UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

WELLINGTON DE LIMA CAETANO

O ESPECTRO DE ESCALARES DO MECANISMO SEESAW TRIPLO.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

JOÃO PESSOA, PB
-2011-

Wellington de Lima Caetano

O Espectro de Escalares do Mecanismo Seesaw Triplo.

Dissertação de Mestrado apresentada a Coordenação do Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador:
Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires

João Pessoa, PB
-2011-

C128e Caetano, Wellington de Lima.
O espectro de escalares do mecanismo seesaw triplo / Wellington de Lima Caetano.- João Pessoa, 2011.
74f. : il.
Orientador: Carlos Antônio de Sousa Pires
Dissertação (Mestrado) – UFPB/CCEN
1. Física. 2. Extensões do Modelo Padrão. 3. Neutrinos Massivos. 4. Mecanismo Seesaw.

UFPB/BC CDU: 53(043)

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

DECLARAÇÃO

A Comissão Examinadora que abaixo assina este documento, reunida no dia 06 de maio de 2011, na Sala de Reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, APROVA **Wellington de Lima Caetano** na defesa de sua dissertação intitulada ***"O espectro de escalares do mecanismo seesaw triplo"***.

João Pessoa, 06 de maio de 2011

1º Ex. Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
(DF/UFPB)

Presidente (Orientador)
Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
(DF/UFPB)

2º Ex. Prof. Dr. Alex Gomes Dias
(UFABC)

NÃO HÁ
(Co-Orientador)

(---)

À Ana Paula, é claro.

I have done something very bad today by proposing a particle that cannot be detected; it is something no theorist should ever do.

—WOLFGANG PAULI (1932)

Sumário

Agradecimentos

Ao programa de bolsas CAPES-REUNI, pelo auxílio financeiro.

À UFPB, em especial, ao Departamento de Física.

Ao meu orientador Prof. Dr. Carlos Pires pela motivação, orientação e preocupação.

Ao professor Paulo Sérgio Rodrigues da Silva pela enorme participação na minha formação em física de partículas.

Agradecimento muito especial devo manifestar à minha linda noiva Ana Paula pelo amor e ajuda imensurável na escrita deste trabalho.

Aos meus pais, Caetano e Rose, pelo amor e por todo o trabalho dedicado aos meus estudos.

Agradeço meus irmãos, Wesley (Lin, HSG), Kelly (Keke) e Keyla (Tey), por toda nossa história.

Aos amigos da graduação em Campinas, Ricardo, Lucas, Ananias, Rodrigo e Vinícius.

Aos amigos do mestrado, em especial, o pessoal da sala 07 e aos baianos da sala 15.

Ao meu amigo Jilvan por sua incrível disposição e por me ajudar a escrever no Latex.

À todos os colegas pelas discussões sobre física e outros assuntos na hora do café no seu Mariano.

À Deus.

Resumo

Nesta dissertação estudamos algumas extensões do Modelo Padrão que acomodam massa para neutrinos. Para a explicação do déficit de neutrinos solares e atmosféricos observados na Terra, o fenômeno da oscilação de sabores entre as famílias requer que neutrinos tenham autoestados físicos massivos. Para isso, construímos possíveis termos de massa de Dirac ou Majorana e desenvolvemos os mecanismos *seesaw* dos tipos I e II para geração de massa para neutrinos. Analisando as aplicabilidades destes mecanismos *seesaw*, observamos, por exemplo, que o *seesaw* do tipo I requer a existência de neutrinos pesados de mão-direita com massa na escala das teorias de grande unificação. Em seguida, estudamos o mecanismo *seesaw* Triplo, que tem como base um modelo com dois dubletos e um singleto de escalares, além do conteúdo padrão. Neste modelo, mostramos a possibilidade de geração de neutrinos massivos usando os aceleradores com energia na escala de TeV. Finalmente, analisamos o setor escalar do modelo que realiza este *seesaw*, onde derivamos o espectro de massa dos escalares, obtendo um pseudoescalar estável com massa próxima a 10 GeV, que é um possível candidato a matéria escura fria.

Palavras-chave: Extensões do Modelo Padrão, Neutrinos Massivos, Mecanismo Seesaw

Abstract

In this thesis we study some extensions of the Standard Model to accommodate mass for neutrinos. In order to explain the deficit of atmospheric and solar neutrinos observed on Earth, the phenomenon of flavor oscillation between families requires that neutrinos have physical mass eigenstates. For this, we constructed possible mass terms of Majorana or Dirac. We also develop type I-II seesaw mechanisms to generate neutrino masses. Analyzing the applicability of these seesaw mechanisms, we observe, for example, that the type I seesaw requires the existence of heavy right-handed neutrinos mass with the scale of grand unification. Next, we study the triple seesaw mechanism, where we show the possibility of generating neutrino mass using the TeV energy accelerators. We also examine the scalar sector of this mechanism, which is based on a Two Higgs Doublet Model, in addition to standard model content. Finally, we derive the mass spectrum of the scalar, obtaining a stable pseudoscalar with mass close to 10 GeV, as a possible cold dark matter candidate.

Keywords: Standard Model Extension, Massive Neutrinos, Seesaw Mechanism,

INTRODUÇÃO

As partículas elementares e suas interações estão descritas de forma elegante em uma teoria de *gauge* baseada no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, conhecida como Modelo Padrão (MP) das interações eletrofracas e fortes. Neste modelo, o grupo simples $SU(3)_C$ descreve a interação forte e o grupo semi-simples $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ descreve as interações eletrofracas. Esta estrutura do MP ainda permite, que após uma quebra espontânea de simetria do grupo semi-simples haja uma simetria $U(1)_Q$ remanescente, associada à carga elétrica.

Antes da formulação através de um grupo de *gauge*, as interações eram descritas por teorias separadas e, com exceção da eletrodinâmica quântica (QED, do inglês *Quantum Eletrodynamics*) eram feitas por teorias efetivas. O MP ganha força e eleva o status da Física de Partículas, passando a ser uma das áreas fundamentais da física, ao dispor de maneira unificada as interações fortes e eletrofracas. Com isso, o sucesso do MP dentro da comunidade científica surgiu naturalmente e sobretudo a partir da década de 1970, quando os primeiros resultados experimentais de suas previsões teóricas foram granjeados.

Contudo o caminho trilhado desde a ideia de *gauge* até a consolidação do modelo como teoria fundamental foi árduo; por exemplo, o conceito inicial de *gauge* apareceu pela primeira vez em uma teoria de invariância de escala, que pretendia unificar os campos eletromagnético e gravitacional como manifestações geométricas do espaço-tempo, uma proeza ainda hoje não alcançada, pois uma medida física não pode depender da escala. Todavia, apesar do insucesso desta tentativa de unificação, Weyl acabara de conceber o que conhecemos como teoria de *gauge* [1].

Foi apenas com o advento da mecanica quântica, na formulação com funções de onda, de Schrödinger, que a teoria de *gauge* foi interpretada como uma invariância de fase [2]. Nos anos seguintes, com a criação da teoria quântica de campos, a ideia, antes restrita à mecânica quântica, foi expandida à QED, conhecida por apresentar ótima concordância entre os valores teóricos e experimentais.

O primeiro modelo para descrição de interações propriamente ditas teve início com a teoria efetiva de Fermi, para o decaimento beta [3], mas muitas foram as contribuições até o modelo adquirir a forma que conhecemos atualmente. Por exemplo, a proposta de extensão para grupos de simetria maiores, não-abelianos, de Yang-Mills em 1954 [4]. Outras ideias permearam o desenvolvimento do modelo, como a sugestão de Schwinger, em 1957, que descreve as interações eletrofracas pelo grupo $SU(2)$[5].

Em 1961, Glashow ampliou o grupo de simetria para a forma moderna $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [6], mas até então todas as partículas tinham massa nula e, embora, até fossem aceitáveis na ocasião da construção do modelo, os termos *"ansatz"*, inseridos *ad hoc* não são justificados por nenhum princípio físico.

Este problema foi contornado em 1967, quando Weinberg [7] e Salam [8] desenvolveram, de maneira independente um mecanismo para gerar massa às partículas, ao adaptarem o mecanismo de Higgs [9] ao grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. O fruto destas contribuições, notoriamente de Glashow - Weinberg - Salam, recebeu o nome de Modelo Padrão das Interações Eletrofracas. Em 1971, Weinberg acrescentou o grupo $SU(3)_C$, das interações fortes, completando o modelo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [10].

Nos anos seguintes, o MP passou a colecionar sucessos experimentais, como a descoberta do previsto quark charmoso [11], verificação da corrente neutra nas interações fracas, na colaboração de Gargamelle no CERN [12], e mais recentemente com a descoberta do quark top [13], e, finalmente, na medida com precisão de 12 dígitos do momento magnético do elétron [14] que pode ser considerado como um dos melhores resultados já obtidos por uma teoria física.

O êxito obtido pelo modelo na previsão e explicação dos experimentos é irrefutável. Contudo, sabe-se, hoje, que o MP não é uma teoria final para a explicação de todas as interações e partículas fundamentais da natureza. Teoricamente existem algumas questões não respondidas como o problema da hierarquia, a existência de três famílias fermiônicas, a assimetria entre matéria e antimatéria no universo e a não predição da massa das partículas. Do ponto de vista experimental, provas de que o MP não é uma teoria final são, por exemplo, as oscilações de sabores entre as famílias de neutrinos, e a existência de uma matéria e energia escuras, não explicadas com o conteúdo de matéria do modelo, e que necessitam, portanto, de uma física nova, além do modelo padrão.

No caso dos neutrinos, os experimentos nas colaborações de Homestake, SAGE, GALLEX/GNO, SuperKamiokande, SNO, e atmosféricos nas colaborações de Kamiokande, Super-K mostraram que a oscilação de sabor induzida por diferença de massa é capaz de explicar o déficit de 2/3 no fluxo esperado de neutrinos solares, gerando o então chamado problema do neutrino solar e a anomalia dos neutrinos atmosféricos [15, 22].

Uma possível explicação da massa dos neutrinos se dá através de um operador 5-dimensional $(\kappa/\Lambda)LLHH$ não renormalizável, onde L e H são os dubletos de léptons e Higgs, respectivamente. Esta lagrangiana efetiva gera neutrinos com massa $m_\nu \sim \kappa v_0^2/\Lambda$, mas que requer para sua realização uma parâmetro de massa $\Lambda \sim 10^{14-15}$GeV, que aproxima a massa dos neutrinos às teorias de grande unificação, também em uma escala de energia completamente inacessível [23].

No entanto, o fenômemo da oscilação de sabor requer neutrinos massivos que são completamente ausentes do MP, e portanto, termos de massa são extensões deste modelo, por exemplo, com neutrinos de mão-direita singletos de $SU(2)_L$ podemos escrever termos de massa de Dirac, análogos aos léptons carregados; por outro lado, se os neutrinos forem partículas de Majorana, as extensões podem ser não-triviais.

A extensão mais simples não-trivial do MP para a geração de neutrinos massivos considera apenas três neutrinos singletos de mão-direita, além do conteúdo padrão. No conhecido mecanismo *seesaw* do tipo I [24], a massa dos neutrinos leves dada por $m_\nu \sim y_D^2 v^2/M$ é suprimida pela massa M destes neutrinos pesados de mão-direita. No entanto, para a geração de neutrinos com massa $m_\nu \approx 1$eV, esta expressão requer ou $M \approx 10^{14-15}$ GeV que inviabiliza totalmente a verificação experimental do mecanismo ou então se faz necessário um grande ajuste fino na constante de Yukawa, o que aproxima o mecanismo de uma teoria efetiva, por exemplo, com os possíveis termos puramente de Majorana.

Extendendo o setor escalar do MP, outra possibilidade para a geração de neutrinos massivos se dá através do chamado mecanismo *seesaw* do tipo II [25] onde considera-se, além do conteúdo padrão, um novo Higgs Δ, tripleto de $SU(2)_L$. Neste caso, a massa dos neutrinos passa a ser dada por $m_\nu \approx Y_\nu v_\Delta$, onde v_Δ é o VEV (valor esperado no vácuo) da componente neutra do tripleto. Em um cenário otimista, um valor $v_\Delta < 10^{-6}$GeV, seria suficiente para fornecer a massa dos neutrinos em eV, supondo um acoplamento razoável. Mas o VEV deste tripleto está vínculado a relação, $v_\Delta \sim \mu v_0^2/M_\Delta^2$, que restringe seu valor as escalas de massa μ e M_Δ. Novamente, surge a dificuldade de se verificar o mecanismo, devido aos altos valores destes parâmetros. Para se obter, por exemplo, $v_\Delta < 10^{-6}$GeV, devemos ter $\mu \sim M_\Delta \sim 10^{10}$ GeV, valores que tornam o mecanismo fora do alcance do LHC.

Outras possíveis extensões do modelo para acomodar termos de massa para os neutrinos podem ser feitas com tripletos de léptons exóticos Σ de hipercarga nula, na representação adjunta de $SU(2)_L$, que substituem o fator de massa Λ pela massa M do tripleto. Com a violação do número leptônico, esta extensão realiza o chamado mecanismo *seesaw* do tipo III [26]. Uma abordagem alternativa é feita através do mecanismo *seesaw* inverso, que adiciona um singleto N_L à matriz de massa do *seesaw* do tipo I, sendo o primeiro exemplo de mecanismo seesaw com correções radiativas [27].

Um novo mecanismo, conhecido como *seesaw* triplo, capaz de gerar massa para neutrinos na escala de eV, proposto, originalmente, por E. Ma [28] e depois generalizado por W. Grimus *et al.*[29] foi recentemente desenvolvido com um conteúdo escalar diferente do original, por C. Pires *et at.*[30], onde os autores mostram que o modelo 3-3-1 o realiza naturalmente.

Para a realização do mecanismo *seesaw* triplo, ajusta-se o mecanismo *seesaw* do tipo II, na relação do mecanismo do tipo I, sendo possível a obtenção de termos de massa para neutrinos leves na ordem de eV através de um fator M^3 no denominador da relação *seesaw*. Neste modelo, a dependência cúbica M reduz a escala de energia necessária para a geração de neutrinos massivos leves da altíssima escala de GUT para TeV. Por exemplo, para $M = (1-10)TeV$ uma supressão na faixa de 10^{9-12}, fornece a massa dos neutrinos, sem uso de ajuste fino.

Assim, para tratarmos destes assuntos, em especial do mecanismo *seesaw* triplo, dividiremos esta dissertação em três partes. No ***capítulo 1***, faremos uma revisão do MP, abordando seu conteúdo de matéria fermiônica e escalar, o mecanismo que gera os termos de massa para os férmions carregados, mas que mantém o neutrino com massa nula, e finalmente, veremos as interações do modelo através das correntes neutras e carregadas.

A física dos neutrinos, em especial dos termos de massa, será apresentada no ***capítulo 2***, onde veremos a formalização do fenômeno da oscilação de sabores, que evidência a necessidade de neutrinos massivos. Estudaremos os possíveis termos de massa de Dirac, em analogia aos termos de massa dos léptons carregados e também os termos de massa de Majorana, em uma lagrangiana não renormalizável com um operador efetivo, porém capaz de indicar um nova escala de energia associada a massa dos neutrinos. Finalmente, veremos como são implementados os mecanismos *seesaw* do tipo I e tipo II para a geração de neutrinos massivos.

No ***capítulo 3***, abordaremos o mecanismo seesaw *triplo*. Apresentaremos o mecanismo através de um *toy model* e, depois obteremos a expressão para a massa dos neutrinos, com mais profundidade dentro de uma extensão do MP, onde consideramos um modelo com dois dubletos de Higgs (THDM, do inglês *Two Higgs Doublet Model*) mais um sigleto escalar e os netrinos de mão-direita. Finalmente, consideraremos os setores escalares neutros e carregado do mecanismo, derivando seus autoestados e espectro de massa, a fim de observar possíveis candidatos à matéria escura.

CAPÍTULO 1
MODELO PADRÃO DAS INTERAÇÕES ELETROFRACAS

Desde a proposta inicial de Fermi para descrever o decaimento beta como um interação de quatro férmions[3], muitos outros esforços se voltaram para a construção de um modelo capaz de descrever os menores constituintes de matéria e explicar suas interações. Com destaque, citamos a sugestão de Schwinger, em 1957, de descrever as interações eletrofracas pelo grupo $SU(2)$[5]. Em 1961, a ideia de Schwinger foi ampliada por Glashow, estabelecendo o grupo de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ na forma moderna [6], mas ainda sem forcecer termos de massa para as partículas.

Contudo, este problema foi contornado em 1967, quando Weinberg [7] e Salam [8] desenvolveram de maneira independente um mecanismo para gerar massa às partículas, ao adaptarem o mecanismo de Higgs [9] ao grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Ao fruto de todas estas contribuições, damos o nome de Modelo Padrão das Interações Eletrofracas.

Neste capítulo estudaremos o Modelo Padrão, em especial suas interaçõs que compõem o setor eletrofraco. Enfatizaremos alguns aspectos como sua estrutura baseada em um grupo de simetria de *gauge*, seu conteúdo de matéria fermiônica e escalar, sua lagrangiana. Veremos o fenômeno da quebra espontânea de simetria que através do mecanismo de Higgs gera as massas de todos férmions carregados e dos bósons vetoriais W^+, W^- e Z^0, mas que mantém o fóton sem massa. Finalmente, derivaremos as interações do modelo através das correntes neutra e carregada, observando, em especial, a mistura de sabor nas corrente carregada dos quarks.

1.1 Conteúdo da Representação

O Modelo Padrão (MP) das interações eletrofracas é uma teoria de *gauge* baseada no seguinte grupo semi-simples: $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que está contido no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que além das interações eletrofracas, inclui a interação forte. As partículas que compõem o setor de matéria do MP são os férmions, que podem ser os léptons ou os quarks. E a interação entre as partículas que compõem a matéria é mediada pelas partículas carregadoras de força, os chamados bósons de *gauge*.

No MP, os férmions estão dispostos em multipletos de acordo com sua quiralidade. Os léptons de mão-esquerda são dispostos em dubletos de $SU(2)_L$, enquanto os léptons de mão-direita encontram-se na representação singleto deste grupo. Como as partículas do setor leptônico não possuem o número quântico de cor, todas são singletos do grupo $SU(3)$. Composto por três famílias, a representação para os férmions é a seguinte:

$$L_j = \begin{pmatrix} \nu_j \\ e_j \end{pmatrix}_L \sim (1,2,-1), \quad e_{jR} \sim (1,1,-2). \tag{1.1}$$

onde foi utilizada a seguinte notação L_j, para os dubletos e e_{jR} para os singletos, com $j = e,\mu,\tau$. Os números quânticos, entre parênteses, na frente dos multipletos indicam, como estes se transformam de acordo com cada grupo simples.

A partir dos multipletos supracitados, observamos que não existem neutrinos de mão-direita no MP e qualquer teoria que incorpore, ou tenha um mecanismo capaz de gerar massa para esta partícula já será considerada uma extensão do modelo.

Assim como no setor leptônico, a representação utilizada para as três famílias de quarks é a de dubletos para quarks de mão-esquerda e singletos de mão-direita. Mas, nesse caso temos dois singletos de mão direita para cada família, um do tipo "*up*"e outro do tipo "*dow*n":

$$Q_{jL} = \begin{pmatrix} u_j \\ d_j \end{pmatrix}_L \sim (3,2,\frac{1}{3}), \quad u_{jR} \sim (3,1,\frac{4}{3}), \quad d_{jR} \sim (3,1,\frac{-2}{3}). \tag{1.2}$$

aqui o indíce $j = 1,2,3$ representa cada uma das famílias para os dubletos de mão-esquerda ou singletos de mão-direita.

Para obtermos, mais adiante, os termos de massa para os férmions carregados do MP, um dubleto de escalares ϕ com uma componente capaz de desenvolver um VEV (valor esperado no vácuo) é incluído neste conteúdo de matéria:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (1,2,+1). \tag{1.3}$$

Até agora vimos o conteúdo de representação de matéria do MP, que dispõe de multipletos de férmions e um dubleto de escalares. Entretanto, como o modelo é uma teoria que descreve partículas e interações ainda faltam os bósons de *gauge* da teoria, que serão vistos adiante. Obtidos através do princípio de *gauge*, que impõe a condição de invariância sob transformações locais nos campos, os bósons de *gauge* são responsáveis pelo surgimento dos termos de interação.

