



*Universidade Federal da Paraíba*

*Centro de Tecnologia*

*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica*

*- Mestrado- Doutorado-*

**CONTROLE TÉRMICO DE ALTA EXATIDÃO E SUA  
APLICAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES  
TÉRMICAS DE MATERIAIS**

por

Leonaldo José Lyra do Nascimento

*Tese de Doutorado apresentado à Universidade Federal da Paraíba  
para obtenção do grau de Doutor.*

**LEONALDO JOSÉ LYRA DO NASCIMENTO**

**CONTROLE TÉRMICO DE ALTA EXATIDÃO E SUA  
APLICAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES  
TÉRMICAS DE MATERIAIS**

Tese de Doutorado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Doutor.

**Orientador: Prof. Dr. FRANCISCO ANTÔNIO BELO**

*N244c Nascimento, Leonaldo José Lyra do.*

*Controle térmico de alta exatidão e sua aplicação na determinação de propriedades térmicas de materiais / Leonaldo José Lyra do Nascimento.-- João Pessoa, 2013.*

*100f. : il.*

*Orientador: Francisco Antônio Belo.*

*Tese (Doutorado) – UFPB/CT*

*1. Engenharia mecânica. 2. Controle P.I.D. 3. Módulo de Peltier. 4. Gerador de sinais térmicos. 5. LabVIEW. 6. Circuitos elétricos.*

**CONTROLE TÉRMICO DE ALTA EXATIDÃO E SUA  
APLICAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES  
TÉRMICAS DE MATERIAIS**

**por**


**Leonardo José Lyra do Nascimento**

*Tese aprovada em 14 de dezembro de 2012*

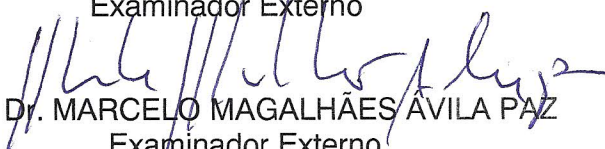
*Período letivo 2012.2*

  
Prof. Dr. FRANCISCO ANTONIO BELO  
Orientador

  
Prof. Dr. CARLOS ANTONIO CABRAL DOS SANTOS  
Examinador Interno

  
Prof. Dr. ABEL CAVALCANTE LIMA FILHO  
Examinador Interno

  
Prof. Dr. RODRIGO RONELLI DUARTE DE ANDRADE  
Examinador Externo

  
Prof. Dr. MARCELO MAGALHÃES ÁVILA PAZ  
Examinador Externo

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho as minhas filhas, Fleuriane Dantas Lira, Fleuriana Dantas Lyra e Fleuryina Lyra; minhas irmãs e a minha mãe, Maria Lyra do Nascimento.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu divino mundo espiritual: meu Deus, meu Senhor Jesus Cristo e ao meu Pai Seta Branca, que estão sempre comigo todos os dias e a cada instante de minha vida.

As minhas filhas pelo incentivo em terminar este trabalho.

A minha família em, especialmente, a minha mãe e a minha irmã Claudia Maria Lyra do Nascimento, que sempre me impulsionaram a ir em frente.

Ao meu orientador Professor Dr. Francisco Antônio Belo, por acreditar em mim e no meu potencial de trabalho para que esse trabalho viesse a se concretizar.

Ao Diretor Geral do IFAL campus Palmeira dos Índios-AL e todos os amigos professores da Coordenação Acadêmica de Processos Industriais, pelo apoio e incentivo.

Aos meus amigos: Marcelo Magalhães Ávila Paz, Moacir Machado, Rodrigo, Abel Cavalcante de Lima Filho, João Erivando, Wesley, Gerson, Maria da Guia, João Martins, Lesso e Tássio Borges, os quais contribuíram pessoalmente e profissionalmente no desenvolvimento deste trabalho.

Aos funcionários da UFPB – Campus de João Pessoa-PB: os técnicos eletrônicos Luis e Diógenes Montenegro de Brito Silva, ao técnico em mecânica Sérgio, a secretária da PPGEM Mônica e, especialmente, ao senhor Ernande, pelo seu apoio nos trabalhos de soldagens e montagem de equipamentos.

Aos familiares tios e primos, e amigos que vibraram para ver este trabalho chegar ao seu fim.

E a todos aqueles que vibraram e torceram, de forma direta ou indiretamente, com suas sugestões e críticas, para ver este trabalho a ser concretizado. Meu muito obrigado a todos.

“O homem que tentar fugir de suas metas cármicas ou juras transcendentais, será devorado; ou se perderá, como um pássaro que tenta voar na escuridão da noite.”

Pai Seta Branca.

# **CONTROLE TÉRMICO DE ALTA EXATIDÃO E SUA APLICAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS DE MATERIAIS**

## **RESUMO**

Neste trabalho apresenta-se um estudo teórico e experimental de um controle P.I.D.- Proporcional, Integral e Derivativo, utilizando módulos Peltier's que alcançam precisão de cerca de  $0.01^{\circ}\text{C}$ . É desenvolvido o estudo da instrumentação e controle integrado à transferência de calor. Baseado neste controle foi desenvolvido um gerador de sinais térmicos em uma superfície plana e aplicado na medida de propriedades térmicas, em um sistema semelhante ao circuito elétrico. Após vários ensaios experimentais usando amostras sólidas, os resultados indicam a validade da proposta.

Palavras-chave: Controle P.I.D, Módulo de Peltier, Gerador de sinais térmicos, LabVIEW, Circuitos elétricos.

# **THERMAL CONTROL OF HIGH ACCURACY AND ITS APPLICATION TO THE DETERMINATION OF THERMAL PROPERTIES OF MATERIALS**

## **ABSTRACT**

This paper presents a theoretical and experimental study of a PID control-Proportional, Integral and Derivative using PELTIER module that achieves precision of about 0.01°C. It is developed to study the integrated instrumentation and control heat transfer. Based on this we developed a heat signal generator on a flat surface and applied to the measurement of thermal properties, in a system similar to electrical circuit. After several experiments, the results indicates the validity of the proposal.

Keywords: PID Control, Peltier Module, Signal generator thermal LabVIEW, electrical Circuits.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABELAS .....	viii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
1.1 Motivação .....	1
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Organização .....	4
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>6</b>
Controladores .....	6
2.1 Controle Liga-desliga.....	6
2.2 Controle Proporcional .....	7
2.3 Controlador PID .....	8
2.3.1 O Algoritmo do PID .....	9
2.3.2 Implementação do Algoritmo PID com o VIs PID.....	10
Cálculo de Erro.....	10
Ação Proporcional.....	10
Integração Trapezoidal.....	10
Ação Derivada Parcial.....	11
Saída do Controlador.....	11
Limitação de Saída.....	11
2.3.3 O Algoritmo do PID Avançado .....	12
Cálculo de Erro.....	12
Ação Proporcional.....	12
Integração Trapezoidal.....	13

O Algoritmo de Ajuste Automático.....	14
Ajustando Fórmulas.....	15
<b>CAPÍTULO III</b> .....	18
Termodinâmica da Célula Peltier.....	18
3.1 Modelos para Células Peltier.....	18
3.2 Dissipador de Calor .....	24
<b>CAPÍTULO IV</b> .....	26
Modelo Matemático .....	26
4.1 Introdução .....	26
4.2 Conservação de Energia em um Volume de Controle .....	27
4.3 Fundamentação Teórica.....	27
<b>CAPÍTULO V</b> .....	35
Material e Método Experimental.....	35
Introdução .....	35
5.1 O Sistema Físico Proposto.....	35
5.2 Bancada Experimental .....	38
5.3 Gerador de Sinais Térmicos - GST .....	38
5.3.1 Constituição do Gerador de Sinais Térmicos .....	39
5.4 Programa Computacional LabVIEW .....	40
Introdução .....	40
5.4.1 Programa Computacional Utilizado .....	40
5.5 As Amostras .....	43
5.6 Compact Field Point .....	44
5.7 Circuito Eletrônico Atuador .....	45
5.7.1 Polarização do Transistor de Potência .....	47
5.8 Sistema de Controle Térmico .....	47
5.8.1.Método de Ziegler-Nichols .....	48
5.8.2 Identificação do Sistema Físico .....	49
5.8.3 Parâmetros do Controlar PID e o Método de Tentativas e Erros.....	50

<b>CAPÍTULO VI</b> .....	52
Resultados Experimentais .....	52
Introdução .....	52
6.1 Experimento com o SFP.....	53
6.2 Resultados Experimentais com as Amostras.....	55
6.2.1 Resultado Experimental com o Aço ASTM A36 (4,85mm) e Nylon (2,0mm).....	56
6.2.2 Resultado Experimental com o Nylon (2,0mm) e Aço ASTM A36 (4,85mm).....	56
6.2.3 Resultado Experimental com o Aço ASTM A36 (8,0mm) Nylon (2,0mm).....	57
6.2.4 Resultado Experimental com o Nylon (2,0mm) e Aço ASTM A36 (8,0mm).....	57
6.2.5 Resultado Experimental com o Aço ASTM A36 (4,85mm) e Quartzo (5,0mm).....	58
6.2.6 Resultado Experimental com o Quartzo (5,0mm) e Aço ASTM A36 (4,85mm).....	58
6.2.7 Resultado Experimental com o Nylon (4,0mm) e Quartzo (5,0mm).....	59
6.2.8 Resultado Experimental com o Quartzo (5,0mm) e Nylon (4,0mm).....	59
6.2.9 Resultado Experimental com o Quartzo (5,0mm) e Nylon (2,0mm).....	60
6.2.10 Resultado Experimental com o Quartzo (5,0mm) e Aço ASTM A36 (4,85mm).....	60
6.2.11 Resultado Experimental com Nylon (4,0mm) e Quartzo (5,0mm).....	61
6.2.12 Resultado Experimental com Aço ASTM A36 (4.85mm) e Quartzo (5,0mm).....	62
6.2.13 Resultado Experimental com Quartzo (5,0mm) e Nylon (2,0mm).....	62
6.3 Correlações das Ondas Experimentais e Teóricas.....	64
6.4 Tipos de Sinais Térmicos.....	66
6.5 Cálculo da Condutividade Térmica da Amostra.....	68
Introdução.....	68
6.5.1 O Circuito Elétrico RC.....	68
6.5.2 Impedância Complexa de Resistor, Capacitor e Indutor.....	69
6.5.3 Equacionamento da Rede RC.....	70
6.5.4 Cálculo da temperatura entre a amostra e o material para uma rede RC com oito elementos.....	70
6.5.5 Cálculo da temperatura entre a amostra e a referência para uma rede RC com n elementos.....	73
Primeiro Experimento.....	75
Amostra de AÇO ASTM A36 de 4.85mm e referência de Quartzo de 5.0mm.....	75
Segundo Experimento.....	77
Amostra de QUARTZO 5.0mm e referência de Nylon 6.0 de 2.0mm.....	77

Terceiro Experimento.....	79
<i>Amostra de NYLON 6.0 de 2.0mm e referência de Quartzo de 5.0mm.....</i>	<i>79</i>
<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>81</b>
Referências .....	83
No apêndice A, os procedimentos de seleção de projeto de células Peltier.....	85
No apêndice B, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica <i>Aço ASTM A36</i> .....	89
No apêndice C, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica do <i>Quartzo</i> .....	93
No apêndice D, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica do <i>Nylon 6.0</i> .....	97

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Diagrama de blocos de um sistema com um controlador realimentado.....	07
Figura 2.2: Características de um controlador on-off ideal (A), e modificações com zona morta (B) e histerese (C) .....	07
Figura 2.3: Característica de um controle proporcional. A entrada é o erro de controle $e$ e a saída e o sinal de controle $u$ .....	08
Figura 2.4: Diagrama de um controle PID.....	09
Figura 2.5: Erro versus ação integral ( $SP_{faixa} = 100$ ).....	13
Figura 2.6: Processo sob controle do um PID com um relé setpoint.....	14
Figura 3.1: Representação simplificada de uma célula Peltier.....	19
Figura 3.2: Representação do sensor de Peltier.....	20
Figura 3.3: Diagrama do fluxo de potência em ma célula Peltier.....	21
Figura 3.4: Curvas das temperaturas e diferenças em função de $I_p$ .....	21
Figura 3.5: Célula Peltier incorporado os elementos isoladores elétricos.....	22
Figura 3.6: Temperatura do lado frio em função da corrente e resistência térmica (temperatura ambiente em torno de $25^{\circ}\text{C}$ ).....	25
Figura 4.1: Conservação de energia em um volume de controle em um instante $t$ .....	27
Figura 4.2: Geometria da amostra cilíndrica para a condução de calor.....	28
Figura 4.3. Instrumento de medida com amostra e referência.....	32
Figura 5.1: Diagrama de blocos do Sistema Físico Proposto.....	36
Figura 5.2: Visão do Sistema Físico Proposto com suas partes.....	37
Figura 5.3: Vista simplificada do Sistema Físico Proposto.....	37
Figura 5.4: Bancada experimental e seus componentes.....	38
Figura 5.5: Senoide térmica com frequência de 0,05 Hz <i>sem amostra</i> e temperatura constante de $35^{\circ}\text{C}$ .....	39
Figura 5.6: Painel frontal do programa computacional.....	41
Figura 5.7: Painel frontal do programa computacional.....	41
Figura 5.8: Diagrama de blocos de controlador PID da temperatura.....	42
Figura 5.9: Diagrama de blocos do controlador PID da senoide térmica.....	42

Figura 5.10: Geometrias circulares e quadradas das amostras usadas. O $x$ representa a espessura das amostras com: 2.0mm, 4.0mm, 5.0mm, 4.85mm e 8.0mm.....	43
Figura 5.11: cFP-2000 e módulos.....	44
Figura 5.12: Informações básicas do IRF 630.....	45
Figura 5.13: Características técnicas do transistor MOSFET IRF630. O circuito altamente preciso e com desempenho de entrada e saída.....	46
Figura 5.14: Circuito eletrônico atuador.....	46
Figura 5.15: Faixa de tensão de controle usada pelos controladores PID's.....	47
Figura 5.16: Método de sintonização de Ziegler-Nichols em malha aberta.....	48
Figura 5.17: Programa computacional e a identificação do sistema proposto.....	50
Figura 6.1: Gráfico do controle, frequência de 0,01Hz (a) e 0,001Hz (b).....	54
Figura 6.2: Gráfico das ondas geradas no <i>Quartzo</i> 5,0mm com temperatura constante no <i>Nylon</i> 2,0mm.....	55
Figura 6.3: Ondas experimentais e teóricas no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm) com temperatura constante no <i>Nylon</i> (2,0mm).....	56
Figura 6.4: Ondas experimentais e teóricas no <i>Nylon</i> (2,0mm) com temperatura constante no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm).....	56
Figura 6.5: Ondas experimentais e teóricas no <i>Aço ASTM A36</i> (8,0mm) com temperatura constante no <i>Nylon</i> (2,0mm).....	57
Figura 6.6: Ondas experimentais e teóricas no <i>Nylon</i> (2,0mm) com temperatura constante no <i>Aço ASTM A36</i> (8,0mm).....	57
Figura 6.7: Ondas experimentais e teóricas no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm) com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5,0mm).....	58
Figura 6.8: Ondas experimentais e teóricas no <i>Quartzo</i> (5,0mm) com temperatura constante no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm).....	58
Figura 6.9: Ondas experimentais e teóricas no <i>Nylon</i> (4,0mm) com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5,0mm).....	59
Figura 6.10: Ondas experimentais e teóricas no <i>Quartzo</i> (5,0mm) com temperatura constante no <i>Nylon</i> (4,0mm).....	59
Figura 6.11: Ondas experimentais e teóricas no <i>Quartzo</i> (5,0mm) com temperatura constante no <i>Nylon</i> (2,0mm).....	60
Figura 6.12: Ondas experimental e teórica no <i>Quartzo</i> (5mm) com temperatura constante no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm), frequência de 0,01Hz.....	61

Figura 6.13: Ondas experimental e teórica no <i>Nylon</i> (4,85mm) com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5,0mm), frequência de 0,01Hz.....	61
Figura 6.14: Ondas experimental e teórica no <i>Aço ASTM A36</i> (4,85mm) e com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5,0mm), frequência de 0,001Hz.....	62
Figura 6.15: Ondas experimental e teórica no <i>Quartzo</i> (5,0mm) com temperatura constante no <i>Nylon</i> (2,0mm), frequência de 0,001Hz.....	62
Figura 6.16: Sinal térmico quadrado na frequência de 0,01 hz.....	66
Figura 6.17: Sinal térmico triangular na frequência de 0,01 hz.....	66
Figura 6.18: Sinal térmico Sawtooth na frequência de 0,01 hz.....	67
Figura 6.19: Sinal térmico senoidal na frequência de 0,01 hz.....	67
Figura 6.20: A rede RC.....	68
Figura 6.21: Gráfico das ondas geradas no <i>Aço ASTM A36</i> (4.85mm) com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5.0mm).....	75
Figura 6.22: Gráfico das ondas geradas no <i>Quartzo</i> (5.0mm) com temperatura constante no <i>Nylon 6.0</i> (2.0mm).....	77
Figura 6.23: Gráfico das ondas geradas no <i>Nylon 6.0</i> (2.0mm) com temperatura constante no <i>Quartzo</i> (5.0mm).....	79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Ajustando fórmula sob controle P (rápido).....	15
Tabela 2.2: Ajustando fórmula sob controle P (normal).....	15
Tabela 2.3: Ajustando fórmula sob controle P (lento).....	15
Tabela 2.4: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (rápido).....	16
Tabela 2.5: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (normal).....	16
Tabela 2.6: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (lento).....	16
Tabela 5.1: Propriedades térmicas dos materiais das amostras e das referências.....	43
Tabela 5.2: Sintonização de PID-Método de Ziegler-Nichols em malha aberta.....	49
Tabela 5.3: Parâmetros estimados para o controlador PID da senoide.....	51
Tabela 5.4: Parâmetros estimados para o controlador PID da temperatura Superior.....	51
Tabela 5.5: Parâmetros estimados para o controlador PID da temperatura Inferior.....	51
Tabela 6.1: Experiências com frequência de 0,01Hz.....	53
Tabela 6.2: Experiências com frequência de 0,001Hz.....	53
Tabela 6.3: Correlações Entre as curvas com frequência de 0,01Hz.....	64
Tabela 6.4: Correlações Entre as curvas com frequência de 0,001Hz.....	64
Tabela 6.5: Dados do experimento com Aço ASTM A36 de 4.85mm e Quartzo de 5.0mm.....	75
Tabela 6.6: Condutividade térmica do Aço ASTM A36 estimada pelo MatLab.....	76
Tabela 6.7: Dados do experimento com QUARTZO de 5.0mm e Nylon 6.0 de 2.0mm.....	77
Tabela 6.8: Condutividade térmica do Aço ASTM A36 estimada pelo MatLab.....	78
Tabela 6.9: Dados do experimento com NYLON 6.0 de 2.0mm e Quartzo de 5.0mm.....	79
Tabela 6.10: Condutividade térmica do Nylon 6.0 estimada pelo MatLab.....	80

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Nomenclatura

$A_1, B_1$	Amplitude da temperatura da amostra, [K]
$A_2, B_2$	Amplitude da temperatura da amostra de referência, [K]
$c_p$	Calor específico do meio, [J.Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$C_a$	Capacitância da amostra da rede RC, [F]
$C_r$	Capacitância da referência da rede RC, [F]
$C_i$	Capacitância $i$ da rede RC, [F]
$e(t), e(k)$	Erro de controle
$\dot{E}_{ent}$	Taxa de energia de entrada, [W]
$\dot{E}_{sai}$	Taxa de energia de saída, [W]
$\dot{E}_g$	Taxa de energia gerada, [W]
$\dot{E}_{acu}$	Taxa de energia acumulada, [W]
$e$	Altura da amostra, [m]
$h$	Coefficiente de transferência de calor por convecção, [W.m <sup>2</sup> K <sup>-1</sup> ]
$H$	Espessura da amostra, [m]
$I_p$	Corrente elétrica no peltier, [A]
$I_{MAX}$	Consumo máximo decorrente, [A]
$I_i$	Corrente elétrica $i$ na rede RC, [A]
$J_0(\lambda_m r)$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem zero em função de $\lambda_m r$
$J_1(\lambda_m b)$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem um em função de $\lambda_m b$
$k, K_C$	Ganho do controlador
$K_p$	Ganho do processo estático
$K_1$	Condutividade térmica da primeira amostra, [W.m <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> ]
$K_2$	Condutividade térmica da segunda amostra, [W.m <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> ]
$K$	Condutividade térmica do meio, [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]

$L$	Espessura total da amostra mais a referência, [m]
$N$	Número de elementos (resistor mais capacitor) da rede RC
$P_b$	Banda proporcional
$\dot{q}$	Fluxo de calor gerado na amostra
$Q_C$	Taxa de remoção de calor da junção fria
$Q_{CMAX}$	Capacidade de resfriamento máxima
$R$	Raio da amostra, [m]
$R_P$	Resistência elétrica dos materiais semicondutores, [ $\Omega$ ]
$r$	Eixo radial, [m]
$R_a$	Resistência da amostra da rede RC, [ $\Omega$ ]
$R_r$	Resistência da referência da rede RC, [ $\Omega$ ]
$R_i$	Resistência $i$ da rede RC, [ $\Omega$ ]
$r_o$	Raio cilíndrico do elemento da rede RC, [m]
$SP_{faixa}$	Faixa do setpoint
$S$	Coefficiente de Seebeck
$T_i$	Tempo integral, [s]
$T_d$	Tempo derivativo, [s]
$T_P$	Tempo constante, [s]
$T_S$	Temperatura na junção A, [K]
$T_R$	Temperatura nas junções B e C, [K]
$T_C$	Temperatura da junção fria, [K]
$T(r,z,t)$	Temperatura no ponto $r$ , $z$ e $t$ , [K]
$T(r,\phi,z,t)$	Temperatura no ponto: $(r,\phi,z,t)$ , [K]
$T_e$	Temperatura constante, [K]
$u_P$	Ação proporcional
$u_I$	Ação integral
$u_D$	Ação derivativa
$u_b$	Valor de reset da variável de controle
$u(t), u$	Variável de controle
$u_{max}$	Valor máximo da variável de controle
$u_{min}$	Valor mínimo da variável de controle
$V_{MAX}$	Tensão elétrica máxima, [V]

$V_S$	Diferença de potencial, [V]
$V_{GS}$	Tensão entre o gate e a fonte do MOSFET IRF 630, [V]
$V_i$	Temperatura $i$ no nó $i$ da rede RC, [K]
$\mathbb{V}_i$	Temperatura $i$ estimada no nó $i$ da rede RC, [K]
$Z_{N \times M}$	Matriz impedância da rede RC de ordem N por M
$x$	Variável de processo
$y, PV$	Variável de saída do processo
$y_{sp}, SP$	Setpoint ou valor de referência da variável de saída do processo
$Z(z)$	Amplitude e fase da temperatura no ponto $z$ , [K]
$Z_R$	Impedância do resistor R, [ $\Omega$ ]
$Z_C$	Impedância do capacitor C, [ $\Omega$ ]
$Z_L$	Impedância do indutor L, [ $\Omega$ ]
$Z_{C_a}$	Impedância do capacitor da amostra, [ $\Omega$ ]
$Z_{C_r}$	Impedância do capacitor da referência, [ $\Omega$ ]

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Difusividade térmica, [m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\beta$	Constante das propriedades das amostras
$\beta_1$	Propriedades da primeira amostra
$\beta_2$	Propriedades da segunda amostra (referência)
$\beta_m$	Constantes
$\Delta T$	Variação de temperatura, [K]
$\Delta t$	Variação de tempo [s]
$\Delta T_{MAX}$	Diferença de temperatura máxima, [K]
$\Delta l$	Comprimento do resistor da rede RC, [m]
$\theta_{SA}$	Resistência térmica do dissipador, [°C/W]
$\lambda$	Autovalores
$\rho$	Massa específica, [Kg.m <sup>-3</sup> ]
$\Pi$	Coefficiente de Peltier.
$\tau$	Tempo morto [s]
$\omega$	Frequência angular (rad.s <sup>-1</sup> )

# CAPÍTULO 1

## 1.1 Motivação

A temperatura está sempre presente em todos os fenômenos físicos, químicos e térmicos e controlá-la tornou-se uma necessidade de muitos pesquisadores no mundo inteiro em trabalhos científicos e acadêmicos na determinação de certas propriedades da matéria.

Com os avanços tecnológicos ocorridos na área da microeletrônica cresceu o interesse de pesquisadores pelos circuitos integrados especialmente os SMD – Surface Mounting Device, e com essa tecnologia foram desenvolvidos, não só diversos circuitos eletrônicos a fim de controlar a temperatura de um determinado sistema, mais também os microcontroladores e os microprocessadores. Com essa tecnologia surgiram os computadores digitais com capacidade de processamento cada vez maiores e softwares baseados em linguagens de programação em textos (C, C++, FORTRAN) e gráfica (G, LabVIEW).

Em NASCIMENTO (2004) foi desenvolvido um sistema de controle termoresistivo autocompensado aplicado na obtenção de alta exatidão e estabilidade de resposta de circuitos eletrônicos, confeccionados com tecnologia IC – SMD (Integrate Circuit – Surface Mount Device), circuito integrado com componentes para montagem em superfície. O sistema de controle de temperatura é constituído de um circuito eletrônico associado a um elemento termoresistivo que desempenha tanto a função de sensor quanto de atuador, confeccionado em uma placa de circuito impresso.

Para se fazer o controle da temperatura do interior de uma determinada cavidade térmica é necessário a presença de um controlador de temperatura. Existem vários tipos de controladores que podem ser usados nesse caso. Controlador fuzzy (ou lógica nebulosa), controlador neural, controlador on-off, controlador PID e combinação destes.

Em OLIVEIRA (2010) foi feito um estudo teórico e experimental da dinâmica de temperatura no interior de uma cavidade cilíndrica através um controlador PID. A planta avaliada pode ser utilizada para aplicação em analisadores de misturas e determinação de propriedades térmicas. O estudo serve principalmente para avanço do domínio científico da patente solicitada por Oliveira *et al*, 2010.

Um controlador fuzzy foi usado no controle da vazão e um controlador on-off no controle da potência térmica de combustão numa tese de doutorado de MARQUES (2010): aplicação da lógica fuzzy no controle da cristalização de um sistema de refrigeração por absorção com par água-brometo de lítio.

Inserindo uma amostra de um material desconhecido num ambiente térmico monitorado por um controlador de temperatura é possível através de métodos experimentais determinarem, sob algumas condições térmicas, as propriedades térmicas desse material (por exemplo: condutividade térmica e difusividade térmica). Como sabemos, conhecendo essas propriedades térmicas é possível tornar o processo produtivo mais econômico, confiável e seguro. É indispensável o conhecimento das propriedades térmicas nos casos em que os materiais são submetidos a temperaturas extremas e sendo essa uma situação comum na maior parte das indústrias todo o processo produtivo pode ser comprometido caso não sejam consideradas as particularidades de cada material utilizado. Com o contínuo surgimento de novos materiais é fundamental que suas propriedades possam ser mensuradas de forma exata a fim de se obter o maior aproveitamento possível desses materiais. Estas propriedades são muito relevantes na indústria de petróleo, alimentos, construção civil, siderurgia e metalurgia. Cada vez aumenta sua importância na indústria eletrônica e microeletrônica, mecânica fina e de nanotecnologia.

