicas convectivas no processo de difusão, generalizando as condições de simulação e facilitando a interpretação dos resultados.

Avanços no método flash têm possibilitado o estudo das propriedades térmicas de polímeros em formato de disco (SANTOS, 2007) preparadas a partir de barras cilíndricas cortadas ou pressionando certa quantidade do material a quente.

Fonseca (2007) utilizou o método flash para medir as propriedades termofísicas de nanofluidos, comparando-os com resultados obtidos utilizando o método da Sonda-Linear e resultados disponíveis na literatura, tanto experimentais quanto teóricos.

Destaca-se também a adaptação feita por Coquard e Panel (2008) utilizando o método flash para o estudo das propriedades termofísicas em materiais líquidos ou pastosos. O método proposto usou o dispositivo flash e foi necessária somente a fabricação de um adequado recipiente com dimensões e propriedades conhecidas, no qual a amostra foi introduzida. A principal diferença em relação ao método flash foi o cálculo da condutividade do termograma experimental. Foi utilizado um procedimento de identificação baseado numa simulação 3-D de transferência de calor transiente. A modelagem levou em conta a influência da perturbação do recipiente sobre a temperatura do lado oposto e requereu o conhecimento das dimensões e composição do recipiente preenchido com a amostra. Foi utilizado o método de linearização de Gauss para identificação da condutividade térmica. Este novo procedimento pode encontrar aplicações para as medições de vários materiais, como tecidos biológicos (músculo, órgãos, sangue) ou alimentos (carne, iogurte, queijo, alimentos e géis), para os quais outros métodos de medição clássica não são adequados.

Demko *et al.* (2009) também fez um estudo das propriedades térmicas de micro e nanofibras sem se preocupar com a resistência térmica de contato, que é comumente uma barreira para resultados mais precisos, utilizando um microscópio eletrônico de

varredura com um micro-manipulador que fornece calor às micro/nanofibras onde o transiente de temperatura é detectado por um micro-sensor de silício.

Hohenauer e Lager (2009) aplicou o método flash para calcular a condutividade de espumas metálicas, particularmente uma liga metálica de magnésio, onde um modelo de elementos finitos foi utilizado para analisar os resultados obtidos.

Avanços no estudo do método flash possibilitou o cálculo de propriedades térmicas em materiais de múltiplas camadas (JANNOT E DEGIOVANNI, 2009), além de junções metálicas (CASALEGNO, 2010) onde se considera a resistência de contato térmica.

Silva (2011) aplicou o método flash para a determinação da difusividade térmica e da condutividade térmica em geléia de acerola. Ela implementou um modelo numérico unidimensional, transiente e composto por 3 camadas, resolvido através da técnica das diferenças finitas, utilizando o método explícito e o sistema de equações resultantes foi resolvido pelo método linha por linha (TDMA) para encontrar o campo de temperatura.

O Método Flash Laser original vem sendo reestruturado e seus problemas abordados de diversas e efetivas maneiras na literatura, com o intuito de amenizar as principais dificuldades. A avaliação de incertezas (HAY, 2005; WEI *et. al.*, 2006; GROSSI, 2007) dos resultados apresentados tem se mostrado um fator limitante para novos avanços nesta área do conhecimento. Apesar de este método ser primário na identificação da difusividade térmica de materiais homogêneos e de única camada, a execução do teste está sujeita a erros sistemáticos e randômicos. Dessa maneira, é importante verificar o desempenho do aparato para estabelecer a influência destes erros nas medidas. Isto pode ser feito testando uma ou várias amostras de materiais com difusividade térmica conhecida. Apesar de não haver nenhum Material Padrão (*Standard Reference Material - SRM*) disponível para a difusividade térmica, uma grande quantidade de dados está disponível na literatura para vários materiais de referência. Entre eles podemos citar o Grafite POCO, Pyrex, Alumina, Pyroceram entre outros (ASTM E-1461-01, 2001).

O Método Flash também pode ser usado para a determinação do calor específico, comparando-se a curva do aumento de temperatura do material testado com a de um material de referência. Entretanto, deve-se tomar cuidado ao realizar o cálculo do calor específico, pois como o método depende de um material de referência, nem sempre se consegue garantir rigorosamente a mesma condição de pulso para as duas experiências (no material analisado e no material de referência) (ASTM E - 1461-01,

2001). No teste de difusividade térmica, a quantidade de energia absorvida pela amostra só é necessária para gerar um sinal suficiente para o aumento da temperatura da face oposta à qual o pulso de energia incidiu (PARKER *et al.*, 1961). Entretanto, a energia absorvida deve ser conhecida, controlável e com repetibilidade para a identificação do calor específico. Neste caso, o aumento da temperatura do material de referência é usado para se determinar (ou calibrar) a energia absorvida. Existem várias condições que devem ser satisfeitas para este processo ser válido (ASTM E-1461-01, 2001), como:

- A fonte de energia deve ser capaz de reproduzir o pulso com as mesmas condições, tanto para o corpo de prova como para o material de referência;
- O detector deve manter sua sensibilidade durante o teste realizado no material de referência e no corpo de prova;
- O material de referência deve ter tamanho semelhante ao corpo de prova;
- O corpo de prova e o material de referência devem ser cobertos com uma camada de grafite uniforme e fina
- O material de referência e o corpo de prova devem ser homogêneos, isotrópicos e com uma única camada;
- A amostra de referência e o corpo de prova devem ser testados na mesma temperatura e no mesmo ambiente. Preferivelmente, o teste deve ser feito com o material de referência e o corpo de prova lado a lado, e com um pequeno intervalo de tempo entre eles;
- A verificação do processo poderá ser feita usando a amostra de referência como desconhecida e a desconhecida como referência;
- O mesmo teste deve ser executado com três espessuras diferentes, para se obter uma medida com pequena incerteza.

Após a determinação da difusividade térmica e do calor específico, a condutividade térmica pode ser calculada a partir da definição da difusividade térmica. Pra isso, é necessário medir a massa e volume corpo de prova (ASTM E-1461-01, 2001).

Vários modelos teóricos foram desenvolvidos para o método flash, envolvendo condições de contorno, perdas de calor, efeitos de revestimento da amostra, entre outros aspectos que influenciam o formato da curva de temperatura (FONSECA, 2007).

2.2 - MODELOS MATEMÁTICOS

2.2.1 - O Modelo de Parker *et al.* (1961)

Parker e colaboradores (1961) desenvolveram o primeiro modelo matemático para identificação da difusividade térmica com o Método Flash. Considerando-se a distribuição inicial de temperatura no sólido de espessura L como $T(x,0)$, a distribuição de temperatura em qualquer instante de tempo pode ser descrita como:

$$T(x,t) = \frac{1}{L} \int_0^L T(x,0) dx + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 \alpha t}{L^2}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \int_0^L T(x,0) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \quad (2.1)$$

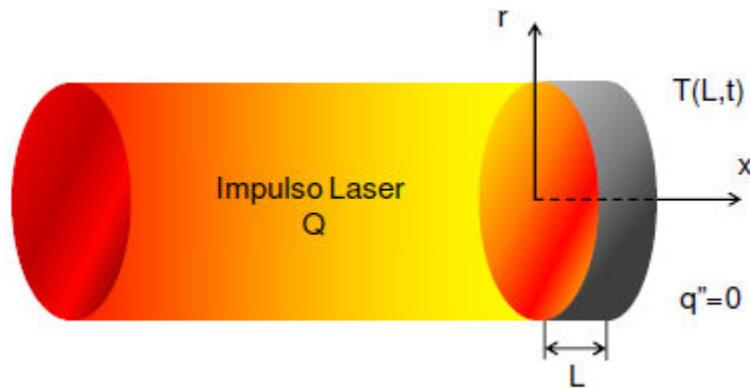


Figura 2.2 – Representação esquemática inicial do Método Flash.

onde α é a difusividade térmica. Os autores consideraram que um pulso de energia Q é instantaneamente e uniformemente absorvido por uma camada fina (g) do corpo de prova em $x=0$, e que as propriedades termofísicas permanecem constantes com o pequeno aumento de temperatura. Além disso, também assumiram que a condução de calor no corpo de prova era unidimensional e que as perdas de calor poderiam ser desprezadas. Sob estas condições, a distribuição inicial de temperatura pode ser dada por:

$$T(x,0) = \begin{cases} \frac{Q}{\rho C_p g}, & 0 < x < g \\ 0, & g < x < L \end{cases} \quad (2.2)$$

Com esta condição inicial, a temperatura na face traseira $x = L$ do sólido para qualquer instante de tempo pode ser descrita como segue:

$$T(L, t) = \frac{Q}{\rho C_p L} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-n^2 \pi^2 \frac{\alpha t}{L^2}\right) \right] \quad (2.3)$$

A Equação 2.3 pode ser escrita na forma adimensional, usando-se os seguintes parâmetros:

$$\Theta = T(L, t) / T_m \quad (2.4)$$

$$\tau = \alpha t / L^2 \quad (2.5)$$

onde T_m é a temperatura máxima na superfície traseira $[T_m = T(L, t \rightarrow (\infty))]$.

$$\text{Donde teremos: } T_m = \frac{Q}{\rho C_p L} \quad (2.6)$$

Substituindo as Equações 2.4 e 2.5 na Equação 2.3, obtemos:

$$\Theta(\tau) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(-n^2 \pi^2 \tau) \quad (2.7)$$

A Figura 2.3 mostra a variação da temperatura adimensional (Θ) como uma função de τ , à partir da Equação 2.7. De acordo com Parker *et al.* (1961), a difusividade térmica pode ser determinada pela Equação 2.7 e Figura 2.3, no ponto onde a temperatura adimensional (Θ) é igual a 0,5. Neste ponto, o tempo adimensional (τ) é igual a 0,1388, e a partir da Equação 2.7:

$$\alpha = 0,1388 L^2 / t_{0,5} \quad (2.8)$$

onde $t_{0,5}$ é o tempo necessário para que a temperatura da superfície traseira do corpo de prova alcance a metade da temperatura máxima. Então, a difusividade térmica (α) pode ser determinada diretamente pela Equação 2.8, medindo-se o tempo onde a temperatura

adimensional (Θ) é igual a 0,5 ($t_{0,5}$). É importante observar que não é necessário conhecer a quantidade de energia absorvida no corpo de prova para se determinar a difusividade térmica com este modelo, que só depende da forma da curva temperatura *versus* tempo e da espessura do corpo de prova, conforme ilustra a Figura 2.3.

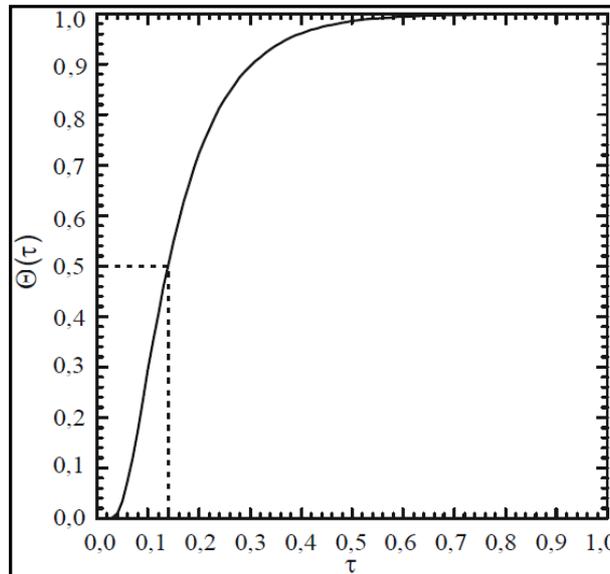


Figura 2.3 - Medida da difusividade térmica, de acordo com Parker *et al.* (1961).

Parker *et al.* (1961) compararam os dados obtidos da Equação 2.8 com outros valores disponível na época, obtendo uma boa concordância e desvios na ordem de $\pm 5\%$. Entretanto este modelo é limitado, pois despreza as perdas de calor e o pulso de energia é considerado instantâneo. Os efeitos da duração finita do pulso são mais evidentes durante testes em amostras finas de materiais com difusividade térmica alta.

Os efeitos de perda de calor são mais significativos em amostras espessas em temperaturas altas. Esse efeito faz com que a amostra não atinja sua temperatura máxima e faz com que após atingir seu máximo ocorra um resfriamento devido às perdas convectivas nas faces.

2.2.2 - O Modelo de Cowan (1961 e 1963)

O primeiro artigo que levou em conta as perdas de calor no Método Flash foi publicado antes do trabalho de Parker *et al.* (1961). Em julho de 1961, Cowan publicou um artigo propondo um novo método (o qual não denominou Método Flash) para a

identificação da difusividade térmica. O método de Cowan (1961) era idêntico ao Método Flash proposto por Parker *et al.* (1961). Entretanto, o artigo de Cowan (1961) foi submetido para publicação no dia 03 de janeiro de 1961, enquanto Parker *et al.* (1961) submeteram o artigo para publicação no dia 29 de setembro de 1960. Enquanto o foco de Cowan (1961) estava no modelo matemático e nos aspectos teóricos para a identificação da difusividade térmica usando medidas de amplitude e/ou fase da variação de temperatura da superfície, o foco de Parker *et al.* (1961) estava na implementação prática do Método Flash com um modelo matemático simples que era apropriado para as suas condições experimentais.

O modelo de Cowan (1961) é unidimensional, considerando absorção instantânea do pulso energia na superfície de amostra. As perdas em ambas as superfícies da amostra são dependentes da temperatura, como uma condição de contorno radiativa linearizada. Cowan (1961) considerou o feixe de energia como uma onda quadrada ou como onda senoidal.

Em 1963, Cowan usou o modelo matemático de 1961 para apontar os efeitos de perda de calor no resultado do teste. Quando existe perda de calor na superfície do corpo de prova, a curva temperatura *versus* tempo alcança seu máximo em uma temperatura mais baixa, quando comparada com o caso adiabático. Após o máximo, a temperatura cai devido ao efeito da perda de calor, como ilustrado na Figura 2.4.

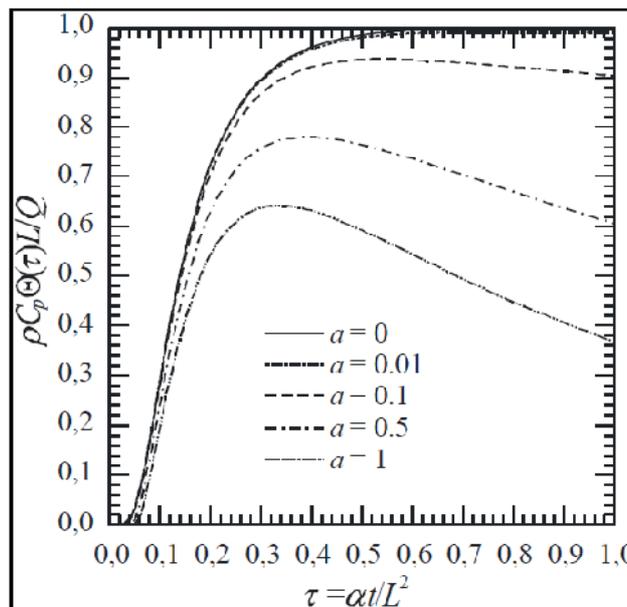


Figura 2.4 - Efeito da perda de calor na face traseira, de acordo com Cowan (1963)

A expressão para a temperatura de superfície traseira derivada por Cowan (1963) é:

$$\Theta(\tau) = \frac{Q}{\rho C_p L} \left[\exp(-a\tau) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(-n^2 \pi^2 \tau) \right] \quad (2.9)$$

onde τ está definido pela Equação 2.5 e $\Theta(\tau) = T(L, t) - T_0$. O parâmetro adimensional a no primeiro termo à direita da Equação 2.9 depende das perdas de calor e é determinado por:

$$a = L \left[\frac{1}{k} \left(\frac{dW}{dT} \right)_{x=0} + \frac{1}{k} \left(\frac{dW}{dT} \right)_{x=L} \right] \quad (2.10)$$

onde: W é o fluxo de calor perdido (W/m^2) na superfície em $x=0$ e $x=L$, e k é a condutividade térmica. Se não há nenhuma perda de calor nas superfícies, $a=0$ e Equação 2.9 se reduz a Equação 2.7 do modelo de Parker *et al* (1961).

O modelo de Cowan (1963) requer o conhecimento do valor de a , pelo menos aproximadamente, para uma máxima exatidão. No caso de perdas somente por radiação, uma estimativa aproximada da emissividade ε da amostra, pode fornecer a com exatidão suficiente:

$$a \approx 2,3 \times 10^5 \left\{ \left[1 + (T_L / T_0)^3 \right] (T / 1000)^3 (\varepsilon L / k) \right\} \quad (2.11)$$

Como a Equação 2.9 correlaciona Θ e τ como uma função de a , uma aproximação alternativa para a difusividade térmica é medir experimentalmente as relações:

$$\Theta(5t_{0,5}) / \Theta(t_{0,5}) \text{ ou } \Theta(10t_{0,5}) / \Theta(t_{0,5}) \quad (2.12)$$

e então achar o valor de τ para uma determinada estimativa de perda de calor. Quando não há perda de calor no corpo de prova ($a=0$), a temperatura da superfície traseira permanece constante depois de alcançar seu máximo e a relação $\Theta(5t_{0,5}) / \Theta(t_{0,5})$ ou

$[\Theta(10t_{0,5}) / \Theta(t_{0,5})]$ se torna 2. O tempo adimensional τ na Equação 2.9 então se torna 0,1388 como na análise de Parker *et al.* (1961).

Correções usando a parte do resfriamento da curva são difíceis sob o ponto de vista experimental, principalmente pelo fato de ser comum o feixe de laser não ser uniforme. Os efeitos do aquecimento não uniforme são maiores após a temperatura atingir seu ponto máximo, quando a condução dentro da amostra se torna tridimensional. As perdas pelo suporte da amostra também são mais significantes em tempos maiores que aqueles correspondendo à temperatura máxima.

2.2.3 - O Modelo de Cape-Lehman (1963)

Em 1963, Cape e Lehman apresentaram um modelo bidimensional para o método Flash, assumindo que a amostra tem uma forma cilíndrica com raio r_0 e espessura L . A condução de calor na amostra foi considerada axi-simétrica. A energia absorvida pela amostra, inicialmente à temperatura T_0 , foi considerada como um termo fonte na equação de energia. O termo fonte é uma função das coordenadas radiais e longitudinais e da variável de tempo. As perdas pelas superfícies da amostra foram levadas em conta como um termo de radiação linearizada.

O modelo de Cape e Lehman (1963) são dados por:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \delta(r, x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} + \frac{q(r, x, t)}{k}, \quad 0 < x < L, \quad 0 < r < r_0, \quad t > 0 \quad (2.13)$$

$$-\frac{\partial \delta}{\partial x} + v_x \delta = 0, \quad x = 0, \quad 0 < r < r_0, \quad t > 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} + v_x \delta = 0, \quad x = L, \quad 0 < r < r_0, \quad t > 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} + v_r \delta = 0, \quad r = r_0, \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (2.16)$$

$$\delta = 0, \quad t = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < r < r_0, \quad (2.17)$$

onde:

$$\delta(r, x, t) = T(r, xx, t) - T_0 \quad (2.18)$$

$$v_{x,r} = \frac{4\sigma\varepsilon_{x,r}T_0^3}{k} \quad (2.19)$$

σ é a constante de Stefan-Boltzman e ε é a emissividade da superfície.

Cape e Lehman (1963) resolveram as equações analiticamente (OZISIK, 1993), assumindo que o fluxo de energia era uniforme na superfície e que era completamente absorvido em $x = 0$. Cape e Lehman (1963) apresentaram resultados obtidos com a solução analítica para níveis diferentes de perda de calor e para pulsos na forma de uma função degrau e de uma variação triangular.

2.2.4 - O Modelo de Clark e Taylor (1975)

Em 1975, Clark e Taylor propuseram um procedimento de correção para a identificação da difusividade térmica, baseado no modelo matemático de Cape e Lehman (1963). Porém, ao invés de analisar a parte do resfriamento da curva, como Cowan (1961 e 1963), o procedimento de Clark e Taylor (1975) estava baseado na análise da parte de aquecimento da curva (*i.e.*, antes da temperatura da superfície oposta alcançar seu máximo). Clark e Taylor (1975) determinaram cinco pontos na escala de tempo que correspondem a cinco temperaturas adimensionais diferentes Θ , medidos na curva de aumento de temperatura. Esses tempos são $t_{0,2}$, $t_{0,3}$, $t_{0,4}$, $t_{0,7}$ e $t_{0,8}$. Eles desenvolveram uma relação teórica entre o tempo adimensional τ e as seguintes relações de tempo:

$$\Theta(t_{0,7})/\Theta(t_{0,3}), \Theta(t_{0,8})/\Theta(t_{0,4}) \text{ e } \Theta(t_{0,8})/\Theta(t_{0,2}) \quad (2.20)$$

Os resultados destas relações são muito próximos, e então é calculada a média para computar um valor com maior exatidão da difusividade térmica.

2.2.5 - O Modelo de Andre e Degiovanni (1995)

Com o desenvolvimento de aparatos comerciais e de pesquisa baseados no Método Flash, o método foi sendo estendido gradualmente a materiais não homogêneos e semitransparentes, assim como líquidos (ASTM E-1461-01, 2001).

Andre e Degiovanni (1995) apresentaram um modelo matemático para a transferência de calor combinada (condução-radiação) para diferentes respostas térmicas associadas a condições experimentais diferentes para a determinação da condutividade térmica de vidros. Um esquema de diferenças finitas foi usado para resolver a equação de energia. O acoplamento com a equação de transferência radiativa foi conseguido através do termo fonte que depende do divergente do fluxo radiativo.

O problema estudado pelos autores foi um corpo semi-transparente de um meio emissivo-absortivo, de faces planas e paralelas. No instante de tempo $t_0 = 0$ o corpo é sujeito a um pulso de calor em sua face frontal. As faces do material foram cobertas com ouro ou com grafite de alta emissividade e absortividade, para que as condições de contorno consideradas fossem opacas ou reflexivas. Superfícies polidas cobertas de ouro foram consideradas, pois diminuindo a rugosidade da superfície aumenta-se a refletividade, desde que a rugosidade seja pequena em comparação com o comprimento de onda da radiação incidente, mesmo a aproximadamente 800K. Além do mais, o uso de ouro garante uma emissividade que permanece independente do comprimento de onda e da temperatura.

O comportamento transiente da temperatura em um material homogêneo, isotrópico pode ser encontrado resolvendo-se a equação de energia:

$$\rho C_p \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial q_c}{\partial z} - \frac{\partial q_r}{\partial z}, \quad 0 < z < e, t > 0 \quad (2.21)$$

onde q_c é o fluxo de calor por condução, q_r é o fluxo radiativo, responsável pelo acoplamento da temperatura, onde ρC_p é a condutividade térmica devido apenas ao efeito da condução. As condições de contorno consideradas foram do terceiro tipo. A equação foi resolvida pelo método de Cranck - Nicolson.