As hipercargas, Y, de cada elemento dos multipletos, mostradas entre parênteses nas transformações dos campos sob a simetria de *gauge* do grupo, equações (1.1) à (1.3) são obtidas a partir de carga elétrica e da posição no multipleto deste mesmo elemento, usando a relação de Gell-Mann Nishijima [31]:

$$\frac{Q}{e} = \frac{\tau_3}{2} + \frac{Y}{2}, \tag{1.4}$$

assim, chega-se as seguintes hipercargas para os léptons $Y_{L_j} = -1$ e $Y_{e_{jR}} = -2$. Do mesmo modo, obtém-se as hipercargas dos quarks $Y_{Q_{jL}} = \frac{1}{3}$, $Y_{u_{jR}} = \frac{4}{3}$ e $Y_{d_{jR}} = \frac{-2}{3}$ para os quarks tipo *down* de mão direita e, finalmente, para o campo escalar temos $Y_\phi = +1$.

1.2 Lagrangiana do Modelo Padrão

A lagrangiana[1] do MP deve ser, por construção, invariante de Lorentz, renormalizável e ainda invariante de *gauge* sob as transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Para melhor identificação de cada termo, a lagrangiana do modelo $\mathscr{L}_{MP}$ será dividida em setores:

$$\mathscr{L}_{MP} = \mathscr{L}_{fermions} + \mathscr{L}_{gauge} + \mathscr{L}_{Yukawa} + \mathscr{L}_{escalar}. \tag{1.5}$$

1.2.1 Lagrangiana de Férmions

O setor fermiônico do MP, expresso no primeiro termo da lagrangiana $\mathscr{L}_{MP}$ envolve os léptons e quarks. A expressão para a lagrangiana de férmions $\mathscr{L}_{fermions}$, deve recuperar, através da equação de Euler-Lagrange, uma equação de Dirac para os campos fermiônicos, pois, embora aqui tenham massa nula, tratam-se de partículas de spin 1/2. Omitindo-se a soma nas três famílias, temos a seguinte equação para este setor:

$$\mathscr{L}_{fermions} = \overline{\Psi_L} i\gamma^\mu D^L_\mu \Psi_L + \overline{\Psi_R} i\gamma^\mu D^R_\mu \Psi_R. \tag{1.6}$$

A lagrangiana supraescrita em uma forma compacta, de forma à resumir todos os multipletos de férmions do modelo, assim temos: $\Psi_L = L_j, Q_{jL}$ para os dubletos de léptons e quarks de mão-esquerda; e $\Psi_R = e_{jR}, u_{jR}, d_{jR}$; que corresponde aos singletos de léptons e quarks de mão-direita, respectivamente.

Para garantir a invariância de *gauge* de cada um dos termos da lagrangiana do MP, os campos fermiônicos, $\Psi(x)$, transformam-se por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de acordo com a relação [32]:

$$\Psi_{L,R}(x)' \to \Psi_{L,R}(x)' = e^{[it^a \alpha_a(x) + i\beta(x)Y]}\Psi_{L,R}(x). \tag{1.7}$$

Fazendo a substituição $\Psi_L = L_j, Q_{jL}$ para os dubletos e $\Psi_R = e_{jR}, u_{jR}, d_{jR}$ para os singletos na expressão (1.7), temos então as seguintes relações para garantir a invariância de *gauge*, já considerando as hipercargas apresentadas nas representações dos multipletos:

[1] Neste texto, usaremos o termo lagrangiana, ao invés de "densidade lagrangiana", como é comum na literatura.

$$
\begin{aligned}
L_j(x) \to L'_j(x) &= e^{[it^a\alpha_a(x) - i\beta(x)]}L_j(x), \\
e_{jR}(x) \to e'_{jR}(x) &= e^{-2i\beta(x)}e_{jR}(x), \\
Q_{jL}(x) \to Q'_{jL}(x) &= e^{[it^a\alpha_a(x) + i\beta(x)\frac{1}{3}]}Q_{jL}(x), \\
u_{jR}(x) \to u'_{jR}(x) &= e^{i\beta(x)\frac{4}{3}}u_{jR}(x), \\
d_{jR}(x) \to d'_{jR}(x) &= e^{i\beta(x)\frac{-2}{3}}d_{jR}(x).
\end{aligned}
$$

Nas transformações dos campos acima, os parâmetros $\alpha_a(x)$ e $\beta(x)$ são funções que dependem das coordenadas do espaço e tempo x^μ, garantindo assim uma lagrangiana invariante sob transformações locais nos campos, como requer o princípio de *gauge*.

1.2.2 Lagrangiana de *Gauge*

O setor de *gauge* corresponde inicialmente aos termos de propagação para os bósons de gauge inseridos na derivada covariante, mas também fornece, no caso das interações fraca e forte, os termos de auto-interação em vértices triplos e quárticos destes bósons. A lagrangiana deste setor é dada por:

$$
\mathscr{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \tag{1.8}
$$

onde $G^{a\mu\nu} = \partial^\mu W^{a\nu} - \partial^\nu W^{a\mu} + g\varepsilon^{abc}W^{b\mu}W^{c\nu}$ e $B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$, com $a = 1,2,3$.

Os bósons W_μ e B_μ que aparecem na expressão acima ainda não são os bósons físicos conhecidos experimentalmente, que serão conhecidos somente após a quebra espontânea de simetria e o mecanismo de Higgs. Por outro lado, estes bósons já estão na lagrangiana pois garantem sua invariância sob transformações dos seus respectivos grupos de simetria: $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, satisfazendo o princípio de *gauge*.

1.2.3 Lagrangiana de Yukawa

Para garantir a invariância de *gauge* da lagrangiana do MP, os campos fermiônicos foram adotados com massa nula, pois termos do tipo $m\overline{\psi}\psi = m[\overline{\psi}_L\psi_R + \overline{\psi}_R\psi_L]$ como na equação de Dirac violariam a invariância de gauge.

Para obtermos as massas conhecidas dos férmions, vamos escrever uma lagrangiana capaz de gerar massa para os campos apresentados no conteúdo de matéria do modelo. Esta lagrangiana é conhecida como *lagrangiana de Yukawa*. Por conveniência, seus termos são separados nos setores de léptons e quarks:

$$\mathscr{L}_{Yukawa} = \mathscr{L}_{Y,leptons} + \mathscr{L}_{Y,quarks}. \tag{1.9}$$

A conveniência em se escrever separadamente as lagrangianas entre léptrons e quarks reside no fato de que no MP apenas os léptons carregados possuem massa, pois os neutrinos têm massa nula. Tecnicamente, uma diferença entre os setores surge quando, para se gerar as massa dos quarks, devemos considerar os dois singletos u_{jR} e d_{jR} de mão-direita, em vez de apenas um, como nos léptons.

No caso dos léptóns, os termos de massa são obtidos com o campos escalar ϕ inserido entre os campos na lagrangiana de Yukawa:

$$\mathscr{L}_{Y,leptons} = -G_l[(\overline{e}_{jR}(\phi^\dagger L_j) + (\overline{L}_j\phi)e_{jR}] \tag{1.10}$$

onde as constantes G_l são chamadas de constantes de acoplamento de Yukawa.

No caso dos quarks, como a primeira componente do dubleto também possui massa, os termos de Yukawa são obtidos a partir de uma redefinição no dubleto de escalares:

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \sim (1,2,-1), \tag{1.11}$$

note que:

$$\tilde{\phi} = i\sigma^2\phi^*, \tag{1.12}$$

é apenas uma redefinição do dubleto ϕ, e não um novo campo escalar. Agora, com $\tilde{\phi}$, é possível escrever a massa para os quarks de isospin $+1/2$, mantendo ainda os termos de massa invariantes de *gauge*:

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_{Y,quarks} \quad = \quad & -G_u[(\overline{Q}_{jL}\phi)u_{jR} + \overline{u}_{jR}(\phi^\dagger Q_{jL})] \\ & -G_d[(\overline{Q}_{jL}\tilde{\phi})d_{jR} + \overline{d}_{jR}(\tilde{\phi}^\dagger Q_{jL})]. \end{aligned} \tag{1.13}$$

1.2.4 Lagrangiana de Escalares

O último termo da lagrangiana do MP corresponde a dinâmica (de propagação e interação) do campo escalar ϕ definido na seção (1.1). A lagrangiana destes campos é dada por:

$$\mathscr{L}_{escalar} = (\mathscr{D}^{\mu}\phi)(\mathscr{D}_{\mu}\phi)^{\dagger} - \mu^2\phi^{\dagger}\phi - \lambda(\phi^{\dagger}\phi)^2. \tag{1.14}$$

em analogia a expressão da lagrangiana estudada em mecânica clássica, $L = T - V$ [33], o primeiro termo é identificado como um termo cinético e o segundo termo equivale ao potencial associado. A derivada covariante, $\mathscr{D}$, que atua no dubleto de campos escalares é dada por:

$$\mathscr{D}_{\mu}\phi = (\partial_{\mu} - ig\frac{t^a}{2}W_{\mu}^a - ig'\frac{1}{2}B_{\mu})\phi. \tag{1.15}$$

Mais adiante, após a quebra espontânea de simetria, esta derivada será aberta a fim de obtermos as massas dos bósons de *gauge* físicos. Finalmente, o segundo termo da lagragiana, chamado de potencial $V(\phi)$ carrega os termos capazes de desenvolver massa para os campos. Explicitamente, este potencial tem a seguinte forma:

$$V(\phi\phi^{\dagger}) = \mu^2\phi^{\dagger}\phi + \lambda(\phi^{\dagger}\phi)^2. \tag{1.16}$$

1.3 Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs

A lagrangiana do modelo (1.5) foi construída para os multipletos apresentados no conteúdo de matéria, que respeitam a simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, no entanto, como estes campos estão sem massa, não correspondem às partículas físicas.

Os autoestados de massa para os férmions e bósons do MP são gerados quando a componente de carga elétrica nula do campo escalar ϕ, definido em (1.3), adquire um *valor esperado no vácuo*, o chamado VEV. Quando esta componente adquire este VEV, há a quebra da simetria $\phi \to -\phi$ que mantém o potencial (1.16) invariante. Em outras palavras, este é o fenômeno da Quebra Espontânea de Simetria (QES) que será estudado a partir de agora.

Outros sistemas físicos também apresentam QES, por exemplo, quando um ferromagneto, descrito por uma lagrangiana de interação spin - spin, está acima da temperatura crítica T_C, neste caso, o material encontra-se na fase paramagnética, por outro lado abaixo desta temperatura, uma quebra espontânea de simetria faz com que todos os spins fiquem alinhados em uma mesma direção. Neste segundo caso, a fase presente é ferromagnética. A mudança de orinetação espacial dos spins, antes aleatória, para uma direção específica corresponde a uma quebra de simetria do grupo $SO(3)$ para $SO(2)$ [34]. Neste exemplo, podemos observar a analogia entre a magnetização do material e o campo escalar ϕ presente na lagrangiana escalar do MP.

Voltando a lagrangiana escalar do MP, o parâmetro que assume o valor crítico (de mínimo) do potencial é μ^2 que teve seu valor modificado durante o resfriamento do universo primordial. Para obter a QES é necessário que o potencial tenha um valor de mínimo estável, para tanto, o parâmetro λ deve obedecer a condição $\lambda > 0$ para que o potencial seja limitado inferiormente.

Uma vez que, λ tem seu valor estritamente positivo, os possíveis valores de mínimo do potencial serão determinados em função do valor de μ^2. Se $\mu^2 > 0$, então o potencial tem apenas um valor de mínimo, em $\phi = 0$. Por outro lado, se $\mu^2 < 0$, quando ocorre a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, então a condição para o mínimo do potencial será a seguinte:

$$< |\phi|^2 >_0 = -\frac{\mu^2}{2|\lambda|}, \tag{1.17}$$

que pode ser reescrita definindo o VEV da teoria:

$$v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}, \tag{1.18}$$

com a definição do VEV acima, o dubleto escalar ϕ assume a seguinte forma:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \tag{1.19}$$

A equação (1.19) finaliza a ideia da quebra espontânea de simetria, pois mostra como a componente neutra do campo escalar ϕ do potencial (1.16), que tinha *a priori* um mínimo degenerado, assuma um único VEV.

Pode-se também, finalmente notar que a definição de carga elétrica através da relação Gell-Mann Nishijima (1.4) mantém o valor de vácuo invariante, o que significa, em linguagem matemática $Q|\phi_0 >= 0$; ou ainda podemos dizer que o vácuo não quebra a combinação de geradores "*carga elétrica*". A consequência prática desta invariância do vácuo, é a presença de uma simetria residual após a quebra da simetria eletrofraca. Como a simetria preservada é a da carga elétrica, podemos representar a QES da seguinte forma:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \to U(1)_{em}. \tag{1.20}$$

De fato, é fácil verificar que a carga conservada[2] associada a simetria residual é carga elétrica. Aplicado-se o operador de carga elétrica no vácuo, temos:

$$\begin{aligned} Q < \phi_0 > &= (T_3 + \frac{Y}{2}) < \phi_0 > \\ &= \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = 0. \end{aligned} \tag{1.21}$$

A fim de se obter um vácuo (no sentido de ponto de mínimo do potencial) com VEV nulo, faremos o seguinte deslocamento: $\phi' = \phi - < \phi >_0$, transformando ϕ em um campo físico ϕ'. Desta forma, o dubleto de escalares pode ser escrito como:

[2]O teorema de Noether diz que uma simetria contínua implica uma carga conservada [35].

$$\phi = exp[\frac{i}{2v}\xi_a\tau^a]\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{1.22}$$

onde os campos ξ_a são chamados de bósons de Goldstone, que são bósons de massa nula, e correspondem aos geradores que foram quebrados pelo vácuo. No entanto, estes bósons de massa nula não são observados na natureza. Estes bósons indesejáveis serão eliminados do espectro através de um transformação de *gauge* na equação (1.23), chamada de *gauge unitário* [31]:

$$\phi \rightarrow \phi' = exp[-\frac{i}{2v}\xi_a\tau^a]\phi = \frac{v+H}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{1.23}$$

onde o campo H corresponde ao bóson de Higgs, que permite a geração das massas para todas as partículas, através do chamado mecanismo de Higgs [9].

Podemos observar que o número de graus de liberdade se mantém constante após a QES e também que as dimensões dos grupos são consistentes. Antes da quebra o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ tinha dimensão $N_G = 3+1$; depois da quebra o grupo $U(1)_{em}$ tem dimensão $N_g = 1$. Portanto, três do quatro geradores iniciais foram quebrados. Pelo teorema de Goldstone[3] temos $N_G - N_g = 3$ bósons de Nambu-Goldstone, que são absorvidos via mecanismo de Higgs, dando origem às massas dos bósons físicos mediadores da interação fraca. Como visto na equação (1.20), o grupo de simetria residual é o $U(1)_{em}$, que tem o fóton como bóson mediador da interação eletromagnética. Como o teorema de Noether [35] implica em uma quantidade conservada, nesse caso, temos a carga elétrica.

A presença de um VEV (v) no dubleto de escalares é responsável pela geração das massas dos férmions e dos bósons de *gauge*, expressos nas lagragianas dos setores fermiônico (1.9) e escalar (1.14). As próximas duas seções serão dedicadas ao desenvolvimento destes termos de massa para as lagrangrianas citadas.

1.4 Massa dos Férmions

A seção (1.3) mostrou como o dubleto de Higgs[4], assume um VEV (v) depois da quebra de simetria do potencial. A partir de agora será visto como usar este VEV do potencial para gerar a massa dos léptons e quarks.

[3] O Teorema de Golstone diz que o número de geradores quebrados é igual ao número de bósons de Nambu-Goldstone [36].

[4] De agora em diante, a expressão dubleto de escalares será trocada por dubleto de Higgs.

1.4.1 Massa dos Léptons

Substituindo a expressão (1.23) na lagrangiana (1.10) obteremos as massas dos léptons, que apresentam uma simplicidade, em relação aos quarks, como veremos adiante, pelo fato de neutrinos não apresentarem massa no MP, de forma que não haverá termos de mistura entre os dois elementos do dubleto. Omitindo a soma nas três famílias, a lagrangiana de Yukawa dos léptons tem a seguinte forma:

$$\mathscr{L}_{Y,leptons} = -G_{e_j}\left[\overline{e_{jR}}\begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_{e_j} \\ e_j \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \overline{\nu}_{e_j} & \overline{e}_j \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_{jR}\right]. \tag{1.24}$$

Usando as relações entre operadores de quiralidade, vide apêndice A, a lagrangiana acima pode ser escrita sem a distinção entre as partículas de mão-direita e esquerda, com isso são gerados os seguintes termos:

$$\mathscr{L}_{Y,leptons} = -\frac{G_{e_j} v}{\sqrt{2}}\overline{e_j}e_j - \frac{G_{e_j}}{\sqrt{2}}\overline{e_j}e_j H \tag{1.25}$$

Da lagrangiana acima são obtidos resultados importantes, como a expressão para a massa dos léptons carregados:

$$m_{e_j} = \frac{G_{e_j} v}{\sqrt{2}}, \tag{1.26}$$

onde vemos que, embora o mecanismo de Higgs seja capaz de gerar os termos de massa do léptons, seus valores não são determinados exatamente, mas ajustados com as constantes de Yukawa G_{e_j}, que são ajustadas de acordo com os experimentos.

Também da lagragiana (1.25), uma importante conclusão é que a intensidade das interações entre o bóson de Higgs e os léptons é proporcional as massas destes léptons. Com este tipo de acoplamento, tem-se o principal mecanismo para a produção do Higgs nas colisões e^+e^- do LEP (Large Electron-Positron Collider) como, por exemplo, nos processos "*Higgs-strahlung*"no canal-s, $e^+e^- \to HZ$ [37].

Finalmente, a última importante conclusão da lagrangiana (1.25) é que termos de massa para neutrinos são completamente ausentes no MP, um resultado que já era esperado desde as definições dos multipletos de léptons, equação (1.1), no conteúdo de matéria do modelo. Embora, hoje seja certa a existência de neutrinos massivos[5], devido ao fenômeno de oscilação de sabor induzida por diferença de massa entre as famílias, na construção do MP não se conhecia nenhuma evidênvia experimental para tal massa. Por isso, dizemos que qualquer modelo ou mecanismo que gere termos de massa para os neutrinos é considerado uma extensão do MP, por

[5] A referência [15] mostra alguns artigos de revisão sobra a física dos neutrinos.

exemplo, como veremos nos mecanismos apresentados nos capítulos seguintes desta dissertação.

1.4.2 Masssa dos Quarks

Assim como nos léptons, os termos de massa para os quarks também serão obtidas com o mecanismo de Higgs, após a QES do potencial (1.16).

No caso dos léptons, apenas a componente de isospin fraco -1/2 desenvolveu termos de massa, por isso o campo de Higgs com VEV na segunda componente foi suficiente para gerar as massas. Para os quarks, entretanto, utilizaremos também $\tilde{\phi}$, que desenvolve seu VEV na primeira componente de isospin fraco, possibilitando a geração das massas para as compontentes de isospin +1/2, os quarks do tipo "*up*".

Para inserir os quarks de mão-direita, que são singletos por $SU(2)_L$, a seguinte notação será adotada nesta seção $U_{jR} = u_R, c_R, t_R$ e $D_{jR} = d_R, s_R, b_R$. Substituindo os campos ϕ e $\tilde{\phi}$ na lagrangiana de Yukawa para os quarks, equação(1.13):

$$\mathscr{L}_{Y,quarks} = -\sum_{i,j}^{3}[G^u_{ij}\overline{U}_{jR}(\tilde{\phi}^\dagger Q_{jL}) + G^d_{ij}\overline{D}_{jR}(\phi^\dagger Q_{jL})] + h.c. \tag{1.27}$$

Após a QES, o dubleto ϕ adquire um VEV diferente de zero e a lagrangiana acima fornecerá os termos de massa e interações para os quarks do tipo "*up*"e "*down*". Considerando apenas os termos de massa, a lagrangiana pode ser escrita da seguinte forma [38]:

$$\mathscr{L}_{Y,quarks} = -\left[\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}}_R M^U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L + \overline{\begin{pmatrix} d' & s' & b' \end{pmatrix}}_R M^D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L\right] + h.c., \tag{1.28}$$

onde as matrizes de massa M^U e M^D não diagonais são dadas por:

$$M^{U(D)}_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} G^{U(D)}_{ij}. \tag{1.29}$$

Os quarks *q'* presentes na lagrangiana acima são autoestados de interação, que se relacionam com os autoestados de massa de acordo com as transformações unitárias:

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_{L,R} = U_{L,R} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R} , \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{L,R} = D_{L,R} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} , \tag{1.30}$$

onde $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$ são as matrizes que diagonalizam as matrizes $M^{U(D)}$,

$$[M^{(u)}]^{diag} = U_R^{-1} M^U U_L = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}; \quad (1.31)$$

$$[M^{(d)}]^{diag} = D_R^{-1} M^D D_L = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

Finalmente, as matrizes diagonais (1.31) e (1.32) acima mostram os autovalores de massa para os quarks. Na seção (1.6) será visto como as matrizes $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$ fazem a mistura de sabor entre os quarks na corrente carregada.