Em SANTOS *et al* (2007) é levantada a importância das propriedades térmicas em polímeros reciclados, tendo em vista que esses materiais reciclados apresentam propriedades diferentes de materiais virgens, é necessário conhecê-las para que esses polímeros possam ser reutilizados com eficiência na mesma ou em outra aplicação tecnológica. KUNTNER *et al* (2010) apontam a relevância do monitoramento de óleos lubrificantes e isolantes, pois eles podem não desempenhar a função desejada se o nível de água estiver acima do limite permitido. Também afirma ser possível detectar a contaminação de água em líquidos à base de óleo a partir da condutividade térmica.

Dentre as propriedades térmicas, destaca-se o estudo e a importância da condutividade térmica, ou seja, a sua capacidade que um material tem de conduzir calor. JUMIKIS (1996) define que condutividade térmica é uma propriedade intrínseca do material, para a qual os valores dependem da composição química, porosidade, densidade e da estrutura do material.

A eficiência energética é uma das maiores preocupações atuais, não apenas para o setor industrial, logo que, para qualquer sistema térmico ser eficiente é importante a escolha do material mais adequado.

Um dos métodos experimentais utilizados na determinação das propriedades térmicas é o método transiente, como o método do Fio Quente descrito por SCHIEIRMACHER (1888). JANNOT (2009) afirma que esse e outros métodos transientes não são capazes de medir precisamente a condutividade de materiais isolantes de baixa densidade. Atualmente o método do fio quente é considerado como um meio eficaz e preciso na determinação da condutividade térmica de materiais cerâmicos (SANTOS, 2005), também sendo usado em polímeros em SANTOS, (2005 e 2007).

Um método bastante difundido na literatura científica usado na determinação dessas propriedades é o método Flash, também um método transiente, descrito pela primeira vez por PARKER *et al* (1961). Esse método é geralmente aceito como o método padrão para medir a difusividade térmica de discos finos de materiais sólidos (CAPE, 1963).

A maior dificuldade do método Flash reside na implementação do aparato experimental. O gerador laser responsável pelo pulso radiante de calor de alta intensidade e curta duração, torna caro o custo dos equipamentos. As restrições como as características destrutivas do método do fio quente ou o alto custo do método Flash, indicam a necessidade do desenvolvimento de métodos alternativos que possam contornar essas dificuldades (TILLMAN, 2005).

No presente trabalho é apresentado um método alternativo para medir a condutividade térmica em estado sustentável utilizando um gerador de funções térmicas que gera uma onda senoidal em uma extremidade da amostra de dimensões reduzidas em que

se deseja medir e observando a resposta na outra extremidade da amostra, semelhante ao que é feito com circuitos elétricos. Pelas características de onda estacionária e que na amostra final é imposta também uma temperatura conhecida, este método parece apresentar características intrinsecamente mais precisas que aqueles baseados em métodos transientes.

A partir do desenvolvimento de um modelo matemático elaborado para esse problema será possível obter os resultados teóricos e compará-los aos resultados experimentais e assim validar o método alternativo proposto.

## 1.2 Objetivos

### *Objetivo geral*

Desenvolver um sistema de controle térmico de alta precisão e aplicá-lo na medida da condutividade e difusividade térmicas de materiais, utilizando um sinal térmico senoidal, desenvolvendo assim uma nova técnica de medida, em regime estacionário.

### *Objetivos específicos:*

- **Desenvolver um sistema de controle de temperaturas em pequenos ambientes e pequenas amostras.**  
O controlador responsável pelo controle da temperatura utilizado neste trabalho será o PID.
- **Desenvolver um gerador de funções térmicas.**  
O gerador térmico deverá gerar sinais térmicos dos tipos: ondas senoidais, ondas quadradas, ondas dentes de serras e ondas triangulares em frequências baixas (menor que 1 Hz).
- **Desenvolver um Sistema de Supervisão em linguagem G (LabVIEW).**  
O programa computacional desenvolvido constará de um diagrama de blocos e de um painel frontal. Este último será a interface com o usuário por onde ele poderá interagir com sistema proposto.
- **Desenvolver um modelo matemático da proposta deste trabalho.**

- **Aplicar este experimento para determinar a condutividade térmica de materiais sólidos, como por exemplo, a condutividade e calor específico.**

### 1.3 Organização

Por uma questão de didática, este trabalho está dividido em cinco capítulos.

No Capítulo I, apresentam-se uma breve introdução do tema a ser desenvolvido durante este trabalho, objetivos e organização deste trabalho.

No Capítulo II, é realizada uma fundamentação teórica dos controladores para introduzir os principais conceitos que serão utilizados neste trabalho e servem como base para entendimento dessa proposta.

O capítulo III, faz-se um breve estudo sobre a termodinâmica da célula de Peltier.

O capítulo IV, apresenta-se um modelo matemático para uma e duas dimensões.

No capítulo V, mostra-se o material e o método experimental da proposta.

No capítulo VI, apresentam-se os resultados experimentais obtidos para mostrar a validação do projeto.

Por fim, a conclusão.

No apêndice A, os procedimentos de seleção de projeto de células Peltier.

No apêndice B, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica *Aço ASTM A36*.

No apêndice C, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica do *Quartzo*.

No apêndice D, apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab para o cálculo da condutividade térmica do *Nylon 6.0*.

## CAPÍTULO II

### CONTROLADORES

Com os avanços tecnológicos na área da eletrônica, principalmente na de microeletrônica, os computadores digitais tornam-se mais rápidos e com uma capacidade maior de processamento de softwares. Com isso surgiram diversos tipos de controladores que foram implementados por meio de linguagens de programação, tais como a linguagem C e a G (ou gráfica). Podemos citar alguns controladores que ainda são utilizados no controle de variáveis de processo de sistemas físicos em trabalhos científicos: controlador fuzzy (ou lógica nebulosa), controlador neural, controlador on-off (ou liga-desliga) e controlador P.I.D. – proporcional, integral e derivativo. Este último, é o controlador que será utilizado neste trabalho e neste capítulo será descrito de forma mais detalhada.

#### 2.1 Controle Liga-desliga

A idéia de realimentar um sistema para realizar controle de uma variável é simples e, ainda, extremamente poderosa. Ela pode ser citada como a seguir. Incrementa a variável manipulada quando a variável de processo é menor do que um valor de setpoint e decrementa a variável manipulada quando a variável de processo é maior do que o setpoint. A realimentação citada acima é chamada de realimentação negativa porque a variável manipulada move em direção oposta a variável de processo. A Figura 2.1 mostra o diagrama de blocos de um sistema com realimentação negativa de um processo, onde  $y_{sp}$  é o setpoint, a variável de referência,  $y$ , a variável de processo,  $u$ , a variável de controle ou manipulada e  $e$  o erro de controle. A ação de um controlador on-off pode ser expressa matematicamente como:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{se } e > 0 \\ u_{min} & \text{se } e < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

onde  $e = y_{sp} - y$  é o erro de controle.

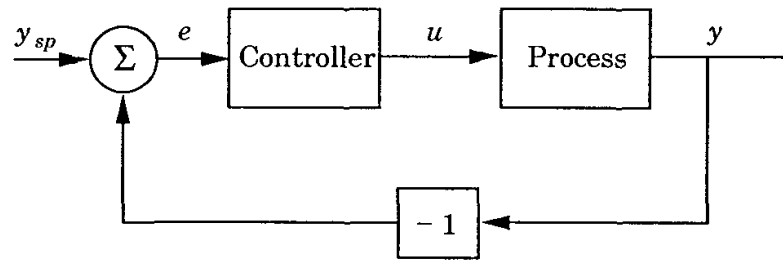


Figura 2.1<sup>1</sup>: Diagrama de blocos de um sistema com um controlador realimentado.

As características de um controlador liga-desliga podem ter algumas variações conforme podem ser vistas na Figura 2.2.

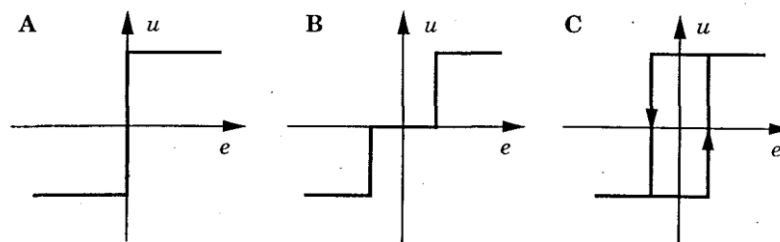


Figura 2.2<sup>1</sup>: Características de um controlador on-off ideal (A), e modificações com zona morta (B) e histerese (C).

## 2.2 Controle Proporcional

Este tipo de controle apresenta uma característica que é proporcional ao erro de controle para pequenos erros conforme ilustra a Figura 2.3. Nela podemos observar que a banda proporcional,  $P_b$ , e o ganho do controlador,  $k$ , se relacionam pela expressão:

$$u_{max} - u_{min} = kP_b \quad (2.2)$$

<sup>1</sup> ASTRÖM, HARL J. (KARL JOHN)., 1934, 2nd ed., PID Controllers: Theory, Design and Tuning/Karl John Aström and Hagglund.

Assumindo que  $u_{max} - u_{min} = 100\%$ , que implica que

$$k = \frac{100}{P_b} \quad (2.3)$$

Observe que um controlador proporcional atua como um controlador on-off para uma faixa de erros grandes.

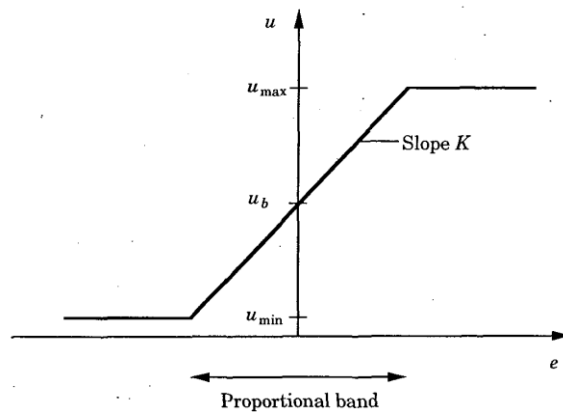


Figura 2.3<sup>2</sup>: Característica de um controle proporcional. A entrada é o erro de controle  $e$  e a saída é o sinal de controle  $u$ .

### 2.3 Controlador P.I.D.

Esta seção descreve as características, funções e funcionamento da parte de um controlador P.I.D. A Figura 2.4 mostra um diagrama de blocos de um controlador PID.

<sup>2</sup> ASTRÖM, HARL J. (KARL JOHN), 1934, 2nd ed., PID Controllers: Theory, Design and Tuning/Karl John Aström and Hagglund.

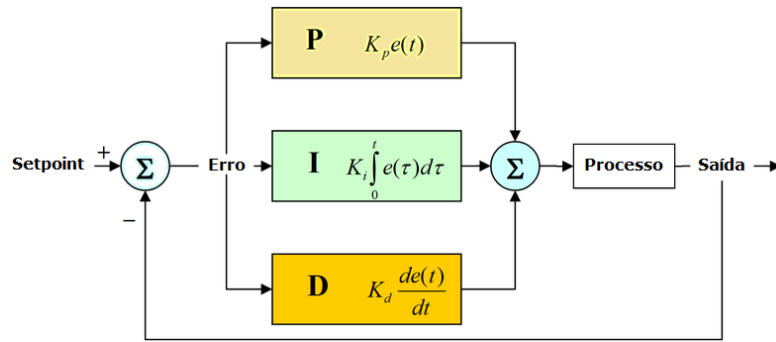


Figura 2.4: Diagrama de um controle PID.

### 2.3.1 O Algoritmo do PID

O controlador PID compara o ponto de ajuste (SP - setpoint) com a variável de processo (PV) para obter o erro ( $e$ ).

$$e = SP - PV \quad (2.4)$$

Em seguida, o controlador PID calcula a ação do controlador,  $u(t)$ , onde  $K_c$  é ganho do controlador.

$$u(t) = K_c \left( e + \frac{1}{T_i} \int_0^t e dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (2.5)$$

Se o erro e a saída do controlador tem a mesma faixa, -100% a 100%, o ganho do controlador é o recíproco da banda proporcional.  $T_i$  é o tempo de integração em minutos, também chamado de tempo de reset, e  $T_d$  é o tempo derivativo em minutos, também chamado de tempo de taxa. A fórmula seguinte representa a ação proporcional.

$$u_p(t) = K_c e \quad (2.6)$$

A fórmula a seguir representa a ação integral.

$$u_i(t) = \frac{K_c}{T_i} \int_0^t e dt \quad (2.7)$$

A fórmula a seguir representa a ação derivativa.

$$u_D(t) = K_c T_d \frac{de}{dt} \quad (2.8)$$

### 2.3.2 Implementação do Algoritmo PID com o VIs PID

O VIs – Instruments Virtual do LabVIEW do PID implementa o algoritmo posicional do controlador PID. Os subVIs utilizados nestes VIs são rotulados de forma que você possa fazer quaisquer modificações destas características.

#### Cálculo de Erro

A fórmula seguinte representa o erro atual usada no cálculo da ação proporcional, integral e derivativa.

$$e(k) = SP - PV_f \quad (2.9)$$

#### Ação Proporcional

A ação proporcional ganho do controlador vezes o erro conforme a fórmula seguinte:

$$u_p(k) = K_c \cdot e(k) \quad (2.10)$$

#### Integração Trapezoidal

Integração trapezoidal é utilizada para evitar mudanças bruscas na ação integral quando há uma alteração repentina na PV ou SP. Quanto maior for o erro, menor a ação integral, como mostrado na seguinte fórmula.

$$u_I(k) = \frac{K_c}{T_i} \sum_{i=1}^k \left[ \frac{e(i) + e(i-1)}{2} \right] \Delta t \quad (2.11)$$

### Ação Derivada Parcial

Por causa das mudanças bruscas de SP, só se aplicam ação derivado ao PV, não para o erro  $e$ , para evitar picos derivados. A seguinte fórmula representa a ação derivada parcial.

$$u_D(k) = -K_c \frac{T_d}{\Delta_t} (PV_f(k) - PV_f(k - 1)) \quad (2.12)$$

### Saída do Controlador

Saída do controlador é a soma das ações proporcional, integral e derivativo, como mostrado na seguinte fórmula.

$$u(k) = u_p(k) + u_I(k) + u_D(t) \quad (2.13)$$

### Limitação de Saída

A saída atual do controlador está limitada ao intervalo especificado para a saída do controle.

$$\begin{aligned} \text{Se } u(k) \geq u_{max} \text{ então } u(k) &= u_{max} \\ &\text{e} \\ \text{se } u(k) \leq u_{min} \text{ então } u(k) &= u_{min} \end{aligned} \quad (2.14)$$

A fórmula a seguir mostra o modelo prático do controlador PID.

$$u(t) = K_c \left[ (SP - PV) + \frac{1}{T_i} \int_0^t (SP - PV) dt - T_d \frac{dPV_f}{dt} \right] \quad (2.15)$$

As faixas padrões para os parâmetros SP, PV e saída correspondem a valores percentuais, no entanto, pode-se usar unidades de engenharia atuais. Os parâmetros  $T_i$  e  $T_d$  são especificados em minutos.

### 2.3.3 O Algoritmo do PID Avançado

Neste tipo do algoritmo é levada em conta a faixa para o SP.

#### Cálculo de Erro

A fórmula seguinte representa o erro atual usada no cálculo das ações proporcional, integral e derivativa.

$$e(k) = (SP - PV_f) \cdot (L + (1 - L) * \frac{|SP - PV_f|}{SP_{faixa}}) \quad (2.16)$$

O cálculo do erro da ação proporcional é mostrado na fórmula seguinte:

$$eb(k) = (\beta * SP - PV_f) \cdot (L + (1 - L) * \frac{|\beta SP - PV_f|}{SP_{faixa}}) \quad (2.17).$$

onde:

$SP_{faixa}$  é a faixa do setpoint;

$\beta$  é o fator de ajuste do setpoint para dois graus de liberdade do algoritmo do PID da ação proporcional, e

$L$  é o fator de linearidade que produz um termo de ganho não linear na qual o ganho do controlador aumenta com a magnitude do erro. Se  $L$  for 1, o controlador é linear. Um valor de 0,1 produz um ganho mínimo do controlador, 10%  $K_c$ . A utilização de um termo de um ganho não linear se refere ao erro quadrado de um algoritmo PID.

#### Ação Proporcional

Em aplicações reais, as alterações do SP são geralmente maiores e mais rápidas do que as perturbações, em quanto que as perturbações aparecem como uma partida lenta da variável controlada do SP. A sintonia do PID para uma boa resposta para a perturbação muitas vezes resulta em respostas do SP com oscilação inaceitável. No entanto, o ajuste para uma boa resposta do SP muitas vezes produz uma resposta lenta para a perturbação. O

fator  $\beta$ , quando definido para menos de um, reduz o overshoot da resposta do SP sem afetar a resposta da perturbação, indicando o uso dos dois graus de liberdade do algoritmo PID. Intuitivamente,  $\beta$  é um índice importante da resposta de SP, que varia de zero a um.

$$u_p(k) = K_c * eb(k) \quad (2.18)$$

### Integração Trapezoidal

A integração trapezoidal tem a mesma utilização da anterior para evitar mudanças bruscas na ação integral quando há uma alteração repentina na PV ou SP. Usando um ajuste da ação integral não linear é possível agir contra o overshoot. Quanto maior for o erro, menor será a ação integral, como mostra na fórmula seguinte e na Figura 2.5.

$$u_I(k) = \frac{K_c}{T_i} \sum_{i=1}^k \left[ \frac{e(i)+e(i-1)}{2} \right] \Delta t \left[ \frac{1}{1 + \frac{10 * e(i)^2}{SP_{faixa}^2}} \right] \quad (2.19)$$

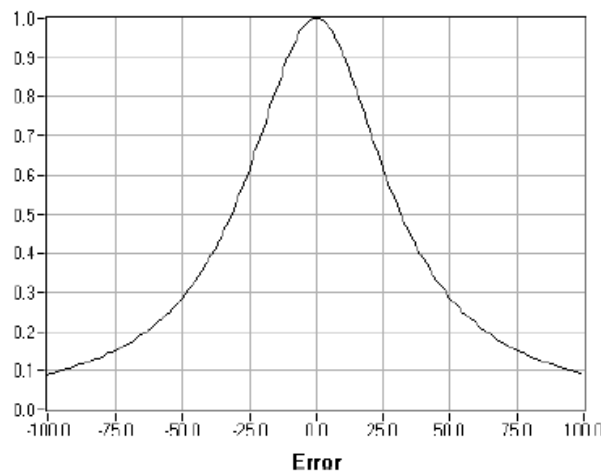


Figura: 2.5<sup>3</sup>: Erro versus ação integral ( $SP_{faixa} = 100$ ).

<sup>3</sup> National Instruments LabVIEW. PID Control Toolset. User Manual November 2001 Edition. Part Number 322192A-01.

## O algoritmo de Ajuste Automático

Este tipo de algoritmo usa o ajuste automático para melhorar o desempenho. Muitas vezes, muitos controladores são mal sintonizados. Como resultado, alguns controladores são muito agressivos e outros são muito lentos. Controladores PID são difíceis de ajustar quando você não sabe a dinâmica do processo ou distúrbios. Neste caso, pode-se usar o ajuste automático. Antes de iniciar a sintonização automática, você deve estabelecer um controlador estável, mesmo que você não consiga sintonizar o seu controlador.

A Figura 2.6 ilustra o processo de auto ajuste excitado por um relé setpoint, que se conecta a um relé e um sinal de retorno extra com o setpoint. Observe que o VI de auto ajuste do PID implementa diretamente este processo. O controlador existente permanece no circuito.

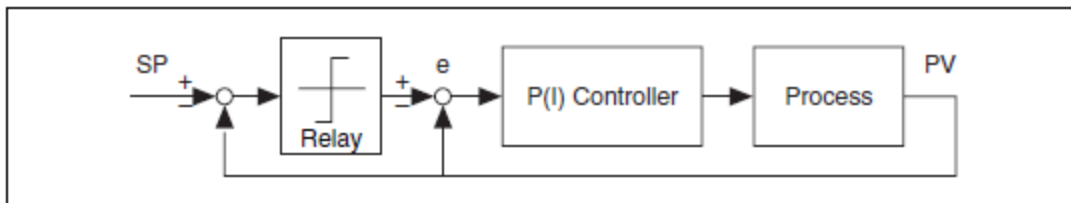


Figura 2.6<sup>4</sup>: Processo sob controle de um PID com um relé setpoint.

Para a maioria dos sistemas, a característica não-linear de retransmissão gera uma limitação cíclica, a partir da qual o algoritmo de auto-ajuste identifica a informação relevante necessária para o ajuste de PID. Se o controlador existente é apenas proporcional, o algoritmo de auto-ajuste identifica o ganho final  $K_u$  e o período final  $T_u$ . Se o modelo existente é PI ou PID, o algoritmo de auto-ajuste identifica o tempo morto  $\tau$  e o tempo constante  $T_p$ , que são dois parâmetros no modelo integral-mais-tempo morto.

$$G_P(s) = \frac{e^{-\tau s}}{T_{PS}} \quad (2.20)$$

<sup>4</sup> National Instruments LabVIEW. PID Control Toolset. User Manual November 2001 Edition. Part Number 322192A-01.

## Ajustando Fórmulas

Aqui serão vistos de como se ajustam fórmulas usando métodos heurísticos de Ziegler e Nichols para determinar os parâmetros de um controlador PID. As tabelas 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6, mostram como se ajustam fórmulas para cada tipo de desempenho de circuito: rápido (1/4 taxa de amortecimento), normal (alguns overshoot) e lento (pouco overshoot).

Tabela 2.1<sup>5</sup>: Ajustando fórmula sob controle P (rápido)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$	—
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

Tabela 2.2<sup>5</sup>: Ajustando fórmula sob controle P (normal)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.2K_u$	—	—
PI	$0.18K_u$	$0.8T_u$	—
PID	$0.25K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

Tabela 2.3<sup>5</sup>: Ajustando fórmula sob controle P (lento)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.13K_u$	—	—
PI	$0.13K_u$	$0.8T_u$	—
PID	$0.15K_u$	$0.5T_u$	$0.12T_u$

<sup>5</sup> National Instruments LabVIEW. PID Control Toolset. User Manual November 2001 Edition. Part Number 322192A-01.

Tabela 2.4<sup>6</sup>: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (rápido)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T_P}{\tau}$	—	—
PI	$0.9\frac{T_P}{\tau}$	$3.33\tau$	—
PID	$1.1\frac{T_P}{\tau}$	$2.0\tau$	$0.5\tau$

Tabela 2.5<sup>6</sup>: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (normal)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.44\frac{T_P}{\tau}$	—	—
PI	$0.4\frac{T_P}{\tau}$	$5.33\tau$	—
PID	$0.53\frac{T_P}{\tau}$	$4.0\tau$	$0.8\tau$

Tabela 2.6<sup>6</sup>: Ajustando fórmula sob controle PI ou PID (lento)

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$0.26\frac{T_P}{\tau}$	—	—
PI	$0.24\frac{T_P}{\tau}$	$3.33\tau$	—
PID	$0.32\frac{T_P}{\tau}$	$2.0\tau$	$0.5\tau$

<sup>6</sup> National Instruments LabVIEW. PID Control Toolset. User Manual November 2001 Edition. Part Number 322192A-01.

O controlador PID possui três termos. O termo proporcional P corresponde ao controle proporcional. O termo integral I produz uma ação de controle que é proporcional ao tempo integral do erro. Isto assegura que o erro no estado permanente torna-se zero. O termo derivativo D é proporcional à derivada do erro de controle no tempo. Este termo permite a predição de um erro futuro.

Com base no conteúdo deste capítulo, o *método tentativa e erro* foi utilizado para estimar os parâmetros dos três controladores PID's no ambiente do LabVIEW.

## CAPÍTULO III

### TERMODINÂMICA DA CÉLULA DE PELTIER

Este capítulo apresenta um breve estudo dos módulos de células de Peltier, tendo em vista que, elas são os elementos ativos nas gerações dos sinais térmicos do gerador senoidal utilizado neste trabalho.

#### 3.1 Modelos para Células Peltier

O módulo Peltier tem aplicações para melhoria dos desempenhos dos componentes eletrônicos, da refrigeração comercial, do controle de temperatura de elementos para eletrônica e ótica de precisão, e como elemento para ensaios de componentes e sistema eletrônicos. A aplicação proposta neste trabalho é de um gerador de sinal harmônico térmico (fluxo de calor). Este novo elemento pode ser aplicado em um novo método de determinação das propriedades termofísicas e em ensaios de sistemas de engenharia térmica.

Sistemas termoelétricos são dispositivos de estado sólido que convertem energia térmica a partir de um gradiente de temperatura em energia elétrica (efeito Seebeck) ou converte energia térmica a partir de um gradiente de energia elétrica (efeito Peltier). A Figura 3.1 mostra uma idealização de uma célula Peltier reversível (denominado por TEC<sup>1</sup>). Os materiais semicondutores n e p são soldados em um metal A e os terminais de n e p são soldados em dois metais C e D. O efeito Seebeck diz que se a junção A for posta em uma temperatura  $T_S$  e nas junções B e C em uma temperatura  $T_R$  aparecerá uma força eletromotriz entre B e C. A célula Peltier é baseada na reversibilidade deste fenômeno:

---

<sup>1</sup> De Thermoelectric Coolers

Uma fonte de corrente ou de tensão elétrica entre B e C irá gerar uma diferença de temperatura entre os terminais A e (B, C) e dada por  $\Delta T = T_S - T_R$ . A curva que descreve este diferencial de temperatura e a força eletromotriz é aproximadamente linear, por faixa.

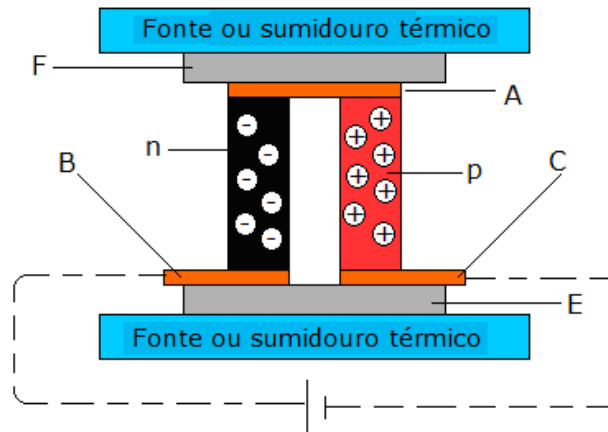


Figura 3.1: Representação simplificada de uma célula Peltier.

Se os dois contatos do semicondutor são mantidas em uma diferença de temperatura ( $\Delta T = T_S - T_R$ ), uma diferença de potencial ( $V_S$ ) pode ser observada entre eles. Esta é chamada de tensão de Seebeck e surge a partir da rápida difusão dos portadores na junção quente<sup>2</sup>. O coeficiente de Seebeck,  $S$  é definido pela equação 3.1.

$$S = \frac{V_S}{\Delta T} \quad (3.1)$$

Uma corrente ( $I_P$ ) fluindo em um circuito comum com contato de metal semicondutores tende a bombear calor de um eletrodo para o outro por causa do efeito Peltier. Uma unidade de resfriamento composto de um elemento do tipo p e um elemento tipo n unido por contato ôhmico é esboçado na Figura 3.2.

