Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Física

Dissertação de Mestrado

Mecanismos de Geração de Massa para Neutrinos

Dibartolomei A. P. de Lima

João Pessoa
-2010-

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Física

Dibartolomei A. P. de Lima

Mecanismos de Geração de Massa para Neutrinos

Defesa apresentada Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio R. da Silva

João Pessoa
-2010-

L732m Lima, Dibartolomei A. P. de.
Mecanismos de geração de massa para neutrinos / Dibartolomei A. P. de Lima. - - João Pessoa : [s.n.], 2010.
77 f. il.

Orientador: Paulo Sérgio R. da Silva
Dissertação (Mestrado) – UFPB/CCEN.

1. Física. 2. Mecanismo de Seesaw. 3. Operadores Efetivos. 4. Massa para neutrinos.

UFPB/BC CDU: 53(043)

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

DECLARAÇÃO

A Comissão Examinadora que abaixo assina este documento, reunida no dia 19 de novembro de 2010, na Sala de Reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, **aprova** o Sr. **Dibartolomei Antônio Pereira de Lima** na defesa de sua dissertação intitulada "*Mecanismos de geração de massa para neutrinos*".

João Pessoa, 19 de novembro de 2010

Orientador:
(Presidente da Banca)

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
(DF/UFPB)

Co-Orientador: *NÃO HÁ*

(---)

1° Examinador:
(Interno)

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
(DF/UFPB)

2° Examinador:
(Externo)

Prof. Dr. Rômulo Rodrigues da Silva
(UFCG)

A meus pais
Aos meus amigos
A minha noiva

Epígrafe

Essa praça é um chamariz de desocupados...

Autor não identificado...

Agradecimentos

Acima de tudo agradeço ao meu Deus que concedeu-me a vida e esta rica oportunidade de aprender, ao apoio incondicional dos meus pais nesta jornada, por Ele ter colocado pessoas tão especiais na minha vida como meus amigos e companheiros de estudo: Yuri, com quem estudava na biblioteca do Lauro e por vezes nas praças do Ipsep, pelos amigos da graduação dentre os quais destacam-se Rafael Alves, Eliasibe Luís, Marcone Isidório e Tiago Sobral pelo grande apoio e amizade, pela família que fiz na Casa Ugauga, por Diogo Melo pelo suporte técnico a digitação deste trabalho, por todos os amigos do mestrado, especialmente por Farinaldo Queiroz, Wellington Lima e Paulo Lenon pelos conselhos e ensinamentos sobre partículas, por meus mestres José Rogoberto e Erotides Marinho que abriram meus olhos para esta belíssima ciência, Marcelo Leite e meu orientador Paulo Sérgio R. da Silva que ajudaram a consolidar esta visão sobre a Física, pela família que tenho na ICVN especialmente pelo Pastor Weldson Salles cujos ensinamentos me fortalecem. Pela minha noiva, com quem tenho grande prazer de compartilhar esta grande realização, muito obrigado pelo amor e compreensão sobretudo neste tempo.

Ao CNPq que liberou verba para minhas pesquisas.

Resumo

Estudamos neste trabalho dois mecanismos para geração de massa para neutrinos que são extensões do MP. O segundo capítulo é uma apresentação do Modelo Padrão com seu conteúdo e principais aspectos. No terceiro capítulo abordamos uma extensão com a inserção da componente de mão-direita do neutrino implicando em neutrinos massivos de Dirac, e num termo de massa de Majorana cuja combinação com o primeiro termo resulta no Mecanismo de Seesaw tipo I. No quarto capítulo a extensão é feita pela adição de um tripleto de escalares por $SU(2)$ fornecendo um termo de massa de Majorana para os neutrinos levando ao Mecanismo de Seesaw tipo II. O último capítulo apresentamos o operador efetivo em baixas energias que fornece a massa pequena dos neutrinos sem associar qual a teoria fundamental que leva a este operador.

Palavras chave: Mecanismo de Seesaw; Operadores Efetivos; Massa para Neutrinos.

Abstract

Studied in this work two mechanisms for generating mass for the neutrinos which are extentions of the SM. The first chapter is a presentation of the Standard Model with its contents and properties. The second chapter discusses an extension with the insertion of the right-handed neutrino component that implies in Dirac's massive particle and a Majorana mass term, which combines with the first term to result in Type I Seesaw. In The third chapter the extension is made by adition of a triplet of scalars that generates to a Majorana mass term for neutrinos leading to Type II Seesaw. In The last chapter we study the effective operator at low energies that generates as a more elegant and short mass for neutrinos associate without which the fundamental theory that leads to that operator.

Keywords: Seesaw Mechanism; Effective Operators; Neutrino Mass

Sumário

1 Introdução **3**

2 Modelo Padrão das Interações Eletrofracas **5**

2.1 Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs 8

2.2 Corrente Carregada do Setor Leptônico 11

2.3 Corrente Neutra do Setor Leptônico 13

2.4 Setor Hadrônico 14

2.5 Lagrangiana de Yukawa 16

3 Mecanismo de Seesaw Tipo I **22**

3.1 Massa de Dirac para Neutrinos 22

3.1.1 Mistura de Neutrinos 27

3.2 Termo de Massa de Majorana 29

3.2.1 Interações Fracas para Neutrinos de Majorana 32

3.2.2 Decaimento Beta Duplo sem Neutrinos 33

3.3 Seesaw Tipo I 35

3.4 Interações no Modelo 38

4 Mecanismo de Seesaw Tipo II **40**

4.1 Lagrangiana do Modelo 40
4.2 Correções para a Massa dos Bósons de Gauge 43
4.3 Setor de Escalares do Modelo 48
4.4 Massa para Neutrinos no Seesaw Tipo II 59
4.5 Comparações entre os mecanismos de seesaw tipo I e II 60

5 Operadores Efetivos **62**
5.1 Teoria efetiva para massa de neutrinos 62
5.1.1 Teoria a altas energias: mecanismos de seesaw 63
5.1.2 Seesaw Tipo I 64
5.1.3 Seesaw Tipo II 65
5.1.4 Seesaw Tipo III 66

6 Conclusão **67**

A Relações Importantes **69**

B Partícula de Majorana **71**

Referências Bibliográficas **74**

Capítulo 1

Introdução

Neutrinos tiveram um papel fundamental no estabelecimento da teoria vigente das interações fracas e eletromagnéticas, o Modelo Padrão (MP). A primeira evidência para esta unificação (a descoberta das correntes neutras) foi obtida em experimentos com neutrinos no CERN em 1973 [1]. Estas partículas são bem peculiares em relação aos outros férmions do MP, como por exemplo no fato de os quarks e léptons carregados terem sua natureza bem determinada, são partículas de Dirac. Enquanto que para os neutrinos ainda se busca por esta resposta, através de trabalhos teóricos e na expectativa da verificação experimental do decaimento beta duplo sem neutrinos, que pode confirmar que neutrinos são partículas de Majorana. Uma outra diferença, está no fato que todos os férmions do MP terem sua massa bem determinada com excessão dos neutrinos que não tem massa neste modelo. Porém, recentemente (1998) a colaboração do Super-Kamiokande [2] mostrou que os neutrinos devem ter massa deixando claro que o MP não está completo, o que nos leva de imediato a pensar em extende-lo. Dentre as muitas extensões que podem ser feitas a partir do conteúdo do MP afim de obter-se neutrinos

leves, estudaremos duas delas conhecidas como mecanismos de seesaw que levam os neutrinos a serem partículas de Majorana massivas e leves, porém para que este mecanismo funcione, para cada neutrino leve deve existir um outro neutrino cuja massa está numa escala muito acima da escala eletrofraca. No último capítulo apresentaremos um operador efetivo capaz de gerar massa de Majorana para os neutrinos. A este operador está associada uma nova escala de energia, da ordem de 10^{15}GeV, levando-nos a esperar uma teoria efetiva acima do MP. Sabemos que os modelos propostos precisam de confirmação experimental para serem estabelecidos e para tanto os mecanismos mencionados contam com suas assinaturas N, Δ e que podem ser produzidos no LHC se suas massas não forem muito maiores que a escala eletrofraca. A produção de neutrinos pesados [3], tripletos escalares [4; 5] e seus possíveis sinais tem sido exaustivamente estudados na literatura.

Vemos então a importância que os neutrinos tiveram para o MP bem como para trilharmos em busca de respostas deixadas em aberto por este modelo como a ausência de um candidato à matéria escura não-bariônica, a abundância de matéria sobre a antimatéria, a leveza dos neutrinos, dentre outras.

Capítulo 2

Modelo Padrão das Interações Eletrofracas

O modelo padrão das interações eletrofracas(MP) é resultado de um longo desenvolvimento e várias contribuições, entre as quais destacam-se S.L Glashow, S. Weinberg e A. Salam [6],[7] e [8]. Em seu modelo, eles conseguiram acomodar interações eletromagnéticas e fracas no grupo de gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$. O MP tem sido testado e confirmado com grande precisão ao longo das últimas décadas e assim ganhado cada vez mais credibilidade. Porém, ainda há questões em aberto que o modelo não explica, como a ausência de um candidato à matéria escura não-bariônica, a assimetria observada no universo entre matéria e anti-matéria, a massa dos neutrinos, dentre outras, que dão motivação para irmos além deste modelo.

Várias revisões do modelo padrão podem ser encontradas na literatura [9], portanto faremos aqui uma descrição resumida do modelo neste capítulo. Primeiro, vejamos como os férmions (partículas que obedecem a estatística de Fermi-Dirac)

estão dispostos no MP. Os férmions de mão-esquerda estão dispostos na representação fundamental de $SU(2)_L$ em dubletos, já os férmions de mão-direita dispostos em singletos na representação fundamental de $SU(2)_L$, como abaixo:

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R; \qquad L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \mu_R; \qquad L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \tau_R;$$
$$Q_1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R; \quad Q_2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R; \quad Q_3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R; . \tag{2.1}$$

Observemos que os neutrinos de mão-direita são ausentes no MP. Usaremos a seguinte notação: $L_j = L_e, L_\mu, L_\tau$ para os dubletos leptônicos e Q_{jL} para os dubletos de quarks. Como também $e_{jL} = e_L, \mu_L, \tau_L$ e $e_{jR} = e_R, \mu_R, \tau_R$ com $j =$ 1,2,3 respectivamente e Q_{iR} representando todos os quarks de mão-direita. Neste trabalho, o índice j representará um rótulo para cada uma das três famílias.

Agora define-se um operador carga elétrica em termos dos geradores diagonais dos grupos de $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, de modo que quando atue nos dubletos, forneça a carga elétrica correta dos léptons e quarks. Este operador é escrito como segue:

$$Q = \tau^3 + \frac{Y}{2}, \tag{2.2}$$

onde $\tau^3 = \frac{\sigma^3}{2}$, a hipercarga dos léptons é dada por $Y_{L_j} = -1$ e $Y_{e_{jR}} = -2$ e a hipercarga dos quarks por $Y_{Q_j} = \frac{1}{3}, Y_{u_R, c_R, t_R} = \frac{4}{3}$ e $Y_{d_R, s_R, b_R} = \frac{-2}{3}$.

Assim, construimos uma densidade Lagrangiana (ou Lagrangiana como nos

referiremos de agora em diante) composta por acoplamentos que respeitam as invariâncias pelo grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, Lorentz e renormalizabilidade, começando com:

$$\mathcal{L}_{leptons} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \tag{2.3}$$

notemos que tal Lagrangiana é invariante por $e^{i\alpha}$ global, isto é, o parâmetro α não depende das coordenadas espaço-temporais.

Contudo, desejamos que esta simetria seja local, isto é, o parâmetro dependendo das coordenadas, afim de obtermos as interações. Pode-se verificar que com esta exigência de simetria local, $\mathcal{L}_{leptons}$ não será invariante de gauge. Assim, a derivada ordinária é trocada pela derivada covariante de modo que a simetria local seja respeitada. Então teremos a seguinte mudança:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \tag{2.4}$$

onde

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y B_\mu$$

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y B_\mu + i\frac{g}{2}\sigma^c \cdot W_\mu^c \tag{2.5}$$

que atuarão nos campos de mão-direita e de mão-esquerda, respectivamente.

Agora a lagrangiana dos léptons será dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l &= \bar{\psi}_l i\gamma^\mu D_\mu \psi_l = \bar{e}_{jR} i\gamma^\mu (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_{e_{jR}} B_\mu) e_{jR} + \\ & \bar{L}_j i\gamma^\mu (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_{L_j} B_\mu + i\frac{g}{2}\tau^c \cdot W_\mu^c) L_j, \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde omitimos a soma em j para as três famílias.

A constante de acoplamento para o grupo de isospin fraco $SU(2)$ é chamada de g e a constante para o grupo de hipercarga fraca $U(1)_Y$ é chamada de g'. Notemos a presença dos campos W_μ e B_μ na derivada covariante, que são os bósons de gauge dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. A Lagrangiana referente à propagação destas partículas é dada por [10],

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}F^c_{\mu\nu}F^{c\mu\nu} - \frac{1}{4}f_{\mu\nu}f^{\mu\nu}, \tag{2.7}$$

onde $F^c_{\mu\nu} = \partial_\nu W^c_\mu - \partial_\mu W^c_\nu + g\epsilon_{abc}W^a_\mu W^b_\nu$ e $f_{\mu\nu} = \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu$ com a,b,c = 1,2,3.

Notemos que até agora não foram mencionados termos de massa para as partículas, pois a presença de tais termos violariam explicitamente as simetrias de gauge que estamos requerendo sobre o modelo. Precisamos então, de um mecanismo que gere espontaneamente a massa dos léptons, quarks e bósons de gauge, com exceção do fóton. Este mecanismo é denominado mecanismo de Higgs e sua idéia será apresentada a seguir.

2.1 Quebra espontânea de simetria e mecanismo de Higgs

Este mecanismo para o MP consiste em definirmos um dubleto de escalares complexos, com uma componente carregando carga elétrica e outra neutra, obedecendo às simetrias do modelo,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \tag{2.8}$$

A hipercarga do dubleto escalar $Y_\phi = +1$. Este valor é escolhido para que o operador carga elétrica da Eq. (2.2) associado ao dubleto deixe o vácuo invariante, em termos matemáticos significa que $Q\,|\phi_0\rangle = 0$. Isto significa que mesmo após a quebra espontânea da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ teremos uma simetria $U(1)$ de carga elétrica, que implica em uma conservação de carga elétrica (Teorema de Noether)[1]. Para entender o porquê de inserirmos um dubleto disposto desta maneira, basta abrir a Lagrangiana de Yukawa dada na seção 2.4 e impormos a conservação de carga elétrica.

