



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EVERTON CAVALCANTE

**DECAIMENTO DO PRÓTON E MASSA DOS LÉPTONS NUMA
EXTENSÃO DE GAUGE DO MODELO PADRÃO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

JOÃO PESSOA, PB
MARÇO DE 2011

EVERTON CAVALCANTE

**DECAIMENTO DO PRÓTON E MASSA DOS LÉPTONS NUMA
EXTENSÃO DE GAUGE DO MODELO PADRÃO**

*Trabalho apresentado ao Programa de Pós
Graduação em Física da Universidade Fede-
ral da Paraíba como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre em Física.*

Orientador:

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

JOÃO PESSOA, PB

MARÇO DE 2011

C376d Cavalcante, Everton.
Decaimento do próton e massa dos léptons numa
extensão de gauge do modelo padrão / Everton Cavalcante. -
- João Pessoa: [s.n.], 2011.
76f. : il.
Orientador: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva.
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN.

1. Física. 2. Decaimento do próton. 3. Massa dos férmions.
4. Modelos de grande unificação. 5. Extensões do modelo
padrão.



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

DECLARAÇÃO

A Comissão Examinadora que abaixo assina este documento, reunida no dia 30 de março de 2011, na Sala de Reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, **aprova Everton Cavalcante** na defesa de sua dissertação intitulada "*Decaimento do próton e massa dos léptons numa extensão de Gauge do Modelo Padrão*".

João Pessoa, 30 de março de 2011

Orientador:
(Presidente da Banca)

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
(DF/UFPB)

Co-Orientador:

(---)

1º Examinador:
(Interno)

Prof. Dr. Albert Petrov
(DF/UFPB)

2º Examinador:
(Externo)

Prof. Dr. Victor Ignácio Afonso
(UFCG)

À minha esposa Lorena.

Agradecimentos

Primeiro agradeço a Deus por nos proporcionar o dom da vida e o Universo para que pudéssemos decifrar.

A minha esposa Lorena pelo amor e companheirismo.

Aos meus pais, Elton e Zenaide, pelo amor incondicional.

Aos meus irmãos, Helder e Erica, por existirem em minha vida e me proporcionarem boas lembranças da infância.

As minhas tias e primas, pelo afeto e apoio.

Aos amigos e amigas, onde citações seriam inviáveis, vai o agradecimento pelos bons momentos.

Também não poderia faltar o agradecimento aos professores Paulo e Carlos pelos preciosos conhecimentos passados, assim como a todos os colegas do grupo de Física de Partículas, pelas discussões enriquecedoras.

Por último, agradeço ao programa de bolsas CAPES-REUNI, pelo auxílio financeiro.

*Emancipate yourselves from mental slavery
None but ourselves can free our minds
Have no fear for atomic energy
Cause none of them can stop the time
How long shall they kill our prophets
While we stand aside and look
Some say it's just a part of it:
We've got to ful fill the Book.*

—BOB MARLEY.

Resumo

Nesta dissertação abordaremos as simetrias de número bariônico e leptônico do modelo padrão como manifestações em baixas energias de teorias mais fundamentais. Por meio de operadores efetivos, estudaremos termos de massa para léptons e modos de decaimento para o próton. Também estudaremos a predição quanto ao tempo de decaimento do próton num modelo de grande unificação específico (modelo $SU(5)$ mínimo), comparando com o limite experimental do Super-Kamiokande. Por último apontaremos alguns problemas numa extensão de gauge do modelo padrão (modelo $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_N(1)$ mínimo), diminuindo seu conteúdo de campos escalares, onde os operadores efetivos para massa dos léptons e decaimento do próton serão manipulados através da introdução de certas simetrias discretas.

Palavras-chave: Decaimento do Próton, Massa dos Férmions, Modelos de Grande Unificação, Extensões do Modelo Padrão.

Abstract

In this dissertation we will approach the lepton and baryon number symmetries as low energy manifestation of more fundamental theories at higher energies. By using effective operators we investigate the possibility of generating reasonable mass terms for leptons as well as suppressed proton lifetime in the Standard Model. We also look at the proton decay processes in a specific grand unified theory (the minimal $SU(5)$) and comment about the experimental bounds on proton lifetime from Superkamiokande. Finally, we consider a simple gauge extension of Standard Model, the minimal $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_N(1)$ model, pointing some drawbacks in this model concerning lepton masses and proton lifetime. We study how it is possible to diminish its scalar content and solve the lepton mass and proton decay issues.

Keywords: Proton Decay, Fermion Masses, Grand Unified Models, Extensions of the Standard Model.

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo	iv
Abstract	v
Introdução	10
1 O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas	13
1.1 A Disposição dos Férmions no Modelo Padrão	13
1.2 Lagrangeana Escalar e o Mecanismo de Higgs	15
1.3 Lagrangeana de Yukawa	18
1.4 Interações dos Férmions com os Bósons Vetorias	20
1.4.1 Corrente Carregada	20
1.4.2 Corrente Neutra	21
1.5 Interação Mútua dos Bósons Vetorias	23
1.6 Simetrias Acidentais do Modelo Padrão	23
2 Operadores Efetivos para o Decaimento do Próton e Massa dos Neutrinos	25
2.1 Modelo 3-2-1 Efetivo	27
2.2 Possíveis Decaimentos para o Próton	29
2.3 Termos de Massa Efetivos para Neutrinos	32
3 Decaimento do Próton no Modelo SU(5)	34
3.1 A Disposição dos Férmions no Modelo SU(5)	35
3.2 Lagrangeana de Matéria	37
3.3 Lagrangeana Escalar	40
3.3.1 Primeira Transição	41
3.3.2 Segunda Transição	43
3.4 Lagrangeana de Yukawa	45
3.5 Decaimento do Próton	48

4	O Modelo 3-3-1 Verdadeiramente Mínimo	52
4.1	A Disposição dos Férmions no Modelo 3-3-1 Mínimo	52
4.2	Lagrangiana de Matéria	54
4.3	Massa dos Férmions	55
4.4	Cutoff do Modelo e Decaimento Rápido do Próton	57
4.5	O Modelo 3-3-1 Verdadeiramente Mínimo	58
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
A	Relações Importantes	65
B	Representação Fundamental dos Geradores do SU(2), SU(3) e SU(5)	68
B.1	Geradores do SU(2)	68
B.2	Geradores do SU(3)	68
B.3	Geradores do SU(5)	69
	Referências Bibliográficas	72

Introdução

A física possui como característica histórica o fato de orientar a construção de seus modelos através de simetrias que revelem comportamentos fundamentais da natureza. Muitas foram as tentativas de descrever, de forma unificada, fenômenos aparentemente desconexos, entretanto, a que revelou maior solidez teórica, e ampla testabilidade, foi o modelo padrão das interações eletrofracas (MP), unificando as interações eletromagnética e fraca. Este modelo está sustentado na hipótese que a invariância de Lorentz dos campos seja uma simetria fundamental do espaço-tempo, bem como que tais campos permaneçam invariantes pela simetria de gauge: $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$.

Com seu desenvolvimento, desde às contribuições iniciais de Glashow [1], Weinberg [2] e Salam [3], notou-se que os campos para os quarks, dispostos em multipletos pela simetria do MP, também comportavam a simetria de cor da cromodinâmica quântica (QCD), incorporando o grupo de gauge $SU_C(3)$ à estrutura do MP: $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$.

O modelo é descrito como uma teoria de gauge não-Abeliana, onde os termos de massa para os campos aparecem com a hipótese da existência de um campo escalar, disposto como um dubleto por $SU_L(2)$, responsável por dar massa às partículas, conhecido como campo de Higgs [4]. O mecanismo de geração de massa se dá por uma quebra espontânea da simetria de gauge, revelando os bósons $W^\pm$ e Z^0 como mediadores massivos na escala eletrofraca. Sendo que a descoberta destes no LEP e no Tevatron [5], bem como a confirmação quanto à predição das suas massas, foi uma das grandes confirmações do MP, abordado a título de revisão no primeiro capítulo desta dissertação.

Dentre outros vários pontos a favor do MP, está a predição e a confirmação da existência e das massas dos quarks "charm" e "top" [6], [7], [8], [9], assim como da existência de correntes neutras na interação fraca [10], além do mesmo recuperar todos os resultados da eletrodinâmica quântica (QED). Entretanto, a comunidade científica está convencida que o MP não vem a ser a teoria final para a descrição das partículas elementares. A construção do modelo exige que diversos dos seus parâmetros sejam postos a mão, como os acoplamentos de Yukawa, os ângulos de mistura do setor hadrônico, e o parâmetro " λ " do setor escalar. O mesmo também não fornece uma explicação para a massa dos neutrinos, a abundância e a natureza da matéria e da energia escura, nem responde, por primeiros princípios, o porquê da existência de três famílias fermiônicas, restando-lhe o caráter mínimo apenas a seu setor escalar. No que tange a

notória distinção entre as abundâncias de matéria e anti-matéria no Universo atual, a violação de CP (carga-paridade) prevista por Kobayashi e Maskawa [7], com a introdução de uma terceira família de quarks, não esclarece de forma suficiente os dados observados. Estes, entre outros vários aspectos, fazem com que busquemos extensões do modelo.

Se observarmos o "running" dos acoplamentos do MP, veremos que estes tendem a se encontrar numa escala de massa entre 10^{14-16} GeV [11]. Também, levando em conta que altas energias remontam cenários de um Universo primitivo, podemos considerar que a conservação do número bariônico, encontrada na lagrangeana do MP, seja apenas uma manifestação em baixas energias de um modelo que resida numa escala em que os acoplamentos se encontrem, resultando numa única interação primordial, característica de um período pouco após ao Big-Bang.

Motivados pela existência de um modelo a mais altas energias, estudaremos o comportamento deste modelo genérico em baixas energias, por meio de termos invariantes pela simetria do MP. Mais especificamente no capítulo 2, construiremos operadores efetivos não-renormalizáveis, que levam ao decaimento do próton, como tratado por Weinberg em 1979 [12], bem como operadores que geram massa para os neutrinos. Neste capítulo também discorreremos sobre alguns dos aspectos experimentais na busca do decaimento do próton no Super-Kamiokande, em andamento no Japão.

Para um melhor entendimento dos modelos de grande unificação, abordaremos no capítulo 3 um modelo específico, proposto por Glashow e Georgi [13], conhecido como SU(5) mínimo, dado o caráter mínimo do conteúdo de escalares. Este é capaz de comportar o conteúdo de representação do MP, mantendo a característica marcante das GUT's de que léptons e quarks compartilham um mesmo multiplete de gauge. Devido ao fato do modelo aglomerar léptons e quarks num mesmo multiplete, surgem novos bósons de gauge conhecidos como lépto-quarks, com massa na escala de grande unificação, implicando em processos que conduzem ao decaimento do próton. Neste capítulo descreveremos brevemente a lagrangeana de matéria do modelo, bem como seu setor escalar e os seus termos de Yukawa característicos. Também calcularemos o tempo de vida para o próton, comparando com o limite experimental dado pelo Super-Kamiokande [14], [15], assim, encontraremos a escala energética onde este modelo de grande unificação deve residir.

Mesmo com sua proposta arrojada, o SU(5) mínimo não responde quanto à massa dos neutrinos, bem como caracteriza-se por um vazio de interações no espectro, com suas escalas de quebra de simetria distantes de doze à quatorze ordens de grandeza. Ou seja, existe uma grande faixa no espectro aparentemente desprovida de uma teoria intermediadora.

Com o intuito de melhorar os resultados do MP quanto à massa dos léptons carregados, ampliando a uma discussão sobre a massa dos neutrinos, abordaremos no capítulo 4 uma extensão da simetria de isospin fraco do MP, característica por sanar o problema da replicação das

famílias fermiônicas, e também por residir na escala de TeV, conhecida como modelo 3-3-1 mínimo [16]. Este modelo é ausente de singletos de léptons, bem como exige a existência de novos quarks além dos usuais. Também, diferentemente do MP, o seu conteúdo de escalares é composto por quatro multipletos distintos.

Neste modelo, apontaremos alguns problemas quanto ao fenômeno de oscilação de sabor em neutrinos e a previsão do tempo de vida do próton próximo aos nanossegundos. Tais problemas serão contornados com a exclusão de um dos seus multipletos de escalares, juntamente com a introdução das simetrias discretas Z_3 e Z_2 , assim mostraremos termos de massa mais realísticos para os léptons neutros e carregados, eliminando o problema quanto ao decaimento rápido de próton. Por fim elaboraremos uma conclusão e descreveremos algumas das perspectivas para trabalhos futuros.

O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas

O estudo de simetrias locais como elementos fundamentais no comportamento da natureza unificada das interações deve-se ao desenvolvimento dos trabalhos de Yang e Mills [17]. Seu papel já era destaque para se estabelecer a forma covariante das equações de Maxwell, assim como também ao revelar a natureza física do potencial vetor eletromagnético no efeito Aharonov-Bohm [18]. A relevância das simetrias de gauge é tal, que além de introduzir as forças na lagrangeana de Dirac, também fixa como essas forças interagem com as partículas do modelo em questão.

O vácuo também ganha um papel notório na construção do modelo padrão das interações eletrofracas (MP) pois, devido a um campo escalar desenvolver um valor esperado do vácuo (VEV) não-nulo, a existência de bósons de gauge massivos é possível por meio do mecanismo de Higgs [4]. De fato, o MP é um modelo de unificação entre a eletrodinâmica quântica ($QED \sim Quantum\ Electrodynamics$) e as interações fracas, baseado na quebra espontânea de simetria (QES) de uma simetria conveniente, no caso a estrutura de grupo: $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Onde o grupo $SU_L(2)$ está associado a simetria de isospin fraco, e o grupo Abelian $U_Y(1)$ é caracterizado pelo número quântico de hipercarga (Y). Os resultados extraídos do MP o deixam num patamar sólido ao recuperar o caráter vetorial da QED e vetor-axial das interações fracas, além dos diversos aspectos fenomenológicos reproduzidos com exímia precisão nos experimentos do LEP I, LEP II e Tevatron.

O modelo de Glashow-Weinberg-Salam, como comumente conhecido, foi proposto em paralelo por Glashow [1], Weinberg [2] e Salam [3] na década de 60. Com o decorrer do tempo novas contribuições ocorreram, como o fato do MP incorporar a simetria $SU_C(3)$ de cor. Algumas, pertinentes ao trabalho, estão expostas a seguir¹.

1.1 A Disposição dos Férmions no Modelo Padrão

Quando Glashow propôs acomodar as interações fraca e eletromagnética na simetria não-Abeliana $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, não havia indícios de massa para os neutrinos. Isto é incorporado de maneira evidente na disposição dos férmions no MP com a ausência de um neutrino de mão-direita, restringindo a mistura das quiralidades (ver Apêndice A) para o mesmo. Com a

¹Uma excelente revisão sobre o Modelo Padrão pode ser encontrada nas referências: [21], [22], [23]

introdução da simetria de cor no MP, ou seja, sob $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, os férmions são então dispostos:

$$l_{j,L}^T = \begin{pmatrix} \nu_j & e_j \end{pmatrix}_L^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1); \quad l_{j,R} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -2)$$

$$Q_{j,L}^T = \begin{pmatrix} u_j & d_j \end{pmatrix}_L^T \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{3}\right); \quad Q_{j,R}^u \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{4}{3}\right); \quad Q_{j,R}^d \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3}\right).$$

Onde, na notação utilizada: l_L e l_R representam os dubletos de léptons de mão-esquerda e singletos de mão-direita respectivamente, bem como: Q_L , Q_R^u , Q_R^d , os dubletos de quarks de mão-esquerda, e singletos de mão-direita "up" e "down". Assim como "T" significa transposição e "j" indexa as três diferentes famílias. Também, ao lado de cada férmion, apresentamos as propriedades de transformação sob as simetrias do modelo, $SU_C(3)$, $SU_L(2)$ e $U_Y(1)$, nesta ordem.

Ao longo de todo o texto, a variação dos campos e de suas derivadas se dará da seguinte forma:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp[i\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)]\psi(x) \quad (1.1)$$

$$D_\mu \psi(x) \rightarrow D'_\mu \psi'(x) = \exp[i\vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)]D_\mu \psi(x), \quad (1.2)$$

onde " α " é uma fase dependente das coordenadas do espaço-tempo ($x^\mu \equiv x$), e τ_k são as cargas (geradores) dos grupos de simetria envolvidos.