A corrente  $I_P$  bombeia o calor da junção comum, arrefecendo em uma quantidade  $\Delta T$  abaixo da junção quente de referência ( $\Delta T = T_S - T_R$ ). O efeito Peltier é reduzido pelo calor conduzido para baixo devido à condutividade térmica e pelo aquecimento Joule

<sup>2</sup>Estes portadores difundem para a junção fria, de modo que tal contato adquire um potencial que têm o mesmo sinal que a maioria dos portadores de difusão.

devido à corrente elétrica. A taxa de remoção de calor na junção fria é expressa pela equação 3.2.

$$Q_C = S I_P T_C - \frac{1}{2} R_P I_P^2 - K \Delta T \quad (3.2)$$

Ou

$$Q_C = \Pi I_P - \frac{1}{2} R_P I_P^2 - K \Delta T \quad (3.2a)$$

Onde:

$Q_C$  é a taxa de remoção de calor da junção fria,

$K$  é a condutividade térmica do material,

$R_P$  é resistência elétrica dos materiais semicondutores,

$S$  é o coeficiente de Seebeck e,

$\Pi$  é o coeficiente de Peltier.

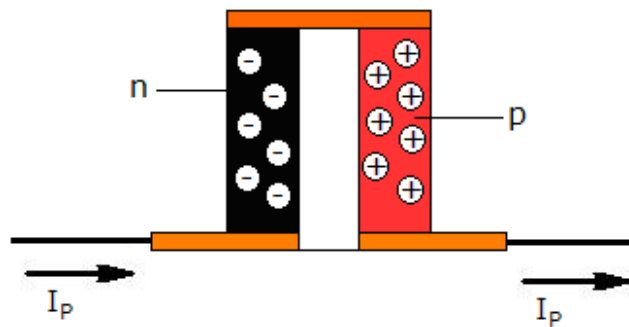


Figura 3.2: Representação do sensor de Peltier.

A Figura 3.3 ilustra o fluxo de potência expresso da equação 3.2. Há uma corrente ótima para um máximo  $\Delta T$  para uma célula de Peltier, Figura 3.4. Em corrente baixa, efeito Peltier é pequeno. Em grandes correntes, o efeito de refrigeração é grande, mas o aquecimento por efeito Joule pode ser maior porque aumenta com o quadrado da corrente. A Figura de mérito, que dá um desempenho de uma célula Peltier é definido pela equação 3.3. Os materiais escolhidos para efeito Peltier deverão ter grande coeficiente Seebeck, grande condutividade elétrica e pequena condutividade térmica.

$$Z = S^2 \frac{\sigma}{K} \quad (3.3)$$

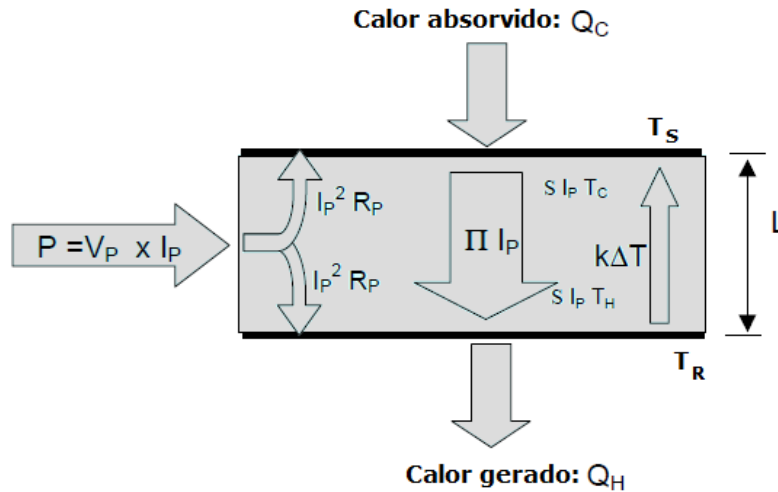


Figura 3.3: Diagrama do fluxo de potência em uma célula Peltier.

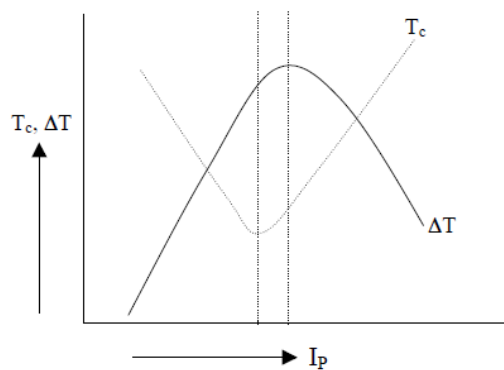


Figura 3.4: Curvas das temperaturas e diferenças em função de  $I_P$ .

Em uma célula Peltier comercial, os elementos E e F incorporado à mesma, Figura 3.5, são isolantes elétricos e bons condutores térmicos. A resistência térmica da célula ( $K = \theta_{A(B,C)}$ ) é semelhante a resistência térmica da soma da resistência térmica da junção mais a resistência térmica da cerâmica nos dispositivos semicondutores. As resistências térmicas dos isolantes devem ser incorporadas ao modelo. Na equivalência da analogia térmica elétrica, a resistência total poderá ser representada por uma única resistência térmica. Em uma célula comercial, não é possível medir as temperaturas nas

junções, pois estas estão situadas internamente e sem contato acessível. Também deverá ser acrescentada a perda de calor por convecção devido a diversas junções (uma célula Peltier é formada por inúmeros destes elementos em série).

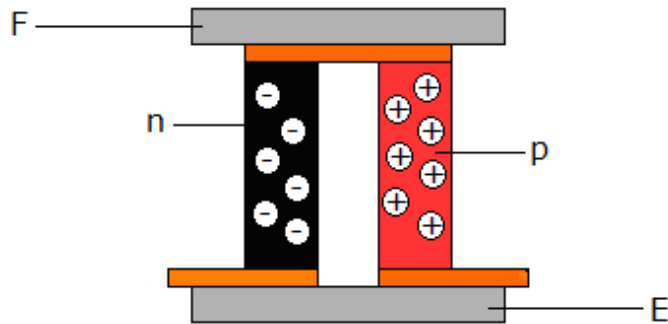


Figura 3.5: Célula Peltier incorporado os elementos isoladores elétricos.

Com o conhecimento do material, poderia ser calculada esta resistência pelos métodos de transferência de calor. Ao ser colocado novos metais de propriedades conhecidos e adjacentes aos isolantes e medir o sinal das harmônicas de temperatura em algumas posições e da corrente excitante, esta resistência térmica poderia ser determinada experimentalmente. Em muitas aplicações práticas, pode não ser necessário este conhecimento, pois o gerador de funções térmicas é baseado na temperatura das faces externas das faces E e F. Por outro lado esta determinação poderá ser conveniente e semelhante a impedância de saída do gerador elétrico.

Na maioria das aplicações, os arrefecedores Peltier são utilizados para resfriar o objeto e manter a temperatura no nível desejado. Os módulos termoeletricos servem normalmente para garantir uma diferença entre a temperatura de um ambiente e a temperatura do objeto de refrigeração através da remoção de calor do objeto para um dissipador de calor. A diferença de temperatura  $\Delta T$  é definida como a diferença entre a temperatura do lado do módulo termoeletrico quente, usado para a remoção de calor do módulo e a superfície do módulo frio.

Os arrefecedores Peltier fabricados pela SCTBNORD inclui estágio único (TM) e módulos de múltiplos estágios (2TM, 3TM, série 4TM). Módulos termoeletricos de estágio único prevê uma diferença de temperatura máxima de até  $73^{\circ}\text{C}$  entre os lados quentes e frios.

Os tipos de módulos termoeletrônicos necessários são selecionados a partir da Especificação Geral ou do quadro abaixo, com base na marcação TM-AAA-BB-CC M, onde:

TM - módulo de termelétricas

AAA - número de termopares

BB - dados de seção transversal, mm

CC - corrente com diferença máxima de temperatura  $\Delta T_{max}$ , A

M - módulos fabricados usando a tecnologia patenteada de camada cola.

Acontece uma forte não linearidade no comportamento do TEC como pode ser observada a partir dos fenômenos envolvidos no canal semiconductor (Figura 3.4). Um método aproximado é desenvolvido e praticamente suficiente nas maiorias das aplicações. No APÊNDICE A, tem um procedimento do fabricante de seleção e comportamento a partir dos “datasheets”. Os parâmetros dos fabricantes são  $Q_{MAX}$  (potência máxima de resfriamento),  $\Delta T_{MAX}$  (diferencial de temperatura máxima),  $I_{MAX}$  (a corrente máxima) e  $V_{MAX}$  (tensão elétrica máxima) têm as seguintes definições:

$Q_{CMAX}$  - capacidade de resfriamento máxima (em  $I_{MAX} = 0$  e  $\Delta T = 0$ ).

$\Delta T_{max}$  - diferença de temperatura máxima em  $I_{MAX}$  e  $Q_c = 0$ .

$I_{MAX}$  - O consumo máximo decorrente (ocorre em  $\Delta T_{max}$ ).

$V_{MAX}$  - tensão elétrica fornecida em ( $\Delta T_{max}$ ).

Do comportamento linear das curvas, e das condições definidas acima, permitem a aproximação da equação:

$$\dot{Q}_C = \dot{Q}_{MAX} \left( \frac{\Delta T}{\Delta T_{MAX}} + \frac{I^2}{I_{MAX}^2} - \frac{2I}{I_{MAX}} \right) \quad (3.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Q}_C = 0, \Delta T = \Delta T_{MAX} \text{ e } I = I_{MAX}; \\ \dot{Q}_C = \dot{Q}_{MAX}, \Delta T = 0 \text{ e } I = I_{MAX} \end{array} \right\}$$

O  $\Delta T$  e o  $\dot{Q}_C$  são pontos de operação genéricos. Este fluxo para placa fria é negativo para esfriamento.

$$\dot{Q}_C = \dot{Q}_{C\text{MAX}} \left( \frac{\Delta T}{\Delta T_{\text{MAX}} - \Delta T} \right) \quad (3.5)$$

O calor que flui para o lado quente é igual ao produto VI mais o calor líquido extraído do lado frio, equação e em regime pela equação t.

$$\dot{Q}_H = V.I - \dot{Q}_C \quad (3.6)$$

$$\dot{Q}_H = V.I + \dot{Q}_{\text{LOAD}} \quad (3.7)$$

O coeficiente de uma junção de termopar simples está em torno de  $430\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , e o valor V resultante é dominante em baixa corrente. Em correntes mais altas, este desvio de tensão é reduzida, e a tensão é dominada pela resistência,  $R_{\text{TEC}} = V_{\text{MAX}}/I_{\text{MAX}}$ . De forma aproximada, vamos somar os dois para obter uma aproximação para V.I, que nos dá um limite superior para Tc, equação j.

$$\dot{T}_C = T_A + \dot{\theta}_{\text{SA}} \left( I^2 \frac{V_{\text{MAX}}}{I_{\text{MAX}}} + I(N.430\mu\text{V})\Delta T \right) + \Delta T_{\text{MAX}} \left( \frac{Q_{\text{Load}}}{Q_{\text{MAX}}} + \frac{I^2}{I_{\text{MAX}}^2} - \frac{2I}{I_{\text{MAX}}} \right) \quad (3.8)$$

onde N é o número de junção de termopares e  $\theta_{\text{SA}}$  é a resistência térmica do dissipador.

### 3.2 Dissipador de Calor

Com o dissipador de calor tem-se uma forma de eliminar do sistema uma potência razoável sem uma grande elevação de temperatura. Isto é alcançado através de uma baixa resistência térmica do dissipador para o ambiente ( $\theta_{\text{SA}}$ ), medido em ( $^\circ\text{C}/\text{W}$ ). Um dissipador (esfriando o ar) de calor razoável, operando por convecção natural, tem um  $\theta_{\text{SA}}$  aproximadamente inversamente proporcional ao volume que ocupam. O  $\theta_{\text{SA}}$  diminui com a

temperatura, por cerca de 40%, de 0°C a 100°C. O valor de  $\theta_{SA}$  a ser tomado deve ser uma média, quando se trabalha de 0 a 100°C. Próximo à temperatura ambiente, você tem que adicionar cerca de 30% do valor indicado.

A ventilação do ar pode melhorar  $\theta_{SA}$  por um fator de 5 a 10 s e a velocidade do ar varia de 3 a 6 m/s. Dissipadores de calor por convecção forçada funcionam muito longe do limite termodinâmico, porque eles são realmente projetados para convecção natural e adaptada para convecção forçada. Um dissipador de calor apropriadamente projetado (não disponível comercialmente) pode ter um fator de melhoria de 10 para o mesmo volume, embora sob uma pressão maior para posição a montante.

O dissipador de calor é determinante do valor  $\Delta T$  pretendido. A equação 3.8 mostra a dependência da temperatura do lado frio ( $T_C$ ) com  $\theta_{SA}$ .

Considere uma TEC de 15 × 30 milímetros com  $I_{MAX} = 6A$ ,  $V_{MAX} = 4.5 \pm 0.5V$ ,  $\Delta T_{MAX} = 65^\circ C$  e  $Q_{MAX} = 14W$ , à temperatura de 25°C. A Figura 3.6 mostra o dissipador adequado.

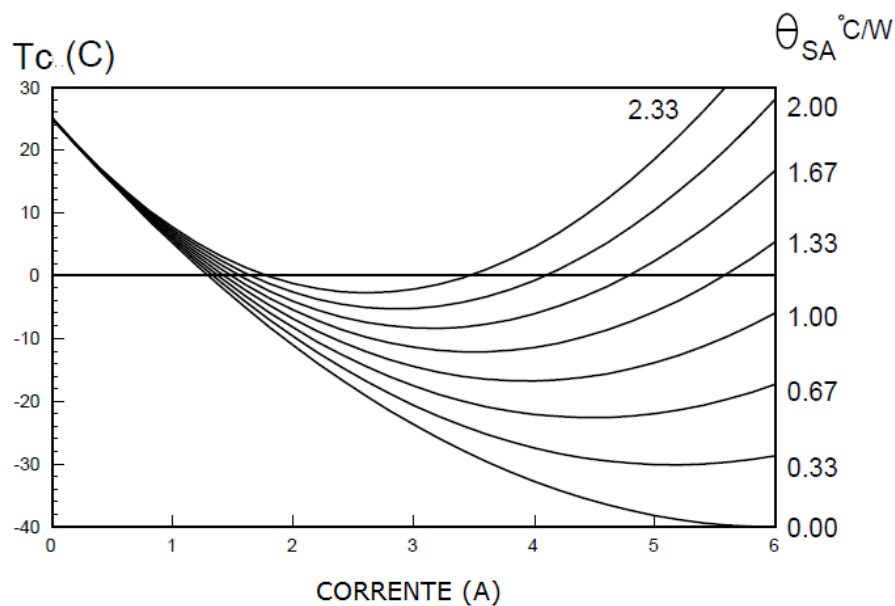


Figura 3.6: Temperatura do lado frio em função da corrente e resistência térmica (temperatura ambiente em torno de 25°C).

## CAPÍTULO IV

### MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo apresenta-se a formulação matemática para uma amostra cilíndrica para obtenção de sua solução. Será considerada a solução de um modelo em duas dimensões.

#### 4.1 Introdução

Um problema físico pode ser representado por meio de equações diferenciais parciais ou ordinárias, e sua solução nos permite analisar de forma geral o seu comportamento. O tipo do sistema de coordenadas, condições de contorno, regime (permanente ou transiente), são fatores que influenciam na formulação de um modelo matemático.

Um modelo matemático apropriado pode ser utilizado na obtenção das propriedades térmicas teóricas de uma amostra de qualquer geometria, e este trabalho procura mostrar que o instrumento proposto determina essas propriedades e que a precisão pode ser determinada principalmente pela medida da espessura e o posicionamento do sensor na superfície. Como todos os instrumentos apresentam seus erros, os erros deste modelo são devidos à quantidade de calor que não é considerada na relação teórico experimental.

## 4.2 Conservação de Energia em um Volume de Controle

A Figura 4.1 mostra a conservação de energia em um volume de controle em um instante  $t$  de um determinado sistema. Nela podem-se ver a taxa de energia de entrada,  $\dot{E}_{ent}$ , a taxa de energia de saída,  $\dot{E}_{sai}$ , a taxa de energia gerada  $\dot{E}_g$ , e a taxa de energia acumulada,  $\dot{E}_{acu}$ .

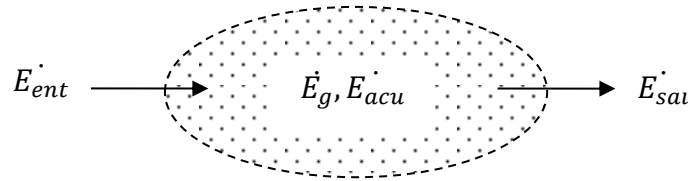


Figura 4.1: Conservação de energia em um volume de controle em um instante  $t$ .

De acordo com INCROPERA e DEWITT (2008), o enunciado da conservação de energias térmica e mecânica em um volume de controle em um instante  $t$  pode ser citado da seguinte maneira: A taxa de aumento da quantidade de energia térmica e mecânica acumulada (armazenada) em volume de controle deve ser iguais à taxa na qual as energias térmica e mecânica entram no volume de controle, menos a taxa na qual as energias térmica e mecânica deixam o volume de controle, mais a taxa na qual a energia térmica é gerada no interior do volume de controle. Matematicamente este enunciado pode ser escrito como:

$$\dot{E}_{acu} \equiv \frac{dE_{acu}}{dt} = \dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g \quad (4.1)$$

## 4.3 Fundamentação Teórica

A princípio, será utilizada uma amostra cilíndrica para esse modelo. Em seguida será mostrada sua validação para qualquer amostra.

A Figura 4.2 ilustra uma amostra cilíndrica de raio  $R$  e altura  $e$ . Um sinal térmico senoidal é aplicado pelo gerador de sinais térmicos em uma superfície ( $z = 0$ ) e na outra é mantida a uma temperatura constante ( $z = e$ ), onde  $r$  é o eixo radial e  $R$  é o raio da amostra.

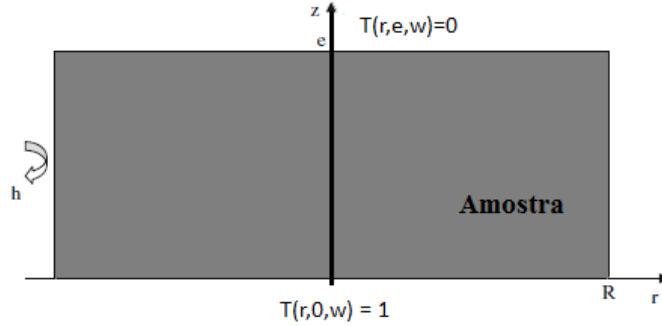


Figura 4.2: Geometria da amostra cilíndrica para a condução de calor

A forma geral da equação da difusão de calor utilizando um sistema de coordenadas cilíndricas pode ser vista na equação 4.2.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T(r, \phi, z, t)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T(r, \phi, z, t)}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T(r, \phi, z, t)}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T(r, \phi, z, t)}{\partial t} \quad (4.2)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica da amostra,  $\rho$  é massa específica e  $c_p$  é calor específico do meio.

Para as propriedades termo físicas ( $k$ ,  $\rho$ ,  $c_p$ ) constantes, sem geração de energia térmica e fixando a Equação (4.3), a equação de condução de calor (4.2) torna-se a Equação (4.4).

$$\bar{T}(r, z, t) = T(r, z, t) - T_e \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (4.4)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \quad (3.5)$$

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica da amostra.

Com as seguintes condições de contorno e inicial:

$$r = R \rightarrow -k \frac{\partial \bar{T}(R, z, t)}{\partial r} = h \bar{T}(R, z, t) \quad (4.6)$$

$$z = 0 \rightarrow \bar{T}(r, 0, t) = \sin(\omega t) \quad (4.7)$$

$$z = e \rightarrow \bar{T}(r, e, t) = \text{constante} \quad (4.8)$$

$$r = 0 \rightarrow \frac{\partial \bar{T}(0, z, t)}{\partial r} = 0 \quad (4.9)$$

$$t = 0 \rightarrow \text{Fase}(\bar{T}(r, 0, t)) = 0 \quad (\text{fase } 0 \text{ em } z = 0) \quad (4.10)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

Podemos representar a temperatura em qualquer ponto da amostra dada pela Equação (4.11), válida para um tempo longo, que atinge o regime harmônico de equilíbrio.

$$\bar{T}(r, z, t) = \bar{T}(r, z) \cdot \Delta T e^{i\omega t} = \bar{T}(r, z) e^{i\omega t} \quad (4.11)$$

Substituindo a equação (4.11) na equação (4.4), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}(r, z)}{\partial r^2} e^{i\omega t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}(r, z)}{\partial r} e^{i\omega t} + \frac{\partial^2 \bar{T}(r, z)}{\partial z^2} e^{i\omega t} = \frac{i\omega}{\alpha} \bar{T}(r, z) e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{T}(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}(r, z)}{\partial z^2} = \frac{i\omega}{\alpha} \bar{T}(r, z) \quad (4.12)$$

Observe que a solução da equação (4.12) pode ser obtida como sendo um produto de duas funções independentes:  $R(r)$  e  $Z(z, \omega)$ .

Usando o método de separação de variáveis e admitindo que

$$\bar{T}(r, z) = R(r) \cdot Z(z, \omega) \quad (4.13).$$

Substituindo a equação (4.13) na equação (4.12), obtemos:

$$Z(z, \omega) \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + Z(z, \omega) \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + R(r) \frac{\partial^2 Z(z, \omega)}{\partial z^2} = \frac{i\omega}{\alpha} R(r) Z(z, \omega) \quad (4.14)$$

Dividindo a equação (4.14) pela equação (4.13), temos:

$$\frac{1}{R(r)} \left( \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = \frac{i\omega}{\alpha} \quad (4.15)$$

Chamando o primeiro termo do primeiro membro da equação (4.15) de  $-\lambda^2$ , têm-se as equações (4.16) e (4.17).

$$\frac{1}{R(r)} \left( \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) = -\lambda^2 \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = \frac{i\omega}{\alpha} + \lambda^2 \quad (4.17)$$

onde  $\lambda^2$  é um autovalor.

A solução para a temperatura  $T(r, z, \omega)$  é dada pela Equação (4.18).

$$T(r, z, \omega) = \frac{2}{b} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{h^2}{\lambda_n (h^2 + \lambda_n^2)} \frac{J_0(\lambda_m r)}{J_1(\lambda_m b)} \cdot \frac{\sinh(\beta_m (e - z))}{\sinh(\beta_m (e))} \quad (4.18)$$

onde  $\lambda_m$  e  $\beta_m$  são soluções da equação transcendental dada por:

$$J'_\nu(\lambda r) + h J_\nu(\lambda r) = 0 \quad (4.19)$$

$$\beta_m = \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha} + \lambda_m^2} \quad (4.20)$$

Nas superfícies da amostra ( $z = 0$  e  $z = e$ ), os valores das temperaturas são constantes e independentes de  $r$ . Entre essas superfícies, a temperatura  $T(r, z, \omega)$  varia de

acordo com os valores de  $r$  e  $z$ . Em  $r = 0$ , não há transferência de calor na direção de  $r$ , de acordo com a Equação (4.9). Por isso, esse ponto em particular, no centro ( $r = 0$ ), a equação (4.4) se torna a equação (4.21), que modela a equação da condução de calor unidimensional em  $z$ .

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \quad (4.21)$$

A solução da Equação (4.21) é a Equação (4.22).

$$T(0, z, \omega) = \frac{\sinh(\beta(e - z))}{\sinh(\beta(e))} \quad (4.22)$$

onde,  $\beta$  é dado pela Equação (4.23), caso particular da equação (4.20):

$$\beta = \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha}} \quad (4.23)$$

Em qualquer ponto diferente de  $r = 0$  ( $0 < z < e$ ), a transferência de calor se dá nas direções de  $r$  e  $z$ , aumentando os erros na determinação da temperatura. Também há erros devido às soluções transcendentais aplicadas na Equação (4.19).

Para validar a proposta deste trabalho é proposto um instrumento de medida, que utiliza duas amostras de materiais diferentes, sendo uma chamada de referência. A Figura 4.2 mostra o tipo de instrumento, onde na superfície inferior ( $z = 0$ ) é aplicado o sinal térmico e na superfície superior ( $z = L$ ) é aplicada uma temperatura constante. O material de referência tem espessura  $H$ .

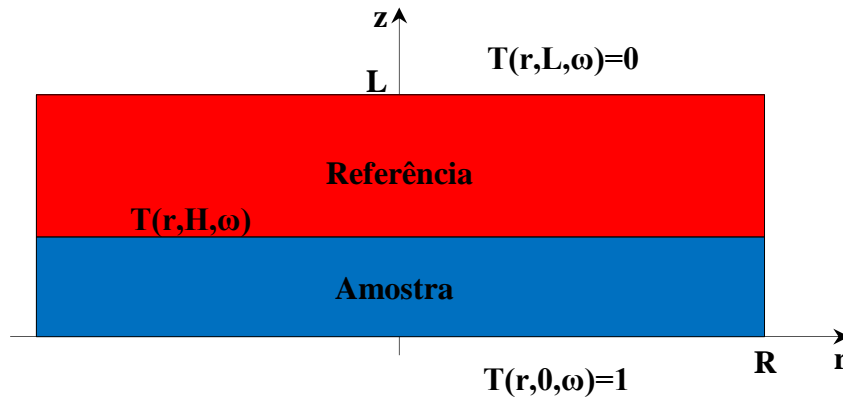


Figura 4.3. Instrumento de medida com amostra e referência.

Os parâmetros que envolvem esse sistema são:

H é a espessura da amostra;

L é a espessura total;

$\beta_1$  representa as propriedades da primeira amostra;

$\beta_2$  representa as propriedades da segunda amostra;

$$\text{onde: } \beta = \sqrt{i \frac{\omega}{\alpha}} = (i+1) \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}$$

$\beta$  é usado para simplificar as equações.

$K_1$  é a condutividade térmica da primeira amostra;

$K_2$  é a condutividade térmica da segunda amostra;

Com a condição de contorno da equação (4.9), medindo a temperatura no centro da amostra ( $r = 0$ ) e assumindo o modelo unidimensional, temos a equação (4.24).