Com isto em mente inserimos uma Lagrangiana escalar que obedeça às simetrias do MP,

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi), \tag{2.9}$$

onde $V(\phi^\dagger\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$ e $D_\mu \phi = (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_\phi B_\mu + i\frac{g}{2}\sigma^c \cdot W^c_\mu)\phi$.

Explicitando o termo cinético da Lagrangiana e fazendo a quebra espontânea de simetria(QES), que consiste em escolher um valor esperado do vácuo(VEV) para a componente neutra do dubleto de escalares(isto é, $\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}$), encontramos termos misturados que formam os estados ortogonais $W^\pm$ (partículas de carga positiva e negativa), que são os únicos bósons de gauge carregados da teoria. Encontramos também uma mistura entre os termos de massa entre W_3 e B_μ e quando passamos para a base de auto-estados de massa, encontramos um bóson de gauge massivo

[1] O teorema de Noether nos diz que: simetria contínua ⇒ carga conservada

Z^0 e outro bóson A_μ sem massa, que é o fóton. A combinação ortogonal de W^1 e W^2 é dada por,

$$W^{\pm} = \frac{W^1 \mp W^2}{\sqrt{2}}. \tag{2.10}$$

A combinação de W_3 e B_μ para formar o Z^0 e o fóton é escrita como,

$$Z_\mu = -B_\mu sen\theta_W + W^3_\mu cos\theta_W, \tag{2.11}$$

$$A_\mu = B_\mu cos\theta_W + W^3_\mu sen\theta_W, \tag{2.12}$$

e suas massas são dadas por,

$$M^2_{W^\pm} = \frac{g^2 v^2}{4}, \tag{2.13}$$

$$M^2_Z = \frac{v^2}{4}(g'^2 + g^2), \tag{2.14}$$

$$M^2_{A_\mu} = 0, \tag{2.15}$$

onde θ_W o ângulo de mistura dos bósons de gauge neutros, mais conhecido como ângulo de Weinberg, com $sen\theta_W = g'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ e $cos\theta_W = g/\sqrt{g^2 + g'^2}$. Estas relações entre o ângulo de Weinberg e as constantes de acoplamento são extraídas quando diagonalizamos a matriz de massa. O valor experimental do ângulo de Weinberg dado por $sen^2\theta_W \cong 0.2310$ [11]. O valor esperado do vácuo da componente real do campo escalar neutro ϕ^0, será obtido na próxima seção quando

falarmos da corrente carregada.

Os valores para as massas dos bósons de gauge obtidos através deste modelo são,

$$M_{W^{\pm}} = (80{,}403 \pm 0{,}029)\ \text{GeV}, \tag{2.16}$$

$$M_Z = (91{,}1876 \pm 0{,}0021)\ \text{GeV}. \tag{2.17}$$

O potencial fornece o termo de massa do Higgs dado por,

$$M_H = \sqrt{2\lambda}\ v. \tag{2.18}$$

A massa do Bóson de Higgs não pode ser determinada pelo MP devido a liberdade que existe no parâmetro λ, apenas são conhecidos vínculos sobre a esta massa [12]. O funcionamento do LHC traz uma grande esperança para a detecção desta partícula bem como respostas quanto ao mecanismo de geração de massa para as partículas do MP.

2.2 Corrente Carregada do Setor Leptônico

A corrente carregada refere-se às interações envolvendo bósons de gauge carregados, isto corresponde aos termos não diagonais da Eq. (2.6). Desta forma,

$$\mathcal{L}_{cc,l} = -\frac{g}{\sqrt{2}}[\bar{\nu}_{e_{jL}}\gamma^{\mu}e_{jL}W_{\mu}^{+} + \bar{e}_{jL}\gamma^{\mu}\nu_{e_{jL}}W_{\mu}^{-}], \tag{2.19}$$

e usando as definições dos operadores quiralidade dadas no apêndice A obtemos,

$$\mathcal{L}_{cc,l} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}[\bar{\nu}_{e_j}\gamma_\mu(1-\gamma_5)e_{jL}W^+ + \bar{e}_j\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{e_j}W^-]. \tag{2.20}$$

A constante g acima deve ser relacionada com a constante de Fermi (G_F) das interações fracas, que possui seu valor conhecido experimentalmente, pois as correntes fracas do MP devem coincidir com a teoria efetiva de Fermi no limite de baixas energias, visto que esta última descreve muito bem as interações fracas em baixas energias. Esta afirmação conduz a seguinte relação,

$$\frac{g^2}{8} = \frac{1}{\sqrt{2}}G_F M_W^2. \tag{2.21}$$

A partir desta equação acima e com o uso de (2.13), obtemos o valor esperado do vácuo do MP,

$$v^2 = \frac{\sqrt{2}}{2G_F} \rightarrow v = 246 \text{ GeV}. \tag{2.22}$$

Assim, usando a relação (2.21) podemos escrever a corrente carregada das interações eletro-fracas do MP das partículas elementares da forma usual,

$$\mathcal{L}_{cc,leptons} = -\left(\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}[\bar{\nu}_{ej}\gamma_\mu(1-\gamma_5)e_j W^+ + \bar{e}_j\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{ej}W^-]. \tag{2.23}$$

É válido ressaltar que a corrente carregada envolve apenas partículas de mão esquerda como vemos acima! Agora vejamos os termos diagonais da Eq. (2.6), que chamamos de corrente neutra.

2.3 Corrente Neutra do Setor Leptônico

A existência de corrente neutra nas interações fracas foi uma das predições do MP, uma vez que eram apenas conhecidas correntes envolvendo bósons de gauge carregados. A corrente neutra fornecerá interações envolvendo Z^0 e o fóton A_μ através do desenvolvimento dos termos diagonais da Eq. (2.6), e com o uso das identidades (2.11) e (2.12) e com as relações envolvendo o ângulo de Weinberg e as constantes de acoplamento encontrou-se [10],

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cn} &= \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\bar{e}_j\gamma^\mu e_j A_\mu - \frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\bar{\nu}_{e_{jL}}\gamma^\mu\nu_{e_{jL}}Z_\mu + \frac{(g^2-g'^2)}{2\sqrt{g^2+g'^2}}\bar{e}_{jL}\gamma^\mu e_{jL}Z_\mu \\ &\quad -\frac{g'^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}\bar{e}_{jR}\gamma^\mu e_{jR}Z_\mu. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Podemos rescrever esta equação em termos de constantes conhecidas, pois, como foi anteriormente mencionado, teremos uma simetria $U(1)$ associada a eletrodinâmica quântica (QED), desta forma devemos identificar o acoplamento elétron-fóton com a carga elétrica,

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}} = \mathbf{e}, \tag{2.25}$$

o que implica em,

$$gsen\theta_W = \mathbf{e} = g'cos\theta_W. \tag{2.26}$$

A partir desta identidade as constantes abstratas associadas aos grupos de simetria são substituídas por quantidades físicas, o ângulo de mistura dos bósons

de gauge neutros e a carga elétrica. Em termos de G_F e θ_W, temos [10],

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cn} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\bar{e}_j[(2sen^2\theta_W-1)\gamma^\mu(1-\gamma_5)+2sen^2\theta_W\gamma^\mu(1+\gamma_5)]e_j Z_\mu\right. \\ &\left.\bar{\nu}_{e_j}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu_{e_j}Z_\mu\right\}+e\ \bar{e}_j\gamma^\mu e_j A_\mu. \qquad (2.27)\end{aligned}$$

Agora que obtemos as interações entre os bósons de gauge e os léptons, devemos fazer o mesmo para os quarks.

2.4 Setor Hadrônico

A Lagrangiana hadrônica fornece as interações dos quarks com os bósons de gauge semelhante a Lagrangiana dos léptons, mas há acoplamentos e características diferentes que iremos discutir adiante. Dada a Lagrangiana dos quarks,

$$\mathcal{L}_q = \overline{Q}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iR} + \overline{Q}_{jL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{jL}, \qquad (2.28)$$

vamos obter, assim como foi feito para os léptons, as correntes carregada e neutra, porém iniciaremos com a corrente neutra por apresentar uma peculiaridade muito interessante. **A corrente neutra** corresponde novamente aos termos diagonais da equação (2.28) e para a primeira família,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cn,q} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\bar{u}\gamma^\mu[(1-\gamma_5)\sigma^3-4sen^2\theta Q_u]uZ_\mu\right. \\ &\left.\bar{d_\theta}\gamma^\mu[(1-\gamma_5)\sigma^3-4sen^2\theta Q_d]d_\theta Z_\mu\right\} \\ &-Q_u\bar{u}\gamma^\mu u A_\mu - Q_d\bar{d_\theta}\gamma^\mu d_\theta A_\mu, \qquad (2.29)\end{aligned}$$

onde $d \to d_\theta = d\ cos\theta_c + s\ sen\theta_c$.

Esta peculiaridade do quark d ser agora escrito em termos de um ângulo, chamado ângulo de Cabibbo, e de outro quark de sabor s, deve-se à proposta de Cabibbo [13]. Ele observou que em decaimentos hadrônicos a universalidade das interações fracas em baixas energias não era obedecida, mas que poderia ser restaurada se o quark d fosse escrito da forma acima. Porém com estas transformações, haveria troca de sabor na corrente neutra (especificamente troca de estranheza), troca esta que não era observada experimentalmente. Então em 1970 Glashow, Iliopoulos, and Maiani [14] propuseram a existência de um novo quark chamado charme (c) que formaria um dubleto com o quark s, onde $s \to s_\theta = s\ cos\theta_c - d\ sen\theta_c$. O problema era solucionado pois os termos envolvendo troca de sabor na corrente neutra se anulavam. A generalização para as três famílias pode ser dada em uma matriz envolvendo os ângulos de Cabibbo e é conhecida na literatura como a Matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, mas veremos que isto de fato se realiza na próxima seção.

A corrente carregada dos quarks para a primeira família análoga a dos léptons e é dada por,

$$\mathcal{L}_{cc,q} = -\left(\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}} [\bar{u}\gamma_\mu(1-\gamma_5)d_\theta W^+ + \bar{d}_\theta\gamma^\mu(1-\gamma_5)uW^-]. \tag{2.30}$$

Voltaremos a falar das correntes carregada e neutra de forma completa na próxima seção, pois a determinação da matriz de mistura de sabores entre os quarks pode ser apenas deduzida após a obtenção dos termos de massa para os

quarks como veremos na Lagrangiana de Yukawa.

2.5 Lagrangiana de Yukawa

A inserção do dubleto de Higgs possibilitou a geração de massa aos bósons de gauge, mas esta inserção também nos possibilita dar massa aos férmions assim como os acoplamentos com o Higgs, através da Lagrangiana de Yukawa. Ela pode ser escrita como,

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_{Y,leptons} + \mathcal{L}_{Y,q}. \tag{2.31}$$

A Lagrangiana dos léptons é simples por os neutrinos não possuirem massa no MP, portanto não há termos de mistura entre os termos de massas das partículas e é dada por,

$$\mathcal{L}_{Y,l} = -G_{e_j}(\bar{e}_{jR}\phi^\dagger L + \overline{L}\phi e_{jR}), \tag{2.32}$$

e após a quebra espontânea de simetria encontramos,

$$\mathcal{L}_{Y,l} = -G_{ej}\left[\bar{e}_{jR}\begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_{ej} \\ e_j \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{e_j} & \bar{e}_j \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_{jR}\right]. \tag{2.33}$$

Usando as propriedades envolvendo os operadores quiralidade dadas no apêndice A, achamos a partir da Eq. (2.5) os seguintes termos de massa,

$$\mathcal{L}_{Y,l} = -\frac{G_{e_j} v}{\sqrt{2}} \bar{e}_j e_j - \frac{G_{e_j}}{\sqrt{2}} \bar{e}_j e_j H. \tag{2.34}$$

Desta equação concluímos que $m_{ej} = G_{ej} v/\sqrt{2}$ e que os neutrinos não possuem massa no modelo padrão. Apesar de termos uma forte evidência atualmente de que os neutrinos possuam massa devido observação que eles oscilam [15], na época da construção do MP não tínhamos evidências nenhuma sobre tal massa, como também não se havia detectado um neutrino de mão direita para que se pudesse construir um termo de massa de Dirac tal como foi feito aos demais férmions do MP. Até hoje não podemos afirmar a existência de um neutrino de mão direita, assim como qual tipo de massa os neutrinos possuem (Dirac ou Majorana). Uma outra conclusão a que chegamos a partir desta Lagrangiana que, as interações do Higgs com os léptons são proporcionais às massas destes léptons como já havíamos adiantado. Isto acontece também com os vértices envolvendo o Higgs e os bósons de gauge como também com os quarks, que veremos nesta seção.

O fato de quarks de isospin fraco $+1/2$ possuírem uma componente de mão direita implica que precisamos de um dubleto de escalares de hipercarga -1 que pode ser construido da seguinte forma,

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^{-} \end{pmatrix}, \tag{2.35}$$

onde,

$$\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^*. \tag{2.36}$$

É válido salientar que $\tilde{\phi}$ não é um novo escalar, apenas um rearranjo invariante por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ do dubleto de Higgs para gerar massa aos quarks u, c e t. O setor hadrônico também apresenta uma outra peculiaridade com relação aos léptons que é o fato dos auto-estados de sabor estarem misturados como vimos na seção anterior. Diante disto, usaremos uma notação diferente da usada até então de forma a sintetizar a Lagrangiana de quarks. Adotaremos $U_i = u,c,t$ e $D_i = d,s,b$ e com R representando os quarks de mão direita. Nesta notação temos,

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -\sum_{i,j=1}^{3}\left[G^{U}_{ij}\overline{R}_{U_i}\left(\tilde{\phi}^{\dagger}Q_j\right) + G^{D}_{ij}\overline{R}_{D_i}\left(\phi^{\dagger}Q_j\right)\right] + h.c\ . \tag{2.37}$$

Com a quebra espontânea de simetria, obtemos os seguintes termos de massa [16],

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -\left[\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}}_R M^U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L + \overline{\begin{pmatrix} d' & s' & b' \end{pmatrix}}_R M^D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L\right] + h.c\,, \tag{2.38}$$

onde M^U e M^D são matrizes não diagonais e dadas por,

$$M^{U(D)}_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}}G^{U(D)}_{ij}. \tag{2.39}$$

Os auto-estados $q^{'}$ são as superposições dos auto-estados de massa q e são determinados pelas transformações unitárias,

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_{L,R} = U_{L,R} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R}, \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{L,R} = D_{L,R} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R}, \tag{2.40}$$

onde $U(D)_{L,R}$ são as matrizes que diagonalizam $M^{U(D)}$,

$$U_R^{-1} M^U U_L = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}; \tag{2.41}$$

$$D_R^{-1} M^D D_L = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \tag{2.42}$$

Com estas transformações unitárias a corrente carregada (2.30) para as 3 gerações será proporcional a,

$$\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \overline{\begin{pmatrix} u & c & t \end{pmatrix}}_L \left(U_L^\dagger D_L\right) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \tag{2.43}$$

onde este produto $U_L^\dagger D_L$ é a matriz de Cabibo-Kobayashi-Maskawa mencionada anteriormente, que define os ângulos de mistura entre os sabores dos quarks.