A conveniência na notação se tornará aparente quando explicitarmos as derivadas covariantes do modelo em termos das hipercargas das partículas, obtidas ao definirmos o operador de carga elétrica de Gell-Mann e Nishijima. Tal operador fornece as cargas das partículas do modelo em questão em termos dos geradores diagonais do grupo de simetria proposto. Para o MP:

$$Q = \tau^3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.3)$$

resultando nas hipercargas: $Y_{l_{j,L}} = -1$; $Y_{l_{j,R}} = -2$; $Y_{Q_{j,L}} = \frac{1}{3}$; $Y_{Q_{j,R}^u} = \frac{4}{3}$; $Y_{Q_{j,R}^d} = -\frac{2}{3}$. Assim, as Lagrangeanas envolvendo unicamente campos de matéria ficam²:

$$\mathcal{L}_{Leptons} = \bar{l}_{j,R}(i\not{V}^\mu)(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y_{l_{j,R}}B_\mu)l_{j,R} + \bar{l}_{j,L}(i\not{V}^\mu)(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y_{l_{j,L}}B_\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a W_\mu^a)l_{j,L} \quad (1.4)$$

²Lembrando ao leitor que os quarks na expressão (1.5) são auto-estados de interação.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Quarks} = & \bar{Q}_{j,R}^\mu (i\gamma^\mu) (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_{Q_{j,R}^\mu} B_\mu) Q_{j,R}^\mu + \bar{Q}_{j,R}^d (i\gamma^\mu) (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_{Q_{j,R}^d} B_\mu) Q_{j,R}^d \\
& + \bar{Q}_{j,L} (i\gamma^\mu) (\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_{Q_{j,L}} B_\mu + i\frac{g}{2} \sigma^a W_\mu^a) Q_{j,L} ,
\end{aligned} \tag{1.5}$$

$$a = 1, 2, 3.$$

O modelo até então, além de não possuir termos de massa invariantes de gauge para os férmions, também prevê a existência de quatro bósons de gauge sem massa (W_μ^1 , W_μ^2 , W_μ^3 , e B_μ), não recuperando os resultados obtidos por Fermi [19] quanto a mediadores massivos na força fraca. No entanto, Weinberg [2] e Salam [3] conseguiram incorporar uma forma "espontânea" de gerar massas a tais partículas por meio do mecanismo de Higgs [4], tratado no tópico seguinte.

1.2 Lagrangeana Escalar e o Mecanismo de Higgs

O entendimento atual mais aceito a respeito da geração da massa das partículas elementares requer a existência de um campo escalar que permeia todo o espaço, conhecido como campo de Higgs. As partículas, ao interagirem com esse campo, ganham sua característica de inércia. Apesar de termos, até então, três famílias fermiônicas, os escalares são postos num único dubleto de isospin, dando ao MP um caráter "mínimo" quanto à inclusão de escalares.

A existência de um setor escalar permite que encontremos os termos de massa dos mediadores ao custo da inclusão de um parâmetro livre: " λ ". A lagrangeana mais geral para o setor de escalares é:

$$\mathcal{L}_{escalar} = |(\partial_\mu + i\frac{g'}{2} Y_\phi B_\mu + i\frac{g}{2} \sigma^a W_\mu^a) \phi|^2 - V(\phi^\dagger \phi) , \tag{1.6}$$

$$a = 1, 2, 3 ;$$

onde³:

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + |\lambda| (\phi^\dagger \phi)^2. \tag{1.7}$$

O dubleto de escalares deve ser tal que a relação de Gell-Mann e Nishijima para a carga elétrica (1.3) seja satisfeita. Isso é feito com um dubleto composto por um escalar carregado na primeira componente de isospin fraco, e um escalar neutro na segunda componente:

³Aqui evitamos os termos não-renormalizáveis, com dimensão de massa negativa para os parâmetros livres.

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

resultando numa hipercarga $Y_\phi = 1$.

Observamos também que na expressão (1.7) o caso $\mu^2 < 0$ torna o vácuo degenerado:

$$\langle |\phi|^2 \rangle_0 = \frac{v^2}{2}, \quad (1.9)$$

com:

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{|\lambda|}}. \quad (1.10)$$

E que o VEV do campo ϕ :

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

é neutro pelo operador de carga elétrica (1.3). De fato, a relação de Gell-Mann e Nishijima é justamente a composição dos geradores da simetria $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ que deixa o vácuo invariante, ou seja, a combinação que não é quebrada na atuação sobre o vácuo.

Como procedimento padrão numa QES, vamos deslocar o campo ϕ para um campo físico $\phi' = \phi - \langle \phi \rangle_0$, com VEV nulo. Desse modo nosso dubleto fica em termos dos bósons de Goldstone (ξ), que são escalares não massivos iguais em número aos geradores quebrados sob o vácuo [20]. Podemos ainda eliminar os escalares não massivos por meio de um gauge apropriado, conhecido como gauge unitário [21], que atua no campo deslocado ϕ' "absorvendo" os Goldstones pelas componentes longitudinais dos campos vetoriais massivos:

$$\phi = \exp\left(-i\frac{\vec{\xi} \cdot \vec{\sigma}}{2v}\right) \phi' = \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

onde a parte real do campo ϕ'^0 e chamado bóson de Higgs (H).

Em suma, o mecanismo de Higgs contorna a existência de um vácuo degenerado no modelo por uma quebra de simetria de gauge, onde os escalares não massivos do dubleto são absorvidos pelos campos vetoriais, dando-lhes sua massa.

A lagrangeana escalar (1.6) em termos do campo ϕ da expressão (1.12) fica:

$$\mathcal{L}_{escalar} = \left| \left(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y_\phi B_\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a W_\mu^a \right) \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 - \mu^2 \frac{(v+H)^2}{2} - \lambda \frac{(v+H)^4}{4}, \quad (1.13)$$

$$a = 1, 2, 3.$$

É útil definirmos:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}. \quad (1.14)$$

De forma que obtemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} = & \left| \frac{\partial_\mu H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{ig'Y_\phi(v+H)B_\mu}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \right. \\ & \left. + \frac{ig(v+H)}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}W_\mu^+ \\ -W_\mu^3 \end{pmatrix} \right|^2 - \mu^2 \frac{(v+H)^2}{2} - \lambda \frac{(v+H)^4}{4}; \end{aligned} \quad (1.15)$$

ou ainda, usando (1.10) e desprezando os termos de interação:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} = & \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \left(\frac{g'v}{2\sqrt{2}} \right)^2 B_\mu B^\mu + \left(\frac{gv}{2} \right)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + \\ & + \left(\frac{gv}{2\sqrt{2}} \right)^2 W_\mu^3 W^{\mu 3} - \frac{gg'v^2}{4} B_\mu W^{\mu 3} + \lambda v^2 H^2. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Como a expressão (1.16) evidencia termos de mistura do tipo $\sim B_\mu W^{\mu 3}$, devemos diagonalizar a matriz de massa a fim de encontrarmos uma base de auto-estados coerente. Para isso vamos usar a parametrização:

$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.17)$$

$$\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.18)$$

Encontramos que a base de auto-estados de massa $\{A_\mu, Z_\mu\}$ é tal [22]:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Fazendo a mudança de base em (1.16) e levando em conta apenas os termos de massa, encontramos:

$$\mathcal{L}_{escalar} = \left(\frac{gv}{2} \right)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + \left(\frac{gv}{2\sqrt{2}\cos\theta_W} \right)^2 Z_\mu Z^\mu + \lambda v^2 H^2 \quad (1.20)$$

Comparando com os termos de massa usuais para os campos neutro e carregado temos:

$$M_W = \frac{gv}{2} \quad (1.21)$$

$$M_Z = \frac{g\nu}{2\cos\theta_W} \quad (1.22)$$

$$M_H = \sqrt{2\lambda\nu^2} \quad (1.23)$$

$$M_\gamma = 0 \quad (1.24)$$

Como vemos, após obtermos o espectro físico dos bósons vetoriais, recuperamos o fóton não massivo.

O modelo de Fermi para as interações fracas também nos dá uma relação entre os valores de g , ν , e a constante de Fermi (G_F) no limite em baixas energias [21]:

$$\frac{g^2}{8} = \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}, \quad (1.25)$$

onde podemos obter um valor numérico para o VEV no MP:

$$\nu = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV} \quad (1.26)$$

Como vimos, a inclusão de uma lagrangeana escalar no MP tornou possível determinarmos a massa dos bósons de gauge e do Higgs, a menos de um parâmetro livre. Para conhecer como o Higgs interage com os férmions do modelo, assim como determinarmos como o mecanismo de QES nos fornece a massa de tais partículas, vamos estudar a Lagrangeana de Yukawa.

1.3 Lagrangeana de Yukawa

No MP a lagrangiana de Yukawa [24] é responsável por revelar os termos de massa dos férmions, além de descrever a interação destes com o campo de Higgs, havendo uma lagrangeana para o setor leptônico e outra para o setor hadrônico.

Para os termos de Yukawa dos léptons, as invariâncias necessárias ao MP são obtidas trivialmente com o dubleto de escalares usual (1.12), sendo então descritos por:

$$\mathcal{L}_{Y,Leptons} = -G_j^{(l)} [\bar{l}_{j,R} \Phi^\dagger l_{j,L} + \bar{l}_{j,L} \Phi l_{j,R}]. \quad (1.27)$$

Após a QES, estes nos revelam a massa dos léptons:

$$M_{e_j} = \frac{\nu}{\sqrt{2}} G_j^{(l)}. \quad (1.28)$$

No setor hadrônico devemos ressaltar que a disposição atual quanto à simetria e ao número de família para os quarks deve-se fundamentalmente às contribuições de Cabibbo [25], Glashow,

Iliopoulos e Maiani [6], além de Kobayashi e Maskawa [7]. Cabibbo [25] percebeu que a disposição dos quarks existentes até então (up (u), down (d) e strange (s)) em tripletos de sabor, levaria a não universalidade do acoplamento da interação fraca em certos processos de decaimentos hadrônicos envolvendo violação de estranheza. O mesmo resolveu o problema introduzindo um novo parâmetro ($\theta_C \equiv$ ângulo de Cabibbo) de modo a combinar os estados "down"(d) e "strange"(s), que pertencem à base de autoestados de massa, como uma superposição dos estados da base sabor, ou base de interação (d_θ).

$$d_\theta = (\cos\theta_C)d + (\sin\theta_C)s \quad (1.29)$$

Glashow, Iliopoulos, e Maiani [6] introduziram mais uma família de quarks, com a segunda componente de isospin fraco também misturando os quarks "down"(d) e "strange"(s)⁴. Enquanto que a terceira família de quarks foi introduzida por Kobayashi e Maskawa [7] para que pudessem obter violação de conjugação de carga-paridade (assimetria matéria-antimatéria) no MP. Com a nova família de quarks, a matriz mais geral que mistura os sabores dos quarks é conhecida como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (matriz CKM)⁵.

Para a lagrangeana de Yukawa do setor hadrônico, o dubleto de escalares como disposto na expressão (1.8) não permite escrever termos de Yukawa para a massa dos quarks "up". Podemos entretanto, com um novo arranjo dos escalares já propostos, contornar esse infortúnio. Após rearranjarmos o dubleto ϕ , este passa a um $\tilde{\phi}$, com hipercarga $Y_{\tilde{\phi}} = -1$, dado por:

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2\phi^* = \begin{pmatrix} (\phi^0)^* \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

Com a QES, o novo arranjo de escalares passa a assumir um VEV na sua primeira componente de isospin fraco. Assim, a lagrangeana de Yukawa para o setor hadrônico, que é

$$\mathcal{L}_{Y,Quarks} = -\sum_{i,j}^3 [G_{ij}^{(u)} \bar{Q}_{i,R}^u \tilde{\phi}^\dagger Q_{j,L} + G_{ij}^{(d)} \bar{Q}_{i,R}^d \phi^\dagger Q_{j,L}] + h.c., \quad (1.31)$$

sem os termos de interação, fica:

$$\mathcal{L}_{Y,Quarks} = -\frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{i,j}^3 [\bar{u}_{i,R} G_{ij}^{(u)} u_{j,L} + \bar{d}_{i,R} G_{ij}^{(d)} d_{j,L}] + h.c. \quad (1.32)$$

Com $G_{ij}^{u(d)}$ sendo matrizes não-diagonais. Para que possamos obter os termos de massa dos quarks, devemos levar a base de sabor na base de auto-estados massa (base diagonal). Isso é feito por meio de matrizes unitárias $V^{(u)}$ e $V^{(d)}$, tal que:

⁴Ficará mais claro ao leitor o porquê da introdução de uma nova família de quarks, com essas características, no estudo da corrente neutra dos quarks.

⁵Veremos mais adiante que essa matriz ganha especial destaque no estudo da corrente carregada dos quarks.

$$\mathcal{L}_{Y,Quarks} = - \sum_{i,j}^3 [\bar{u}_{i,R} (M_{ij}^{(u)})^{Diag.} u_{j,L} + \bar{d}_{i,R} (M_{ij}^{(d)})^{Diag.} d_{j,L}] + h.c. , \quad (1.33)$$

sendo:

$$[M^{(u)}]^{Diag.} = \frac{v}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})^\dagger [G^{(u)}] (V_L^{(u)}) = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

$$[M^{(d)}]^{Diag.} = \frac{v}{\sqrt{2}} (V_R^{(d)})^\dagger [G^{(d)}] (V_L^{(d)}) = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} . \quad (1.35)$$

Determinadas as massas das partículas que compõem o MP, vamos retomar a atenção as suas lagrangeanas de matéria: (1.4) e (1.5), com intuito de extrair quais novidades o modelo nos fornece, assim como verificar sua validade na escala eletrofraca.

1.4 Interações dos Férmions com os Bósons Vetoriais

O MP destaca-se por, além de recuperar o caráter vetor-axial proveniente da proposta inicial de Lee e Yang [26] sobre a violação da paridade, ainda prever a existência de correntes neutras na interação fraca. Ele também conta com o excelente atributo do caráter vetorial da QED sair espontaneamente da estrutura de grupo: $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Aqui exporemos os resultados para as correntes carregada e neutra do modelo, assim como a devida correspondência em baixas energias.

1.4.1 Corrente Carregada

A corrente carregada envolve os mediadores W^+ e W^- . Se desprezarmos os termos cinéticos em (1.4) e (1.5), as lagrangeanas com termos de corrente carregada são:

$$\mathcal{L}_{CC,Leptons} = -g \sum_k^2 \bar{l}_{j,L} (\gamma^\mu) \left(\frac{\sigma^k W_\mu^k}{2} \right) l_{j,L} \quad (1.36)$$

$$\mathcal{L}_{CC,Quarks} = -g \sum_k^2 \bar{Q}_{j,L} (\gamma^\mu) \left(\frac{\sigma^k W_\mu^k}{2} \right) Q_{j,L} . \quad (1.37)$$

Explicitando os termos, e as constantes do regime eletrofraco (1.25):

$$\mathcal{L}_{CC,Leptons} = -\sqrt{\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}} \left[\bar{\nu}_j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e_j W_\mu^+ + \bar{e}_j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_j W_\mu^- \right] \quad (1.38)$$

$$\mathcal{L}_{CC,Quarks} = -\sqrt{\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}} \left[\bar{u}_j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_j W_\mu^+ + \bar{d}_j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_j W_\mu^- \right]. \quad (1.39)$$

Contudo, como dito na seção anterior, a lagrangeana de matéria para os quarks (1.5) está escrita na base de sabor. Isso levanta a evidente importância da matriz CKM na corrente carregada pois, escrita na base de massa, a expressão (1.39) fica:

$$\mathcal{L}_{CC,Quarks} = -\sqrt{\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}} \left[\bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (V)_{ij} d_j W_\mu^+ \right] + h.c. \quad (1.40)$$

Como observamos apenas misturas dos quarks de isospin $-1/2$, convencionou-se $V = (V_L^{(u)})^\dagger (V_L^{(d)})$ como a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), sendo a generalização para os ângulos de mistura dos quarks no caso de três famílias fermiônicas.

Outro fato notório é que, para ambos os setores de férmions, a corrente carregada envolve apenas campos de mão-esquerda. Assim também, devido ao fato dos W's mediarrem somente a força fraca, o acoplamento fraco é um termo evidenciado, ressaltando sua universalidade.