Termogramas obtidos no método Flash por Andre e Degiovanni (1995) são mostrados nas Figuras 2.5 e 2.6 e mostram a dificuldade de se determinar a difusividade por esse método.

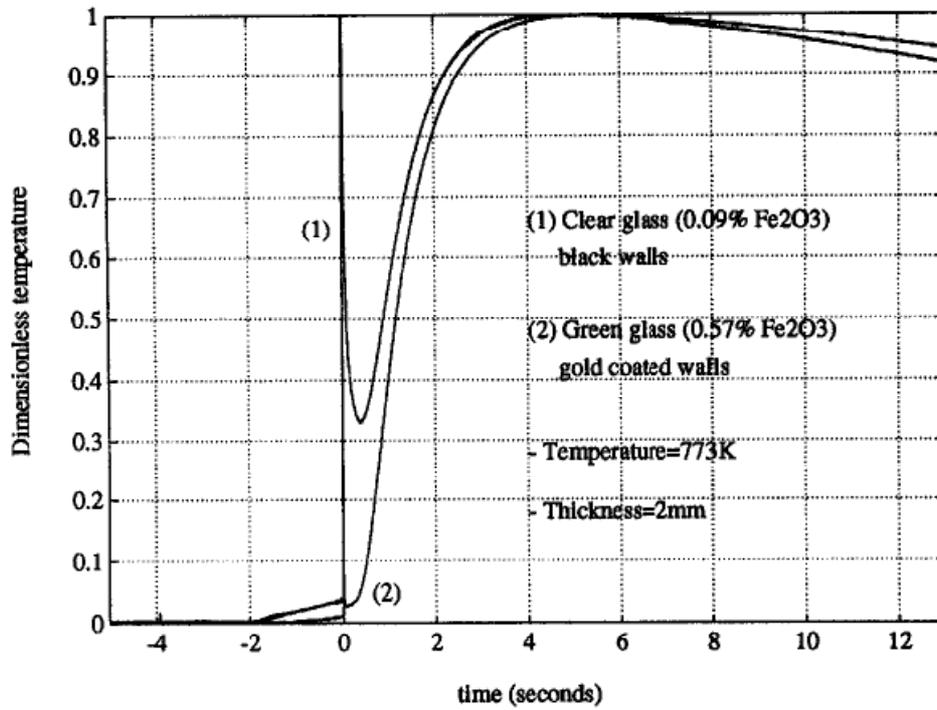


Figura 2.5 - Termograma experimental da face oposta para uma amostra com espessura de ótica de 2 mm (ANDRE E DEGIOVANNI, 1995)

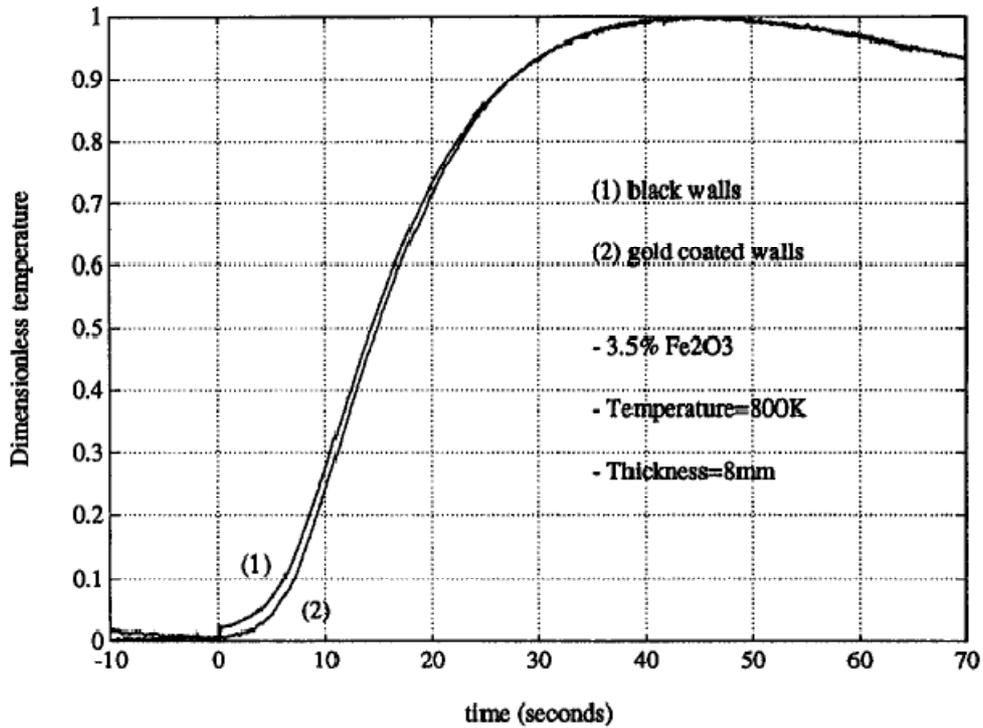


Figura 2.6 - Termograma experimental da face oposta de uma amostra com espessura ótica de 8 mm (ANDRE E DEGIOVANNI, 1995)

A curva 1 da Figura 2.5 mostra que para um vidro com paredes escuras, a resposta térmica difere do caso de um material opaco. Um pico inicial aparece em um curto espaço de tempo. Ele é causado por uma troca direta entre os dois contornos negros através de um meio de pequena resistência radiativa. A face oposta se comporta como se fosse a face perturbada pelo pulso de energia. A temperatura cai, passa por um mínimo e aumenta sobre a influência progressiva de um fluxo de calor conectado ao mecanismo acoplado de condução e radiação. Esse termograma foi reproduzido por simulação numérica. Se as faces da amostra forem cobertas com um filme de ouro (paredes refletivas), obtém um termograma clássico (curva 2) da Figura (2.5). A resposta térmica é similar a um material opaco e é então possível usar o processo tradicional de identificação, do método Flash. O problema é determinar se a difusividade é ou não um parâmetro aparente (que inclui o fenômeno de transporte radiativo) ou representa a verdadeira difusividade fônica. Para ilustrar porque é importante saber exatamente o que é medido no caso de uma transferência acoplada, foram apresentados termogramas obtidos com vidro com alta concentração de Fe_2O_3 (agente colorido) e uma alta espessura ótica na Figura 2.6. A influência dos limites radiativos não podem mais ser distinguida, mesmo em altas temperaturas. Pode-se então imaginar que não há efeitos radiativos e que a difusividade identificada nesse experimento pelos dois termogramas é a correta. Entretanto isso não é verdade, e nesse caso específico o parâmetro medido ainda contem uma contribuição não desprezível da radiação.

A influência da espessura da amostra de diferentes tipos de vidros (diferentes coeficientes de absorção cinza) também foi examinada. Simulações foram feitas em altas temperaturas para aumentar os efeitos da radiação. As duas condições de reflexão perfeita e paredes negras foram consideradas.

Segundo os autores, com o modelo proposto é possível determinar a difusividade fônica. Entretanto, essa medida só vale para certos valores de espessura da amostra e condições de contorno. Paredes reflexivas retardam o efeito da espessura na condutividade medida. Para o caso específico estudado pelos autores, o seguinte critério deve ser satisfeito para garantir a medida da difusividade fônica: Para um material semitransparente, com superfícies reflexivas, e uma espessura ótica menor ou igual a 0.1mm, o método flash medirá diretamente a difusividade fônica. Ou seja, é possível

definir condições operacionais para o qual o método Flash tem transferência de calor na amostra com contribuição radiativa desprezível.

2.2.6 - O Modelo de Silva (1997)

Silva (1997) apresentou um modelo matemático para a transferência de calor combinada (condução-radiação) com aplicação do método Flash para materiais semitransparentes usando método inverso. O método utiliza o conceito de coeficiente de sensibilidade aos parâmetros para determinar a difusividade térmica através do método de Levenberg-Marquardt. As equações em diferenças finitas foram obtidas pela aproximação volume de controle e o campo de temperatura obtido pelo método de Newton. A parte de radiação foi resolvida pelo método das ordenadas discretas.

As experiências foram conduzidas com vidro a base de sílica (SUPRASIL) e em equipamento flash. A equação da energia que governa o acoplamento da condução-radiação e suas respectivas condições de contornos e iniciais são apresentadas abaixo:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\lambda} \nabla \cdot q^r = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad 0 < r < R, \quad 0 < z < e, \quad t > 0 \quad (2.22)$$

onde $\nabla \cdot q^r$, é o divergente do fluxo de calor radiativo.

Da forma mais geral as condições de limite podem ser obtidas a partir de um balanço energético sobre as superfícies:

$$(1 - \rho_l) q_z^r + H_r T_a + H T_\infty = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + H T + H_r T + \varepsilon_i n^2 \bar{\sigma} T^4 \quad (2.23)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = H_1 (T - T_e) + q_{net1}^r, \quad z = e, \quad t > 0 \quad (2.24)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = H_2 (T - T_e) + q_{net2}^r, \quad z = 0, \quad t > 0 \quad (2.25)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = H_3 (T - T_e) + q_{net3}^r, \quad r = R, \quad t > 0 \quad (2.26)$$

E a condição inicial:

$$T_i - T_e = \frac{q_{flash}}{\rho c_p \varepsilon}, \quad 0 < z < \varepsilon, \quad t = 0 \quad (2.27)$$

$$T_i = T_e, \quad \varepsilon < z < e, \quad t = 0; \quad (2.28)$$

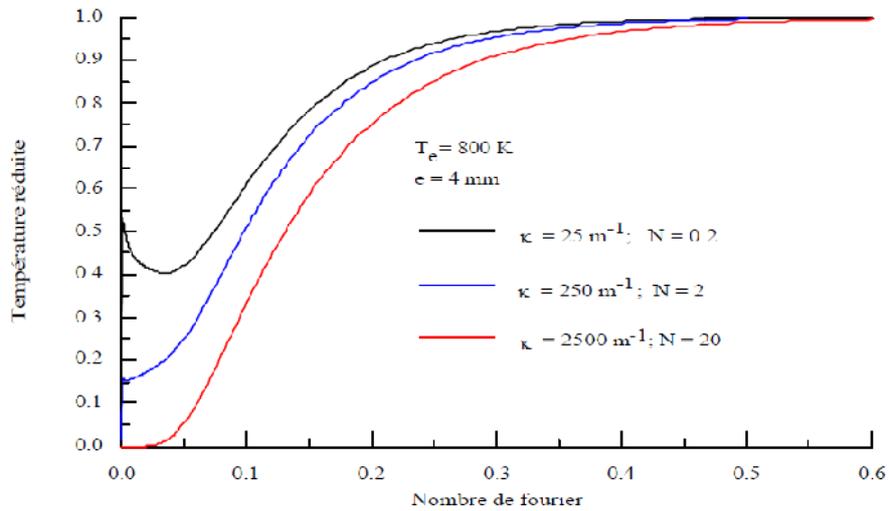


Figura 2.7 - Termograma teórico da face oposta, caso unidimensional (SILVA, 1997)

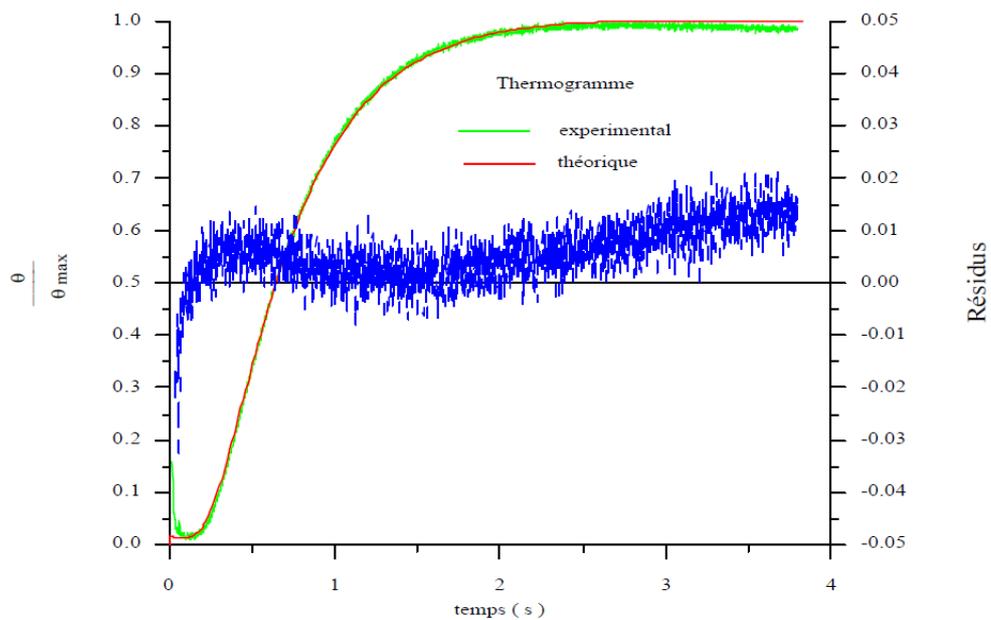


Figura 2.8 - Comparação entre o termograma experimental e termograma teórico recalculado com os valores de c_p . ($T_e = 298 \text{ K}$) (SILVA, 1997).

2.2.7 - O Modelo de Mehling *et al.* (1998)

Mehling *et al.* (1998) apresentaram um modelo matemático para materiais semitransparentes, não absorventes (não participativos) e não espalhantes.

A determinação da difusividade térmica com o Método de Flash geralmente requer uma camada de grafite para absorver o pulso de energia e para aumentar a emissão na faixa infravermelho (para a leitura da variação de temperatura da superfície traseira feita com um detector de infravermelho). Para materiais semitransparentes e finos, o uso de uma camada reflexiva abaixo da camada de grafite permite o uso de métodos convencionais para a identificação da difusividade térmica, como os descritos acima. Porém, essa camada reflexiva normalmente é obtida por depósito de vapor de ouro, que é um processo caro e demorado. Para evitar o uso da cobertura de ouro, a transferência de calor por radiação na amostra precisa ser levada em conta no modelo matemático usado no método Flash.

Mehling *et al.* (1998) desenvolveram um modelo onde a radiação é levada em conta em um meio não-participativo. Nesse modelo, além de condução de calor na amostra, uma transferência radiativa entre as superfícies dianteira e traseira é levada em conta em uma formulação unidimensional. Como o meio é considerado não participativo, a transferência de calor por radiação só depende da temperatura nas fronteiras. O modelo proposto por Mehling *et al.* (1998) é dado por:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \delta(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} \quad \text{em} \quad 0 < x < L \quad (2.29)$$

$$-\frac{\partial \delta}{\partial x} + \nu \delta(0,t) + \nu \eta [\delta(0,t) - \delta(L,t)] \quad \text{em} \quad x=0, \quad t > 0 \quad (2.30)$$

$$-\frac{\partial \delta}{\partial x} + \nu \delta(L,t) + \nu \eta [\delta(0,t) - \delta(L,t)] \quad \text{em} \quad x=L, \quad t > 0 \quad (2.31)$$

onde δ e ν estão definidos através de equações (2.18) e (2.19) respectivamente. O fator η aparecendo nas equações (2.30) e (2.31) levam em conta a localização e a largura das regiões espectrais totalmente transparentes. A condição inicial do modelo de Mehling (1998) é a mesma usada por Parker *et al.* (1961) que considera que o pulso de

energia é instantaneamente absorvido em uma fina camada na superfície irradiada. Mehling *et al.* (1998) mostram que o modelo é capaz de capturar o degrau da temperatura de superfície traseira, resultante da transferência de calor radiativa entre as superfícies de amostra, conforme mostra o resultado experimental da Figura 2.9.

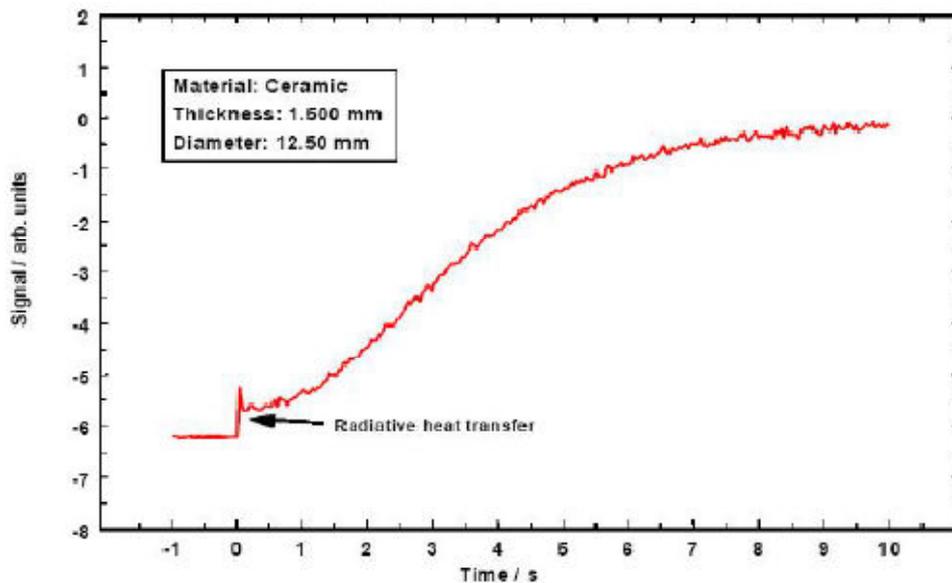


Figura 2.9 - Degrau devido a transferência de calor radiativa entre as faces (MEHLING *et al.* 1998)

2.2.8 - O Modelo de Lazard *et al.* (2004)

Resultados experimentais foram apresentados por Lazard *et al.* (2004) para materiais não espalhantes, como o vidro. O uso desse modelo também evita o uso da cobertura de ouro, mas requer a estimativa de dois parâmetros adicionais.

É uma tarefa muito difícil escolher o melhor modelo para a determinação da difusividade térmica. Geralmente, (por exemplo, Lazard *et al.*, 2004) técnicas estatísticas (por exemplo, Mínimos Quadrados) são usadas para a identificação dos parâmetros desconhecidos que aparecem no modelo matemático usado para as condições experimentais em questão.

Dessa maneira, a análise dos resíduos (diferença entre a temperatura medida e a estimada), assim como os parâmetros estatísticos como o coeficiente de correlação, permitem uma avaliação qualitativa/quantitativa do melhor modelo para correlacionar os dados experimentais, conforme ilustrado na Figura 2.10. Geralmente o modelo mais apropriado para uma determinada experiência é o que apresenta resíduos menores e não

correlacionados, que resulta em um coeficiente de correlação próximo da unidade (BECK e ARNOLD, 1977).

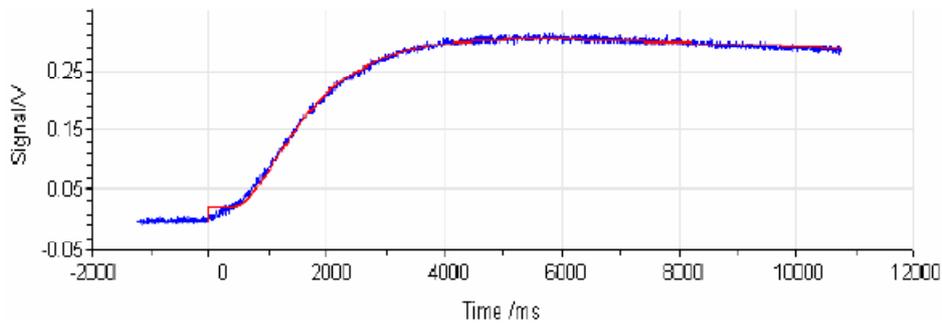


Figura 2.10 -Curva do aumento de temperatura da face traseira (LAZARD *et al.* (2004))

2.2.9 - O Modelo de Silva (2011)

Silva (2011) apresentou um modelo matemático para transferência de calor com aplicação do método flash para materiais compósitos usando o método inverso. O método trata da solução de um problema inverso de estimação de parâmetros para estimar a difusividade térmica e a condutividade térmica de uma amostra de geléia de acerola.

O sistema físico é tratado como um problema de condução de calor transiente, unidimensional com 3 (três) camadas para um meio homogêneo e isotrópico com contato íntimo entre as camadas. A formulação matemática consiste, portanto, de uma equação de condução de calor para cada camada do domínio físico. A seguir são mostradas as equações de diferenças finitas deduzidas diretamente do sistema de equações original, para os pontos nodais no interior do domínio, para as interfaces das camadas e para as condições de contornos.

A discretização do tempo é representada em termos das diferenças nas temperaturas associadas com o tempo futuro ($p+1$) e o anterior (p). Assim os cálculos devem ser realizados em tempos sucessivos separados pelo intervalo Δt . Logo, para $t = p\Delta t$:

$$\frac{T_m^{p+1} - T_m^p}{\Delta t} = \alpha_i \frac{T_{m+1}^p - 2T_m^p + T_{m-1}^p}{\Delta x^2} \quad (2.32)$$

Em termo do tempo adimensional e resolvendo para a temperatura nodal no tempo futuro (p+1) e chamando $Fo_i = \frac{\alpha_i \Delta t}{\Delta x^2}$, temos:

$$T_m^{p+1} = Fo_i T_{m-1}^p + (1 - Fo_i) T_m^p + Fo_i T_{m+1}^p, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.33)$$

Nas condições de contorno:

$$T_m^{p+1} = (1 - 2Fo_1 - 2Bi_c Fo) T_m^p + 2Fo_1 T_{m+1}^p + 2Bi_c Fo T_\infty + \frac{2\Delta t}{\rho_1 cp_1 \Delta x} Q(t), \quad em \quad x = 0 \quad (2.34)$$

Na interface das camadas 1 e 2, tem-se:

$$T_m^{p+1} = (2Fo_1 + D) T_{m-1}^p + (2 - 2Fo_1 - D + E + 2Fo_2 + F + G) T_m^p + (-E - 2Fo_2) T_{m+1}^p, \quad em \quad x = a \quad (2.35)$$

Na interface das camadas 2 e 3, tem-se:

$$T_m^{p+1} = (2Fo_2 + H) T_{m-1}^p + (2 - 2Fo_2 - H + I + 2Fo_3 + J + L) T_m^p + (-I - 2Fo_3) T_{m+1}^p, \quad em \quad x = b \quad (2.36)$$

onde:

$$\begin{aligned} D &= \frac{2k_1 \Delta t_2}{\rho_2 cp_2 \Delta x^2} & E &= \frac{2k_2 \Delta t_1}{\rho_1 cp_1 \Delta x^2} & F &= \frac{\rho_1 cp_1 \Delta t_2}{\rho_2 cp_2 \Delta t_1} \\ G &= \frac{\rho_2 cp_2 \Delta t_1}{\rho_1 cp_1 \Delta t_2} & H &= \frac{2k_2 \Delta t_3}{\rho_3 cp_3 \Delta x^2} & I &= \frac{2k_3 \Delta t_2}{\rho_2 cp_2 \Delta x^2} \\ J &= \frac{\rho_2 cp_2 \Delta t_3}{\rho_3 cp_3 \Delta t_2} & L &= \frac{\rho_3 cp_3 \Delta t_2}{\rho_2 cp_2 \Delta t_3} \end{aligned}$$

Na superfície da camada 3, tem-se:

$$T_m^{p+1} = -2Fo_3 T_{m-1}^p + (1 + 2Fo_3 - 2Bi_c Fo_3) T_m^p + 2Bi_c Fo_3 T_\infty, \quad em \quad x = c \quad (2.37)$$

A rede nodal é estabelecida com as equações em diferenças finitas apropriada para cada nodo, assim a distribuição de temperatura pode ser determinada.