Por outro lado, a corrente neutra (2.29), para as três famílias ser proporcional aos dois termos a seguir,

$$\overline{\begin{pmatrix} u' & c' & t' \end{pmatrix}_L} \gamma_\mu \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u & c & t \end{pmatrix}_L \left(U_L^\dagger U_L\right) \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L , \tag{2.44}$$

$$\overline{\begin{pmatrix} d' & s' & b' \end{pmatrix}_L} \gamma_\mu \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} d & s & b \end{pmatrix}_L \left(D_L^\dagger D_L\right) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L . \tag{2.45}$$

Notemos que não há mistura de sabor na corrente neutra, uma vez que, $U_L^\dagger U_L = I = D_L^\dagger D_L$, pois U_L e D_L são matrizes unitárias. Como observamos apenas uma mistura de sabor na corrente carregada para os quarks de isospin fraco $-1/2$, convencionamos que,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = U_L^\dagger D_L \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \equiv V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L , \tag{2.46}$$

ou seja, a rotação dos quarks u, c, e t é absorvida pela rotação dos quarks d, s e b.

Portanto concluímos que, após fazer uma abordagem mais completa acerca das interações envolvendo os quarks, constatamos que não há uma mistura de sabor na corrente neutra e que a mistura de sabores na corrente carregada dada pelo matriz de Cabibo-Kobayashi-Maskawa. Quanto aos acoplamentos do Higgs com os quarks, são análogos aos dos léptons, proporcionais às massas da partículas envolvidas, e são extraídos da eq. (2.37). Como vimos, neutrinos são partículas

sem massa neste modelo e respostas à questões como assimetria entre matéria e anti-matéria estão intimamente relacionadas ao fato de neutrinos terem massa. O que veremos nos próximos capítulos são alguns mecanismos de geração de massa para estas partículas, e como estes mecanismos estão ligados a assimetria entre matéria e anti-matéria.

Capítulo 3

Mecanismo de Seesaw Tipo I

Neste capítulo veremos como construir termos de massa de Dirac e Majorana para os neutrinos. Além disto, analisaremos algumas consequências da inserção desses ao MP termos, tais como: mistura de sabor e duplo decaimento beta sem neutrinos. Por fim, constataremos que uma combinação destes dois termos nos leva ao chamado Mecanismo de Seesaw Tipo I, que fornece uma possível explicação para a leveza dos neutrinos. Mostraremos também as interções que este modelo traz através das correntes neutra e carregada.

3.1 Massa de Dirac para Neutrinos

Como vimos no modelo padrão, os léptons carregados e os quarks são partículas que possuem as duas quiralidades e portanto foi possível a obtenção do termo de massa de Dirac para os mesmos. Por outro lado, os neutrinos possuem apenas a componente de mão-esquerda, sendo assim partículas sem massa segundo este modelo. Similarmente aos léptons carregados e quarks, podemos inserir um neu-

trino de mão-direita ao MP e consequentemente escrever um termo de Yukawa para o neutrino. Tal modificação é denominada extensão mínima do modelo padrão.

Para uma única família, podemos escrever o termo em discussão como sendo

$$\mathcal{L}_{M_{D_\nu}} = -Y^{\nu\prime}\,\overline{L}\tilde{\phi}\nu_R + h.c, \tag{3.1}$$

onde L e $\tilde{\phi}$ são os dubletos usuais do modelo padrão. É possível demonstrar a invariância de gauge deste termo, uma vez que os dubletos possuem os seguintes números quânticos:

$$L \sim (1,2,-1), \quad \tilde{\phi} \sim (1,2,-1) \quad \text{e} \quad \nu_R \sim (1,1,0) \tag{3.2}$$

Após a quebra espontânea de simetria, temos:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

e

$$\tilde{\Phi} \equiv i\,\sigma_2\phi^* \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

Usando a definição usual para o dubleto de léptons e a última expressão para ϕ

na Eq. (3.1) obtemos:

$$-\frac{Y^{\nu\prime}}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \overline{\nu}_e & \overline{e} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \nu_{e_R} + h.c = \tag{3.5}$$
$$= -\frac{Y^{\nu\prime}}{\sqrt{2}} v \overline{\nu}_{e_L} \nu_{e_R} + h.c,$$

Nesta última equação o termo $Y^{\nu\prime}v/\sqrt{2}$ é um termo de massa de Dirac para o neutrino. Para as três famílias, utilizaremos o vetor coluna abaixo contendo as compenentes de mão direita dos neutrinos na base de auto-estados de interação,

$$\nu_R^{'} = \begin{pmatrix} \nu_{eR}^{'} \\ \nu_{\mu R}^{'} \\ \nu_{\tau R}^{'} \end{pmatrix}. \tag{3.6}$$

A partir deste vetor escrevemos a Lagrangiana na sua forma mais geral como,

$$\mathcal{L} = -\sum_{\alpha,\beta} Y_{\alpha\beta}^{'} \overline{L}_{\alpha\beta} \tilde{\phi} \nu_{\beta R}^{'} + h.c. \tag{3.7}$$

Na equação acima, Y' é uma nova matriz de constantes de Yukawa, a qual podemos diagonalizar e obter as massas e os respectivos auto-estados de massa.

Após a quebra espontânea de simetria e usando as equações (3.3) e (3.4) en-

contramos,

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{v}{\sqrt{2}}\overline{\nu}_L^{'} Y^{\nu\prime}\nu_R^{\prime} + h.c + ... \\ &= -\frac{v}{\sqrt{2}}\overline{\nu}_L^{'}(V_L^{\nu}(V_L^{\nu})^{-1})Y^{\nu\prime}(V_R^{\nu}(V_R^{\nu})^{-1})\nu_R^{'} + h.c. + ... \\ &= -\frac{v}{\sqrt{2}}(\overline{\nu}_L^{'}V_L^{\nu})(V_L^{\nu\dagger}Y^{\nu\prime}V_R^{\nu})(V_R^{\nu\dagger}\nu_R^{'}) + h.c. + ...\end{aligned} \tag{3.8}$$

onde as reticências referem-se aos termos de interação e V_L^{ν} e V_R^{ν} sendo matrizes unitárias 3×3 apropriadas. Utilizamos nesta passagem a propriedade ${V_{L,R}^{\nu}}^{\dagger} = (V_{L,R}^{\nu})^{-1}$. Escolhemos estas matrizes unitárias de forma a obter autovalores positivos após o processo de diagonalização (Para mais detalhes vide [29]), da Lagrangiana acima podemos definir que,

$$Y_{k,j}^{\nu} = V_L^{\nu\dagger}Y^{'\nu}V_R^{\nu}, \tag{3.9}$$

onde $Y_{k,j}^{\nu} = y_k^{\nu}\delta_{kj}$, o índice k na última expressão apenas rotula a componente da matriz (sem soma).

A partir da Eq. (3.8) podemos definir as relações

$$n_L = \overline{\nu}_L^{'}V_L^{\nu} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

e

$$n_R = V_R^{\nu\dagger}\nu_R^{'} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix}, \tag{3.11}$$

onde n_R e n_L são os auto-estados de massa.

Utilizando a forma diagonal da matriz de Yukawa escrevemos a lagrangina como,

$$\mathcal{L} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{3} y_k^{\nu} \overline{\nu}_{kL} \nu_{kR} + h.c + ..., \tag{3.12}$$

esta equação mostra que os campos ν_k são partículas de Dirac com massa definida. Usando o fato que $\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR}$ e que $\overline{\nu}_L \nu_L = \overline{\nu}_R \nu_R = 0$

$$\mathcal{L} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{k} y_k^{\nu} \overline{\nu}_k \nu_k + h.c. + ... \tag{3.13}$$

com as reticências indicando termos de interação.

A partir da Eq. (3.13) encontramos a massa de Dirac para o neutrino

$$m_k = \frac{v}{\sqrt{2}} y_k^{\nu}, \;\; k = 1,2,3. \tag{3.14}$$

Na Eq. (3.14) vemos que, assim como para os demais férmions, a massa do neutrino é proporcional ao VEV padrão, que possui um valor conhecido. Por outro lado, sabe-se que a massa dos neutrinos tem magnitude muito menor que a dos demais férmions, o que nos leva a concluir que devemos esperar pequenos valores para as constantes $y_k's$, segundo esse modelo. Não parece natural que haja uma diferença tão grande entre as constantes de Yukawa no MP. Portanto, seria interessante que houvesse um mecanismo alternativo que explicasse a leveza dos neutrinos sem supor acoplamentos tão pequenos. Vejamos uma consequência de neutrinos de Dirac com massa.

3.1.1 Mistura de Neutrinos

O simples modelo acima mostra que um termo de massa para neutrinos resultará na chamada mistura entre neutrinos, que pode ser observada através da corrente carregada. A interação dos bósons de gauge carregados com os léptons é segundo o MP dada por,

$$j^{\rho} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{k} \overline{l'_L} \gamma^{\rho} \nu'_{lL} + h.c, \tag{3.15}$$

onde ν_{lL} e l são os campos que conhecemos do MP.

Usando a eq.(3.10), podemos reescrever esta corrente em termos dos campos físicos como,

$$j^{\rho} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{l} \sum_{\alpha} \overline{l_L} \gamma^{\rho} V_{l\alpha} \nu_{lL} + h.c. \tag{3.16}$$

Isto mostra que em geral todos os neutrinos podem ter interações através da corrente carregada com um determinado lépton carregado (desde que nenhum elemento de V seja nulo). Uma consequência imediata da mistura entre neutrinos é que não faz mais sentido falarmos em um número leptônico de uma família, isto porque um auto-estado de massa é uma mistura de ν_e, ν_μ e ν_τ. Portanto a única simetria global que permanece no setor leptônico é a conservação do número leptônico total.

Como no caso dos quarks discutido no capítulo 1, esta mistura leva a um matriz de massa. Portanto, como nesta extensão os neutrinos são partículas de Dirac, a matriz de mistura terá propriedades análogas a matriz CKM. Dependerá de quatro parâmetros físicos: três ângulos de mistura e uma fase responsável pela violação de CP. Igualmente aos quarks, cinco das seis fases da matriz de mistura são não-

físicas, pois podem ser eliminadas por uma redefinição dos campos de neutrino e dos léptons carregados. Podemos ver isto a partir da Eq. (3.16) , que é invariante sob as transformações globais,

$$\nu_{kL} \to e^{i\phi_k}\nu_{kL}, \quad \nu_{kR} \to e^{i\phi_k}\nu_{kR} \quad (k = 1,2,3)$$

$$l_{\alpha L} \to e^{i\phi_\alpha} l_{\alpha L}, \quad l_{\alpha R} \to e^{i\phi_\alpha} l_{\alpha R} \quad (\alpha = e,\mu,\tau), \tag{3.17}$$

com três fases independentes ϕ_k para os neutrinos massivos e três fases independentes ϕ_α para os léptons carregados maçiços. Substituindo esses campos em (3.16) vemos 5 das 6 fases de V são absorvidas. Assim, uma parametrização comum de V em termos de ângulos de mistura e da fase violando CP é dada por [17]

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & c_{13}s_{12} & e^{-i\delta}s_{13} \\ -c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} - c_{23}s_{12} & c_{12}c_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}s_{23} & c_{13}s_{23} \\ -s_{12}s_{23} - e^{i\delta}c_{12}c_{23}s_{13} & -c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta} - c_{12}s_{23} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \tag{3.18}$$

onde $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $0 \leq \theta_{ij} \leq \pi/2$ e $0 \leq \delta \leq 2\pi$. A fase δ é a fase de Dirac violando CP. Em particular, a violação de CP pode ser quantificada em termos do invariante de Jarlskog [18],

$$J = Im(V_{\mu 3}V_{e2}V_{\mu 2}^*V_{e3}^*). \tag{3.19}$$

Nesta parametrização o invariante de Jarlskog é dado por,

$$J = c_{12}s_{12}c_{23}s_{23}c_{13}^2 s_{13} sin\delta_{13}. \tag{3.20}$$

Este invariante é importante para o estudo das assimetrias CP e T nas oscilações de neutrinos [19].

3.2 Termo de Massa de Majorana

Devido ao fato dos espinores de Majorana, ψ e ψ^c, serem solução da mesma equação, as componentes quirais não são independentes (vide apêndice B). Assim, precisamos apenas de uma componente quiral para gerar um termo de massa de Majorana para neutrinos. Podemos obter a Lagrangiana de massa de Majorana relacionando a componente de mão esquerda da seguinte forma,

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} m \overline{\nu}_L^c \nu_L + h.c. \tag{3.21}$$

Notemos que o termo acima não é invariante pelas simetrias de gauge do MP. Portanto, não será utilizado no mecanismo que veremos adiante para a geração de massa para neutrinos. Para a componente de mão direita o termo de massa é dado por,

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} m \overline{\nu}_R^c \nu_R + h.c. \tag{3.22}$$

Vimos que se neutrinos maçiços são partículas de Dirac, o número leptônico total era conservado, uma vez que havia uma simetria global $U(1)$ e pelo teorema de Noether, para cada simetria contínua existe uma carga conservada. No caso de neutrinos massivos de Majorana o termo de massa não possui tal simetria. Isso pode ser verificado fazendo a seguinte transformação global no campo dos neutrinos de Majorana,

$$\nu_L \to e^{i\phi} \nu_L, \tag{3.23}$$

que, quando substituída na Eq. (3.22), nos conduz a

$$\mathcal{L}'^{M}_{m} = \frac{1}{2} m e^{2i\phi} \overline{\nu}^{c}_{L} \nu_{L} + h.c, \tag{3.24}$$

onde vemos claramente a permanência do fator exponencial que mostra a ausência da simetria global do número leptônico. Um possível efeito físico desta violação será analisado mais adiante.

Esta ausência da conservação do número leptônico é também evidente do fato que neutrinos de Dirac tem $L = -1$ e antineutrinos de Dirac tem $L = +1$, ou seja são partículas diferentes. Como neutrinos e antineutrinos de Majorana são a mesma partícula, não há um número leptônico definido para estas partículas, o que leva a uma não-conservação desta grandeza.

Podemos obter a massa de Majorana através da quebra espontânea de simetria no termo efetivo dado em (3.25). Este termo é obtido a partir do conteúdo do MP porém, em uma escala de energia maior do que a escala eletrofraca.