1.5 Bósons de Gauge

A derivada covariante da lagrangiana escalar (1.15) foi escrita em termos dos bósons B^μ e W_a^μ, que não são os bósons de *gauge* físicos, pois temos aqui quatro bósons sem massa, ao passo que o MP apresenta apenas o fóton. Mas após a QES, com o campo ϕ desenvolvendo VEV, três destes quatro bósons serão "engolidos", ou tecnicamente, serão absorvidos pelos bósons de gauge W^+, W^-, Z^0, de modo a fornecer-lhes a componente longitudinal de polarização, tornando-os massivos, como esperado, uma vez que os três medeiam a interação fraca de curto alcance.

Ao substituir o dubleto de Higgs no termo cinético, este desenvolve a seguinte combinação entre os bósons da base de interação:

$$W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}}. \quad (1.33)$$

Os bósons físicos W^+ e W^- foram obtidos da mistura entre os bósons simétricos W^1 e W^2 quando o campo escalar ϕ assume um VEV. Estes bósons $W^\pm$ são responsáveis pelas interações fracas onde há a conexão entre os elementos dos dubletos de $SU(2)_L$, e troca de carga elétrica em uma unidade.

Com a quebra de simetria, outra mistura interessante que surge após a abertura da derivada covariante da lagrangiana escalar é a mistura entre os bósons W^3 e B_μ, que têm seus termos de massa indefinidos (misturados), mas que podem ser rearranjados em uma matriz, que ao ser diagonalizada gera os bósons de *gauge* físicos neutros Z^0 e o fóton A_μ, de acordo com as seguintes relações:

$$Z_\mu = -B_\mu sen\theta_W + W_\mu^3 cos\theta_W, \quad (1.34)$$

$$A_\mu = B_\mu cos\theta_W + W_\mu^3 sen\theta_W. \tag{1.35}$$

As massas para estes bósons neutros são dadas por:

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v^2}{4}, \tag{1.36}$$

$$M_{Z^0}^2 = \frac{v^2}{4}(g^2 + g'^2), \tag{1.37}$$

$$M_\gamma^2 = 0. \tag{1.38}$$

Para obtermos os autovalores de massa do Z^0 e do fóton, usamos a seguinte parametrização:

$$cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \tag{1.39}$$

e

$$sen\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \tag{1.40}$$

sendo θ_W o ângulo fraco de mistura, ou simplesmente ângulo de Weinberg.

Em baixas energias o valor do ângulo de Weinberg pode ser determinado, por exemplo, nos processos envolvendo (anti)neutrinos - léptons, como $(\overline{\nu}_\mu)\nu_\mu + e \to (\overline{\nu}_\mu)\nu + e$ [31], tendo seu valor atual dado de acordo com $sen\theta_W = 0.221 + 0.008$ [39].

As massas dos bósons $W^\pm$ e Z^0 são obtidas com a largura de decaimento nos processos $Z^0 \to \overline{\nu}\nu$ e $W^\pm \to w\overline{\nu}_e$ [31] e têm seu valor atual dado por[40]:

$$M_{W^\pm} = 80.399 \pm 0.023 GeV, \tag{1.41}$$

$$M_{Z^0} = 91.1876 \pm 0.0021 GeV, \tag{1.42}$$

onde finalmente comprovamos que o fóton permanece como único bóson de *gauge* sem massa do setor eletrofraco, permitindo que a interação eletromagnética seja de alcance infinito.

Ainda sobre os bósons do modelo, após a quebra de simetria, o potencial (1.16) fornece os termos de interação em vértices triplos e quárticos [41] para os bósons de Higgs e também o termo de massa segundo a expressão:

$$m_H = \sqrt{2\lambda} v. \tag{1.43}$$

Note que, ao contrário dos outros bósons, $W^\pm$, Z^0 e A_μ, a massa do bóson Higgs não é determinada univocamente pelo modelo, mas sim através da constante de acomplamento λ, causando assim grande dificuldade na sua detecção, desta forma, sendo a única partícula do MP ainda não descoberta experimentalmente.

1.6 Correntes do Modelo Padrão

As interações entre os férmions e os bósons de *gauge* físicos da seção anterior são obtidas através da lagrangiana de férmions (1.6). Para estudarmos estes termos de interação, a lagrangiana será dividida nos setores leptônicos e hadrônicos, de onde serão vistas a lagrangiana envolvendo os bósons carregados (lagrangiana de corrente carregada - $\mathscr{L}_{cc}$) e a lagrangiana dos bósons neutros (lagrangiana de corrente neutra - $\mathscr{L}_{cn}$). A ideia fundamental, neste ponto, é que para obtermos estes termos devemos, na lagrangiana de férmions (1.6), substituir os bósons simétricos B_μ e W_μ^a pelos bósons de gauge físicos $W^\pm$, Z_μ e A_μ obtidos nas equações (1.33), (1.34) e (1.35).

1.6.1 Setor Leptônico

Abrindo a derivada covariante da lagrangiana de férmions, obtemos as interações com os bósons de *gauge* carregados. No caso dos léptons, a lagrangiana de corrente carregada envolve apenas os dubletos de mão-esquerda, pois os bósons carregados são combinações dos bósons de *gauge* do grupo $SU(2)_L$. A forma explícita dos termos de interação da **corrente carregada**, é obtida com os termos não diagonais da lagrangiana de férmions (1.6), assim:

$$\mathscr{L}_{cc,leptons} = \frac{-g}{\sqrt{2}}[\overline{\nu}_{e_{jL}}\gamma^\mu e_{jL}W_\mu^+ + \overline{e}_{jL}\gamma^\mu \nu_{e_{jL}}W_\mu^-]. \tag{1.44}$$

Usando as definições dos operadores de quiralidade dadas no apêndice A, podemos reescrever a lagrangiana acima em termos dos campos dos neutrinos e léptons:

$$\mathscr{L}_{cc,leptons} = \frac{-g}{2\sqrt{2}}[\overline{\nu}_{e_j}\gamma^\mu(1-\gamma_5)e_jW_\mu^+ + \overline{e}_j\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{e_j}W_\mu^-]. \tag{1.45}$$

A lagrangiana para a corrente carregada acima reproduz a estrutura $V-A$ das interações fracas, como na teoria efetiva de Fermi[3], mostrando que nas interações fracas há violação de paridade. Sobretudo, em baixas energias, a constante g, que dá a intensidade da interação fraca da lagrangiana acima, deve ser relacionada com a constante de Fermi G_F da teoria efetiva, que descreve muito bem as interações fracas neste regime. A relação entre g, G_F e o VEV (v) é dada por[31]:

$$\frac{g^2}{8} = \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}, \tag{1.46}$$

substuindo M_W^2 pela equação (1.36) é possível obter o valor numérico do VEV encontrado na quebra espontânea de simetria:

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \Rightarrow v \approx 246GeV. \quad (1.47)$$

Então, claramente, o VEV padrão é fixado apenas pela constante de Fermi, que tem seu valor determinado precisamente através do decaimento do múon [43]. Finalmente, com a equação (1.46) podemos escrever a lagrangiana para a corrente carregada em termos das constantes de Fermi e M_W:

$$\mathscr{L}_{cc,leptons} = -\left(\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}} [\overline{\nu}_{e_j}\gamma^\mu(1-\gamma_5)e_j W_\mu^+ + \overline{e}_j\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{e_j} W_\mu^-]. \quad (1.48)$$

Do mesmo modo feito para a corrente carregada, obtemos a lagrangiana de **corrente neutra**, que é a interação mediada pelos bósons de gauge neutros A_μ e Z^0, o procedimento inicial é abrir a lagrangiana de férmions (1.6) para os léptons, mas agora, além dos dubletos de mão-esquerda, também consideraremos os singletos de mão-direita, que interagem com o bóson B_μ do grupo $U(1)_Y$.

Assim, a lagrangiana de corrente neutra é obtida com os termos diagonais da lagrangiana de férmions (1.6), termos que correspondem aos bósons W_μ^3 e B_μ, que misturados pelo ângulo de Weinberg, equações (1.34) e (1.35) formam os bósons de gauge neutros do modelo:

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_{cn,leptons} &= \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\overline{e}_j\gamma^\mu e_j A_\mu - \frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\overline{\nu}_{e_{jL}}\gamma^\mu\nu_{e_{jL}} Z_\mu \\ &+ \frac{(g^2-g'^2)}{2\sqrt{g^2+g'^2}}\overline{e}_{jL}\gamma^\mu e_{jL} Z_\mu - \frac{g'^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}\overline{e}_{jR}\gamma^\mu e_{jR} Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.49)$$

A lagrangiana da corrente neutra acima está escrita em termos dos campos de mão-esquerda e direita, mas pode ser reescrita em termos dos campos dos neutrinos e léptons e também do ângulo de Weinberg.

Outra consideração para reescrever a lagrangiana acima deve-se a existência da simetria residual $U(1)$, que recupera a eletrodinâmica quântica (QED), por isso a intensidade do acoplamento elétron-fóton (primeiro termo da lagrangiana supraescrita) deve ser igual a carga elétrica e:

$$\frac{gg'}{\sqrt{g'^2+g^2}} = e, \quad (1.50)$$

o que também pode ser escrito como:

$$g sen\theta_W = e = g' cos\theta_W, \quad (1.51)$$

de onde tiramos a relação entre a carga elétrica e as intensidades das constantes de acoplamento dos grupos.

Finalmente, a corrente neutra dos léptons pode ser escrita em termos de quantidades físicas, como o ângulo de mistura de Weinberg, a carga elétrica e a massa dos bósons de gauge. Usando as equações (1.37), (1.46), (1.50) e (1.51), a lagrangiana de corrente neutra tem a seguinte forma [31]:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{cn,leptons} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \{\bar{e}_j[(2sen^2\theta_W - 1)]\gamma^\mu(1-\gamma_5) + 2sen^2\theta_W\gamma^\mu(1+\gamma_5)]e_j Z_\mu \\ &+ \bar{\nu}_{e_j}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{e_j}Z_\mu\} + e\bar{e}_j\gamma^\mu e_j A_\mu. \qquad (1.52)\end{aligned}$$

1.6.2 Setor Hadrônico

As lagrangianas de corrente neutra e carregada para os quarks têm forma semelhante a lagrangiana dos léptons, por exemplo, devido a disposição dos quarks em singletos de mão-direita e em dubletos de mão-esquerda. No entanto, veremos no desenvolvimento do setor que algumas peculiaridades o tornam muito interessante, como a proposta da existência de um novo quark - chamado *charm* (c), que foi descoberto posteriormente [11]. Este quark contornou o problema da troca de sabor na corrente neutra, previsto pelo modelo, mas não observado experimentalmente.

A seguir repetimos o mesmo método utilizado no setor leptônico: dada a lagrangiana dos férmions (1.6), consideraremos apenas o setor hadrônico sem os termos cinéticos. Para apresentar o novo quark, no setor hadrônico, começaremos com a lagrangiana para a **corrente neutra**. Em termos da constante g do grupo $SU(2)$, a corrente neutra tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{cn,quarks} &= \{\frac{-2e}{3}\bar{u}\gamma^\mu u\}A_\mu + \{\frac{e}{3}\bar{d}\gamma^\mu d\}A_\mu \\ &- \frac{g}{2cos\theta_W}\bar{u}_L\gamma^\mu(\frac{3-4sen^2\theta_W}{3})u_L Z_\mu + \frac{g}{2cos\theta_W}\bar{u}_R\gamma^\mu(\frac{4sen^2\theta_W}{3})u_R Z_\mu \\ &- \frac{g}{2cos\theta_W}\bar{d}_L\gamma^\mu(\frac{2sen^2\theta_W - 3}{3})d_L Z_\mu - \frac{g}{2cos\theta_W}\bar{d}_R\gamma^\mu(\frac{2sen^2\theta_W}{3})d_R Z_\mu. \qquad (1.53)\end{aligned}$$

Novamente, podemos substituir as constantes acima com aquelas conhecidas do regime eletrofraco, usando as equações (1.37), (1.46), (1.4) e (1.51), assim a lagrangiana de corrente neutra tem a seguinte forma [31]:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{cn,quarks} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\{\overline{u}\gamma^{\mu}[(1-\gamma_5)\sigma^3 - 4sen^2\theta Q_u]uZ_{\mu} \\ &+ \overline{d}_{\theta}\gamma^{\mu}[(1-\gamma_5\sigma^3 - 4sen^2\theta Q_d]d_{\theta}Z_{\mu}\} \\ &- Q_u\overline{u}\gamma^{\mu}uA_{\mu} - Q_d d_{\theta}\gamma^{\mu}d_{\theta}A_{\mu},\end{aligned} \tag{1.54}$$

onde as quantidades Q_u e Q_d representam as cargas dos quarks tipo up e down, respectivamente. Para recuperar a universalidade das interações fracas a baixas energias, uma vez que, alguns processos com decaimento hadrônicos violavam estranheza, Cabiboo propôs a seguinte redefinição para o quark *down* [44]:

$$d \rightarrow d_{\theta} = (cos\theta_c)d + (sen\theta_c)s, \tag{1.55}$$

onde o quark *down* é expresso em termos de um ângulo, conhecido como ângulo de Cabibbo e o outro quark de sabor s (*strange*), fazendo então uma conexão entre os autoestados da base de massa (d,s) com o autoestado de sabor, ou de interação (d_{θ}). Entretanto, com esta redefinição do quark d, um termo de interação do tipo,

$$sen\theta_C cos\theta_C[\overline{d}\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)s]Z_{\mu},$$

permitiria troca de sabor (FCNC, do inglês *flavour change neutral current*) na corrente neutra, mas esta não era experimentalmente observada. Para sanar este aparente problema de FCNC, em 1970, Glashow, Iliopoulos e Maiani propuseram o mecanismo GIM [45], onde um novo quark c (*charm*) passaria a compor o dubleto com o quark s. Dessa forma, os termos envolvendo a troca de sabor na corrente se cancelariam. A generalização para três famílias surge adiante quando do estudo da lagrangiana de corrente carregada.

Considerando-se apenas uma família, a forma da **corrente carregada** para os quarks é semelhante a dos léptons:

$$\mathscr{L}_{cc,quarks} = \frac{-g}{2\sqrt{2}}[\overline{u}_l\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)d_{\theta}W_{\mu}^{+} + \overline{d_{\theta}}\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)uW_{\mu}^{-}], \tag{1.56}$$

onde já usamos o quark d_{θ} segundo a proposta de Cabiboo.

Para extender a lagrangiana de corrente carregada (1.56) às três famílias de quarks, usaremos as mesmas transformação unitárias da diagonalização da massa dos quarks, equações (1.31) e (1.32), com isso a corrente carregada para as três gerações pode ser expressa da seguinte forma:

$$\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}_L}\gamma_{\mu}\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \overline{\begin{pmatrix} u & c & t \end{pmatrix}_L}(U_L^{\dagger}D_L)\gamma_{\mu}\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L . \tag{1.57}$$

O produto $(U_L^\dagger D_L)$ é identificado como a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, ou matriz CKM, referências [44] e [47], cuja forma explicita é a seguinte:

$$V_{CKM} = (U_L^\dagger D_L) = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \tag{1.58}$$

A matriz de Cabiboo-Kobayashi-Maskawa é uma matriz unitária 3 x 3 que pode ser parametrizada por três ângulos de mistura e uma fase de violação de CP[47]. A forma usual desta parametrização é a seguinte[46]:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \tag{1.59}$$

onde utilizamos as definições $s_{ij} = sen\theta_{ij}$, $c_{ij} = cos\theta_{ij}$ e δ é a fase responsável pela violação de CP nos processo com FCNC no MP. Os ângulos θ_{ij} podem ser escolhidos no primeiro quadrante de forma $s_{ij}, c_{ij} \geq 0$.

A magnitude dos elementos da matriz CKM pode ser determinada através de processos como o espalhamento inelástico profundo de neutrinos [48] ou nos decaimentos de mésons, por exemplo, o valor do elemento V_{ud} é determinado pelo processo $\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu$. No experimento PIBETA, o valor encontrado foi $|V_{ud}| = 0.9728 \pm 0.0030$ [49]. Os valores ajustados para os nove elementos da matrix CKM, de acordo com o PDG [40], são:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.97428 \pm 0.00015 & 0.2255 \pm 0.0007 & 0.00347^{+0.00016}_{0.00012} \\ 0.2252 \pm 0.0007 & 0.97345^{+0.00015}_{-0.00016} & 0.0410^{0.0011}_{-0.0007} \\ 0.00862^{+0.0026}_{-0.00020} & 0.0403^{+0.0011}_{-0.0007} & 0.999152^{+0.000030}_{-0.000045} \end{pmatrix}. \tag{1.60}$$

Por outro lado, a corrente neutra (1.54) para as três famílias é proporcional a dois termos mais simples:

$$\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = \overline{\begin{pmatrix} u & c & t \end{pmatrix}}_L (U_L^\dagger U_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L, \tag{1.61}$$

$$\overline{\begin{pmatrix} d' & s' & b' \end{pmatrix}}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \overline{\begin{pmatrix} d & s & b \end{pmatrix}}_L (D_L^\dagger D_L) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L. \tag{1.62}$$

Das equações obtidas acima fica claro que não há mistura entre os sabores na corrente neutra, pois $U_L^\dagger U_L =$ e $D_L^\dagger D_L = 1$, uma vez que, U_L e D_L são matrizes unitárias. Assim, convecionalmente, a mistura de sabor entre os quarks fica restrita aos quarks do tipo "*down*", de forma que:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L \equiv V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L . \tag{1.63}$$

Neste capítulo fizemos uma breve revisão do Modelo Padrão das Interações Fracas, sobretudo do seu conteúdo de matéria e das interações da matéria com os bósons de *gauge*. Apesar do poder de predição e explicação com absoluta precisão dos valores de alguns parâmetros físicos como, por exemplo, as massas dos bósons de *gauge* e na previsão da existência do quark *top*.

Outras questões não podem ser explicadas pelo modelo, por exemplo: (i) o problema da hierarquia, (ii) a replicação em três famílias, (iii) a assimetria entre matéria e anti-matéria no universo (iv) a existência de matétria escura e energia escura e a massa dos neutrinos, que faz o elo entre a física atual e uma nova física. Nos próximos capítulos, tentaremos responder a última questão, para isso veremos diferentes mecanismos para geração de termos de massa para os neutrinos leves.

CAPÍTULO 2

NEUTRINOS MASSIVOS E MECANISMO SEESAW

Os experimentos com neutrinos solares, atmosféricos, aceleradores e de reatores observaram os fenômenos da oscilação e mistura entre as três famílias de sabores dos mesmos, fornecendo assim a maior evidência experimental para a existência de neutrinos massivos e para a mistura entre estas famílias.

Os neutrinos dos três sabores foram inseridos no Modelo Padrão (MP), somente através dos dubletos leptônicos de $SU(2)_L$ na componente de isospin fraco (+1/2), mas a ausência de neutrinos singletos de mão-direita não possibilitou a geração de termos de massa através da lagrangiana de Yukawa, como ocorrera com os léptons, apesar da recente comprovação da existência de massa.

A existência da oscilação de sabor entre as famílias de neutrinos implica, por exemplo, que se um dado sabor, imaginemos, ν_e, com energia E é produzido em algum processo de interação fraca, em uma distância *(x)* suficientemente grande da fonte, a probabilidade $P(\nu_e, \nu_\mu; E, x)$ de se detectar um neutrino de um sabor diferente, como ν_μ, é diferente de zero.

Logo surgiu a necessidade de se explicar não somente a oscilação de sabores, mas também a origem das massas e a natureza destes neutrinos. A maneira canônica de fazer isto é extender o MP de modo a incluir termos de massa para os neutrinos, por exemplo, por meio de extensões que considerem de neutrinos de mão-direita ou com conteúdo escalar/fermiônico extra.