$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial^2 z} - i \frac{\omega}{\alpha} Z(z) = 0 \quad (4.24)$$

Onde  $Z(z)$  é a amplitude e a fase dependendo na posição e frequência dadas pelas equações (4.25) e (4.26). As condições de contorno descritas abaixo fornecem as equações (4.27), (4.28), (4.29) e (4.30).

$$Z(z) = A_1 e^{\beta_1 z} + B_1 e^{-\beta_1 z} \quad 0 < z < H \quad (\text{Amostra}) \quad (4.25)$$

$$Z(z) = A_2 e^{\beta_2 z} + B_2 e^{-\beta_2 z} \quad H < z < L \quad (\text{Referência}) \quad (4.26)$$

Condição de contorno  $z = 0$ :

$$Z(0) = 1$$

$$A_1 + B_1 = 1 \quad (4.27)$$

Condição de contorno  $z = H$ :

$$Z_1(H) = Z_2(H)$$

$$K_1 \frac{\partial Z(z)}{\partial z} = K_2 \frac{\partial Z(z)}{\partial z} \quad (4.28)$$

$$A_1 e^{\beta_1 H} + B_1 e^{-\beta_1 H} = A_2 e^{\beta_2 H} + B_2 e^{-\beta_2 H} \quad (4.29)$$

Condição de contorno  $z = L$ :

$$Z(L) = 0$$

$$A_2 e^{\beta_2 L} + B_2 e^{-\beta_2 L} = 0 \quad (4.30)$$

Das equações (4.27), (4.28), (4.29) e (4.30) é possível encontrar as constantes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$  e essas são dadas da seguinte forma:

$$A_1 = \frac{A_2 (e^{\beta_2 H} - e^{-\beta_2 H + 2\beta_2 L})}{(e^{\beta_1 H} - e^{-\beta_1 H})} - \frac{e^{-\beta_1 H}}{(e^{\beta_1 H} - e^{-\beta_1 H})} \quad (4.31)$$

$$A_2 = \frac{2K_1\beta_1}{(K_1\beta_1 - K_2\beta_2)(e^{(\beta_1+\beta_2)H} - e^{-(\beta_1+\beta_2)H+2\beta_2L}) + (K_1\beta_1 + K_2\beta_2)(e^{(\beta_2-\beta_1)H} + e^{(\beta_1-\beta_2)H+2\beta_2L})} \quad (4.32)$$

$$B_1 = 1 - A_1 \quad (4.33)$$

$$B_2 = -A_2 e^{2\beta_2 L} \quad (4.34)$$

Conhecendo os valores das constantes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ , é possível calcular nas equações (4.25) e (4.26) a amplitude e a fase,  $Z(z)$ , em qualquer posição dos corpos no eixo  $z$ , sendo a equação (4.25) para a amostra e a equação (4.26) para a referência. No método proposto o ponto desejado é o ponto de interseção dos dois materiais, onde é realizada a medição de temperatura.

## **CAPÍTULO V**

### **MATERIAL E MÉTODO EXPERIMENTAL**

#### **Introdução**

Neste capítulo serão mostrados o material e o método experimental utilizados neste estudo. Inicialmente, é apresentada uma visão geral do sistema de instrumentação e dos controles térmicos. Em seguida faz-se o detalhamento de cada uma de suas partes constituintes, descrevendo-se o método experimental.

#### **5.1 O SISTEMA FÍSICO PROPOSTO**

O sistema físico proposto neste trabalho pretende alcançar os objetivos específicos mencionados no início deste trabalho e pode ser utilizado para obter as propriedades térmicas de materiais sólidos, como por exemplo: a condutividade e a difusividade térmicas.

Para tanto, propõe-se um sistema de instrumentação para medição de temperaturas e de um sistema de controle térmico de precisão. A Figura 5.1 ilustra o diagrama de blocos representativo desse sistema, a Figura 5.2 mostra as partes constituintes do sistema e a Figura 5.3 mostra uma visão simplificada do sistema. Neles podem ser observados: o gerador de sinais térmicos, responsável pela geração de sinais senoidais de frequências baixas (menores que a unidade, em hertz), gerada pelo programa LabVIEW, onde três controladores de temperatura PID's – proporcional, integral e derivativo, produzem três sinais: dois responsáveis em manter constante as temperaturas de referência, e o outro responsável em seguir uma referência senoidal e a reproduzir na forma de calor, os três

utilizando o mesmo sistema de aquisição de dados – *Compact Field Point* (cFP). Os três módulos de efeito *Peltier* juntamente com os circuitos atuadores 01, 02 e 03 (transistores de potência IRF 630), formam os elementos atuadores deste sistema, que recebem sinais de controle dos controladores PID's do programa computacional *LabVIEW* aquecendo ou resfriando os módulos de efeito *Peltier*. Quatro sensores de temperatura termopares tipo T (Cobre - Constantan) são utilizados. O primeiro termopar, localizado entre os dois primeiros módulos de Peltier, e o quarto termopar, localizado abaixo do terceiro módulo de efeito *Peltier*, estão ligados a dois controladores PID de temperatura que controlam esses dois módulos de efeito *Peltier* responsáveis em manter duas temperaturas constantes; o segundo termopar, localizado entre o segundo módulo de Peltier e a amostra, está ligado a um controlador PID responsável em produzir o sinal senoidal térmico; e o último, o terceiro termopar é responsável por medir a temperatura entre as superfícies das amostras; uma é definida como a amostra a ser analisada e a outra de amostra de referência. Três fontes de tensão DC de 12 volts são usadas; uma para cada módulo de efeito Peltier.

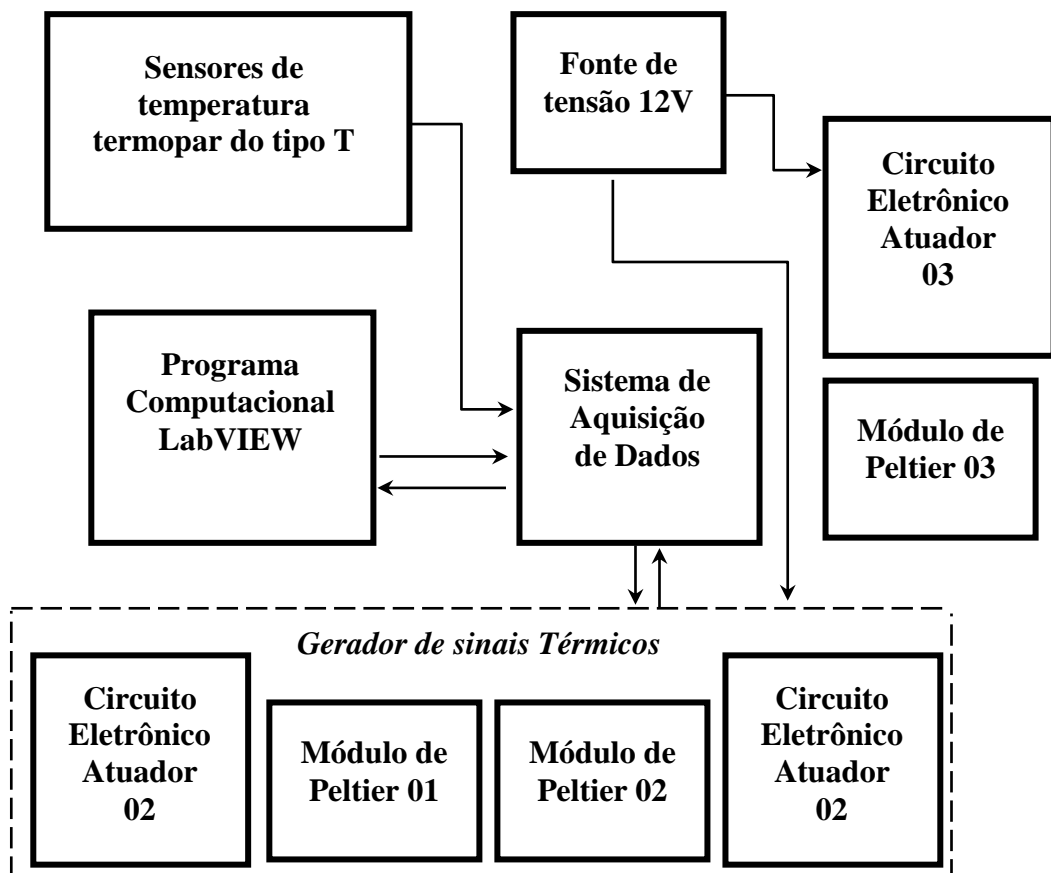


Figura 5.1: Diagrama de blocos do Sistema Físico Proposto

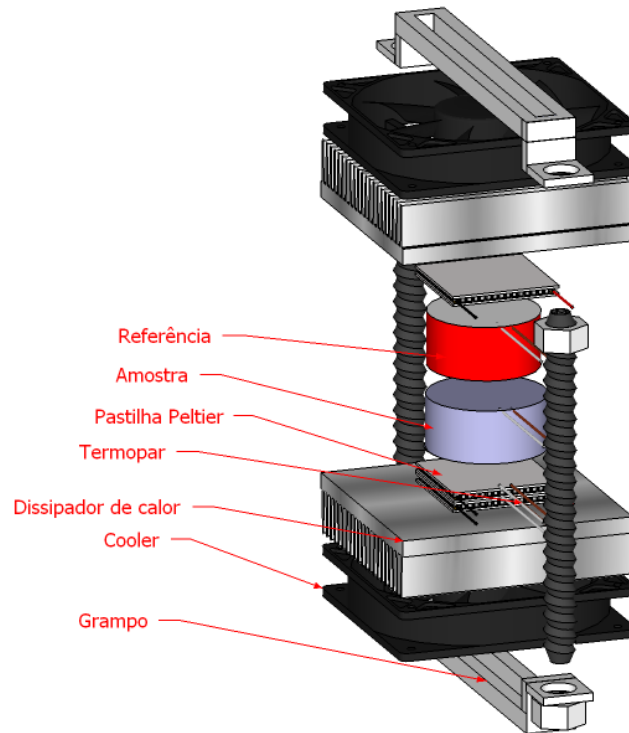


Figura 5.2: Visão do Sistema Físico Proposto com suas partes.

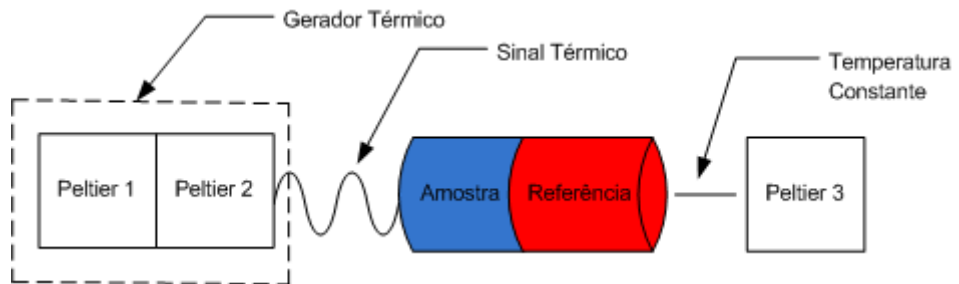


Figura 5.3: Vista simplificada do Sistema Físico Proposto

A seguir serão descritas com detalhes as informações contidas em cada bloco do diagrama de blocos, mostrado na Figura 5.1.

## 5.2 Bancada Experimental

Para a realização deste trabalho, foi preparada uma bancada experimental equipada com instrumentos de medição e acessórios afim de atender os objetivos mencionados no início deste trabalho. A Figura 5.4 mostra essa bancada. Nela podem-se ver: o *cFP-2000 e módulos*, as *fontes DC de tensão de 12V*, os *circuitos de potência para os módulos de efeito Peltier* e o *Sistema Físico Proposto*.

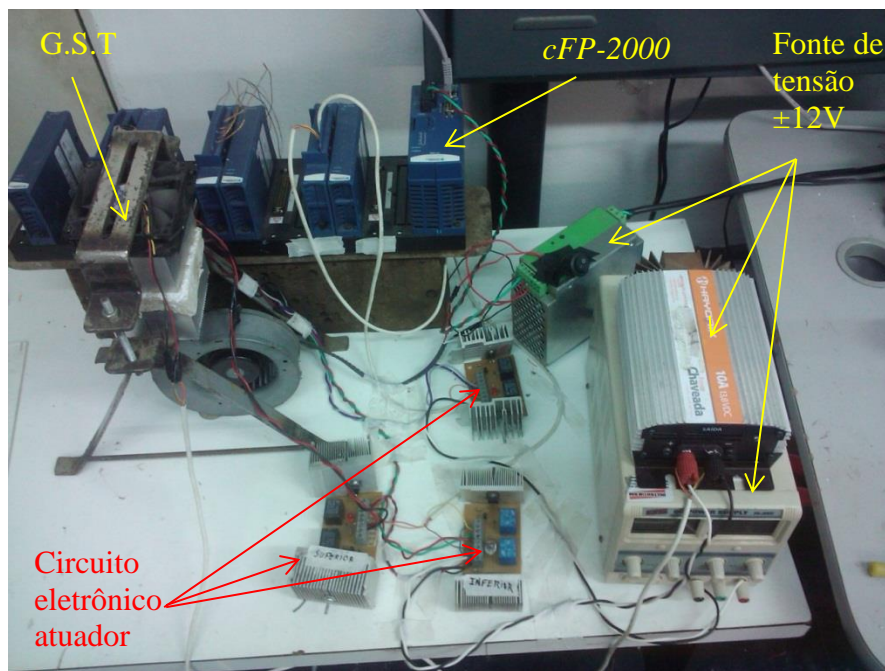


Figura 5.4: Bancada experimental e seus componentes

## 5.3 Gerador de Sinais Térmicos - GST

O Gerador de Sinais Térmicos – GST pode ser visto com elemento principal do Sistema Proposto. Como ele é capaz de gerar sinais DC, senoidais e triangulares com frequências muito baixas (menores que a unidade, em hz), ele será visto com mais detalhes. Na seção seguinte serão mostrados suas partes constituintes e seu funcionamento.

### 5.3.1 Constituição do Gerador de Sinais Térmicos

O GST é constituído por dois ventiladores (*cooler*) que mantêm um fluxo de ar a uma velocidade constante e é alimentado por duas fontes de tensão de 12 volts; por dois dissipadores de calor (aletado, desse usado em microcomputadores) que sofrem os efeitos da convecção forçada produzida pelos coolers. Entre as superfícies de contato foram postas camadas finas de pasta térmica a fim de melhorar a eficiência de transferência de calor por condução entre estas superfícies, constituindo ainda por três módulos de efeito *Peltier* - MEP (40mm de largura por 40mm de comprimento por 4mm de espessura), sendo dois dos módulos controlados por dois controladores PID's, (responsáveis em manter duas temperaturas constantes), e o outro por um controlador PID, (responsável em gerar os sinais térmicos nas frequências desejadas). Quatro sensores de temperatura termopar do tipo T para medir as temperaturas nos pontos centrais nas superfícies dos módulos Peltier e nas superfícies das amostras (uma amostra conhecida e outra amostra desconhecida). Na Figura 5.5 podem ser vistos dois sinais gerados pelo GST. Ele pode gerar funções térmicas do tipo DC, senoidal e triangular cujas frequências podem variar de 0,1 a 0,0001 Hz.

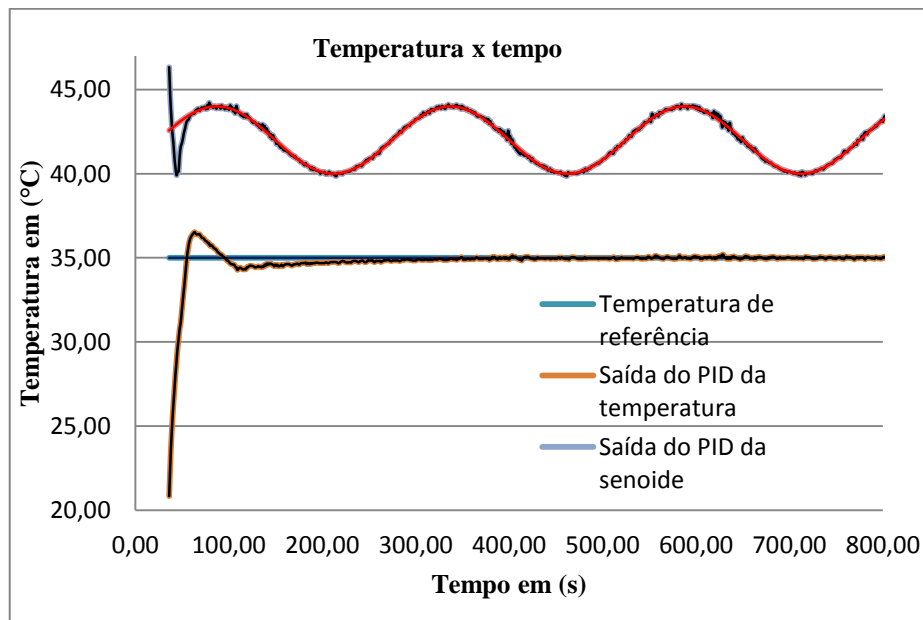


Figura 5.5: Senoide térmica com frequência de 0,05 Hz *sem amostra* e temperatura constante de 35°C

## 5.4 Programa Computacional LabVIEW

### Introdução

Dentre as diversas linguagens de programação existentes na atualidade, foi escolhida para ser utilizada neste trabalho a linguagem gráfica, conhecida também como linguagem G que pode ser trabalhada na plataforma LabVIEW da National Instruments.

LabVIEW<sup>®</sup> é um acrônimo para *Laboratory Virtual Instruments Engineering Workbench*, o qual designa uma linguagem de programação, assim como a linguagem C ou Basic. O principal diferencial do LabVIEW reside na utilização da linguagem gráfica (G).

A principal diferença entre a linguagem G e as linguagens de texto é que na linguagem G, os comandos são executados de forma paralela, ou seja, todos ao mesmo tempo, enquanto na linguagem de texto, como C, as linhas de comandos são executadas uma por vez.

A linguagem G é uma ferramenta de programação gráfica, altamente produtiva para a construção de sistemas de aquisição de dados, instrumentação e controle, entre outras aplicações **(REGAZZI, PEREIRA e SILVA JR, 2005)**.

Na subseção a seguir, será descrito o programa computacional que foi desenvolvido no LabVIEW versão 8.5.

### 5.4.1 Programa Computacional Utilizado

O programa computacional utilizado é constituído por painel frontal e por um diagrama de blocos. O painel frontal é a interface por onde o usuário pode entrar com as informações necessárias para se obter os resultados desejados. Ele pode ser visto nas Figuras 5.6 e 5.7 e partes do diagrama de blocos nas 5.8 e 5.9. No painel frontal podem ser vistos: os três controladores PID's: das temperaturas superior e inferior, e o da senoide; os valores das constantes dos controladores PID:  $K_c$ ,  $T_i(min)$  e  $T_d(min)$ , entre outros.

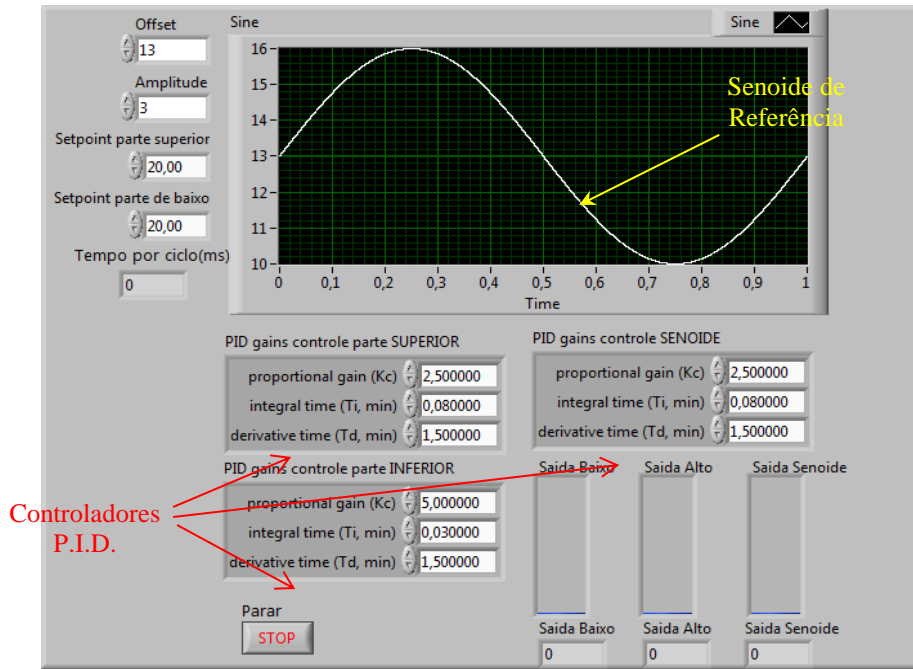


Figura 5.6: Painel frontal do programa computacional

A Figura 5.7 mostra o painel frontal do VI que traça as curvas teóricas a partir do arquivo do experimento e das propriedades dos materiais. São traçadas duas curvas, uma delas é uma curva baseada na curva real obtida no meio das amostras, e a outra é a curva de referência, gerada a partir das equações teóricas e das propriedades dos materiais. Nesse VI também é retirado o *offset* de todos os sinais para que a comparação visual seja realizada com mais facilidade. Os gráficos serão mostrados no capítulo seguinte.

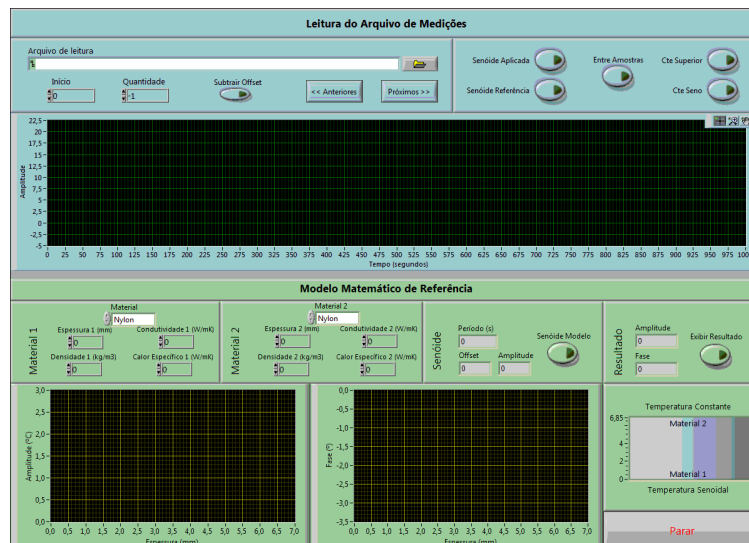


Figura 5.7: Painel frontal do programa computacional

No diagrama de blocos do programa computacional destacamos dois diagramas de blocos dos controladores PID's e que podem ser observados na Figura 5.8 e 5.9. Nestas Figuras, eles foram construídos usando os VI's (funções como "caixas" fechadas) do próprio LabVIEW e com a faixa de tensão de 3,5 a 6 volts de  $V_{GS}$  para os três transistores de potência MOSFET's IRF 630 para o controle das temperaturas.

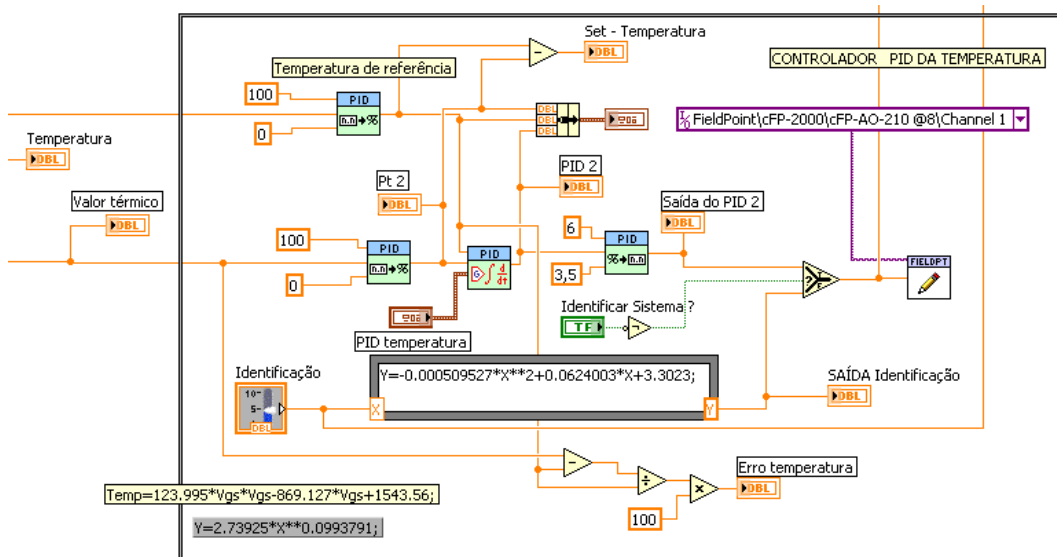


Figura 5.8: Diagrama de blocos de controlador PID da temperatura

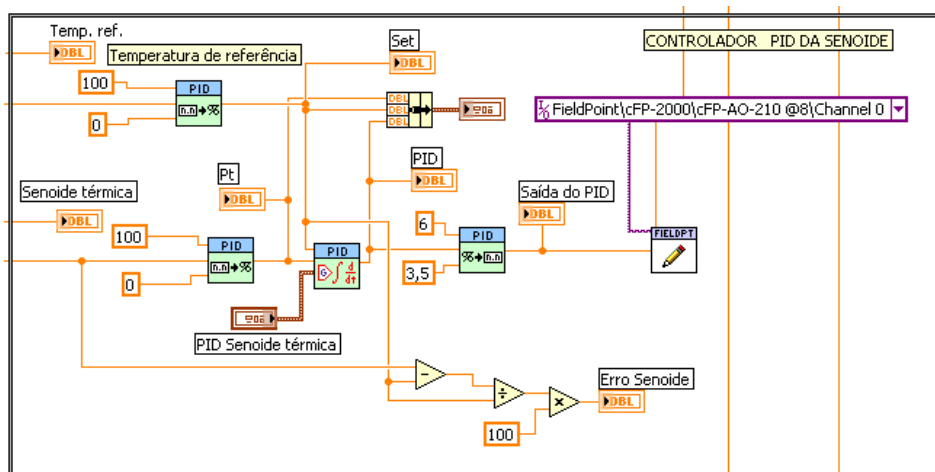


Figura 5.9: Diagrama de blocos do controlador PID da senoide térmica

## 5.5 As Amostras

Com o objetivo de determinar algumas das propriedades termofísicas de materiais sólidos, como por exemplo, a condutividade térmica e a difusividade térmica usando o método proposto neste trabalho, é preciso preparar algumas amostras de material a serem analisados. Para isso, foram utilizadas algumas amostras de materiais sólidos com geometrias retangulares e cilíndricas e com diferentes espessuras cujas propriedades térmicas encontram-se na Tabela 5.1. Nos experimentos foram utilizadas amostras de aço ASTM A36, com espessuras de 4,85mm e de 8,0mm, Nylon 6, com espessuras de 2,0mm e 4,0mm, e Quartzo, com espessura de 5mm. Este método poderá ser usado para outros tipos de materiais condutores, isolantes e líquidos. A Figura 5.10 mostra as amostras utilizadas. As medidas de temperaturas foram realizadas nos pontos centrais.

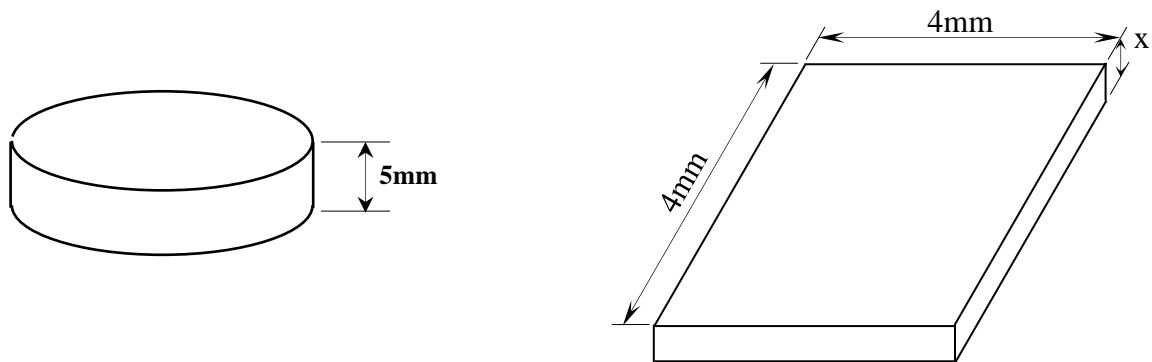


Figura 5.10: Geometrias circulares e quadradas das amostras usadas. O  $x$  representa a espessura das amostras com: 2.0mm, 4.0mm, 5.0mm, 4.85mm e 8.0mm.