Respeitando-se as simetrias do MP podemos, utilizando os campos deste modelo, construir o termo efetivo capaz de gerar massa de Majorana para neutrinos. Para uma única família tal termo pode ser escrito como,

$$\mathcal{L}_{5} = -\frac{g}{2M} (\overline{L^{c}_{L}} \tilde{\phi})(\tilde{\phi}^{T} L_{L}) + h.c, \tag{3.25}$$

onde g é uma constante de acoplamento adimensional, M é uma constante com dimensão de massa, bem acima da escala eletrofraca afim de este termo ser suprimido no MP, e L_L e ϕ são, respectivamente, o dubleto léptons e o dubleto de Higgs usuais do modelo padrão.

Vemos que o operador $\overline{L_L^c}\tilde{\phi}\tilde{\phi^T}L_L$ tem dimensão 5 de energia (dois campos fermiônicos de dimensão 3/2 e dois campos escalares com dimensão 1). $\mathcal{L}_5$, então, é não renormalizável. Mas isso não é um problema, uma vez que o modelo padrão não é a teoria final, mas a manifestação em baixas energias de uma teoria mais geral que engloba fenômenos a altas energias.

Após a quebra espontânea de simetria, temos que

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+H \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

e $\mathcal{L}_5$ torna-se

$$\frac{g}{M\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu_L^T & l_L^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v+H \end{pmatrix} \frac{C^\dagger}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & v+H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

$$= \frac{g}{2M} \begin{pmatrix} \nu_L^T & e_L^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i(v+H) \\ 0 \end{pmatrix} C^\dagger \begin{pmatrix} 0 & v+H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} il_L \\ -i\nu_L \end{pmatrix}$$

$$= \frac{g}{2M}(v+H)^2 \nu_L^T C^\dagger \nu_L = \frac{1}{2}\frac{g}{M} v^2 \overline{\nu_L^c}\nu_L + h.c + ...,$$

onde as reticências indicam as interações com o Higgs e o primeiro termo é um termo de massa de Majorana, cuja massa é dada por

$$m = g\frac{v^2}{M}. \tag{3.28}$$

Substituindo os valores conhecidos para o VEV $v \sim 10^2 GeV$ e supondo a massa de

Majorana da ordem de $M \sim 10^{15} GeV$, na Eq. (3.28) obtemos $m \sim 10^{-2} eV$. Este valor esta de acordo com os vínculos cosmológicos [20] para a massa do neutrino. Porém, este grande valor para M que é típico de teorias de grande unificação não é acessível aos atuais experimentos no LHC, por isso outros modelos tem sido propostos para baixar "naturalmete"esta elevada escala de energia [21].

3.2.1 Interações Fracas para Neutrinos de Majorana

A matriz de mistura V é unitária possuindo assim 9 parâmetros livres. Temos a liberdade para redefinir os léptons l_α^i multiplicando por uma fase global. Com esta redefinição, a matriz $V_{\alpha i}$ sofre a troca $V_{\alpha i} \to e^{i\phi_\alpha} V_{\alpha i}$. Assim, a redefinição de fase dos 3 léptons carregados pode ser usada para remover 3 fases de V, levando esta matriz a conter 3 parâmetros a menos. Outras 3 fases podem, em princípio ser eliminadas usando uma redefinição de fase dos neutrinos. Caso sejam partículas de Dirac, isto pode ser feito. Mas, como estamos assumindo agora que são partículas de Majorana, então pode-se mostrar que uma redefinição de fase de neutrinos reaparece contendo os mesmos efeitos físicos que antes. Então, para o caso de Majorana V, terá 6 parâmetros, sendo 3 ângulos de mistura, que aparecem mesmo quando V é real e 3 fatores de fase complexos. Uma parametrização comum de V em termos de ângulos de mistura e fases é dada por,

$$V_{PMNS} = \tag{3.29}$$
$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & c_{13}s_{12} & e^{-i\delta}s_{13} \\ -c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} - c_{23}s_{12} & c_{12}c_{23} - e^{i\delta}s_{12}s_{13}s_{23} & c_{13}s_{23} \\ -s_{12}s_{23} - e^{i\delta}c_{12}c_{23}s_{13} & -c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta} - c_{12}s_{23} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \times diag(e^{i\phi_1/2},1,e^{i\phi_2/2}),$$

onde $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $0 \leq \theta_{ij} \leq \pi/2$ e $0 \leq \delta \leq 2\pi$. A fase δ que é a fase de Dirac responsável pela violação de CP, é o análogo leptônico que pode ser encontrado na matriz de mistura entre os quarks, e os ângulos ϕ_i são as fases de Majorana. A violação de CP devido as fases de Dirac pode ser quantificada pelo invariante de Jarlskog que definido por,

$$J = Im(V_{\mu 3} V_{e2} V^*_{\mu 2} V^*_{e3}) = Im(V^D_{\mu 3} V^D_{e2} V^{*D}_{\mu 2} V^{*D}_{e3}), \tag{3.30}$$

onde os índicies de léptons referem-se as linhas e os números às colunas da matriz V_{PMNS}. Nesta parametrização, este invariate é da forma

$$J = c_{12} s_{12} c_{23} s_{23} c^2_{13} s_{13} sin\delta_{13}, \tag{3.31}$$

como V^D tem a mesma parametrização que no caso de Dirac, J é o mesmo nos dois casos, vemos então que as fases de Majorana não contribuem para a medida de violação de CP. Outra consequência de neutrinos serem partículas de Majorana é um possível decaimento conhecido como decaimento beta duplo sem neutrinos, que veremos a seguir.

3.2.2 Decaimento Beta Duplo sem Neutrinos

Antes de falarmos desde fenômeno, é instrutivo fazermos um breve comentário sobre o decaimento beta usual que consiste na conversão do nêutron em próton liberando um elétron e um anti-neutrino do elétron. Devido a presença do neutrino, o átomo e a partícula beta normalmente não movimentam-se em direções opostas. Essa observação é na verdade o que levou Wolfgang Pauli a postular a existência

de neutrinos a fim de impedir a violação das leis de conservação de energia e momento linear. Uma vez descoberta esta partícula, estamos agora diante de um novo desafio que é confirmar sua natureza. Se esperamos que neutrinos sejam partículas de Majorana, um outro decaimento serve de guia para buscarmos esta resposta experimentalmente e a observação dele providenciará esta confirmação [22]. Se este fenômeno ocorre, é bastante provável que ele seja dominado pelo mecanismo no qual um núcleo pai emite um par de bósons virtuais W^-, tornando-se em núcleo filho. Os bósons W^- trocariam entre si neutrinos para criar os elétrons de saída. A etapa chave deste mecanismo é justamente quando acontece esta troca de neutrinos cujo diagrama mostrado abaixo.

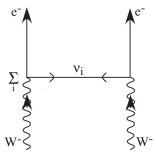


Figura 3.1: Diagrama de Feymann para decaimento beta duplo sem neutrinos.

Supomos aqui apenas as interações do MP. Quando neutrinos e antineutrinos diferem, esta troca é proibida, por causa da violação do número leptônico. Assim, a menos que neutrinos e anti-neutrinos sejam a mesma partícula, que é o caso de Majorana, a troca acontece. Este processo é muito importante, pois, uma vez observado ele comprovaria que os neutrinos que conhecemos são partículas de Majorana. Entretanto como o processo não foi observado, apenas vínculos foram obtidos. Estes vínculos foram obtidos utilizando núcleos de Germânio no Heidelberg-Moscou [23] e mais recentemente no CUORICINO com o Telúrio [24],

$$T_{1/2}(Ge) \geq 1.9 \times 10^{25} anos(Heidelberg - Moscou)$$

$$T_{1/2}(Te) \geq 1.8 \times 10^{24} anos(CUORICINO). \tag{3.32}$$

Vemos que os limites inferiores para a vida média desses decaimentos são extremamente altos, tornando assim difícil sua pesquisa devido ao fato de ser um processo espontâneo. Portanto torna-se interessante a busca pelo processo inverso, ou seja, a interação entre dois elétrons trocando neutrinos produzindo um par de bósons W^-, que pode ser produzido em laboratório [25].

3.3 Seesaw Tipo I

Até aqui temos visto termos de massa de Dirac e Majorana para os neutrinos. Analisamos a construção e algumas consequências de ambos os termos separadamente. Agora, veremos como construir um termo de massa para neutrinos inserindo termos de massa de Dirac e Majorana simultaneamente. O resultado será bastante interessante, pois seremos capazes de explicar a leveza dos neutrinos de forma elegante. O termo de massa de Dirac-Majorana é, em princípio, a soma dos seguintes termos,

$$\mathcal{L}_m^{D+M} = \mathcal{L}_m^L + \mathcal{L}_m^D + \mathcal{L}_m^R. \tag{3.33}$$

Porém como discutido anteriomente, o termo $\mathcal{L}_m^L$ não pode vir das simetrias de gauge do MP. Então olharemos apenas para os outros dois termos e, por simplicidade, consideraremos apenas uma das famílias para estudar este mecanismo,

$$\mathcal{L}_m^{D+M} = -m_D \overline{\nu}_R \nu_L - \frac{1}{2} m_R \overline{\nu}_R^c \nu_R + h.c, \tag{3.34}$$

$$= -\frac{m_D}{2} \overline{\nu}_R \nu_L - \frac{m_D}{2} \overline{\nu}_R \nu_L - \frac{m_R}{2} \overline{\nu}_R^c \nu_R + h.c, \tag{3.35}$$

usando a identidade $\overline{\nu}_R m_D \nu_L = \overline{\nu}_L^c m_D \nu_R^c$ (Eq. (B.11))

$$\mathcal{L}_m^{D+M} = -\frac{m_D}{2}\overline{\nu}_R \nu_L - \frac{m_D}{2}\overline{\nu}_L^c \nu_R^c - \frac{m_R}{2}\overline{\nu}_R^c \nu_R + h.c, \tag{3.36}$$

esta equação pode ser reescrita na forma matricial como,

$$\mathcal{L}_m^{D+M} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \overline{\nu}_L^c & \overline{\nu}_R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} + h.c, \tag{3.37}$$

onde $M_\nu \equiv \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}$ é a matriz de massa dos neutrinos, que possui autovalores,

$$\lambda_- = -\frac{m_D^2}{m_R} \text{ e } \lambda_+ = m_R \tag{3.38}$$

onde usamos $m_R \gg m_D$, pois a massa m_R não vem do acoplamento com o campo de Higgs como é o caso de m_L. Notemos que λ_- é uma massa negativa, sem significado físico. Para garantirmos que os autovalores de massa sejam positivos realizaremos a transformação biunitária $Z^T M Z$ com $Z = O\rho$, onde O é uma matriz ortogonal e $\rho = diag(i,1)$ e procederemos com a diagonalização desta nova matriz,

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & \rho \\ -i\rho & 1 \end{pmatrix}$$

$$D_\nu = Z^T M Z = \begin{pmatrix} i & -i\rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i & \rho \\ -i\rho & 1 \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

Após a aproximação $\frac{m_D^3}{m_R} \sim 0$ temos,

$$D_\nu = \begin{pmatrix} \frac{m_D^2}{m_R} & 0 \\ 0 & m_R \end{pmatrix}$$

Obtemos assim a relação $m_\nu = \frac{m_D^2}{m_R}$ que é conhecida como relação de Seesaw Tipo I, pois como já mencionamos, a massa m_R não está relacionada com o VEV padrão, o que em princípio pode estar bem acima da escala eletrofraca, diferentemente de m_D. A partir desta relação, supondo que $m_R \sim 10^{15}$GeV e $m_D \sim 10^2$GeV, então obtemos $m_\nu \sim 10^{-2}$eV que está de acordo com os vínculos experimentais cosmológicos [20]. Assim, mostramos uma possível explicação para a leveza dos neutrinos, sem supor acoplamentos de Yukawa extremamente pequenos. Considerando agora as três famílias, a matriz de massa dada por M_ν será dada por,

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D & M_N \end{pmatrix}, \tag{3.40}$$

onde $m_D = \frac{vY_D}{\sqrt{2}}$ e cujo auto-valor de massa é dado por $m_\nu = -\frac{v^2}{2} Y_N^T M Y_N$. Podemos relacionar os auto-estados de interação ν_{iL} e N_{iR}^c com os auto-estados de massa de acordo com,

$$\begin{pmatrix} (\nu_L)' \\ (N_R^c)' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_{mL} \\ N_{mL} \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} V_{ll} & V_{lN} \\ V_{Nl} & V_{NN} \end{pmatrix}. \tag{3.41}$$

onde U é a matriz unitária que diagonaliza M_ν.

$$\begin{pmatrix} \hat{m_\nu} & 0 \\ 0 & \hat{M_N} \end{pmatrix} = U^T M_\nu U \tag{3.42}$$

e $\hat{m_\nu} = diag(m_1,m_2,m_3)$ e $\hat{M_N} = diag(M_1,M_2,M_3)$. A partir destas modificações veremos como os termos de interação para o caso Dirac-Majorana aparecem.

3.4 Interações no Modelo

Analisaremos nesta seção as interações fracas decorrentes do modelo acima descrito. Primeiro, usando a transformação dada na Eq. (3.41) para os autoestados de massa encontramos que,

$$\nu'_L = V_{PMNS}\nu_L + V_{lN}N_{mL} \quad N'^c_R = V_{Nl}\nu_L + V_{NN}N_{mL}, \tag{3.43}$$

que quando são substituídas nas expressões da Lagrangiana para a corrente carregada do MP encontramos,

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\overline{l_L}\gamma^\mu V_{PMNS}\nu_L W^-_\mu + \overline{l_L}\gamma^\mu V_{lN}N_L W^-_\mu + h.c). \tag{3.44}$$

Esta nova Lagrangiana traz grandes novidades em relação à do MP, especialmente o seu segundo termo que mostra uma mistura entre os léptons carregados e os neutrinos pesados. Isto nos permite obter os seguintes vínculos a partir de todos processos possíveis previstos por este termo (como decaimento do W). Dados

experimentais recentes [26] e [27] mostram que estes vínculos são dados por,

$$\sum_i |V_{eN_i}|^2 \leq 0.0030, \quad \sum_i |V_{\mu N_i}|^2 \leq 0.0032, \quad \sum_i |V_{\tau N_i}|^2 \leq 0.0062, \tag{3.45}$$

Olhando agora para a Lagrangiana da corrente neutra obtemos que,

$$\mathcal{L}_{CN} = \frac{g}{2c_w}(\overline{\nu_L} V_{PMNS}^{\dagger} V_{PMNS} \gamma^{\mu} \nu_L + \overline{\nu_L} V_{PMNS}^{\dagger} V_{lN} \gamma^{\mu} N_L$$

$$+ \overline{N_L} V_{lN}^{\dagger} V_{PMNS} \gamma^{\mu} \nu_L + \overline{N_L} V_{lN}^{\dagger} V_{lN} \gamma^{\mu} N_L) Z_{\mu}, \tag{3.46}$$

O primeiro termo refere-se ao MP e os demais mostram a interação do neutrino pesado com bóson Z^0. É claro das expressões acima que neutrinos pesados podem interagir com os bóson de gauge do MP e é baseado nesta interação que trabalhos teóricos tem sido feitos para encontrar sinais desta partícula pesada no LHC [28].