1.4.2 Corrente Neutra

A corrente neutra envolve os mediadores A_μ e Z_μ , assim, se desprezarmos os termos cinéticos em (1.4) e (1.5), temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN,Leptons} = & g' \cos \theta_W \bar{e}_j \gamma^\mu e_j A_\mu - \frac{g}{2 \cos \theta_W} [\bar{\nu}_{j,L} \gamma^\mu \nu_{j,L} + \\ & + 2 \sin^2 \theta_W \bar{e}_{j,R} \gamma^\mu e_{j,R} + (\sin^2 \theta_W - \cos^2 \theta_W) \bar{e}_{j,L} \gamma^\mu e_{j,L}] Z_\mu \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN,Quarks} = & -\frac{g'}{2} \left[\frac{4}{3} \bar{u}_{j,R} \gamma^\mu u_{j,R} - \frac{2}{3} \bar{d}_{j,R} \gamma^\mu d_{j,R} + \frac{1}{3} \bar{u}_{j,L} \gamma^\mu u_{j,L} \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} \bar{d}_{j,L} \gamma^\mu d_{j,L} \right] (A_\mu \cos \theta_W - Z_\mu \sin \theta_W) - \frac{g}{2} \left[\bar{u}_{j,L} \gamma^\mu u_{j,L} \right. \\ & \left. - \bar{d}_{j,L} \gamma^\mu d_{j,L} \right] (A_\mu \cos \theta_W + Z_\mu \sin \theta_W). \end{aligned} \quad (1.42)$$

As configurações acima nos trazem duas implicações particularmente interessantes. Uma trata-se de uma expressão para a carga elétrica do elétron e suas réplicas (múon e tau), em termos dos acoplamentos do MP:

$$\mathbf{e} = g' \cos \theta_W = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.43)$$

enquanto a outra nos revela que, com a correção de Cabibbo quanto ao quark down (d_θ), tomando apenas a existência de uma família de quarks ($j = 1$), temos termos do tipo:

$$\sim \text{sen}\theta_c \cos\theta_c [\bar{d}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s]Z_\mu.$$

A troca de sabor em correntes neutras (FCNC $\sim$ Flavor Change Neutral Current), no entanto, não é observada. Problema esse contornado pelo mecanismo GIM, proposto por Glashow, Iliopoulos e Maiani [6]. Eles perceberam que a FCNC era suprimida⁶ com a existência de uma segunda família de quarks, sendo a segunda componente de isospin do dubleto uma superposição dos elementos da base de massa para os quarks "down"(d) e "strange"(s). O mecanismo GIM, além de prever a existência do quark charm, ainda especulou sua massa analisando decaimentos do tipo: $\bar{K}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$. Quanto a predição da terceira família, como já citado, foi enunciada por Kobayashi e Maskawa [7] com intuito de obtermos violação de CP no MP.

Adequadamente arranjadas com as constantes do regime eletrofraco, as lagrangeanas de corrente neutra tornam-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN,Leptons} = & -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}}\left[\bar{\nu}_j\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\nu_j + 2\text{sen}^2\theta_W\bar{e}_j\gamma^\mu(1 + \gamma_5)e_j + \right. \\ & \left. + (2\text{sen}^2\theta_W - 1)\bar{e}_j\gamma^\mu(1 - \gamma_5)e_j\right]Z_\mu + \mathbf{e}\bar{e}_j\gamma^\mu e_j A_\mu \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN,Quarks} = & -\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}}\left(\bar{u}_j\gamma^\mu\left[(1 - \gamma_5)\sigma^3 - 4\text{sen}^2\theta_W\mathbf{Q}_u\right]u_j Z_\mu + \right. \\ & \left. + \bar{d}_j\gamma^\mu\left[(1 - \gamma_5)\sigma^3 - 4\text{sen}^2\theta_W\mathbf{Q}_d\right]d_j Z_\mu\right) + \\ & -\mathbf{Q}_u\bar{u}_j\gamma^\mu u_j A_\mu - \mathbf{Q}_d\bar{d}_j\gamma^\mu d_j A_\mu. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Onde $\mathbf{Q}_u$ e $\mathbf{Q}_d$ são, respectivamente, as cargas dos quarks "up"(u) e "down"(d).

Quanto à mistura dos sabores na corrente neutra dos quarks, a mudança da base de sabor para a base de massa se dá da seguinte forma:

$$\bar{u}'_{j,L}\gamma^\mu u'_{j,L} \rightarrow \bar{u}_{i,L}[(V_L^{(u)})^{-1}(V_L^{(u)})]_{ij}\gamma^\mu u_{j,L} \quad (1.46)$$

$$\bar{d}'_{j,L}\gamma^\mu d'_{j,L} \rightarrow \bar{d}_{i,L}[(V_L^{(d)})^{-1}(V_L^{(d)})]_{ij}\gamma^\mu d_{j,L}. \quad (1.47)$$

Como $(V_L^{(u)})^\dagger(V_L^{(u)}) = (V_L^{(d)})^\dagger(V_L^{(d)}) = 1$, é evidente que em nível de árvore não observamos troca de sabor em correntes neutras.

⁶De fato, a FCNC persiste em nível de loop.

Após verificarmos que o MP atual reafirma sua validade ao contemplar uma série de requisitos acerca das interações eletrofracas da matéria, vamos expor o setor puramente de gauge.

1.5 Interação Mútua dos Bósons Vetorias

O setor puramente de gauge do MP, devido ao seu caráter não-abeliano, denuncia a interação entre bósons vetoriais. A lagrangeana deste setor é dada por [22]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Gauge} = & -\frac{1}{4} \left[\left(\partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \right) \left(\partial^\mu (W^\nu)^m - \partial^\nu (W^\mu)^m + g\epsilon^{mnl} (W^\mu)^n (W^\nu)^l \right) + \right. \\ & \left. + \left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \right) \left(\partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \right) \right], \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$i, j, k = 1, 2, 3.$$

Para obtermos os vértices previstos pelo setor de gauge, devemos levar a expressão (1.48) na base de auto-estados de massa (1.19):

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (1.49)$$

além de combinar os W_μ^1 e W_μ^2 por:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}. \quad (1.50)$$

Tendo visto todos os setores que compõe a lagrangeana do MP:

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{Materia} + \mathcal{L}_{Escalar} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Gauge}, \quad (1.51)$$

vamos atentar para um aspecto intrigante que a mesma levanta.

1.6 Simetrias Acidentais do Modelo Padrão

Como vimos, os princípios de invariância quanto às simetrias de gauge e Lorentz, juntamente com renormalizabilidade, são aspectos fundamentais na composição de todos os termos da lagrangeana do MP. No entanto, além destas, outras duas simetrias manifestam-se sob um olhar mais apurado nos termos da expressão (1.51). Podemos, por exemplo, associar uma simetria particular $U_B(1)$ global aos férmions que compõem o setor dos hádrons (quarks) e outra $U_L(1)$ ao setor dos léptons.

Como o teorema de Noether [27] expressa a equivalência entre uma dada simetria contínua e a conservação de uma quantidade física, por simplicidade, associamos uma carga global de valor 1 aos campos de matéria e outra de valor -1 aos campos de antimatéria. E ainda, levando em conta o confinamento dos quarks, associamos aos mesmos cargas globais fracionárias. Para estas duas simetrias globais teremos o número bariônico (B) e o número leptônico (L) como cargas.

Sabemos serem os bárions compostos por três quarks, enquanto os mésons por um quark e um anti-quark. Dando o valor $1/3$ para os quarks e $-1/3$ para os anti-quarks, obtemos bárions com número bariônico igual a 1, mésons com carga nula, bem como anti-bárions com carga -1 . Ou seja:

$$B(q) = \frac{1}{3}$$

$$B(\bar{q}) = -\frac{1}{3}.$$

Assim,

$$B(p) = B(uud) = 1$$

$$B(n) = B(udd) = 1$$

$$B(\pi^0) = B(u\bar{u} + d\bar{d}) = 0.$$

A simetria dos números leptônicos é análoga, com uma pequena distinção: a mesma é válida por família. Ou seja, na simetria leptônica temos uma carga global para o elétron (e^-) que é distinta da carga do múon (μ^-) e, consequentemente, do tau (τ^-). Temos então:

$$L_e(e^-, \nu_e) = 1 = -L_e(e^+, \bar{\nu}_e)$$

$$L_\mu(\mu^-, \nu_\mu) = 1 = -L_\mu(\mu^+, \bar{\nu}_\mu)$$

$$L_\tau(\tau^-, \nu_\tau) = 1 = -L_\tau(\tau^+, \bar{\nu}_\tau).$$

Veremos que estas simetrias são especialmente questionáveis ao considerarmos alguns pontos em aberto no MP. Daremos prosseguimento ao texto analisando sua validade em altas escalas energéticas.

Operadores Efetivos para o Decaimento do Próton e Massa dos Neutrinos

Apesar da vasta credibilidade alcançada pelo MP, devido a inúmeros testes experimentais, algumas de suas características suscitam questões em aberto. A construção do modelo exige a inserção de diversos parâmetros livres, como: os acoplamentos de Yukawa, o parâmetro " λ " do setor escalar e os ângulos de mistura no setor hadrônico. Também não se tem uma explicação para o número de famílias fermiônicas, bem como para sua hierarquia de massa. Estes, entre outros vários fatos, sugerem que o MP não seja a teoria final para descrever as partículas elementares.

Problemas atuais também requerem correções no MP, como a oscilação de neutrinos [28], que viola explicitamente a simetria dos números leptônicos individuais e sugere a inserção de um termo de massa para os mesmos. A conservação do número bariônico também deve ser revista a altas energias, devido à assimetria entre matéria e anti-matéria no Universo. Isso porque, do ponto de vista cosmológico, altas energias remontam cenários de um Universo primitivo, e especula-se que processos que são hoje inexistentes, com temperatura em torno de 3 K, seriam os responsáveis por gerar a diferença entre as abundâncias de matéria e anti-matéria [12]. Logo, dada a íntima relação entre a idade do Universo e as escalas de energia, especulamos a existência de modelos distintos ao MP, dominantes em regimes de massa maiores, que conduzam as simetrias atuais com o esfriamento do Universo.

A existência de um "cutoff" de energia na QED, por exemplo, levou Landau [29] em 1955, a questionar as teorias quânticas de campo como uma boa descrição da natureza quântica do eletromagnetismo. Cálculos em "loop" para a polarização do vácuo levam ao aumento da constante de estrutura fina com a escala de massa até certo ponto onde a QED torna-se não-perturbativa. Também, em 1973, Politzer [30], Gross e Wilczek [31] mostraram ser possível realizar correções perturbativas na QCD. Seus cálculos levaram ao aparente paradoxo de os quarks estarem livres dentro dos hádrons, pois, diferente do acoplamento eletromagnético, o acoplamento forte é atenuado com o aumento da energia (ou redução da distância), que deve-se essencialmente à estrutura não-Abeliana da QCD. Assim, de forma distinta da QED, a QCD torna-se não-perturbativa a baixas energias. Com isso surgiu a possibilidade de um regime energético onde os acoplamentos das interações eletro-fraca e forte coincidam, ou pelo menos estejam muito próximos [32]. Isso levaria a um único acoplamento, de um possível grupo de

simetria, que descreveria uma teoria unificadora das interações eletromagnética, fraca e forte; recuperando a estrutura de grupo do MP na sua escala energética característica.

Dada a diferença entre as abundâncias de matéria e anti-matéria no Universo atual, é razoável entendermos a conservação dos números leptônico e bariônico como uma simetria acidental, que deve-se à estrutura de grupo $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Tendo isso, as exigências quanto à violação desses números quânticos em regimes energéticos maiores seriam satisfeitas por uma teoria cujo vácuo é suficientemente maior que o do MP. Teorias que possuam um único acoplamento de gauge e residam em altas energias, são conhecidas como teorias de grande unificação ($GUT \sim Grand Unified Theories$).

Também, das consequências que modelos de grande unificação trazem, a instabilidade do próton desperta especial interesse. Isso porque o tempo de vida do próton possui um vínculo experimental [14] [15] muito maior que a idade do Universo: 10^{33} Anos ($\gg 10^{10}$ Anos), assim os acoplamentos para seu decaimento tornam-se excelentes critérios para modelos na escala de unificação, descartando alguns destes. Com isso, devido ao fato do próton demonstrar-se estável, veremos ser necessário a existência de mediadores supermassivos (X), com massa muito maior que a do bóson Z^0 ($M_X \gg M_{Z^0}$), em modelos de GUT. De modo que, a depender da massa de tais bósons (M_X), podemos excluir alguns desses modelos.

Podemos supor que sucessivas transições de fase sofridas pelo Universo levariam ao ponto onde as simetrias da QED e QCD são dominantes. Por exemplo, a transição $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_Q(1)$ se dá no regime de massa dos mediadores $W^\pm$ e Z^0 . Do mesmo modo, a transição entre um possível grupo de unificação e o MP se daria no regime de massa de novos mediadores supermassivos (M_X), existentes num modelo de GUT genérico e desacoplados em baixas energias [33].

Motivados pela possibilidade da existência de uma teoria mais fundamental a altas energias, iniciemos este capítulo com o estudo de operadores não-renormalizáveis (O^i), que violem a conservação dos números bariônico e leptônico. Tais operadores compõem lagrangeanas efetivas que fornecem os diagramas necessários para o decaimento do próton. Como estamos interessados em estudar estes processos de decaimento do próton no contexto do MP, vamos adotar apenas termos efetivos invariantes pela simetria: $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Também, com o uso de termos efetivos invariantes pela estrutura de grupo do MP, vamos, por último, avaliar possíveis descrições para a massa dos neutrinos como manifestações em baixas energias de teorias mais fundamentais.

2.1 Modelo 3-2-1 Efetivo

Antes propriamente de discorrermos sobre lagrangeanas efetivas que violam número bariônico, vamos relembrar como o uso de operadores efetivos foi de crucial importância para a construção do MP. Fermi [19] percebeu que era possível sistematizar esquemas de aproximação para baixas energias com o uso de técnicas de lagrangeanas efetivas para descrever o decaimento beta. Com essa técnica ele conseguiu modelar não só o decaimento beta, mas as interações fracas como um todo a baixas energias. Por exemplo, dada uma amplitude invariante [34]:

$$\mathcal{M} \sim c \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2 \left(\frac{g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}}{p^2 + M^2} \right) \bar{\psi}_3 \gamma^\nu \psi_4, \quad (2.1)$$

temos:

$$\left(\frac{g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}}{p^2 + M^2} \right) \approx \frac{g_{\mu\nu}}{M^2} \left(1 - \frac{p^2}{M^2} + \dots \right) + \frac{p_\mu p_\nu}{M^4} \left(1 + \dots \right); \quad (2.2)$$

de modo que, numa aproximação em baixas energias temos:

$$\mathcal{M} \rightarrow \bar{\mathcal{M}} \sim c' (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4), \quad (2.3)$$

onde:

$$c' = \frac{c}{M^2}. \quad (2.4)$$

No modelo efetivo para as interações fracas, a constante c' de (2.4) é a própria constante de Fermi, relacionada com a massa do bóson W por:

$$G_F \sim \frac{1}{M_W^2}. \quad (2.5)$$

Esse é o ponto marcante das interações efetivas: o fato dos seus acoplamentos caírem como potências da ordem de $4 - d$ na escala de massa característica do modelo. Sendo " d " a dimensão de massa dos operadores efetivos que compõem as respectivas lagrangeanas. Isso explica a supressão dos processos não-renormalizáveis nos regimes energéticos usuais. Um outro exemplo da dependência dos acoplamentos com a escala de massa é o fato de possíveis efeitos quânticos da gravitação não serem observados, pois, devido a hipótese de tais efeitos se darem apenas na escala de Planck (M_{Planck}), os acoplamentos "gravitacionais" seriam extremamente suprimidos: $M_{Planck} \sim G_{Newton}^{-1/2}$ ($G_{Newton} \equiv$ constante de Newton da gravitação).

Para obtermos processos que levem ao decaimento do próton, os operadores efetivos correspondentes devem possuir ao menos três quarks da primeira família, sendo um "up", e um lépton. Como foi dito anteriormente, buscamos os operadores efetivos que violem número bariônico e sejam invariantes por Lorentz e pela simetria $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. No entanto,

percebemos que a supressão no acoplamento efetivo aumenta com a dimensão de massa dos operadores, ou seja: $[c'] \sim M^{4-d}$. Vamos então considerar apenas operadores com dimensão de massa $d = 6$, de modo a investigar os processos mais relevantes.

No capítulo 1 vimos como os multipletos de férmions transformam-se sob $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Também sabemos que em teorias de gauge não-abelianas, o fato de um objeto transformar-se como singlete sob uma dada simetria, significa que esse não interage sob as cargas de tal grupo de gauge [21]. O fato do número quântico de cor não ser observado na natureza¹ faz com que campos que carregam cor estejam confinados em hádrons, compostos por um par quark-antiquark ou três quarks, tal que transformem-se sob $SU(3)$ de cor como: $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$ (Mésons e Anti-Mésons); $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$ (Bárions); ou $\bar{\mathbf{3}} \otimes \bar{\mathbf{3}} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \bar{\mathbf{10}} \oplus \bar{\mathbf{8}} \oplus \bar{\mathbf{8}} \oplus \mathbf{1}$ (Anti-Bárions)². A relevância quanto ao estudo do produto de representações está no fato deste gerar, ou não, um singlete na soma direta das representações irreduzíveis resultantes. Caso a decomposição dê como resultado um singlete, podemos afirmar que o objeto é invariante sob tal simetria. Portanto, fica claro porque supomos que os hádrons são compostos por um par quark-antiquark ou três quarks.