Neste capítulo, estudaremos a formalização da teoria para a oscilação entre os sabores e também a matriz de mistura para os neutrinos. Em seguida, discutiremos a natureza dos neutrinos massivos (se são partículas de Dirac ou Majorana) através dos seus possíveis termos de massa. No final do capítulo, veremos em quais cenários físicos podem ser implementados os mecanismos de *seesaw* do tipo I e do tipo II, que são mecanismos capazes de gerar as massas dos neutrinos em modelos com conteúdo de matéria além do MP.

2.1 Oscilação e Mistura de Sabor

Desde que Pauli propôs a existência de uma partícula de massa nula capaz de explicar o espectro contínuo de energia do elétron no decaimento β [16], o neutrino tornou-se uma das partículas mais pesquisadas pelos físicos, talvez a mais fascinante de todas.

Embora, o neutrino já tivesse provocado todo um fascínio nos estudos físicos, problemas como sua massa nula, interação fraca com outras partículas e, com isso, seção de choque muito pequena[1] atrasaram em muitos anos sua descoberta. A verificação exprimental aconteceu apenas em 1956 no grupo de Reines-Cowan em experimentos com $\overline{\nu}_e$ de reatores [53].

O primeiro modelo teórico para a oscilação foi proposto por Bruno Pontecorvo em 1957 [50], é análogo ao fenomêno observado no sistema kaons neutros [2] [54].

Posteriormente, com a descoberta do segundo sabor de netrino ν_μ [55], Maki-Nakagaya-Sakata propuseram a oscilação entre os dois sabores existentes [56]. A parametrização da oscilação entre os sabores recebe o nome de matriz PMNS (Pontecorvo - Maki - Nakagaya - Sakata). A oscilação de sabores é um fenômeno quântico induzido pela diferença de massa entre os sabores [57], portanto só ocorre em estados de massa não degenerados.

A partir da década de 70, os esforços voltaram-se para a verificação do fenômeno da oscilação de sabores em neutrinos solares, por exemplo, com as coloborações de Homestake, SAGE, GALLEX/GNO, SuperKamiokande, SNO, e atmosféricos com as colaborações de Kamiokande, Super-K [15, 22]. Os principais resultados encontrados foram um déficit de 2/3 no fluxo esperado de neutrinos solares, gerando o então chamado problema do neutrino solar e a anomália dos neutrinos atmosféricos, onde raios cósmicos ao atingerem núcleos atmosféricos provocam as seguintes reações em cadeia, $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$, com $\mu^+ \to e^+ + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$, gerando assim uma taxa de dois ν_μ para cada $\overline{\nu}_e$, mas experimentalmente também observou-se um déficit de ν_μ. Tanto o problema dos neutrinos solares como a anomalia dos neutrinos atmosféricos podem ser explicados com a oscilação de sabores entre as famílias, que causa uma redução no fluxo esperado de um determinado sabor de neutrino [15, 22].

Experimentalmente, sabe-se que neutrinos produzidos em processos de interação fraca na fonte com determinado autoestado de sabor têm probabilidade não nula de serem detectados, em uma distância suficientemente grande, em um diferente autoestado de sabor, podendo serem escritos da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e> \\ |\nu_\mu> \\ |\nu_\tau> \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e_1} & U_{e_2} & U_{e_3} \\ U_{\mu_1} & U_{\mu_2} & U_{\mu_3} \\ U_{\tau_1} & U_{\tau_2} & U_{\tau_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1> \\ |\nu_2> \\ |\nu_3> \end{pmatrix}, \tag{2.1}$$

ou seja, os autoestados de sabor (ou de interação, com j = 1,2,3) não coincidem com os autoestados de massa (ou de propagação), mas são uma superposição destes autoestados físicos.

Reescrevendo a equação (2.1):

[1]Textos introdutórios sobre neutrinos e partículas são indicados nas referências, [32], [51, 52].

[2]Análogo, pois a oscilação proposta por Pontecorvo foi $\nu \leftrightarrow \overline{\nu}$, como no caso $K^0 \leftrightarrow \pi^+ + \pi^- \leftrightarrow \overline{K}^0$.

$$|\nu_L>_j = \sum_\alpha U_{L,\alpha}|\nu>_\alpha, \tag{2.2}$$

podemos escrever a evolução temporal para este autoestado de sabor,

$$|\nu_L(t)> = \sum_\alpha e^{-iE_\alpha t} U_{L,\alpha}|\nu>_\alpha, \quad com \quad |\nu_L(0)> = |\nu_L>, \tag{2.3}$$

onde a matriz U é a chamada de matriz de mistura, que faz a conexão entre os autoestados de sabor ν^s e autoestados de massa ν^m. De forma simplicada, representa-se esta conexão da seguinte forma:

$$\nu^{(s)} = U\nu^{(m)}. \tag{2.4}$$

Os neutrinos ν^m que são autoestados de massa devem obdecer a equação de Schrödinger:

$$H|\nu_k > E_k|\nu_k>, \quad onde \quad E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2}, \tag{2.5}$$

da mesma forma que fizemos com os autoestados de interação, também podemos escrever a evolução temporal dos autoestados de massa:

$$|\nu_k(t)> = e^{-iE_{kt}}|\nu_k> . \tag{2.6}$$

Por definição, vamos considerar a unitariedade da matriz de mistura U, para garantir a ortonormalidade dos autoestados físicos (ν_k) e consequentemente dos autoestados de interação (ν_L).

$$U^\dagger U = 1 \Leftrightarrow \sum_{j,k} U^*_{\alpha,k} U_{\alpha,j} = \delta_{k,j}. \tag{2.7}$$

Agora, que já definimos os autoestados de interação (ν_j, com $j = 1,2,3$) e os autoestados de massa (ν_k, com $k = e,\mu,\tau$); vamos escrever a evolução temporal dos autoestados de interação (2.3) em função dos autoestados de massa $|\nu_k>$:

$$|\nu_L(t)> = \sum_\alpha \sum_{k=e,\mu,\tau} U^*_{L\alpha} e^{-iE_\alpha t} U_{L\alpha}|\nu_k> . \tag{2.8}$$

A equação (2.8) mostra que os neutrinos $|\nu_L(0)>$ que têm sabor puro (e,μ,τ) em $t = 0$, são uma superposição de diferentes autoestados de sabor em $t > 0$ para uma matriz U não diagonal.

Uma pergunta que podemos fazer é a seguinte: se um neutrino de sabor L é criado em $t = 0$, qual a probabilidade de encontrá-lo em $t > 0$ com o sabor $L' \neq L$? Para responder esta pergunta, começamos calculado a amplitude de transição (A) para tal processo:

$$A_{\nu_L \to \nu_{L'}}(t) = < \nu_{L'}|\nu_L(t)> = \sum_\alpha U^*_{L,\alpha} U_{L',\alpha} e^{-iE_\alpha t}, \tag{2.9}$$

agora a probabiblidade de transição pode ser calculada:

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(t) = |A_{\nu_L \to \nu_{L'}}(t)|^2 = \sum_{\alpha}\sum_{\beta} U_{L,\alpha}U^*_{L',\alpha}U^*_{L,\beta}U_{L',\beta}e^{-i(E_\alpha - E_\beta)t}. \tag{2.10}$$

Para neutrinos ultrarelativísticos, a relação de dispersão (2.5) pode ser aproximada para:

$$E_\alpha \approx |\mathbf{p}| + \frac{m_\alpha^2}{2|\mathbf{p}|} \approx E + \frac{m_\alpha^2}{2E}, \tag{2.11}$$

assim,

$$E_\alpha - E_\beta \approx \frac{m_\alpha^2 - m_\beta^2}{2E}, \tag{2.12}$$

definindo a diferença do quadrado das massas,

$$\Delta m_{\alpha\beta}^2 \equiv m_\alpha^2 - m_\beta^2. \tag{2.13}$$

Devido a pequenez da sua massa, os neutrinos são considerados ultrarelativísticos. Assim podemos dizer que sua velocidade v_ν é apromidamente igual a da luz c:

$$x = v_\nu t \approx ct,$$

mas no sistema natural de unidades, $c = 1$, desta forma podemos trocar o parâmetro temporal t pelo parâmetro espacial x, que é mais fácil de se medir ou controlar nos experimentos.

Escrevendo a equação (2.10) em função da distância *(x)* entre a fonte e o detetor e também em função da diferença do quadrado das massas que é medida nos experimentos, temos:

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \sum_{\alpha}\sum_{\beta} U_{L,\alpha}U^*_{L',\alpha}U^*_{L,\beta}U_{L',\beta}e^{-i(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}^2}{2E})x}. \tag{2.14}$$

considerando que a matriz U_{ij} é real, ou seja, considerando que há conservação de CP,

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \sum_{\alpha}\sum_{\beta} U_{L,\alpha}U_{L',\alpha}U_{L,\beta}U_{L',\beta}cos(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}^2 x}{2E}). \tag{2.15}$$

separando em termos iguais ($\alpha = \beta$) e diferentes ($\alpha \neq \beta$), usando propriedades trigonométricas, temos a seguinte expressão:

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \sum_{\alpha}(U_{L,\alpha}U_{L',\alpha})^2 + 2\sum_{\alpha>\beta} U_{L,\alpha}U_{L',\alpha}U_{L,\beta}U_{L',\beta} - \left[1 - 2sen^2(\frac{\Delta m_{\alpha\beta}^2 x}{4E})\right], \tag{2.16}$$

completando o quadrado da primeira parcela,

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \left[\sum_{\alpha} (U_{L,\alpha} U_{L',\alpha})^2 + 2 \sum_{\alpha > \beta} U_{L,\alpha} U_{L',\alpha} U_{L,\beta} U_{L',\beta} \right] - 4 \sum_{\alpha > \beta} U_{L,\alpha} U_{L',\alpha} U_{L,\beta} U_{L',\beta} sen^2 \left(\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta} x}{4E}\right), \tag{2.17}$$

temos:

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \left(\sum_{\alpha} (U_{L,\alpha} U^*_{L',\alpha} \right)^2 - 4 \sum_{\alpha > \beta} U_{L,\alpha} U_{L',\alpha} U_{L,\beta} U_{L',\beta} sen^2 \left(\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta} x}{4E}\right). \tag{2.18}$$

Considerando a unitaridade da matriz de mistura U, equação (2.7), a probabilidade de oscilação apresentar-se-á da seguinte forma:

$$P_{\nu_L \to \nu_{L'}}(x) = \delta_L \delta_{L'} - 4 \sum_{\alpha > \beta} U_{L,\alpha} U_{L',\alpha} U_{L,\beta} U_{L',\beta} sen^2 \left(\frac{\Delta m^2_{\alpha\beta} x}{4E}\right). \tag{2.19}$$

O resultado final que obtemos, equação (2.19), é que a oscilação de sabores de neutrinos requer necessariamente $U_{L,\alpha} U_{L',\alpha} \neq 0$ e $\Delta m^2_{\alpha\beta} \neq 0$, ou seja, tanto os autoestados de sabor (interação) não devem ser os autoestados da hamiltoniana (massa), quanto os neutrinos devem ser massivos, de forma que, exista uma diferença de quadrado de massa. Os valores atuais indicam duas diferenças de massas dadas por[58]:

$$\Delta m^2_{21} = 7.92(1 \pm 0.09) 10^{-5} eV^2, \tag{2.20}$$

$$|\Delta m^2_{31}| = 2.4(1^{+0.21}_{-0.26}) 10^{-3} eV^2. \tag{2.21}$$

Para as duas diferenças de massa acima, devemos ter três autoestados de massa com, pelo menos, dois neutrinos com massa não nula. Tomando os três autoestados de interação, correspondentes às três famílias leptônicas, a matriz de mistura U mais geral para esse caso é dada por:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & -s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} & -s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{-i\delta} & c_{12} s_{23} + s_{12} c_{23} e^{-i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix} \times diag[e^{i\alpha_1/2}, e^{i\alpha_2/2}, 1]. \tag{2.22}$$

A matriz U acima tem forma semelhante a matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) utilizada na parametrização da mistura entre os quarks, uma vez que os quarks de isospin fraco (+1/2) também são massivos, como visto no capítulo 1. No caso dos léptons do MP, isto é, no caso de neutrinos não massivos, essa mistura não ocorre pois podemos escolher livremente a matriz de diagonalização de forma à anular o efeito de mistura. Deduções mais completas e discussões sobre a matriz U acima podem ser encontradas nas referências [57],[60, 61].

Uma vez provada a necessidade de neutrinos massivos para explição de um fenômeno físico verificado experimentalmente, todo o desenvolvimento deste capítulo será dedicado aos possíveis termos e mecanismos teóricos para a geração de massa para os neutrinos.

2.2 Termo de Massa de Dirac

No capítulo 1, vimos como são gerados os termos de massa para os léptons carregados e para os quarks. Após a quebra espontânea de simetria do potencial (1.16), o VEV desenvolvido possibilitou o surgimento de termos de massa para estas partículas, através do chamado mecanismo de Higgs. Uma característica comum dos férmions carregados é que todos possuem as duas quiralidades definidas, ou seja, tanto existem léptons carregados e quarks de mão-direita, quanto os de mão-esquerda. Entretanto, os férmions neutros, que são apenas os neutrinos, não possuem componente de mão-direita.

Embora esta formulação teórica datada da época de construção do MP não sugira neutrinos massivos, os experimentos de oscilação de sabor mostraram que estas partículas não apenas são massivos, como também que os neutrinos se misturam durante o trajeto entre a fonte e o detector.

Uma maneira de obtermos possíveis termos de massa para estes neutrino dá-se através de uma réplica da técnica utilizada para gerar as massas dos quarks do tipo *up*, onde dois singletos de mão-direita u_{j_R} e d_{j_R} foram acrescentados ao dubleto de mão-esquerda. Repetimos este método, faremos uma extensão mínima no MP com um neutrino de mão-direita ν_{i_R}, que permite escrever um termo de Yukawa e obter a massa a partir do VEV padrão do campo escalar de Higgs.

Assim, são gerados termos de massa de Dirac para as três famílias, que consideraramos através da soma em $i, j = 1,2,3$:

$$-\mathscr{L}_{M_D} = \sum_{i,j} Y_{i,j}^{\prime\nu} \overline{L'}_j \tilde{\phi} \nu'_{i_R} + h.c., \tag{2.23}$$

o termo de Yukawa acima é invariante de *gauge*, pois os campos transformam-se da seguinte maneira sob o grupo de *gauge* $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$,

$$L \sim (1,2,-1), \quad \tilde{\phi} \sim (1,2,-1), \quad \nu_R \sim (1,1,0). \tag{2.24}$$

Na equação (2.23), L_j representa o dubleto de léptons usual do MP e ν_{i_R}, neutrinos de mão-direita ν_{i_R} que transformam-se como singleto por $SU(2)_L$. O conteúdo escalar, $\tilde{\phi} = i\sigma_2\phi^*$, é o dubleto escalar com o VEV na componente de isospin fraco (+1/2), também utilizados na geração da massa dos quarks. Então, após a quebra espontânea de simetria, o campo escalar que estamos utilizando é dado por:

$$\tilde{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+H \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2.25}$$

Substituindo a definição do dubleto padrão de léptons L'_j e a equação (2.25) na expressão (2.23) temos a seguinte lagrangiana para os neutrinos:

$$-\mathscr{L}_{M_D} = (\frac{v+H}{\sqrt{2}}) \sum_{i,j} \overline{\nu'_{jL}} Y'^{\nu}_{i,j} \nu'_{iR} + h.c. \tag{2.26}$$

A matriz $Y_{i,j}$ dos parâmetros de Yukawa que ajusta a massas dos neutrinos não é diagonal, o significa que os autoestados de sabor não são projeções quirais dos autoestados físicos, mas podemos diagonalizá-la fazendo uma transformação biunitária,

$$V_L^{\nu\dagger} Y'^{\nu} V_R^{\nu} = Y^{\nu}, \quad \text{com} \quad Y^{\nu}_{i,j} = y^{\nu}_i \delta_{i,j} \tag{2.27}$$

Definindo as seguintes transformações nos campos do neutrinos,

$$n_L = V_L^{\nu\dagger} \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}, \quad n_R = V_R^{\nu} \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix}. \tag{2.28}$$

Finalmente, podemos escrever uma lagrangina de massa e interações dos neutrinos,

$$-\mathscr{L}_{M_D} = -\sum_{i=1}^{3} \frac{y^{\nu}_i v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \sum_{i=1}^{3} \frac{y^{\nu}_i H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k \quad onde \quad \nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR}. \tag{2.29}$$

Da lagrangiana de Yukawa acima temos dois importantes resultados:

i) do mesmo modo dos férmions carregados, um termo de massa para os neutrinos é obtido com massa proporcional ao VEV padrão e ajustado com um parâmetro livre:

$$m_{\nu i} = \frac{y^{\nu}_i v}{\sqrt{2}}; \tag{2.30}$$

ii) assim como no caso dos léptons carregados o acoplamento (intensidade da intração) entre neutrinos e Higgs será proporcional a massa dos léptons, neste caso, a massa dos próprios neutrinos,

$$-\sum_{i=1}^{3} \frac{y^{\nu}_i H}{\sqrt{2}}, \tag{2.31}$$

indicando que a intensidade desta interação é suprimida quando comparada, por exemplo, a intensidade da interação entre o Higgs e outros férmions.

Embora o termo de massa de Dirac para o neutrino tenha fornecido uma lagrangiana invariante de *gauge* e também tenha gerado neutrinos massivos, como mostra a equação (2.30) ainda existe uma resistência na aceitação deste mecanismo para obtenção da massa dos neutrinos. Resistência que repousa no pequeno valor da massa dos neutrinos, que está numa escala de energia muito menor que a dos outros férmions, forçando um grande ajuste fino. Por exemplo, enquanto a massa dos neutrinos está na escala de eV, o segundo férmion mais leve do MP que é o elétron tem massa $m_e \sim 0.5MeV$. Então, para fornecer termos de massa da ordem de eV, a constante de acoplamento para os neutrinos deve ser da ordem $Y^{\nu} \approx 10^{-11}$, um valor muito menor que a constante do elétron $Y^e \approx 10^{-6}$. A disparidade entre os valores das massa do neutrino e elétrons e, consequentemente, das constantes de acoplamento $m_{\nu}/m_e = Y^{\nu}/Y^e = 10^{-5}$ sugere que esta forma de se gerar massa, através do mesmo VEV padrão e acoplamento não seja natural. Outros termos de massa para neutrinos serão construídos ainda neste capítulo, como o termo de Majorana que veremos a seguir.

2.3 Termo de Massa de Majorana

Nesta seção, veremos outra possibilidade de lagragiana invariante de *gauge* capaz de gerar um termo de massa para neutrinos que sejam sua própria antipartícula, chamados de neutrinos de Majorana.

Seja a lagrangiana de Dirac escrita em termos dos campos quirais [3] da seguinte forma [62]:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left(\overline{\Psi}_R i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \Psi_R + \overline{\Psi}_R i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \Psi_R\right) - m\left(\overline{\Psi}_R \Psi_L + \overline{\Psi}_L \Psi_R\right), \tag{2.32}$$

de onde podemos derivar as seguintes equações de movimento para os espinores de Weyl[4],

$$i\not{\partial}\Psi_R = m\Psi_L, \tag{2.33}$$

$$i\not{\partial}\Psi_L = m\Psi_R. \tag{2.34}$$

Da lagragiana acima notamos que embora cada componente quiral tenha seu termo cinético, os termos de massa acabam acoplando os campos Ψ_R e Ψ_L - o que fica claro através das equações de movimento. No caso de um férmion não massivo como o neutrino, evidentemente as equações (2.33) e (2.34) são simplificadas:

[3] Uma relação de propriedades dos operadores de quiralidade é dada no Apêndice A

[4] Um espinor de Weyl difere-se de um espinor de Dicar por apresentar apenas duas componentes. Formalmente, é um espinor de rank n com 2n componentes que transformam-se como componentes de n espinores de rank um. Para mais detalhes pode-se consultar a referência [59].

$$i\partial\!\!\!/\Psi_R = 0, \quad i\partial\!\!\!/\Psi_L = 0, \tag{2.35}$$

o que significa que um férmion sem massa pode ser descrito por um único campo quiral, com apenas duas componentes independentes. O que Ettore Majorana mostrou foi que para partículas massivas nem sempre era necessário um espinor de 4 componentes como acreditava-se. Antes de construírmos um termo de massa para neutrinos, veremos algumas propriedadedas das partículas de Majorana[5].