Vemos assim que o mecanismo de seesaw, obtido com os termos de massa simultâneos de Dirac e Majorana para os neutrinos, leva a uma explicação da leveza da massa destas partículas, sem sequer mencionar constantes de Yukawa.

Capítulo 4

Mecanismo de Seesaw Tipo II

Uma forma alternativa para gerar neutrinos massivos se dá através da expansão do setor de escalares do modelo padrão. Isto é possível, pois as simetrias de gauge do modelo limitam apenas a quantidade de bósons de gauge da teoria [29]. Assim, podemos escrever um termo de massa para neutrinos, usando o conteúdo do MP e adicionarmos um tripleto de escalares por $SU(2)_L$.

4.1 Lagrangiana do Modelo

A Lagrangiana para este modelo é dada segundo [30],

$$\mathcal{L}_{TipoII} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + Tr\{(D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta)\} + \mathcal{L}_Y - V(\Phi,\Delta), \tag{4.1}$$

onde a representação matricial do tripleto é da forma,

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{\delta^+}{\sqrt{2}} & \delta^{++} \\ \delta^0 & \frac{-\delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \tag{4.2}$$

A interação necessária para gerar a massa dos neutrinos é,

$$\mathcal{L}_Y = -f\overline{l_L^c}\Delta l_L + h.c., \tag{4.3}$$

no termo acima identificamos $l_L^T = [\nu_L^T, e_L^T]$ e C é o operador de conjugação de carga. Veremos mais adiante que este é um termo de massa de Majorana, possuindo um valor maior que a escala eletrofraca.

O potencial $V(H,\Delta)$, invariante pelas simetrias do MP é dado por,

$$\begin{aligned} V(H,\Delta) &= \mu_H^2\Phi^\dagger\Phi + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \mu_\Delta^2 Tr\{\Delta^\dagger\Delta\} + \\ &+(\mu\Phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi + h.c.) + \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)Tr\{\Delta^\dagger\Delta\} + \\ &+\lambda_2(Tr\{\Delta^\dagger\Delta\})^2 + \lambda_3 Tr\{(\Delta^\dagger\Delta)^2\} + \\ &+\lambda_4\Phi^\dagger\Delta\Delta^\dagger\Phi. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Onde supusemos que os parâmetros neste potencial são tais que, no mínimo de $V(H,\Delta)$, a componente neutra do dubleto de Higgs adquire um valor v_0 e a componente neutra do tripleto assume o valor v_Δ sujeitos a condição $v_0^2+v_\Delta^2 \approx (246GeV)^2$, que vem do fato da massa do bóson de gauge Z^0 ter sua massa corrigida como veremos adiante. Se supusermos que o tripleto de escalares Δ carrega duas unidades de número leptônico e impusermos que a Lagrangiana é invariante pela simetria associada a este número, o termo trilinear necessariamente não aparecerá no potencial e teremos uma violação espontânea do número leptônico quando a componente neutra do tripleto adquire um VEV. Isto resulta num escalar conhecido como Majoron. Porém, neste modelo assumiremos a violação explícita do número leptônico

pelo termo $\mathcal{L}_Y$, mantendo o termo trilinear nos campos sem atribuir número leptônico ao tripleto de escalares evitando o Majoron. Usaremos aqui a seguinte parametrização para as componentes neutras do tripleto de escalares e do dubleto de Higgs padrão,

$$\phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_0 + \mathrm{R}_{\phi^0} + i\mathrm{I}_{\phi^0}). \tag{4.5}$$

Multipliquemos pelo complexo conjugado para obter o módulo quadrático de ϕ^0 a fim de usarmos adiante,

$$|\phi^0|^2 = \frac{1}{2}\left\{(v_0 + \mathrm{R}_{\phi^0})^2 + \mathrm{I}^2_{\phi^0}\right\} = \frac{v_0^2 + \mathrm{R}^2_{\phi^0} + 2v_0\mathrm{R}_{\phi^0} + \mathrm{I}^2_{\phi^0}}{2}. \tag{4.6}$$

e

$$\delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\Delta + \mathrm{R}_{\delta^0} + i\mathrm{I}_{\delta^0}). \tag{4.7}$$

cujo módulo quadrático é obtido como,

$$|\delta^0|^2 = \frac{1}{2}\left\{(v_\Delta + \mathrm{R}_{\delta^0})^2 + \mathrm{I}^2_{\delta^0}\right\} = \frac{v_\Delta^2 + \mathrm{R}^2_{\delta^0} + 2v_\Delta\mathrm{R}^2_{\delta^0} + \mathrm{I}^2_{\delta^0}}{2}. \tag{4.8}$$

Encontramos também as equações de vínculo para este potencial que são dadas por,

$$\mu_H^2 + \frac{\lambda v_0}{4} - \frac{\mu v_\Delta}{\sqrt{2}} = 0 \quad e \quad v_\Delta = \frac{\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2\sqrt{2}}. \tag{4.9}$$

A partir da Lagrangiana deste modelo, veremos em detalhes como a adição de um tripleto de escalares pode gerar massa para neutrinos, constituindo assim o mecanismo de seesaw tipo II. Verificaremos também algumas de suas consequências, como a correção para as massas dos bósons de gauge e a consistência com o MP, com o fóton permanecendo com massa nula e por fim, de que maneira é

possível testar este mecanismo.

4.2 Correções para a Massa dos Bósons de Gauge

Devido a esta simples extensão do MP a massa dos bósons de gauge apresentadas nas Eqs. 2.13 e 2.14 serão modificadas, pois esses bósons se acoplam com a componente neutra do tripleto de escalares. Como esta componente assume um VEV após a quebra de simetria, todas as massas corrigidas serão proporcionais a este VEV. A patir destas correções nas massas obteremos um importante vínculo entre v_0 e v_Δ que nos será útil mais adiante. Para visualizarmos estas modificações, trabalharemos o termo cinético para o tripleto escalar, como estaremos interessados apenas nos produtos necessários para o cálculo do traço, indicaremos com reticências os outros termos que não contribuirão para este cálculo.

$$
\begin{aligned}
&Tr\left[(D_\mu\Delta)^\dagger(D^\mu\Delta)\right] = \\
&Tr\left\{\left[\partial_\mu\Delta - \tfrac{ig}{2}(\tau\cdot\mathbf{W}_\mu\Delta)^\dagger - \tfrac{ig'}{2}B_\mu Y\Delta^\dagger\right]\left[\partial^\mu\Delta + \tfrac{ig}{2}(\tau\cdot\mathbf{W}^\mu\Delta) + \tfrac{ig'}{2}B^\mu Y\Delta\right]\right\}
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

Fazendo o produto entre o segundo termo de cada colchete encontramos que,

$$
\begin{aligned}
-\frac{ig}{2}(\tau\cdot\mathbf{W}_\mu\Delta)^\dagger\,\frac{ig}{2}(\tau\cdot\mathbf{W}^\mu\Delta) = \qquad (4.11)\\
&= \frac{g^2}{4}\begin{bmatrix} \sqrt{2}\delta^0 W_\mu^- - B_\mu\delta^0 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \sqrt{2}\delta^0 W^{\mu+} - B^\mu\delta^0 & \dots \end{bmatrix}\\
&= \frac{g^2}{4}\begin{bmatrix} 2\delta^{0\,2} W_\mu^- W^{\mu+} + B_\mu B^\mu \delta^{0\,2} & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Agora, entre o segundo termo do primeiro colchete e o terceiro termo do outro colchete,

$$
\begin{aligned}
-\frac{ig}{2}(\tau\cdot\mathbf{W}_\mu\Delta)^\dagger\frac{ig'}{2}B^\mu Y\Delta = \qquad (4.12)\\
&= \frac{gg'}{4}B^\mu\begin{bmatrix} \dots & -W_{3\mu}\delta^0 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \delta^0 & \dots \end{bmatrix}\\
&= -\frac{gg'}{4}B^\mu\begin{bmatrix} W_{3\mu}\delta^{0\,2} & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Calculando o produto do último termo do primeiro colchete com o segundo termo do outro colchete obtemos,

$$\begin{aligned}\frac{ig}{2}B_\mu Y\Delta\frac{ig'}{2}\left(\tau\cdot\mathbf{W}^\mu\Delta\right) = & \qquad (4.13)\\ = & \frac{gg'}{4}B_\mu\begin{bmatrix}\ldots & \delta^0\\ \ldots & \ldots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ldots & \ldots\\ -W_3^\mu\delta^0 & \ldots\end{bmatrix}\\ = & -\frac{gg'}{4}B_\mu\begin{bmatrix}W_3^\mu\delta^{0\,2} & \ldots\\ \ldots & \ldots\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Finalmente, o produto entre os últimos termos dos colchetes encontramos,

$$\begin{aligned}-\frac{ig}{2}B_\mu Y\Delta\frac{ig'}{2}B^\mu Y\Delta = & \qquad (4.14)\\ = & \frac{g'^2}{4}B_\mu B^\mu\begin{bmatrix}\ldots & \delta^0\\ \ldots & \ldots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ldots & \ldots\\ \delta^0 & \ldots\end{bmatrix}\\ = & \frac{g'^2}{4}B_\mu B^\mu\begin{bmatrix}\delta^{0\,2} & \ldots\\ \ldots & \ldots\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Juntando as Eqs. (4.11), (4.12), (4.13) e (4.14) obtemos,

$$M=\frac{\delta^{0\,2}}{4}\begin{bmatrix}g^2\left(2W_\mu^-W^{\mu+}+B_\mu B^\mu\right)-2gg'B^\mu W_{3\mu}+g'^2B_\mu B^\mu & \ldots\\ \ldots & \ldots\end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

Os campos W_μ^3 e B_μ não são auto-estados de massa e portanto são formados por uma combinação linear dos campos físicos A_μ e Z_μ dada nas Eqs. (2.11) e (2.12).

Usando esta combinação, encontramos a correção para a massa do Z_μ e verificamos que o fóton permanece com massa nula. Olhando apenas para os termos com os campos neutros temos,

$$\begin{aligned}\frac{\delta^{0\,2}}{4}\left[g^2 B_\mu B^\mu - 2gg' B_\mu W_3^\mu + g'^2 B_\mu B^\mu\right] = \\ \frac{\delta^{0\,2}}{4}\Big[g^2(s_w A^\mu + c_w Z^\mu)(s_w A_\mu + c_w Z_\mu) \\ -2gg'(c_w A_\mu - s_w Z_\mu)(s_w A^\mu + c_w Z^\mu) \\ +g'^2(s_w A_\mu - s_w Z_\mu)(c_w A^\mu - s_w W^\mu)\Big]\end{aligned} \tag{4.16}$$

Separando os termos com o campo A_μ, que são os termos para a massa do fóton e usando as identidades $gs_w = e$ e $g'c_w = e$, encontramos que

$$\begin{aligned}&\frac{g^2}{4}s_w^2 A_\mu A^\mu - \frac{gg'}{2}s_w^2 A_\mu A^\mu + \frac{g'^2}{4}c_w^2 A_\mu A^\mu + ... \\ =\ &\frac{e^2}{4}A_\mu A^\mu - \frac{e^2}{2}A_\mu A^\mu + \frac{e^2}{4}A_\mu A^\mu + ... \\ =\ &0.\end{aligned} \tag{4.17}$$

Este resultado mostra a consistência desta extensão do MP, pois o fóton permanece com massa nula. O termo de massa para o campo Z_μ, é encontrado como,

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{4}c_w^2 Z^\mu Z_\mu + \frac{gg'}{2}s_w c_w Z^\mu Z_\mu + \frac{g'^2}{4}s_w^2 Z^\mu Z_\mu \qquad (4.18) \\ = \; & \frac{g^2}{4}\frac{e^2}{g'^2}Z^\mu Z_\mu + \frac{gg'}{2}\frac{e^2}{gg'}Z^\mu Z_\mu + \frac{g'^2}{4}\frac{e^2}{g^2}Z^\mu Z_\mu \\ = \; & \frac{g^2}{4g'^2}\left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\right)^2 Z^\mu Z_\mu + \frac{1}{2}\left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\right)^2 Z^\mu Z_\mu + \frac{g'^2}{4g^2}\left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\right)^2 Z^\mu Z_\mu \end{aligned}$$

Dessa forma, o termo de massa quadrática para o Z_μ que é a correção à massa deste bóson é dado por,

$$M_Z'^2 = \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\right)^2 \frac{Z^\mu Z_\mu}{2}\left(1+\frac{g^2}{g'^2}\right)v_\Delta^2 \qquad (4.19)$$

$$M_Z'^2 = \frac{1}{2}g^2 v_\Delta^2, \qquad (4.20)$$

que somado ao termo encontrado no MP e a contribuição vinda do elemento M_{22} da matriz M, é escrito na forma,

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}\left(g^2+g'^2\right)^2\left(v_0^2+4v_\Delta^2\right) \qquad (4.21)$$

Só há um termo no primeiro elemento da matriz M envolvendo o bóson carregado, que é dado por,

$$\frac{1}{4}g^2 2\delta^{0^2}W^{\mu+}W_\mu^- = \frac{1}{2}g^2 v_\Delta^2 W^{\mu+}W_\mu^-, \qquad (4.22)$$

Assim,

$$M_W'^2 = \frac{1}{2} g^2 v_\Delta^2. \tag{4.23}$$

Esta é a correção que esta extensão proporciona a massa do $W_\mu^\pm$, e que somada a contribuição do MP temos a seguinte massa efetiva para o $W_\mu^\pm$,

$$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_0^2 + 2v_\Delta^2). \tag{4.24}$$

Vemos claramente que esta massa possui uma contribuição extra com relação a massa encontrada no MP. Com as massas quadráticas de Z_μ e $W_\mu^\pm$ calcularemos a seguinte razão,

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \delta_N} = \frac{1 + 2v_\Delta^2/v_0^2}{1 + 4v_\Delta^2/v_0^2}. \tag{4.25}$$

Utilizando o limite experimental para ρ [29] obtemos,

$$v_\Delta/v_0 < 0.07. \tag{4.26}$$

Veremos que esta relação simplificará bastante as matrizes de massa, assim como a condição sobre o parâmetro de massa, μ_Δ, do tripleto escalar para que neutrinos tenham massa pequena, o que será discutido adiante.