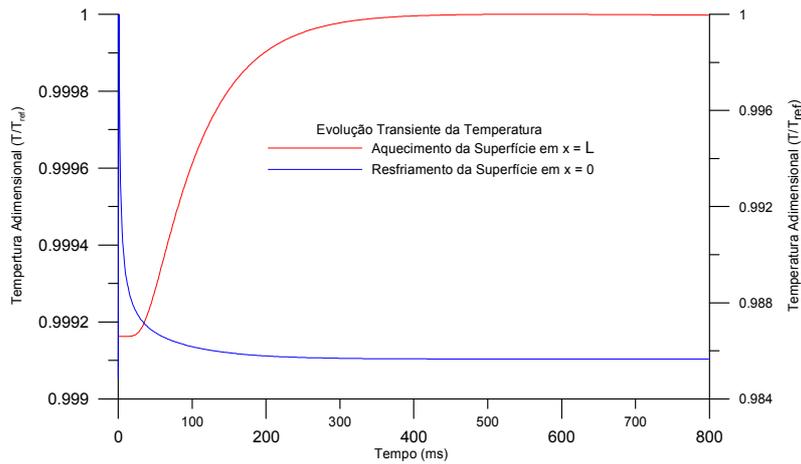


Figura 2.11 - Evolução temporal da temperatura nas faces anterior e posterior da amostra (SILVA, 2011)

2.2.10 - Trabalho atual: Vilar (2012)

Neste trabalho identificam-se as propriedades térmicas do ferro puro utilizando o método flash. O modelo numérico é resolvido através da técnica das diferenças finitas utilizando o método implícito e o sistema de equações resultantes é resolvido pelo algoritmo da matriz tri-diagonal (TDMA) através do programa Fortran, onde uma posterior análise dos resultados obtidos será feita.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo estabelecer um referencial teórico para dar suporte ao desenvolvimento do trabalho, apresentando algumas técnicas e métodos de determinação das principais propriedades termofísicas de materiais.

A metrologia térmica dos materiais tem dois interesses fundamentais:

- permitir uma melhor compreensão física dos materiais;
- contribuir com processos de engenharia que envolvam transferência de calor.

3.1 ANÁLISE TÉRMICA

A análise térmica engloba um conjunto de técnicas de investigação e controle de qualidade que possibilitam a caracterização térmica dos materiais e simulações de processos térmicos em laboratórios. Com o uso dos equipamentos de análise térmica submetemos as amostras a determinadas condições de temperatura, de atmosfera e mecânicas, que nos fornecem uma vasta quantidade de informações. Estas técnicas aplicam-se principalmente em amostras poliméricas, orgânicas, cerâmicas, de vidro, metálicas e inorgânicas. O seu principal impacto está sobre as indústrias de alta tecnologia, tais como: indústrias aeroespaciais, automotivas, eletrônicas e de isolamento térmico.

A análise térmica tem sido usada como uma ferramenta de controle de qualidade em três principais áreas: caracterização, processamento (otimização e monitoramento) e desenvolvimento de materiais.

3.2 CARACTERIZAÇÃO TÉRMICA DE MATERIAIS

A caracterização térmica de materiais corresponde à identificação das propriedades de transporte de calor. A condutividade e a difusividade térmicas são dois dos parâmetros mais relevantes na caracterização termofísica do material. Sendo propriedades de transporte, são mais difíceis de serem medidas que as propriedades termodinâmicas, tal como massa específica e calor específico, implicando em maiores dificuldades experimentais de identificação.

Diversos processos industriais têm forte dependência com a temperatura, a qual deve ser continuamente medida e controlada, nestes a exata quantificação das propriedades de transporte dos materiais deve ser efetuada.

Consequentemente, surge uma grande variedade de métodos experimentais para estimação destes parâmetros, sendo que cada método se adapta melhor a um tipo de material que outro.

As técnicas de caracterização térmica dos materiais são inúmeras e podem ser classificadas em duas categorias: os métodos em regime permanente e os métodos em regime transiente. No primeiro caso, identifica-se apenas a condutividade térmica. No segundo caso, outras características térmicas podem eventualmente ser estimadas simultaneamente. As técnicas de caracterização vêm evoluindo paralelamente com a necessidade e a precisão das características intrínsecas de cada material.

O uso das equações de transferência de calor e massa é condicionado à disponibilidade de dados sobre as características intrínsecas dos materiais envolvidos, em particular das propriedades termofísicas. Estimativas de trocas energéticas podem ser realizadas a partir dos valores de massa específica, difusividade térmica, calor específico e condutividade térmica dos materiais. (ARAÚJO *et al.*, 2004).

3.3 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Transferência de calor é a energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura. Existem três modos (ou mecanismos) de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Na realidade, a distribuição de temperatura em um meio é controlada pelos efeitos combinados desses três modos de transferência de calor. Para simplificação da análise, estudam-se os mecanismos separadamente.

3.3.1. – CONDUÇÃO DE CALOR

A energia transferida pelas partículas constituintes da matéria como os átomos, moléculas ou elétrons livres a partir das regiões mais quentes de um corpo para aquelas regiões mais frias (níveis inferiores de agitação) é chamada de calor (ÖZISIK, 1993). Portanto, calor é um fenômeno transitório.

Condução é o modo de transferências de calor, no qual a troca de energia ocorre em sólidos ou fluidos estáticos (ou seja, não há movimento macroscópico no meio) partindo de regiões com temperaturas mais elevadas para outras de menor temperatura devido à existência de um gradiente térmico no corpo. O mecanismo físico que sustenta este fenômeno é a difusão de energia promovida pelo movimento molecular aleatório (INCROPERA E DEWITT, 2003).

O fenômeno de transferência de energia (calor) é abordado apenas em termos de estados inicial e final pela termodinâmica, porém o processo em si deve ser quantificado, daí o estudo da “velocidade” com que a energia é transportada, isto é, a determinação da taxa de transferência de calor ou, por unidade de área, fluxo de calor. A questão consiste em que não é possível medir diretamente o fluxo de calor, todavia ele está relacionado à distribuição da temperatura, a qual depende da posição e do tempo, desta forma, faz-se necessária a obtenção do campo de temperatura no interior do corpo. O objeto de interesse no estudo da condução de calor, portanto, é determinar o perfil de temperatura dentro do meio em observação.

A lei básica que estabelece a relação entre o fluxo de calor e o gradiente de temperatura, fundamentada em observações experimentais, é denominada lei de Fourier, em homenagem ao físico e matemático francês, Joseph Fourier, que a aplicou em sua teoria analítica sobre calor. Para um sólido isotrópico e homogêneo (isto é, um material no qual a condutividade térmica seja independente da direção), a lei de Fourier é dada pela seguinte expressão:

$$Q(x,t) = -k\nabla T(x,t) \quad (3.1)$$

onde o gradiente de temperatura é um vetor normal à superfície isotérmica, o vetor fluxo de calor $Q(x,t)$ representa a difusão de calor por unidade de tempo, por unidade de área da superfície isotérmica na direção de valores decrescentes de temperatura e k é

uma grandeza escalar positiva, denominada condutividade térmica do material. A propagação da energia ocorrendo no sentido decrescente da temperatura justifica o sinal negativo do lado direito da equação.

Fazendo-se o balanço energético no volume de controle estudado, em coordenadas cartesianas, temos a equação da condução de calor:

$$\kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.2)$$

Onde

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ é a massa específica do material;} \\ C_p \text{ é o calor específico do material.} \end{array} \right.$$

Outra propriedade termofísica importante é a difusividade térmica, tem lugar como a mais utilizada das propriedades térmicas (ARAÚJO *et al.*, 2004), e é descrita como a relação entre a capacidade de conduzir energia térmica e a capacidade de armazená-la, a qual pode ser expressa em função da condutividade térmica do material:

$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho C_p} \quad (3.3)$$

O calor específico, cujo valor é significativamente afetado pela quantidade de água presente no material e pelo estado físico desta água é entendido como a quantidade de calor necessária para alterar a temperatura de uma unidade de massa, sendo, portanto, fundamental para se determinar a quantidade de energia a ser adicionada ou removida nos processos de aquecimento e resfriamento.

A condutividade térmica depende principalmente da composição do produto, incluindo a presença de espaços vazios e do grau de homogeneidade estrutural. A condutividade térmica de um material é a medida da sua capacidade para conduzir calor.

Através da difusividade térmica podemos avaliar quão rapidamente um material responde às alterações nas condições de temperatura sobre ele impostas. Assim, substâncias com alto valor de difusividade térmica respondem rapidamente a variações térmicas, ocorrendo o oposto para substâncias de baixa difusividade térmica.

De acordo com Incropera e Dewitt (2003), inúmeros exemplos de falhas de equipamentos ou no projeto de processos poderiam ser citados, além do não-

entendimento das especificações de desempenho, que poderiam ser atribuídos à falta de informações quando da seleção dos valores das propriedades chaves usadas na análise inicial dos sistemas. Portanto, o conhecimento dos valores mais precisos das propriedades termofísicas dos materiais é imprescindível para a engenharia de processos. Deve-se evitar o uso de dados obtidos na literatura ou em manuais, os quais não tenham sido bem caracterizados ou avaliados.

3.3.2. – CONVECÇÃO DE CALOR

Se um fluido escoar sobre um sólido ou dentro de um canal, e se as temperaturas do fluido e da superfície sólida forem diferentes, haverá transferência de calor entre eles em consequência do movimento do fluido em relação à superfície; este mecanismo de transferência do calor chama-se convecção.

A convecção é composta de dois mecanismos. Além da transferência de calor devido ao movimento aleatório molecular (difusão), a energia também é transferida através do movimento global, ou macroscópico, do fluido.

$$Q = h(T_s - T_\infty) \quad (3.4)$$

Lei do resfriamento de Newton, onde T_s é a temperatura da superfície, T_∞ é a temperatura do fluido antes de entrar em contato com a superfície e h é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

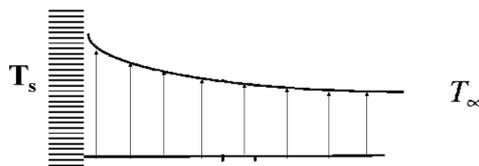


Figura 3.1 - Perfil da Temperatura do fluido

A transferência de calor por convecção pode ser classificada de acordo com a natureza do escoamento em: convecção livre ou forçada, dizemos que a convecção é livre (ou natural) quando o escoamento é induzido por forças de empuxo, que são originadas por diferenças de densidade causadas por variações de temperatura no fluido; referimo-nos a convecção forçada quando o escoamento é causado por meios externos, tais como um ventilador, uma bomba ou ventos atmosféricos.

3.3.3. – RADIAÇÃO

Todos os corpos emitem continuamente energia em virtude da sua temperatura; a energia assim emitida é a radiação térmica, sendo transmitida através de ondas eletromagnéticas, de acordo com a clássica teoria eletromagnética de Maxwell. O mecanismo de emissão é relacionado à energia liberada como resultado das oscilações ou transições de vários elétrons que constituem o meio.

$$Q = \varepsilon E_b(T_S) - \alpha G = \varepsilon \sigma (T_S^4 - T_{viz}^4) \quad (3.5)$$

Essa expressão fornece a diferença entre a energia térmica que é liberada devido a emissão de radiação e aquela que é ganha devido a absorção da radiação.

Onde ε é a emissividade do corpo e σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

3.3.4 – Mecanismo combinado de Radiação – Convecção

Até agora consideramos separadamente os mecanismos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Em muitas situações práticas, a transferência de calor de uma superfície ocorre simultaneamente por convecção, para o ar ambiente, e por radiação, para as vizinhanças. Por exemplo, uma placa de área A e emissividade ε , mantida a T_S , que troca energia por convecção com um fluido a T_∞ , com um coeficiente de transferência de calor h_c , e por radiação com as vizinhanças a T_∞ . A perda de calor por unidade de área da placa, pelo mecanismo combinado de convecção e radiação, é:

$$Q = h_c(T_S - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_S^4 - T_\infty^4) \quad (3.6)$$

Se $|T_S - T_\infty| \ll T_S$, o segundo termo pode ser linearizado (OZISIK, 1993) tal que:

$$Q = h_c(T_S - T_\infty) + h_R(T_S - T_\infty) \quad (3.7)$$

Donde teremos o coeficiente h_{CR} de convecção – radiação acoplados:

$$Q = h_{CR}(T_S - T_\infty) \quad (3.8)$$

CAPÍTULO IV

MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Nosso problema consiste em calcular a distribuição transiente de temperatura em um corpo cilíndrico submetido a um pulso laser $Q(t)$, considerando perdas de calor por convecção e radiação, onde utilizamos o método numérico das diferenças finitas.

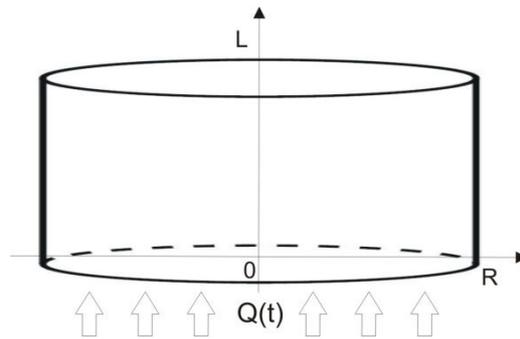


Figura 4.1 – Corpo cilíndrico submetido a um pulso laser

Os métodos analíticos de solução resolvem as equações diferenciais que regem a situação e podem fornecer uma solução em cada ponto no espaço e no tempo dentro dos limites de contorno do problema. Em contraste, os métodos numéricos fornecem a solução somente em pontos discretos distribuídos ao longo de uma malha nodal, conforme Figura 4.2, e oferecem apenas uma aproximação para a solução exata. Entretanto, ao tratar a solução em somente um número finito de pontos discretos, simplificamos o método para a solução de um sistema de equações algébricas simultâneas, em oposição à resolução da equação diferencial.

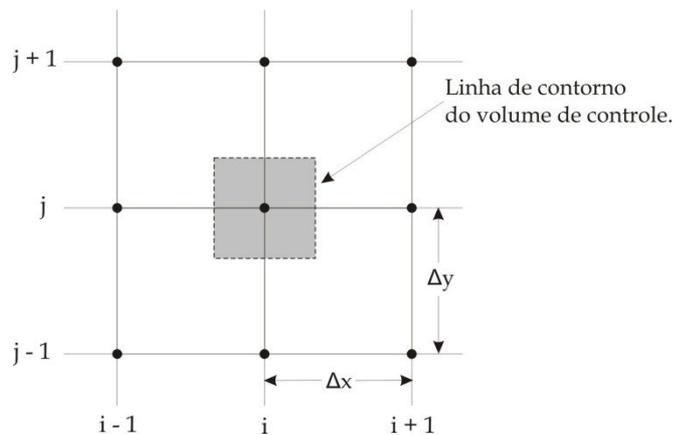


Figura 4.2 – Discretização dos pontos em uma malha nodal bidimensional

Os métodos numéricos usados para resolver equações diferenciais são baseados na substituição das equações diferenciais por equações algébricas. Neste modelo, utilizamos o método das diferenças finitas, substituindo as derivadas pelas diferenças.

Fazendo o balanço de energia no volume de controle diferencial em coordenadas cilíndricas, obtemos a seguinte forma geral da equação do fluxo de calor:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho CV_{i,j} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1)$$

Esta expressão estabelece que em qualquer ponto do meio, a taxa de energia líquida transferida por condução para o interior de um volume $V_{i,j}$ deve ser igual à taxa de variação da energia térmica armazenada no interior desse volume.

Devido às condições de simetria na propagação do calor através do cilindro, o estudo será feito na secção transversal da amostra que vai do eixo central ($r = 0$) até uma de suas extremidades ($r = R$), pois não haverá condução na direção angular Φ , logo temos que $\partial T / \partial \Phi = 0$, reduzindo a equação (4.1) para:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho CV_{i,j} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.2)$$

Onde $T = T(r,z,t)$.

$\left\{ \begin{array}{l} k: \text{condutividade térmica do material;} \\ \rho: \text{massa específica do material;} \\ C: \text{calor específico do material;} \end{array} \right.$

E o volume de controle diferencial no interior do cilindro formará anéis, conforme Figura 4.3, cujo volume $V_{i,j}$ é dado por:

$$V_{i,j} = [\pi(r_i + \Delta r)^2 - \pi(r_i - \Delta r)^2] \Delta z \quad (4.3)$$

Donde, teremos:

$$V_{i,j} = 4\pi r_i \Delta r \Delta z \quad (4.4)$$

Onde o raio r_i do anel é dado por:

$$r_i = (i - 1) \Delta r \quad (4.5)$$

De modo que o cilindro ficará mapeado em coordenadas $(r,z) \rightarrow (i,j)$ tal que :

$$\begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, M \\ j = 1, 2, 3, \dots, N \end{cases}$$

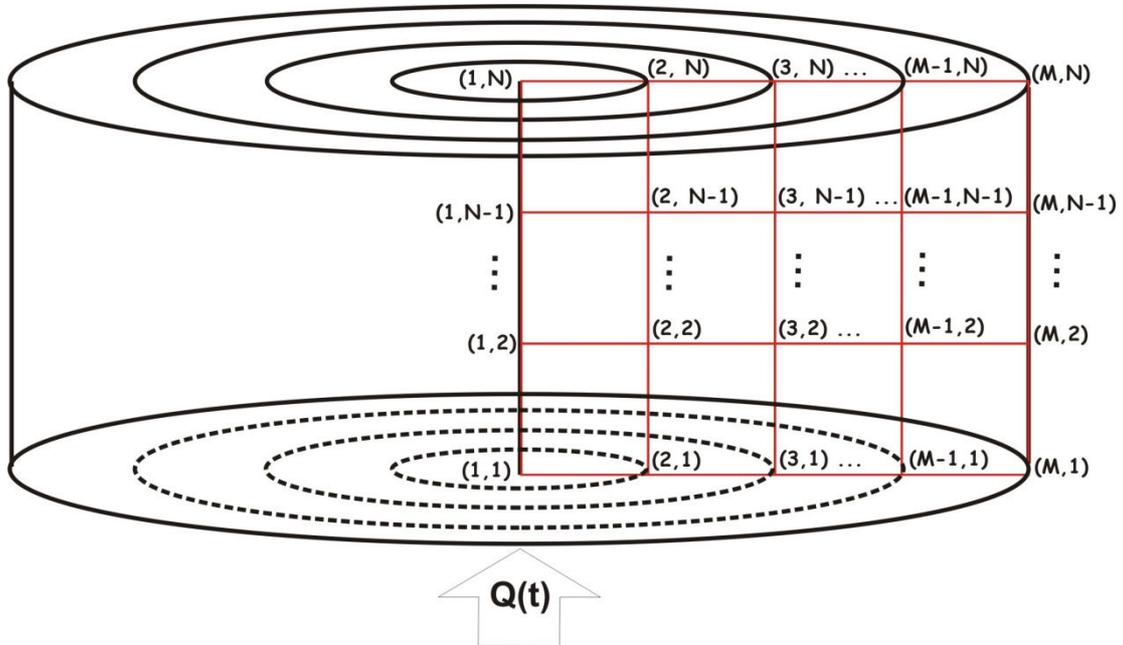


Figura 4.3 – Rede nodal do cilindro

Para pontos no interior do anel cilíndrico:

$$\{1 < i < M\} \text{ e } \{1 < j < N\}$$

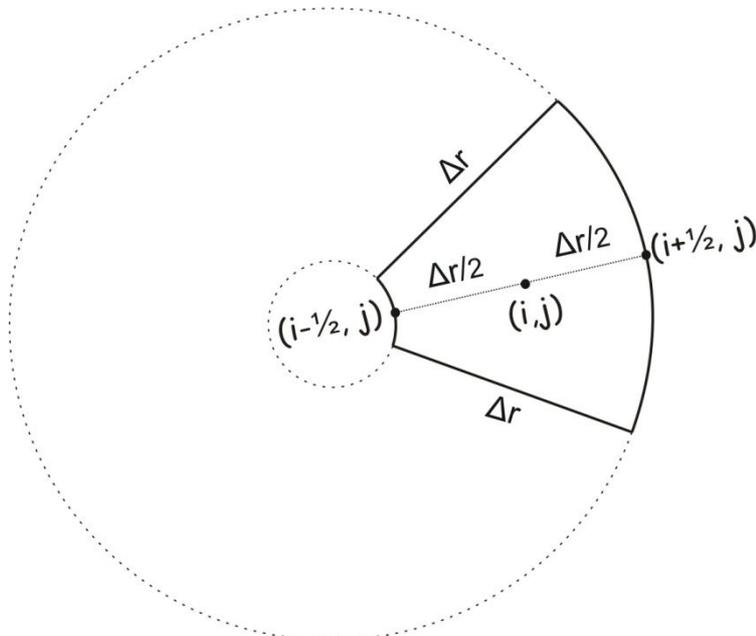


Figura 4.4 – Pontos nodais na direção radial do anel cilíndrico

Aplicaremos as diferenças finitas centradas no ponto nodal (i, j) , obtendo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{i,j} \cong \frac{T_{i+1/2,j}^t - T_{i-1/2,j}^t}{\Delta r_i} \quad (4.6)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{i,j} \cong \frac{4(T_{i+1/2,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i-1/2,j}^t)}{\Delta r_i^2} \quad (4.7)$$

Aplicando-se na Equação da Difusão do Calor, conforme Coquard e Panel (2008), teremos:

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} \cong \left[\frac{4k(T_{i+1/2,j}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i-1/2,j}^{t+1})}{\Delta r_i^2} + \frac{k}{r_i} \left(\frac{T_{i+1/2,j}^{t+1} - T_{i-1/2,j}^{t+1}}{\Delta r_i} \right) + \frac{k(T_{i,j+1}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i,j-1}^{t+1})}{\Delta z_j^2} \right] \quad (4.8)$$

Onde o volume de controle numérico dos pontos internos $V_{i,j}$ é dado por:

$$V_{i,j} = 4\pi(i-1)\Delta r^2 \Delta z \quad (4.9)$$

Para resolver este problema de transferência de calor bidimensional transiente, foi escolhido o método iterativo implícito, dado que o método explícito requer um tempo computacional mais longo para garantir a estabilidade e exatidão da solução.