Vamos assumir uma condição onde os espinores $\Psi_{R,L}$ não são independentes, mas que possuem uma relação de dependência dada por:

$$\Psi_R = C\overline{\Psi}_L^T \equiv (\Psi_L)^c, \tag{2.36}$$

onde C representa o operador de conjugação de carga, assim,

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R = \Psi_L + C\overline{\Psi}_L^T. \tag{2.37}$$

Podemos através de uma escolha adequada de fase de violação de CP definir

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R = \Psi_L + \overline{\Psi}_L^T = \Psi^C. \tag{2.38}$$

Assim, a condição de Majorana acima suposta implica que o campo fermiônico é sua própria antipartícula e que requer apenas duas componentes para a sua descrição.

Consideremos dois férmions carregados com carga q acoplados ao campo eletromagnético com potencial vetor A,

$$(i\partial\!\!\!/ - qA - m)\Psi = 0, \tag{2.39}$$

$$(i\partial\!\!\!/ + qA - m)\Psi^c = 0. \tag{2.40}$$

Como os campos Ψ e $\overline{\Psi}$ devem obdecer à mesma equação apenas um férmion neutro pode ser uma partícula de Majorana, com isso, os neutrinos são os únicos candidatos do MP para satisfazerem a condição de Majorana.

Vimos que os espinores de Majorana Ψ e Ψ^c satisfazem a equação para partículas de Majorana, sendo soluções da mesma equação. Portanto, para construir um termo de massa de Majorana para neutrinos é necessária apenas uma componente quiral. Podemos construir uma lagrangiana efetiva que respeite a simetria de *gauge* do MP, utilizando apenas o conteúdo de matéria deste modelo, que seja capaz de gerar, após a quebra espontânea de simetria, termos de massa de Majorana para neutrinos. Por tratar-se apenas de uma teoria efetiva, por simplicidade,

[5] O artigo original de E. Majorana é indicado na referência [63]

vamos considerar apenas uma família, de forma que, o operador efetivo de dimensão 5 é dado por [64]:

$$-\mathscr{L}_m^M = \frac{1}{\Lambda}\kappa\overline{L}_j^C\tilde{\phi}^*\tilde{\phi}^\dagger L_j + h.c \tag{2.41}$$

onde κ é uma constante de acoplamento para ajustar a massa, Λ é um parâmetro com dimensão de massa de valor bem acima da escala eletrofraca, L_j e $\tilde{\phi}$ são os dubleto de léptons e Higgs usuais do MP.

O operador de dimensão 5 da lagrangiana (2.41) não é renormalizável, mas isto não representa problemas graves, pois trata-se de uma lagrangiana efetiva. De fato, isto não deve causar preocupação, pois o próprio Modelo Padrão é uma teoria efetiva, uma manisfestação em baixas energias de uma física presente em uma escala de energia maior.

Após a quebra espontânea de simetria, a lagrangiana (2.41) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
-\mathscr{L}_m^M &= \frac{1}{\Lambda}\kappa\begin{pmatrix}\overline{\nu} & \overline{e}\end{pmatrix}_L\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}v+H\\0\end{pmatrix}\frac{C^\dagger}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}v+H & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu\\e\end{pmatrix}_L + h.c.\\
&= \frac{\kappa}{2\Lambda}(v+H)^2\overline{\nu}_L C^\dagger\nu_L + h.c.\\
&= \frac{\kappa}{2\Lambda}v^2\overline{\nu}_L C^\dagger\nu_L + \underbrace{\frac{\kappa}{\Lambda}H\overline{\nu}_L C^\dagger\nu_L + \frac{\kappa}{2\Lambda}H^2\overline{\nu}_L C^\dagger\nu_L}_{acoplamentos:H} + h.c.
\end{aligned} \tag{2.42}$$

A lagrangiana (2.42) proviu dois vértice de interação com o bóson de Higgs H, sendo um vértice triplo e outro quártico, como indicado acima. O primeiro termo da lagrangiana é um termo de massa para os neutrinos de Majorana, por isso, só envolve neutrinos de mão-esquerda, o que já era esperado, pois a lagrangiana foi construída utilizando-se apenas os dubletos leptônicos usuais. A expressão para a massa é dada por:

$$m_\nu = \frac{\kappa}{2\Lambda}v^2. \tag{2.43}$$

Para obtermos neutrino massivos da ordem de eV, a expressão (2.43) para a massa de Majorana fornece dois parâmetros para o ajuste da massa: κ, que é a constante de Yuwawa do operador 5-dimensional e Λ é uma escala de energia com dimensão de massa, que chamaremos massa de Majorana. O VEV padrão v tem seu valor fixo como vimos no capítulo 1. Por outro lado, apesar de existirem dois parâmetros *a priori*, vamos considerar um cenário sem ajuste fino, ou seja com κ da ordem da unidade, então a escala de energia da massa da Majorana ficará determinada, afinal também é desejável que este termo efetivo indique a escala de energia de uma nova física, onde uma teoria final seja capaz de fornecer os corretos termos de massa com seus valores exatos. Sem usar de ajuste fino, a escala de energia da massa de Majorana é dada por,

$$\kappa \sim 1 \Rightarrow \Lambda \sim 10^{14-15} GeV. \tag{2.44}$$

O valor de Λ acima mostra que a massa dos neutrinos sem ajuste fino, ou outro tipo de acoplamento, deve ser gerada em escalar de energia muito superior a escala eletrofraca, sobretudo indica que esta escala está proxima da escala de GUT (*Grand Unified Theories*)[23], onde as constantes de acoplamento do MP se encontram.

Ao estudar os termos de Dirac e Majorana para a massa dos neutrinos, notamos que ambos dependem ou de uma escala de energia muito alta, certamete inacessível aos experimentos atuais, sobretudo ao LHC, ou ainda de um ajuste fino através das constantes de acoplamento, aumentando o problema da hierárquia das massas do MP. Desta forma, vamos estudar extensões do conteúdo de matéria do MP, nos chamados mecanismos de *seesaw* a fim de gerar os termos de massa sem as condições infelizes apresentadas anteriormente.

2.4 Mecanismo Seesaw do Tipo I

Nas duas seções anteriores, vimos os termos de Dirac e Majorana para geração de massa dos neutrinos. As duas maneiras individualmente permitiram a obtenção de massas para os neutrinos, entretanto as condições como o ajuste fino da constante de acoplamentento, aumentando o problema da hierárquia do MP, ou a necessidade de um operador efetivo para gerar as massas não tornaram os dois termos atraentes. Do ponto de vista teórico, a maneira mais elegante de se gerar a massa dos neutrinos é feita combinando simultaneamente as duas formas anteriores, através de um termo de Dirac-Majorana, sobretudo em um caso especial denominado mecanismo *seesaw* - que corresponde a existência de um neutrino de mão-direita ν_R muito pesado para a explicação da pequena massa dos neutrinos de mão-esquerda.

Seja a lagrangiana de massa com termos de Dirac e Majorana,

$$-\mathscr{L}^{D+M}_{massa} = -\mathscr{L}_{massaDirac} - \mathscr{L}_{massaMajorana}. \tag{2.45}$$

Em termos dos neutrinos de mão-esquerda ν_L e de mão-direita ν_R, a lagragiana de Dirac-Majorana tem a seguinte forma,

$$\begin{aligned} \mathscr{L}^{D+M}_{massa} &= -m_D \overline{\nu_R} \nu_L - \frac{1}{2} m_R \overline{\nu^c_R} \nu_R + h.c \\ &= -\frac{m_D}{2} \overline{\nu_R} \nu_L - \frac{m_D}{2} \overline{\nu_R} \nu_L - \frac{m_R}{2} \overline{\nu^c_R} \nu_R + h.c., \end{aligned} \tag{2.46}$$

onde as massas m_D e m_R representam massas de Dirac e Majorana, respectivamente.

Como o neutrino de mão-direita é uma partícula de Majorana, a identidade $\overline{\nu_R} m_D \nu_L = \overline{\nu_L^c} m_D \nu_R^c$, equação (B.13), permite reescrever a lagrangiana acima,

$$\mathscr{L}_m^{D+M} = -\frac{m_D}{2}\overline{\nu_R}\nu_L - \frac{m_D}{2}\overline{\nu_L^c}\nu_R^c - \frac{m_R}{2}\overline{\nu_R^c}\nu_R + h.c., \tag{2.47}$$

que pode ser escrita em uma forma matricial:

$$\mathscr{L}_m^{D+M} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \overline{\nu_L^c} & \overline{\nu_R} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} + h.c., \tag{2.48}$$

onde a matriz de massa dada por,

$$M_\nu \equiv \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}, \tag{2.49}$$

tem os autovalores de massa dos neutrinos misturados na base $(\nu_L \quad \nu_R^c)^T$.

O termo de massa da lagrangiana (2.47) apresentada acima viola a simetria $B-L$, mas isto não representa necessariamente um problema, pois $B-L$ é uma simetria global ocasional do MP, por isso não é obrigatória sua permanência. De fato, impondo a conservação desta simetria a consequência seria termos massivos de Dirac [57].

Para N famílias de léptons, as matrizes m_D e m_R, equação (2.49), têm dimensão NxN, com isso a matriz M_ν tem dimensão $(2N)\times(2N)$. Para diagonalizar esta matriz, vamos considerar, inicialmente, o caso mais simples com $N=1$.

Neste caso, para obtermos uma matriz de massa diagonal, vamos calcular os autovalores λ's da matriz M_ν, resolvendo a equação secular $Det(M_\nu - \lambda I) = 0$:

$$\lambda_- = -\frac{m_D^2}{m_R} \quad e \quad \lambda_+ = m_R. \tag{2.50}$$

Os autovalores $\lambda_\pm$ que caracterizam o mecanismo *seesaw* do tipo I [24] têm a seguinte propriedade $\lambda_-\lambda_+ = -m_D^2$, então quando um autovalor diminui o outro aumenta e viceversa, justificando o nome *seesaw*.

Da forma obtida, o autovalor λ_- não tem siginificado físico, pois não poderia representar a massa de qualquer partícula. Para obtermos os corretos autovalores físicos, que correspondem as massas dos neutrinos, diagonalizaremos a matriz de massa, mas para fazer isso, devemos antes calcular os autovetores correspondentes a cada autovalor:

Para o autovalor λ_-:

$$|\nu_1>= \frac{m_R}{\sqrt{m_R^2+m_D^2}}|\nu_L> - \frac{m_D}{\sqrt{m_R^2+m_D^2}}|\nu_R^c> . \tag{2.51}$$

Para o autovalor λ_+:

$$|\nu_2> = \frac{m_D}{\sqrt{m_R^2+m_D^2}}|\nu_L> + \frac{m_R}{\sqrt{m_R^2+m_D^2}}|\nu_R^c> . \tag{2.52}$$

Agora podemos ver que os autovetores$|\nu_1>$ e $|\nu_2>$, já normalizados acima, formam uma nova base, chamada base de massa, ou base física, e são compostos dos vetores da base $(\nu_L \quad \nu_R^c)^T$, chamada base de sabor, ou base de interação, como visto na seção (2.1).

Analisando, o caso de interesse físico, onde $m_R \gg m_D$, temos que os autovetores $|\nu_1>$ e $|\nu_2>$ podem ser escritos de maneira mais simples, definindo $\rho \equiv \dfrac{m_D}{m_R}$:

$$|\nu_1> = |\nu_L> - \rho|\nu_R^c>, \tag{2.53}$$

$$|\nu_2> = \rho|\nu_L> + |\nu_R^c> . \tag{2.54}$$

Das equações (2.53) e (2.54), ainda notamos a mistura entre os neutrinos de mão-direita e mão-esquerda. Ainda, como m_R é muito maior que m_D, podemos extrapolar no limite em que $m_R \to \infty$, obtendo a seguinte situação física:

$$|\nu_1> \sim |\nu_L>, \tag{2.55}$$

$$|\nu_2> \sim |\nu_R^c>, \tag{2.56}$$

que corresponde ao desacoplamento da mistura entre ν_L e ν_R^c e assim os neutrinos físicos passam a ser os próprios autoestados de sabor, onde $|\nu_1>$ e $|\nu_2>$ são os neutrinos leve e pesado, respectivamente.

Agora que já foram obtidos os autovetores $|\nu_1>$ e $|\nu_2>$ podemos proceder com a diagonalização de M_ν, para obter os termos de massa dos neutrinos físicos. A fim de encontrarmos os autovalores das massas positivos, faremos uma transformação biunitária de forma que $D_\nu = Z^T M_\nu Z$, com $Z = O\zeta$, sendo O a matriz dos autovetores e $\zeta = diag(i,1)$ de tal forma que [57],

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & \rho \\ -i\rho & 1 \end{pmatrix}.$$

A matriz diagonal D_ν para as massas será dada por:

$$D_\nu = \begin{pmatrix} \frac{m_D^2}{m_R} & 0 \\ 0 & m_R \end{pmatrix}. \tag{2.57}$$

A expressão para a massa dos neutrinos leves é dada por:

$$m_\nu = \frac{m_D^2}{m_R}. \tag{2.58}$$

O mecanismo de *seesaw* apresentado à uma família pode ser extendido às três famílias ($N = 3$) de neutrinos do MP. Como existe um neutrino pesado de mão-direita para cada neutrino de mão-esquerda do MP, sem considerar as antipartículas, o total de neutrinos para três famílias é seis.

A diagonalização da matriz de massa M_ν:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix}, \tag{2.59}$$

também é feita com uma transformação unitária, de forma semelhante ao caso de uma família, desta forma:

$$W^T M_\nu W = \begin{pmatrix} M_{leve} & 0 \\ 0 & M_{pesado} \end{pmatrix}, \tag{2.60}$$

onde a matriz de diagonalização W é dada por[69]:

$$W \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}(M^D)^\dagger (M^R (M^D)^\dagger)^{-1} M^D & (M^D)^\dagger (M^R)^{\dagger -1} \\ -(M^R)^{-1} M^D & 1 - \frac{1}{2}(M^R)^{-1} M^D M^{D\dagger} (M^R)^{\dagger -1} \end{pmatrix}. \tag{2.61}$$

As matrizes de massa M_{leve} e M_{pesado} para os neutrinos leves e pesados são dadas por:

$$M_{leve} = -(M^D)^T (M^R)^{-1} M^D \quad M_{pesado} = M^R. \tag{2.62}$$

A expressão (2.58) para a massa dos neutrinos leves obtida explicitamente para uma família implica em neutrinos massivos quadráticos na massa de Dirac e inversamente proporcionais a alta massa de Majorana. Considerando a massa de neutrinos atmosféricos [65] [6], $m_\nu \sim \sqrt{\Delta m^2_{atm}} \sim 0.05 eV$ e tomando $m_D \sim 200 GeV$, a massa de Majorana requerida é $m_R \sim 10^{15} GeV$.

Embora, o valor da massa de neutrinos atmosféricos seja dado e ajustado com a expressão (2.58), há pouca informação experimental concreta acerca da magnitude de m_R, de modo que seu valor é irrestrito, assim pode-se pensar na seguinte questão: por que m_R tem este valor ($m_R \sim 10^{15} GeV$) e não $m_R \sim M_{Pl} \sim 10^{18} GeV$, um valor próximo a massa de Planck ? Nesse caso, o valor de m_R teria em seu favor a argumentação de que é mais natural um valor com a mesma ordem de grandeza de outro parâmetro físico independente [66].

Por outro lado, o valor de $m_R \sim 10^{15}$ está próximo, por exemplo, da simetria de número bariônico menos número leptônico, ou $B - L$, uma simetria consubstanciada em um modelo simétrico *left-right* baseado no grupo de gauge $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$, [67, 68]. Este

[6] Um artigo sobre o *status* atual da massa e parâmetros da matriz de mistura é dado na referência [58].

grupo de *gauge* também é subgrupo de grupo de grande unificação $SO(10)$, com isso o valor de m_R é muito próximo da escala de GUT, onde $M_{GUT} \sim 10^{16}$.

Seria, então, uma destas situações indicativo de uma nova simetria? A resposta para esta pergunta em um futuro próximo é de fundamental importância para a física.

2.5 Mecanismo Seesaw do tipo II

No mecanismo *seesaw* do tipo I, os termos de massa para os neutrinos foram gerados a partir da inclusão de um neutrino pesado de mão-direita. Apesar de ser capaz de gerar os termos de massa, para obtermos neutrinos massivos na escala eV, o mecanismo *seesaw* do tipo I requer a escala de energia associada a massa do neutrino pesado em torno de $M \sim 10^{15}$GeV, o que torna ou o mecanismo inacessível aos aceleradores com energia de TeV ou então um ajuste fino necessário. Em uma tentativa de contornar estes problemas, outra possibilidade de extensão ao conteúdo do MP se dá através do setor de escalares, onde devemos considerar além do dubleto de Higgs H padrão um tripleto de escalares Δ, em uma extensão do MP conhecida como mecanismo *seesaw* do tipo II [25]. A inclusão de outros campos escalares é permitida, uma vez que, o grupo de *gauge* fixa apenas o número de bósons de *gauge* [57]. A lagrangiana do modelo que realiza este mecanismo é dada por:

$$\mathcal{L}^{II}_{seesaw} = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) + Tr\{(\mathcal{D}_\mu\Delta)^\dagger(\mathcal{D}^\mu\Delta)\} + \mathcal{L}_Y - V(\Phi,\Delta), \tag{2.63}$$

onde D e $\mathcal{D}$ são as derivadas covariantes que atuam no dubleto e tripleto, respectivamente. O dubleto de Higgs padrão pode ser representado através do seguinte dubleto,

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} \sim (1,2,+1). \tag{2.64}$$

enquanto o tripleto de escalares tem sua representação matricial da seguinte forma,

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{\delta^+}{\sqrt{2}} & \delta^{++} \\ \delta^0 & \frac{-\delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \sim (1,3,-1). \tag{2.65}$$

Com a extensão do contéudo escalar do modelo, o potencial invariante pelo grupo de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ não será tão simples quanto o potencial do MP, pois possui além dos termos quadráticos e quárticos nos campos, termos cruzados envolvendo os dois campos, de tal forma que $V(H,\Delta)$ é dado por [70],

$$
\begin{aligned}
V(H,\Delta) &= -m_H^2\Phi^\dagger\Phi + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 + M_\Delta^2 Tr\{\Delta^\dagger\Delta\} \\
&+ (\mu\Phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi + h.c.) \\
&+ \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)Tr\{\Delta^\dagger\Delta\} + \lambda_2(Tr\{\Delta^\dagger\Delta\})^2 \\
&+ +\lambda_3 Tr\{(\Delta^\dagger\Delta)^2\} + \lambda_4\Phi^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Phi. \qquad (2.66)
\end{aligned}
$$

Usaremos as seguintes parametrizações para as componentes neutras do dubleto de Higgs padrão H e do tripleto de escalares Δ,

$$H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_0 + H^0 + iI_H^0), \qquad (2.67)$$

e

$$\delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\Delta + H_\delta^0 + iI_\delta^0). \qquad (2.68)$$

Com estas parametrizações, obteremos as equações de mínimos para o potencial $V(H,\Delta)$. Substituindo as parametrizações para H e Δ nas equações (2.64) e (2.65), pode-se calcular o mínimo do potencial tomando as derivadas em relação as componentes reais (H) e (H_δ) adotadas na parametrização das componentes neutras dos escalares. Tecnicamente, estamos falando em calcular o valor da derivada em um ponto:

$$\left.\frac{\partial V}{\partial R_i}\right|_{R_i,I_i=0} = 0, \qquad (2.69)$$

onde R_i e I_i representam as componentes reais e imaginárias, respectivamente, de cada uma das parametrizações adotadas e o valor nulo corresponde ao mínimo desejado ao potencial.

A condição dada pela derivada acima é chamada de *tadpole*. Definindo $\partial V/\partial H_i = t_i$, onde $i = H,\Delta,$, encontramos as seguintes condições de vínculo,

$$t_H = -m_H^2 + \frac{\lambda v_0}{4} - \sqrt{2}\mu v_\Delta, \qquad (2.70)$$

e

$$t_\Delta = v_\Delta - \frac{\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2\sqrt{2}}. \qquad (2.71)$$

A condição de mínimo para o potencial é satisfeita com $t_{H,\Delta} = 0$, o que implica nas seguinte equações de vínculo para este potencial:

$$-m_H^2 + \frac{\lambda v_0}{4} - \sqrt{2}\mu v_\Delta = 0, \qquad (2.72)$$

e

$$v_\Delta = \frac{\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2\sqrt{2}}. \qquad (2.73)$$

A partir da lagrangiana deste modelo, analisamos o potencial $V(H,\Delta)$ e vimos as duas equações de vínculo associadas. Agora veremos em detalhe como a adição do tripleto de escalares é capaz de gerar massa para neutrinos, realizando o mecanismo de *seesaw* do tipo II.