4.3 Setor de Escalares do Modelo

Nesta seção veremos detalhes da expansão do setor de escalares e apresentaremos as escalas de energia que possibilitam a testabilidade do modelo. Calcularemos cada termo do potencial e faremos a quebra espontânea da simetria(QES), então encontraremos termos de massa misturados entre os escalares que escrevendo-os na

forma matricial e diagonalizando a matriz de massa, obteremos os novos escalares (carregados e neutros). Do potencial dado na Eq. (4.4), explicitamos cada um dos termos a partir do termo quadrático, que para o dubleto fica,

$$\begin{aligned} \mu_\phi^2 \Phi^\dagger \Phi &= \mu_\phi^2 \begin{bmatrix} \phi^- & \phi^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} \\ &= \mu_\phi^2 (\phi^- \phi^+ + |\phi^0|^2). \end{aligned} \tag{4.27}$$

Após a QES, usamos a eq.(4.6)

$$\mu_\phi^2 \Phi^\dagger \Phi = m_\phi^2 \left(\frac{\mathrm{R}_{\phi^0}^2}{2} + \frac{\mathrm{I}_{\phi_0}^2}{2} + ... \right). \tag{4.28}$$

Onde as reticências indicam os termos de interação. Vamos calcular o termo do traço que envolve o tripleto de Higgs pesado. Primeiro calculemos o seguinte produto de matrizes,

$$\begin{aligned} \Delta^\dagger \Delta &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\,\delta^- & \delta^{0*} \\ \delta^{--} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\,\delta^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\,\delta^+ & \delta^{++} \\ \delta^0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\,\delta^+ \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\,\delta^-\delta^+ + |\delta^0|^2 & \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\delta^-\delta^{++} - \delta^0\delta^+) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\delta^{--}\delta^+ - \delta^-\delta^0) & \frac{1}{2}\,\delta^-\delta^+ + \delta^{--}\delta^{++} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{4.29}$$

que nos permite calcular o seguinte traço,

$$Tr(\Delta^\dagger \Delta) = \delta^-\delta^+ + \delta^{--}\delta^{++} + |\delta^0|^2, \tag{4.30}$$

assim, com o uso da Eq.(4.8) obtemos o termo do potencial associado a massa do tripleto de escalares dado por,

$$\mu_\Delta^2 Tr\{\Delta^\dagger \Delta\} = \frac{1}{2}\mu_\Delta^2 \mathrm{R}_{\delta^0}^2 + \frac{1}{2}\mu_\Delta^2 \mathrm{I}_{\delta^0}^2 + \ldots, \tag{4.31}$$

Encontremos também o termo em λ no potencial que é dado por,

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 &= \frac{\lambda}{4}\left(\begin{bmatrix} \phi^- & \phi^{0*} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix}\right)^2 \\ &\sim \frac{\lambda}{4}|\phi^0|^4 \\ &= \frac{\lambda}{4}\left|\frac{1}{\sqrt{2}}(v_0 + \mathrm{R}_{\phi^0} + i\mathrm{I}_{\phi^0})\right|^4 \\ &= \frac{\lambda}{8}(3v_0^2\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + v_0^2\mathrm{I}_{\phi^0}^2 + ...). \end{aligned} \tag{4.32}$$

Os termos trilineares são dados por,

$$\mu\Phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi = \mu\left(-|\phi^0|^2\delta^{0*} + (\phi^+)^2\delta^{--} - \tfrac{2}{\sqrt{2}}\,\phi^0\phi^+\delta^-\right) \tag{4.33}$$

Após a QES, usando a eq.(4.6) este termo fica,

$$\begin{aligned}
&\mu\Phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi = \qquad (4.34)\\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}}\mu(v_\Delta + \mathrm{R}_{\delta^0} - i\mathrm{I}_{\delta^0})(v_0 + \mathrm{R}_{\phi^0} + i\mathrm{I}_{\xi_0})^2\\
&= \frac{\sqrt{2}}{4}\mu(v_\Delta + \mathrm{R}_{\delta^0} - i\mathrm{I}_{\delta^0})(v_0^2 + 2v_0\mathrm{R}_{\phi^0} + \mathrm{R}_{\phi^0}^2 + 2iv_0\mathrm{I}_{\xi_0} + 2i\mathrm{R}_{\phi^0}\mathrm{I}_{\phi^0} - \mathrm{I}_{\phi^0}^2)\\
&= \frac{\sqrt{2}}{4}\mu(-v_\Delta\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + v_\Delta{\mathrm{I}_{\xi_0}}^2 - 2v_0\mathrm{R}_{\delta^0 0}\mathrm{R}_{\phi^0} + 2iv_0\mathrm{R}_{\delta^0 0}\mathrm{I}_{\phi^0} - 2iv_0\mathrm{I}_{\delta^0}\mathrm{R}_{\phi^0} + 2v_0\mathrm{I}_{\delta^0}\mathrm{I}_{\phi^0}),
\end{aligned}$$

e seu hermitiano conjugado fica,

$$(\mu\Phi^\dagger i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi)^\dagger = \mu\left(-|\phi^0|^2\delta^0 + (\phi^-)^2\delta^{++} - \tfrac{2}{\sqrt{2}}\,\phi^0\phi^-\delta^+ \right). \qquad (4.35)$$

De forma semelhante, após o uso da eq.(4.6) este termo fica,

$$(\mu\Phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger\Phi)^\dagger = \frac{\sqrt{2}}{4}\mu(-v_\Delta\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + v_\Delta{\mathrm{I}_{\phi^0}}^2 - 2v_0\mathrm{R}_{\delta^0 0}\mathrm{R}_{\phi^0} - 2iv_0\mathrm{R}_{\delta^0 0}\mathrm{I}_{\phi^0} - 2iv_0\mathrm{I}_{\delta^0}\mathrm{R}_{\phi^0} + 2v_0\mathrm{I}_{\delta^0}\mathrm{I}_{\phi^0}), \qquad (4.36)$$

somando estas duas contribuições obtemos,

$$\mu\phi^T i\sigma_2\Delta^\dagger H + h.c. = \frac{\sqrt{2}}{2}\mu(-v_\Delta\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + v_\Delta\mathrm{I}_{\xi_0}^2 - 2v_0\mathrm{R}_{\delta^0 0}\mathrm{R}_{\phi^0} + 2v_0\mathrm{I}_{\delta^0}\mathrm{I}_{\xi_0}). \qquad (4.37)$$

Agora obteremos a contribuição dos outros termos no potencial. Veremos que devido ao vínculo encontrado na seção 1 entre os VEV's essas contribuições podem ser desprezadas, o que simplificará na diagonalização das matrizes de massa.

Começando com o primeiro termo encontramos que,

$$\lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)Tr[\Delta^+\Delta] = \tag{4.38}$$

$$= \frac{\lambda_1}{4}v_0^2\mathrm{R}_{\delta^0}^2 + \frac{\lambda_1}{4}v_\Delta^2\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + \lambda_1 v_0 v_\Delta \mathrm{R}_{\phi^0}\Delta^2 + \frac{\lambda_1}{4}v_0^2\mathrm{I}_{\delta^0}^2 + \tag{4.39}$$

$$+\frac{\lambda_1}{4}v_\Delta^2\mathrm{I}_{\phi^0}^2 + \frac{\lambda_1}{2}v_0^2\delta^+\delta^- + ...,$$

agora os termos envolvendo λ_2 e o traço com o tripleto,

$$\lambda_2\left(Tr[\Delta^+\Delta]\right)^2 = \frac{3\lambda_2}{2}v_\Delta^2(\mathrm{R}_{\delta^0 0})^2 + \frac{\lambda_2}{4} + \frac{\lambda_2}{4}(\mathrm{I}_{\delta^0})^2 v_\Delta^2 + ..., \tag{4.40}$$

bem como o termo para λ_3

$$\lambda_3\left(Tr[\Delta^+\Delta]\right)^2 = \frac{3\lambda_3}{2}v_\Delta^2(\mathrm{R}_{\delta^0 0})^2 + \frac{\lambda_3}{2}v_\Delta^2(\mathrm{I}_{\delta^0})^2 + ..., \tag{4.41}$$

e por fim, o termo envolvendo os dubletos de Higgs e o tripleto escalar,

$$\lambda_4\Phi^\dagger\Delta\Delta^+\Phi = \tag{4.42}$$

$$= \lambda_4\left[\phi^-\phi^+\right]\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{\sqrt{2}}\delta^+ & \delta^{++} \\ \delta^0 & \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta^{++} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{\sqrt{2}}\delta^- & \delta^0 \\ \delta^{--} & \frac{-1}{\sqrt{2}}\delta^{--} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\lambda_4}{4}v_0^2\mathrm{R}_{\delta^0 0}^2 + \frac{\lambda_4}{4}v_\Delta^2\mathrm{R}_{\phi^0}^2 + \lambda_4 v_0 v_\Delta \mathrm{R}_{\phi^0}\mathrm{R}_{\delta^0 0} +$$

$$+\frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}v_0 v_\Delta\delta^-\phi^+ + \frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}v_0 v_\Delta\phi^-\delta^+ + ..., \tag{4.43}$$

lembrando que as reticências em todos os termos indicam termos de interação ou termos que não são de massa. Notemos que em todos os termos calculados do potencial encontramos uma mistura nos campos R_{ϕ^0} e R_{δ^0}, bem como entre

os outros campos que não são auto-estados de massa, vamos então diagonalizar a matriz de massa resultante. Primeiro, vamos organizar os termos em $R^2_{\phi^0}$ que aparecem em (4.32), (4.37) e (4.28), usar a condição de mínimo do potencial dada pela Eq. (4.9)e obter a relação,

$$\left(\underbrace{-\frac{m_\phi^2}{2} - \frac{\sqrt{2}\mu v_\Delta}{2}}_{\lambda v_0^2/8} - \frac{3\lambda v_0^2}{8} \right) = \frac{-\lambda v_0^2}{4}. \tag{4.44}$$

Juntando com os termos em $(R^2_{\delta^0})$ e os termos de mistura que aparecem obtemos a seguinte expressão,

$$\begin{aligned} &\left[\frac{-\lambda}{4}v_0^2 + \frac{\lambda_1}{4}v_\Delta^2 + \frac{\lambda_4}{4}v_\Delta^2\right](R_{\phi^0})^2 + \\ &\quad + \left[\frac{-\mu_\Delta^2}{2} + \frac{3}{2}\lambda_2 v_\Delta^2 + \lambda_3 v_\Delta^2 + \frac{\lambda_4}{4}v_0^2\right] R^2_{\delta^0} + \\ &\quad + \left[\sqrt{2}\mu v_0 + \lambda_1 v_0 v_\Delta + \lambda_4 v_0 v_\Delta\right] R_{\phi^0} R_{\delta^0} \quad , \end{aligned} \tag{4.45}$$

estes termos são reescritos na forma matricial como,

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} R_{\phi^0} & R_{\delta^0} \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} -\frac{\lambda v_0^2}{2} + \frac{v_\Delta^2}{2}(\lambda_1 + \lambda_4) & -\sqrt{2}\mu v_0 + v_0 v_\Delta(\lambda_1 + \lambda_4) \\ -\sqrt{2}\mu v_0 + v_0 v_\Delta(\lambda_1 + \lambda_4) & \mu_\Delta^2 - 3v_\Delta^2 3v_\Delta^2(\lambda_1 + \lambda_3) + \frac{\lambda_4}{2}v_0^2 \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} R_{\phi^0} \\ R_{\delta^0 0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{4.46}$$

Usando que $v_\Delta < v_0$, observando que da Eq. (4.9) devemos ter μ_Δ grande para manter v_Δ pequeno e supondo os $\lambda' s$ da ordem da unidade a matriz de massa

acima é simplificada como,

$$\frac{-1}{2}[\mathrm{R}_{\phi^0} \;\; \mathrm{R}_{\delta^0 0}] \begin{bmatrix} -\frac{\lambda}{2}v_0^2 & -\sqrt{2}\mu v_0 \\ -\sqrt{2}\mu v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{\phi^0} \\ \mathrm{R}_{\delta^0 0} \end{bmatrix}. \tag{4.47}$$

Calculemos os autovalores e autovetores dessa matriz de massa, e usando Eq. (4.9) obtemos,

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\lambda v_0^2 & -\sqrt{2}\mu v_0 \\ -\sqrt{2}\mu v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix} \tag{4.48}$$

os auto-valores desta matriz são,

$$\begin{aligned} m_{H/S} &= \tfrac{1}{2}\left\{(\tfrac{1}{2}\lambda v_0^2 + \mu_\Delta^2) \pm \left[(\tfrac{1}{2}\lambda v_0^2 + \mu_\Delta^2)^2 - 4(\tfrac{1}{2}\lambda v_0^2\mu_\Delta^2 - 2\mu^2 v_0^2)\right]^{1/2}\right\} \\ &= \\ &\tfrac{1}{2}\left\{(\tfrac{1}{2}\lambda v_0^2 + \mu_\Delta^2) \pm (\tfrac{1}{2}\lambda v_0^2 + \mu_\Delta^2)\left[1 - 4\left(\frac{\frac{1}{2}\lambda v_0^2\mu_\Delta^2 - 2\mu^2 v_0^2}{\left(\frac{1}{2}\lambda v_0^2 + \mu_\Delta^2\right)^2}\right)\right]^{1/2}, \right\} \end{aligned} \tag{4.49}$$

Usando a equações de vínculo dadas em (4.9) no numerador da fração que está dentro da raíz temos,