No método implícito, as temperaturas no instante “t+1” são determinadas simultaneamente, e a derivada da temperatura em relação ao tempo é expressa em termos da diferença entre as temperaturas associadas aos instantes de tempo novo (t+1) e anterior (t), para um ponto nodal (i, j) do cilindro, conforme equação acima.

4.1 – CONDIÇÕES DE CONTORNO

O pulso laser $Q(t)$ será gerado pelo equipamento NETZSCH LFA - 457 Micro Flash que será usado na obtenção das medidas de temperaturas experimentais.

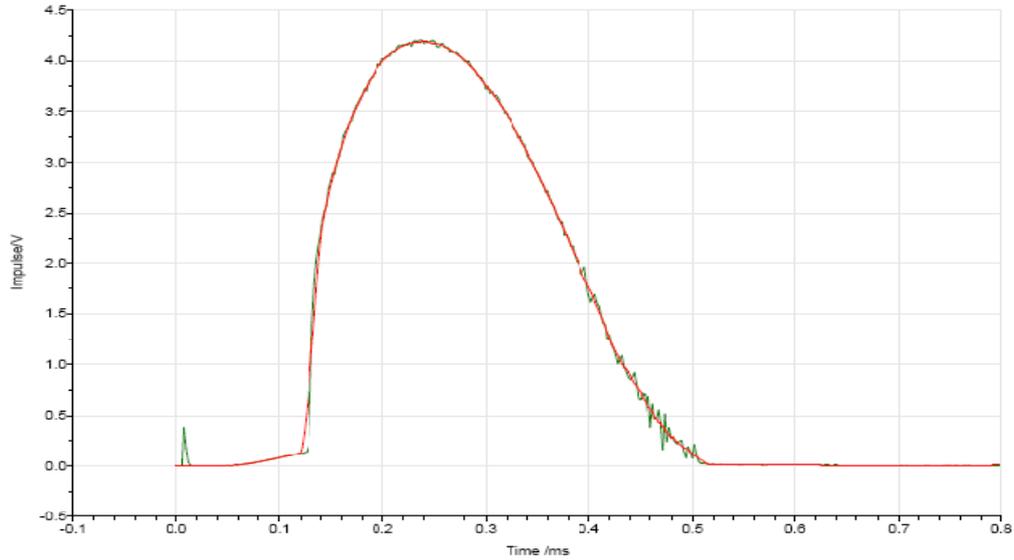


Figura 4.5 - Forma do pulso laser do LFA-457 MicroFlash.
Fonte: Manual da NETZSCH

A equação do pulso laser $Q(t) = \phi(t)$ que será utilizado no modelo matemático é dada por (NETZSCH, 2008):

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & , \text{ para } \textit{delay} < t < 0 \\ \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) \right] \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) & , \text{ para } 0 < t \leq t_{\textit{end}} \\ \left[1 - \exp\left(\frac{-t_{\textit{end}}}{\tau_1}\right) \right] \exp\left(\frac{-t_{\textit{end}}}{\tau_2}\right) \exp\left(\frac{-(t-t_{\textit{end}})}{\tau_3}\right) & , \text{ para } t_{\textit{end}} < t \leq t_{\textit{final}} \end{cases} \quad (4.10)$$

onde τ_1 , τ_2 e τ_3 são as constantes de tempo automaticamente determinado para ajustar o pulso, *delay* é o espaço de tempo entre o começo da medida e o começo do pulso de energia. O aumento do impulso de laser é determinado pela constante τ_1 , o decaimento pela constante τ_2 . O parâmetro *tend* determina o ponto no tempo do decaimento rápido, que acontece com a constante de tempo τ_3 .

4.1.1 - Em $z=0$; $0 < r < R$

$$\begin{cases} j = 1 \\ 1 < i < M \end{cases}$$

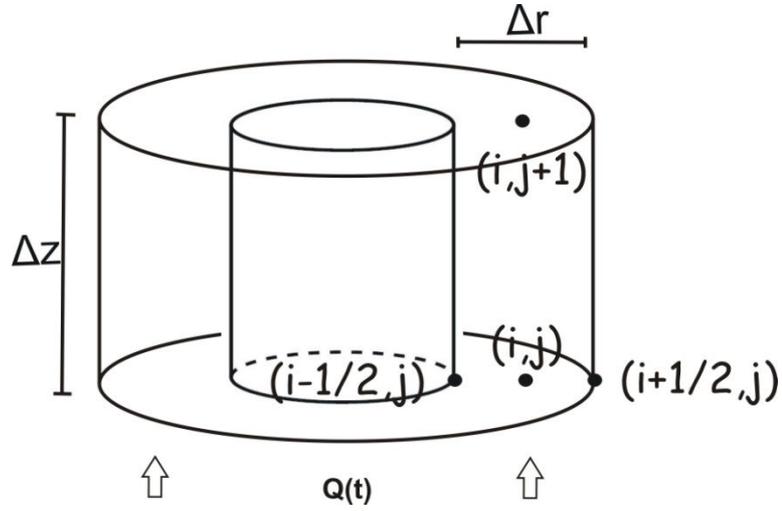


Figura 4.6 – Pontos nodais interiores em $z = 0$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} & \dot{Q}(t)A_{i,j} + hA_{i,j}(T_{\infty} - T_{i,j}^n) + kA_{i,j} \frac{(T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j}^n)}{\Delta z_j} + \\ & + 2\pi r_{i-1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i-1/2,j}^{n+1} - T_{i,j}^n)}{\Delta r_i / 2} + 2\pi r_{i+1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i+1/2,j}^{n+1} - T_{i,j}^n)}{\Delta r_i / 2} \end{aligned} \right] \quad (4.11)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z será:

$$A_{i,j} = 4\pi(i-1)\Delta r^2 \quad (4.12)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ será:

$$V_{i,j} = 4\pi(i-1)\Delta r^2 \Delta z \quad (4.13)$$

Onde T_{∞} é a temperatura ambiente, k é a condutividade térmica do material, e h é o coeficiente de Convecção – Radiação combinado.

4.1.2 - Em $z=0$; $r = R$

$$\begin{cases} i = M \\ j = 1 \end{cases}$$

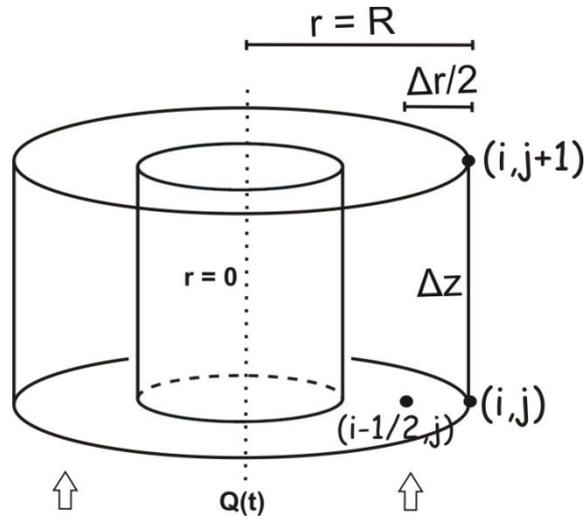


Figura 4.7 – Pontos nodais em $z = 0$ e $r = R$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} & \dot{Q}(t)A_{i,j} + hA_{i,j}(T_{\infty} - T_{i,j}^{t+1}) + 2\pi R\Delta z_j h(T_{\infty} - T_{i,j}^{t+1}) + \\ & + kA_{i,j} \frac{(T_{i,j+1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi r_{i-1/2}\Delta z_j k \frac{(T_{i-1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r_i / 2} \end{aligned} \right] \quad (4.14)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z, na borda do cilindro, será:

$$A_{i,j} = \pi R^2 - \pi(R - \Delta r)^2 \quad (4.15)$$

Donde, aplicando $R = (M-1)\Delta r$, teremos:

$$A_{i,j} = \pi(2M - 3)\Delta r^2 \quad (4.16)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ será:

$$V_{i,j} = \pi(2M - 3)\Delta r^2 \Delta z \quad (4.17)$$

4.1.3 - Em $z=0$; $r \approx 0$

$$\begin{cases} i = 1 \\ j = 1 \end{cases}$$

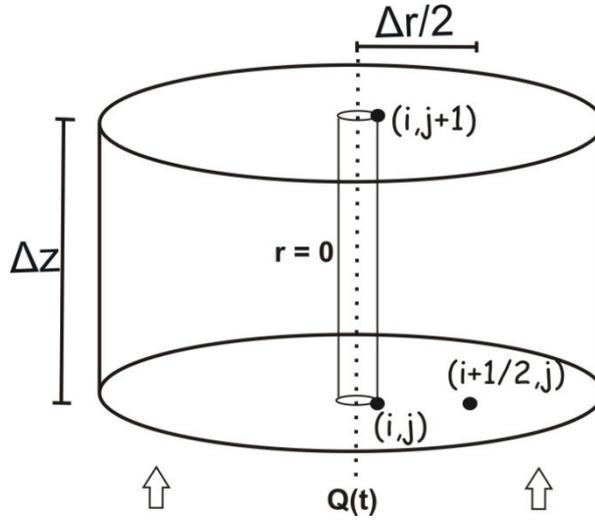


Figura 4.8 – Pontos nodais em $z = 0$ e $r \approx 0$

$$\rho C V_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} & \dot{Q}(t) A_{i,j} + h A_{i,j} (T_{\infty} - T_{i,j}^{t+1}) + \\ & + k A_{i,j} \frac{(T_{i,j+1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z} + 2\pi r_{i+1/2} \Delta z k \frac{(T_{i+1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r/2} \end{aligned} \right] \quad (4.18)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z , no primeiro anel do cilindro, será:

$$A_{i,j} \cong \pi \Delta r^2 \quad (4.19)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ será:

$$V_{i,j} \cong \pi \Delta r^2 \Delta z \quad (4.20)$$

OBS: Esta área $A_{i,j}$ e o volume de controle numérico $V_{i,j}$ se repetirão para os pontos do cilindro que se encontram ao longo no eixo z central.

4.1.4 - Em $r \approx 0$; $0 < z < L$

$$\begin{cases} i = 1 \\ 1 < j < N \end{cases}$$

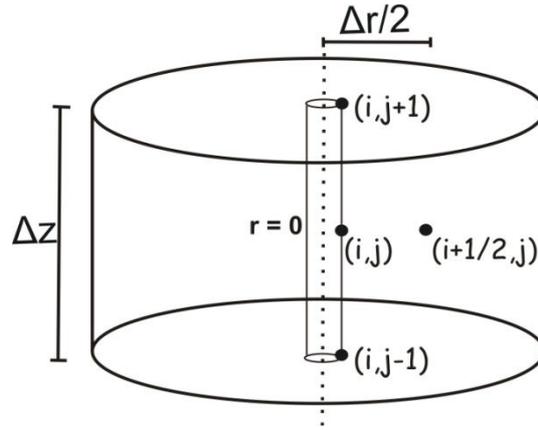


Figura 4.9 – Pontos nodais em $0 < z < L$ e $r \approx 0$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[kA_{i,j} \frac{(T_{i,j-1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + kA_{i,j} \frac{(T_{i,j+1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi r_{i+1/2} \Delta z k \frac{(T_{i+1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r/2} \right]$$

(4.21)

4.1.5 - Em $r \approx 0$; $z = L$

$$\begin{cases} i = 1 \\ j = N \end{cases}$$

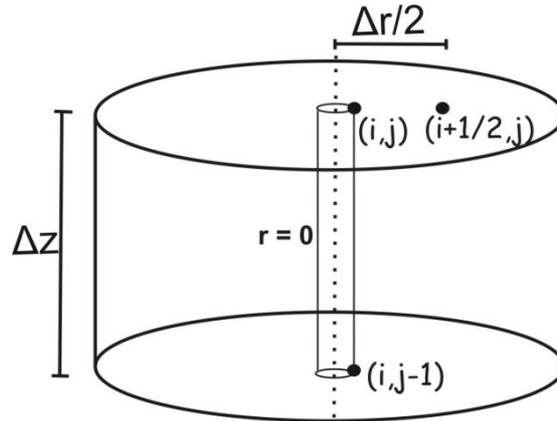


Figura 4.10 – Pontos nodais em $z = L$ e $r \approx 0$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[hA_{i,j} (T_\infty - T_{i,j}^{t+1}) + kA_{i,j} \frac{(T_{i,j-1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi r_{i+1/2} \Delta z k \frac{(T_{i+1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r/2} \right]$$

(4.22)

4.1.6 - Em $z = L$; $0 < r < R$

$$\begin{cases} 1 < i < M \\ j = N \end{cases}$$

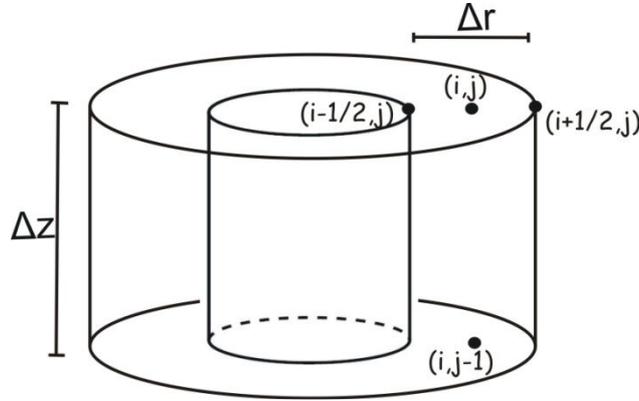


Figura 4.11 – Pontos nodais em $z = L$ e $0 < r < R$

$$\rho C V_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} & k A_{i,j} \frac{(T_{i,j-1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi r_{i-1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i-1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r_i / 2} + \\ & + 2\pi r_{i+1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i+1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r_i / 2} + h A_{i,j} (T_\infty - T_{i,j}^{t+1}) \end{aligned} \right] \quad (4.23)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z será:

$$A_{i,j} = 4\pi(i-1)\Delta r^2 \quad (4.24)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ será:

$$V_{i,j} = 4\pi(i-1)\Delta r^2 \Delta z \quad (4.25)$$

OBS: Em todos os pontos na superfície do cilindro serão considerados trocas de calor por convecção e radiação, representados pelo coeficiente h de Convecção – Radiação combinados.

4.1.7 - Em $r = R$; $z = L$

$$\begin{cases} i = M \\ j = N \end{cases}$$

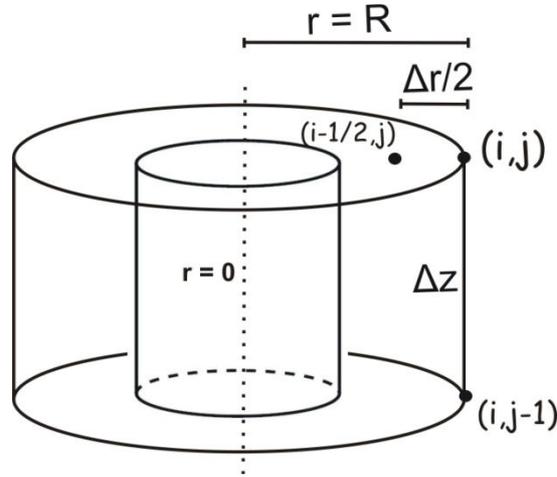


Figura 4.12 – Pontos nodais em $z = L$ e $r = R$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} &kA_{i,j} \frac{(T_{i,j-1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi R \Delta z_j h (T_\infty - T_{i,j}^{t+1}) + \\ &+ 2\pi r_{i-1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i-1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r_i / 2} + hA_{i,j} (T_\infty - T_{i,j}^{t+1}) \end{aligned} \right] \quad (4.26)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z , na borda superior do cilindro, será:

$$A_{i,j} = \pi R^2 - \pi (R - \Delta r)^2 \quad (4.27)$$

Donde, aplicando $R = (M-1) \Delta r$, teremos:

$$A_{i,j} = \pi (2M - 3) \Delta r^2 \quad (4.28)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ será:

$$V_{i,j} = \pi (2M - 3) \Delta r^2 \Delta z \quad (4.29)$$

4.1.8 - Em $r = R$; $0 < z < L$

$$\begin{cases} i = M \\ 1 < j < N \end{cases}$$

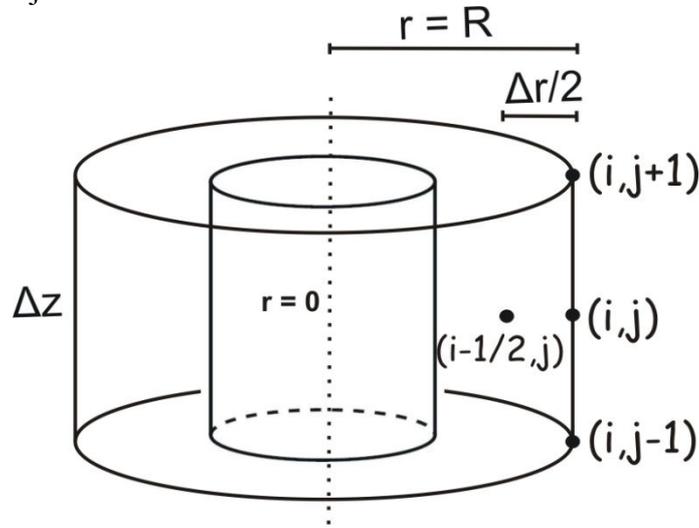


Figura 4.13 – Pontos nodais em $0 < z < L$ e $r = R$

$$\rho CV_{i,j} \frac{(T_{i,j}^{t+1} - T_{i,j}^t)}{\Delta t} = \left[\begin{aligned} &2\pi R \Delta z_j h (T_\infty - T_{i,j}^{t+1}) + k A_{i,j} \frac{(T_{i,j-1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + \\ &+ k A_{i,j} \frac{(T_{i,j+1}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta z_j} + 2\pi r_{i-1/2} \Delta z_j k \frac{(T_{i-1/2,j}^{t+1} - T_{i,j}^{t+1})}{\Delta r_i / 2} \end{aligned} \right] \quad (4.30)$$

Onde a área $A_{i,j}$ por onde flui o calor no eixo z , na borda lateral do cilindro, como mostrado anteriormente, será:

$$A_{i,j} = \pi(2M - 3)\Delta r^2 \quad (4.31)$$

E o volume de controle numérico $V_{i,j}$ também será:

$$V_{i,j} = \pi(2M - 3)\Delta r^2 \Delta z \quad (4.32)$$

A partir destas equações referentes a cada ponto do cilindro faz-se a implementação numérica computacional para encontrar a distribuição de temperatura em cada instante.

4.2 – IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA COMPUTACIONAL

O campo de distribuição de temperatura numérica é obtida através da solução da equação da difusão em coordenadas cilíndricas, conforme Equação 4.1, utilizando o Método de Diferenças Finitas com formulação implícita. A formulação implícita foi utilizada com o intuito de evitar o critério de estabilidade, permitindo a utilização de qualquer intervalo de tempo, com base nos experimentos, sem que ocorram erros no cálculo da temperatura. O sistema de equações algébricas presente nos problemas de condução de calor pode ser representado na forma matricial rearranjando as equações e agrupando os coeficientes de cada temperatura nas vizinhanças do ponto (i, j) , tal que:

$$A_{i,j} T_{i,j} + A_{i-1,j} T_{i-1,j} + A_{i+1,j} T_{i+1,j} + A_{i,j-1} T_{i,j-1} + A_{i,j+1} T_{i,j+1} = B_{i,j} \quad (4.33)$$

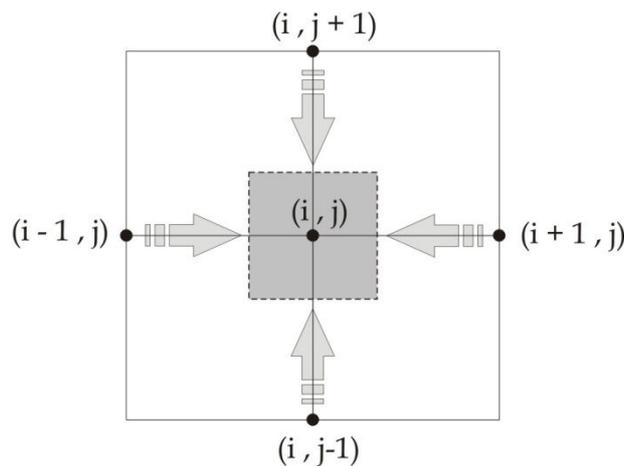


Figura 4.14 – Condução na malha nodal bidimensional

Formando assim, a equação matricial:

$$[\mathbf{A}] [\mathbf{T}] = [\mathbf{B}] \quad (4.34)$$

Onde os coeficientes da matriz $[\mathbf{A}]$ são conhecidos, e $[\mathbf{B}]$ é o vetor dos valores conhecidos cujos elementos envolvem contribuições devidas às condições de contorno do problema e os valores de temperatura encontrados no instante anterior.

Os valores conhecidos de $[\mathbf{A}]$ formam uma matriz bandada representada abaixo com um ‘X’ nos valores conhecidos, e os valores nulos permanecem vazios.

Nós	Temperatura	T _{1,1}	T _{1,2}	T _{1,3} ...	T _{1,M-1}	T _{1,M}	T _{2,1}	T _{2,2}	T _{2,3} ...	T _{2,M-1}	T _{2,M}T _{N-1,1}	T _{N-1,2}	T _{N-1,3} ...	T _{N-1,M-1}	T _{N-1,M}	T _{N,1}	T _{N,2}	T _{N,3} ...	T _{N,M-1}	T _{N,M}
1,1		×	×				×														
1,2		×	×	×				×													
1,3			×	×	×				×												
⋮																					
1,M-1				×	×	×				×											
1,M					×	×					×										
2,1		×					×	×				×									
2,2			×				×	×	×				×								
2,3				×				×	×	×				×							
⋮																					
2,M-1					×				×	×	×				×						
2,M						×				×	×					×					
⋮																					
N-1,1							×					×	×				×				
N-1,2								×				×	×	×				×			
N-1,3									×			×	×	×	×				×		
⋮																					
N-1,M-1										×				×	×	×					×
3,M											×				×	×					×
N,1												×					×	×			
N,2													×				×	×	×		
N,3														×			×	×	×		
⋮																					
N,M-1															×				×	×	×
N,M																×				×	×

Figura 4.15 – Matriz [A] bandada dos coeficientes conhecidos.