Tabela 5.1: Propriedades térmicas dos materiais das amostras e das referências

Materiais	Calor específico ( $J.Kg^{-1}K^{-1}$ )	Densidade ( $Kg.m^{-1}$ )	Condutividade térmica ( $W.K^{-1}.m^{-1}$ )
Nylon 6.0	1.7	1140.0	0.23
Quartzo	772	2203	1.38
Aço ASTM A36	477	8000	42.7

## 5.6 Compact Field Point

O sistema de aquisição de dados conforme mostrou na Figura 5.2, é um controlador lógico programável – CLP, produzido pela indústria Norte Americana *National Instruments*, criado para aplicação de controle industrial, desempenhando controle embarcado avançado, aquisição de dados e conectividade via rede. O cFP-2000 representa uma arquitetura modular com condicionamento interno de sinais e isolamento elétrica, pode ser conectado diretamente a sensores industriais com sinais de tensão analógica, corrente, sinais PWM – *Pulse Width Modulation* e, ainda, com saída analogia ou digital. Além de possuir uma estrutura modular, com conexões específicas para sinais de entrada ou saída, digital ou analógica, a unidade central do cFP permite conexão em rede, seja ponto a ponto (através de cabo crossover), via Ethernet ou Web, atingindo taxa de transmissão de dados de 10Mb/s a 100MB/s e pode ser utilizado juntamente com o LabVIEW em modo real time.



Figura 5.11: cFP-2000 e módulos

O cFP-2000 possui internamente um sistema de calibração para sensores de temperatura e para o seu uso basta configurá-los via software do equipamento. Com isso, os sensores podem ser ligados diretamente aos respectivos módulos de entrada de sinal e o módulo de saída (tensão analógica). Esses módulos têm alguns de seus canais ligados ao circuito de controle dos circuitos de potência, os quais controlam a potência elétrica que deve ser entregue aos atuadores (transistores MOSFET IRF630 e módulos de efeito Peltier). Um microcomputador conectado a rede local com um programa computacional de

controle em execução pode fazer o monitoramento e controle de temperatura do sistema proposto.

## 5.7 Circuito Eletrônico Atuador

O circuito eletrônico atuador deste trabalho é baseado no *transistor de potência MOSFET IRF 630*, por ser o componente eletrônico que além de atender os objetivos deste trabalho, é de fácil aquisição no mercado, simples de manusear e de montar em placas de circuito impresso. Ele é o elemento do sistema de aquisição de dados responsável de receber as informações em tensão elétrica dos controladores PID's e controlar a corrente elétrica que circula no circuito de potência, onde está o módulo de efeito Peltier responsável pelo aquecimento ou resfriamento deste módulo. Para dimensioná-lo, é necessário o conhecimento das características elétricas deste componente. As informações básicas que foram usadas neste projeto podem ser vistas na Figura 5.12. Na Figura 5.13 pode-se ver um esquema com o atuador acoplado e na Figura 5.14 é mostrado o circuito eletrônico atuador pronto para o uso.

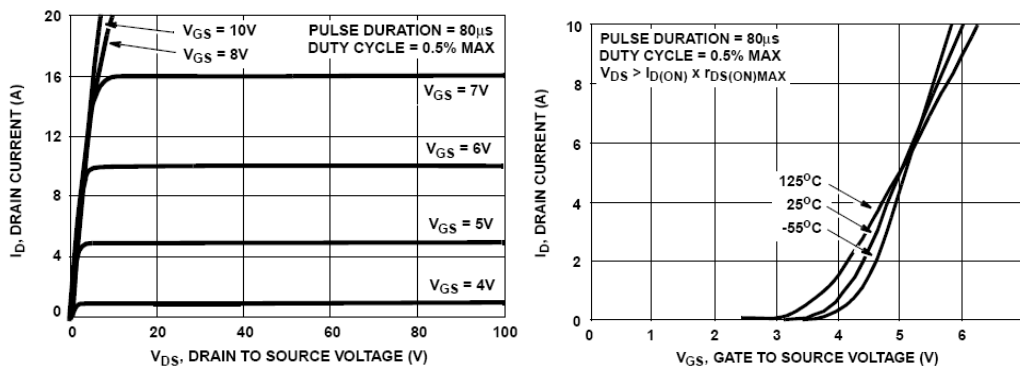


Figura 5.12: Informações básicas do IRF 630.

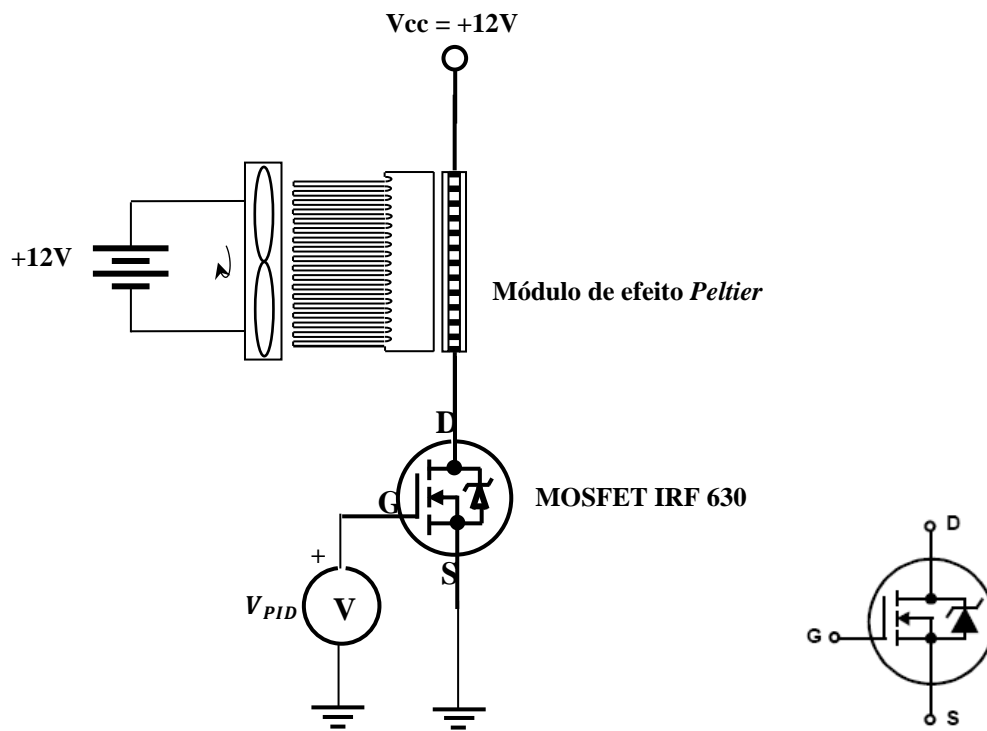


Figura 5.13: Características técnicas do transistor MOSFET IRF630. O circuito altamente preciso e com desempenho de entrada e saída.

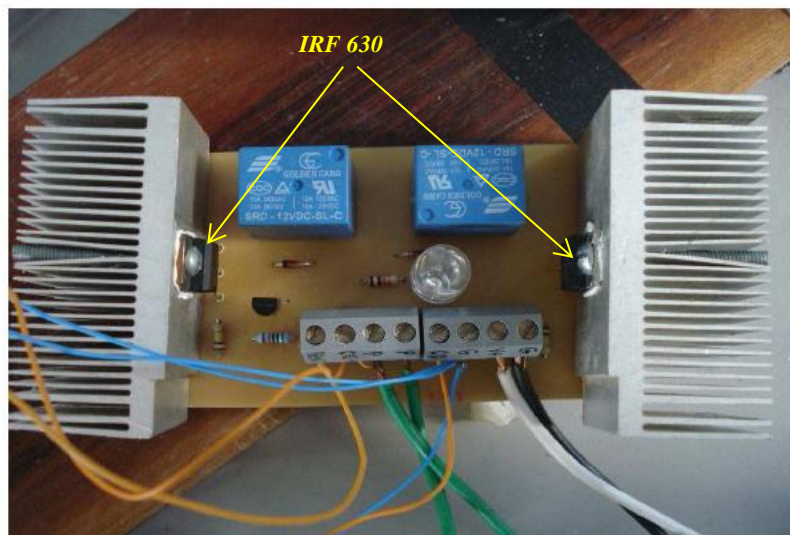


Figura 5.14: Circuito eletrônico atuador.

### 5.7.1 Polarização do Transistor de Potência

Observando no gráfico da Figura 5.15 podemos notar que o valor da tensão limiar para esse transistor de potencia é em torno de 3 volts aproximadamente. Baseada nesta informação, optou-se neste trabalho pela *configuração com polarização “fixa”*. Entretanto o termo fixo aqui se refere a uma faixa de valores para a tensão de controle que os PID’s necessitam para controlar as correntes elétricas dos módulos de efeito Peltier. Para atingir os objetivos neste trabalho, a faixa de tensão de controle (*tensão  $V_{gs}$* ) varia de 3,5 a 6 volts e pode ser vista na Figura 5.15.

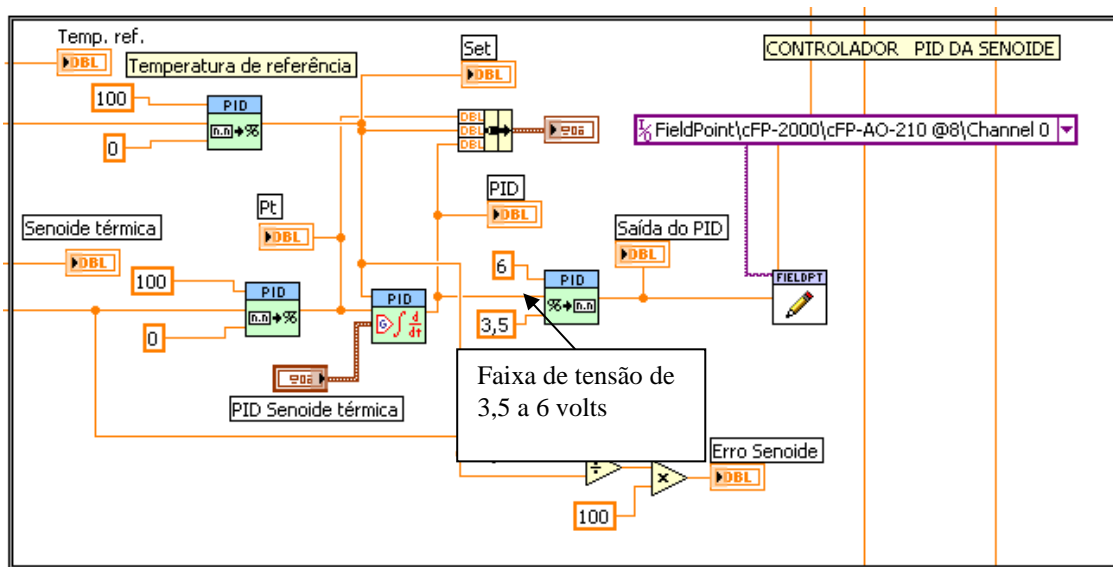


Figura 5.15: Faixa de tensão de controle usada pelos controladores PID’s

### 5.8 SISTEMA DE CONTROLE TÉRMICO

O sistema físico proposto possui dois controladores PID, sendo que um é responsável por manter uma temperatura constante e o outro por gerar o sinal senoidal (ou triangular) numa frequência desejada e com precisão. Cada controlador possui um conjunto

de parâmetros:  $K_c$ ,  $T_i(\text{min})$  e  $T_d(\text{min})$ , que devem ser determinados por algum tipo de método.

### 5.8.1 Método de Ziegler-Nichols

O método de sintonização de *Ziegler-Nichols* de malha aberta é um método que determina o conjunto de parâmetros para controladores PID, a partir das características da resposta transitória da planta do sistema. Existem alguns pré-requisitos que devem ser atendidos para seu uso e dentre eles estão: obtém-se no máximo 25% de *overshoot*; as curvas de resposta ao degrau devem ser obtidas experimentalmente; estas curvas são caracterizadas por um tempo de atraso  $L$  e uma constante de tempo  $T$ ; só pode ser aplicado a plantas que não envolvam nem integradores, nem pólos complexos conjugados, e que a curva da resposta ao degrau assemelhar-se-á a uma curva em forma de  $S$ , conforme é apresentada na Figura 5.16 e na Tabela 5.1.

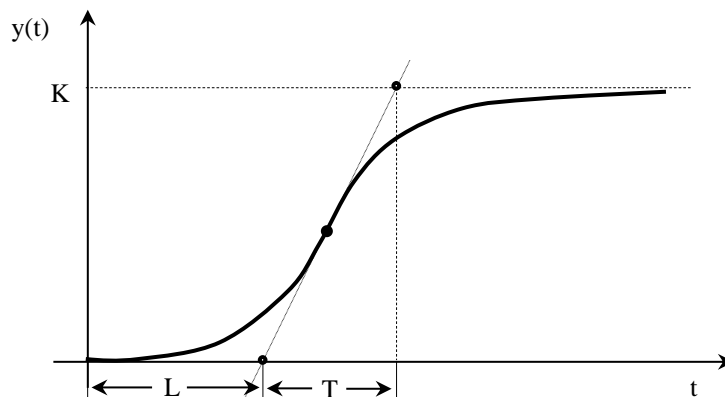


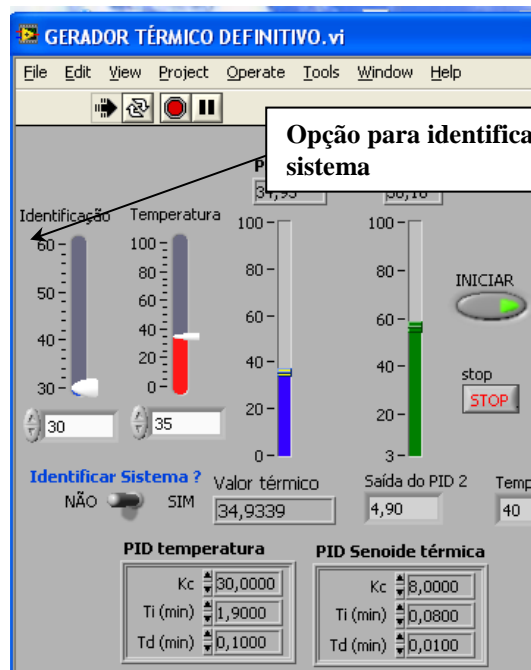
Figura 5.16: Método de sintonização de Ziegler-Nichols em malha aberta

Tabela 5.2: Sintonização de PID-Método de Ziegler-Nichols em malha aberta

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0,9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

### 5.8.2 Identificação do Sistema Físico

Para se obter o conjunto de parâmetros dos controladores PID's utilizados, a partir das características da resposta transitória da planta do sistema físico, é preciso fazer sua identificação. Para isso, usando o programa computacional e aplicando-se á entrada do sistema um degrau de temperatura, obtém-se sua resposta na saída deste sistema durante certo intervalo de tempo. Em seguida, traça a curva de sua saída em função do tempo. Na Figura 5.17 pode ser vista a resposta do sistema físico em função do tempo e o programa computacional.



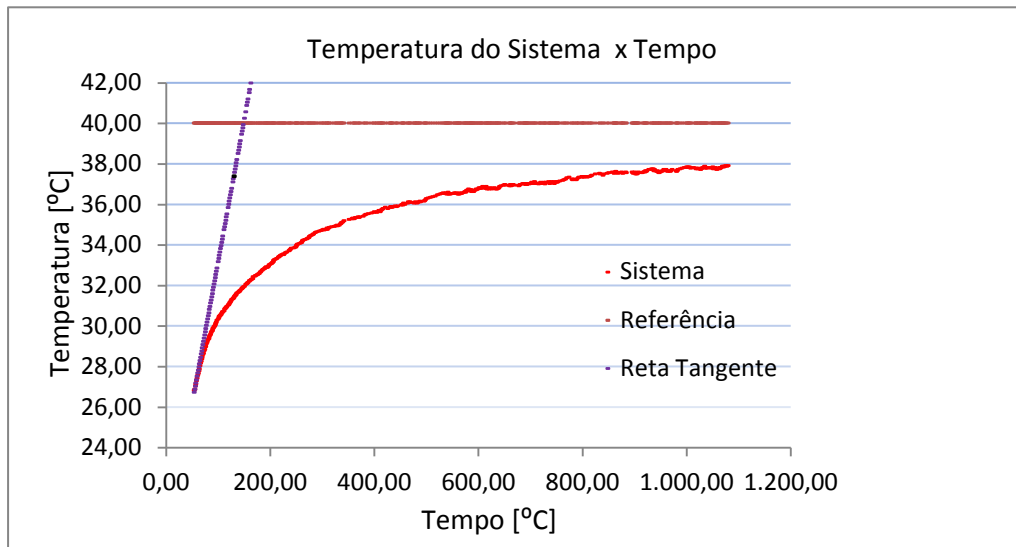


Figura 5.17: Programa computacional e a identificação do sistema proposto

Os valores para  $T$  e  $L$  da Tabela 5.1 foram extraídos tomando por base a identificação do sistema proposto da Figura 5.15, a fim de estimar os parâmetros dos controladores P.I.D's. Após uma ampliação da Figura 5.15, chegaram-se nos seguintes valores:  $T = 92,42s$  e  $L = 4,50s$ , aproximadamente. Com esses valores os parâmetros do controlador P.I.D podem ser:  $K_p = 24,65$ ,  $T_i = 0,15min$  e  $T_d = 0,0375min$ . Apesar de eles serem diferentes, eles serviram de base para a construção dos controladores P.I.D.'s usados neste trabalho.

### 5.8.3 Parâmetros do Controlador PID e o Método de Tentativas e Erros

Observando a curva da temperatura do sistema versus tempo da Figura 5.17, pode-se tirar a seguinte conclusão: na curva não existe ponto de inflexão (mudança de concavidade) e nem tem a forma de um S! Portanto, neste caso, não será possível estimar os parâmetros dos controladores PID's, usando o método de sintonização de Ziegler-Nichols em malha aberta. Diante deste fato, na tentativa de buscar esses parâmetros, optou-se pelo *método de tentativas e erros*. Este método consiste em estimar os parâmetros dos controladores PID's, fixando o valor de um dos parâmetros e ajustando os outros dois até obter uma resposta do sistema que atendam as especificações desejadas com o sistema em funcionamento. Após várias tentativas e erros, um conjunto de parâmetros dos controladores foi encontrado e podem ser vistos nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Parâmetros estimados para o controlador PID da senoide

Controlador PID da senoide	$K_p$	$T_i(\text{min})$	$T_d(\text{min})$
01	2,5	0,08	1,5

Tabela 5.4: Parâmetros estimados para o controlador PID da temperatura Superior

Controlador PID da temperatura Superior	$K_p$	$T_i(\text{min})$	$T_d(\text{min})$
01	2,5	0,08	1,5

Tabela 5.5: Parâmetros estimados para o controlador PID da temperatura Inferior

Controlador PID da temperatura Inferior	$K_p$	$T_i(\text{min})$	$T_d(\text{min})$
01	5	0,03	1,5

## CAPÍTULO VI

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### Introdução

Neste capítulo serão mostrados os resultados obtidos dos experimentos realizados com os materiais que possuem suas propriedades térmicas tabeladas pelos fabricantes e esses valores foram usados como base para os experimentos. Nesses experimentos foram utilizadas amostras de *aço ASTM A36*, com espessuras de 4,85mm e de 8,0mm, *Nylon 6*, com espessuras de 2,0mm e 4,0mm, e *Quartzo*, com espessura de 5,0mm. Nos experimentos foram utilizadas frequência de 0,001Hz e 0,0001Hz, ou seja, períodos de 100 segundos e 1000 segundos, respectivamente, e com amplitudes de 1°C à 3°C. Os experimentos foram realizados numa sala do L.E.S.- Laboratório de Energia Solar, UFPB, com dois condicionadores de ar mantidos aproximadamente a 22°C e expostos à convecção do meio ambiente.

Os experimentos foram realizados com o objetivo de validar o SFP e com isso confirmar a aplicabilidade do instrumento na determinação das propriedades térmicas.

## 6.1 Experimentos com o SFP

Foram realizadas experiências com os materiais mostrados nas Tabelas 6.1 e 6.2, usando frequência de 0,01 Hz e 0,001 Hz.

Tabela 6.1. Experiências com frequência de 0,01Hz

<b>Materiais</b>				
Experimento	Amostra		Referência	
01	<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Nylon</b>	2,0mm
02	<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm
03	<b>Aço</b>	8,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm
04	<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	8,0mm
05	<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm
06	<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm
07	<b>Nylon</b>	4,0mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm
08	<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	4,0mm
09	<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm

Tabela 6.2. Experiências com frequência de 0,001Hz

<b>Materiais</b>				
Experimento	Amostra		Referência	
01	<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Nylon</b>	2,0mm
02	<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm
03	<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm
04	<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm
05	<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm
06	<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm

A partir do VI da Figura 6.6, entrando com o arquivo do experimento e as propriedades dos materiais traçam-se as curvas para cada experimento. São traçadas duas curvas, uma delas é uma curva baseada na curva real obtida no meio das amostras, e outra é a curva de referência, gerada a partir das equações teóricas e das propriedades dos materiais. Nesse VI também é retirado o *offset* de todos os sinais para que a comparação visual seja realizada com mais facilidade.

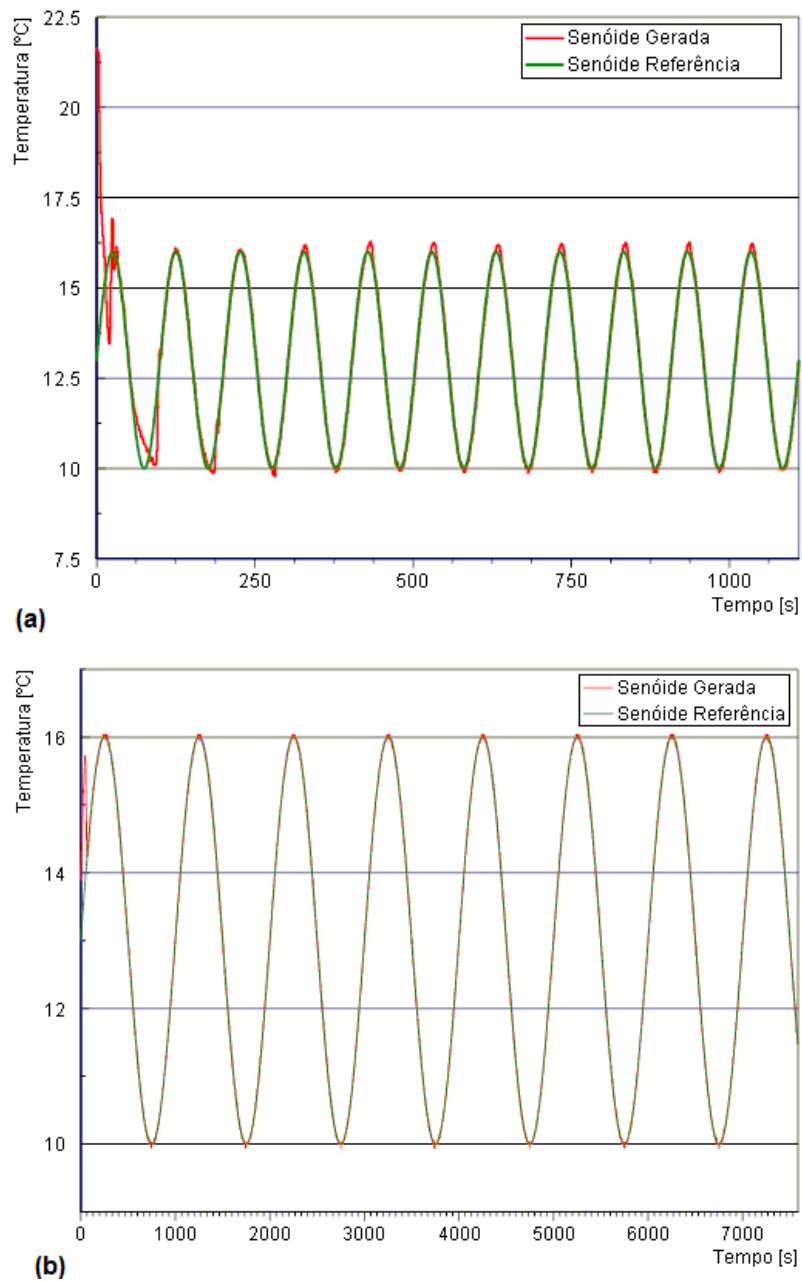


Figura 6.1: Gráfico do controle, frequência de 0,01Hz (a) e 0,001Hz (b).

## 6.2 Resultados Experimentais com as Amostras

Com a bancada experimental energizada, podemos observar na Figura 6.2 o gráfico do experimento onde a onda senoidal foi aplicada ao disco de *Quartzo*, 5,0mm de espessura, e a temperatura constante na superfície de um fino disco de *Nylon 6*, 2,0mm de espessura.

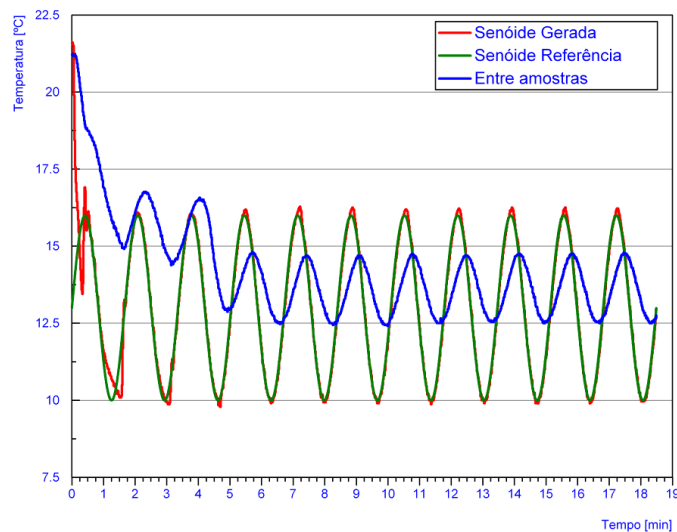


Figura 6.2: Gráfico das ondas geradas no *Quartzo* 5,0mm com temperatura constante no *Nylon* 2,0mm.

Nos resultados experimentais que se seguem são exibidos os gráficos contendo as ondas experimentais e teóricas nos materiais indicados nas legendas, sendo a onda senoidal gerada no primeiro material e o segundo material está com temperatura constante na sua extremidade superior. A onda denominada Referência Teórica é a resposta esperada entre as amostras a partir da Senóide Referência, e a onda Referência Experimental é a resposta desejada entre as amostras em relação a Senóide Gerada.

### 6.2.1 Resultado experimental com o Aço ASTM A36 (4,85mm) e Nylon (2,0mm)

A Figura 6.3 mostra o resultado deste experimento.