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\lambda v_0^2\mu_\Delta^2 - 2\mu^2 v_0^2 &= \tfrac{1}{2}\lambda v_0^2\mu_\Delta^2 - 4\left(\frac{2\mu_\Delta^4 v_\Delta^2}{v_0^4}\right)v_0^2 \\ &= 2\mu_\Delta^2\left(\tfrac{1}{4}\lambda v_o^2 - 2\frac{\mu_\Delta^2 v_\Delta^2}{v_0^2}\right) \\ &= 2m_\phi^2\mu_\Delta^2 \end{aligned} \tag{4.50}$$

assim,

$$m_H = 2\mu_H^2 \tag{4.51}$$

e

$$m_S = \frac{\mu_\Delta^2}{v_0^2}(v_0^2 + 4v_\Delta^2) \tag{4.52}$$

com os autovetores correspondentes

$$H = \cos\theta_0 \mathrm{R}_{\phi^0} + \sin\theta_0 \mathrm{R}_{\delta^0} \tag{4.53}$$

e

$$S = -\sin\theta_0 \mathrm{R}_{\phi^0} + \cos\theta_0 \mathrm{R}_{\delta^0}, \tag{4.54}$$

onde

$$\cos\theta_0 = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 4v_\Delta^2}} \tag{4.55}$$

e

$$\sin\theta_0 = \frac{2v_\Delta}{\sqrt{v_0^2 + 4v_\Delta^2}}. \tag{4.56}$$

Como $v_\Delta < v_0$ implica que $\cos\theta_0 > \sin\theta_0$, assim o auto-estado H é aproximadamente a parte real da componente neutra do dubleto de escalares sendo o bóson de Higgs associado a este modelo. Agora juntando os termos em $(\mathrm{I}_{\delta^0})^2$ e $(\mathrm{I}_{\xi_0})^2$ e as misturas que encontramos para estes campos temos,

$$\begin{aligned} &\frac{\lambda_1}{4}v_0^2\mathrm{I}_{\delta^0}^2 + (\frac{\lambda_2}{2} + \lambda_3)\frac{v_\Delta^2}{2}\mathrm{I}_{\delta^0}^2 + \frac{\lambda_1}{4}v_\Delta^2\mathrm{I}_{\phi^0}^2 + \frac{\lambda_1}{4}v_\Delta^2\mathrm{I}_{\phi^0}^2 + \\ &+\frac{\lambda_4}{4}(v_0^2\mathrm{I}_{\delta^0}^2 + v_\Delta^2\mathrm{I}_{\phi^0}^2 - \sqrt{2}\mu v_\Delta(\mathrm{I}_{\phi^0})^2 - \frac{M_\Delta^2}{2}\mathrm{I}_{\delta^0}^2 + \sqrt{2}\mu v_\Delta \mathrm{I}_{\phi^0}\mathrm{I}_{\delta^0} \end{aligned} \tag{4.57}$$

que podem ser reescrita na forma matricial como,

$$\frac{-1}{2}[\mathrm{I}_{\phi^0}\ \ \mathrm{I}_{\delta^0}] \tag{4.58}$$
$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{2}\mu v_\Delta - \frac{v_\Delta^2}{2}(\lambda_1+\lambda_4) & -\sqrt{2}\mu v_0 \\ -\sqrt{2}\mu v_0 & \mu_\Delta^2 - \frac{v_0^2}{2}(\lambda_1+\lambda_4) - \frac{v_\Delta^2}{2}\lambda_4 + \lambda_3 v_\Delta^2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \mathrm{I}_{\phi^0} \\ \mathrm{I}_{\delta^0} \end{bmatrix}.$$

Usando o vínculo obtido entre os VEV's e supondo $\mu_\Delta^2 \gg v_0^2,\ v_\Delta^2$, simplificamos a matriz acima como,

$$\frac{-1}{2}[\mathrm{I}_{\phi^0}\ \ \mathrm{I}_{\delta^0}] \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}\mu v_\Delta & -\sqrt{2}\mu v_0 \\ -\sqrt{2}\mu v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{I}_{\phi^0} \\ \mathrm{I}_{\delta^0} \end{bmatrix}. \tag{4.59}$$

com autovalores

$$m_{P_1} = 0 \tag{4.60}$$

$$m_{P_2} = \mu_\Delta^2 \left(1 + \frac{4v_\Delta^2}{v_0^2}\right) \tag{4.61}$$

e autovetores

$$P_1 = \cos\theta_0 \mathrm{I}_{\phi^0} + \sin\theta_0 \mathrm{I}_{\delta^0} \tag{4.62}$$

e

$$P_2 = -\sin\theta_0 \mathrm{I}_{\phi^0} + \cos\theta_0 \mathrm{I}_{\delta^0} \tag{4.63}$$

Vamos agora obter a matriz de massa para estados carregados e diagonalizá-la, obtendo os auto-estados de massa. Juntando os termos que envolvem estes campos

temos,

$$\frac{\mu_\Delta^2}{2}\delta^+\delta^- - \frac{\mu}{2}v_0\phi^+\delta^- - \frac{\mu}{2}v_0\phi^-\delta^+ + \sqrt{2}\mu v_\Delta\phi^+\phi^- + \\ + \frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}v_\Delta v_0\delta^-\phi^+ + \frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}v_\Delta v_0\phi^-\delta^+, \tag{4.64}$$

que podem ser reescritos da seguinte maneira,

$$\frac{-1}{2}[\phi^+ \;\; \delta^+]\begin{bmatrix} 2\sqrt{2}\mu v_\Delta & -\mu v_0 + \frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}\, v_\Delta v_0 \\ -\mu v_0 + \frac{\lambda_4}{2\sqrt{2}}\, v_\Delta v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi^- \\ \delta^- \end{bmatrix}, \tag{4.65}$$

como $v_\Delta << v_0$, simplificamos a matriz como,

$$\frac{-1}{2}[\phi^+ \;\; \delta^+]\begin{bmatrix} 2\sqrt{2}\mu v_\Delta & -\mu v_0 \\ -\mu v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi^- \\ \delta^- \end{bmatrix} \tag{4.66}$$

assim temos a seguinte matriz de massa,

$$M_\pm \;\; = \;\; \begin{bmatrix} \sqrt{2}\mu v_\Delta & -\mu v_0 \\ -\mu v_0 & \mu_\Delta^2 \end{bmatrix}, \tag{4.67}$$

que podemos diagonalizar e obter os auto-valores,

$$m_{H_1} = 0 \tag{4.68}$$

e

$$m_{H_2} = \mu_\Delta^2\left(1 + \frac{2v_{\Delta^2}}{v_0^2}\right) \tag{4.69}$$

e seus respectivos auto-vetores,

$$H_1 = \cos\gamma\phi^+ + \sin\gamma\delta^+ \tag{4.70}$$

e

$$H_2 = -\sin\gamma\phi- + \cos\gamma\delta^-, \tag{4.71}$$

onde

$$\cos\gamma = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2v_\delta^2}} \tag{4.72}$$

$$\sin\gamma = \frac{\sqrt{2}v_\Delta}{\sqrt{v_0^2 + 2v_\delta^2}}. \tag{4.73}$$

Permitindo identificar os auto-estados de massa carregados, sendo um deles sem massa (bóson de Goldstone) que contribui para a massa do $W^\pm$. Obtemos assim três bóson de Goldstone, um neutro e dois carregados, quatro escalares com massa sendo um escalar simples e outro duplamente carregado (δ^{++} este campo que não se mistura com outros escalares já é auto-estado de massa). Notemos a dependência de suas massas e com os parâmetros v_0, v_Δ e μ_Δ fazendo que essas grandezas sejam importantes para a testabilidade do modelo, uma vez que na escala de $1eV < v_\Delta < 10^{-4}GeV$ os decaimentos conduzidos pelos escalares carregados são $\delta^{++} \to e^+e^+$ e $\delta^+ \to e^+\overline{\nu}$ [30], numa escala onde $v_\Delta < 10^{-4}GeV$, além dos decaimentos anteriores, são favoráveis ainda $\delta^{++} \to W^+W^+$, $\delta^+ \to He^+$ [30], possibilitando a observação tanto da violação do número leptônico, como na produção de pares de bósons de gauge. Numa terceira escala onde $10^{-4}GeV < v_\Delta < 1GeV$ as violações do número leptônico pelo decaimento de escalares são suprimidas [30].

4.4 Massa para Neutrinos no Seesaw Tipo II

O termo de massa para neutrinos, que foi apresentado no início do capítulo, tem a presença do tripleto escalar. Isto será fundamental, pois após a quebra espontânea de simetria, poderemos visualizar melhor que é um termo de massa de Majorana e será proporcional ao parâmetro de massa do tripleto escalar, cuja escala de energia está acima da escala eletrofraca. Tal termo de massa é dado por,

$$\mathcal{L}_Y = -f\overline{l_L^c}\Delta l_L + h.c., \tag{4.74}$$

Substituindo as expressões para o dubleto de léptons e o tripleto de escalares encontramos que,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= \\ &= -\sqrt{2}f v_\Delta \overline{\nu^c}_{e_L}\nu_{e_L} + ... \end{aligned} \tag{4.75}$$

Onde as reticências indicam a presença de termos de interação. Como vimos no capítulo 1, este termo é um termo de massa de Majorana, pois estamos usando apenas uma das componentes quirais, a de mão esquerda. A partir deste termo podemos observar que neste modelo acontece a violação do número leptônico, da mesma forma que vimos no capítulo 1, quando apresentamos o termo de massa de Majorana. Podemos ainda reescrever este termo, usando a Eq. (4.9) que relaciona os parâmetros do modelo e obtermos que,

$$\mathcal{L}_Y = -f\frac{\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2}\overline{\nu^c}_{eL}\nu_{eL}, \tag{4.76}$$

assim a massa do neutrino é dada pela seguinte expressão,

$$M_\nu = f\frac{2\mu v_0^2}{\mu_\Delta^2}, \tag{4.77}$$

Desta forma fica explícita a dependência da massa do neutrino com os parâmetros deste modelo. A Eq. (4.77) nos permite obter neutrinos leves (da ordem dos eV) e também analisar o que esperar do modelo para determinados valores de f,μ e μ_Δ. Por exemplo, para $M_\nu \sim 1$ eV, tomando $f \sim 10^{-3}$ obtemos $\mu_\Delta \sim \mu$ e ambos da ordem de 10^{10} GeV. Desta forma a procura por sinais deste modelo, em particular no LHC torna-se impossível. De outra forma, supondo $\mu_\Delta \sim \mu$, ambos podem ser trazidos para a escala dos TeV ao custo de $f \sim 10^{-10}$. Alternativamente, tomando $f \sim 1$, a massa para os neutrinos da ordem de sub-eV pode ser encontrada, supondo $\mu_\Delta \sim v_0$ e $\mu \sim 1$eV [31]. Assim, para obter um parâmetro de massa μ_Δ na escala dos TeV devemos esperar que um dos parâmetros f ou μ sejam pequenos. No primeiro caso (f pequeno), os decaimentos previstos pelo modelo são predominantemente em Higgs, diferentemente do caso em que μ é pequeno, onde os decaimentos preferidos são em léptons [31], aumentando assim as chances de sinais deste modelo serem observados.

4.5 Comparações entre os mecanismos de seesaw tipo I e II

No mecanismo de seesaw tipo II vimos algumas consequências da simples extesão do MP com um tripleto de escalares por $SU(2)$, gerando massa para neutrinos e produzindo novos escalares. Fazendo uma compraração entre os dois mecanismos

de seesaw vistos até aqui, vimos que a busca por sinais do primeiro mecanismo estudado torna-se impossível, em particular no LHC, pois a escala de massa para o neutrino pesado é da ordem de teorias de grande unificação. O mecanismo de seesaw do tipo II, também é capaz de gerar massa para os neutrinos na escala de eV através da escolha adequada dos parâmetros de massa que aparecem na Eq. (4.77), mantendo o acoplamento de Yukawa da ordem da unidade. Neste caso, o modelo é igualmente fora do alcance dos experimentos na escala dos TeV. Por outro lado, diferentemente do seesaw tipo I, o seesaw tipo II permite que baixemos as escalas de massa características do modelo a fim de torná-lo testável já no LHC. O preço a se pagar é reintroduzirmos valores não naturais para o acoplamento de Yukawa, da ordem de 10^{-10}, o que torna seu papel questionável quanto à explicação da pequenez da massa dos neutrinos. Porém como vimos, no seesaw tipo II pode haver uma grande variedade de decaimetos desses novos escalares (inclusive em léptons), tornando este modelo mais atrativo do ponto de vista experimental. Então de um lado, um mecanismo produz constantes de Yukawa naturalmente da ordem da unidade, mas está relacionado a uma escala de massa da ordem de GUT, por outro lado, a escala de energia que pode-se esperar por sinais do segundo mecanismo está na escala dos TeV ao custo de constantes de acoplamento muito pequenas. Qual dos dois mecanismos acontece na natureza, ou até mesmo se ocorre uma combinação entre eles ou um outro mecanismo, não sabemos ainda. Mas, uma vez descoberto, trará informações valiosas sobre a natureza da massa dos neutrinos, lançando luz na nova física além do MP.

Capítulo 5

Operadores Efetivos

Veremos neste capítulo, que através do tratamento de um operador efetivo em baixas energias, podemos obter a massa para os neutrinos e assim verificar que teoria a altas energias recupera os mecanismos que temos estudado em baixas energias.

5.1 Teoria efetiva para massa de neutrinos

Em baixas energias, a lagrangeana efetiva necessária para gerar neutrinos massivos pode, em geral, ser expressa em termos de um operador não-renormalizável dada por [32],

$$\mathcal{L}_\kappa = \kappa_5(\overline{l^C} i\sigma_2\phi)(\phi^T i\sigma_2 l_L) + h.c, \tag{5.1}$$

onde l_L e ϕ são respectivamente os dubletos de léptons e de Higgs usuais do MP. Aqui κ é uma constante de acoplamento efetiva que pode ser expressa em termos de um acoplamento adimensional a_5 na forma $\kappa_5 = \frac{a_5}{\Lambda}$ onde Λ é uma escala muito elevada de energia. Assim o MP pode ser visto como uma teoria efetiva válida

numa escala que $\Lambda >> v$, onde v é o VEV padrão. O operador mostrado na Eq. (5.1) viola o número leptônico em duas unidades após a quebra espontânea de simetria nele um termo de massa de Majorana para neutrinos dado por,

$$m_\nu = \frac{1}{2}\kappa_5 v^2. \tag{5.2}$$

A forma específica de κ_5 dependerá dos possíveis processos de interação relacionados ao operador dado na Eq. (5.1). É sobre estes processos e suas consequências que veremos a seguir.

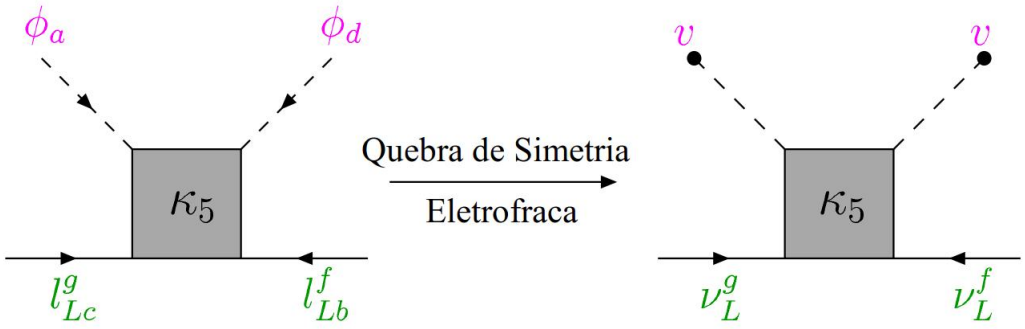


Figura 5.1: Geração da massa de Majorana para neutrinos da Lagrangeana efetiva a baixas energias após a QES. Cada campo ϕ contribui com um VEV padrão, enquanto a cada dubleto de léptons esta associado um neutrino de Majorana. Aqui os índices a,d referem-se as famílias e os índices f,g são de $SU(2)$.