Além da invariância sob $SU(3)$ de cor, buscamos produtos de representações de $SU_L(2)$ invariantes. No caso de operadores com três quarks e um lépton, lembrando que tanto quarks como léptons de mão-direita transformam-se como singletos sob $SU_L(2)$, podemos obter a invariância sob $SU_L(2)$ de duas formas: $\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{3} \oplus \mathbf{1}$; ou $\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} \otimes \mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{1} + \dots$. Assim como para três anti-quarks e um anti-lépton: $\bar{\mathbf{2}} \otimes \bar{\mathbf{2}} = \bar{\mathbf{3}} \oplus \mathbf{1}$; ou $\bar{\mathbf{2}} \otimes \bar{\mathbf{2}} \otimes \bar{\mathbf{2}} \otimes \bar{\mathbf{2}} = \mathbf{1} + \dots$. Enquanto que a invariância pela simetria abeliana $U_Y(1)$ é evidente com a soma das hipercargas usuais.

Utilizando o conteúdo de representação dos férmions do MP, os operadores que satisfazem tais exigências, juntamente com seus hermitianos conjugados, são [12], [34]:

$$O_{mnpq}^1 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{ij} [(\overline{Q_L})^c_{m\gamma i} (l_L)_{nj}] [(\overline{d_R})^c_{p\alpha} (u_R)_{q\beta}] \quad (2.6)$$

$$O_{mnpq}^2 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{ij} [(\overline{Q_L})^c_{m\alpha i} (Q_L)_{n\beta j}] [(\overline{u_R})^c_{p\alpha} (e_R)_q] \quad (2.7)$$

$$O_{mnpq}^3 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} [(\overline{Q_L})^c_{m\alpha i} (Q_L)_{n\beta j}] [(\overline{Q_L})^c_{p\alpha k} (l_L)_{ql}] \quad (2.8)$$

$$O_{mnpq}^4 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} (\bar{\tau}\epsilon)_{ij} \cdot (\bar{\tau}\epsilon)_{kl} [(\overline{Q_L})^c_{m\alpha i} (Q_L)_{n\beta j}] [(\overline{Q_L})^c_{p\gamma k} (l_L)_{ql}] \quad (2.9)$$

$$O_{mnpq}^5 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} [(\overline{d_R})^c_{m\alpha} (u_R)_{n\beta}] [(\overline{u_R})^c_{p\gamma} (e_R)_q] \quad (2.10)$$

¹Sua atuação está confinada no interior dos bárions e mésons.

²Para um melhor entendimento do leitor sob o produto de representações de $SU(N)$, ver a referência [35].

$$O_{mnpq}^6 = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} [(\overline{u_R})^c_{m\alpha} (u_R)_{n\beta}] [(\overline{d_R})^c_{p\gamma} (e_R)_q] \quad (2.11)$$

Onde $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ são os índices de $SU_C(3)$; enquanto $i, j, k, l = 1, 2$ denotam a componente de isospin fraco do grupo $SU_L(2)$. Bem como $m, n, p, q = 1, 2, 3$ indexam as famílias fermiônicas, e "C" é um operador de conjugação de carga³ (Ver Apêndice A). Enquanto que ϵ_{ij} é o tensor anti-simétrico invariante por $SU_L(2)$, assim como $\epsilon^{\alpha\beta\gamma}$ é o tensor anti-simétrico invariante por $SU_C(3)$ [35].

A lagrangeana para o modelo 3-2-1 efetivo, que deve ser somada a lagrangeana do MP renormalizável, é então:

$$\mathcal{L}_{efetiva} = \sum_{i=1}^6 (c')^i_{mnpq} O_{mnpq}^i + h.c. \quad (2.12)$$

Aqui, $(c')^i_{mnpq}$ são os acoplamentos com dimensão de massa -2 , como na equação (2.4):

$$c' = \frac{c}{M^2}, \quad (2.13)$$

onde M é a escala de massa da teoria fundamental.

Dada a lagrangeana do modelo, vejamos alguns dos vértices que conduzem à instabilidade do próton, especialmente relevantes no quesito experimental.

2.2 Possíveis Decaimentos para o Próton

Como argumentamos no decorrer deste capítulo, conjectura-se que possíveis transições de fase do Universo primordial para o atual (em que as interações estão desacopladas) deram-se por meio de sucessivas quebras espontâneas de simetria. Assim, nas temperaturas atuais (baixas energias) os processos de decaimento do próton são suprimidos, tornando este uma partícula aparentemente estável.

A evolução das constantes de acoplamento permite supor que na escala de unificação destas constantes uma teoria de unificação se manifeste, onde interações mediadas por bósons supermassivos levem aos operadores aqui discutidos. Assim, a possibilidade de uma física nova a altas energias (antes das forças desacoplarem), bem como a existência de uma descrição efetiva das interações que violem simetrias acidentais do MP, nos faz pensar que de algum modo possamos induzir a interação entre quarks dentro do próton, gerando produtos que permitam um estudo sobre sua possível instabilidade (mesmo que de forma indireta).

³Observe que a atuação do operador de conjugação de carga "C" nos spinors leva um anti-tripletto num tripletto, e vice-versa. Assim como qualquer multipletto num anti-multipletto, e vice-versa. O que é essencial para manter a invariância dos operadores efetivos sob as simetrias do MP.

Antes de atacarmos o problema de como busca-se atualmente modos de decaimento para o próton, vejamos que ao introduzir o operador de conjugação de carga (C) nos spinores da expressão (2.12), estamos de fato tomando uma notação para os férmions em que todos podem ser escritos em termos da quiralidade esquerda. Isso porque ψ_L é o spinor que destrói partículas de mão-esquerda e cria anti-partículas de mão-direita, bem como ψ_L^c é o spinor que destrói anti-partículas de mão-esquerda e cria partículas de mão-direita. Logo $\bar{\psi}_L$ destrói anti-partículas de mão-direita e cria partículas de mão-esquerda, e $\bar{\psi}_L^c$ destrói partículas de mão-direita e cria anti-partículas de mão-esquerda [36]. Assim $\bar{\psi}_L^c$ desempenha o papel de um spinor ψ_R (Ver Apêndice A).

Como o próton é composto por quarks da primeira família, estamos interessados somente em alguns termos da lagrangeana (2.12). Alguns modos merecem destaque devido sua busca experimental, os operadores efetivos e os respectivos diagramas são:

$$O_{1111}^1 \sim \bar{u}_L^c e_L \bar{d}_R^c u_R \quad (2.14)$$

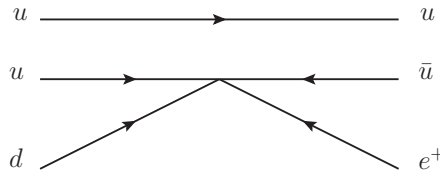


Figura 2.1 Decaimento do próton no modo: $p \rightarrow e^+ \pi^0$.

$$O_{2111}^1 \sim \bar{s}_L^c (v_e)_L \bar{d}_R^c u_R \quad (2.15)$$

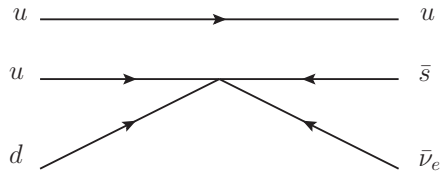


Figura 2.2 Decaimento do próton no modo: $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$.

Claramente a lagrangeana do modelo 3-2-1 efetivo permite outros modos de decaimento para o próton. Também é notório, devido à estrutura invariante de gauge da expressão (2.12), que todos esses modos têm como produto um lépton e um méson. Os modos $p \rightarrow e^+ \pi^0$ e $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ são mais relevantes, dentre outros motivos, por tratarem-se de modos dominantes em

modelos de GUT, como o SU(5) (tratado no próximo capítulo), bem como por revelarem os maiores limites experimentais para o tempo de decaimento do próton [14], [15].

A busca pela instabilidade do próton é destaque no Super-Kamiokande, um experimento em andamento no Japão, onde busca-se efeitos da interação de neutrinos atmosféricos com moléculas de água, gerando subprodutos que podem indicar eventos de decaimento do próton. De fato, neutrinos raramente interagem com a matéria, por se tratarem de partículas muito leves e que são eletricamente neutras. Levando em conta tal fato, o Super-Kamiokande possui cerca de 50000 toneladas de água extremamente pura, além de estar a mais de 1 Km abaixo da superfície da Terra, de modo que as montanhas que o cercam sirvam como escudo de partículas indesejadas, provenientes dos chuviros cósmicos [37].

As partículas carregadas, produtos da interação de neutrinos com a matéria, podem viajar na água com velocidade maior que a da luz no meio, no entanto, menor que a da luz no vácuo. Essas partículas passam pela água (que é um dielétrico) polarizando as moléculas do meio, que ao voltar ao estado fundamental, emitem uma radiação característica conhecida como radiação Cherenkov [38]. O efeito é análogo ao que ocorre com partículas que ultrapassam a barreira do som, onde uma onda de choque em forma de cone se forma, proveniente do rompimento da barreira. A radiação Cherenkov também propaga-se como um cone de luz, que caracteriza a partícula por meio de sua concavidade. Como as medidas do experimento são dadas pela análise de radiação, tanto a radiação Cherenkov como a própria radiação gama, o mesmo é munido de cerca de 13000 fotomultiplicadoras [37]. Desta maneira, a análise da radiação detectada por essas fotomultiplicadoras permite caracterizar os produtos dos eventos que ocorrem no experimento.

Para o modo $p \rightarrow e^+ \pi^0$, que seria desencadeado por um processo tipo $\nu + N \rightarrow l + \pi^0 + N'$, onde " N " e " N' " são núcleons, e " l " um lépton; esperava-se tanto radiação Cherenkov, como radiação gama [15]. Isso porque o pión decairia por $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$:

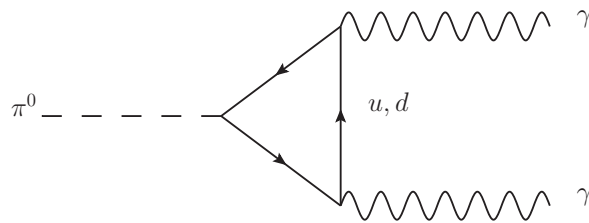


Figura 2.3 Decaimento: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

Uma representação esquemática do processo é descrita abaixo:

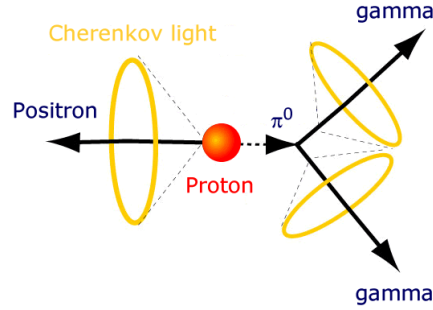


Figura 2.4 Esquema para o Decaimento do Próton no modo: $p \rightarrow e^+ \pi^0$ [39].

No caso do modo $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$, não é o K^+ que causa a radiação Cherenkov, no entanto, a análise é análoga [14] e feita por dois caminhos distintos: $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$ ou $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$.

O fato é que o decaimento do próton ainda não foi detectado, dando cada experimento, um limite inferior cada vez maior para o tempo de vida do próton [14], [15]. No caso do modo $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$, o valor é maior ou igual a $3,3 \times 10^{32}$ anos (90% C.L.), enquanto que para o modo $p \rightarrow e^+ \pi^0$, encontrou-se um tempo de vida maior ou igual a $8,2 \times 10^{33}$ anos (90% C.L.). A existência de um limite inferior para o seu tempo de vida em torno de 10^{33} anos, nos possibilita avaliar a validade de certos modelos de GUT. Isso porque, como veremos no próximo capítulo, a elevação do tempo de vida do próton também eleva a escala de energia em que os processos que levam ao seu decaimento acontecem. Logo, a questão da instabilidade do próton em certos modelos a altas energias torna-se especialmente problemática.

Antes de partirmos ao estudo de uma teoria de grande unificação específica vamos, na última seção do capítulo, mostrar ser possível uma descrição razoável para a massa dos neutrinos utilizando termos efetivos, que podem ser manifestações em baixas energias de algum modelo mais fundamental.

2.3 Termos de Massa Efetivos para Neutrinos

O fenômeno de oscilação de sabor de neutrinos estabeleceu-se com os estudos de Fukuda e colaboradores no Super-Kamiokande, em 1998 [28]. Ao estudarem o fluxo de neutrinos provenientes do Sol, notaram que a porção de neutrinos do elétron (ν_e) detectada é considera-

velmente menor (cerca de $\frac{1}{3}$) do valor esperado pelo modelo solar tido como padrão [40]. Com isso surgiu a conjectura que os neutrinos emitidos pelas reações nucleares do Sol eram na verdade uma superposição dos sabores possíveis, de forma que estes poderiam oscilar seu sabor no trajeto até a Terra. O que torna intrigante a questão é que a mistura de sabor exige que os neutrinos adquiram algum termo de massa. Termos do tipo Dirac não são possíveis se considerarmos apenas os férmions do MP, devido à ausência de neutrinos de mão-direita, entretanto, utilizando somente o conteúdo de representação do MP, juntamente com a atuação do operador de conjugação de carga (C), podemos compor termos de massa de Majorana [41]:

$$m_M \bar{\Psi} \Psi = m_M \overline{(\Psi_L)^c} \Psi_L + h.c. \quad (2.16)$$

Existem diversos termos, invariantes pela simetria do MP, que levam a termos para a massa de neutrinos. Aqui, do mesmo modo que na seção anterior, tomaremos apenas o termo dominante, que é dado por:

$$\frac{C_1 \epsilon_{ij} \epsilon_{mn}}{\Lambda} \overline{(l_L)^c}_i \phi_j \phi_n^T (l_L)_m + h.c. \quad (2.17)$$

No termo acima $i, j, m, n = 1, 2$, são índices por $SU_L(2)$, C_1 é uma constante adimensional, Λ é a escala da teoria fundamental, e ϕ é o dubleto de escalares usual do MP. Fazendo uma estimativa que o neutrino mais pesado ainda tenha uma massa na escala de eV [42], e evitando o uso do ajuste fino ($C_1 \sim 1$), encontramos, por meio do termo de massa:

$$m_\nu = \frac{C_1 v^2}{\Lambda} \bar{\nu}_L^c \nu_L, \quad (2.18)$$

que a escala da teoria mais fundamental, que revela a massa dos neutrinos em baixas energias é:

$$\Lambda \sim \frac{v^2}{m_\nu} \sim 10^{13} \text{ GeV}. \quad (2.19)$$

Ou seja, uma amplitude efetiva que descreva termos de massa para neutrinos, sem uso do ajuste fino em C_1 , e invariante por $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, deve provir de um modelo com uma escala fundamental maior ou igual a 10^{13} GeV. Essa análise reforça ainda mais a possível existência de uma teoria mais fundamental numa escala de grande unificação.

Poderíamos ainda pensar em operadores efetivos que levassem a termos de massa para os léptons carregados. Entretanto, utilizando apenas o conteúdo de representação do MP, não é possível compor tais termos sem violar a simetria de gauge: $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Daremos prosseguimento ao texto, no próximo capítulo, com um modelo específico de GUT, avaliando com mais detalhes sua predição quanto a instabilidade do próton.

Decaimento do Próton no Modelo SU(5)

Como vimos no decorrer deste texto, a existência de uma simetria eletrofraca por si só não atende a todas as questões de cunho fundamental para a física. Também, diversos argumentos acerca da possibilidade de modelos a mais altas energias foram levantados, como o "running" dos acoplamentos de gauge e a necessidade de uma física nova que esclareça aspectos de um Universo primitivo, onde as forças até então conhecidas estariam acopladas. Questões em aberto, como a massa e a oscilação dos neutrinos, a notória distinção entre as abundâncias de matéria e anti-matéria, assim como a ausência de um modelo factível para explicar a abundância e a natureza de matéria e energia escura, parecem indicar que uma física mais fundamental deva dar sinal a mais altas energias.

Tendo em vista que a quebra espontânea da simetria eletrofraca para a QED foi amplamente comprovada com a descoberta dos bósons $W^\pm$ e Z , bem como testada com precisão no LEP e Tevatron, o mecanismo de QES torna-se um excelente candidato para esclarecer uma possível mudança no cenário de interações com a evolução do Universo, ou seja, transições do período em que as interações estavam acopladas até o atual. No entanto, qualquer candidato à simetria de grupo de grande unificação, que recupere o MP na escala eletrofraca, deve conter ao menos 4 geradores diagonais [33]. Isso porque a estrutura de grupo do MP (incluindo a QCD) carrega consigo dois geradores diagonais provenientes do grupo $SU_C(3)$, um gerador diagonal referente ao $SU_L(2)$, e mais outro da simetria Abelian $U_Y(1)$.