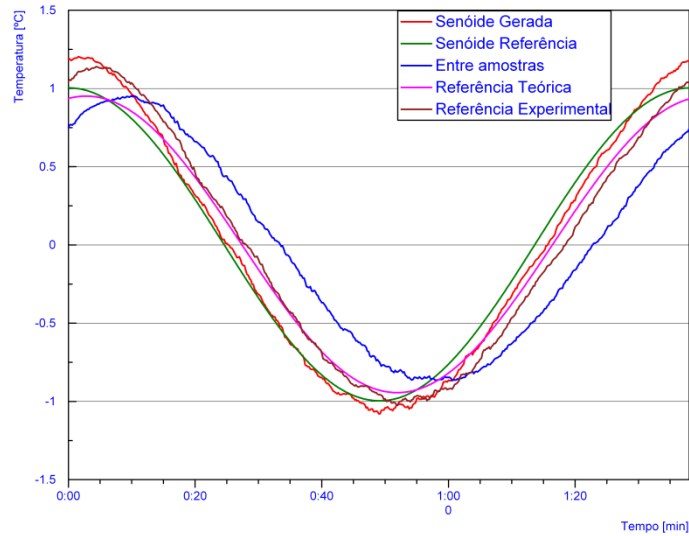


Figura 6.3: Ondas experimentais e teóricas no Aço ASTM A36 (4,85mm) com temperatura constante no Nylon (2,0mm).

### 6.2.2 Resultado experimental com o Nylon (2,0mm) e Aço ASTM A36 (4,85mm)

A Figura 6.4 mostra o resultado deste experimento.

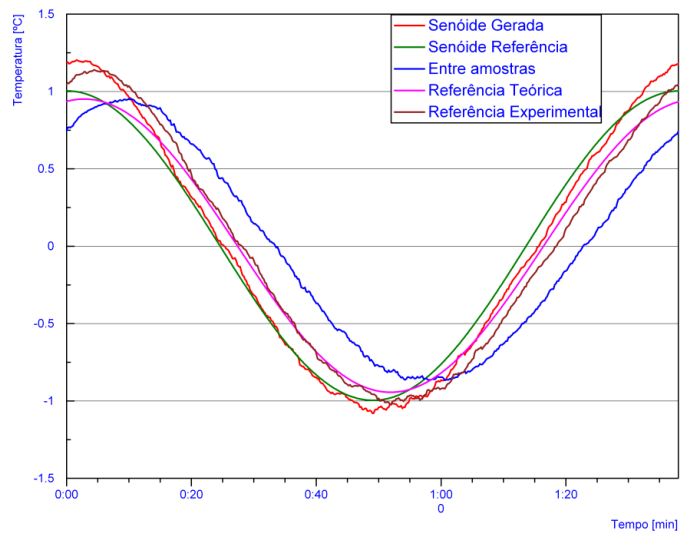


Figura 6.4: Ondas experimentais e teóricas no Nylon (2,0mm) com temperatura constante no Aço ASTM A36 (4,85mm).

### 6.2.3 Resultado experimental com o Aço ASTM A36 (8,0mm) Nylon (2,0mm)

A Figura 6.5 mostra o resultado deste experimento.

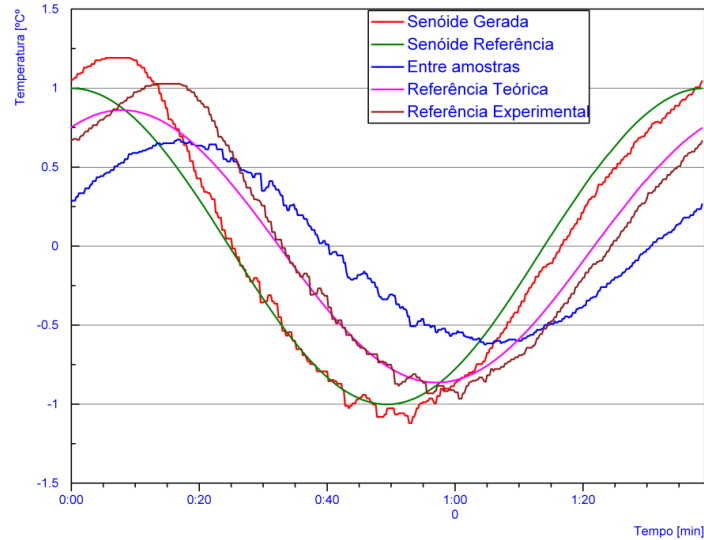


Figura 6.5: Ondas experimentais e teóricas no Aço ASTM A36 (8,0mm) com temperatura constante no Nylon (2,0mm).

### 6.2.4 Resultado experimental com o Nylon (2,0mm) e Aço ASTM A36 (8,0mm)

A Figura 6.6 mostra o resultado deste experimento.

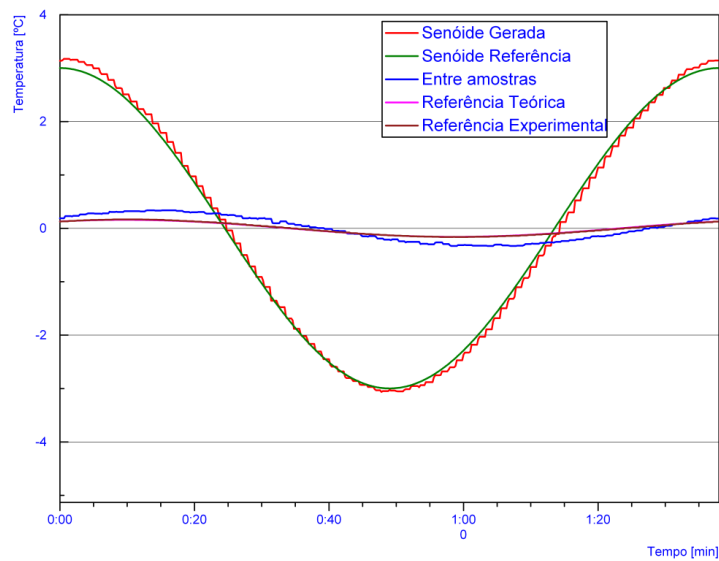


Figura 6.6: Ondas experimentais e teóricas no Nylon (2,0mm) com temperatura constante no Aço ASTM A36 (8,0mm).

### 6.2.5 Resultado experimental com o Aço ASTM A36 (4,85mm) e Quartzo (5,0mm)

A Figura 6.7 mostra o resultado deste experimento.

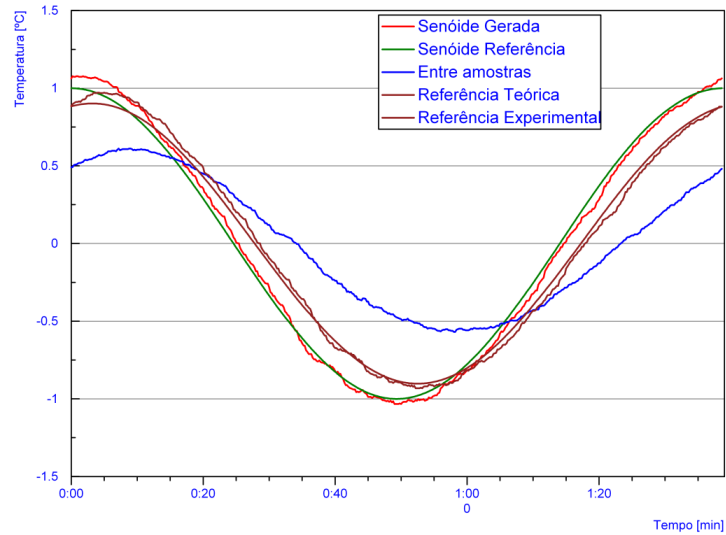


Figura 6.7: Ondas experimentais e teóricas no Aço ASTM A36 (4,85mm) com temperatura constante no Quartzo (5,0mm).

### 6.2.6 Resultado experimental com o Quartzo (5,0mm) e Aço ASTM A36 (4,85mm)

A Figura 6.8 mostra o resultado deste experimento.

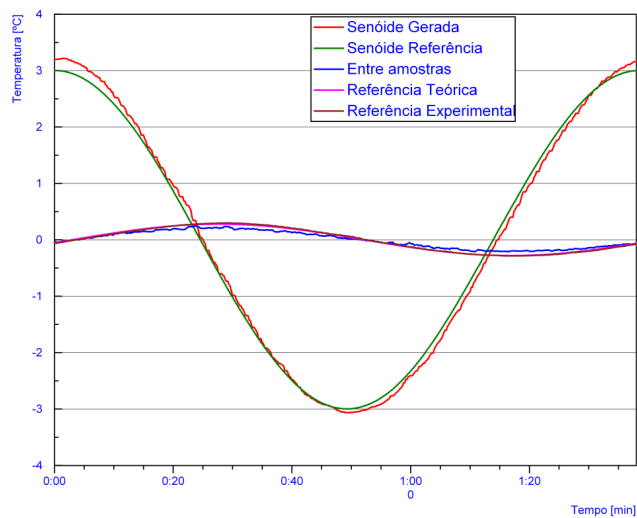


Figura 6.8: Ondas experimentais e teóricas no Quartzo (5,0mm) com temperatura constante no Aço ASTM A36 (4,85mm).

### 6.2.7 Resultado experimental com o *Nylon* (4,0mm) e *Quartzo* (5,0mm)

A Figura 6.9 mostra o resultado deste experimento.

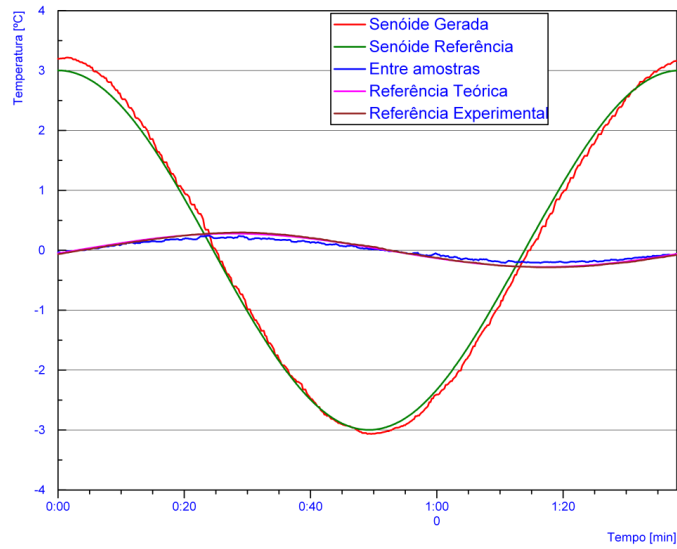


Figura 6.9: Ondas experimentais e teóricas no *Nylon* (4,0mm) com temperatura constante no *Quartzo* (5,0mm).

### 6.2.8 Resultado experimental com o *Quartzo* (5,0mm) e *Nylon* (4,0mm)

A Figura 6.10 mostra o resultado deste experimento.

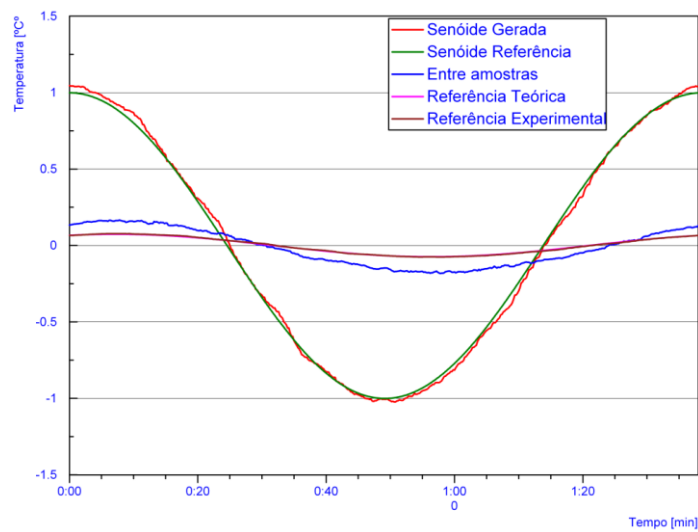


Figura 6.10: Ondas experimentais e teóricas no *Quartzo* (5,0mm) com temperatura constante no *Nylon* (4,0mm).

### 6.2.9 Resultado experimental com o *Quartzo* (5,0mm) e *Nylon* (2,0mm)

A Figura 6.11 mostra o resultado deste experimento.

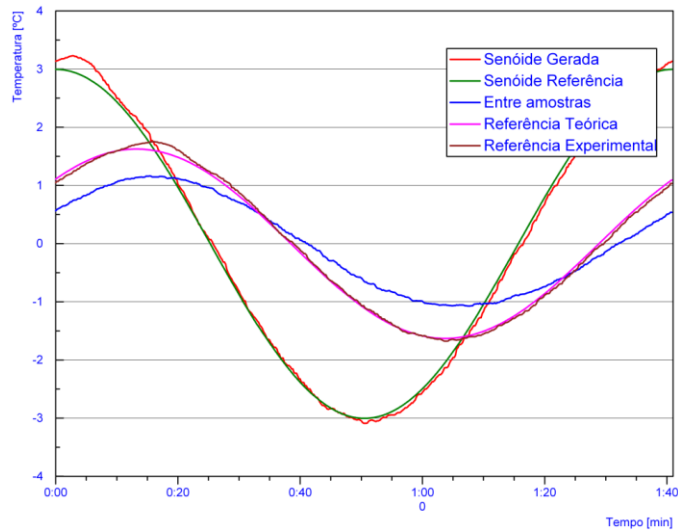


Figura 6.11: Ondas experimentais e teóricas no *Quartzo* (5,0mm) com temperatura constante no *Nylon* (2,0mm).

### 6.2.10 Resultado experimental com o *Quartzo* (5,0mm) e *Aço ASTM A36* (4,85mm)

A Figura 6.12 mostra as ondas experimental e teórica na *amostra de Quartzo* (5,0mm) tendo como amostra de referencia o *Aço ASTM A36* (4,85mm) usando a frequência de 0,01Hz.

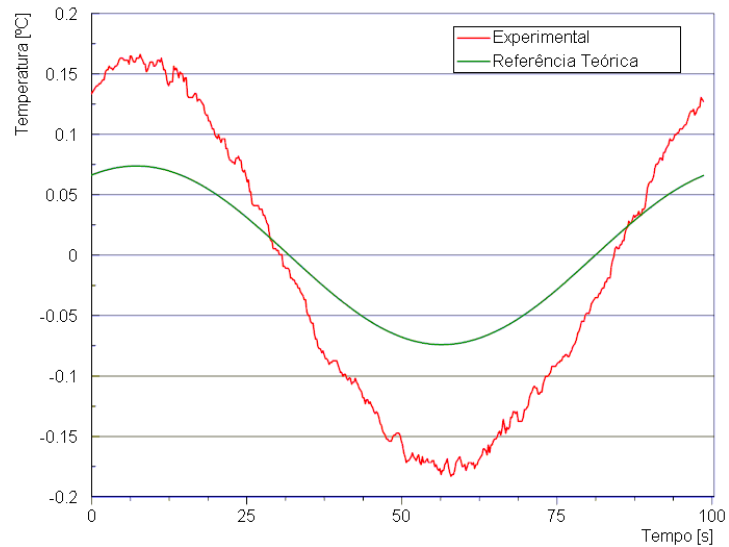


Figura 6.12: Ondas experimental e teórica no Quartzo(5mm) com temperatura constante no Aço ASTM A36(4,85mm), frequência de 0,01Hz.

### 6.2.11 Resultado experimental com *Nylon* (4,0mm) e *Quartzo* (5,0mm)

A Figura 6.13 mostra as ondas experimental e teórica na amostra de *Nylon* (4,0mm) tendo como amostra de referencia o *Quartzo* (5,0mm) usando a frequência de 0,01Hz.

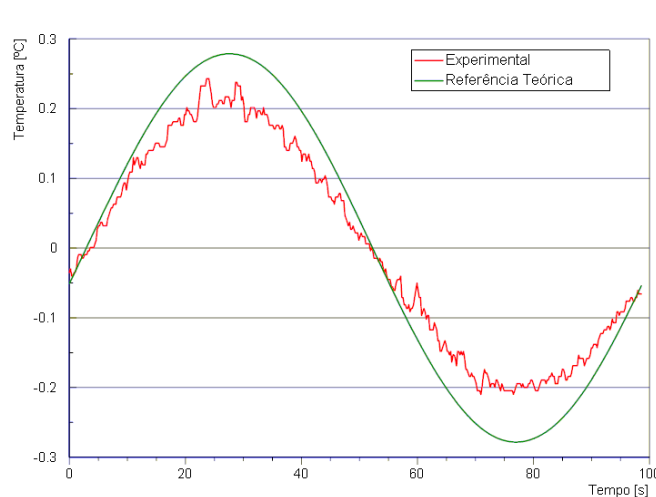


Figura 6.13: Ondas experimental e teórica no *Nylon* (4,85mm) com temperatura constante no *Quartzo* (5,0mm), frequência de 0,01Hz.

### 6.2.12 Resultado experimental com Aço ASTM A36 (4.85mm) e Quartzo (5,0mm)

A Figura 6.14 mostram as ondas experimental e teórica na amostra de Aço ASTM A36 (4.85mm) tendo como amostra de referencia o Quartzo (5,0mm) usando a frequência de 0,001Hz.

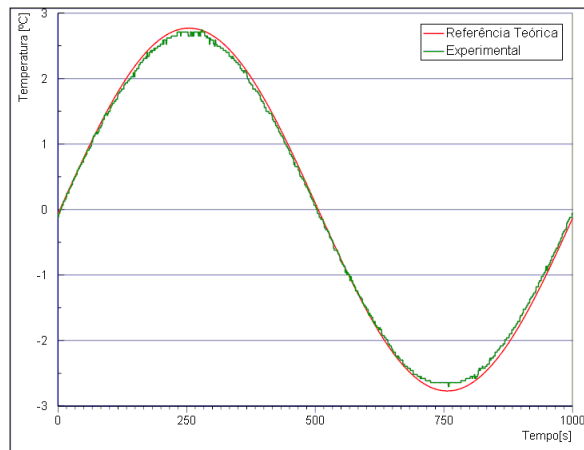


Figura 6.14: Ondas experimental e teórica no Aço ASTM A36 (4,85mm) e com temperatura constante no Quartzo (5,0mm), frequência de 0,001Hz.

### 6.2.13 Resultado experimental com Quartzo (5,0mm) e Nylon (2,0mm)

A Figura 6.15 mostram as ondas experimental e teórica na amostra de Quartzo (5,0mm) tendo como amostra de referencia o Nylon (2,0mm) usando a frequência de 0,001Hz.

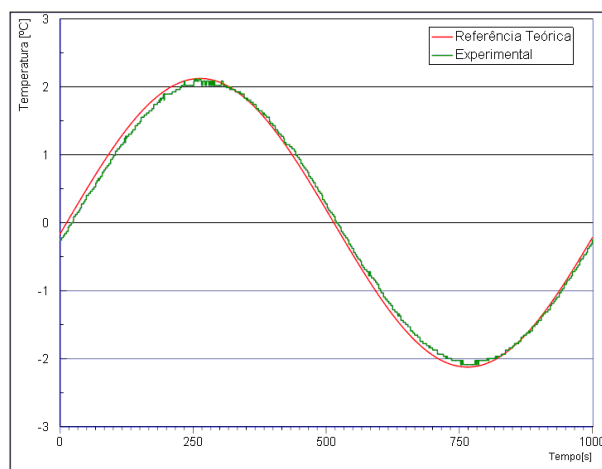


Figura 6.15: Ondas experimental e teórica no Quartzo (5,0mm) com temperatura constante no Nylon (2,0mm), frequência de 0,001Hz.

Observando as Figuras de 6.3 a 6.15, elas apresentam curvas um pouco distantes; e mesmo assim, é possível analisar a correlação entre elas para a validação do SFP, entretanto é visível a melhor qualidade dos dados quando usada uma frequência mais baixa. Na seção seguinte, apresentam-se as correlações das ondas, com frequências de 0,01Hz e 0,001Hz, respectivamente.

### 6.3 Correlações das Ondas Experimentais e Teóricas.

Para se ter uma melhor visualização na qualidade dos dados obtido, as Tabelas 6.3 e 6.4 mostram as correlações das ondas com frequências 0,01Hz e 0,001Hz, respectivamente.

Tabela 6.3. Correlações Entre as curvas com frequência de 0,01Hz

Materiais				Coefficiente de Correlação
Amostra		Referência		“Referência Teórica” e “Experimental”
<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Nylon</b>	2,0mm	94,90 %
<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm	90,39 %
<b>Aço</b>	8,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm	91,72 %
<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	8,0mm	96,49 %
<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm	94,38 %
<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm	99,69 %
<b>Nylon</b>	4,0mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm	99,51 %
<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	4,0mm	98,35 %
<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm	98,95 %

Tabela 6.4 Correlações Entre as curvas com frequência de 0,001Hz

Materiais				Coefficiente de Correlação
Amostra		Referência		“Referência Teórica” e “Experimental”
<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Nylon</b>	2,0mm	99,96 %
<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm	99,46 %
<b>Aço</b>	4,85mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm	99,98 %
<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Aço</b>	4,85mm	99,41 %
<b>Nylon</b>	2,0mm	<b>Quartzo</b>	5,0mm	99,36 %
<b>Quartzo</b>	5,0mm	<b>Nylon</b>	2,0mm	98,86 %

A correlação entre as curvas é um parâmetro importante e com esses resultados é aceitável afirmar que o método aqui proposto é válido. Na seção seguinte, serão mostrados os tipos de sinais térmicos que podem ser gerados pelo gerador sinais térmicos, e os valores estimados das condutividades térmicas dos materiais que foram usados nos experimentos.

## 6.4 Tipos de sinais térmicos

Os tipos de sinais térmicos que podem ser gerados pelo o gerador de sinais térmicos podem ser vistos nas Figuras de 6.16 a 6.19.

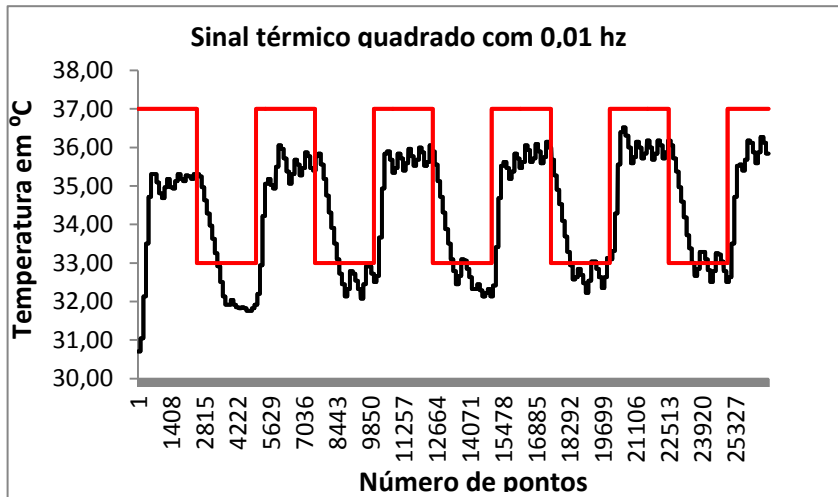


Figura 6.16: Sinal térmico quadrado na frequência de 0,01 Hz.

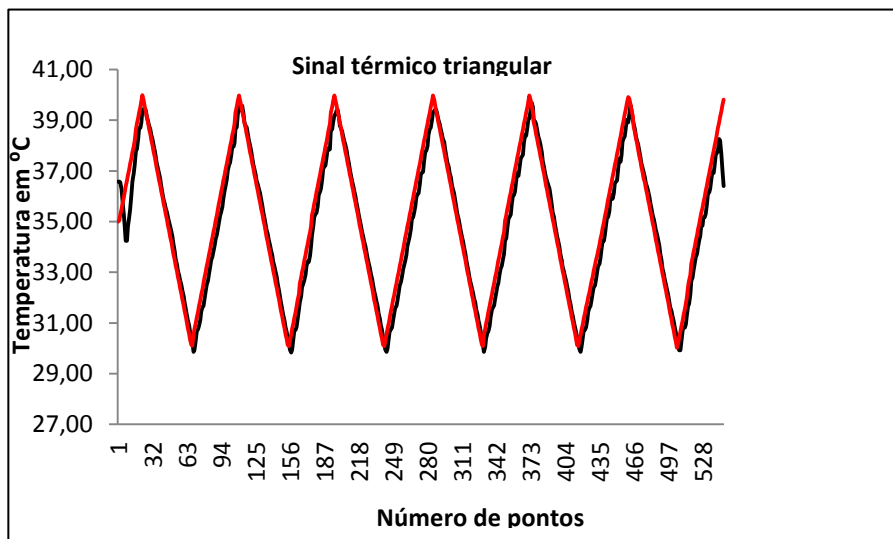


Figura 6.17: Sinal térmico triangular na frequência de 0,01 Hz.

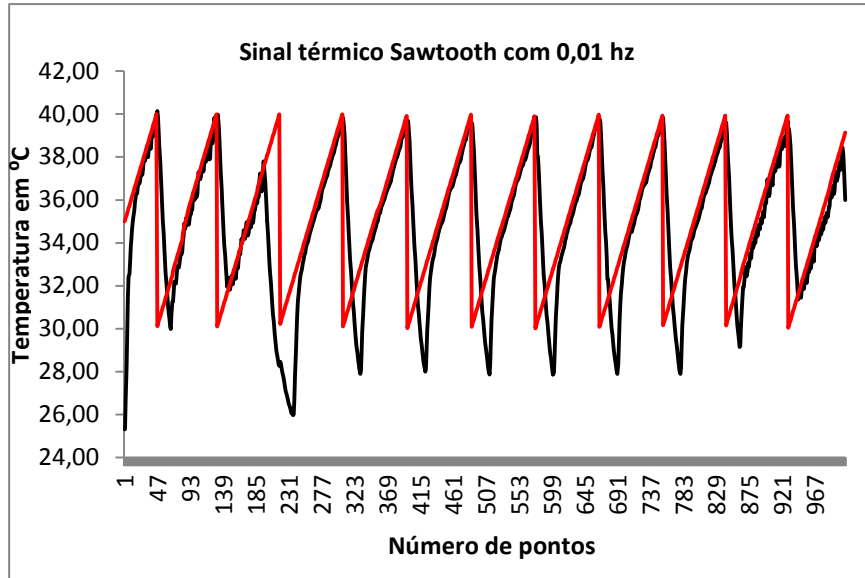


Figura 6.18: Sinal térmico Sawtooth na frequência de 0,01 Hz.

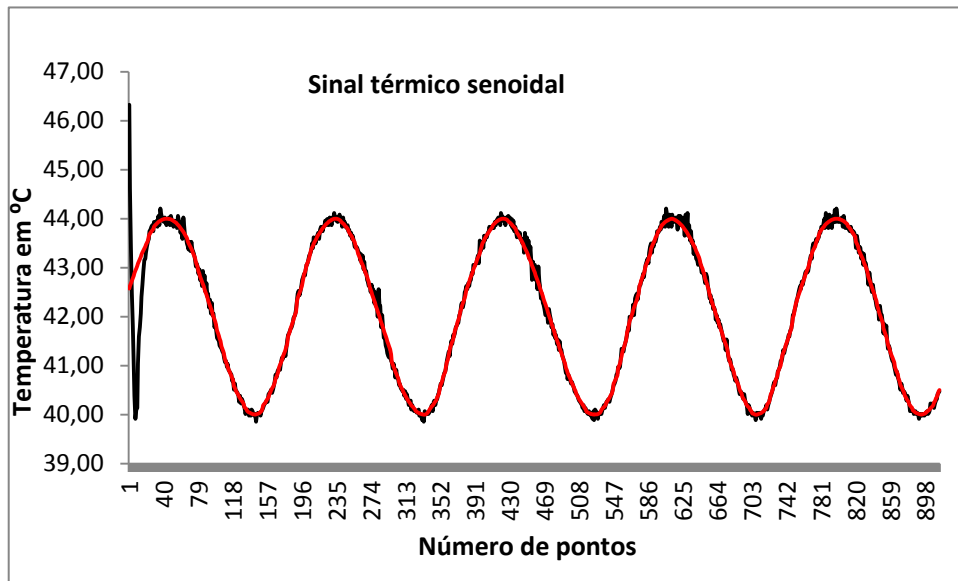


Figura 6.19: Sinal térmico senoidal na frequência de 0,01 Hz.