E por meio da inversão da matriz [A], a solução para o novo vetor de temperaturas será:

$$[\mathbf{T}] = [\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{B}] \quad (4.35)$$

Aplicando o método iterativo na sua forma implícita, a temperatura no novo intervalo de tempo, $T_{i,j}^{t+1}$, é fornecida em termos da temperatura naquele nó no intervalo de tempo anterior, $T_{i,j}^t$, que é conhecido, e as temperaturas nos nós ao redor do nó (i, j) no novo intervalo de tempo, que não são conhecidas. Uma estimativa da distribuição completa de temperaturas $T_{i,j}^{t+1}$ pode ser obtida com a utilização da distribuição de temperaturas calculada mais recentemente para todas as temperaturas, exceto para $T_{i,j}^t$, que é conhecida. Se essa estimativa for determinada para a temperatura em todos os nós, completamos uma iteração.

4.3 FLUXOGRAMA COMPUTACIONAL

Para resolver esta equação matricial que se atualiza a cada passo de tempo, desenvolvemos um programa computacional no ambiente do software Fortran, que já possui a rotina pra calcular o vetor [T] a partir dos valores de [A], e de [B] atualizados. Este procedimento é repetido até que o tempo estabelecido seja cumprido, e finalmente

mostra os valores de temperatura gravados em cada instante. O fluxograma para este procedimento é descrito abaixo:

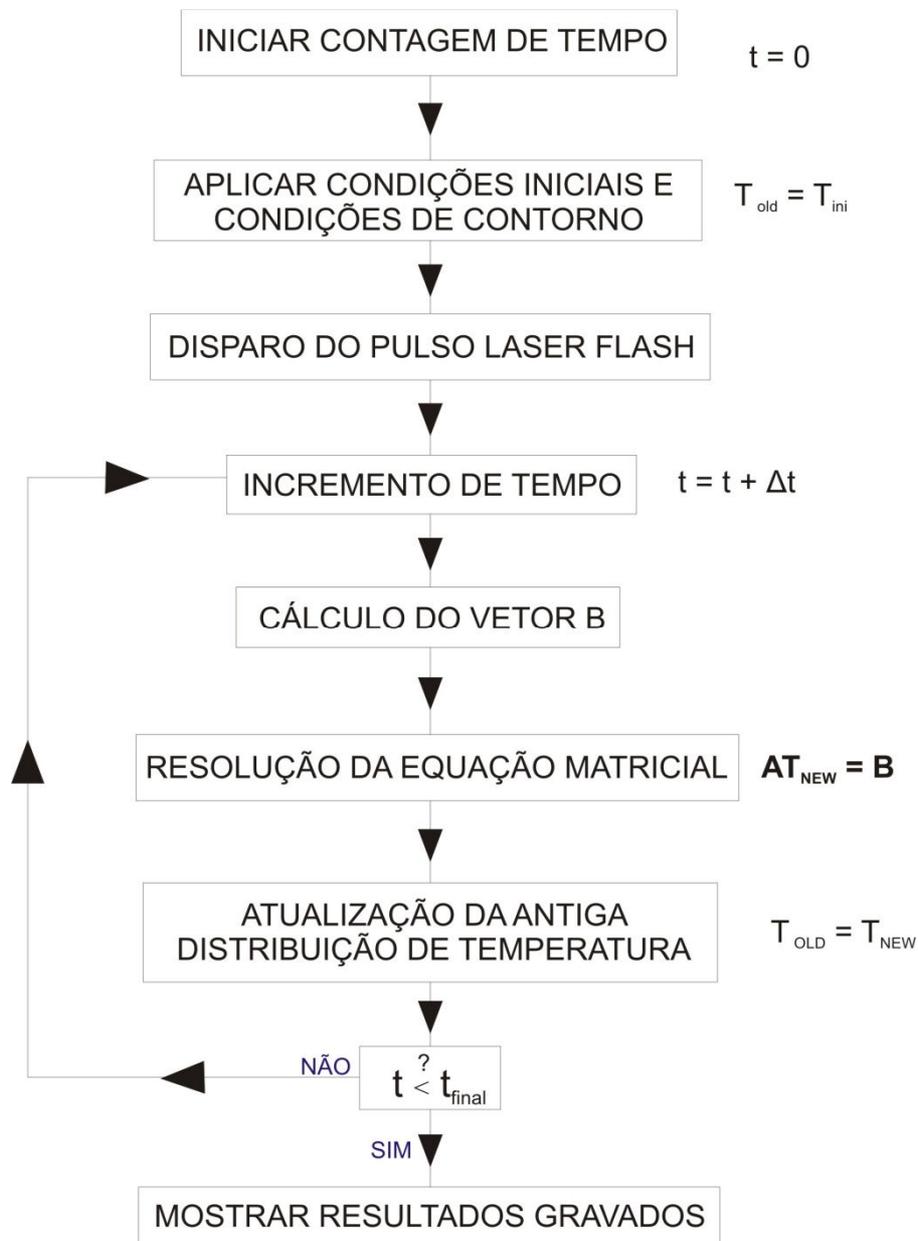


Figura 4.16 – Algoritmo utilizado para calcular a distribuição de temperatura

Conhecidos os dados de entrada, como tamanho e número de pontos da malha, dimensões da amostra, condutividade térmica, calor específico, difusividade térmica, massa específica, incremento de tempo, fluxo de calor prescrito, temperatura inicial, temperatura ambiente e tempo do experimento, resolve-se o sistema linear constituído pelo conjunto de equações para cada ponto da malha.

4.4 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

O refinamento da solução numérica aumenta com o número de pontos nodais mapeados ao longo da malha nodal do problema, e os valores de temperatura em cada instante convergem para um determinado valor ao longo das casas decimais.

A Tabela 4.1 mostra o caso simulado para analisar a convergência no eixo z para uma amostra de Ferro Puro, mostrando as distribuições de temperatura da amostra na superfície oposta ao pulso de calor, para diferentes tempos e para crescentes ordens de truncamento (N = 20, 40, 60, 80, 100, 120).

Tabela 4.1: Análise de convergência da temperatura na superfície posterior do Ferro Puro (Fe) para: $\alpha_{Fe} = 17,420 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho_{Fe} = 7870 \text{ kg/m}^3$, $C_{pFe} = 500 \text{ J/kg.K}$.

Tempo [ms]	Número de Nodos					
	N = 20	N = 40	N = 60	N = 80	N = 100	N = 120
0,702	148,76996	148,76996	148,76995	148,76995	148,76995	148,76995
2,808	148,76991	148,76990	148,76990	148,76990	148,76990	148,76990
5,148	148,76987	148,76987	148,76987	148,76987	148,76987	148,76987
7,488	148,76985	148,76984	148,76984	148,76984	148,76984	148,76984
10,296	148,76987	148,76986	148,76985	148,76985	148,76985	148,76985
12,636	148,76997	148,76995	148,76995	148,76995	148,76994	148,76994
...
30,186	148,77493	148,77492	148,77492	148,77491	148,77491	148,77491
32,292	148,77582	148,77582	148,77581	148,77581	148,77581	148,77581
32,526	148,77592	148,77592	148,77592	148,77592	148,77592	148,77592
32,760	148,77602	148,77602	148,77602	148,77602	148,77602	148,77602

O refinamento da solução numérica aumenta com o número de pontos nodais mapeados ao longo da malha nodal do problema, e os valores de temperatura em cada instante convergem para um determinado valor ao longo das casas decimais.

A convergência das expansões mostrou-se bastante rápida mesmo para valores de tempo bem pequenos. Observando as tabelas podemos verificar que obtivemos a temperatura com os 5 dígitos de precisão totalmente convergido para N = 20.

Mas objetivando uma maior exatidão nos resultados utilizaremos N=100, pois para este valor de 'N' temos convergência nos valores de temperatura desde o instante inicial, diminuindo os erros da análise numérica.

O comportamento dinâmico do aquecimento da superfície oposta ao pulso de calor pode ser observado na Figura 4.17 para o Ferro Puro inicialmente a 148,77 °C.

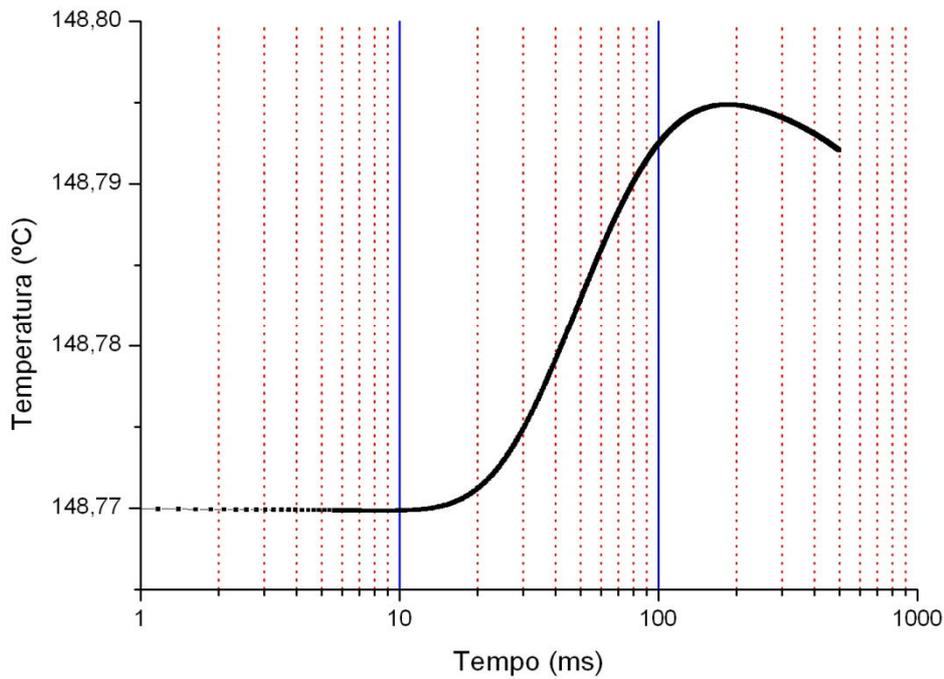


Figura 4.17 – Gráfico do aquecimento da face oposta ao pulso flash resolvido numericamente.

A curva mostra que nos instantes iniciais, a superfície oposta ao pulso de calor não apresenta aumento de temperatura, somente próximo ao instante igual a 10 ms se inicia o aquecimento, e termina o aquecimento próximo dos 200 ms.

A partir deste comportamento, comparam-se os valores de difusividade térmica disponíveis na literatura, que está associado à propagação do calor no meio, durante as variações de temperatura no intervalo de tempo.

CAPÍTULO V

MONTAGEM EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta e caracteriza a Bancada Experimental do Laboratório de Metrologia Térmica do LES que utiliza o Método Flash Laser. É com base nos dados fornecidos por esta bancada que será realizada a validação do modelo físico - matemático e a aplicabilidade experimental dessa técnica ao Método Flash Laser.

5.1 DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL

O LFA 457 é um instrumento utilizado para medir difusividade térmica, calor específico e condutividade térmica de metais, grafite, revestimentos, compósitos, cerâmicas, polímeros, líquidos e outros materiais, numa faixa de temperatura de 20 °C a 1100 °C, baseado no método Flash. A fonte de energia para gerar o aumento de temperatura na amostra é um laser de alta potência. O LFA 457 usa um detector de *InSb-IR* na faixa de comprimento de onda de 2000 nm a 5500 nm, resfriado por nitrogênio líquido, que permite uma leitura de temperatura rápida e sem contato direto com a amostra. Um forno integrado (aquecedor) mantém a temperatura da amostra estável durante a medida. O aquecedor é integrado ao suporte da amostra, que tem uma massa térmica baixa, permitindo altas taxas de aquecimento/resfriamento. As medidas de temperatura da amostra são feitas no suporte por um termopar.

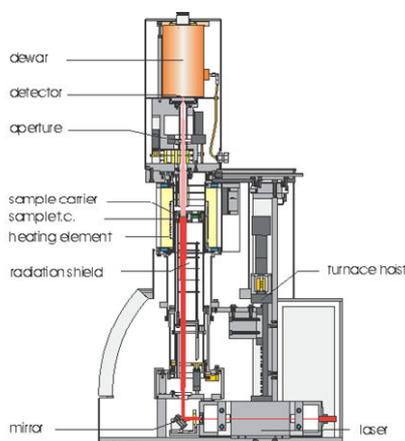


Figura 5.1 - Netzsch Microflash LFA 457

Fonte: Manual da NETZSCH

A bancada utilizada para determinar as propriedades do material está representada pela Figura 5.2 e os equipamentos utilizados são descritos a seguir.



Figura 5.2 - Netzsch Microflash LFA 457 operando no LAT

O suporte da amostra permite testes em até 3 amostras diferentes, conforme mostrado na Figura 5.3.



Figura 5.3 - Suporte das amostras

O suporte da amostra usa peças intercambiáveis para amostras cilíndricas com diâmetro de 12.5 mm (medida utilizada neste trabalho) e 25.4 mm.

O equipamento é controlado a partir do Micro Flash, onde todos os parâmetros do teste são selecionados. Primeiro, define-se qual tipo de material está localizado em cada posição do suporte de amostra, entrando com o valor da espessura, do lado (se a amostra de seção quadrada) ou do diâmetro (caso seja de seção circular), da massa específica, calor específico, coeficiente de expansão térmica e da espessura da amostra e o modelo matemático para o cálculo da difusividade.

5.2 Operando o MicroFlash LFA 457

O equipamento é controlado pelo Micro Flash. A partir deste programa, todos os parâmetros do teste são selecionados. Primeiro, define-se qual tipo de material está localizado em cada posição do suporte de amostra, entrando com o valor da espessura, do lado (se a amostra de seção quadrada) ou do diâmetro (caso seja de seção circular), da massa específica, calor específico, coeficiente de expansão térmica e da espessura da amostra e o modelo matemático para o cálculo da difusividade. Definidas as amostras, o próximo passo é definir os parâmetros do teste. A seqüência de operação do equipamento consiste de:

- Colocar nitrogênio líquido no sensor de IR
- Colocar a amostra
- Ligar o Controlador do LFA
- Ligar o Sistema de Potência do Laser
- Ligar o computador
- Ligar o circulador e começar o teste, devendo ser respeitado um tempo de 1 hora para que todo o equipamento atinja o equilíbrio.

A preparação da unidade de medida LFA-457 Micro Flash para realização do nosso experimento consiste de:

1. Entrar com a identificação dos parâmetros tais como:
 - **Identidade da amostra:** *Ferro Puro*
 - **Operador:** *Diego Vilar*
 - **Nome do Laboratório:** *LAT*
 - **Tipo de detector infravermelho:** *InSb*

2. Entrar com os diferentes parâmetros do modelo (conforme Figura 5.4):
 - **Tipo de revestimento:** *Grafite*
 - **Diâmetro:** *12,5 mm*
 - **Espessura:** *2,5 mm*
 - **Modelo:** *Cape-Lehman + pulse correction (camada única)*

3. Definir as condições iniciais do ensaio:
 - **Ganho do amplificador:** 100
 - **Duração da aquisição do sinal:** 1000 ms
 - **Voltagem do laser:** 1634 V
 - **Filtro de transmissão do Laser:** 100%
 - **Atmosfera:** Ar

4. Definir um programa de temperatura de ensaio:
 - 3 pulsos laser a 100 °C com intervalo de 1 minuto entre eles.
 - 3 pulsos laser a 150 °C com intervalo de 1 minuto entre eles.
 - 3 pulsos laser a 200 °C com intervalo de 1 minuto entre eles.

5. Definir as condições finais:
 - **Temperatura de segurança:** 250 °C
 - **Desligar o forno após o final do teste.**

6. Analisar os resultados através do Programa Proteus que possui modelos matemáticos para a análise dos dados.

7. Emissão dos relatórios, conforme ilustrado na Figura 5.5.

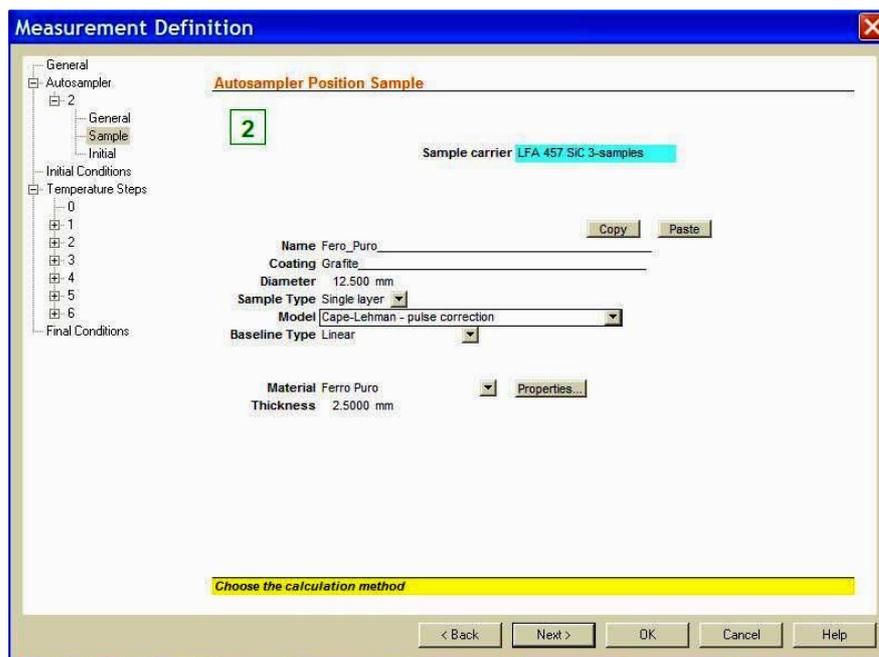


Figura 5.4 - Parâmetros do modelo

Então, o experimento do método flash foi realizado 3 vezes em cada temperatura (100 °C, 150 °C e 200 °C), totalizando 9 disparos do flash laser baseados no modelo de Cape-Lehman (1963), que é um modelo bidimensional para uma amostra cilíndrica onde a condução foi considerada axi-simétrica, e as perdas pelas superfícies foram levadas em conta como um termo de convecção - radiação linearizada.

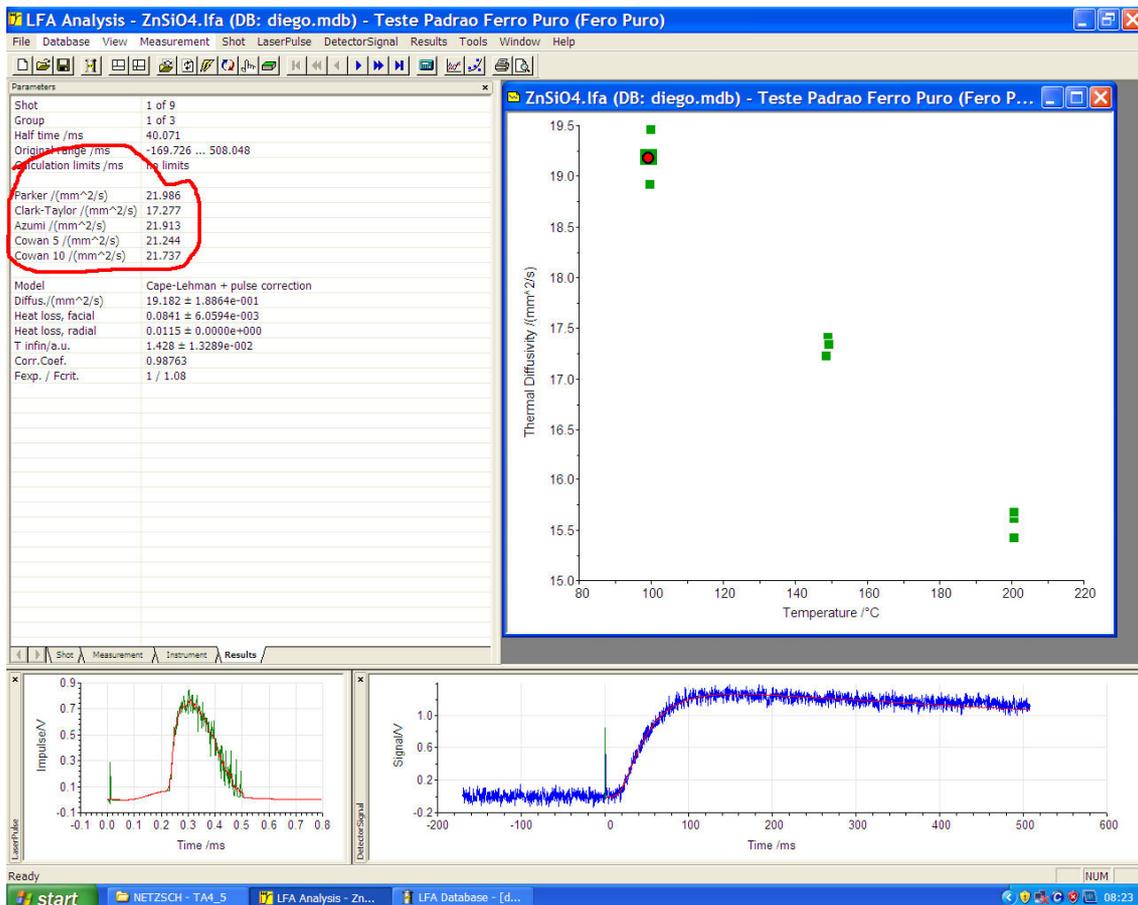


Figura 5.5 - Apresentação de Resultados

Mesmo assim, o programa fornece os valores de difusividade térmica, calor específico e condutividade térmica considerando outros modelos como Parker (1961), Cowan (1961 e 1963), Clark e Taylor (1975), etc.

O relatório do programa também nos informa os valores do pulso laser ao longo do tempo na forma de um gráfico *Impulse* (V) x Tempo(ms), assim como a leitura do sinal na face oposta na forma de gráfico *Signal* (V) x Tempo(ms) e tabelas.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados preliminares das propriedades termofísicas obtidos pelo método flash. Os experimentos foram realizados no laboratório LAT/LES/UFPB para a faixa de temperatura (100°C – 200°C) os dados obtidos foram comparados com os dados encontrados na literatura e com os resultados teóricos obtidos através da análise numérica resolvida em Fortran.

6.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A análise da condução de calor, baseado no modelo de Cape – Lehman (1963), no corpo cilíndrico de ferro puro (diâmetro 12,5mm / espessura 2,5mm), após receber o pulso flash (aproximadamente 15J), foi registrada para três temperaturas ambiente distintas, que são aproximadamente 100 °C, 150 °C e 200 °C, onde cada ensaio foi realizado três vezes para garantir uma confiabilidade maior nos dados obtidos.