Outro aspecto quanto a um grupo de grande unificação deve ser avaliado com cuidado ao considerarmos que o neutrino, que segundo o MP interage apenas fracamente, não possui uma componente de mão-direita. Fato caracterizado pela estrutura vetor-axial ($V - A$) da interação fraca, necessária devido à mesma não preservar a simetria sob paridade. Isso proíbe que férmions de quiralidades distintas compartilhem um mesmo multipletto de gauge. Com isso, os candidatos à simetria de GUT necessariamente devem acomodar os férmions em representações complexas, que distingam multipletos de mão-esquerda e mão-direita.

É notório que no MP, para que a relação de Gell-Mann e Nishijima seja satisfeita, revelando um vácuo neutro, as hipercargas das partículas devem ser postas à mão, de modo que o mesmo não forneça, por primeiros princípios, uma explicação para a quantização da carga elétrica e a simetria $Q(e^-) = -Q(p)$ que torna o átomo de hidrogênio neutro. Esse infortúnio é contornado com uso de um único grupo unificador, em que o operador de carga elétrica é descrito por

uma combinação de seus geradores diagonais que ao atuar no multiplete de férmions revela um espectro de carga. Isso deve-se aos geradores de simetrias não-Abelianas possuírem autovalores discretos [35], tornando o critério

$$Tr(Q) = 0 \quad (3.1)$$

essencial a modelos que queiram explicar a quantização da carga elétrica.

É, então, razoável pensar em um grupo unificador que satisfaça os argumentos descritos acima, podendo acomodar as partículas do MP e que possua no mínimo o mesmo posto (número de geradores diagonais) da simetria eletrofraca. O grupo ao qual dedicaremos atenção nesse capítulo é o grupo SU(5), que é o menor grupo unitário possível com tais características; tal grupo possui 24 geradores, sendo 4 desses diagonais, o que faz com que o modelo tenha 24 bósons de gauge, 12 a mais que os previstos pelo MP. Tais bósons extras são os responsáveis por, entre outras coisas, conectar léptons e quarks dispostos num mesmo multiplete, violando assim a simetria de número bariônico, e conservando, como veremos, a simetria $B - L$.

Vamos estudar como dispor os férmions e bósons do MP na simetria SU(5), segundo um modelo proposto por Georgi e Glashow [13] em 1974, verificando alguns aspectos das transições $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_Q(1)$, e investigando como o mesmo descreve a instabilidade do próton.

3.1 A Disposição dos Férmions no Modelo SU(5)

Como vimos, a necessidade de preservarmos a violação da paridade na interação fraca requer que tenhamos os férmions dispostos em representações complexas de SU(5). O critério de quantização de carga, onde os elementos da diagonal principal do operador de Gell-Mann e Nishijima no modelo devem indicar a carga elétrica dos férmions fundamentais, com $Tr(Q) = 0$, também implica que a soma das cargas dos férmions dispostos num mesmo multiplete de gauge se anule. Isso mostra não ser possível acomodar todos os férmions do MP numa única representação irredutível de SU(5). Contudo, podemos com uso do operador de conjugação de carga (C) levar os férmions do MP a uma nova representação [33], a menos da introdução de um novo singlete ν_L^c :

$$l_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1); \quad e_L^c \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 2); \quad \nu_L^c \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0);$$

$$(Q_a)_L \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{3} \right); \quad (u_a^c)_L \sim \left(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{4}{3} \right); \quad (d_a^c)_L \sim \left(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{2}{3} \right).$$

Aqui o índice a ($a = 1, 2, 3$.) serve para indicar o número quântico de cor dos quarks, e entre parênteses dispomos como os férmions se transformam pelas simetrias $SU_C(3)$, $SU_L(2)$ e $U_Y(1)$,

respectivamente.

A importância de reescrevermos os multipletos de férmions do MP em termos do operador de conjugação de carga está na necessidade de que possamos adequar multipletos de SU(3) e SU(2) a representações irredutíveis de SU(5). Se tomarmos, por exemplo, um $\bar{\mathbf{5}}$ (anti-quintupletto) e um $\mathbf{10}$ (decupletto) de SU(5), podemos decompô-los em representações irredutíveis de SU(3) e SU(2) por [43]:

$$\bar{\mathbf{5}} = (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{10} = (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1}), \quad (3.3)$$

onde a entrada correspondente à hipercarga é omitida de agora em diante. Assim, férmions de mão-esquerda são postos como $\bar{\mathbf{5}}$ e $\mathbf{10}$ de SU(5). Entretanto, para que possamos ter uma lagrangeana de matéria invariante sob a simetria de SU(5), é necessario que o produto de representações dos termos envolvidos nos dê um singlete como resultado. Isto é satisfeito considerando a decomposição de um quintupletto ($\mathbf{5}$) em representações irredutíveis de SU(3) e SU(2) como

$$\mathbf{5} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2}), \quad (3.4)$$

que nos possibilita um arranjo na lagrangeana de matéria tal que seus termos transformem-se por:

$$\bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{5} = \mathbf{24} \oplus \mathbf{1}, \quad (3.5)$$

resultando num singlete.

A atuação do operador de conjugação de carga (C), levando $\bar{\mathbf{5}} \rightarrow \mathbf{5}$, faz com que os férmions do quintupletto ($\mathbf{5}$) possam ser escritos tanto como férmions de mão-esquerda como de mão-direita (ver Apêndice A). Como veremos mais adiante, ao montarmos a lagrangeana de matéria do modelo, é conveniente representarmos os férmions em um quintupletto ($\mathbf{5}$) de mão-direita e um decupletto ($\mathbf{10}$) de mão-esquerda. Segundo o SU(5) mínimo, as representações $\mathbf{5}$ e $\mathbf{10}$ acomodam os férmions como [33]:

$$(\Psi^c)_R = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ e^c \\ -\nu_e^c \end{pmatrix}_R = \mathbf{5}. \quad (3.6)$$

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u_2 & -d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u_3 & -d_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 & -e^c \\ d_1 & d_2 & d_3 & e^c & 0 \end{pmatrix}_L = \mathbf{10} \quad (3.7)$$

A introdução de um singleto extra ν_L^c aparentemente pode parecer contraditória, no entanto, a configuração faz-se necessária para o modelo em questão, por se adequar aos subgrupos de representações de $SU(5)$. Inicialmente lembremos que termos de massa de Dirac requerem misturas das quiralidades (Ver Apêndice A):

$$m_D \bar{\Psi} \Psi = m_D (\bar{\Psi}_R \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_R). \quad (3.8)$$

De modo que, por meio da representação acima, não é possível a existência de tais termos de massa pela ausência de Ψ_R . Ainda assim, como o neutrino não interage eletromagneticamente, poderíamos pensar no mesmo como um férmion de Majorana ($\Psi^c = \Psi$), de modo que teríamos um termo de massa do tipo [41]:

$$m_M \bar{\Psi} \Psi = m_M (\overline{(\Psi_L)^c} \Psi_L + \bar{\Psi}_L (\Psi_L)^c). \quad (3.9)$$

Contudo, o termo de massa da expressão (3.9) não é invariante por $SU(5)$, já que o mesmo é composto pela estrutura: $\bar{\mathbf{5}} \otimes \bar{\mathbf{5}} \neq \mathbf{1} \oplus \dots \neq \mathbf{5} \otimes \mathbf{5}$.

Tendo visto como representar os multipletos de gauge no modelo, vejamos como compor sua lagrangeana de matéria.

3.2 Lagrangeana de Matéria

O princípio de invariancia de gauge não apenas introduz as interações, como as fixa por meio de um acoplamento característico. Para uma lagrangeana de GUT devemos ter apenas um acoplamento (g_u), que torne as três interações envolvidas igualmente prováveis num dado evento que ocorra na escala de GUT. Ou seja, as contribuições: eletromagnética, fraca e forte, são igualmente relevantes na análise de qualquer vértice, o que é constantemente chamado de uma única interação primordial¹.

A derivada covariante deve ser escrita em termos dos geradores da simetria do modelo. No $SU(5)$ mínimo sua estrutura é trivial, e dada por:

¹Deixando de lado a contribuição gravitacional, cuja realização quântica ainda é desconhecida.

$$D^\mu = \partial^\mu + i \frac{g_u}{2} \sum_{i=1}^{24} \lambda_i A_i^\mu \quad (3.10)$$

Onde λ_i são os geradores de SU(5) na representação fundamental (Ver Apêndice B), que formam uma álgebra fechada: $[\lambda_i, \lambda_j] = 2i c_{ijk} \lambda_k$, onde c_{ijk} são suas constantes de estrutura características.

Dada a invariancia sob SU(5), os termos da lagrangeana de matéria correspondentes aos multipletos **5** e $\bar{\mathbf{5}}$ compõem um único termo de Dirac, a fim de respeitar a estrutura de singlete $\bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{5} = \mathbf{24} \oplus \mathbf{1}$. Assim como os termos de matéria do MP não misturam quiralidades, violando a paridade na simetria de isospin fraco, no SU(5) mínimo tal regra é preservada, de modo que a lagrangeana de matéria do modelo é dividida em dois termos, sendo um de mão-direita e outro de mão-esquerda. Como obtemos a derivada covariante (3.10) em termos dos geradores na representação fundamental, ao invés da anti-fundamental, a lagrangeana de matéria correspondente ao quintupletto é escrita para férmions de mão-direita [33]:

$$\mathcal{L}_{Right} = \overline{(\Psi^c)_R} (i \gamma_\mu) \left(\partial^\mu + i \frac{g_u}{2} \sum_{i=1}^{24} \lambda_i A_i^\mu \right) (\Psi^c)_R. \quad (3.11)$$

Podemos decompor um **24** de SU(5) em subgrupos de SU(3) e SU(2) por [33], [35], [11]:

$$\mathbf{24} = (\mathbf{8}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{3}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1}) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}). \quad (3.12)$$

Tal decomposição nos mostra como se transformam os doze novos bósons de gauge por $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, sendo seis bósons X e seis bósons Y, provenientes dos geradores a mais que os existentes no MP. Os subgrupos descritos acima revelam a seguinte estrutura [43]:

$$(\mathbf{8}, \mathbf{1}) \sim G_{ab}; \quad (\mathbf{1}, \mathbf{3}) \sim W^\pm, W^3; \quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}) \sim B_\mu;$$

$$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{2}) \sim X, Y; \quad (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \sim X^c, Y^c.$$

Devido ao princípio de gauge, os bósons sempre transformam-se segundo a representação adjunta da simetria correspondente a interação que medeiam [21], sendo a representação adjunta de SU(3) um **8**, bem como um **3** para o SU(2), e um singlete para o U(1). Sendo que G_{ab} são glúons, temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\alpha} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 \alpha_k G_k = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} G^8 & G^1 - i G^2 & G^4 - i G^5 \\ G^1 + i G^2 & -G^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} G^8 & G^6 - i G^7 \\ G^4 + i G^5 & G^6 + i G^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} G^8 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde $T_k = \frac{1}{2}\alpha_k$ são os geradores do $SU_C(3)$ (Ver Apêndice B), bem como B_μ é o vetor associado a simetria $U_Y(1)$; e $W^\pm$ e W^3 são os vetores associados à simetria $SU_L(2)$ ²:

$$\frac{1}{2}\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sigma_k W_k = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W^3 & \sqrt{2}W^+ \\ \sqrt{2}W^- & -W^3 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

com $\tau_k = \frac{1}{2}\sigma_k$ sendo os geradores do $SU(2)$ (Ver Apêndice B). Também, como as representações bosônicas de $SU(2)$ e $SU(3)$ estão contidas no $SU(5)$, podemos representá-los como uma matriz bloco diagonal 5 x 5, com a inclusão aditiva do bóson B_μ da simetria Abelian U(1). A matriz de bósons do $SU(5)$ é dada por [32], [33]:

$$A = \frac{1}{2} \sum_j \lambda_j A_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & X_1^c & Y_1^c \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & X_2^c & Y_2^c \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & X_3^c & Y_3^c \\ X_1 & X_2 & X_3 & w_{11} & w_{12} \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \lambda_{24} B. \quad (3.15)$$

Ao substituímos a forma explícita da matriz (3.15) na expressão (3.11), notamos que os bósons X e Y medeiam interações entre léptons e quarks, carregando carga elétrica. Tais cargas são dadas por:

$$Q_X = \frac{4}{3}; \quad Q_Y = \frac{1}{3}.$$

Para tratarmos a contribuição do decuplete, primeiramente vejamos que χ é dado como a contribuição anti-simétrica do produto das representações irredutíveis de $SU(5)$:

$$\mathbf{5} \otimes \mathbf{5} = \mathbf{15}_S \oplus \mathbf{10}_A,$$

de modo que a derivada covariante correspondente deve ser anti-simétrica nos índices. Para a contribuição do decuplete temos:

$$(D_\mu \chi)_{ac} = \partial_\mu \chi_{ac} + ig_u \left(\frac{1}{2} \lambda \cdot \mathbf{A}_\mu \right)_{ad} \chi_{dc} - ig_u \left(\frac{1}{2} \lambda \cdot \mathbf{A}_\mu \right)_{cd} \chi_{da} \quad (3.16)$$

$$(D_\mu \chi)_{ca} = \partial_\mu \chi_{ca} - 2ig_u \left(\frac{1}{2} \lambda \cdot \mathbf{A}_\mu \right)_{cd} \chi_{da}, \quad (3.17)$$

logo, o termo envolvendo os férmions de mão-esquerda se escreve como:

$$\mathcal{L}_{Left} = Tr[(\bar{\chi})_{kw} (i\gamma^\mu)_{wc} (D_\mu \chi)_{ca}], \quad (3.18)$$

²Lembrando que levamos a base $\{B_\mu, W^3\}$ na base $\{A_\mu, Z^0\}$ com a diagonalização da matriz de massa após a QES (Ver Seção 1.2).

desprezando o termo $\partial_\mu \chi_{ca}$ em (3.17), temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Left} &= Tr[2g_u(\bar{\chi})_{kw}(\gamma^\mu)_{wc}\left(\frac{1}{2}\lambda\cdot\mathbf{A}_\mu\right)_{cd}\chi_{da}] \\ &= 2g_u\bar{\chi}_{ac}\gamma^\mu\left(\frac{1}{2}\lambda\cdot\mathbf{A}_\mu\right)_{cd}\chi_{da}\end{aligned}\quad (3.19)$$

Deixando de lado a parte puramente cinética na lagrangeana (3.11), temos a expressão que descreve todas as interações entre os férmions e os bósons de gauge do modelo:

$$\mathcal{L}_{Int.} = -g_u\overline{(\psi_a^c)_R}\gamma^\mu\left(\frac{1}{2}\lambda\cdot\mathbf{A}_\mu\right)_{ab}(\psi_b^c)_R + 2g_u\bar{\chi}_{ac}\gamma^\mu\left(\frac{1}{2}\lambda\cdot\mathbf{A}_\mu\right)_{cd}\chi_{da}.\quad (3.20)$$

Aqui vale discutir um aspecto interessante do modelo. Se observarmos a expressão (3.20) com cuidado vamos notar que, apesar das simetrias sob número bariônico (B) e número leptônico (L) não serem preservadas, a simetria $B - L$ aparece acidentalmente. Esta simetria é característica do modelo $SU(5)$ mínimo, que mantém o neutrino não-massivo, contudo, ao descartarmos a simetria $B - L$ encontramos uma das saídas para geração de massa dos mesmos ³. Aqui abriremos mão de neutrinos massivos, abordando o modelo $SU(5)$ na sua forma original: preservando $B - L$, e com um carácter mínimo quanto à inclusão de escalares.

Tendo visto a lagrangeana de matéria do modelo, daremos prosseguimento ao texto analisando alguns aspectos sobre o setor escalar da teoria.

3.3 Lagrangeana Escalar

A existência dos bósons de gauge X e Y no modelo $SU(5)$, que conectam léptons e quarks, sugere que o mesmo contenha um setor escalar responsável por dar massa aos mesmos numa escala energética para a QES muito superior à escala de quebra característica do MP. Até então não revelamos a massa de tais bósons, entretanto os mesmos devem ter massa muito superior a do Z^0 , a fim de suprimir processos que violam número bariônico (B) em baixas energias. Dado que o modelo em questão reside em altas energias, para que obtenhamos as simetrias usuais é necessário que o mesmo passe por duas quebras de simetria, sendo a primeira tal que se recupere a estrutura eletrofraca do MP: $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, e a segunda tal que se recupere a QED, preservando a QCD: $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_Q(1)$. Ou seja, uma quebra na escala dos bósons X e Y , a ser determinada, e outra na escala dos bósons $W^\pm$ e Z^0 ($v \simeq 246$ GeV), sendo que a segunda QES possibilita também descrever a massa dos férmions, através dos acoplamentos de Yukawa.