## 6.5 – Cálculo da condutividade térmica da amostra

### Introdução

Circuito elétrico formando uma rede composta por resistores e capacitores pode ser utilizado na determinação de condutividade térmica de materiais. Historicamente, a analogia RC foi utilizada pela primeira vez por PASCHKIS e BAKER (1942) para resolver a equação de condução de calor unidimensional em uma placa usando um analisador térmico de fluxo de calor e massa. Basicamente, este aparato era um computador analógico constituído de resistores e capacitores capaz de representar uma variedade de sistemas de condução de calor. Estes autores mediram as correntes instantâneas e as diferenças de potencial elétrico em um circuito tipo rede adequado às suas necessidades. Sob a ótica da analogia RC, estas medições correspondiam à taxa de transferência de calor instantânea e às diferenças de temperatura respectivamente (ALHAMA e CAMPO, 2003).

#### 6.5.1 O Circuito Elétrico RC

Um circuito elétrico formando uma rede RC, conforme mostra a Figura 6.20, foi usado para estimar a condutividade térmica da amostra.

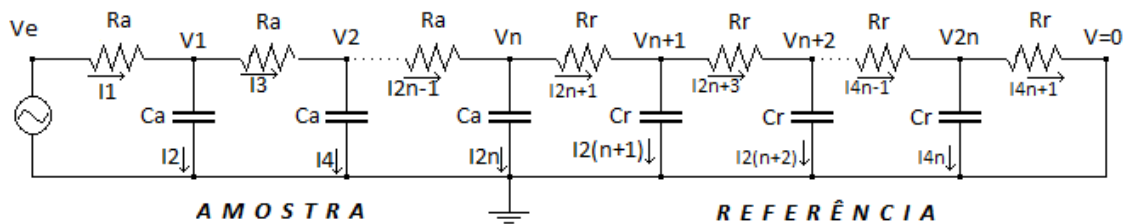


Figura 6.20: A rede RC

Os valores dos resistores e dos capacitores da rede RC são determinados usando as equações matemáticas 6.1 e 6.2.

$$R_i = \frac{1}{K} \cdot \frac{\Delta l}{\pi r_0^2} \quad (6.1)$$

$$C_i = \rho \cdot c_p \cdot \pi r_0^2 \quad (6.2)$$

Onde:

$R_i$  é a resistência térmica do resistor  $i$  em ( $^{\circ}C/W$ );

$K$  é a condutividade térmica do material da amostra em ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ );

$r_0$  é o raio de um cilindro longo e deve ser considerado tão pequeno em ( $m$ );

$\Delta l$  é comprimento do cilindro em ( $m$ );

$C_i$  é a capacitância térmica do capacitor  $i$  em (F);

$\rho$  é densidade do material ( $Kg \cdot m^{-3}$ )

$c_p$  é o calor específico do material ( $J \cdot K^{-1} \cdot g^{-1}$ )

$R_a$  é a resistência térmica da amostra ( $^{\circ}C/W$ )

$R_r$  é a resistência térmica da substância em ( $^{\circ}C/W$ )

$C_r$  é a capacitância térmica da substância em (F)

$C_a$  é a capacitância térmica da amostra em (F)

### 6.5.2 Impedância Complexa de Resistor, Capacitor e Indutor

Para se obter os cálculos das impedâncias de um resistor, de um capacitor e de um indutor, podem ser feitos utilizando as seguintes expressões matemáticas:

Para um resistor  $R$  sua impedância,  $Z_R$ :

$$Z_R = R \quad (6.3)$$

Para um capacitor  $C$  sua impedância,  $Z_C$ :

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (6.4)$$

E para um indutor  $L$  sua impedância,  $Z_L$ :

$$Z_L = j\omega L \quad (6.5)$$

### 6.5.3 Equacionamento da rede RC

Nesta seção será mostrada como se determinará a condutividade térmica da amostra. Inicialmente serão feitos os cálculos das expressões matemáticas das tensões em cada nó de uma rede RC com oito elementos, e depois, para uma rede genérica com  $2n$ , onde  $n$  representa os  $n$  elementos de cada material envolvido. A expressão matemática da tensão elétrica deduzida no meio da rede RC,  $V_N$ , representa a temperatura (por analogia da tensão elétrica) entre a amostra e o material; temperatura essa medida pelo sensor de temperatura, termopar. Essas expressões serão montadas em forma de matrizes e levadas a um programa computacional desenvolvido no ambiente do MatLab; e juntamente com todos os dados teóricos e experimentais, serão processados exibindo os resultados das condutividades térmicas das amostras em estudos.

### 6.5.4 Cálculo da tensão elétrica entre a amostra e o material para uma rede RC com oito elementos

Observando a Figura 6.20 é possível imaginar uma rede RC formada por oito elementos; e com nela podem ser deduzidas as expressões matemáticas para as tensões elétricas em cada nó e colocadas em forma de uma equação matricial.

Para o nó 1, teremos:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (6.6).$$

Aplicando a lei de Ohm para a equação (6.6), teremos:

$$\frac{V_e - V_1}{R_a} = \frac{V_1 - 0}{Z_{Ca}} + \frac{V_1 - V_2}{R_a} \quad (6.7).$$

Manipulando matematicamente com a equação (6.7), pode-se colocá-la na forma:

$$V_e = V_1 \left( 2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}} \right) - V_2 \quad (6.8).$$

De formas análogas, para os nós: 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Para o nó 2, teremos:

$$0 = -V_1 + V_2 \left( 2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}} \right) - V_3 \quad (6.9).$$

Para o nó 3, teremos:

$$0 = -V_2 + V_3 \left( 2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}} \right) - V_4 \quad (6.10).$$

Para o nó 4, obteremos:

$$0 = -\frac{V_3}{R_a} + V_4 \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{Z_{Ca}} + \frac{1}{R_r} \right) - \frac{V_5}{R_r} \quad (6.11).$$

Para o nó 5, teremos:

$$0 = -V_4 + V_5 \left( 2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}} \right) - V_6 \quad (6.12).$$

Para o nó 6, teremos:

$$0 = -V_5 + V_6 \left( 2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}} \right) - V_7 \quad (6.13).$$

Para o nó 7, obteremos:

$$0 = -V_6 + V_7 \left( 2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}} \right) - V_8 \quad (6.14).$$

E, finalmente, para o nó 8, teremos:

$$0 = -V_7 + V_8 \left( 2 + \frac{R_r}{Z_r} \right) \quad (6.15).$$

Com as equações: (6.8), (6.9), (6.10), (6.11), (6.12), (6.13), (6.14) e (6.15), forma-se uma equação matricial dada pelas equações (6.16) e (6.17).

$$[V_{1x8}] = [Z_{8x8}] \cdot [V_{1x8}] \quad (6.16)$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} Z_{12} Z_{13} Z_{14} Z_{15} Z_{16} Z_{17} Z_{18} \\ Z_{21} Z_{22} Z_{23} Z_{24} Z_{25} Z_{26} Z_{27} Z_{28} \\ Z_{31} Z_{32} Z_{33} Z_{34} Z_{35} Z_{36} Z_{37} Z_{38} \\ Z_{41} Z_{42} Z_{43} Z_{44} Z_{45} Z_{46} Z_{47} Z_{48} \\ Z_{51} Z_{52} Z_{53} Z_{54} Z_{55} Z_{56} Z_{57} Z_{58} \\ Z_{61} Z_{62} Z_{63} Z_{64} Z_{65} Z_{66} Z_{67} Z_{68} \\ Z_{71} Z_{72} Z_{73} Z_{74} Z_{75} Z_{76} Z_{77} Z_{78} \\ Z_{81} Z_{82} Z_{78} Z_{84} Z_{85} Z_{86} Z_{87} Z_{88} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

onde:

$$V_{8x1} = \begin{pmatrix} V_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

$$V_{8x1} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

e

$$Z_{8x8} = \begin{pmatrix} \left(2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}}\right) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \left(2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}}\right) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \left(2 + \frac{R_a}{Z_{Ca}}\right) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_a} & \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{Z_{Ca}} + \frac{1}{R_r}\right) & -\frac{1}{R_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \left(2 + \frac{R_r}{Z_{Cr}}\right) \end{pmatrix} \quad (6.20).$$

Para encontrar o valor de  $V_4$  e o  $k$  da amostra deve entrar com a equação (6.16) no MatLab e processá-la. Isto será feito na próxima seção usando o caso geral.

### 6.5.5 Cálculo da temperatura entre a amostra e a referência para uma rede RC com $n$ elementos

A equação matricial que irá ser colocada no programa computacional a fim de determinar a condutividade térmica da amostra será a forma genérica. Observando a equação (6.16) pode-se expandi-la para uma equação de ordem  $2n$ , sendo ordem  $n$  para a amostra e  $n$  para a substância. Desta forma, teremos:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \\ V_{n+2} \\ \vdots \\ V_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{Z}_{11} & \mathbb{Z}_{12} & \cdots & \mathbb{Z}_{1n} & \mathbb{Z}_{1,n+1} & \mathbb{Z}_{1,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{1,2n} \\ \mathbb{Z}_{21} & \mathbb{Z}_{22} & \cdots & \mathbb{Z}_{2n} & \mathbb{Z}_{2,n+1} & \mathbb{Z}_{2,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{2,2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbb{Z}_{n1} & \mathbb{Z}_{n2} & \cdots & \mathbb{Z}_{nn} & \mathbb{Z}_{n,n+1} & \mathbb{Z}_{n,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{n,2n} \\ \mathbb{Z}_{n+1,1} & \mathbb{Z}_{n+1,2} & \cdots & \mathbb{Z}_{n+1,n} & \mathbb{Z}_{n+1,n+1} & \mathbb{Z}_{n+1,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{n+1,2n} \\ \mathbb{Z}_{n+2,1} & \mathbb{Z}_{n+2,2} & \cdots & \mathbb{Z}_{n+2,n} & \mathbb{Z}_{n+2,n+1} & \mathbb{Z}_{n+2,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{n+2,2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbb{Z}_{2n,1} & \mathbb{Z}_{2n,2} & \cdots & \mathbb{Z}_{2n,n} & \mathbb{Z}_{2n,n+1} & \mathbb{Z}_{2n,n+2} & \cdots & \mathbb{Z}_{2n,2n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \\ V_{n+2} \\ \vdots \\ V_{2n} \end{pmatrix} \quad (6.21).$$

A equação matricial também por ser vista na equação (6.22).

$$\begin{pmatrix} V_e \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & \cdots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & \cdots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & \cdots & -1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & -1 & \ddots & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \ddots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \\ V_{n+2} \\ \vdots \\ V_{2n-2} \\ V_{2n-1} \\ V_{2n} \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

onde a matriz de impedâncias,  $\mathbb{Z}_{2n,2n}$  é dada pela equação (5.23).

$$\begin{pmatrix}
(2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & \dots & -1 & \vdots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & \dots & (2 + \frac{R_a}{Z_{c_a}}) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{R_a} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{Z_{c_a}} + \frac{1}{R_r} \right) & -\frac{1}{R_r} & \dots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{R_a} & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & \dots & -1 & 0 & 0 & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & \dots & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & \dots & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & -\frac{1}{Z_{c_r}} & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & -\frac{R_r}{Z_{c_r}} & -1 \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) & -\frac{R_r}{Z_{c_r}} \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \vdots & 0 & -1 & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}}) \\
0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & (2 + \frac{R_r}{Z_{c_r}})
\end{pmatrix}$$

(6.23)

Para estimar o valor da condutividade térmica da amostra,  $k$ , utilizaremos três experimentos para mostrar que esta proposta pode ser usada para tal finalidade.

### Primeiro Experimento:

#### *Amostra de AÇO ASTM A36 de 4.85mm e referência de quartzo de 5.0mm*

Na Figura 6.21 é exibido o gráfico do experimento onde a onda senoidal foi aplicada à amostra de Aço ASTM A36, 4,85mm de espessura, e a temperatura constante na superfície da referência de Quartzo 6.0, 5,0mm de espessura.

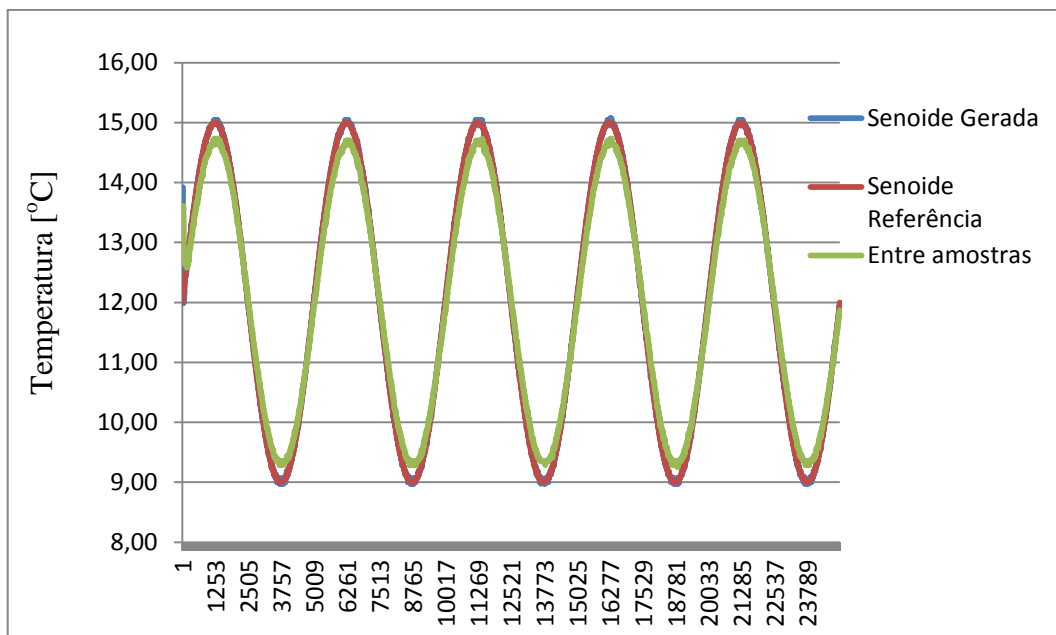


Figura 6.21: Gráfico das ondas geradas no Aço ASTM A36 (4.85mm) com temperatura constante no Quartzo (5.0mm).

Tabela 6.5: Dados do experimento com Aço ASTM A36 de 4.85mm e Quartzo de 5.0mm

Materiais					
Amostra			Referência		
<i>Aço ASTM A36 (4.85mm)</i>			<i>Quartzo (5.0mm)</i>		
Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude entre amostras (°C)	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude do sinal aplicado (°C)
14,73152	9,252918	2,7393	15,07393	8,972763	3,050584

Entrando com os dados da Tabela 6.5 e parâmetros adequados ao programa computacional do *ANEXO B*, os resultados para este experimento podem ser vistos na Tabela 6.6.

Tabela 6.6: Condutividade térmica do Aço ASTM A36 estimada pelo MatLab

Materiais		
Amostra		Referência
<i>Aço ASTM A36 (4.85mm)</i>		<i>Quartzo (5.0mm)</i>
<b>N</b>	<b>K</b> ( $W.K^{-1}.m^{-1}$ )	<b>Erro</b> (%)
5	14,6880	65,6019
8	27,0420	36,6698
9	32,3010	24,3536
10	37,9540	11,1148
11	43,9260	2,8712

Observando os valores da condutividade térmica do aço ASTM A36 na Tabela 6.6, é possível ver que valor se aproxima de  $42,7 W.K^{-1}.m^{-1}$  a  $23^{\circ}C$ , quando se utiliza  $N=11$ , ou seja, um circuito elétrico RC com 22 elementos (resistores e capacitores), resultando num erro percentual de 2,87% aproximadamente.

## Segundo Experimento:

### *Amostra de QUARTZO 5.0mm e referência de nylon 6.0 de 2.0mm*

A Figura 6.22 mostra o gráfico do experimento onde a onda senoidal foi aplicada à amostra de Quartzo, 5.0mm de espessura, e a temperatura constante na superfície de um disco fino de Nylon 6.0, 2.0mm de espessura.

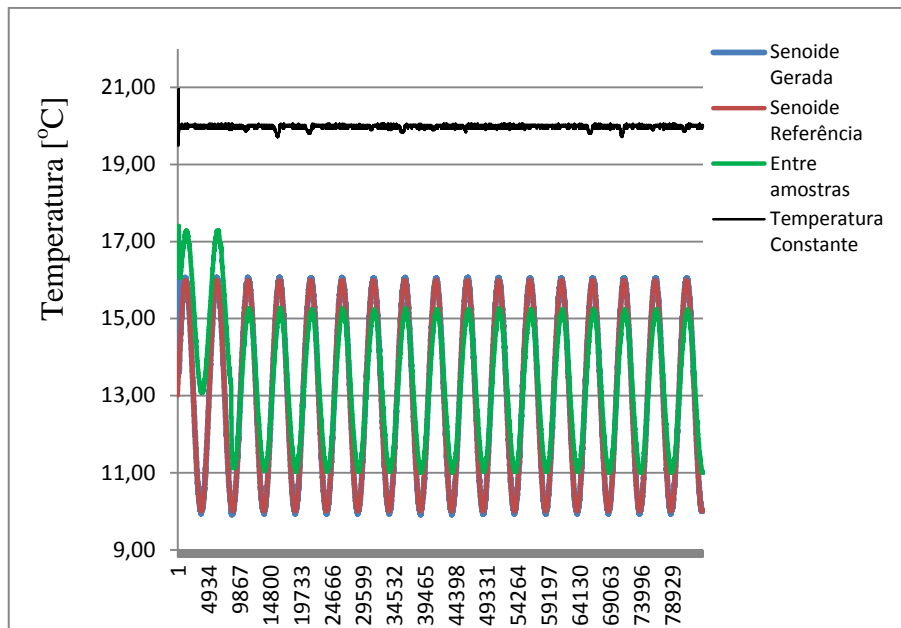


Figura 6.22: Gráfico das ondas geradas no Quartzo (5.0mm) com temperatura constante no Nylon 6.0 (2.0mm).

Tabela 6.7: Dados do experimento com QUARTZO de 5.0mm e Nylon 6.0 de 2.0mm

Materiais					
Amostra			Referência		
<i>QUARTZO (5.0mm)</i>			<i>Nylon 6.0 (2.0mm)</i>		
Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude entre amostras (°C)	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude do sinal aplicado (°C)
15,2607	10,99611	2,132296	16,07004	9,906615	3,081713

Entrando com os dados da Tabela 6.7 e parâmetros adequados ao programa computacional do *ANEXO C*, os resultados podem ser vistos na Tabela 6.8.

Tabela 6.8: Condutividade térmica do Aço ASTM A36 estimada pelo MatLab

Materiais		
Amostra		Referência
<i>QUARTZO (5.0mm)</i>		<i>Nylon (2.0mm)</i>
N	<b>K</b> ( $W.K^{-1}.m^{-1}$ )	<b>Erro</b> (%)
2	0,8608	37,6232
5	1,0761	22,0217
10	1,1740	14,9275
20	1,2313	10,7754
40	1,2827	7,0507
50	1,3199	4,3551
60	1,3767	0,2391

Observando os valores da condutividade térmica do Quartzo na Tabela 6.8, é possível ver que valor se aproxima de  $1,38 W.K^{-1}.m^{-1}$  a  $23^{\circ}C$ , quando se utiliza  $N=60$ , ou seja, um circuito elétrico RC com 120 elementos (resistores e capacitores), resultando num erro percentual de 0,2391% aproximadamente.

### Terceiro Experimento:

#### *Amostra de NYLON 6.0 de 2.0mm e referência de Quartzo de 5.0mm*

Na Figura 6.23 pode ser visto o gráfico do experimento onde a onda senoidal foi aplicada ao disco fino de Nylon, 2.0mm de espessura, e a temperatura constante na superfície da referência de Quartzo 6.0, 5.0mm de espessura.

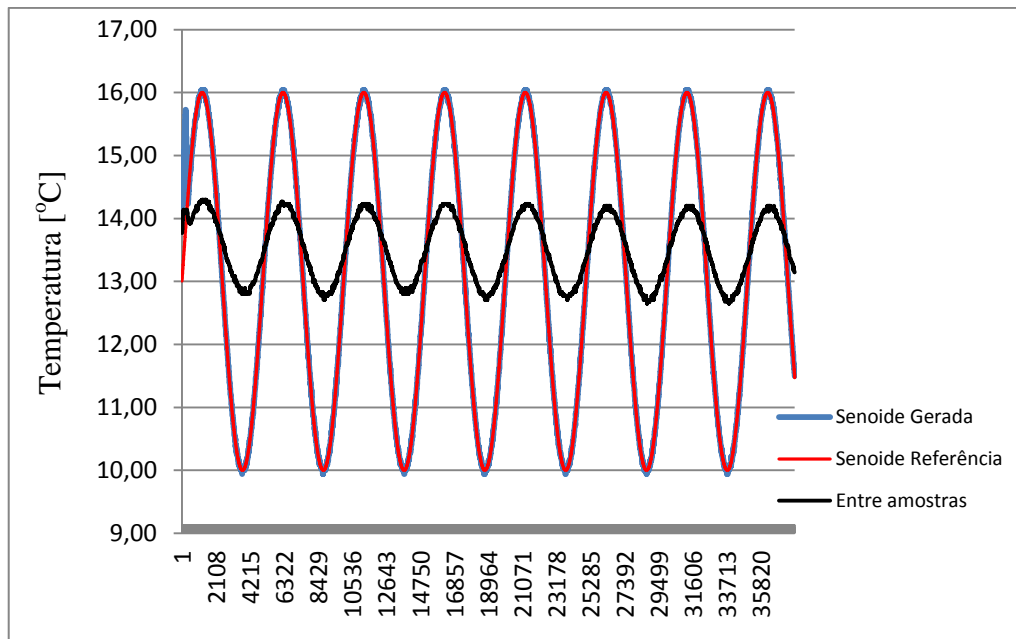


Figura 6.23: Gráfico das ondas geradas no Nylon 6.0 (2.0mm) com temperatura constante no Quartzo (5.0mm).

Tabela 6.9: Dados do experimento com NYLON 6.0 de 2.0mm e Quartzo de 5.0mm

Materiais					
Amostra			Referência		
<i>NYLON 6.0 (2.0mm)</i>			<i>Quartzo (5.0mm)</i>		
Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude entre amostras (°C)	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)	Amplitude do sinal aplicado (°C)
14,26459	12,64591	0,809339	16,03891	9,937743	3,050584

Entrando com os dados da Tabela 6.9 e parâmetros adequados ao programa computacional do *ANEXO D*, os resultados podem ser vistos na Tabela 6.10.

Tabela 6.10: Condutividade térmica do Nylon 6.0 estimada pelo MatLab

Materiais		
Amostra		Referência
<i>NYLON 6.0 (2.0mm)</i>		<i>Quartzo (5.0mm)</i>
N	<b>K</b> ( $W.K^{-1}.m^{-1}$ )	<b>Erro</b> (%)
2	0,1329	42,1748
4	0,1610	29,9956
7	0,1869	18,7217
8	0,1975	14,1130
9	0,2103	8,5565
10	0,2256	1,9130

Observando os valores da condutividade térmica do Nylon 6.0 na Tabela 6.10, é possível ver que seu valor se aproxima de **0,23  $W.K^{-1}.m^{-1}$**  a 23°C, quando se utiliza N=10, ou seja, um circuito elétrico RC com 20 elementos (resistores e capacitores), resultando num erro percentual de 1,9130% aproximadamente.

## CONCLUSÃO

Aqui serão apresentadas as conclusões dos resultados obtidos com este trabalho.

- ✓ O gerador de sinais térmicos pode gerar sinais térmicos do tipo: senoidais, triangulares, dente de serras e quadradas, todas em frequências menores que 1hz. Porém quando são gerados sinais quadrados ou outros sinais que apresentam descontinuidades na função, eles apresentam distorções. Por isso, por este gerador ter esta limitação, é preferível utilizá-lo na geração de sinais térmicos de funções contínuas. As Figuras 6.1(a) e 6.1(b) mostram dois sinais térmicos senoidais nas frequências de 0,01 Hz e 0,001 Hz, respectivamente;
- ✓ De acordo com os sinais térmicos senoidais obtidos nas Figuras 6.1(a) e 6.1(b), conclui-se que os três controladores PID's podem controlar com certa precisão as temperaturas nas frequências de 0,01Hz e 0,001Hz;
- ✓ Atendendo aos itens acima citados, o programa computacional desenvolvido no ambiente LabVIEW alcança os objetivos deste trabalho;
- ✓ Apesar de alguns experimentos apresentarem curvas um pouco distantes, é possível analisar a correlação entre elas para a validação do método, entretanto é visível a melhor qualidade dos dados quando usada uma frequência mais baixa. Isto pode ser vistos nas Tabelas 6.3 e 6.4, onde exibem as correlações das ondas, com frequências de 0,01Hz e 0,001Hz, respectivamente.

- ✓ A correlação entre as curvas é um parâmetro importante e com esses resultados é aceitável afirmar que o método proposto aqui é válido. Os erros podem ser amenizados ao aumentar a sensibilidade dos termopares usados, diminuir a frequência do sinal gerado, criar um método para posicionamento exato do sensor no centro da amostra e desenvolver uma técnica para aplicar uma pressão conhecida e suficiente com o uso dos grampos e com isso diminuir a resistência térmica de contato.
- ✓ A faixa de frequências adequada para trabalhar a fim de estimar as condutividades térmicas de materiais sólidos pode variar de 0,01 Hz a 0,001 Hz; sendo a menor a melhor, pois garante uma melhor precisão.
- ✓ O software desenvolvido no MatLab e que estão nos apêndices B, C e D, é sensível às variações da amplitude da temperatura aplicada na superfície inferior da amostra e da amplitude da temperatura medida entre a amostra e a referência. Sendo assim, pequenas variações nessas amplitudes podem afetar no valor estimado para a condutividade térmica da amostra, exigindo alterações nos parâmetros envolvidos.
- ✓ O gerador de funções térmicas, aqui apresentado, foi patenteado como um método alternativo que pode ser aplicado ao estudo de propriedades térmicas, como por exemplo, a condutividade térmica.
- ✓ O gerador de funções térmicas poderia ser aplicado ao estudo de propriedades térmicas de substâncias líquidas;
- ✓ Com essa técnica, é possível desenvolver um equipamento simples e portátil de baixo custo utilizando microcontroladores para determinação de propriedades térmicas, como por exemplo, a condutividade térmica de materiais sólidos.