Dado o conteúdo de materia e a lagrangiana do modelo acima, podemos reescrever apenas os termos de interação e os termos de massa necessários para gerar a massa dos neutrinos:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_\nu \overline{L}_j^c C i\sigma_2 \Delta L_j + h.c., \tag{2.74}$$

onde identificamos L_j como o dubleto de léptons de mão-esquerda, C como o operador de conjugação de carga e σ_2 como a matriz de Pauli.

Esta lagrangiana de Yukawa possui como conteúdo escalar apenas o tripleto Δ. A partir de agora veremos como, após a quebra espontânea de simetria, a lagrangiana de Yukawa (2.63) gera um termo de massa de Majorana para os neutrinos,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{II}_{Y,seesaw} &= -Y_\nu \begin{pmatrix} \nu_{e_L} & e_L \end{pmatrix} Ci \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\delta^+ & \delta^{++} \\ \delta^0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\delta^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \\
&= Y_\nu \{ \underbrace{\nu^T_{e_L} C\delta^0 \nu_{e_L}}_{M_\nu} - \sqrt{2}\nu^T_{e_L} C\delta^+ e_L - e^T_L CC\delta^{++} e_L \} + h.c.
\end{aligned} \tag{2.75}$$

O primeiro termo da lagrangiana acima é um termo de massa de Majorana, pois estamos usando apenas uma das componentes quirais, a de mão esquerda. Enquanto os outros termos da equação descrevem interações. Neste estudo, fixar-nos-emos apenas ao termo de massa dos neutrinos, que pode ser reescrito considerando o VEV assumido pela componente neutra δ^0, para obtermos a seguinte lagrangiana de massa,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{massa} &= -Y_\nu \nu_{e_L} \delta^0 C \nu_{e_L} + h.c \\
&= -Y_\nu \sqrt{2} v_\Delta \overline{\nu}^C_{e_L} \nu_{e_L} + h.c.
\end{aligned} \tag{2.76}$$

Usando a equação de vínculo (2.73), que relaciona os parâmetros μ, M_Δ e v_0, a massa do neutrino será dada pela seguinte expressão,

$$M_\nu = \sqrt{2} Y_\nu v_\Delta = Y_\nu \frac{\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2}, \tag{2.77}$$

que é conhecida como a relação do mecanismo de *seesaw* do tipo II.

A expressão (2.77) mostra que a massa dos neutrinos dependente do VEV v_Δ do tripleto escalar pode ser escrita em função dos parâmetros μ e M_Δ, de onde veremos e analisaremos as aplicabilidades de dois cenários envolvendo os parâmentros acima para se obter neutrinos com a massa $M_\nu \sim 1eV$:

i)$M_\Delta = \mu = 1TeV = 10^3 GeV$.

Este cenário é capaz de gerar neutrinos com massa de 1 eV, para os parâmetros M_Δ e μ em uma escala de energia acessível ao LHC, o que tornaria este cenário um bom candidato para a explicação das massas, entretanto, este mesmo conjunto de valores requer uma constante de acoplamento $Y_\nu \sim 10^{-10}$ muito pequena, necessitando, portanto, de um ajuste fino.

ii)$M_\Delta = \mu = 10^{10} GeV$.

Embora esta configuração permita a obtenção de neutrinos com a massa supraindicada, com uma constante de acoplamento relativamente pequena, $Y_\nu \sim 10^{-3}$, os elevadíssimos valores de μ e M_Δ tornam esse cenário completamente descartado de possível verificação no LHC.

Em suma, os dois mecanismos *seesaw* vistos neste capítulo são capazes de fornecer os termos de massa para neutrinos, contudo, para ajustar a massa na escala de *eV*, ou requerem uma massa de Majorana altíssima fora da escala de energia do LHC (*seesaw* I) ou ainda, além dos altos valores de massa, um ajuste fino na expressão obtida (*seesaw* II), repetindo as mesmas dificuldades teóricas encontradas nos possíveis termos de Dirac e Majorana.

O próximo capítulo será dedicado ao estudo do mecanismo *seesaw* Triplo, que, veremos, através do ajuste do mecanismo *seesaw* do tipo I na fórmula do *seesaw* do tipo II permite a obtenção a massa de Majorana M com um fator cúbico no denominador da expressão para a massa dos neutrinos leves, reduzindo a energia necessária para a geração de neutrinos massivos na escala de *eV*.

CAPÍTULO 3

MECANISMO SEESAW TRIPLO

Do ponto de vista teórico, o mecanismo *seesaw* é considerado a forma mais elegante de se gerar os termos de massa para os neutrinos, pois garante, por exemplo, termos renormalizáveis e acrescenta um neutrino de mão-direita, ao contrário do termo puramente de Majorana.

Por outro lado, embora sejam elegantes teoricamente, tanto os mecanismos *seesaw* I e II vistos anteriormente [24], [25], quanto o mecanismo *seesaw* do tipo III [71], têm em comum o fato de que a expressão para a massa fica suprimida por um fator de massa M de alta escala de energia no denominador, de acordo com a fórmula $m_\nu \sim \frac{v^2}{M}$, onde v é o VEV (valor esperado no vácuo) padrão, das teorias na escala eletrofraca. Com o valor de M acima da escala eletrofraca, os mecanismos *seesaw* tornam-se difíceis de veficar-se experimentalmente usando aceleradores com energia na escala de TeV.

De fato, a Física de Partículas tem interresse em duas situações experimentais envolvendo a expressão de seesaw supracitada, a primeira situação relaciona a massa de Majorana M a escala de energia das teorias de GUT (*Grand Unified Theory*), enquanto a segunda espera que M seja da ordem de $(1-10)TeV$. No primeiro cenário, a física dos neutrinos torna-se ainda mais interessante por desempenhar o papel de conexão entre a física atual e física de GUT, no entanto, o altíssimo valor requerido à massa M faz com que esta verificação não se torne possível nos experimentos atuais.

O segundo cenário de interesse físico ocorre para valores de M da ordem de TeV, embora, nesta situção não haja um mecanismo *seesaw* propriamente dito, pois v^2 é da mesma ordem que M, tornando o quociente próximo da unidade, de tal forma, que neutrinos da ordem de eV só podem ser obtidos com um grande ajuste fino. O interesse neste cenário deve-se a possiblidade de teste experimental no LHC (*Large Hadron Collider*) [72], embora isto só seja possível com um mecanismo suplementar para a supressão de v, como, por exemplo, ajuste por parâmetro livre.

Para contornar a alta escala de massa de M e a necessidade de ajuste fino, veremos, neste capítulo, um novo mecanismo *seesaw* capaz de gerar massa para neutrinos, usando valores de M da ordem de alguns unidades de TeV. Ajustando o mecanismo *seesaw* do tipo II, na relação do mecanismo do tipo I é possível obter neutrinos leves na ordem de eV através de um fator M^3, no então chamado mecanismo *seesaw* Triplo. Nesse caso, o dependência cúbica da massa no denominador da relação *seesaw*, reduz a escala de energia necessária para a geração de neutrinos massivos leves da altíssima escala de GUT para TeV. Por exemplo, em na expressão da massa com um denominador cúbico, para $M = (1-10)TeV$ temos supressão na faixa de 10^{9-12}, o que fornecerá a massa dos neutrinos na escala desejada, sem a necessidade de um ajuste fino.

O modelo proposto neste capítulo foi originalmente sugerido por E. Ma [28] e depois generalizado por Grimus *et al.* na referência [29]. Recentemente, esta ideia foi desenvolvida por C. Pires *et at.*, no artigo [30], considerando um conteúdo escalar diferente e mostrando que o modelo 3-3-1 realiza naturalmente o mecanismo *seesaw* Triplo. Pelo supracitado, neste trabalho, consideráremos este mecanismo dentro do Modelo Padrão (MP), onde estudaremos os setores escalares neutros e carregado que terão seus espectro de massa e autoestados derivados a fim de observarmos possíveis candidatos à matéria escura.

3.1 Um *Toy Model*

Antes de aplicar o mecanismo seesaw triplo ao MP, o apresentaremos através de um *toy model*, que não está baseado em nenhuma teoria de *gauge*, mas que será importante para a apresentação deste mecanismo. Este modelo contém os seguintes campos: um neutrino de mão esquerda ν_L, um neutrino de Majorana de mão direita, ν_R, e dois campos escalares, ϕ_1 e ϕ_2. Assumindo a seguinte simetria discreta $(\nu_L, \nu_R, \phi_2) \rightarrow -(\nu_L, \nu_R, \phi_2)$, a lagrangiana invariante para o modelo será dada por:

$$\mathscr{L} = -y\bar{\nu}_L \nu_R \phi_1 - M\bar{\nu}^c_R \nu_R + V(\phi_1, \phi_2). \tag{3.1}$$

Quando o campo escalar ϕ_1 desenvolve um VEV diferente de zero, v_1, o primeiro termo da lagrangiana supraescrita, que envolve neutrinos de mão esquerda, ν_L, gera um termo de massa de Dirac para os neutrinos. Pode-se escrever então uma matriz de massa para os neutrinos na base $(\nu_L, \nu^c_R)^T$:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & yv_1 \\ yv_1 & M \end{pmatrix}. \tag{3.2}$$

No limite que $M >> v_1$, a relação do mecanismo *seesaw* do tipo I é obtida com a diagonalização desta matriz:

$$m_\nu \approx \frac{y^2 v_1^2}{M} \quad \text{e} \quad m_{\nu_R} \approx M. \tag{3.3}$$

onde m_ν e m_{ν_R} representam neutrinos leves e pesados, respectivamente, já vistos no capítulo 2.

Uma redução no valor de M, na equação (3.3), pode ser obtida, aplicando-se o mecanismo de *seesaw* do tipo II no mecanismo do tipo I, para isto devemos calcular o mínimo do potencial que envolve os dois campos escalares ϕ_1 e ϕ_2:

$$\begin{aligned} V(\phi_i) &= \mu_1^2\phi_1^2+\mu_2^2\phi_2^2+\lambda_1\phi_1^4+\lambda_2\phi_2^4 \\ &\quad +\lambda_3\phi_1^2\phi_2^2-\frac{M_1}{2}\phi_1\phi_2^2+h.c. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Para obter as condições de mínimo do potencial escalar acima, expandimos os termos do potencial substituindo a expansão nas partes real e imaginária dos campos escalares quando estes assumem VEV:

$$\begin{aligned} \phi_1 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1+R_1+iI_1) \\ \phi_2 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2+R_2+iI_2). \end{aligned} \tag{3.5}$$

Desta forma, o valor mínimo do potencial escalar associado envolve duas condições de mínimo sobre os campos escalares. Para obter este mínimo, substituímos a expansão das equações (3.5) no potencial escalar e tomamos a derivada em relação a parte real do potencial expandido para valores nulos dos campos,

$$\left.\frac{\partial V}{\partial R_i}\right|_{R_i,I_i=0}=0 \tag{3.6}$$

A condição acima, chamada *"tadpole"*, corresponde a mesma utilizada para miniminar o potencial escalar do mecanismo *seesaw* do tipo II, do capítulo II.

Definindo $\partial V/\partial R_i = t_i$, onde $i=1,2$, encontramos as seguintes condições de vínculo,

$$\begin{aligned} t_1 &= v_1(\mu_1^2+\lambda_1 v_1^2+\frac{\lambda_3}{2}v_2^2)-\frac{M_1 v_2^2}{4\sqrt{2}}, \\ t_2 &= v_2(\mu_2^2+\lambda_2 v_2^2+\frac{\lambda_3}{2}v_1^2)-\frac{M_1 v_1 v_2}{2\sqrt{2}}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde v_1 e v_2 são os VEV's relacionados à ϕ_1 e ϕ_2, respectivamente.

A condição de mínimo para o potencial é satisfeita com $t_{1,2}=0$, o que implica nas seguintex equações de vínculo para este potencial:

$$\begin{aligned} v_1(\mu_1^2+\lambda_1 v_1^2+\frac{\lambda_3}{2}v_2^2)-\frac{M_1 v_2^2}{4\sqrt{2}} &= 0, \\ v_2(\mu_2^2+\lambda_2 v_2^2+\frac{\lambda_3}{2}v_1^2)-\frac{M_1 v_1 v_2}{2\sqrt{2}} &= 0 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Para a construção deste *toy model*, o interesse físico está no valor mínimo relacionado ao VEV de ϕ_1. Com a equação (3.8) é possível obter uma relação onde v_1 envolva v_2, tomando-se as seguintes suposições: que ϕ_1 é mais pesado que ϕ_2, ou seja, $\mu_1 >> \mu_2$ e ainda que os fatores λ's sejam pequenos, de forma que:

$$v_1 \approx \frac{M_1 v_2^2}{\mu_1^2}, \tag{3.9}$$

agora supondo que $\mu_1 \approx M_1$. Desta forma, obtemos a seguinte condição:

$$v_1 \approx \frac{v_2^2}{M_1}. \tag{3.10}$$

Considerando $M_1 \approx M$ e substituindo a equação (3.10) em (3.3), temos o seguinte resultado:

$$m_\nu \approx \frac{y^2 v_2^4}{M^3}. \tag{3.11}$$

Esta é a equação que caracteriza o mecanismo de *seesaw* triplo. Neste mecanismo é possível obter neutrinos leves com massa na escala de eV devido ao fator cúbico no denominador, permitindo que a energia de M seja baixada da escala de GUT para TeV. Nota-se também, que a massa tem dependência com um VEV na escala eletrofraca e fica em função da constante de acoplamento y com um fator quadrático, dando maior liberdade para o ajuste, diferentemente, por exemplo do termo de Dirac, onde o ajuste é feito por um parâmetro linear.

3.2 Seesaw Triplo no Modelo Padrão

Para implementar o mecanismo *seesaw* triplo no MP, devemos, além dos dubletos e singletos usuais, acrescentar um neutrino de mão direita ν_R e modificar o setor dos escalares, onde são incluídos dois dubletos escalares H_1 e H_2 e um singleto S que não carregam número leptônico:

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^+ \\ H_1^0 \end{pmatrix} \sim (1,2,1), \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} \sim (1,2,1), \quad S \sim (1,1,0). \tag{3.12}$$

Termos não desejados capazes de gerar interação entre os neutrinos pesados com os neutrinos do MP são evitados assumindo a seguinte simetria discreta Z_2, que significa que a transformação $(H_1, S, \nu_R) \to -(H_1, S, \nu_R)$, mantém a lagrangiana do modelo invariante. Assim, a lagrangiana desta extensão do MP conterá os seguintes termos:

$$\mathscr{L} \supset -y\overline{L}\tilde{H}_1\nu_R - M\overline{\nu}_R^c\nu_R + V(H_1, H_2, S). \tag{3.13}$$

Como no *toy model* acima, nesta extensão do MP também é possível obter um mecanismo capaz de gerar massa para os neutrinos usando v_1, o VEV de um campo escalar, por exemplo, H_1. Assim, chega-se novamente, a mesma matriz de massa:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & yv_1 \\ yv_1 & M \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

Novamente, usando a condição que $M >> v_1$, pode-se diagonalizar esta matriz, donde obtém-se os seguintes autovalores:

$$m_\nu \approx \frac{y^2 v_1^2}{M} \quad \text{e} \quad m_{\nu h} \approx M. \tag{3.15}$$

Neste caso, recupera-se o mecanismo de *seesaw* do tipo I.

No setor escalar, agora composto de três campos, podemos aplicar o mecanismo *seesaw* do tipo II no dubleto de H_1. Para realizar isto o potencial escalar que respeita a simetria discreta acima é dado por [30]:

$$\begin{aligned} V(H_1,H_2,S) &= \mu_1^2(H_1^\dagger H_1)+\mu_2^2(H_2^\dagger H_2)+\mu_S^2 S^*S+(\mu_4^2 SS+h.c) \\ &+ \lambda_1(H_1^\dagger H_1)^2+\lambda_2(H_2^\dagger H_2)^2+\lambda_3(S^*S)^2 \\ &+ \lambda_4(H_1^\dagger H_1)(H_2^\dagger H_2)+\lambda_5(H_1^\dagger H_1)(S^*S) \\ &+ \lambda_6(H_2^\dagger H_2)(S^*S)+\lambda_7(H_1^\dagger H_2)(H_2^\dagger H_1) \\ &+ (\lambda_8(SS)^2+\lambda_9 SSSS^*+h.c)+\lambda_{10}(H_1^\dagger H_1)(SSS^*S^*) \\ &+ \lambda_{11}(H_2^\dagger H_2)(SSS^*S^*)+(\lambda_{12}(H_2^\dagger H_1)^2+h.c.) \\ &- \left[\frac{M_1}{2}(H_1^\dagger H_2)S+\frac{M_2}{2}(H_1^\dagger H_2)S^*+h.c.\right]. \end{aligned} \tag{3.16}$$

Mais adiante nosso interesse se voltará ao espectro escalar deste modelo, então para conhecermos estes escalares carregados e neutros do modelo, substituímos, no potencial acima, os dubletos e o singleto de escalares com seus respectivos valores esperados no vácuo diferentes de zero. A forma explícita da expansão destes multipletos é dada por:

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^+ \\ \dfrac{(v_1+H_1^0+iI_1^0)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ \dfrac{(v_2+H_2^0+iI_2^0)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$S = \frac{(v_S+H_S^0+iI_S^0)}{\sqrt{2}}. \tag{3.17}$$

A forma expandida destes campos permitirá desenvolver a expressão do potencial em função das componentes real e complexa dos campos. Na literatura, a componente real dos campos, neste modelo H_i^0, é chamada de CP-par ou escalar, e a parte imaginária, aqui denotada por I_i^0, de CP-ímpar ou pseudo-escalar.

A condição de mínino para o potencial $V(H_1,H_2,S)$ ocorre quando as componentes lineares de CP-par se anulam. De modo semelhante utilizando a condição de *"tadpole"*, equação (3.6), calculamos a derivada primeira em relação a componente real, tomando os outros campos nulos. Neste caso particular, tem-se três campos de Higgs envolvidos, portanto, são três equações de vínculo do potencial envolvidas, definindo $\partial V/\partial H_i = t_{H_i}$, onde $i = 1,2,S$, encontramos as seguintes condições de vínculo,

$$t_{H_1} = v_1(\mu_1^2+\lambda_1 v_1^2+\frac{\lambda_4}{2}v_2^2+\frac{\lambda_5}{2}v_S^2+\frac{\lambda_7}{2}v_2^2+\lambda_{10}v_S^2+\lambda_{12}v_2^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_2v_S.$$

$$t_{H_2} = v_2(\mu_2^2+\lambda_2 v_2^2+\frac{\lambda_4}{2}v_1^2+\frac{\lambda_6}{2}v_S^2+\frac{\lambda_7}{2}v_1^2+\lambda_{11}v_S^2+\lambda_{12}v_1^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_1v_S. \tag{3.18}$$

$$t_{H_S} = v_S(\mu_S^2+2\mu_4^2+\lambda_3 v_S^2+\frac{\lambda_5}{2}v_1^2+\frac{\lambda_6}{2}v_2^2+2\lambda_8v_S^2+2\lambda_9v_S^2+\lambda_{10}v_1^2+\lambda_{11}v_2^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_1v_2.$$

Mais uma vez, a condição de mínimo para o potencial é satisfeita com $t_{H_i} = 0$, com $i_{1,2,S}$ o que implica nas seguinte equações de vínculo para este potencial,

$$v_1(\mu_1^2+\lambda_1 v_1^2+\frac{\lambda_4}{2}v_2^2+\frac{\lambda_5}{2}v_S^2+\frac{\lambda_7}{2}v_2^2+\lambda_{10}v_S^2+\lambda_{12}v_2^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_2v_S = 0$$

$$v_2(\mu_2^2+\lambda_2 v_2^2+\frac{\lambda_4}{2}v_1^2+\frac{\lambda_6}{2}v_S^2+\frac{\lambda_7}{2}v_1^2+\lambda_{11}v_S^2+\lambda_{12}v_1^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_1v_S = 0 \tag{3.19}$$

$$v_S(\mu_S^2+2\mu_4^2+\lambda_3 v_S^2+\frac{\lambda_5}{2}v_1^2+\frac{\lambda_6}{2}v_2^2+2\lambda_8v_S^2+2\lambda_9v_S^2+\lambda_{10}v_1^2+\lambda_{11}v_2^2)-\frac{(M_1+M_2)}{2\sqrt{2}}v_1v_2 = 0.$$

onde, nas equações acima, v_2 e v_S representam os VEV's de H_2 e S, respectivamente; v_1 por sua vez, representa o VEV de H_1.