³Neste texto não estamos interessados na abordagem da violação da simetria $B - L$, entretanto, uma excelente discussão sobre o assunto encontra-se na referência [33]. Outras saídas quanto a geração da massa dos neutrinos consistem na inclusão de mais escalares [44], [45].

3.3.1 Primeira Transição

O setor escalar responsável pela primeira QES é composto por campos reais dispostos como uma combinação dos geradores de $SU(5)$ na representação adjunta [33]:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{24} \Phi_i \lambda_i, \quad (3.21)$$

onde, para que possamos definir a lagrangeana escalar característica, vamos supô-la invariante por paridade ($\Phi \rightarrow -\Phi$), o que a deixa escrita na forma mais geral:

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2} \text{Tr}[(D^\mu \Phi)(D_\mu \Phi)^\dagger] + \frac{1}{2} M^2 \text{Tr}(\Phi^2) + \frac{1}{4} a [\text{Tr}(\Phi^2)]^2 + \frac{1}{2} b [\text{Tr}(\Phi^4)]. \quad (3.22)$$

A derivada covariante (uma matriz 5×5), é dada em termos dos geradores de $SU(5)$ na representação adjunta (T_i), de modo que:

$$(D^\mu \Phi)_k = \partial^\mu \Phi_k + i g_u \sum_{i,j}^{24} (T_i A_i^\mu)_{kj} \Phi_j, \quad (3.23)$$

onde temos a propriedade [35]:

$$(T_i)_{kj} = i c_{ijk}. \quad (3.24)$$

Assim, com uso da expressão (3.24), temos (em componentes):

$$(D^\mu \Phi)_k = \partial^\mu \Phi_k + i g_u \sum_{i,j}^{24} i c_{ijk} [A_i^\mu \Phi]_k, \quad (3.25)$$

ou, na forma matricial, usando (3.21):

$$\begin{aligned} D^\mu \Phi &= \partial^\mu \Phi + i \frac{g_u}{\sqrt{2}} \sum_{i,j,k}^{24} i c_{ijk} \lambda_k A_i^\mu \Phi_j \\ &= \partial^\mu \Phi + i \frac{g_u}{2\sqrt{2}} \sum_{i,j}^{24} [\lambda_i, \lambda_j] A_i^\mu \Phi_j \\ &= \partial^\mu \Phi + i g_u [A^\mu \Phi - \Phi A^\mu] \end{aligned} \quad (3.26)$$

Dada a necessidade de que ocorra a quebra $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, o campo escalar adquire uma "direção" na QES, ou seja, $\Phi \rightarrow \Phi + \delta\Phi \cong (1 + i\alpha_a T^a)\Phi$ deixa o vácuo ($|\nu\rangle$) do modelo invariante com $T_k|\nu\rangle = 0$ ($k \equiv$ Arbitrário), onde T^a são os geradores da simetria em questão. O modelo $SU(5)$ mínimo toma a direção do gerador λ_{24} (Ver Apêndice B) na QES para a simetria eletrofraca, ou seja, o campo adquire um VEV, na representação 24-pleto, dado por [11]:

$$\langle \Phi \rangle_0 = V_{GUT} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Este vácuo é necessário para que apenas os bósons X e Y ganhem massa com a primeira QES. Para descobrirmos a massa dos mesmos, vejamos como a expressão (3.22) responde ao vácuo $\langle \Phi \rangle_0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\langle \Phi \rangle_0} &= \frac{g_u^2}{2} \text{Tr}[(A\langle \Phi \rangle_0 - \langle \Phi \rangle_0 A)^2] + \dots \\ &= \frac{g_u^2}{2} \text{Tr} \left(\frac{5}{2\sqrt{2}} V_{GUT} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -X_1^c & -Y_1^c \\ 0 & 0 & 0 & -X_2^c & -Y_2^c \\ 0 & 0 & 0 & -X_3^c & -Y_3^c \\ X_1 & X_2 & X_3 & 0 & 0 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^2 + \dots \\ &\equiv \frac{25}{8} g_u^2 V_{GUT}^2 [X_\mu^1 (X^{\mu 1})^c + \dots + Y_\mu^3 (Y^{\mu 3})^c] + \dots \end{aligned} \quad (3.28)$$

Comparando com o termo de massa usual para os campos bosônicos carregados, encontramos:

$$M_X^2 = M_Y^2 = \frac{25}{8} g_u^2 V_{GUT}^2. \quad (3.29)$$

O valor desta escala de massa se tornará aparente ao avaliarmos como ocorre o "running" dos acoplamentos das interações em questão, que será visto na seção (3.4). Aqui, adiantaremos que tal escala está em torno de $M_X \sim 10^{14-16}$ GeV.

Devido a apenas os bósons X e Y adquirirem massa com a primeira QES, e isso se dar numa escala de GUT, existe um grande "deserto" de interações entre o SU(5) e o MP, ou seja, uma grande faixa no espectro aparentemente desprovida de uma teoria intermediadora. Tal deserto causa um problema no que se refere ao bóson de Higgs, levando a grandes ajustes na sua massa, conhecido como problema da hierarquia. Também vale lembrar que os bósons de Goldstone da primeira quebra são "engolidos" pelas componentes longitudinais dos bósons X e Y, dando-lhes a característica de inércia, tal como ocorre no MP.

3.3.2 Segunda Transição

O setor escalar responsável pela segunda QES é dado por um quintupletto (**5**) de campos complexos. O mesmo é essencial para que possamos obter termos invariantes por $SU(5)$ que venham a compor uma lagrangeana responsável por caracterizar a massa dos bósons $W^\pm$ e Z^0 , assim como termos de Yukawa (tratados na próxima seção). O vácuo é obtido de forma análoga ao MP, ou seja, o único escalar que adquire VEV é o mesmo que o do mecanismo de Higgs (ϕ^0). O quintupletto de escalares (h) e seu VEV são dados por:

$$h = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \langle h \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Para obtermos um campo físico, deslocamos o campo " h " e, com uso de um gauge unitário análogo ao do MP (expressão (1.12)), obtemos o multipletto livre dos bósons de Goldstone, e em termos do bóson de Higgs (H), ou seja:

$$h = \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Observe que na segunda transição queremos apenas que as componentes escalares associadas à simetria de $SU_L(2)$ adquiram VEV, isso porque a QCD (simetria $SU_C(3)$) é preservada na quebra da escala eletrofraca, e os escalares que carregam cor $\{ h_1, h_2, h_3 \}$ não devem adquirir VEV, preservando a QCD.

Para construirmos a lagrangeana escalar correspondente à segunda quebra de simetria, lembremos que na transição $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ doze geradores foram quebrados, resultando em Goldstones que compuseram as componentes longitudinais dos bósons X e Y. A derivada covariante remanescente deve então ser escrita em termos dos geradores de $SU(5)$ restantes, e é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_h = & \left| \left[\partial^\mu + i \frac{g_u}{2} \left(\sum_{i=1}^8 \lambda_i A_i^\mu + \sum_{j=21}^{23} \lambda_j A_j^\mu + \lambda_{24} A_{24}^\mu \right) \right] h \right|^2 + \\ & -\mu^2 (h^\dagger h) - |\lambda| (h^\dagger h)^2, \end{aligned} \quad (3.32)$$

onde, por meio das expressões (3.13), (3.14), e lembrando que B_μ é o bóson vetorial associado à simetria $U_Y(1)$, temos:

$$\begin{aligned}
A^\mu &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^8 \lambda_i A_i^\mu + \sum_{j=21}^{23} \lambda_j A_j^\mu + \lambda_{24} A_{24}^\mu \right) = \\
&\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} g_{11} + \sqrt{\frac{2}{15}} B & g_{12} & g_{13} & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} + \sqrt{\frac{2}{15}} B & g_{23} & 0 & 0 \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} + \sqrt{\frac{2}{15}} B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{11} - \sqrt{\frac{3}{10}} B & w_{12} \\ 0 & 0 & 0 & w_{21} & w_{22} - \sqrt{\frac{3}{10}} B \end{pmatrix}. \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Lembrando que:

$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} W^3 & \sqrt{2} W^+ \\ \sqrt{2} W^- & -W^3 \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

e,

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} G^8 & G^1 - iG^2 & G^4 - iG^5 \\ G^1 + iG^2 & -G^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} G^8 & G^6 - iG^7 \\ G^4 + iG^5 & G^6 + iG^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} G^8 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Ao substituírmos (3.31) e (3.33) em (3.32), encontramos a expressão:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_h &= \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \left(\frac{g_u (v + H)}{2} \right)^2 \left[w_{12}^* w_{12} + \right. \\
&\quad \left. + \left(w_{22} - \sqrt{\frac{3}{10}} B \right) \left(w_{22}^* - \sqrt{\frac{3}{10}} B \right) \right] + \\
&\quad - \frac{\mu^2}{2} (v + H)^2 - \frac{|\lambda|}{4} (v + H)^4. \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Vemos que a expressão (3.36) evidencia termos de mistura ($\sim B_\mu W^{\mu 3}$). Com a diagonalização da matriz de massa, recuperamos as predições do modelo padrão quanto ao $W^\pm$ e o Z^0 :

$$M_W^2 = (M_Z \cos \theta_W)^2 = \left(\frac{g_u v}{2} \right)^2, \quad (3.37)$$

bem como preservamos os glúons e o fóton sem massa [32].

Tendo visto os mecanismos para geração de massa dos bósons do modelo, vejamos como descrever a massa dos férmions.

3.4 Lagrangeana de Yukawa

Pode-se, através de uma lagrangeana de Yukawa, gerar a massa dos férmions. Assim como no MP, aqui também desejamos compor termos invariantes sob a simetria do modelo, de modo que a existência de um quintupeto de escalares é essencial por permitir termos de Yukawa que transformem-se trivialmente (singletos) [33]: $\bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{10} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \mathbf{1} \oplus \dots$, $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} \otimes \mathbf{5} = \mathbf{1} \oplus \dots$. Podemos escrever termos de massa de Dirac (que requer mistura das quiralidades), assim, os termos de Yukawa invariantes por SU(5) são dados por [33]:

$$\mathcal{L}_{SU(5)}^{Yuk.} = (G^{(d)})_{ij} (\overline{(\Psi^c)_R})_a^i (\chi_L)_{ab}^j h_b^\dagger + \frac{1}{4} (G^{(u)})_{ij} \epsilon_{abcde} (\overline{(\chi_L)^c})_{ab}^i (\chi_L)_{cd}^j h_e + h.c. , \quad (3.38)$$

onde ϵ_{abcde} é um invariante por SU(5), os índices i e j representam as famílias fermiônicas, e a, b, c, d, e são as componentes matriciais.

Assim como na seção 3.3.2, com uso do campo físico (h):

$$h = \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv \frac{v+H}{\sqrt{2}} \delta_{i5} , \quad (3.39)$$

e ao desprezarmos os termos de interação, obtemos a lagrangeana de massa dos férmions:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Massa} &= \frac{v(G^{(d)})_{ij}}{\sqrt{2}} (\overline{(\Psi^c)_R})_a^i (\chi_L)_{a5}^j + \dots \\ &= -\frac{v(G^{(d)})_{ij}}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [(\overline{d_R})_1^i (d_L)_1^j + (\overline{d_R})_2^i (d_L)_2^j + (\overline{d_R})_3^i (d_L)_3^j + ((\overline{e^c})_R)^i ((e^c)_L)^j] + \dots \\ &\equiv -\frac{v(G^{(d)})_{ij}}{2} [(\overline{(e^c)_R})^i ((e^c)_L)^j + (\overline{d_R})_\alpha^i (d_L)_\alpha^j] - \frac{v(G^{(u)})_{ij}}{\sqrt{2}} [(\overline{u_R})_\alpha^i (u_L)_\alpha^j] , \end{aligned} \quad (3.40)$$

com $\alpha = 1, 2, 3$ sendo índices de cor.

Devido aos léptons e os quarks com isospin $-\frac{1}{2}$ compartilharem a mesma matriz $G_{ij}^{(d)}$, estando os quarks na base de sabor, torna-se necessário a diagonalização das matrizes $G_{ij}^{u(d)}$. A mudança de base é feita do mesmo modo que na seção 1.3, assim obtemos [11]:

$$[M^{(d)}]^{Diag.} = \frac{v}{2} (V_R^{(d)})^\dagger [G^{(d)}] (V_L^{(d)}) = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} , \quad (3.41)$$

$$[M^{(u)}]^{Diag.} = \frac{v}{\sqrt{2}} (V_R^{(u)})^\dagger [G^{(u)}] (V_L^{(u)}) = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Tal mudança de base é ainda um requisito para que não ocorra troca de sabor em interações mediadas pelo Higgs, já que as mesmas tratam-se de correntes neutras.

O fato de termos o elétron e o quark down com mesma massa parece contradizer o modelo, contudo, lembremos que tais equações são extraídas da simetria SU(5), que é apenas uma boa simetria na sua escala característica ($M_X \sim 10^{14-16}$ GeV). As massas das partículas também dependem da escala de renormalização, de modo que seus valores em baixas energias são obtidos com uso do grupo de renormalização [33]⁴:

$$m(\mu \ll M_X) = m(M_X) \left(\frac{g(\mu)}{g(M_X)} \right) EXP \left[\left(\frac{3}{2} \frac{N^2 - 1}{N} \right) \left(\frac{3}{11N - 2N_f} \right) \right]. \quad (3.43)$$

Onde a expressão acima é dada para correções de massa (m) de um grupo SU(N) com N_f férmions na sua representação fundamental, sob um dado acoplamento g . Sendo μ e M_X as escalas energéticas avaliadas na correção da massa. A relação entre os acoplamentos nos diferentes regimes é dada por:

$$\frac{1}{g_i(M_X^2)} = \frac{1}{g_i(\mu^2)} + \frac{b_i}{4\pi} \ln \left(\frac{M_X^2}{\mu^2} \right), \quad (3.44)$$

com $g_1 = g'$, $g_2 = g$ e $g_3 = g_s$, e os b_i 's dados em termos do número de famílias de férmions (N_g) e do número de multipletos de Higgs na escala eletrofraca (N_H) por:

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{4}{3}N_g - \frac{1}{10}N_H, \\ b_2 &= \frac{22}{3} - \frac{4}{3}N_g - \frac{1}{6}N_H, \\ b_3 &= 11 - \frac{4}{3}N_g. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Para o MP, por exemplo, a expressão (3.44) nos revela um "running" dos acoplamentos representado pela figura abaixo⁵:

⁴O estudo do grupo de renormalização não foi tratado nesta dissertação, contudo, seus resultados foram usados a fim de dar uma explicação para as correções de grandezas físicas com a escala de massa.

⁵Apesar dos acoplamentos não se encontrarem efetivamente, o que deixa o modelo numa situação desconfortável quanto a sua predição sobre unificação, o fato delas se aproximarem significativamente nesse regime faz que tratemos o modelo, com as devidas aproximações, aceitável.

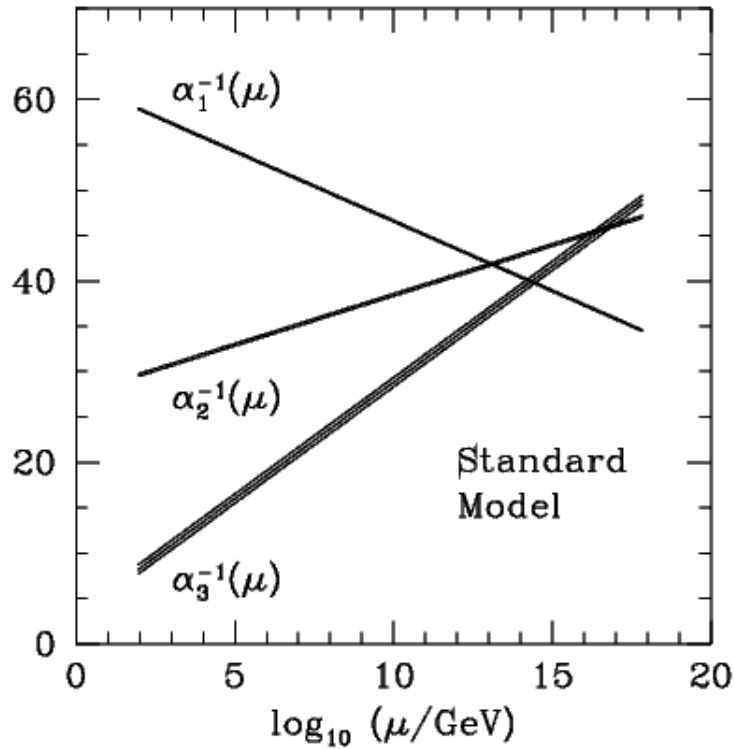


Figura 3.1 Evolução das constantes de acoplamento do Modelo Padrão, devido a medidas no LEP e SLC [11], onde $\alpha_1 = g_s$ (acoplamento forte), $\alpha_2 = g$ (acoplamento fraco), $\alpha_3 = g'$ (acoplamento eletromagnético).