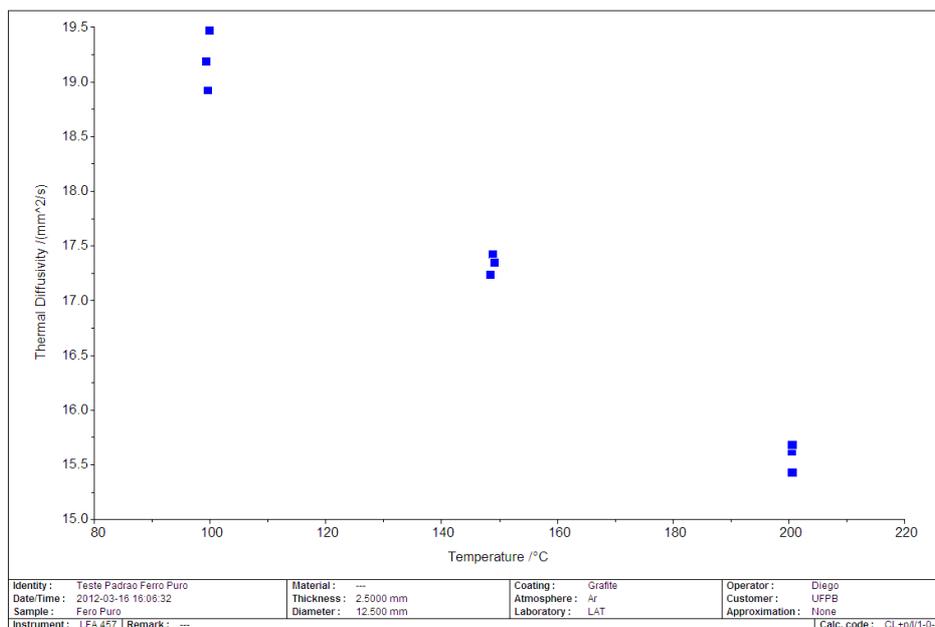


Figura 6.1 – Difusividade térmica obtida através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida.

Para cada temperatura, registra-se a média dos valores de difusividade térmica (Figura 6.2), condutividade térmica (Figura 6.3) e calor específico (Figura 6.4).

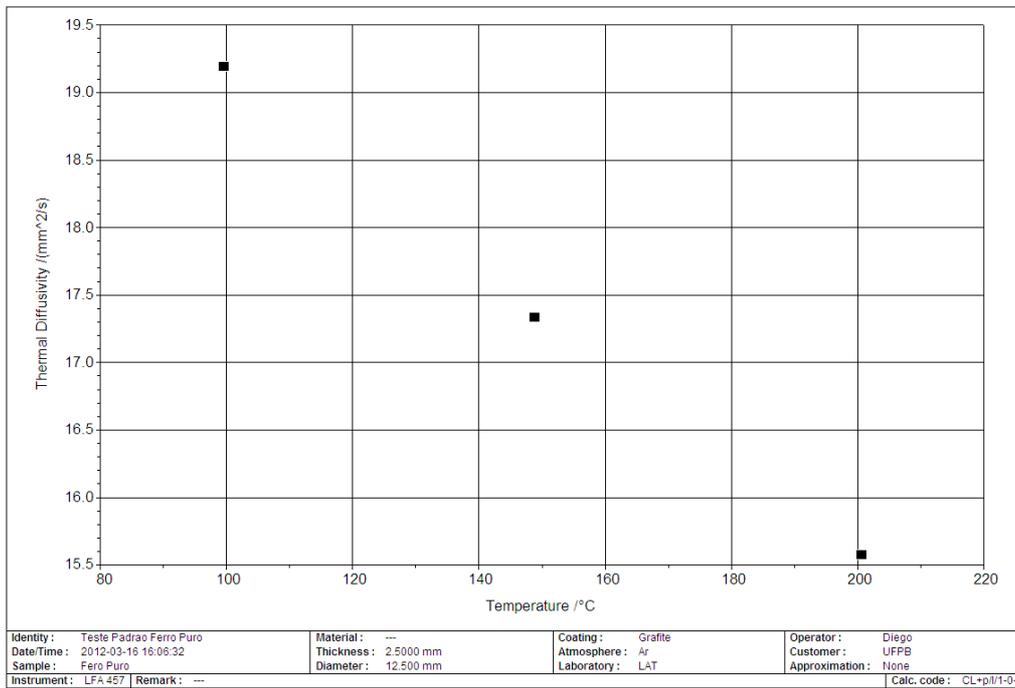


Figura 6.2 – Valores médios da difusividade térmica obtidos através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida.

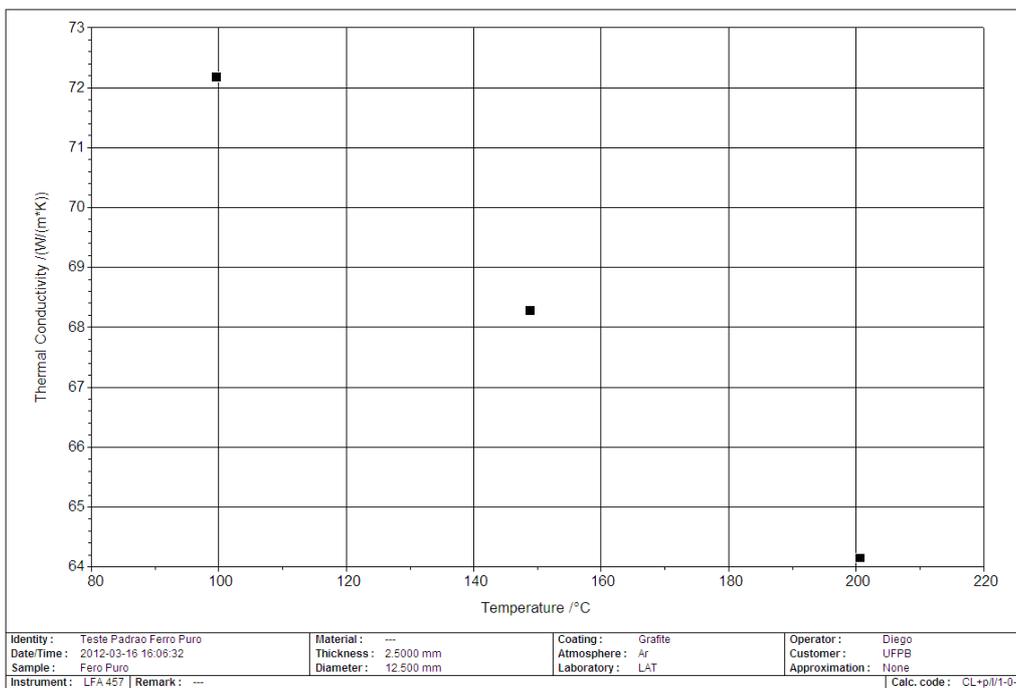


Figura 6.3 – Valores médios da Condutividade térmica obtidos através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida.

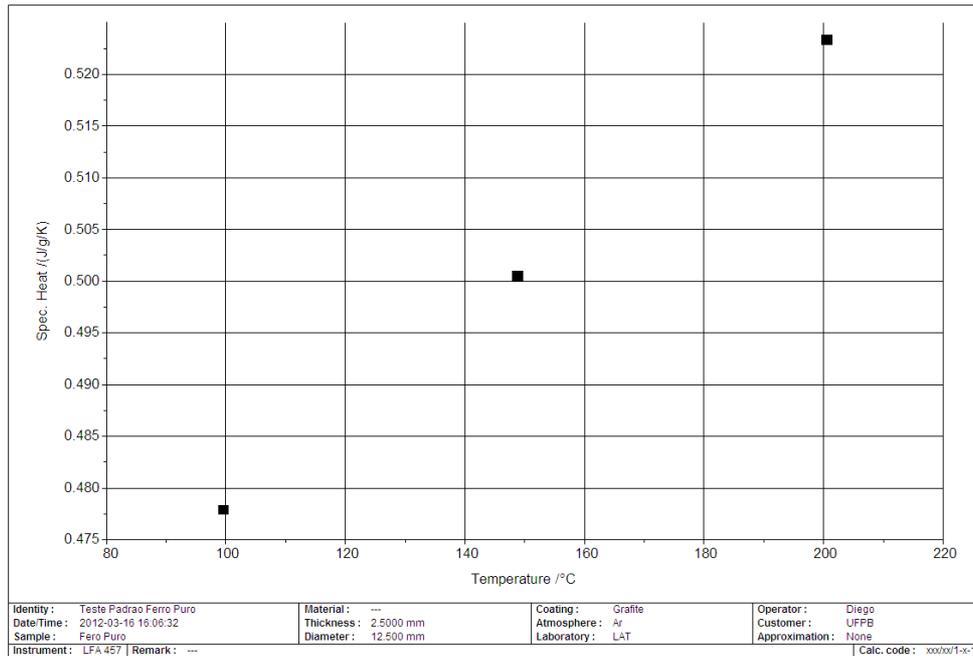


Figura 6.4 – Valores médios do Calor específico obtidos através do LFA em 3 momentos pra cada temperatura inicial/ambiente escolhida.

Na leitura do sinal na face oposta do corpo cilíndrico notamos a presença de ruídos de fundo na recepção do sinal infravermelho. A influência destes ruídos diminuem a medida que aumentamos a temperatura do experimento, como podemos observar na seqüência de gráficos abaixo.

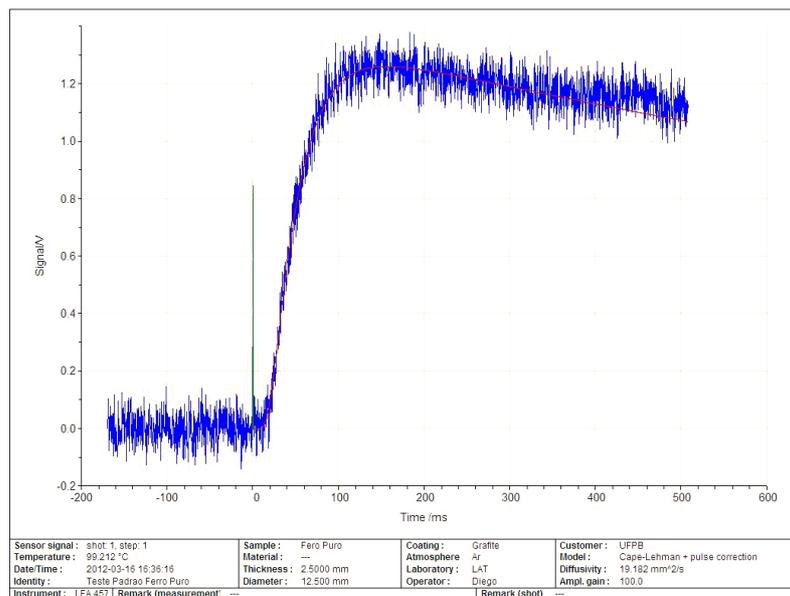


Figura 6.5 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 100 °C.

Observe que o ruído de fundo, antes de disparar o pulso laser, é da ordem de 10^{-1} V, e se mantém ao longo do sinal obtido a partir da face oposta do corpo cilíndrico.

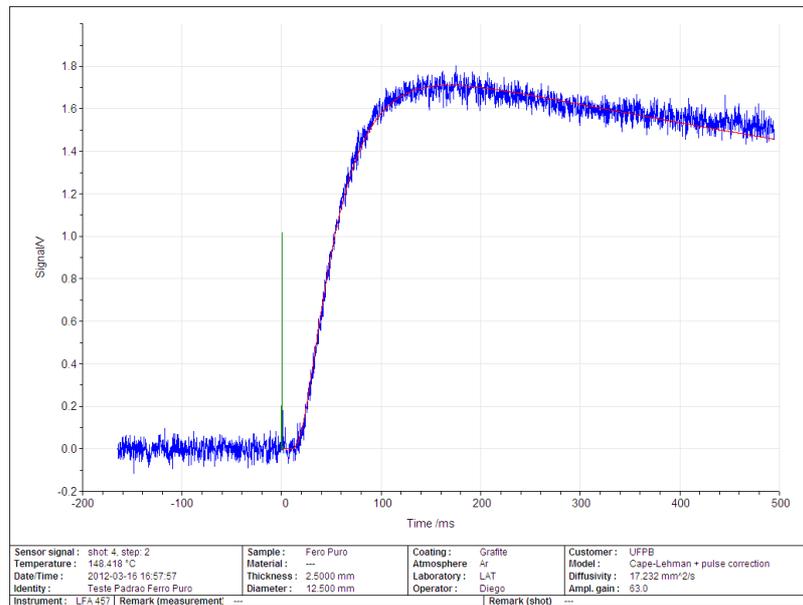


Figura 6.6 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 150 °C.

Também podemos observar a diminuição do ruído de fundo com o aumento da temperatura. Mas, na verdade, este ruído permanece na ordem de 10^{-1} V, porém se torna irrelevante perante o aumento de sinal/temperatura, como mostra a Figura 6.6.

Do mesmo modo o pico de sinal, ao disparar o pulso laser, torna-se irrelevante perante o aumento de escala do gráfico, decorrente do aumento do sinal/temperatura.

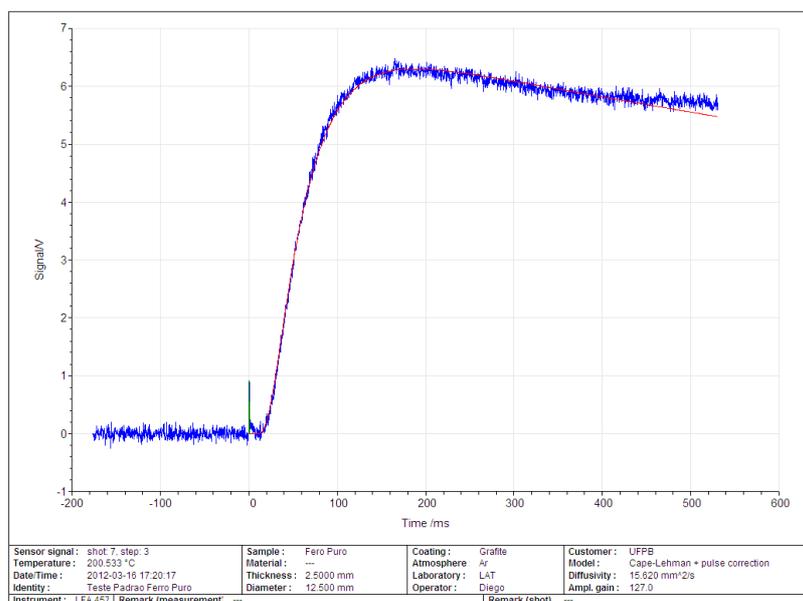


Figura 6.7 – Sinal registrado na face oposta do corpo cilíndrico para 200 °C.

6.2 ANÁLISE DE ERROS

Nos problemas inversos a variável dependente (temperatura, sinal) pode ser medida em tempos discretos ou posições, mas alguns parâmetros básicos (tais como condutividade térmica, difusividade térmica) ou funções (condições de contorno) podem ser desconhecidas. Nesta seção apresentamos uma análise inicial das principais fontes de erros que podem estar presentes nos resultados estimados de temperatura.

Na obtenção das temperaturas experimentais, devem ser minimizadas as fontes geradoras de erros, pois esta temperatura representa o efeito que a grandeza a ser estimada causa ao meio e, portanto, os erros que estão aí embutidos afetarão também os resultados estimados. Portanto, nos problemas inversos em condução de calor, a temperatura experimental é considerada como a maior fonte geradora de erros ou incertezas aos resultados estimados. Se esta temperatura é medida usando-se sensores infravermelho, os erros podem estar relacionados ao sistema de aquisição de dados, ao sistema de conversão da radiação em sinais elétricos, e eventualmente calibrações.

Para evitarmos erros grosseiros é importante o conhecimento das diversas fontes de ruído envolvidas. O ruído gerado internamente no dispositivo é um parâmetro importante que deve ser considerado e avaliado com muito cuidado. A radiação de fundo é proveniente de todos os corpos à temperatura ambiente, inclusive de partes da própria montagem do detector. Estes detectores fazem a conversão direta dos fótons incidentes em um sinal elétrico, via transições eletrônicas em materiais semicondutores. Nesses materiais, o movimento aleatório dos portadores de corrente é responsável pelo ruído térmico (Johnson), mesmo na ausência de polarização ou radiação incidente.

Então, o sistema de aquisição de dados também pode introduzir erros às temperaturas medidas, tendo em vista que o sinal elétrico sofre amplificação, conversão e processamento numérico. Logo, as oscilações da rede elétrica também podem causar ruídos no sinal detectado pelos sensores infravermelho.

Finalmente, os ruídos de fundo no gráfico do sinal detectado pode ser causado pela soma destas fontes de erros, que diminuem a medida que aumentamos a temperatura do experimento, pois o valor do sinal detectado aumenta com a temperatura, fazendo com que as pequenas oscilações causadas por estas fontes de erros se tornem desprezíveis para valores crescentes de temperatura.

6.3 ENTRADA DE DADOS A PARTIR DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para realizar a simulação computacional, adotamos os mesmos valores utilizados no experimento Flash descrito anteriormente, pois os resultados obtidos estão de acordo com os valores disponíveis na literatura, como mostra a Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Diferença entre valores da literatura (ÇENGEL, 2009) e experimental.

	Experimento	Literatura	Diferença Relativa
Difusividade a 100 °C	19,189 mm ² /s	19,788 mm ² /s	3,02 %
Difusividade a 150 °C	17,420 mm ² /s	17,342 mm ² /s	0,44 %
Difusividade a 200 °C	15,427 mm ² /s	15,864 mm ² /s	2,75 %

Então, na simulação computacional também utilizaremos um corpo cilíndrico de Ferro Puro cujo diâmetro vale 12,5 mm e espessura vale 2,5 mm, que será exposto a um pulso laser em três condições iniciais e de contorno distintas, dispostas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Dados de entrada no programa obtidos no experimento Flash

	ENSAIO I	ENSAIO II	ENSAIO III
Temperatura inicial (°C)	99,533	148,773	200,556
Temperatura ambiente (°C)	99,5	148,7	200,5
Calor Específico (J/kg.K)	478	500	523
Difusividade Térm. (mm ² /s)	19,189	17,420	15,427
Massa Específica (kg/m ³)	7870	7870	7870
Coefficiente h _{CR} (W/m ² .K)	100	100	100

A escolha do coeficiente de Convecção-Radiação combinados ($h = 100 \text{ W/m}^2.\text{K}$) baseia-se no gráfico *Temperatura x Tempo* abaixo, onde variamos o valor de h desde o modelo teórico adiabático ($h=0$) até $h = 300 \text{ W/m}^2.\text{K}$, onde percebemos que quanto maior o valor do coeficiente, mais rápidas acontecem as perdas de calor.

Analisando as curvas apresentadas no gráfico da Figura 6.8, constata-se que a curva normalizada de temperatura para $h = 100 \text{ W/m}^2.\text{K}$ é a que mais se aproxima da forma do sinal registrado no experimento Flash, na mesma escala de tempo utilizada nas Figuras 6.5, 6.6 e 6.7.

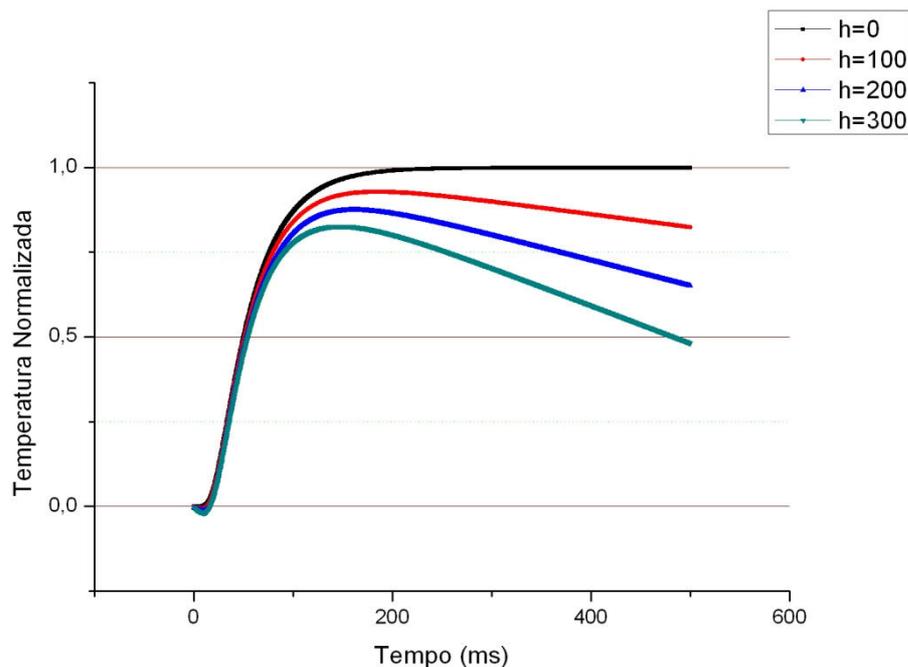


Figura 6.8 – Simulações apresentando curvas das respostas na face oposta da amostra, considerando valores crescentes de perdas de calor.

6.4 ANÁLISE GRÁFICA TEORIA-EXPERIMENTO

A leitura do sinal na face oposta da amostra é feita em termos de voltagem, sendo necessário normalizá-lo para efeito de comparação com os valores de temperatura emitidos pelo software Fortran.

A maneira usual de normalização é da seguinte forma:

$$N(t) = \frac{f(t) - f_0(t)}{f_{MAX}(t) - f_0(t)} \quad (6.1)$$

Onde:

- $N(t)$ é o valor normalizado;
- $f(t)$ é o valor atual do sinal / temperatura;
- $f_0(t)$ é o valor mínimo de sinal / temperatura;
- $f_{MAX}(t)$ é o valor máximo de sinal / temperatura

Então, normalizando os resultados obtidos no experimento flash e no cálculo numérico executado via Fortran, obtemos o seguinte gráfico comparativo:

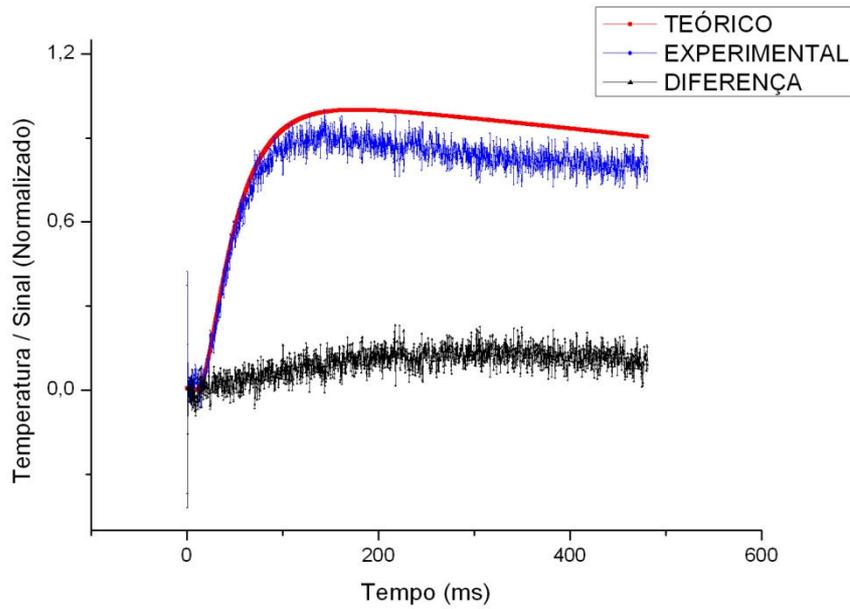


Figura 6.9 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio I ($T \approx 100 \text{ }^\circ\text{C}$)

Observa-se, inicialmente que a curva experimental está um pouco abaixo da curva teórica, ocasionando uma diferença considerável, indicada no gráfico.