5.1.1 Teoria a altas energias: mecanismos de seesaw

Os processos relacionados com o operador efetivo são mostrados na tabela a seguir, bem como os acoplamentos efetivos relacionados a cada um deles. Vimos anteriormente que a massa para os neutrinos está relacionada com a constante κ_5. Assim, uma vez conhecidos esses acoplamentos, conhecemos também a massa

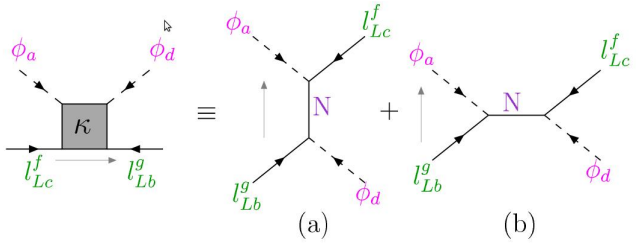
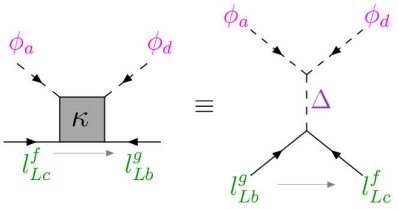
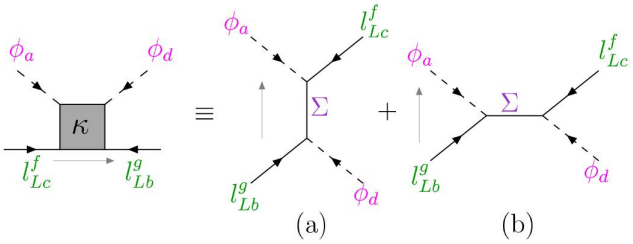
	Vértice Efetivo	κ
Tipo-I		$\kappa = 2Y_N^T M_N^{-1} Y_N$
Tipo-II		$\kappa = -2\frac{f\mu}{\mu_\Delta^2}$
Tipo-III		$\kappa = 2Y_\Sigma^T M_\Sigma^{-1} Y_\Sigma$

Tabela 5.1: Sumário dos acoplamentos efetivos a baixas energias

associada a acada um.

5.1.2 Seesaw Tipo I

O primeiro processo associado ao operador efetivo está relacionado a interação entre os campos via troca de um neutrino pesado (N), como mostrado na primeira

linha da tabela, resultando na seguinte constante de acoplamento efetiva,

$$\kappa_5 = Y_N M_N^{-1} Y_N, \tag{5.3}$$

onde Y é uma matriz de constantes de Yukawa e M é uma massa relacioanda ao neutrino trocado N. Dessa forma, substituimos este κ_5 na relação $m_\nu = \frac{1}{2}\kappa_5 v^2$ e encontramos que,

$$m_\nu = \frac{v^2}{2} Y_N M_N^{-1} Y_N, \tag{5.4}$$

que é a massa para neutrinos segundo este modelo de operadores efetivos. Para nossa surpresa é relação do mecanismo de Seesaw Tipo I mostrada no capítulo 3.

5.1.3 Seesaw Tipo II

Uma outra possibilidade para a interação entre os quatro campos é através da troca de um tripleto escalar, que estamos denominando de Δ, gerando o seguinte vértice efetivo

$$\kappa_5 = \frac{2\mu f}{\mu_\Delta^2} \tag{5.5}$$

onde f é uma constante de Yukawa e μ_Δ é um parâmetro de massa relacioando ao escalar Δ. Dessa forma, obtemos a massa para os neutrinos

$$m_\nu = \frac{v^2}{2}\kappa_5 = \frac{v^2}{2}\frac{2\mu f}{\mu_\Delta^2}, \tag{5.6}$$

que é a relação do Mecanismo de Seesaw Tipo II obtida no capítulo 4.

5.1.4 Seesaw Tipo III

Uma última maneira de os campos interagirem é através da troca de um tripleto de férmions, denominado aqui de Σ, com a constante de acoplamento efetiva dada por

$$\kappa_5 = 2Y_N M_N^{-1} Y_N, \tag{5.7}$$

gerando a seguinte massa para o neutrino segundo este modelo,

$$m_\nu = \frac{v^2}{2} Y_N M_N^{-1} Y_N, \tag{5.8}$$

que é a relação do Mecanismo de Seesaw Tipo III.

Vimos que usando o mesmo operador efetivo a baixas energias obtemos de forma sucinta e elegante os três Mecanismos de Seesaw. Estes resultados além de gerar massa para os neutrinos, que ainda é uma questão em aberto na física de partículas, colaboram para a idéia que o MP é uma teoria a baixas energias dando-nos respaldo para buscarmos respostas a outras questões em aberto a partir de modelos que estão numa maior escala de energia como por exemplo as teorias de grande unificação.

Capítulo 6

Conclusão

Fizemos uma breve apresentação do MP abordando seu conteúdo e seus principais aspectos. Vimos algumas extensões simples do MP, primeiro adicionando um singleto de mão direita para os neutrinos obtendo um termo de massa de Dirac para estas partículas. Analisamos as consequências de serem partículas de Dirac como a necessidade de constantes de Yukawa muito pequenas para explicar a leveza dos neutrinos e a mistura que ocorre no setor leptônico semelhante ao caso dos quarks. Depois estudamos um termo de massa de Majorana e vimos que se neutrinos forem partículas de Majorana o número leptônico não é mais conservado possibilitando um fenômeno conhecido como decaimento beta duplo sem neutrinos cuja observação deste processo poderá determinar a natureza dos neutrinos como partículas de Majorana. Em seguida, estudamos o primeiro dos mecanismos para explicar a leveza da massa dos neutrinos e vimos algumas novidades nas interações como o aparecimento de mais termos nas correntes em relação do MP envolvendo a partícula pesada de mão direita e os bósons do MP. Discutimos também um segundo mecanismo para a geração de massa para neutrinos, apresentando a la-

grangiana para este modelo que envolvia um tripleto de escalares e obtivemos que o termo de massa correspondente era naturalmente de Majorana, vimos que para um valor desejável desta massa assim como para sondar experimentalmente o modelo ajustes devem ser feitos nos parâmetros do modelo. mostramos também que devido ao acoplamento dos bósons de gauge do MP com a componente neutra do tripleto de escalares, houve correções para suas massas (com exceção do fóton) o que nos permitiu obter um vínculo entre dois parâmetros importantes no modelo.

Existem ainda outros mecanismos para a geração de massa de neutrinos como o Seesaw Tipo III que consiste na extensão do MP através da adição de um tripleto de Férmions por $SU(2)$ que além de explicar a leveza dos neutrinos, prevê decaimentos raros como $\mu \to e\gamma$ e $\tau \to e\gamma$ [33]. Finalmente apresentamos uma teoria originada de uma escala energia acima da escala eletrofraca e vimos que após a QES neste termo efetivo levou aos mesmas expresões para as massas dos neutrinos obtidas através dos mecanismos de seesaw, fato que aponta para uma física além da atual escala de energia e que pode ser a próxima teoria após o MP.

Há outras questões interessantes que estão relacionadas com neutrinos massivos como por exemplo a assimetria observada entre matéria e anti-matéria no universo. Sabe-se que o MP mostra esta violação no setor dos quarks, contudo é um valor extremamente pequeno para explicar a abundância da matéria sobre a anti-matéria, por isso, a teoria de neutrinos massivos é uma excelente candidata a resolver este problema. Pois, como vimos nos mecanismos estudados neste trabalho, para que tenhamos neutrinos leves há sempre uma partícula com uma massa numa ordem de grandeza bem maior que o VEV padrão que poderia, a partir de um certo momento no universo, decair preferencialmente em matéria do que em anti-matéria [34] e [35].

Apêndice A

Relações Importantes

As componentes de mão-direita e mão-esquerda de um espinor de Dirac são definidas em termos dos operadores quiralidade da seguinte forma,

$$\psi_L = L\psi = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi, \tag{A.1}$$

$$\psi_R = R\psi = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi. \tag{A.2}$$

Relacões importantes,

$$\gamma_5^2 = I; \tag{A.3}$$

$$L.R = R.L = 0; \tag{A.4}$$

$$L^2 = L; \tag{A.5}$$

$$R^2 = R; \tag{A.6}$$

$$\bar{\psi}_L = \bar{\psi}\left(\frac{1+\gamma_5}{2}\right); \tag{A.7}$$

$$\bar{\psi}_R = \bar{\psi}\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right). \tag{A.8}$$

Apêndice B

Partícula de Majorana

Antes de lidarmos com o conceito de uma partícula de Majorana, vamos definir o operador conjugação de carga C. Este operador é aquele operador que leva a partícula na antipartícula e é definido por,

$$\psi^c = C\gamma^0\psi^* = C\bar{\psi}^T, \tag{B.1}$$

com,

$$C = i\gamma^2\gamma^0, \tag{B.2}$$

onde γ^i são as matrizes de Dirac e o espinor ψ é um espinor de Dirac dado de forma geral como segue abaixo,

$$\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}, \tag{B.3}$$

com χ e ϕ contendo duas componentes cada.

Vamos adotar a representação de Weyl das matrizes de Pauli onde,

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}. \tag{B.4}$$

Assim,

$$P_L = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; P_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix},$$

$$(\psi_R)^c = C\gamma^0\psi_R^* = i\gamma^2\psi_R^* = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \phi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{B.5}$$

e

$$\psi^c = C\gamma^0\psi^* = i\gamma^2\psi^* = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi* \\ \phi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ -i\sigma^2\chi^* \end{pmatrix}. \tag{B.6}$$

Das equações (B.5) e (B.6), e usando o operador P_L, concluímos que para um **espinor de Dirac**,

$$(\psi_R)^c = (\psi^c)_L, \tag{B.7}$$

e equivalentemente,

$$(\psi_L)^c = (\psi^c)_R. \tag{B.8}$$

Agora vamos definir um espinor de Majorana. Um espinor é dito ser de Majo-

rana se,

$$\psi_M = \psi_M^c. \tag{B.9}$$

Aplicando a definição acima na equação (B.7) encontramos a seguinte identidade para um **espinor de Majorana**,

$$(\psi_R)^c = \psi_L. \tag{B.10}$$

Então um espinor de Majorana é descrito em termos de apenas uma helicidade (L ou R). Consequentemente, um termo de massa de Dirac que é expresso de forma geral por,

$$m\bar{\psi}_L\psi_R + h.c\ , \tag{B.11}$$

se reduz, para o caso de um espinor de Majorana, usando a equação (B.10) a,

$$m\bar{\psi}_L(\psi_L)^c + h.c\ , \tag{B.12}$$

ou,

$$m\bar{\psi}_R(\psi_R)^c + h.c\ . \tag{B.13}$$

Como no mecanismo de seesaw do tipo I inserimos um neutrino de Majorana de mão direita, então este terá um termo de massa do tipo (B.13).

Referências Bibliográficas

[1] F. J. et al., Phys. Rev. Lett. B **46**, 121 (1973).

[2] Y. Fukuda et al., [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).

[3] S. Bray, J.S. Lee, A. Pilaftsis, Nucl. Phys. B **95**, 786 (2007).

[4] K. Huitu, J. Maalampi, A. Pietila, M. Raidal, Nucl. Phys. B **27**, 487 (1997).

[5] P. Fileviez Perez, T. Han, G.Y. Huang, T. Li, K. Wang, Phys. Rev. D **78**, 015018 (2008).

[6] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).

[7] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).

[8] A. Salam, "**in Elementary Particle Theory**", The Nobel Symposium 8, editado por N. Nvartholm(Almqvist and Wiksell, Stockholm, p. 367,1968).

[9] F. S. Queiroz, "**Um Modelo de Neutrino Estril Candidato Matria Escura**", (Pode ser vista em www.capesdw.capes.gov.br/capesdw/resumo.html?idtese=2009324001015002P0), (2008).

[10] C. Quigg, "**Gauge Theories of the Strong, Weak and Eletromagnetic Interactions**",(Benjamin/Cummmings Company, 1983).

[11] Particle Data Group, disponvel em : http:// pdg.lbl.gov/2008/reviews/rpp2088-rev-standard model.pdf

[12] C. amsler et al. (Particle Date Group), Phys. Rev. Lett. B **667**, 1 (2008).

[13] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).

[14] S.L. Glashow, J. Iliopoulos, and Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285(1970).

[15] D.P. Roy, Phys. News India **39**, 51 (2009).

[16] S.F. Rovaes, "**Standard Model : An Introdution**". (disponível em arxiv:0001283v1).

[17] B. Kayser,"**Neutrino Physics as Explored by Flavor Change**", (Oxford Univ, Oxford, 1999).

[18] C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985).

[19] C. Giunti and C. W. Kim, "**Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics**", (Oxford University Press).

[20] Pode ser visto em http://map.gsfc.nasa.gov/.

[21] N. Haba and M. Hirotsu, Eur. Phys. J. C **69**, 481-492 (2010).

[22] J. Schechter and J. Valle: Phys. Rev. D **25**, 2951 (1982); E. Takasugi: Phys. Lett. B **149**, 372 (1984).

[23] Heideberg-Moscou collaboration, H.V. Klapdor-Kleingrothansn et al., Eur. Phys. J. A **12**, 147 (2001).

[24] CUORE Collaboration, Arnaboldi, C, et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 142501 (2005).

[25] V. D. Barger, J. F. Beacom, King-man Cheung, Tao Han, Phys. Rev. D **50**, 6704-6712 (1994).

[26] F. del Aguila, J.A. Aguilar-Saavedra, Nucl. Phys. B **813**, 2290 (2009).

[27] F. del Aguila, J. de Blas, M. Perez-Victoria, Phys. Rev. D **78**, 013010 (2008).

[28] L. Hana, X. Heb, M. Wen-Gana, W. Shao-Minga, and Z. Ren-Youa, [arxiv:1006.5534v1].

[29] R. N. Mohapatra and Palash B. Pal, "**Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics Third Edition**", (World Scientific, 1998).

[30] P. F. Prez, T. Han, G. Huang, T. Li, and K. Wang, [arxiv:0805.3536v1].

[31] A. G. Akeroyd, M. Aoki, and H. Sugiyama, Phys. Rev. D 77, 075010 (2008); J. Garayoa and T. Schwetz, J. High Energy Phys. 03, 009 (2008); E. J. Chun, K.Y. Lee, and S. C. Park, Phys. Lett. B 566, 142 (2003); M. Kadastik, M. Raidal, and L. Rebane, Phys. Rev. D 77, 115023 (2008); P. Fileviez Perez, T. Han, G. y. Huang, T. Li, and K. Wang, Phys. Rev. D 78, 015018 (2008).

[32] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43**, 1566 (1979).

[33] W.M.Yao et al (Particle Data Group), J. Phys. G 33, **1** (2006) (and 2007 partial update for edition 2008).

[34] W. Chao , S. Luo , Z. Xing, Phys.Lett. B **659**, 281-289 (2008).

[35] M . Abbas and S. Khalil, JHEP **0804**, 056 (2008).