Novamente, de forma análoga ao *toy model* é possível obter uma relação entre os três valores de VEV's, através da equação (3.19), supondo que H_1 é mais pesado que H_2 e S, ou seja, $\mu_1 >> \mu_2,\mu_S$, e que a escala de energia de M_1, a massa do termo trilinear nos campos acima, seja da mesma ordem que a massa de H_1, isto é, que $M_1 \approx \mu_1$. Desta forma, então, escrevemos uma relação de v_1 em função de v_2 e v_S:

$$v_1 \approx \frac{v_2v_S}{M_1}. \tag{3.20}$$

A relação acima é uma aplicação do mecanismo *seesaw* do tipo II[25] para v_1, que permite a obtenção do termo de M^3. Fazendo $M_1 \approx M$ e substituindo a equação (3.20) na (3.15) obtemos:

$$m_\nu \approx \frac{y^2 v_2^2 v_S^2}{M^3}. \tag{3.21}$$

A equação acima mostra que neutrinos com massa pequena, mas não nula, são obtidos devido ao fator M^3 no denominador. Nota-se também que agora esta fórmula envolve dois VEV's no numerador; o que permite mais liberdade para ajustar os VEV's e a massa, a fim de se conseguir neutrinos massivos na escala de eV usando M na escala de TeV.

Nesta extensão do Modelo Padrão, v_1 desenvolve apenas termo de massa de Dirac para neutrinos e v_2, para assegurar os resultados para as massas já previstas e confirmadas pelo MP, que tem seu VEV na escala eletrofraca, o que requer $v_2 \approx 10^2 GeV$. Por outro lado, o valor de v_S não está restrito, por isso pode ter qualquer valor na escala eletrofraca, dando um grau de liberdade a mais para se ajustar a massa destes neutrinos leves.

Um possível cenário físico para a massa dos neutinos acontece, por exemplo, quando $v_S \approx 10^-1 GeV, v_2 \approx 10^2 GeV$ e $M = 10$ TeV, com isto tem-se:

$$m_\nu \approx y^2 0,1 eV. \tag{3.22}$$

Este cenário produz neutrinos leves supondo a constante de acoplamente de Yukawa com valor unitário e, principalmente, torna o mecanismo *seesaw* triplo um candidato a verificação experimental no LHC.

Um possível canal para a medida da massa destes neutrinos é dado pela interação com os escalares inseridos no mecanismo. Para realizar isto, a próxima seção dedicará-se espectro destes escalares, para se encontrar a massa destas partículas e definir uma janela de busca no LHC.

3.3 Espectro de Escalares

O objetivo desta seção é encontrar os autoestados dos escalares quando da abertura do potencial da equação (3.16), obtidos com a substituição da forma expandida dos campos escalares, equações (3.17). No setor dos escalares carregados será construída uma matriz correspondente as componente carregadas dos dubletos H_1^+ e H_2^+. Para os escalares neutros construímos duas matrizes de massa, sendo uma de CP-par, para os campos escalares e outra de CP-ímpar para os campos pseudo-escalares. Ao final desta seção terá sido derivado o espectro de massa destes escalares.

3.3.1 Escalares Carregados

O conteúdo do setor escalar do modelo é obtido com as componentes carregadas dos dubletos, formando a base (H_1^+, H_2^+), assim poderemos obter os autoestados dos escalares carregados desta extensão.

A metodologia para a obtenção da matriz quadrática de massa e, então, o espectro de massa e autoestados destes escares será a seguinte: primeiramente obtemos os elementos de matriz e, após usar as condições de vínculo de potencial (3.19), a matriz quadrática de massa para os escalares carregados tem a seguinte forma:

$$M_{H^+}^2 = \begin{pmatrix} \frac{Mv_2v_S}{2\sqrt{2}v_1} - \frac{\lambda_7}{4}v_2^2 - \frac{\lambda_{12}}{2}v_2^2 & \frac{\lambda_7}{4}v_1v_2 + \frac{\lambda_{12}}{2}v_1v_2 - \frac{Mv_S}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\lambda_7}{4}v_1v_2 + \frac{\lambda_{12}}{2}v_1v_2 - \frac{Mv_S}{2\sqrt{2}} & \frac{Mv_1v_S}{2\sqrt{2}v_2} - \frac{\lambda_7}{4}v_1^2 - \frac{\lambda_{12}}{2}v_1^2 \end{pmatrix}. \tag{3.23}$$

Os autovetores da matriz na equação (3.23) serão denotados por $h_{1,2}^+$. Como Det$M_{H^+}^2 = 0$, o setor carregado tem um bóson de Goldstone, que é responsável por fornecer as componentes longitudinais dos bósos vetorais $W^\pm$ do MP. A diagonalização de $M_{H^+}^2$ fornece o seguinte espectro de massa:

$$m_{h_1^+}^2 = 0, \tag{3.24}$$

$$m_{h_2^+}^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{2\sqrt{2}Mv_2v_S}{v_1} + \frac{\sqrt{2}Mv_1v_S}{v_2} - (\lambda_7 + 2\lambda_{12})(v_1^2 + v_2^2)\right]. \tag{3.25}$$

O primeiro autovalor corresponde ao bóson de Goldstone, que já era esperado, e que será "engolido"pelos bósons vetoriais carregados do MP. O segundo autovalor de massa corresponde a um escalar carregado pesado, que veremos, adiante ter massa na escala de energia de TeV.

Para estes autovalores de massas, os correspondentes autoestados são:

$$h_1^+ \approx \frac{1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}(v_1H_1^+ + v_2H_2^+), \tag{3.26}$$

e

$$h_2^+ \approx \frac{1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}(v_2H_1^+ - v_1H_2^+). \tag{3.27}$$

3.3.2 Espectro no Setor Pseudo-Escalar Neutro

O espectro de massa dos pseudo-escalares neutros é obtido usando as componentes complexas da expansão dos campos. Dessa forma, a base formada para a representação da matriz de CP-ímpar é (I_1^0, I_2^0, I_S^0).

Novamente usando-se as condições de vínculo de potencial, equações (3.19), reduzimos os elementos da diagonal principal e obter uma matriz simplificada, cuja forma explícita é abaixo apresentada:

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} \frac{(M_1+M_2)v_1v_S}{4\sqrt{2}v_2} & -\frac{M_1v_S}{2\sqrt{2}}-\frac{M_2v_S}{2\sqrt{2}} & -\frac{M_1v_1}{2\sqrt{2}}+\frac{M_2v_1}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{M_1v_S}{2\sqrt{2}}-\frac{M_2v_S}{2\sqrt{2}} & \frac{(M_1+M_2)v_2v_S}{4\sqrt{2}v_1} & -\frac{M_1v_2}{2\sqrt{2}}+\frac{M_2v_2}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{M_1v_1}{2\sqrt{2}}+\frac{M_2v_1}{2\sqrt{2}} & -\frac{M_1v_2}{2\sqrt{2}}+\frac{M_2v_2}{2\sqrt{2}} & \frac{(M_1+M_2)v_1v_2}{4\sqrt{2}v_S}-\alpha \end{pmatrix}. \tag{3.28}$$

Vamos supor um caso onde $M_1 = M_2$, então nós teremos a seguinte matriz:

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} \frac{Mv_1v_S}{2\sqrt{2}v_2} & -\frac{Mv_S}{2\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{Mv_S}{2\sqrt{2}} & \frac{Mv_2v_S}{2\sqrt{2}v_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Mv_1v_2}{2\sqrt{2}v_S}-\alpha_1 \end{pmatrix}, \tag{3.29}$$

onde

$$\alpha = 2\mu_4^2 + (4\lambda_8+\lambda_9)v_S^2 + \lambda_{10}v_1^2 + \lambda_{11}v_2^2.$$

Da matriz de massa ao quadrado supracitada são encontrados os seguintes autovalores de massa, que serão identificados por $g^0_{1,2,3}$. O setor pseudoescalar tem $Det = 0$, o que significa que este setor também tem um bóson de Goldstone. A diagonalização de M_I^2 fornece o seguinte espectro de massa:

$$m^2_{g_1^0} = 0, \tag{3.30}$$

$$m^2_{g_2^0} = \frac{1}{2}\left(\frac{Mv_2v_S}{\sqrt{2}v_1} + \frac{Mv_1v_S}{\sqrt{2}v_2}\right), \tag{3.31}$$

$$m^2_{g_3^0} = \frac{Mv_1v_2}{2\sqrt{2}v_S} - 2\mu_4^2 - (4\lambda_8+\lambda_9)v_s^2 - \lambda_{10}v_1^2 - \lambda_{11}v_2^2. \tag{3.32}$$

Facilmente, reconhecemos que o autovalor g_1^0, de massa nula, corresponde ao bóson de Goldstone, que foi absorvido pelo bóson Z^0 do MP, como esperado.

A forma matricial de M_I^2 ainda permite visualizar que I_S se desacopla dos outro vetores da base (I_1, I_2).

Com o desacoplamento de I_S, temos que diagonalizar uma matriz 2x2 na base (I_1, I_2), de onde obteremos o último pseudo-escalar que completa, portanto, o espectro do setor de pseudo-escalares neutros.

Para o espectro de massa descrito acima, temos os seguintes autovetores normalizados:

$$g_1^0 = \frac{1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}(v_2I_1 + v_1I_2), \tag{3.33}$$

$$g_2^0 = \frac{1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}(v_1 I_1 - v_2 I_2). \tag{3.34}$$

e, finalmente, o autoestado desacoplado,

$$g_3^0 = I_S. \tag{3.35}$$

O último autovetor g_3^0, é um canditado a matéria escura fria (CDM[1] do ingês *cold dark matter*). Como veremos a diante este autoestado apresenta pequena massa[2], que o tornou não-relatívistico no desacoplamento nos primórdios do universo. Finalmente, g_3^0 também se candidata a ser um bom CDM por estável, uma vez que é totalmente desacoplado dos outros escalares.

3.3.3 Espectro no Setor Escalar Neutro

O espectro de massa dos escalares neutros é obtido usando as componentes reais da expansão dos campos. Dessa forma, a base formada para a representação da matriz de CP-par é (H_1^0, H_2^0, H_S^0). Mais uma vez, a relação entre os termos acima é melhor observada em uma representação matricial construída na base indicada, onde novamente utilizaremos as condições de vínculo de potencial, equações (3.19), nos elementos M_{ij}, com $i = j$. Com isso, a matriz adquire uma forma relativamente simplificada:

$$M_H^2 = \begin{pmatrix} \frac{Mv_2v_S}{4\sqrt{2}v_1} + \lambda_1 v_1^2 & \frac{\beta_1 v_1 v_2}{2} - \frac{Mv_S}{\sqrt{2}} & \frac{\beta_2 v_1 v_S}{2} - \frac{Mv_2}{\sqrt{2}} \\ & \frac{Mv_1v_S}{4\sqrt{2}v_2} + \lambda_2 v_2^2 & \frac{\beta_3 v_2 v_S}{2} - \frac{Mv_1}{\sqrt{2}} \\ & & \frac{Mv_1v_2}{4\sqrt{2}v_S} + \alpha_2 v_S^2 \end{pmatrix}, \tag{3.36}$$

onde

$$\beta_1 = 2\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_7, \quad \beta_2 = \lambda_5 + 2\lambda_{10}, \quad \beta_3 = \lambda_6 + 2\lambda_{11}$$

$$\alpha_2 = \lambda_3 + 2\lambda_8 + 2\lambda_9.$$

As condições de vínculo de potencial foram utilizadas apenas nos elementos da diagonal principal da matriz acima, o que *a priori* simplificaria o cálculo de autovalores, entretanto, os elementos fora da diagonal ainda tornam a tarefa de resolver a equação secular analiticamente, ou mesmo numericamente, bastante difícil.

[1]O termo fria refere-se à uma matéria pesada não relativística, que permitiu formação de estruturas no sentido de baixo pra cima (*bottom-up*). Um texto mais específico sobre matéria escura é indicado na referência [73].

[2]Pequena massa comparada aos outros escalares ou a escala de TeV, ou ainda a outros candidatos à CDM.

Uma simplificação na matriz talvez possibilite a obtenção dos autovalores de maneira mais direta, embora ainda utilizando uma análise numérica. A redução de alguns termos pode ser feita considerando qual o termo dominante em cada elemento, para isto, toma-se a ordem de grandeza de seus valores, calculados a partir do VEV's dos escalares. Em todos os casos, as constantes de acoplamento são supostas com valores próximos a uma unidade. Assim, os termos fora da diagonal principal são reduzidos à apenas uma parcela:

$$\frac{\beta_1 v_1 v_2}{2} - \frac{M v_S}{\sqrt{2}} \simeq \frac{M v_S}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\beta_2 v_1 v_S}{2} - \frac{M v_2}{\sqrt{2}} \simeq -\frac{M v_2}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\beta_3 v_2 v_S}{2} - \frac{M v_1}{\sqrt{2}} \simeq 0.$$

Fazendo a mesma análise sobre ordem de grandeza, os termos M_{11}^R e M_{22}^R da diagonal principal também podem reduzidos:

$$\frac{M v_2 v_S}{4\sqrt{2} v_1} + \lambda_1 v_1^2 \simeq \frac{M v_2 v_S}{4\sqrt{2} v_1}$$

$$\frac{M v_1 v_S}{4\sqrt{2} v_2} + \lambda_2 v_2^2 \simeq \lambda_2 v_2^2.$$

Usando a forma simplificada dos termos acima, a matriz de CP-par fica mais simples e resumida a seguinte forma:

$$M_H^2 = \begin{pmatrix} \frac{M v_2 v_S}{4\sqrt{2} v_1} & \frac{M v_S}{\sqrt{2}} & -\frac{M v_2}{\sqrt{2}} \\ & \lambda_2 v_2^2 & 0 \\ & & \frac{M v_1 v_2}{4\sqrt{2} v_S} + \alpha_2 v_S^2 \end{pmatrix}. \tag{3.37}$$

Em princípio, esperávamos, que a matriz quadrática de massa obtida permitisse, finalmente, calcular os autovalores de massa CP-par, ou seja, os escalares reais. Contudo, mesmo com o uso destas suposições para a obtenção de M_H^2, as soluções analíticas para seus autovalores ficariam ainda muito extensas tornando-as, talvez, até improfícuas do ponto de vista fenomenológico, uma vez que, não permitiriam ao menos uma estimativa dos seus valores ou ordens de grandeza.

Por outro lado, podemos aplicar a relação do mecanismo seesaw triplo (3.21) na equação (3.36) e obter a seguinte matriz reduzida para M_H^2:

$$M_H^2 = \frac{M^2}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{v_2}{M} \\ 0 & \frac{y' v_2^2}{M^2} & -\frac{v_2 v_S}{M^2} \\ -\frac{v_2}{M} & -\frac{v_2 v_S}{M^2} & \frac{v_2^2}{M^2} \end{pmatrix}. \tag{3.38}$$

A diagonalização do setor de escalar fornece as seguintes massas $m_{h_1^0}$, $m_{h_2^0}$ e $m_{h_3^0}$ com seus respectivos autovetores. No entanto, em sua forma exata ainda é impossível encontrar uma solução analítica da equação característica. Mas, mantendo apenas termos de segunda ordem de M obtemos imediatamente,

$$m^2_{h_1^0} \approx \frac{M^2}{2\sqrt{2}}; \quad h_1^0 \approx H_1^0. \tag{3.39}$$

Denotaremos por M_R^2 a matriz desacoplada:

$$M_R^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} y' v_2^2 & -v_2 v_S \\ -v_2 v_S & v_2^2 \end{pmatrix}, \tag{3.40}$$

que por sua vez tem o seguinte espectro de massa:

$$m^2_{h_2^0} \approx \frac{\sqrt{2}}{8} v_2^2 (2 + y'), \tag{3.41}$$

$$m^2_{h_3^0} \approx \frac{\sqrt{2}}{8} v_2^2 y', \tag{3.42}$$

com os correspondentes autovetores:

$$h_2^0 \approx \frac{1}{\sqrt{v_2^2 + v_S^2}} (4 v_S H_2^0 - v_2 H_S^0), \tag{3.43}$$

e

$$h_3^0 \approx \frac{1}{\sqrt{v_2^2 + v_S^2}} (v_2 H_2^0 + 4 v_S H_S^0). \tag{3.44}$$

Com o objetivo de ver a testabilidade destes escalares em futuros aceleradores, como o LHC, a próxima seção dará valores númericos para as massas destes escalares reais e também dos pseudoescalares e escalares carregados.

3.4 Análise Numérica

A matriz dos escalares (matriz CP-par) não tem determinante nulo, o que já era esperado, uma vez que, não há mais bósons de Goldstone previstos no modelo, então para a obtenção das massas deste setor, deveríamos apenas calcular os autovalores para esta matriz. No entanto, o setor escalar neutro tem muitos parâmetros livres, o dificulta consideralvemente este cálculo. Então, as massas do setor escalar serão obtidas por cálculo numérico, onde usaremos como parâmetros de entrada os VEV's dos campos escalares envolvidos.

Nesta seção, os valores empregados para os cálculos das massas foram os seguintes: $M \approx 1$ TeV, $v_2 \approx 246GeV$, $v_S \approx 50$ GeV e as constantes de acoplamento λ's, são da ordem da unidade.

Para completar o espectro, os outros escalares também serão considerados nesta análise numérica, portanto, esta seção dedica-se a apresentação das massas dos escalares carregados, dos pseudoescalares e dos escalares neutros. Antes, porém, calcularemos a massa dos neutrinos através da fórmula do mecanismo *seesaw* triplo, equação (3.21).

A obtençao da massa dos neutrinos em *eV*, equação (3.22), só foi possível pelo fator cúbico no denominador, pois diminuiu a escala de energia necessária para a realização do mecanismo *seesaw* dos altos valores associados as teorias de unificação para a escala de TeV que é acessível ao LHC.

Para conciliar a massa dos neutrinos com o valor da massa de um pseudo-escalar possível WIMP (WIMP, do inglês *weakly interacting massive particles*) como veremos adiante, mas sem supor constantes de acoplamento exacerbadas, por exemplo, como os grandes ajsutes finos necessários nos termos de massa de Dirac e Majorana, um cenário físico plausível que possibilita a obtenção de neutrinos massivos na ordem de *eV* é dado por:

$$m_{\nu_l} \approx 0.05eV \quad \text{Aqui, usamos acoplamento y} \sim 10^{-4} \tag{3.45}$$

onde observamos que um ajuste fino maior, em relação a equação (3.22), foi necessário. Contudo, este ajuste ainda é menor que os ajustes dos léptons carregados. De fato este valor adotado para v_S e M produzem um cenário com candidato a CDM.

No setor escalar carregado, usando a mesma configuração de parâmetros, encontramos os seguintes valores de massa:

$$m_{h_1^+} = 0, \tag{3.46}$$

$$m_{h_2^+} \approx 1.2TeV \tag{3.47}$$

Para os pseudo-escalares, temos as seguinte massas:

$$m_{g_1^0} = 0, \tag{3.48}$$

$$m_{g_2^0} \approx 850GeV, \tag{3.49}$$

$$m_{g_3^0} \approx (5-10)GeV. \tag{3.50}$$

Podemos fazer uma importante consideração, comum aos setores carregado e pseudo-escalar: os valores obtidos contém apenas a aproximação numérica, isto é, as expressões analíticas obtidas para as massas são exatas, não dependendo, portanto, das constantes de acoplamento.

No setor dos escalares, para obtermos os valores numéricos, consideramos as constantes de acoplamento em uma análise conservadora, com todas da ordem de 10^{-1}. Adotando os valores $\lambda_1 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0.8$, $\lambda_3 = \lambda_6 = 0.3$ e $\lambda_2 = (0.15 - 0.35)$, encontramos os seguintes autovalores de massa para os escalares:

$$m_{h_1^0} \approx 600 GeV, \tag{3.51}$$

$$m_{h_2^0} \approx (116 - 151) GeV, \tag{3.52}$$

$$m_{h_3^0} \approx (57 - 97) GeV. \tag{3.53}$$

A massa $m_{h_1^0}$ supraescrita tem seu valor na escala do LHC, sendo considerado um valor aceitável, principalmente, por estar na faixa entre GeV e TeV, diferentemente das escalas de energia necessárias à realização do mecanismo *seesaw* do tipo I.