## REFERÊNCIAS

- ✓ ASTRÖM, HARL J. (KARL JOHN)., 1934, 2nd ed., PID Controllers: Theory, Design and Tuning/Karl John Aström and Hagglund.
- ✓ OLIVEIRA, A. S. S., 2010, Estudo Teórico Experimental da Dinâmica de Temperatura no Interior de uma Cavidade Cilíndrica, tese de doutorado em Engenharia Mecânica, UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.
- ✓ CAPE, J. A., & LEHMAN, G. W., 1909, 1963, Temperature and Finite Pulse-Time Effects in the Flash Method for Measuring Thermal Diffusivity. *Journal of Applied Physics*, 34(7).
- ✓ INCROPERA, F. P. e DEWITT, F. P., 2008, *Fundamentos da Transferência de Calor e de Massa*. 5 ed., Rio de Janeiro, LTC.
- ✓ JUMIKIS, A. R., 1966, *Thermal Siol Mechanics*, Rutgers University Press (New Jersey).
- ✓ JANNOT, Y., Degiovanni, A., Payet, G., 2009, Thermal conductivity measurement of insulating materials with a three layers device, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 (2009) 1105–1111.
- ✓ MARQUES, J. E. SOARES., 2010, Aplicação da Lógica Fuzzy no Controle da Cristalização de um Sistema de Refrigeração por Absorção com par – Brometo de Lítio, tese de doutorado em Engenharia Mecânica, UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

- ✓ PARKER, W. J., JENKINS, R. J., BUTLER, C. P., & ABBOTT, G. L., 1961, Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity.
- ✓ SANTOS, W. N., 2007a, Thermal properties of polymers by non-steady-state techniques. *Polymer Testing*, 26(4), 556-566.
- ✓ SANTOS, W. N., AUGUSTO MARCONDES AGNELLI, J., MUMMERY, P., & WALLWORK, A., 2007b, Effect of recycling on the thermal properties of polymers. *Polymer Testing*, 26(2), 216-221.
- ✓ SANTOS, W. N., 2005, Aplicação da Técnica de Fio Quente na Determinação das Propriedades Térmicas de Polímeros Fundidos, 15, 289-295.
- ✓ KUNTNER, J. CHABICOVSKY, R., & JAKOBY, B., 2010, Oil Condition Monitoring Using a Thermal Conductivity Sensor, 203-209.
- ✓ TILLMAN, A. R., 2005, Determinação Simultânea da Condutividade Térmica e da Difusividade Térmica Variando com a Temperatura. Dissertação de Mestrado, COPEM/UFU, Uberlândia.
- ✓ NASCIMENTO, L. J. L., 2004, Desenvolvimento de Controle de temperatura Termoresistivo Autocompensado, Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica, João Pessoa, Paraíba, Brasil.
- ✓ National Instruments LabVIEW. PID Control Toolset. User Manual November 2001 Edition. Part Number 322192A-01.

## APÊNDICE A

### PROCEDIMENTOS DE SELEÇÃO DE PROJETO DE CÉLULA PELTIER

Ao escolher um módulo, deve-se levar em conta que a plena carga térmica  $Q_C$ , compreende a capacidade necessária para resfriar o objeto e outros tipos de fluxos de calor adicional devido à emissão, convecção e condutividade térmica dos elementos instalados no dispositivo.

A diferença de temperatura  $\Delta T$  é definida como a diferença entre a temperatura do lado quente do módulo, usado para a remoção de calor do módulo, e da superfície frio do módulo que assegura a refrigeração do objeto na temperatura pré-estabelecida.

Os módulos termoelétricos são capazes de operarem com dois limites:

- ✓  $Q_{C_{MAX}}$ : máxima capacidade de refrigeração (bomba de calor) com  $\Delta T = 0$ .
- ✓  $\Delta T_{MAX}$ : Máxima temperatura de arrefecimento a  $Q_c = 0$ .

Na prática, somente é aplicado o modo de operação combinado.  $Q_{C_{MAX}}$  e  $\Delta T_{MAX}$  são os parâmetros característicos dos módulos.

Um conjunto de linhas básicas para seleção de um módulo são:

- ✓ A capacidade de arrefecimento deve ser assegurada pelo módulo ( $Q_c$  e  $W$ ).
- ✓ A diferença de temperatura entre os lados quente e frio ( $\Delta T = T_H - T_C$ ).

A capacidade máxima do módulo de resfriamento necessária para garantir a diferença de temperatura estabelecida pré-definida com a seguinte temperatura:

$$Q_{\text{CMAX}} = Q_C \times \Delta T_{\text{MAX}} / (\Delta T_{\text{MAX}} - \Delta T)$$

$Q_{\text{CMAX}}$  é a capacidade máxima de esfriamento.

$\Delta T_{\text{MAX}}$  é a diferença máxima de temperatura do módulo (72°C módulos de simples estágio).

Utilizando as tabelas de dados de desempenho do módulo termoelétrico, escolher um módulo Peltier com a capacidade máxima de resfriamento igual ou superior à capacidade máxima estimada de arrefecimento, considerando as dimensões desejadas de tensão e corrente.

Use a curva  $Q_C$  versus  $\Delta T$  para determinar a corrente de operação do módulo.

Determine a tensão elétrica supridora do módulo escolhido de fornecimento pelo valor da corrente de operação corrente  $I$  e a diferença de temperatura necessária.

Um exemplo. É necessário garantir a diferença de temperatura  $\Delta t = 30^\circ \text{C}$  no módulo de capacidade de refrigeração  $Q_C = 45 \text{ W}$  e temperatura do lado quente módulo  $T_H = 25^\circ \text{C}$ .

- ✓ Determinar a capacidade máxima de resfriamento do módulo apropriado.
- ✓  $Q_{\text{CMAX}} = 45 \times 72 / (72 - 30) = 77 \text{ W}$  (se a diferença de temperatura necessária é de até  $67^\circ \text{C}$ , um módulo de fase única é escolhido).
- ✓ A partir da tabela dos módulos, escolha o módulo TM-127-2,0-12,0 com um valor  $Q_{\text{CMAX}}$  próximo:

# Thermoelectric module TM - 127-2.0-12.0



## Performance Data

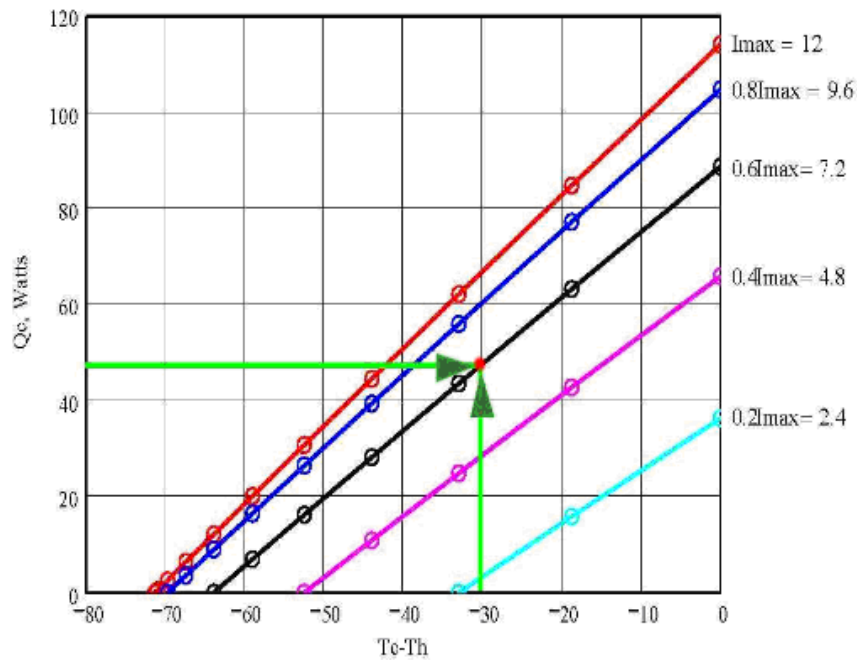
$I_{max}$ (amps)	13.2	$\Delta T = \Delta T_{max}$ . $T_h = 25 \pm 0.5$ °C.
$V_{max}$ (volts)	14.8	$T_h = 25 \pm 0.5$ °C. $\Delta T = \Delta T_{max}$ . $I = I_{max} \pm 0.1$ A
$\Delta T_{max}$ (°C)	71	$T_h = 25 \pm 0.5$ °C. $I = I_{max} \pm 0.1$ A
$Q_{max}$ (watts)	114	$T_h = T_c = 25 \pm 0.5$ °C. $I = I_{max} \pm 0.1$ A
AC resistance (ohms)	1	$25 \pm 0.5$ °C.

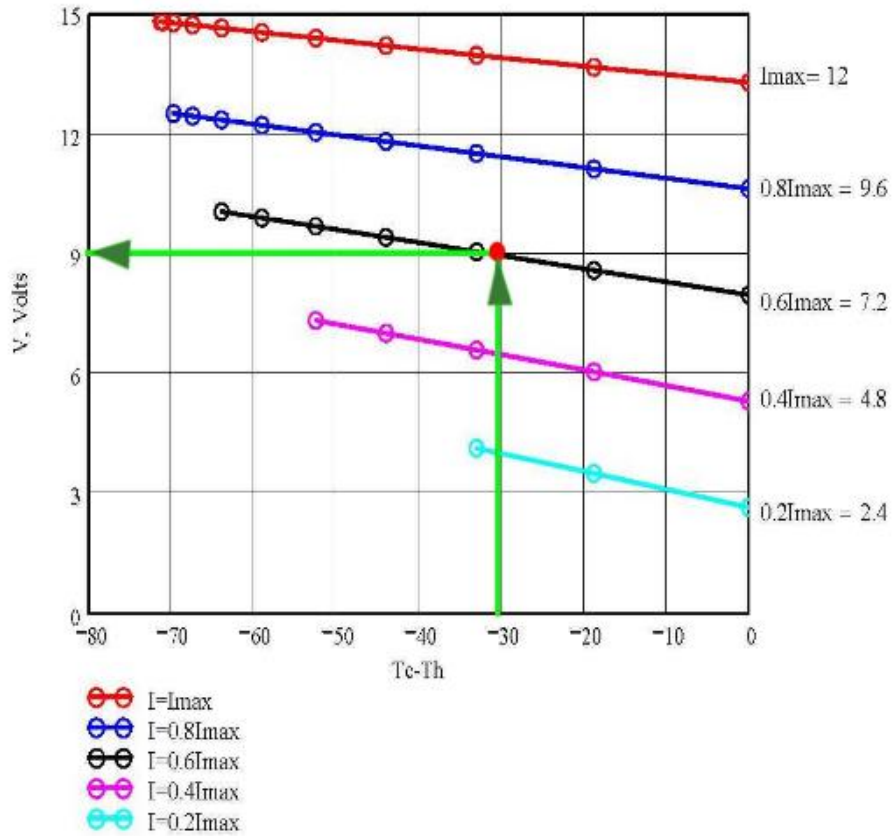
Environment: dry air,  $N_2$

Tolerances for thermal and electrical parameters  $\pm 10\%$

Performance graphs for TM-127-2.0-12.0 modules at  $T_h = 25$  °C

Environment: dry air,  $N_2$





Através da diferença de temperatura exigida ( $30^{\circ}\text{C}$ ) e potência requerida ( $45\text{ W}$ ) valores, defina o módulo operacional de corrente:  $0.6 I_{max} = 12 \times 0,6 = 7,2\text{A}$ .

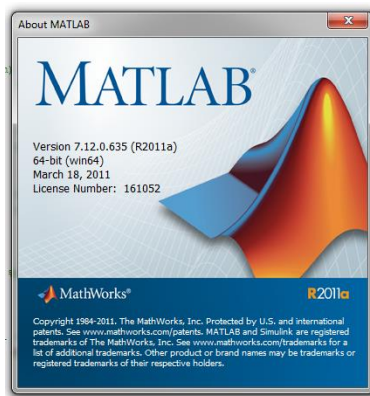
Através da diferença de temperatura ( $30^{\circ}\text{C}$ ) e a corrente de funcionamento ( $7,2\text{ A}$ ) valores, define o módulo da tensão de fornecimento ótimo ( $9\text{V}$ ).

As informações exibidas também mostram todo o design e características máximas admissível do cooler escolhido termelétricas.

Para escolher um módulo termoeétrico conformes com as exigências do cliente, a vantagem pode ser tomada em consideração o software CalcTEM disponível no site.

## APÊNDICE B

Este apêndice apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab versão 7.12.0.635 (R2011a), 64 bits (win64). A Figura 1.b mostra as informações deste software.



```
%Simulação da rede R-C e cálculo de K do quartzo com Matriz tensões
nodais
%CÁLCULO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO AÇO ASTM A36 DE 5 mm

clear all
close all

% 1 - AÇO (4.85mm) e 2 QUARTZO (5mm)
f = 0.01;           %Frequencia de trabalho
w = 2 * pi * f;

H = 4.85e-3;       %Espessura da amostra
L = 5.0e-3;       %Espessura da referência

k1 = 42.7;        %Aço
cp1 = 477;        %Calor específico do Aço J/Kg.K
ro1 = 8000;       %Densidade do Aço Kg/m3

k2 = 1.38;        %Quartzo
cp2 = 772;        %Calor específico do Quartzo J/Kg.K
ro2 = 2203;       %Densidade do Quartzo Kg/m3

N = 11;          %Número de elementos R e C em cada material

%O raio é 0,000001 vezes o comprimento total amostra mais referência
raio = 0.001e-3 * (H + L);
copia_k1 = k1;
```

```

%Cálculo de K1
Ve = 3.050584 + i * 0.0           %Tensão elétrica de entrada
    amplitude = 2.7393;
    teta_graus = 0.0;
    teta_rad = teta_graus * pi./180;
Vm = amplitude * (cos(teta_rad) + i * sin(teta_rad))           % Tensão
elétrica medida entre os materiais

%Criando a matriz impedância Z com zeros da malha R-C de ordem 2N
Z = zeros(2 * N);

%Criando o vetor tensão elétrica
Tensao(1) = Ve;
for cc = 2 : 2*N
    Tensao(cc) = 0;
end

Tensao = Tensao';           % Transposta de Tensão

%Parâmetros de convergência
pare = 1; cont = 0; passo = 1e-3; N1 = 5;
k1 = 0; tolerancia = 1e-4;
Valor_maior = 0;

%Dados constantes da amostra e referência
Rr = (L / N1) / (k2 * pi * raio^2); % Resistência térmica da referência
Cr = ro2 * cp2 * pi * raio^2 * (L / N1); %Capacitância térmica da
referência
Ca = ro1 * cp1 * pi * raio^2 * (H / N1); %Capacitância térmica da amostra

while (pare == 1)
    cont = cont + 1;

    k1 = k1 + passo           %Variação da condutividade térmica da amostra
    Ra = (H / N1) / (k1 * pi * raio^2); %Resistência térmica da AMOSTRA

    Z(N,N) = 1./Ra + i * w * Ca + 1./Rr;
    Z(N,N-1) = -1./Ra;
    Z(N,N+1) = -1./Rr;
    Z(N-1,N) = -1.0;
    Z(N+1,N) = -1.0;
    for x = 1 : 2*N
        for y = 1 : 2*N
            if (x >= 1 && x < (N-1))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x >= (N+1) && x < (2 * N))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x == y && x < N)
                Z(x,y) = 2 + i * w * Ra * Ca;
            end
            if (x == y && x >= (N+1) && x <= (2*N))
                Z(x,y) = 2 + i * w * Rr * Cr;
            end
        end
    end
end
end

```

```

%Cálculo das tensões de malhas
Vp = Z \ Tensao; %Resolvendo a equação matricial
Vm_Calculado = abs(Vp(N))
Vm_Experimental = abs(Vm);

erro = abs(Vm_Calculado - Vm_Experimental);

if (erro <= tolerancia)
    pare = 0;
    'Atingiu o erro'
    k = k1
    k_teorico = copia_k1
end;

if (cont == 500000000) %Impondo uma condição de 500000000 iterações
    pare = 0;
    'Atingiu a contagem'
    k = k1
    k_teorico = copia_k1
end;

if Vm_Calculado >= 1.1 * Vm_Experimental %Impondo uma condição no valor
da
    pare = 0; %temperatura medida entre amostras
    'Valor maior'
    k_teorico = copia_k1
    k = k1
end;

if k1 >= 1.05 * copia_k1 %Impondo uma condição no valor da
condutividade térmica
    pare = 0;
    'Valor Maior de k1'
    k_teorico = copia_k1
    k1 = k1
end
end

Z = abs(Z);
Vm_Calculado = Vm_Calculado
Vm_Experimental = abs(Vm)
ERRO_CONDUTIVIDADE_DA_AMOSTRA = abs(((k1-copia_k1)*100)/copia_k1)
Vp = abs(Vp);

ans =
Atingiu o erro

k =
43.9260

k_teorico =
42.7000

Vm_Calculado =
2.7392

```

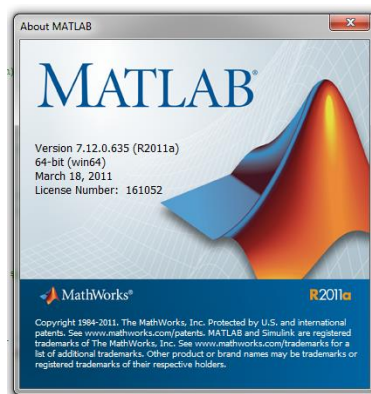
Vm\_Experimental =  
2.7393

ERRO\_CONDUCTIVIDADE\_DA\_AMOSTRA =  
2.8712

>>

## APÊNDICE C

Este apêndice apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab versão 7.12.0.635 (R2011a), 64 bits (win64). A figura abaixo mostra as informações deste software.



```
%Simulação da rede R-C e cálculo de K do quartzo com Matriz tensões
nodais
%CÁLCULO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO QUARTZO DE 5 mm

clear all
close all

% 1 - QUARTZO (5mm) e 2 - NYLON (2mm)
f = 0.01;           %Frequencia de trabalho
w = 2 * pi * f;

H = 5.0e-3;        %Espessura da amostra
L = 2.0e-3;        %Espessura da referência

k1 = 1.38;         %Quartzo
cp1 = 772;         %Calor específico do Quartzo J/Kg.K
ro1 = 2203;        %Densidade do Quartzo Kg/m3

k2 = 0.23;         %Nylon
cp2 = 1.7;         %Calor específico do Nylon J/Kg.K
ro2 = 1140;        %Densidade do Nylon Kg/m3

N = 60;           %Número de elementos R e C em cada material

%O raio é 0,000001 vezes o comprimento total amostra mais referência
```

```

raio = 0.001e-3 * (H + L);
copia_k1 = k1;

%Cálculo de K1
Ve = 3.081713 + i * 0.0           %Tensão elétrica de entrada
    amplitude = 2.132296;
    teta_graus = 0.0;
    teta_rad = teta_graus * pi./180;
Vm = amplitude * (cos(teta_rad) + i * sin(teta_rad))           % Tensão
elétrica medida entre os                                     materiais

%Criando a matriz impedância Z com zeros da malha R-C de ordem 2N
Z = zeros(2 * N);

%Criando o vetor tensão elétrica
Tensao(1) = Ve;
for cc = 2 : 2*N
    Tensao(cc) = 0;
end

Tensao = Tensao'; % Transposta de Tensão

%Parâmetros de convergência
pare = 1; cont = 0; passo = 1e-4; N1 = 100;
k1 = 0; tolerancia = 1e-4;
Valor_maior = 0;

%Dados constantes da amostra e referência
Rr = (L / N1) / (k2 * pi * raio^2);           %
Resistência térmica da referência
Cr = ro2 * cp2 * pi * raio^2 * (L / N1);           %Capacitância
térmica da referência
Ca = ro1 * cp1 * pi * raio^2 * (H / N1);           %Capacitância
térmica da amostra

while (pare == 1)
    cont = cont + 1;

    k1 = k1 + passo           %Variação da condutividade térmica da
amostra
    Ra = (H / N1) / (k1 * pi * raio^2);           %Resistência térmica
da AMOSTRA

    Z(N,N) = 1./Ra + i * w * Ca + 1./Rr;
    Z(N,N-1) = -1./Ra;
    Z(N,N+1) = -1./Rr;
    Z(N-1,N) = -1.0;
    Z(N+1,N) = -1.0;
    for x = 1 : 2*N
        for y = 1 : 2*N
            if (x >= 1 && x < (N-1))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x >= (N+1) && x < (2 * N))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x == y && x < N)
                Z(x,y) = 2 + i * w * Ra * Ca;
            end
        end
    end
end

```

```

end
if (x == y && x >= (N+1) && x <= (2*N))
    Z(x,y) = 2 + i * w * Rr * Cr;
end
end
end

%Cálculo das tensões de malhas
Vp = Z \ Tensao; %Resolvendo a equação matricial
Vm_Calculado = abs(Vp(N))
Vm_Experimental = abs(Vm);

erro = abs(Vm_Calculado - Vm_Experimental);

if (erro <= tolerancia)
    pare = 0;
    'Atingiu o erro'
    k = k1
    k_teorico = copia_k1
end;

if (cont == 500000000) %Impondo uma condição de 500000000
    iterações
        pare = 0;
        'Atingiu a contagem'
        k = k1
        k_teorico = copia_k1
    end;

if Vm_Calculado >= 1.1 * Vm_Experimental %Impondo uma
    condição no valor da
    pare = 0;
    %temperatura medida entre amostras
    'Valor maior'
    k_teorico = copia_k1
    k = k1
end;

if k1 >= 2 * copia_k1 %Impondo uma condição no valor da
    condutividade térmica
    pare = 0;
    'Valor Maior de k1'
    k_teorico = copia_k1
    k1 = k1
end
end

Z = abs(Z);
Vm_Calculado = Vm_Calculado
Vm_Experimental = abs(Vm)
ERRO_CONDUTIVIDADE_DA_AMOSTRA = abs((k1-copia_k1)*100)/copia_k1
Vp = abs(Vp);

```

ans =

Atingiu o erro

k =

1.3767

k\_teorico =

1.3800

Vm\_Calculado =

2.1322

Vm\_Experimental =

2.1323

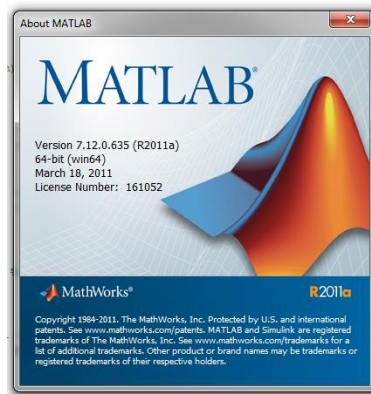
ERRO\_CONDUTIVIDADE\_DA\_AMOSTRA =

0.2391

>>

## APÊNDICE D

Este apêndice apresenta o programa computacional e seus resultados desenvolvidos no MatLab versão 7.12.0.635 (R2011a), 64 bits (win64). A figura abaixo mostra as informações deste software.



```
%Simulação da rede R-C e cálculo de K do quartzo com Matriz tensões
nodais
%CÁLCULO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO NYLON 6.0 DE 5 mm

clear all
close all

format long

% 2 - QUARTZO (5mm) e 1 - NYLON (2mm)
f = 0.01;           %Frequencia de trabalho
w = 2 * pi * f;

H = 2.0e-3;         %Espessura da amostra
L = 5.0e-3;         %Espessura da referência

k2 = 1.38;          %Quartzo
cp2 = 772;          %Calor específico do Quartzo J/Kg.K
ro2 = 2203;         %Densidade do Quartzo Kg/m3

k1 = 0.23;          %Nylon
cp1 = 1.7;          %Calor específico do Nylon J/Kg.K
ro1 = 1140;         %Densidade do Nylon Kg/m3

N = 10;             %Número de elementos R e C em cada material

%O raio é 0,000001 vezes o comprimento total amostra mais referência
```

```

raio = 0.001e-3 * (H + L);
copia_k1 = k1;

%Cálculo de K1
Ve = 3.050584 + i * 0.0           %Tensão elétrica de entrada
    amplitude = 0.809339;
    teta_graus = 0.0;
    teta_rad = teta_graus * pi./180;
Vm = amplitude * (cos(teta_rad) + i * sin(teta_rad))           % Tensão
elétrica medida entre os                                     materiais

%Criando a matriz impedância Z com zeros da malha R-C de ordem 2N
Z = zeros(2 * N);

%Criando o vetor tensão elétrica
Tensao(1) = Ve;
for cc = 2 : 2*N
    Tensao(cc) = 0;
end

Tensao = Tensao'; % Transposta de Tensão

%Parâmetros de convergência
pare = 1; cont = 0; passo = 1e-5; N1 = 10;
k1 = 0; tolerancia = 1e-4;
Valor_maior = 0;

%Dados constantes da amostra e referência
Rr = (L / N1) / (k2 * pi * raio^2);           %
Resistência térmica da referência
Cr = ro2 * cp2 * pi * raio^2 * (L / N1);           %Capacitância
térmica da referência
Ca = ro1 * cp1 * pi * raio^2 * (H / N1);           %Capacitância
térmica da amostra

while (pare == 1)
    cont = cont + 1;

    k1 = k1 + passo           %Variação da condutividade térmica da
amostra
    Ra = (H / N1) / (k1 * pi * raio^2);           %Resistência térmica
da AMOSTRA

    Z(N,N) = 1./Ra + i * w * Ca + 1./Rr;
    Z(N,N-1) = -1./Ra;
    Z(N,N+1) = -1./Rr;
    Z(N-1,N) = -1.0;
    Z(N+1,N) = -1.0;
    for x = 1 : 2*N
        for y = 1 : 2*N
            if (x >= 1 && x < (N-1))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x >= (N+1) && x < (2 * N))
                Z(x,x+1) = -1.0;
                Z(x+1,x) = Z(x,x+1);
            end
            if (x == y && x < N)
                Z(x,y) = 2 + i * w * Ra * Ca;
            end
        end
    end
end

```

```

end
if (x == y && x >= (N+1) && x <= (2*N))
    Z(x,y) = 2 + i * w * Rr * Cr;
end
end
end

%Cálculo das tensões de malhas
Vp = Z \ Tensao; %Resolvendo a equação matricial
Vm_Calculado = abs(Vp(N))
Vm_Experimental = abs(Vm);

erro = abs(Vm_Calculado - Vm_Experimental);

if (erro <= tolerancia)
    pare = 0;
    'Atingiu o erro'
    k = k1
    k_teorico = copia_k1
end;

if (cont == 500000000) %Impondo uma condição de 500000000
    iterações
        pare = 0;
        'Atingiu a contagem'
        k = k1
        k_teorico = copia_k1
    end;

if Vm_Calculado >= 1.1 * Vm_Experimental %Impondo uma
    condição no valor da
    pare = 0;
    %temperatura medida entre amostras
    'Valor maior'
    k_teorico = copia_k1
    k = k1
end;

if k1 >= 2 * copia_k1 %Impondo uma condição no valor da
    condutividade térmica
    pare = 0;
    'Valor Maior de k1'
    k_teorico = copia_k1
    k1 = k1
end
end

Z = abs(Z);
Vm_Calculado = Vm_Calculado
Vm_Experimental = abs(Vm)
ERRO_CONDUTIVIDADE_DA_AMOSTRA = abs((k1-copia_k1)*100)/copia_k1
Vp = abs(Vp);

```

ans =

Atingiu o erro

k =

0.2256000000000085

k\_teorico =

0.2300000000000000

Vm\_Calculado =

0.809259681445158

Vm\_Experimental =

0.8093390000000000

ERRO\_CONDUTIVIDADE\_DA\_AMOSTRA =

1.913043478223985

>>