Tornando-se notória a escala de GUT prevista pelo MP: $M_X \sim 10^{14-16}$ GeV.

Vimos nesse capítulo que o modelo SU(5) mínimo viola a simetria por número bariônico, o que lhe dá um carácter atrativo para esclarecer a assimetria entre matéria e anti-matéria, prevendo também o decaimento do próton; mas processos que violam B nunca foram observados, como discutido na seção 2.2. Também, a necessidade de termos escalas de QES distantes por 12 a 14 ordens de grandeza:

$$\frac{v}{V_{GUT}} \sim \frac{M_Z}{M_X} \sim 10^{-12},$$

causa um certo ceticismo com relação ao modelo, pelo mesmo prever um deserto de interações entre as escalas do Z^0 e do bóson X. Contudo, a possibilidade de uma física nova em altas energias é justificada pelo comportamento dos acoplamentos com a escala de massa. Na subseção que segue vamos investigar como o modelo SU(5) descreve o decaimento do próton, e até que ponto o modelo é confiável sob o ponto de vista experimental.

3.5 Decaimento do Próton

A lagrangeana de interação entre férmions e os bósons de gauge (3.20) prevê contribuições que possibilitam o decaimento do próton em um lépton e um méson. O modo $p \rightarrow \pi^0 e^+$, por exemplo, contém contribuições que provém do termo do decuplete, dadas por:

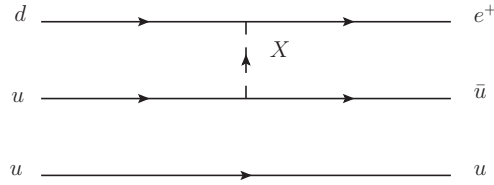


Figura 3.2 Contribuição para o decaimento do próton no modo $p \rightarrow e^+ \pi^0$, por um canal "t", mediado pelo bóson X.

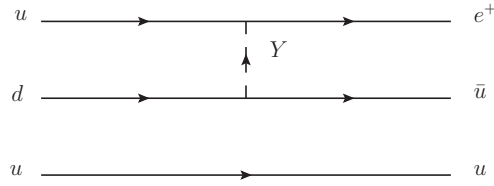


Figura 3.3 Contribuição para o decaimento do próton no modo $p \rightarrow e^+ \pi^0$, por um canal "t", mediado pelo bóson Y.

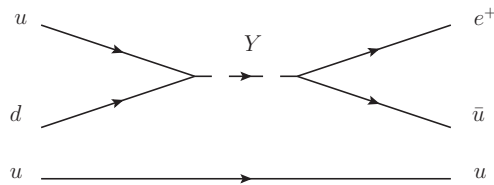


Figura 3.4 Contribuição para o decaimento do próton no modo $p \rightarrow e^+ \pi^0$, por um canal "s", mediado pelo bóson Y.

Como vimos no decorrer do texto, tais processos devem ter ocorrido nos primórdios do Universo, quando o mesmo tinha uma densidade de energia em torno de 10^{15} GeV, que equivale a uma idade de aproximadamente 10^{-37} segundos [46]. Nesse período o próton era uma partícula inexistente, pois, devido ao Universo apresentar-se altamente aquecido ($T \sim 10^{28}$ Kelvins), e dado o caráter não-Abeliano da QCD, estados ligados para o próton eram irrelevantes dada a pequenez do acoplamento forte nessa escala. Podemos, contudo, avaliar as contribuições de

instabilidade do próton em baixas energias por amplitudes efetivas, que vão com o inverso do quadrado da massa dos mediadores do modelo de GUT, como nas expressões (2.1) a (2.3). Para o modo $p \rightarrow \pi^0 e^+$, avaliando apenas a contribuição da figura (3.4) em baixas energias, temos um processo do tipo:

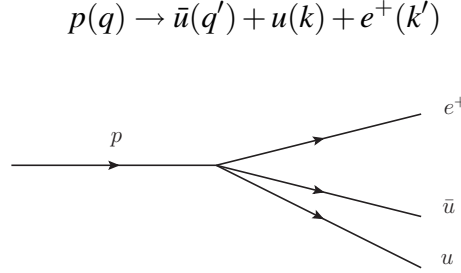


Figura 3.5 Diagrama para o decaimento do próton, no modo $p \rightarrow \pi^0 e^+$, em baixas energias.

Nesta seção estamos apenas interessados em estimar a ordem de grandeza para o tempo de vida do próton, de modo que vamos desprezar os termos de interferência referentes as demais contribuições no modo $p \rightarrow \pi^0 e^+$, sem perda de generalidade no resultado. A amplitude com acoplamento de GUT, pode então ser escrita:

$$\mathcal{M} = \frac{ig_u}{\sqrt{2}M_Y^2} [\bar{u}(k)\gamma^\mu(1-\gamma_5)p(q)][\bar{e}^c(k')\gamma_\mu(1-\gamma_5)u(q')]. \quad (3.46)$$

Lembrando que $\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0\gamma_\mu\gamma_0$, e que $(\gamma^0)^2 = \mathbf{1}$, temos:

$$\mathcal{M}^\dagger = \frac{-ig_u}{\sqrt{2}M_Y^2} [\bar{p}(q)\gamma^\mu(1-\gamma_5)u(k)][\bar{u}(q')\gamma_\mu(1-\gamma_5)e^c(k')], \quad (3.47)$$

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{g_u^2}{2M_Y^4} Tr\{\gamma^\mu(1-\gamma_5)u(k)\bar{u}(k)\gamma^\nu(1-\gamma_5)p(q)\bar{p}(q)\} Tr\{\gamma_\nu(1-\gamma_5)u(q')\bar{u}(q')\gamma_\mu(1-\gamma_5)e^c(k')\bar{e}^c(k')\}. \quad (3.48)$$

O problema é análogo ao decaimento do múon: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Visto que a amplitude invariante (expressão (3.48)) tem a mesma forma para ambos os processos [47]. Se tratarmos o processo da forma mais geral, em que os jatos remanescentes das partículas estejam não-polarizados, ao realizarmos a soma nos spins:

$$\sum_{SPIN} u(k)\bar{u}(k) = \not{k} \pm m, \quad (3.49)$$

juntamente com algumas propriedades do traço das matrizes γ (Ver Apêndice A), bem como tomando o próton no referencial de repouso, encontramos o tempo de vida para o próton semelhante ao do múon, bastando trocar a massa do múon pela massa do próton na largura de decaimento [47].

$$\tau \sim \frac{1}{g_u^2} \frac{M_Y^4}{m_p^5} \quad (3.50)$$

Levando em conta que $m_p^5 \sim 1 \text{ GeV}^5$, $g_u^2 \sim \left(\frac{1}{24}\right)^2 \sim 10^{-2}$, $1 \text{ Ano} \sim 10^7 \text{ seg.}$, e $1 \text{ seg.} \sim 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$ [32], para que o limite experimental imposto pelo Super-Kamiokande [15] seja respeitado ($\tau \sim 10^{33} \text{ Anos}$), temos que:

$$M_Y \sim (g_u^2 m_p^5 \tau)^{\frac{1}{4}} \sim 10^{16} \text{ GeV} \quad (3.51)$$

Como vemos, para que o modelo SU(5) mínimo atenda o critério experimental quanto ao decaimento do próton [15], é necessário que a escala de massa da quebra $SU(5) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ se dê na ordem de 10^{16} GeV . E, como podemos perceber na figura (3.1), os acoplamentos não se encontram efetivamente em nenhuma escala. Se observarmos, no entanto, o "running" dos acoplamentos na extensão supersimétrica mínima do MP, veremos que além dos acoplamentos realmente coincidirem num único ponto, o regime de GUT é exatamente 10^{16} GeV , como vemos na figura abaixo:

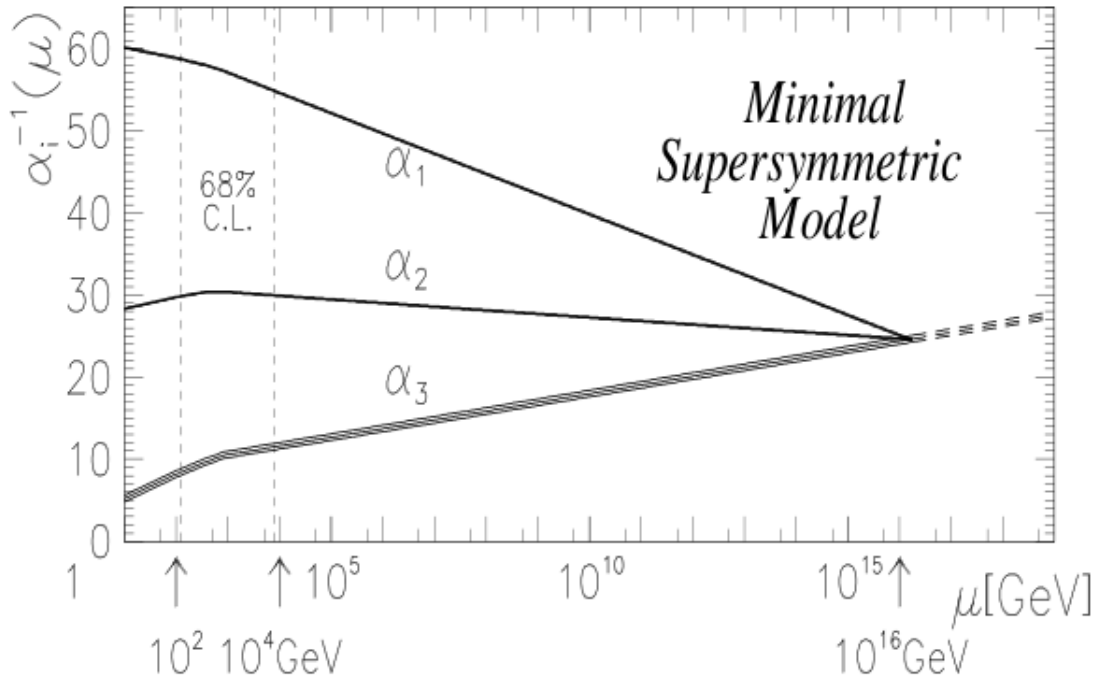


Figura 3.6 Evolução das constantes de acoplamento do Modelo Padrão Supersimétrico Mínimo [32], onde $\alpha_1 = g_s$ (acoplamento forte), $\alpha_2 = g$ (acoplamento fraco), $\alpha_3 = g'$ (acoplamento eletromagnético).

No capítulo que segue vamos estudar um modelo a mais baixas energias, mais precisamente na escala de TeV, capaz de gerar massa para os neutrinos, melhorar os resultados para massa dos léptons carregados em relação ao MP, bem como evitar um decaimento rápido para

o próton. Embora tal modelo não seja um modelo de GUT, veremos que os conceitos estudados nos capítulos que precedem serão fundamentais para abordar a origem da massa dos léptons e impor restrições ao modelo no que se refere ao decaimento do próton.

O Modelo 3-3-1 Verdadeiramente Mínimo

Existem diversas motivações para que façamos extensões no MP, algumas mais evidentes, como o fenômeno de oscilação de neutrinos [28], que requer que os mesmos se misturem de maneira não-trivial e adquiram termos de massa na ordem de eV; outras um tanto subjetivas, como a necessidade de explicarmos a replicação das famílias fermiônicas, enquanto praticamente tudo que compõe a matéria usual é descrito por férmions da primeira família. Para a física de partículas, modelos que pautem-se em lacunas teóricas do MP, e possam ser testados nos experimentos em andamento, são claramente mais atrativos. O LHC (*Large Hadron Collider*), por exemplo, pretende varrer um espectro de até alguns TeV, de modo que servirá como bússola para modelos nessa escala.

O modelo que iremos tratar neste capítulo possui, como veremos, uma escala energética de validade que vai até aproximadamente 5 TeV. Este modelo tem como característica marcante o fato de exigir um mínimo de três famílias fermiônicas para o cancelamento de anomalias de gauge. O mesmo é descrito por uma extensão mínima da simetria de gauge do MP, obedecendo à estrutura de grupo $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_N(1)$, e sendo conhecido como modelo 3-3-1 mínimo por não conter léptons além dos usuais, tal modelo foi proposto em 1992 por Pisano, Pleitez e Frampton [16].

Vamos inicialmente avaliar o conteúdo de partículas do mesmo, versando mais adiante sobre alguns problemas que o modelo apresenta quanto à oscilação de neutrinos e o decaimento rápido do próton, por último trataremos tais problemas com a introdução de simetrias discretas, além de estabelecer o caráter verdadeiramente mínimo do modelo pela exclusão de um dos seus multipletos de escalares, nos atendo aos aspectos quanto à massa dos léptons e o decaimento do próton.

4.1 A Disposição dos Férmions no Modelo 3-3-1 Mínimo

A simetria de gauge característica do modelo 3-3-1 representa um aumento nos graus de liberdade quanto à disposição de férmions em relação ao MP, pois o mesmo os arranja em tripletos de isospin fraco. A ausência de singletos de léptons lhe dá um aspecto análogo ao de modelos de grande unificação no setor leptônico por acomodar tais férmions em um único multipletto, de modo que os parceiros de mão-direita das componentes de isospin $-\frac{1}{2}$ encaixam-

se na terceira componente do novo tripleto com uso do operador de conjugação de carga¹. Também, diferentemente do MP, as três famílias de quarks não se transformam todas do mesmo modo pela simetria de gauge, sendo que a primeira família transforma-se de forma distinta das demais sob a simetria $SU_L(3)$. Este arranjo é necessário para que ocorra o cancelamento de anomalias no mesmo, exigindo assim um múltiplo de três famílias de férmions que, levando em conta também a liberdade assintótica da QCD, que requer um número de famílias menor que seis, fornece uma explicação para a replicação das famílias [16], [49].

Para que determinemos o número quântico associado à simetria $U_N(1)$, é necessário que tenhamos o operador de carga elétrica do modelo. O mesmo é dado por uma combinação dos geradores diagonais do modelo, sendo:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2}(\alpha_3 - \sqrt{3}\alpha_8) + N \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \right) + N, \end{aligned} \quad (4.1)$$

para os campos que se transformam como tripleto, e²

$$Q = \frac{1}{2}[(\alpha_3)^{Conj.} - \sqrt{3}(\alpha_8)^{Conj.}] + N, \quad (4.2)$$

para os que se transformam como anti-tripletos por $SU_L(3)$, bem como $Q = N$ para os que se transformam como singletos. Assim temos o conteúdo de representação do 3-3-1 mínimo dado por:

$$l_{j,L}^T = \begin{pmatrix} \nu_j & e_j & e_j^c \end{pmatrix}_L^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0),$$

$$Q_{1,L}^T = \begin{pmatrix} u_1 & d_1 & J_1 \end{pmatrix}_L^T \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{3}, \frac{2}{3}\right), \quad Q_{i,L}^T = \begin{pmatrix} d_i & -u_i & J_i \end{pmatrix}_L^T \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, -\frac{1}{3}\right),$$

$$u_{j,R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3}\right), \quad d_{j,R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3}\right),$$

$$J_{1,R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{5}{3}\right), \quad J_{i,R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{4}{3}\right),$$

onde $i = 2, 3$, e $j = 1, 2, 3$ indexam as famílias, e entre parênteses temos como as partículas se transformam sob a simetria de gauge do modelo.

¹De fato, existem modelos que arranjam o tripleto de forma distinta, como é o caso do modelo 3-3-1 com neutrinos de mão-direita [48].

²Veja no Apêndice B como representar os geradores de $SU(N)$ numa representação conjugada.