Com o desacoplamento da matriz M_R^2, nota-se que a segunda massa, $m_{h_2^0}$, tem seu autoestado composto em maior parte do Higgs padrão H_2^0, recuperando a física do bóson de Higgs padrão, o que credibilidade à esta extensão do MP. A faixa de massa apresentada ao Higgs, foi obtida através de um parâmetro livre. Para se obter a região de massa indicada, a constande de acomplamento, y', teve seu valor fixado no intervalor entre $(0.15 - 0.35)$, gerando um Higgs padrão com massa que corrobora com os limites inferior, que impõe $m_H > 114$ GeV [40] e superior, dado pela colaboração entre CDF e DØ, que excluiu, com 95% de C.L. (do inglês, *confidence level*), a região entre $158 < m_H < 175$ GeV [42].

O último escalar obtido, de massa $m_{h_3^0}$, apesar de ser mais leve do que o Higgs padrão, não apresenta problemas em relação a sua estabilidade, pois cinematicamente está proibido o decaimento $Z^0 \to h_3^0 h_3^0$, uma vez que $m_{h_3^0} > \frac{m_{Z^0}}{2}$.

Finalmente, em relação ao pseudo-escalar g_3^0, autoestado (3.35), temos uma importante consideração, pois ao ser totalmente desacoplado da base torna-se estável e sua massa no intervalo $m_{g_3^0} \sim 5 - 10$ GeV corrobora para um possível candidato a matéria escura fria.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O Modelo Padrão mostrou ao longo dos anos uma enorme precisão na explicação dos experimentos com aceleradores na escala energia de GeV, foi notório também seu poder de predição. Contudo, os fenômemos de oscilação de sabores entre as famílias observados com neutrinos solares e atmsoféricos indicaram que os sabores dos neutrinos se misturam para gerar os auto-estados físicos e que estes devem ser massivos, sugerindo que o Modelo Padrão deve ser visto como uma teoria efetiva em determinada escala de energia e não uma teoria final para a Física de Partículas.

A fim de acomodar a massa dos neutrinos, extensões mínimas podem ser feitas no MP, considerando possíveis termos de massa de Dirac ou operadores efetivos para neutrinos de Majorana, mas estes sempre requerem ou um ajuste fino nas constantes de acoplamento ou então uma alta escala de energia da ordem $\sim 10^{15}$GeV. Teoricamente, devemos evitar termos de massa com ajuste fino, pois estes aumentariam o problema de hierarquia entre as constantes de acoplamento do modelo. Experimentalmente, os aceleradores modernos não são capazes de gerar tal escala de energia, de modo que não há nenhuma informação acerca da sua aplicabilidade.

Do ponto de vista teórico, a Física de Partículas apresenta como melhor teoria para explicar a existência dos neutrinos massivos, os mecanismos do tipo *seesaw*, que extendem não-trivialmente o MP, acrescentando-lhe conteúdo de matéria extra. Contudo, os mecanismos de *seesaw* usais acabam por repetir as mesmas situações, exigindo massas em altas escalas de energia ou então os mesmos ajustes finos apontados nos termos de Dirac e Majorana. Para contornar estas situações um novo mecanismo *seesaw* para a geração de massa se faz necessário ou então uma modificação nas expressões dos mecanismos canônicos, para adaptá-los a nova escala de energia acessível ao LHC.

Neste sentido, como proposta de alto interessente apresenta-se o mecanismo *seesaw* triplo, que ajusta a condição de vínculo de potencial escalar do seesaw do tipo II, na expressão usual para a massa dos neutrinos do mecanismo *seesaw* do tipo I, promovendo um supressão com dependência cúbica da massa M dos neutrinos de mão-direita, de modo que, uma massa $M = (1-10)TeV$ forneça uma supressão na faixa de 10^{9-12}, produzindo neutrinos massivos sem qualquer tipo de ajuste fino.

No estudo do setor escalar do mecanismo *seesaw* triplo, recuperamos o bóson de Higgs do Modelo Padrão com massa na região $116 < m_H < 151$ GeV, que está de acordo com o limite inferior $m_H > 114$ GeV do PDG e está fora da região entre $158 < m_H < 175$ GeV, excluída com 95% de C.L. pela colaboração CDF e DØ.

Em nosso trabalho, analisamos a expressão da massa dos neutrinos e o setor escalar do mecanismo *seesaw* triplo em um cenário que fosse consistente tanto com o valor da massa indicada nos experimentos de oscilação de sabor quanto compatível com os requisitos para um WIMP (*weakly interacting massive particles*), e obtivemos neutrinos com massa $m_{\nu_l} \approx 0.05$ eV e, nosso principal resultado, um pseudoescalar com massa em torno de 5-10 GeV que é estável e pode ser, portanto, um possível candidato a matéria escura do tipo WIMP.

Dando continuidade aos nossos estudos, pretendemos verficar se este pseudo-escalar se configura de fato como um bom candidato para WIMP. Para tanto, verificaremos se esta partícula trata-se de uma possível matéria escura fria, através do cálculo da sua temperatura de desacoplamento, e também da sua abundância, para vermos qual sua contribuição na densidade de matéria escura do universo.

Apêndice A
Relações Importantes

Os campos de mão direita e mão esquerda são definidos a partir dos operadores de quiralidade da seguinte maneira:

$$\Psi_L = L\Psi = \frac{1-\gamma_5}{2}\Psi \tag{A.1}$$

$$\Psi_R = R\Psi = \frac{1+\gamma_5}{2}\Psi \tag{A.2}$$

onde a matriz $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, obedece:

$$(\gamma^5)^2 = I \tag{A.3}$$

Ainda tem-se as seguintes relações:

$$L.R = R.L = 0 \tag{A.4}$$

$$L^2 = L \tag{A.5}$$

$$R^2 = R \tag{A.6}$$

$$\overline{\Psi}_L = \overline{\Psi}(\frac{1+\gamma_5}{2}) \tag{A.7}$$

$$\overline{\Psi}_R = \overline{\Psi}(\frac{1-\gamma_5}{2}) \tag{A.8}$$

O Operador Conjugação de Carga é definido da seguinte maneira:

$$\overline{\Psi}^C = -\Psi^T C^{-1} \tag{A.9}$$

com $C = i\gamma^2\gamma^0$ obedecendo as seguintes relações:

$$C^{-1}\gamma_\mu C = (-\gamma_\mu)^T \tag{A.10}$$

$$C = C^{-1} = -C^\dagger = -C^T \tag{A.11}$$

APÊNDICE B

Partículas de Majorana

Para estudar as Partículas de Majorana é importante definir o Operador de Conjugação de Carga C, que associa uma partícula à sua antipartícula:

$$\Psi^C = C\gamma^0\Psi^* = C\overline{\Psi}^T \tag{B.1}$$

por isso C é definido da seguinte forma:

$$C = i\gamma^2\gamma^0 \tag{B.2}$$

onde γ^i são as matrizes de Dirac e Ψ é um espinor de Dirac que pode ser escrito como:

$$\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \tag{B.3}$$

com χ ϕ tendo duas componentes cada.

Na representação de Weyl a matriz γ^5 é uma matriz diagonal:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \tag{B.4}$$

sendo $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

Com isso os projetores P_L e P_R ficam definidos por:

$$P_L = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

$$(\Psi_R)^c = C\gamma^0\Psi_R^* = i\gamma^2\Psi_R^* = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \phi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{B.5}$$

$$\Psi^c = C\gamma^0\Psi^* = i\gamma^2\Psi^* = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi^* \\ \phi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ -i\sigma^2\chi^* \end{pmatrix} \tag{B.6}$$

Usando as equações (B.5) e (B.6) e o operador de projeção P_L, obtem-se a seguinte relação um **espinor de Dirac**:

$$(\Psi_R)^c = (\Psi^c)_L, \tag{B.7}$$

ou equivalentemente:

$$(\Psi_L)^c = (\Psi^c)_R, \tag{B.8}$$

Para satisfazer a condição de Majorana, temos a seguinte definição:

$$\Psi_M = \Psi_M^c \tag{B.9}$$

Aplicando definição acima na equação (B.7) encontra-se a seguinte identidade, que caracteriza um **espinor de Majorana**,

$$(\Psi_R)^c = \Psi_L. \tag{B.10}$$

Portanto um espinor de Majorana é descrito por apenas uma helicidade (L ou R). Consequentemente, um termo de massa de Dirac que usualmente é escrito em termo das duas helicidades:

$$m\overline{\Psi_L}\Psi_R + h.c, \tag{B.11}$$

é simplificado no caso de um espinor de Majorana, usando a equação (B.10), podendo ser expresso apenas com uma helicidade:

$$m\overline{\Psi_L}\Psi_L^c + h.c, \tag{B.12}$$

ou

$$m\overline{\Psi_R}\Psi_R^c + h.c. \tag{B.13}$$

Como no mecanismo *seesaw* o neutrino pesado de mão-direita inserido é uma partícula de Majorana , o respectivo termo de massa será dado pela equação (B.13).

Referências Bibliográficas

[1] H. Weyl, Gravitation und Elektrizität. Sitzungsber. Akademie der Wissenschaften Berlin, 465-480 (1918); H. Weyl, Ann. Physik **59**, 101 (1919); uma tradução para o inglês pode ser encontrada em L. O'Raifeartaigh, The Dawning of Gauge Theory. Princeton University Press.

[2] H. Weyl, Z. Physik **56**, 330 (1929); V. Fock, Z. Physik **39**, 226 (1927); F. London, Z. Physik **42**, 375 (1927).

[3] E. Fermi, Z. Phys. **88**, 161 (1934).

[4] C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. **95**, 631 (1954); C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).

[5] J. Schwinger, Ann. Phys. **2**, 407 (1957).

[6] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).

[7] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).

[8] A. Salam, in Elementary Particle Theory, The Nobel Symposium 8, editado por N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, p. 367, 1968).

[9] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964); P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).

[10] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **27**, 1688 (1971).

[11] J.J. Aubert et al. Physical Review Letters **33** 1404 (1974).

[12] F.J. Hasert et al. (Gargamelle Neutrino Collaboration), Phys. Lett. **B46**, 138 (1973); Nucl. Phys. **B73**, 1 (1974); F.J. Hasert et al., Phys. Lett. **B46**, 121 (1973).

[13] F. Abe et al. (CDF Collaboration) Phys. Rev. Lett. **74** (14) 2626-2631 (1995); S. Abachi et al. (DØ Collaboration) Phys. Rev. Lett. **74** (13) 2422-2426 (1995).

[14] T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. **D73**, 013003 (2006).

[15] V. Barger, D.Marfatia, and K.Whisnant, Int. J.Mod. Phys. **E12**, 569 (2003); B. Kayser, p. 145 of the Review of Particle Physics, Phys. Lett. **B592**, 1 (2004); M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, "Phenomenology with Massive Neutrinos,"arXiv:0704.1800 [hepph]; R. N. Mohapatra and A. Y. Smirnov, "Neutrino mass and new physics,"Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **56** (2006) 569 [arXiv:hep-ph/0603118]; A. Strumia and F. Vissani, "Neutrino masses and mixings and.,"arXiv:hep-ph/0606054.

[16] N. Solomey, The Elusive Neutrino, Scientific American Library, New York, (1997).

[17] Davis R. et al, Phys. Rev. Lett. **20**, 1205 – 1209, (1968).

[18] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), disponível em arXiv: hep-ex/0205075.

[19] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); Y. Ashie et al. (Super-Kamiokande Collaboration), disponível em arXiv: hep-ex/0501064 v2.

[20] Q. R. Ahmad et al. (SNO Collaboration), Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002); S. N. Ahmed et al. (SNO Collaboration), disponível em arXiv: nucl-ex/0309004.

[21] K. Eguchi et al. (KamLand Collaboration), Phys. Rev. Lett. **90**, 021802 (2003).

[22] S. H. Ahn et al. (K2K Collaboration), Phys. Lett. **B** 511 (2001) 178; M. H. Ahn et al. (K2K Collaboration), Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 041801; E. Aliuet al. (The K2K Collaboration), disponível em hep-ex/0411038.

[23] R. N. Mohapatra, Unification and Supersymetry: The Frontiers of Quark-Lepton Physics, Springer, 3º Ed. (2002).

[24] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, Supergravity (P. van Nieuwenhuizen et al. eds.), North Holland, Amsterdam, 1980, p. 315; T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on the Uni?ed Theory and the Baryon Number in the Universe (O. Sawada and A. Sugamoto, eds.), KEK, Tsukuba, Japan, 1979, p. 95; S. L. Glashow, The future of elementary particle physics, in Proceedings of the 1979 Carg‘ese Summer Institute on Quarks and Leptons (M. L´evy et al. eds.), Plenum Press, New York, 1980, pp. 687-713; R. N. Mohapatra and G. Senjanovi´c, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980); P. Ramond, hep-ph/980945.

[25] W. Konetschny and W. Kummer, Nonconservation Of Total Lepton Number With Scalar Bosons, Phys. Lett. B **70** (1977) 433; T. P. Cheng and L. F. Li, Neutrino Masses, Mixings And Oscillations In $SU(2) \otimes U(1)$ Models Of Electroweak Interactions, Phys. Rev. D **22**

(1980) 2860; G. Lazarides, Q. Shafi and C. Wetterich, Proton Lifetime And Fermion Masses In An $SO(10)$ Model, Nucl. Phys. B **181** (1981) 287; J. Schechter and J. W. F. Valle, Neutrino Masses In $SU(2) \otimes U(1)$ Theories, Phys. Rev. D **22** (1980) 2227; R. N. Mohapatra and G. Senjanovi´c, NeutrinoMasses And Mixings In GaugeModels with Spontaneous Parity Violation, Phys. Rev. D **23** (1981) 165.

[26] R. Foot, H. Lew, X. G. He and G. C. Joshi, Z. Phys. **C44** 441 (1989).

[27] R. N. Mohapatra and J. W. F. Valle, Phys. Rev. **D34**, 1642 (1986). M. C. Gonzalez-Garcia and J. W. F. Valle, Phys. Lett. **B216**, 360 (1989); para uma versão mais recente E. Ma, arXiv:0904.4450 [hep-ph].

[28] Ernest Ma, Phys. Rev. Lett. **86**: 2502 (2001).

[29] W. Grimus, L. Lavoura, B. Radovcic, Phys. Lett. **B674**, 117 (2009).

[30] C. A. de S. Pires, D. Cogollo, H. Diniz, Phys. Lett. **B687**:400-404, (2010).

[31] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak, and Eletromagnetic Interactions, Benjamin/ Cummings Company, (1983).

[32] F. Halzen, A. D. Martin, Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley, 1984.

[33] Thornton, Marion. Classical dynamics of particles and systems, 5ª ed., Brooks/Cole, (2004).

[34] Kittel, Charles. Introduction to Solid State Physics, 6ª ed., John Wiley & Sons (1986).

[35] E. Noether et al. Math-phys. Klasse **1918**: 235 - 257 (1918). Tradução para o inglês disponível em arXiv: physics/0503066v1.

[36] J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).

[37] J. Ellis, M. K. Gaillard e D. Nanopoulos, Nucl. Phys. B. **106**, 292 (1976).

[38] S.F. Novaes, Standard Model: An Introduction, disponível em arxiv: hep-ph/ 0001283v1.

[39] C. Caso et al., The European Physical Journal **1** (1998).

[40] C. Amsler et al. [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667**, 1 (2010).

[41] Mandl, F.; Shaw, G. Quantum Field Theory. John Wiley Sons (1993).

[42] The TEVNPH Working Group, "Combined CDF and D0 Upper Limits on Standard Model Higgs-Boson Production with up to $6.7fb^{-1}$ of Data"(2010), disponível em arXiv: hep-ph/1007.4587v1.

[43] T. van Ritbergen e R. G. Stuart, Phys. Rev. Lett. 82, 488 (1999).

[44] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).

[45] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D 2, 1285 (1970).

[46] L. L. Chau e W.Y. Keung,Phys. Rev. Lett. **53**, 1802 (1984).

[47] M. Kobayashi, T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973).

[48] C. Caso et al., The European Physical Journal **1** (1998).

[49] D. Pocanic et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 181803 (2004) [hep-ex/0312030].

[50] B. Pontecorvo (1957) Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33**, 549 – 551, traduzido para o ingês in Sov. Phys. JETP **6**, 429, (1957).

[51] Griffiths, D. (2008) Quantum Electrodynamics, in Introduction to Elementary Particles, Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, Germany.

[52] G. A. Valdiviesso, M. M. Guzzo, Rev. Bras. de Ens. de Fís., **27**, nº 4, 495 (2005).

[53] C.L Cowan Jr., F. Reines, F.B. Harrison, H.W. Kruse, A.D McGuire. Detection of the Free Neutrino: a Confirmation Science **124** 3212, (1956).

[54] M. Gell-Man, A. Pais. Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).

[55] G. Danby, J-M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz and J. Steinberger, Phys. Rev. Lett. **9**, 36 (1962).

[56] Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).

[57] R.N. Mohapatra and P.B. Pal, Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, 3aEdition, World Scientific (2004).

[58] Altarelli, G., Status of Neutrino Masses and Mixing in 2010, In: Quarks, Strings and the Cosmos - Hector Rubinstein Memorial Symposium, 2010, Suécia, disponível em arXiv: hep-ph/1011.5342v1.

[59] Ian Aitchison, Supersymmetry in particle physics: an elementary introduction, (Cambridge, 2007).

[60] R.N. Mohapatra et al., Rept. Prog. Phys. **70**, 1757 (2005).

[61] C. Giunti and C.W. Kim, Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press (2007).

[62] M.E. Peskin and D.V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory Addison-Wesley (1995).

[63] E. Majorana, Nuovo Cimento, **14**, 171-184 (1937).

[64] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43** 1566 (1979).

[65] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Palazzo, A. M. Rotunno, Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 141801, [ArXiv:0806.2649]. G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Palazzo, A. M. Rotunno, [ArXiv:0809.2936].

[66] R. N. Mohapatra et al, Rept. Prog. Phys. **70**, 1757-1867,(2007).

[67] J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. **D10**, 275 (1974); R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Phys. Rev.**D11**, 566, 2558 (1975); G. Senjanovi´c and R. N. Mohapatra, Phys. Rev. **D12**, 1502 (1975).

[68] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 912.

[69] S.M. Bilenky et al., Progress in Particle and Nuclear Physics Volume **43**, 1-86, (1999).

[70] Pavel Fileviez Pérez, Tao Han, Guiyu Huang, Tong Li, and Kai Wang, Phys. Rev. D **78**, 015018 (2008), disponível em arXiv hep-ph/0805.3536v2.

[71] R. Foot, H. Lew, X. G. He, G. C. Joshi, Z. Phys. **C4**4, 441 (1989); E. Ma, Phys. Rev. Lett. **81**, 1171 (1998).

[72] P. S. Bhupal Dev, R. N. Mohapatra, Phys. Rev. **D81**: 013001 (2010); W. Grimus, L. Lavoura, arXiv:0912.4361; He Zhang, Shun Zhou, arXiv:0912.2661;; Zhi-zhong Xing, Shun Zhou, Phys. Lett. **B679**: 249 (2009); K. Huitu, S. khalil, H. Okada, S. K. Rai, Phys. Rev. Lett. **101**, 181802 (2008); J. Kersten , A. Y. Smirnov, Phys. Rev. **D76**, 073005 (2007). D. Atwood, S. Bar-Shalom, A. Soni, Phys. Rev. **D76**, 033004 (2007); F. del Aguila, J. A. AguilarSaavedra, R. Pittau, JHEP **0710**, 047 (2007); F. M. L. de Almeida, Jr., Y. Do A. Coutinho, J. A. M. Simoes, A. J. Ramalho, S. Wulck, M. A. B. do Vale, Phys. Rev. **D75**, 075002 (2007); F. del Aguila, J. A. Aguilar-Saavedra, R. Pittau, J. Phys. Conf. Ser. **53**, 506 (2006)

[73] Edward W. Kolb, Michael S. Turner, The early Universe, (Addison-Wesley Publishing Company, 1990).