Podemos diminuir esta discrepância fazendo uma normalização do sinal experimental a partir de um valor máximo médio, pois do contrário incorreremos na diferença mostrada na Figura 6.7, a qual está normalizada a partir do valor máximo do sinal obtido, que oscila causando ruídos consideráveis, como mostra a Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Sinal (V) obtido no pico de temperatura onde $V_{MAX} = 1,663$.

Tempo (ms)	172,91	173,12	173,34	173,55	173,76	173,98	174,19	174,41	174,62	174,83	175,05	175,26
Sinal (V)	1,654	1,574	1,509	1,453	1,559	1,572	1,586	1,531	1,654	1,663	1,542	1,578

Então, substituindo na equação 6.1 o valor máximo do sinal $f_{MAX}(t)$, pelo valor médio máximo do sinal, que chamaremos de $f_{MED}(t)$, a nova equação de normalização ficará da seguinte forma:

$$N(t) = \frac{f(t) - f_0(t)}{f_{MED}(t) - f_0(t)} \quad (6.2)$$

Onde:

- $N(t)$ é o valor normalizado;
- $f(t)$ é o valor atual do sinal;
- $f_0(t)$ é o valor mínimo de sinal;
- $f_{MED}(t)$ é o valor médio máximo de sinal

Portanto, durante o pico do sinal temos os valores tabelados acima.

Logo, ao invés de trabalharmos com o valor máximo (1,663 V), utilizaremos a média aritmética dos valores durante o pico do sinal, como mostra a equação 6.3 abaixo, onde encontramos o valor de 1,573 V.

$$f_{MED}(t) = \frac{\sum f_i}{12} = 1,573V \quad (6.3)$$

Podemos observar que, utilizando este valor médio, diminuímos a diferença entre as curvas teórica e experimental, vide Figura 6.10.

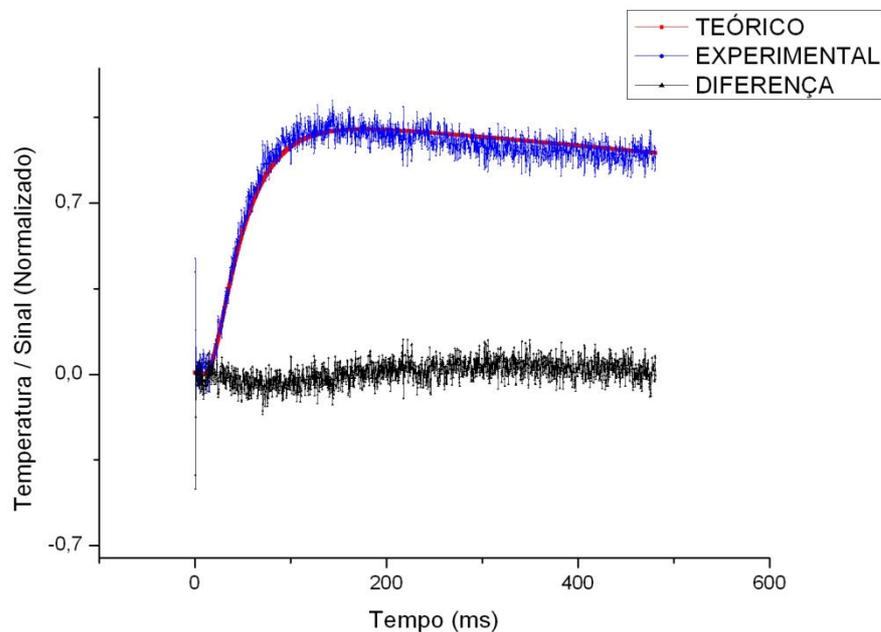


Figura 6.10 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio I ($T \approx 100 \text{ }^\circ\text{C}$) normalizado a partir da média dos valores de pico do sinal.

Observe que agora as duas curvas, teórica e experimental, estão sobrepostas, e que a discrepância, que consiste na diferença entre os valores das duas curvas, está mais próximo de zero quando comparamos com o gráfico normalizado pelo valor máximo.

A diferença entre as duas maneiras de normalizar o gráfico pode ser mensurada através do desvio padrão entre as curvas teórica e experimental:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_T - X_E)^2}{N}} \quad (6.2)$$

Onde

σ é o desvio padrão entre os valores teórico e experimental;
 X_T é o valor teórico no instante considerado;
 X_E é o valor experimental no instante considerado;
 N é o número total de instantes considerados.

Então, normalizando o sinal experimental em $T \approx 100$ °C, pelo valor máximo, obtemos um desvio padrão $\sigma_{Max} = 0,110442$. Por outro lado, normalizando pelo valor médio máximo, na mesma temperatura, obtemos um desvio padrão $\sigma_{MedMax} = 0,047214$.

Isso mostra que normalizar a partir do valor médio máximo do sinal experimental faz com que as curvas fiquem melhor sobrepostas, diminuindo a discrepância entre as curvas teórica e experimental, confirmado através do cálculo do desvio padrão. Logo, assim procedemos com os ensaios II e III, normalizando a partir da média dos valores de pico do sinal para diminuir a diferença entre as curvas.

No ensaio II, mostrado na Figura 6.11, observamos a diminuição do ruído no sinal decorrente da normalização a partir de um intervalo maior de valores, pois o sinal também aumenta com o crescimento da temperatura. Isto faz com que a diferença entre as curvas teórica e experimental diminua, podendo ser confirmada através do cálculo do desvio padrão no ensaio II: $\sigma_{II} = 0,028263$.

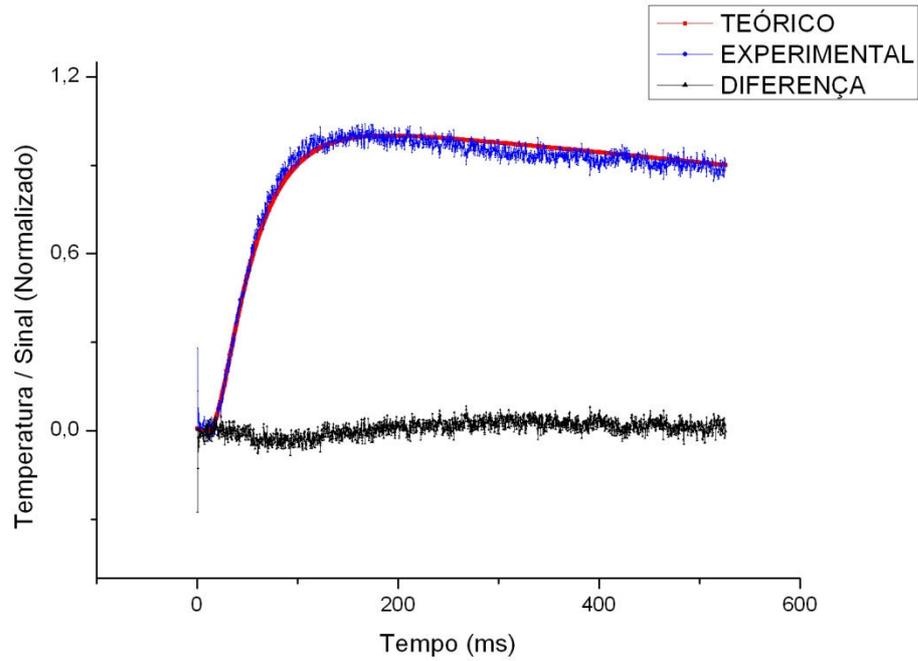


Figura 6.11 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio II ($T \approx 150 \text{ }^\circ\text{C}$)

Observe que no ensaio III, a curva de diferença já está mais estabilizada e mais próxima de zero, e pode ser mensurado através do desvio padrão, normalizado a partir da média dos valores de pico do sinal, que vale $\sigma_{III} = 0,021344$.

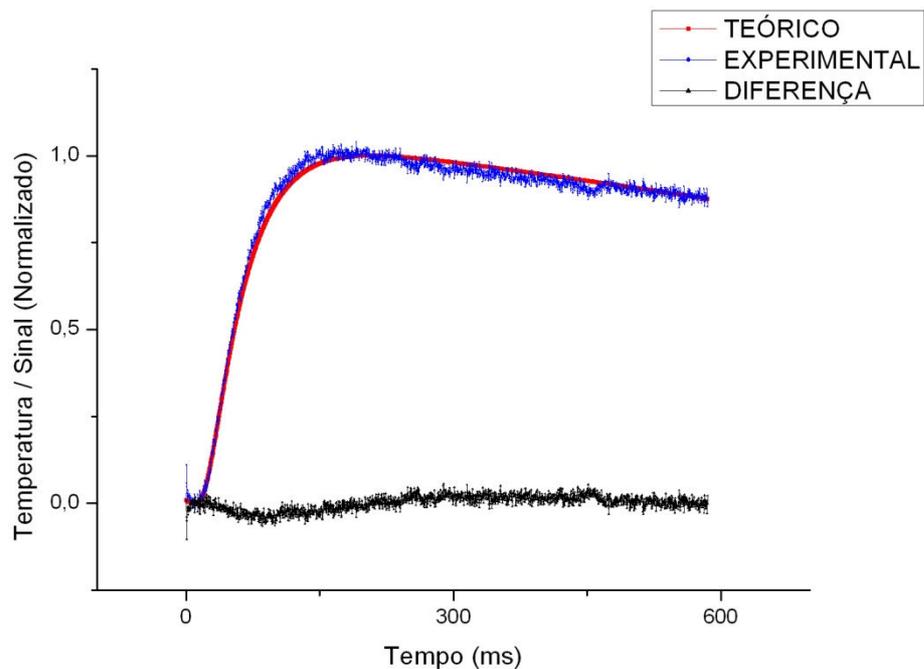


Figura 6.12 – Gráfico teórico x experimental do Ensaio III ($T \approx 200 \text{ }^\circ\text{C}$)

Tabela 6.4 - Desvio Padrão entre as curvas teórica e experimental nos 3 ensaios.

	TEMPERATURA	DESVIO PADRÃO
ENSAIO I	100 °C	0,047214
ENSAIO II	150 °C	0,028263
ENSAIO III	200 °C	0,021344

A diminuição da influência do ruído de fundo, assim como a diminuição da diferença entre os valores teóricos e experimentais calculado pelo desvio padrão pode ser observado através de um gráfico comparativo entre as curvas de diferença teórico-experimental nos 3 ensaios, como mostrado na Figura 6.13.

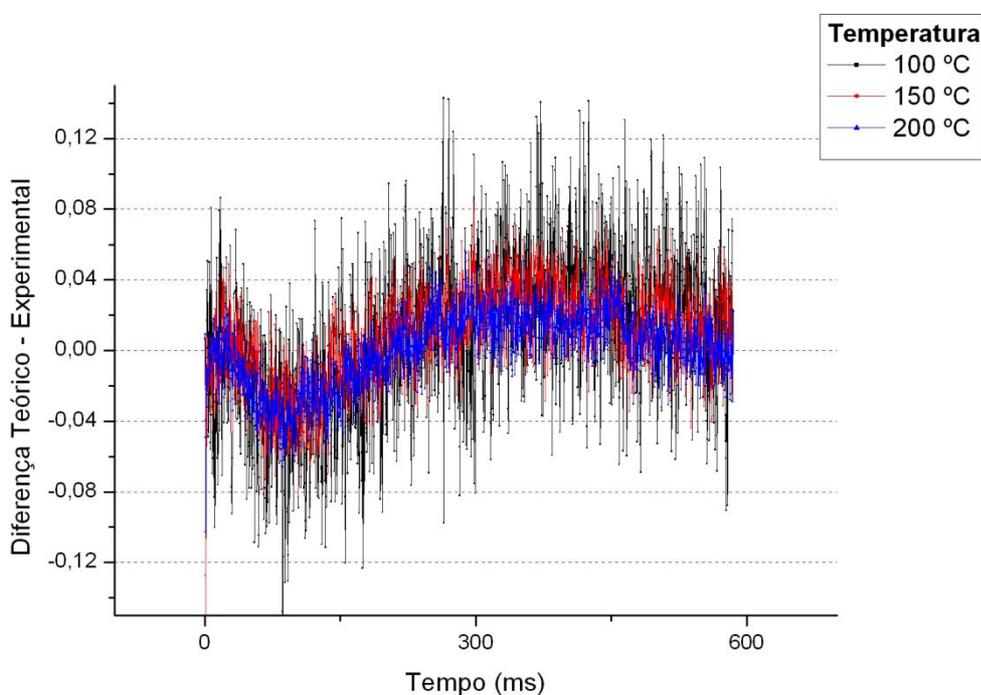


Figura 6.13 – Gráfico da diferença teoria–experimento durante os três ensaios

Com o crescente aparecimento de novos materiais, gerou-se um aumento na demanda pela determinação com maior exatidão e menor incerteza de medição das suas propriedades termofísicas (calor específico, difusividade e condutividade térmica).

Um estudo realizado por Grossi (2007) apresenta uma revisão dos principais componentes de incerteza de medição da difusividade térmica pelo método Flash.

6.5 FONTES DE INCERTEZA

O método do Flash de Laser é susceptível à influência de uma série de grandezas, sendo que as principais fontes de incertezas que afetam a medição da difusividade térmica podem ser agrupadas da seguinte maneira:

- **Laser:** Uma das condições que influenciam o experimento é o tempo de pulso comparável com o tempo da difusão de calor. O pulso de energia tem uma duração curta, mas finita. Se a duração do pulso for próxima do tempo necessário para o aquecimento da amostra, deve-se fazer uma correção de pulso.
- **Amostra:** A qualidade da geometria da amostra também influencia no experimento, assim como a sua composição química, suas propriedades ópticas e termofísicas (ex.: isotropia, homogeneidade, opacidade, absorvidade e emissividade). A expansão térmica também é um fator essencial a se considerar, incluindo as incertezas do instrumento de medição de temperatura (calibração, resolução, tempo de resposta, etc).
- **Meio térmico:** As fontes de incertezas associadas são devidas à temperatura do forno, sua estabilidade e homogeneidade, a natureza da atmosfera e a outros parâmetros relacionados com a transferência de calor.
- **Método:** As incertezas relativas ao método de medição das propriedades termofísicas se devem basicamente às diferenças entre as condições experimentais reais e as assumidas como parâmetros de entrada e aos erros numéricos associados às soluções numéricas obtidas para a equação de difusão térmica (malhas temporal e espacial adotadas, critérios de convergência, erro de truncamento, método numérico utilizado, etc).
- **Usuário:** As fontes de incertezas associadas ao usuário estão relacionadas com sua habilidade técnica e conhecimento na medição das propriedades termofísicas.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O estudo aqui apresentado tratou inicialmente da estimação da difusividade térmica do Ferro Puro através do Método Flash baseado no modelo de Cape-Lehman, e os resultados encontrados estão de acordo com os dados disponíveis na literatura, ratificando assim, a eficiência do Método Flash Laser.

Posteriormente, utilizamos os resultados obtidos experimentalmente para alimentar o programa Fortran desenvolvido a partir de um modelo matemático bidimensional baseado no balanço energético feito através de métodos numéricos. Na resolução do problema, o método das diferenças finitas se mostrou bastante eficiente, fornecendo resultados próximos dos valores experimentais e de rápida convergência, o que demonstra também a adequação do modelo matemático proposto. O programa fornece os valores de temperatura ao longo do tempo que podem ser dispostos em um gráfico e comparados com o sinal registrado no experimento Flash.

A validação da solução numérica consistiu em analisar o seu nível de adequação ao experimento Flash, obtendo um desvio padrão bem próximo de zero, demonstrando uma boa concordância entre os resultados, que pode ser observado quando fazemos uma análise comparativa dos gráficos teórico e experimental. Observou-se que o erro absoluto é minimizado para ensaios realizados a altas temperaturas, pois diminui os ruídos causados pela oscilação da rede elétrica.

A utilização desse modelo físico-matemático, além de contribuir para o desenvolvimento e uma reavaliação do método Flash Laser, possibilita a diminuição dos investimentos necessários à implantação de uma bancada experimental de medição.

Sugerimos como perspectivas de avanço na qualidade deste trabalho a estimativa das incertezas de medição dos valores das propriedades termofísicas, observadas ao se utilizar o modelo físico-matemático proposto, implementando as melhorias cabíveis no sistema de medição de temperatura.

Finalmente, também é do nosso interesse estender a técnica de modelagem físico-matemática apresentada neste trabalho para amostras em que seja necessária uma análise tridimensional da difusão de calor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRE and DEGIOVANNI, 1995, “A theoretical study of the transient coupled conduction and radiation heat transfer in glass: phonic diffusivity measurements by the flash technique”, *Int. J. Heat Mass Transfer.*, vol 38, 18: 3401-3412.

ARAUJO, J.L.; QUEIROZ, A.J.M.; FIGUEIREDO, R.M.F., 2004 “Propriedades termofísicas da polpa do cupuaçu com diferentes teores de sólidos”. *Ciência Agrotecnológica*, 28(1), 126-134.

ASTM, E 1461-01, 2001 Standard Test for Thermal Diffusivity by the Flash Method

BECK, J. V. AND ARNOLD, K. J., 1977. *Parameter Estimation in Engineering and Science*, Wiley, New York.

BLACKWEL, J. H., 1954, “A transient-flow method for determination of thermal constants of insulating materials in bulks”, *J. of App. Physics*, vol. 25, 2, pp. 137-144

CAPE J. and LEHMAN, g. 1963, “Temperature and Finite Pulse-Time Effects in the Flash Method for Measuring Thermal Diffusivity”, *Journal Applied Physics*, v. 34, n. 7, pp. 1909-1913.

ÇENGEL, Y. A., 2009. *Transferência de Calor e Massa*, 3ª edição.

CLARK III, L. and TAYLOR, R., 1975, “Radiation Loss in the Flash Method for Diffusivity”, *Journal Applied Physics*, v. 46, n. 2, pp. 714-719.

COQUARD, R., PANEL, B., 2008, “Adaptation of the FLASH Method to the Measurement of the Thermal Conductivity of Liquids or Pasty Materials”, *International Journal of Thermal Sciences*, v. 48 pp. 747–760.

COWAN, R., 1961, “Proposed Method of Measuring Thermal Diffusivity at High Temperature”, *Journal Applied Physics*, v. 32, n. 7, pp. 1363-1369.

- COWAN, R., 1963, "Pulse Method of Measuring Thermal Diffusivity at High Temperatures", *Journal Applied Physics*, v. 34, n. 4, pp. 926-927.
- DEMKO, M. T., 2009, "Application of the thermal flash technique for low thermal diffusivity micro/nanofibers" *Rev. Sci. Instrum.* 80, 036103 (2009).
- FONSECA, Henrique Massard, 2007, *Caracterização Termofísica de Nanofluidos* Dissertação de M.Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- GEMBAROVIC, J.; GEMBAROVIC Jr. J. Nonlinear Effects in Laser Flash Thermal Diffusivity Measurements. *Inter. J. of Thermophysics.* v. 25, n. 4, p. 1253-1260, 2004.
- GROSSI, P. A., 2003, "Modelagem Físico-Matemática de Sistemas de Determinação de Propriedades Termofísicas com Aplicação ao Método Flash Laser" Dissertação de M.Sc., UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- HAY, B.; FILTZ, J. R.; HAMEURY, J.; RONGIONE, L., 2005. "Uncertainty of Thermal Diffusivity Measurements by Laser Flash Method". *Int. J. Thermo.*, V. 26, N.6.
- HENRIQUEZ, J. R.; BUENO C. E. G.; PRIMO A. R. M., 2007. "Estudo numérico sobre a dissipação térmica num microprocessador comercial". 8º Congresso IberoAmerican de Ingenieria Mecânica.
- HOHENAUER, W.; LAGER D., 2009. "Flash Methods to Examine Diffusivity and Thermal Conductivity of Metal Foams." *Proc. 30 ITCC 17 ITES*; Pittsburgh. AIT Austrian Institute of Technology; 1210 Wien.
- INCROPERA, F.P; DEWITT, D.P., 2003, "Fundamentos de transferência de calor e de massa". LTC – Livros Técnicos e Científicos editora S.A.
- JANNOT, Y.; DEGIOVANNI, A.; PAYET, G., 2009. "Thermal conductivity measurement of insulating materials with a 3 layers device". *Int. J. Heat Mass Transfer.*, 52: 1105-1111

LAZARD, M., ANDRÉ, S. AND MAILLET, D., 2004. "Diffusivity Measurement of Semi-Transparent Media: Model of the Coupled Transient Heat Transfer and Experiments on Glass, Silica Glass and Zinc Selenide", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 477-487.

MEHLING, H., HAUTZINGER, G., NILSSON, O., FRICKE, R. J., 1998. "Thermal Diffusivity of Semitransparent Materials Determined by the Laser-Flash Method Applying a New Analytical Model", *Int. J. Thermophysics*, vol. 19, 3, pp. 941-949.

MOSER, J.B.; KRUGER, O.L., Heat pulse measurements on uranium compounds. *J. of Nuclear Materials*, v.17, p.153-158, 1965.

MOSER, J.B.; KRUGER, O.L., Thermal conductivity and heat capacity of the monocarbide, monophosphide, and monosulfide of uranium, *J. Applied Physics*, v.38, n.8, p. 3215-3222, 1967.

MOSER, J.B.; KRUGER, Thermal conductivity and heat capacity of the monophosphide and monosulfide of plutonium. *J. Amer. Ceram Soc.* v. 51, n. 7, p. 369-372, 1968.

NETZSCH, instruments Inc., Gerätebau GmbH: Instruction Manual LFA 457 MicroFlash™, 2008.

OZISIK, M. N., 1993. *Heat Conduction*, 2nd edition, Wiley, New York.

PARKER, W., JENKINS, R., BUTLER, et al., 1961. "Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity", *J. Applied Physics*, v. 32, 9, pp. 1679-1684.

RAHMEN, S., 1995, "Food Properties Handbook". New York, CRC Press.

REMY and DEGIOVANNI, 2005, "Measurement of the In-plane Thermal Diffusivity of Materials by Infrared Thermography" *Int. Journal of Thermophysics*, vol 26, n° 2.

- REMY, B.; DEGIOVANNI, A., 2005. “Parameters estimation and measurement of thermophysical properties of liquids.” *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, p. 4103-4120.
- SANTOS, W. N. dos, 2005. “Métodos Transientes de Troca de Calor na Determinação das Propriedades Térmicas de Materiais Cerâmicos: I”, *Cerâmica*, v.51, pp. 205-213.
- SANTOS, W. N., 2007. “Thermal properties of polymers by non-steady-state techniques”. *Polymer Testing* 26 (2007) 556–566.
- SASSI, M. B. H.; Santos, C. A. C.; Silva, Z. E., E Alencar J., J. P., 2009, *Heat Conduction Models For Transient Hot Wire Technique*. High Temperature-High Pressures, vol.. 38, pp. 97-117.
- SILVA, Z. E. da, 1997 “*Transfers Couplés Conduction-Radiation: Application de la Méthode Flash aux Milieu Semi-transparentes*”, Tese. D.Sc., INSA, Lyon, France.
- SILVA, M.A.C., 2011, “Aplicação do método flash para a estimação da difusividade termica da geléia de acerola”, tese de doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB
- TAYLOR, R. E. Heat pulse thermal diffusivity measurements. School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana - PRL 154 [s. n.], 1978. 60p.
- TROITSKIY, O. Y.; REISS, H., 2009. “A Numerical Simulation to Propose a Flash Method for In Situ Detection of the Thermal Diffusivity of Anisotropic Thin Film Materials”. *Int J Thermophys*, v. 30:1283–1299.
- WEY, G.; ZHANG, X.; YU, F.; CHEN, K., 2006. “Thermal Diffusivity Measurements on Insulation Materials with the Laser Flash Method”. *International Journal of Thermophysics*, Vol. 27, No. 1

ANEXOS

RESULTADOS EXPERIMENTAIS (T ≈ 100 °C)

##Shot_data	2	#Remark_shot	---		
		#Thickness_T/mm	2,5		
##General_information		#Cp_T/(J/g*K)	0,478		
#Database	diego.mdb	#Density_T/(g/cm^3)	7,87		
#Instrument	#LFA_457	#Half_time/ms		40,22	
	Teste Padrao	#Original_range_min/ms		-160,714	
#Identity	Ferro Puro	#Original_range_max/ms		481,072	
#Date/Time	16/3/2012 16:06	#Calculation_limits_min/ms	#undefined		
#Material	Ferro Puro	#Calculation_limits_max/ms	#undefined		
#Ref_temperature /°C	20	#Tau1		0,90120765	
#Ref_density /(g/cm^3)	7,87	#Tau2		0,07613432	
#Sample	Ferro Puro	#Tau3		0,04871841	
#Type	#Single_layer	#Time_end		0,17659486	
#Coating	Grafite	#Time_final		0,73685658	
#Thickness_RT/mm	2,5	#Inv_Integr		201,1350471	
#Diameter/mm	12,5	#Delay		0,22514421	
#Sensor	InSb	#Real_int		0,13202733	
#Beam_enlargement/mm	12,7	#Pulse_max		25,73838155	
#Laser_filter/mm	100	##Results			
#Atmosphere	Ar	#Model		#Parameter	#Std_Dev
#Gas_flow/(ml/min)	0	Cape-Lehman + pulse			
#Laboratory	LAT	correction			
#Operator	Diego	#Diffus/(mm^2/s)		18,921	1,86E-01
#Customer	UFPB	#Heat_loss_facial		0,101	6,66E-03
#Remark_mment	---	#Heat_loss_radial		0,012	0,00E+00
#Cp_table	Pure_Iron.cpe	#T_infin/a.u.		1,821	
#Expansion_table	dL_const				
#Temp_recalib_file	Tcalzero.tcx				
#Purge_gas		0			
##Shot_information					
#Shot	2				
#Group	1				
#Sample_temperature/°C	99,533				
#Shot_type	#Isothermal				
#Retries	0				
#HR/(K/min)	0				
#Date_time	16:38:19				
#Duration/ms	642				
#No_of_points	3000				
#Laser_voltage/V	1634				
#Laser_pulse_width/ms	0,5				
#Ampl_gain	127				
#Analog_filter/ms	0,127				
#Orifice_position	15				
#Orifice_area /mm^2	78,54				
#Atmosphere	Ar				
#Gas_flow/(ml/min)	0				
#Pressure/mbar	#unknown				

RESULTADOS EXPERIMENTAIS (T ≈ 150 °C)

##Shot_data	5	#Thickness_T/mm	2,5		
		#Cp_T/(J/g*K)	0,5		
##General_information		#Density_T/(g/cm^3)		7,87	
#Database	diego.mdb	#Half_time/ms		44,791	
#Instrument	#LFA_457	#Original_range_min/ms		-175,734	
	Teste Padrao	#Original_range_max/ms		526,032	
#Identity	Ferro Puro	#Calculation_limits_min/ms	#undefined		
#Date/Time	#####	#Calculation_limits_max/ms	#undefined		
#Material	Ferro Puro	#Tau1		0,025668	
#Ref_temperature /°C	20	#Tau2		4,863091	
#Ref_density /(g/cm^3)	7,87	#Tau3		0,059107	
#Sample	Ferro Puro	#Time_end		0,147308	
#Type	#Single_layer	#Time_final		0,827044	
#Coating	Grafite	#Inv_Integr		5,655935	
#Thickness_RT/mm	2,5	#Delay		0,21692	
#Diameter/mm	12,5	#Real_int		0,149155	
#Sensor	InSb	#Pulse_max		0,798516	
#Beam_enlargement/mm	12,7	##Results			
#Laser_filter/mm	100	#Model		#Parameter	#Std_Dev
#Atmosphere	Ar	Cape-Lehman + pulse			
#Gas_flow/(ml/min)	0	correction			
#Laboratory	LAT	#Diffus/(mm^2/s)		17,42	8,78E-02
#Operator	Diego	#Heat_loss_facial		0,086	3,05E-03
#Customer	UFPB	#Heat_loss_radial		0,009	0,00E+00
#Remark_mment	---	#T_infin/a.u.		3,899	
#Cp_table	Pure_Iron.cpe				
#Expansion_table	dL_const				
#Temp_recalib_file	Tcalzero.tcx				
#Purge_gas	0				
##Shot_information					
#Shot	5				
#Group	2				
#Sample_temperature/°C	148,773				
#Shot_type	#Isothermal				
#Retries	0				
#HR/(K/min)	0				
#Date_time	16:59:59				
#Duration/ms	702				
#No_of_points	3000				
#Laser_voltage/V	1634				
#Laser_pulse_width/ms	0,5				
#Ampl_gain	127				
#Analog_filter/ms	0,127				
#Orifice_position	15				
#Orifice_area /mm^2	78,54				
#Atmosphere	Ar				
#Gas_flow/(ml/min)	0				
#Pressure/mbar	#unknown				
#Remark_shot	---				

RESULTADOS EXPERIMENTAIS (T ≈ 200 °C)

		#Pressure/mbar	#unknown	
##Shot_data	8	#Remark_shot	---	
		#Thickness_T/mm	2,5	
##General_information		#Cp_T/(J/g*K)		0,523
#Database	diego.mdb	#Density_T/(g/cm^3)		7,87
#Instrument	#LFA_457	#Half_time/ms		48,442
#Identity	Teste Padrao Ferro Puro	#Original_range_min/ms		-194,74
#Date/Time	#####	#Original_range_max/ms		585
#Material	Ferro Puro	#Calculation_limits_min/ms	#undefined	
#Ref_temperature /°C	20	#Calculation_limits_max/ms	#undefined	
#Ref_density /(g/cm^3)	7,87	#Tau1		0,02963
#Sample	Fero Puro	#Tau2		4,644683
#Type	#Single_layer	#Tau3		0,062639
#Coating	Grafite	#Time_end		0,150293
#Thickness_RT/mm	2,5	#Time_final		0,870642
#Diameter/mm	12,5	#Inv_Integr		5,590083
#Sensor	lnSb	#Delay		0,211323
#Beam_enlargement/mm	12,7	#Real_int		0,139888
#Laser_filter/mm	100	#Pulse_max		0,751822
#Atmosphere	Ar	##Results		
#Gas_flow/(ml/min)	0	#Model	#Parameter	#Std_Dev
#Laboratory	LAT	Cape-Lehman + pulse		
#Operator	Diego	correction		
#Customer	UFPB	#Diffus/(mm^2/s)	15,427	2,95E-02
#Remark_mment	---	#Heat_loss_facial	0,099	1,44E-03
#Cp_table	Pure_Iron.cpe	#Heat_loss_radial	0,011	1,09E-02
#Expansion_table	dL_const	#T_infin/a.u.	6,422	
#Temp_recalib_file	Tcalzero.tcx			
#Purge_gas	0			
##Shot_information				
#Shot	8			
#Group	3			
#Sample_temperature/°C	200,556			
#Shot_type	#Isothermal			
#Retries	0			
#HR/(K/min)	0			
#Date_time	17:22:21			
#Duration/ms	780			
#No_of_points	3000			
#Laser_voltage/V	1634			
#Laser_pulse_width/ms	0,5			
#Ampl_gain	114			
#Analog_filter/ms	0,114			
#Orifice_position	15			
#Orifice_area /mm^2	78,54			
#Atmosphere	Ar			
#Gas_flow/(ml/min)	0			

CÓDIGO FORTRAN DO PULSO FLASH

```
module Qflash_M

implicit none

contains

! #####
! Funcao do Pulso pelo manual do equipamento Flash
! #####
real*8 function pulso_laser(t, t_step)

    implicit none

    real*8 :: t, t_step
    real*8 :: tau1, tau2, tau3, t_end, pulse_end, pulseMax, Qmax
    real*8 :: E

    E = dExp(1.d0)

    tau1 = 0.18680429*1.d-3
    tau2 = 0.14395493*1.d-3
    tau3 = 0.05195048*1.d-3

    t_end = 0.25890797*1.d-3
    pulse_end = 0.5*1.d-3 ! 0.85633849
    pulseMax = 20.63341224

    Qmax = (pulseMax*15.d0)/((pulse_end*1.d3)*78.540d-6)

    if (t <= pulse_end) then

        if (t <= t_end) then

            pulso_laser = ( 1.d0 - dExp(-t/tau1) ) * dExp(-t/tau2)

        else

            pulso_laser = ( 1.d0 - dExp(-t_end/tau1) ) * dExp(-t_end/tau2) * dExp(-(t-t_end)/tau3)
        end if

    else

        pulso_laser = 0.d0
    end if

    pulso_laser = pulso_laser*Qmax

    return
end function
```

```

! #####
! Duracao do Pulso do Fluxo de Calor via Delta de Dirac
! #####
!
real*8 function pulso_dirac(time, pulse_end)

    implicit none

    real*8 :: time, pulse_end

    if (time <= pulse_end) then

        pulso_dirac = 1.d0
    else

        pulso_dirac = 0.d0
    endif

    return
end function pulso_dirac

```

```

! #####
! Fluxo de Calor Senoidal
! #####
!
real*8 function pulso_sin(time, pulse_end)

    implicit none

    real*8 :: time, pulse_end

    if (time < pulse_end) then

        pulso_sin = 1.d0
    else

        pulso_sin = 0.d0
    endif

    return
end function pulso_sin

```

```

! #####
! Ajusta o dt em 1x(10**(-n)) ou 5x(10**(-n)) (n = 1,10,100,1000)
! dt será 0.1, 0.01, 0.001,0.0001 ou 0.5, 0.05, 0.0005, 0.0005
! #####
real*8 function new_dt(dt)

    implicit none

```

```

integer :: dt_int
real*8 :: dt, multi

multi = 1.d0
dt_int = 0

do while (dt_int == 0)

    dt_int = INT(dt*multi)

    if (dt_int > 0 .and. dt_int <5) then
        new_dt = 1.d0 / multi
    else if (dt_int >= 5 .and. dt_int <10) then
        new_dt = 5.d0 / multi
    else
        multi = multi*10.d0
    end if

end do

return
end function new_dt

end module

```

CÓDIGO FORTRAN DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA

```

program TEST
use MSIMSL

use Qflash_M

implicit none

character*50 :: file_out

integer :: i, p , j,f
integer :: M,N

real*8 :: es, L , R
real*8 :: dz, dr
real*8 :: dt
real*8 :: time_s, timeF_s, pulseEnd, timeShow, timeStep
real*8 :: time_ms, timeF_ms, pulseEnd_ms, timeStep_ms

real*8 :: rho, Cp, alfa , k

```

```

real*8 :: Tini, Tref, h0, hL, Tinf0, TinfL, Qflash

real*8 :: cpuStart, cpuStop

real*8, parameter :: laserEnergy = 15.d0    ! Maxima Energia do Laser = 15 J
real*8, parameter :: areaLaser  = 78.540d-6! Area do Feixe do Laser = 78.540 mm2
real*8, parameter :: pulseMax   = 96.89212673d0
real*8, parameter :: pi        = 3.141592

real*8, allocatable :: A(:,,:), B(:,), T(:,), Told(:)

! Leituras dos Dados
open(1, file='./TEST.dados')

read(1,*) file_out, es
read(1,*) es,R
read(1,*) N,M
read(1,*) rho, Cp, alfa
read(1,*) h0, Tinf0, hL, TinfL
read(1,*) Qflash
read(1,*) Tini, Tref
read(1,*) timeF_ms, pulseEnd_ms
read(1,*) timeStep_ms

close(1)

!file_out = trim(file_out)

!Gravando Resultados
open(2, file='./Saida.dados')

k= alfa*rho*cp

! Calculos Iniciais
L = es

dz = es/(N-1)
dr = R/(M-1)

! Passo de Tempo (critério de estabilidade)
dt = 0.234d-3 !(dz*dz)/(2*alfa) !0.5d-3 !

! Ajustando Escala de Tempo [ms] - [s]
timeF_s = timeF_ms*1.d-3
pulseEnd = pulseEnd_ms*1.d-3
timeStep = timeStep_ms*1.d-3

```

```

write(*,*) ' dz:', dz
write(*,*) ' dr:', dr
write(*,*) ' dt:', dt
write(*,*) ' k:', k

!write(*,*) 'dtNew:', dt, timeStep

! Utilizando o menor valor entre dt e timeStep
!dt = MIN(dt,timeStep)

!dt = new_dt(dt)

!write(*,*) 'dt:', dt
pause

! Iniciando contagem do tempo de CPU
cpuStart = CPSEC()

timeShow = timeStep

write(*,*) 'Calculating...'

allocate( A(M*N,M*N), B(M*N), T(M*N), Told(M*N) )

A = 0.d0
B = 0.d0

T = 0.d0

! Condição Inicial
time_s = 0.d0
Told = Tini

p = 0

!write(2,95) time_s

!do i = M+1, 2*M
!     write(2,105) Told(i)
!end do

!write(2,99)

! Calculando os coeficientes da Matriz A

! Contorno Superior r=0

i = 1
A(i,i) = 0.25*rho*cp*dz*dr/dt + 0.5*k*dr/dz + k*dz/dr + 0.5*h0*dr

```

$$A(i,i+1) = -k*dz/dr$$

$$A(i,i+M) = -0.5*k*dr/dz$$

! Contorno Superior $2 < r < M-1$

do i = 2,M-1,1

$$A(i,i-1) = -0.5*k*dz*(i-2)/dr$$

$$A(i,i) = 0.5*rho*cp*(i-1)*dr*dz/dt + 0.5*k*(i-2)*dz/dr + 0.5*k*i*dz/dr + k*(i-1)*dr/dz + h0*(i-1)*dr$$

$$A(i,i+1) = -0.5*k*i*dz/dr$$

$$A(i,i+M) = -k*(i-1)*dr/dz$$

end do

! Contorno Superior $r=R$

i = M

$$A(i,i-1) = -k*(i-1.5)*dz/dr$$

$$A(i,i) = 0.5*rho*cp*(i-1)*dr*dz/dt + k*(i-1.5)*dz/dr + k*(i-1)*dr/dz + h0*(i-1)*dz + h0*(i-1)*dr$$

$$A(i,i+M) = -k*(i-1)*dr/dz$$

! Contorno Interno $r=0 ; 0 < z < L$

do i = M+1,M*N-(2*M)+1, M

$$A(i,i) = 0.5*rho*cp*dz*dr/dt + k*dr/dz + 2*k*dz/dr$$

$$A(i,i+1) = -2*k*dz/dr$$

$$A(i,i-M) = -0.5*k*dr/dz$$

$$A(i,i+M) = -0.5*k*dr/dz$$

end do

! Contorno Lateral $r=R ; 0 < z < L$

do i = 2*M,M*N-M, M

$$A(i,i) = 0.5*rho*cp*dz*dr*(M-1)/dt + k*(M-1.5)*dz/dr + k*(M-1)*dr/dz + h0*(M-1)*dz$$

$$A(i,i-1) = -k*(M-1.5)*dz/dr$$

$$A(i,i+M) = -0.5*k*(M-1)*dr/dz$$

$$A(i,i-M) = -0.5*k*(M-1)*dr/dz$$

end do

! Pontos Internos $0 < r < R$; $0 < z < L$

do j = 1,N-2

do i = j*M+2,M*(j+1)-1,1

f=i-j*M

A(i,i) = rho*cp/dt + 8*k/(dr*dr) + 2*k/(dz*dz)

A(i,i+1)= -4*k/(dr*dr) - k/((f-1)*dr*dr)

A(i,i-1)= -4*k/(dr*dr) + k/((f-1)*dr*dr)

A(i,i-M)= -k/(dz*dz)

A(i,i+M)= -k/(dz*dz)

end do

end do

! Contorno Inferior r=0

i = M*N-M+1

A(i,i) = 0.25*rho*cp*dz*dr/dt + k*dz/dr + 0.5*k*dr/dz + 0.5*h0*dr

A(i,i+1)= -k*dz/dr

A(i,i-M)= -0.5*k*dr/dz

!Contorno Inferior r=R

i = M*N

A(i,i) = 0.5*rho*cp*(M-1)*dr*dz/dt + k*(M-1.5)*dz/dr + k*(M-1)*dr/dz +
h0*(M-1)*dz + h0*(M-1)*dr

A(i,i-1)= -k*(M-1.5)*dz/dr

A(i,i-M)= -k*(M-1)*dr/dz

!Contorno Inferior $0 < r < R$

do i = M*N-M+2,M*N-1,1

j=-(M*N)+i+M

A(i,i-1) = -0.5*k*(j-2)*dz/dr

A(i,i) = 0.5*rho*cp*(j-1)*dr*dz/dt + 0.5*k*(j-2)*dz/dr + 0.5*k*j*dz/dr + k*(j-
1)*dr/dz + h0*(j-1)*dr

A(i,i+1) = -0.5*k*j*dz/dr

A(i,i-M) = -k*(j-1)*dr/dz

end do

```

!do i=1,M*N
!write(*,*) ' A=', A(i,i)
!end do
!pause

do while ( time_s < timeF_s )

p = p + 1

! Contorno Superior r=0

i = 1
!      B(i)  = 0.5d0*rhoCpdx_dt1*Told(i) + h0*Tinf0 + Qflash
!      B(i)  = 0.5d0*rhoCpdx_dt1*Told(i) + h0*Tinf0 + Qflash*pulso_dirac(time_s,
pulseEnd)
      B(i)  = 0.25*rho*Cp*dz*dr*Told(i)/dt + 0.5*h0*dr*Tinf0 +
0.5*dr*Qflash*pulso_laser(time_s, dt)

! Contorno Superior 0<r<R

do i = 2, M - 1
      B(i)  = 0.5*rho*Cp*(i-1)*dr*dz*Told(i)/dt + h0*(i-1)*dr*Tinf0 + (i-
1)*dr*Qflash*pulso_laser(time_s, dt)
end do

! Contorno Superior r=R

i = M

      B(i)  = 0.5*rho*cp*(M-1)*dr*dz*Told(i)/dt + h0*(M-1)*dr*Tinf0 + h0*(M-
1)*dz*Tinf0 + dr*(M-1)*Qflash*pulso_laser(time_s, dt)

! Contorno Interno r=0 ; 0<z<L

do i=M+1,M*N-2*M+1,M

      B(i)  = 0.5*rho*cp*dz*dr*Told(i)/dt

end do
! Contorno Lateral r=R ; 0<z<L

do i = 2*M,M*N-M, M

      B(i)  = 0.5*rho*cp*dz*dr*(M-1)*Told(i)/dt + h0*(M-1)*dz*Tinf0

end do

```

! Pontos Internos $0 < r < R$; $0 < z < L$

do j = 1,N-2

do i = j*M+2,(j+1)*M-1

B(i) = rho*cp*Told(i)/dt

end do

end do

! Contorno Inferior r=0

i = M*N-M+1

B(i) = 0.25*rho*Cp*dz*dr*Told(i)/dt + 0.5*h0*dr*Tinf0

! Contorno Inferior r=R

i = M*N

B(i) = 0.5*rho*cp*dz*dr*(M-1)*Told(i)/dt + h0*(M-1)*dz*Tinf0 + h0*(M-1)*dr*Tinf0

! Contorno Inferior $0 < r < R$

do i = M*N-M+2,M*N-1,1

j=-(M*N)+i+M

B(i) = 0.5*rho*cp*(j-1)*dz*dr*Told(i)/dt + h0*(j-1)*dr*Tinf0

end do

!CALL DWRRRN ('A', M, M, A, M, 0)

!CALL DWRRRN ('B', 1, M, B, 1, 0)

!pause

! CALL DLSASF (M, A, M, B, T)

CALL DLSARG (M*N, A, M*N, B, 1, T)

! Atualizando o tempo

time_s = time_s + dt

time_ms = time_ms + (dt/1.d-3)

! Print results

```

!CALL DWRRRN ('T', 1, M, T, 1, 0)

Told = T

! Imprimino Resultados
if (time_s >= timeShow ) then

!     write(2,95) time_ms
!     write(*,99) time_s, time_ms
!     write(*,*)

!do i = M*N-M+1, M*N,M-1
!     write(2,120) time_ms, T(1),T(M*N-M+1) !, T(M*N/2)
!     write(2,105) T(i)
!end do
!     write(*,99)
!     write(2,99)

!     timeShow = timeShow + timeStep
end if

end do

! CPU Time
cpuStop = CPSEC()

write(*,*) '-----'
write(*,50) 'CPU time (seconds) = ', cpuStop - cpuStart

50 format(1x,A,F15.10)

95 format (1x,F10.3,\)

98 format (1x,F6.3,\)
99 format (1x,ES12.3,' : ',F7.1,\)

100 format (1x,' ',E25.15,\)
105 format (1x,' ',E25.15,\)
120 format (T10,F15.10,T30,F15.10,T50,F15.10) !(T4,F10.5,T17,F10.5,T27,F10.5) !,
T37,F10.5)

close(2)

deallocate( A, B, T, Told )

stop
END program

```