Como podemos perceber, apesar de dispor apenas de léptons usuais, o modelo inclui quarks exóticos no seu conteúdo de representação. Isso não chega a ser um problema se considerarmos que os quarks J_1 , J_2 e J_3 apresentam massa maior que o limite imposto pelo LEP II e o Tevatron, ou seja, uma massa suficientemente maior que a do quark top:

$$m_{J_1, J_i} \gg 180 \text{ GeV}.$$

Como qualquer outro modelo de gauge que apresenta uma QES, o modelo 3-3-1 mínimo deve ter uma lagrangeana do tipo:

$$\mathcal{L}_{3-3-1} = \mathcal{L}_{Materia} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Escalar} + \mathcal{L}_{Gauge}. \quad (4.3)$$

O setor de gauge é dado da forma usual, sendo igual ao do MP, com o detalhe da existência de mais bósons de gauge, devido à extensão $SU_L(2) \rightarrow SU_L(3)$:

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^N W_N^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu}, \quad (4.4)$$

$$a = 1, \dots, 8.$$

Abordaremos separadamente os outros setores durante o texto, dando os aspectos mais fundamentais para o entendimento do modelo, iniciando com a lagrangeana de matéria

4.2 Lagrangeana de Matéria

A lagrangeana de matéria para o modelo 3-3-1 mínimo é obtida de forma análoga a do MP, onde a derivada covariante é obtida por uma combinação dos geradores da simetria eletrofraca do modelo, deixando $SU_C(3)$ de lado, uma vez que esta simetria permanece intacta. Sabendo como se transformam os férmions sob a simetria imposta, temos os seguintes termos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Materia} = & \bar{l}_{j,L}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g}{2}\alpha^a W_\mu^a \right) l_{j,L} + \\ & + \bar{u}_{j,R}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(\frac{2}{3} \right) W_\mu^N \right) u_{j,R} + \bar{d}_{j,R}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(-\frac{1}{3} \right) W_\mu^N \right) d_{j,R} + \\ & + \bar{J}_{1,R}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(\frac{5}{3} \right) W_\mu^N \right) J_{1,R} + \bar{J}_{i,R}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(-\frac{4}{3} \right) W_\mu^N \right) J_{i,R} + \\ & + \bar{Q}_{1,L}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(\frac{2}{3} \right) W_\mu^N + i\frac{g}{2}\alpha^a W_\mu^a \right) Q_{1,L} + \\ & + \bar{Q}_{i,L}(i\gamma^\mu) \left(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2} \left(-\frac{1}{3} \right) W_\mu^N - i\frac{g}{2}(\alpha^*)^a W_\mu^a \right) Q_{i,L}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$i = 2, 3.$$

$$j = 1, 2, 3.$$

$$a = 1, \dots, 8.$$

Aqui, temos g_N e g como os acoplamentos das simetrias $U_N(1)$ e $SU_L(3)$ respectivamente, bem como seus bósons característicos: W_μ^N e W_μ^a . Sendo a lagrangeana de matéria responsável por descrever os termos de corrente neutra e carregada entre férmions e bósons de gauge. A mesma deve recuperar as correntes do MP na transição $SU_L(3) \otimes U_N(1) \rightarrow SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, ou seja, os vértices compostos por quarks exóticos ou mediados pelos novos bósons de gauge referentes ao modelo, devem ser suprimidos em baixas energias ($\lesssim 100$ GeV). Isso requer que tais bósons adquiram massa numa escala de massa superior ao do Z^0 . Inicialmente verifiquemos que o mecanismo de geração de massa dos férmions previsto pelo modelo leva ao problema da não-oscilação de neutrinos.

4.3 Massa dos Férmions

Devido à presença de quarks exóticos $\{ J_1, J_2, J_3 \}$, que devem adquirir massa suficientemente maior que a do quark top, também devido à existência de cinco novos bósons de gauge provenientes da estrutura de gauge do modelo 3-3-1, devemos ter um setor escalar tal que possamos ter as transições: $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_N(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes U_Q(1)$. O esquema de geração de massa no 3-3-1 é dado por três tripletos e um sexteto de escalares [50]. Um dos tripletos (χ) é responsável por dar massa aos bósons de gauge característicos do 3-3-1, além dos quarks exóticos; assim, o VEV adquirido por este triplete deve ser suficientemente maior que o dos demais, mais especificamente em torno de 1 TeV. Os outros dois tripletos (η e ρ) são os responsáveis pela massa dos quarks usuais, enquanto que o sexteto (S) é responsável pela massa dos léptons, incluindo os neutrinos. O setor de escalares do modelo é dado por:

$$\chi^T = \begin{pmatrix} \chi^- & \chi^{--} & \chi^0 \end{pmatrix}^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1), \quad \eta^T = \begin{pmatrix} \eta^0 & \eta_1^- & \eta_2^+ \end{pmatrix}^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0),$$

$$\rho^T = \begin{pmatrix} \rho^+ & \rho^0 & \rho^{++} \end{pmatrix}^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 1),$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\sigma_1^0 & h_2^- & h_1^+ \\ h_2^- & \sqrt{2}H_1^{--} & \sigma_2^0 \\ h_1^+ & \sigma_2^0 & \sqrt{2}H_2^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{6}, 0),$$

onde, quem adquire VEV são as componentes neutras dos multipletos: $\langle \chi^0 \rangle = v_\chi$, $\langle \eta^0 \rangle = v_\eta$, $\langle \rho^0 \rangle = v_\rho$, $\langle \sigma_1^0 \rangle = v_{\sigma_1}$, $\langle \sigma_2^0 \rangle = v_{\sigma_2}$.

Em princípio poderíamos pensar em desprezar o sexteto de escalares na geração de massa dos léptons, já que o modelo permite-nos construir termos invariantes do tipo:

$$\sim \epsilon_{ijk} G_{ab} \overline{(l_L)^c}_{a,i} \eta_j (l_L)_{b,k}. \quad (4.6)$$

Contudo, com a QES sua diagonal principal possuirá apenas componentes nulas, de forma que o termo acima não dá termos realísticos na geração de massa [51].

Fazendo uso dos multipletos de escalares descritos acima, a lagrangeana de Yukawa do modelo é descrita por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} = & \frac{1}{2} G_{ab} \overline{(l_L)^c}_a S^* (l_L)_b + \lambda_1 \bar{Q}_{1,L} \chi J_{1,R} + \lambda_{ij} \bar{Q}_{i,L} \chi^* J_{j,R} + \lambda'_{1a} \bar{Q}_{1,L} \rho d_{a,R} + \\ & + \lambda'_{ia} \bar{Q}_{i,L} \rho^* u_{a,R} + \lambda''_{1a} \bar{Q}_{1,L} \eta u_{a,R} + \lambda''_{ia} \bar{Q}_{i,L} \eta^* d_{a,R} + h.c. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para que obtenhamos os termos de massa usuais para os quarks, e preservemos a massa dos quarks exóticos numa escala devidamente superior à massa do quark top, supomos os seguintes valores para os parametros: $v_\chi \approx 1$ TeV, $v_\eta \approx 100$ GeV, $v_\rho \approx 10$ GeV. Onde os valores para v_{σ_1} e v_{σ_2} não estão explícitos por não interessarem na construção a seguir.

Ao observarmos atentamente a expressão (4.7), vemos que tanto neutrinos como os demais léptons compartilham uma mesma matriz de massa (G_{ab}) que, ao ser diagonalizada, evita a oscilação de neutrinos. Isso porque termos que compõem correntes carregadas do tipo:

$$\sim \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ \quad (4.8)$$

são simultaneamente diagonalizados com a matriz de massa. Ou seja, temos uma inconsistência teórica em dar massa aos neutrinos evitando sua oscilação de sabor, amplamente comprovada no Super-Kamiokande [28]. Este é um problema tratável, que é evitado com a introdução de novos multipletos de escalares [52]. No entanto, essa não é a saída mais elegante para contornar o problema, já que elimina seu carácter mínimo de inclusão de escalares. Iremos neste capítulo demonstrar uma saída alternativa, onde ao invés de aumentar, vamos reduzir o setor escalar do modelo ao custo da introdução de simetrias discretas, dando ao modelo 3-3-1 mínimo um carácter verdadeiramente mínimo. Antes de expor tal método, vamos verificar que o esquema de geração de massa dos novos bósons do modelo acarreta num "cutoff" na escala dos TeV para o mesmo, implicando num decaimento rápido para o próton.

4.4 Cutoff do Modelo e Decaimento Rápido do Próton

Ao efetuarmos a quebra espontânea das simetrias: $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_N(1) \rightarrow SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$, ou seja, quando um elemento do triplete χ desenvolve um VEV não-nulo, obtemos a massa dos novos bósons de gauge: Z' , $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$. O procedimento é o mesmo que o feito na quebra da simetria eletrofraca do MP para a QED, ou seja, temos um VEV para o campo χ dado por:

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

que compõe a lagrangeana:

$$\mathcal{L}_\chi = |(\partial_\mu + i\frac{g_N}{2}(-1)W_\mu^N + i\frac{g}{2}\vec{\alpha} \cdot \vec{W}_\mu)\chi|^2 - V(\chi), \quad (4.10)$$

onde³:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\vec{\alpha} \cdot \vec{W} = \frac{1}{2}\alpha^a W^a &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W^8 & W^1 - iW^2 & W^4 - iW^5 \\ W^1 + iW^2 & -W^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W^8 & W^6 - iW^7 \\ W^4 + iW^5 & W^6 + iW^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}W^8 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W^8 & -\sqrt{2}W^+ & -\sqrt{2}V^- \\ -\sqrt{2}W^- & -W^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W^8 & -\sqrt{2}U^{--} \\ -\sqrt{2}V^+ & -\sqrt{2}U^{++} & -\frac{2}{\sqrt{3}}W^8 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

A lagrangeana (4.10) permite-nos recuperar os bósons não-massivos: W_μ^1 , W_μ^2 , W_μ^3 e W_μ^N , e obter $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$ (massivos) como combinações de $\{W_\mu^4, \dots, W_\mu^7\}$ ⁴. Termos de mistura proporcionais a $\sim W_\mu^8 W_N^\mu$ são encontrados, e a mudança de base $\{W_\mu^8, W_\mu^N\} \rightarrow \{Z'_\mu, B_\mu\}$:

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^N \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

³Observe que aqui tomamos a notação da referência [16] quanto aos bósons carregados:

$$-\sqrt{2}W^\pm = W^1 \mp iW^2$$

$$-\sqrt{2}V^\pm = W^4 \pm iW^5$$

$$-\sqrt{2}U^{\pm\pm} = W^6 \pm iW^7$$

⁴Devido ao número de geradores quebrados na QES, existe ainda um Z^1 massivo, que é levado num Z' com a rotação (4.12).

define o $\text{sen}\theta_W$, em termos dos acoplamentos g e g_N , por [50]:

$$\frac{g_N}{g} = \frac{\text{sen}\theta_W}{\sqrt{1 - 4\text{sen}^2\theta_W}}. \quad (4.13)$$

Esta relação torna o modelo 3-3-1 mínimo não-perturbativo muito antes de $\text{sen}^2\theta_W \approx \frac{1}{4}$, o que equivale em termos energéticos a um cutoff entre 4-5 TeV [53], ou seja, o mesmo dá indícios de física nova numa escala testável no LHC. Também, o fato do modelo apresentar um cutoff relativamente baixo, leva ao aparecimento desastroso de operadores efetivos que implicam num decaimento rápido do próton. Tais operadores devem provir de uma teoria que resida numa escala em torno de 5 TeV, revelando um comportamento a mais baixas energias de uma teoria mais fundamental, tal como modelos de grande unificação, supersimetria, ou outros. Podemos construir termos invariantes, como:

$$\sim \frac{C_1}{\Lambda^3} \epsilon_{ijk} \epsilon_{abc} (\overline{Q_{1,L}})^c_{i,a} (l_{1,L})_j \chi_k (\overline{u_{1,R}})^c_b (d_{1,R})_c + h.c., \quad (4.14)$$

onde $a, b, c = 1, 2, 3$ são índices de cor, e $i, j, k = 1, 2, 3$ são índices do grupo $SU_L(3)$.

Como o próton é constituído apenas por quarks da primeira família, para o modo $p \rightarrow \pi^0 e^+$, por exemplo, temos a seguinte amplitude efetiva:

$$\sim \frac{C_1 v_\chi}{\Lambda^3} \bar{u}_L^c e_L \bar{u}_R^c d_L + h.c. \quad (4.15)$$

Evitando o ajuste fino, ou seja, tomando $C_1 \sim 1$, bem como supondo $v_\chi \sim 1$ TeV, e $\Lambda \sim 5$ TeV, obtemos:

$$\frac{C_1 v_\chi}{\Lambda^3} \sim 10^{-8} \text{GeV}^{-2},$$

que equivale a um tempo de vida para o próton da ordem de 10^{-8} segundos! Tal predição é distante 48 ordens de grandeza do previsto pelo Super-Kamiokande, que é em torno de 10^{40} segundos [15], tornando o modelo dependente de um ajuste fino aparentemente não natural para o acoplamento adimensional (C_1).

Na seção que segue vamos, por meio da inclusão das simetrias Z_3 e Z_2 ao modelo e a retirada do sexteto de escalares (S), tanto eliminar termos que levam ao decaimento do próton em todas as ordens de perturbação, como gerar termos de massa para os léptons num regime aceitável, sem afetar a oscilação de sabor característica dos neutrinos.

4.5 O Modelo 3-3-1 Verdadeiramente Mínimo

Como vimos anteriormente, o modelo 3-3-1 mínimo não consegue gerar termos consistentes para a massa do neutrino e ainda permite, devido sua escala de validade, a presença de termos

efetivos, provenientes de uma teoria mais fundamental, que levam a um tempo de vida do ordem de 10^{-8} segundos para o próton. Um trabalho realizado em 2010, por Pires, Queiroz e Rodrigues da Silva [51], entretanto, conseguiu encontrar uma saída para tais problemas, desprezando o sexteto (S) de escalares do modelo e obtendo termos de massa dos léptons neutros e carregados. O método utilizado é a imposição de que certos férmions, juntamente com os tripletos de escalares restantes (η , ρ e χ), devam transformar-se não-trivialmente sob a simetria Z_3 . Por esta simetria associa-se uma fase aos campos que os faça retornar ao campo inicial após três transformações sob o grupo. Ou seja, sendo o elemento de transformação do grupo: " T ", a seguinte propriedade é válida: $T^3 = \mathbf{1}$.

Em princípio, poderíamos pensar que o fato de descartarmos o sexteto de escalares não acarreta problemas na geração de massa dos léptons, já que a simetria de gauge do modelo permite termos efetivos do tipo:

$$\frac{h}{\Lambda} (\overline{(l_L)^c} \eta^*) (\eta^\dagger l_L), \quad (4.16)$$

que conduz à seguinte massa para o neutrino:

$$m_\nu = \frac{h v_\eta^2}{\Lambda}. \quad (4.17)$$

Porém, ao supormos os valores acima mencionados para os parâmetros característicos do modelo, obtemos:

$$m_\nu = 10^{10} h \text{ eV}. \quad (4.18)$$

Levando em conta que a massa do neutrino mais pesado é da ordem de eV [42], o parâmetro adimensional (h) deve ser da ordem de $h \sim 10^{-10}$ para que recuperemos os resultados experimentais, impingindo ao esquema acima um caráter aparentemente não realístico. Também, a adição de escalares ao modelo 3-3-1 mínimo pode dar novos termos de massa aos neutrinos, preservando a sua oscilação de sabor, entretanto, não são capazes de evitar a contribuição de operadores efetivos como o da expressão (4.16).

A proposta do artigo é diminuir o conteúdo de escalares do modelo, encontrando termos de massa mais realísticos para os léptons por meio de operadores efetivos. Para que termos como o da expressão (4.16) fossem eliminados, considerou-se que algumas partículas do modelo assumissem uma fase por Z_3 . Assim, o conteúdo de representação do 3-3-1 verdadeiramente mínimo supõe, por Z_3 , as seguintes atribuições [51]:

$$\eta \rightarrow e^{4i\pi/3} \eta; \quad \rho \rightarrow e^{2i\pi/3} \rho; \quad \chi \rightarrow e^{2i\pi/3} \chi;$$

$$l_{a,L} \rightarrow e^{2i\pi/3} l_{a,L}; \quad d_{a,R} \rightarrow e^{4i\pi/3} d_{a,R}; \quad u_{a,R} \rightarrow e^{2i\pi/3} u_{a,R};$$

$$J_{1,R} \rightarrow e^{4i\pi/3} J_{1,R} ; \quad J_{i,R} \rightarrow e^{2i\pi/3} J_{i,R} ;$$

$$Q_{1,L} \rightarrow Q_{1,L} ; \quad Q_{i,L} \rightarrow Q_{i,L} ;$$

com $i = 2, 3$, e $a = 1, 2, 3$ como índices de família.

A escolha das fases é tal que preserva as predições da lagrangeana de Yukawa quanto às massas dos quarks e seus ângulos de mistura. Com a imposição de tal simetria discreta, o termo dominante na geração de massa para os neutrinos passa a ser⁵:

$$\frac{h^\nu}{\Lambda^3} \epsilon_{ijk} \epsilon_{abc} [(\overline{l_L})^c_i \rho_j \chi_k] [(l_L)_a \rho_b \chi_c] + h.c. , \quad (4.19)$$

onde $i, j, k, a, b, c = 1, 2, 3$ são índices por $SU_L(3)$.

A expressão (4.19) revela o seguinte termo de massa para o neutrino:

$$m_\nu \sim \frac{h^\nu}{\Lambda^3} v_\rho^2 v_\chi^2 \sim 10^6 h^\nu \text{ eV}. \quad (4.20)$$

Reduzindo consideravelmente o ajuste fino ($h^\nu \sim 10^{-6}$) em relação a um termo de massa com o vácuo do modelo padrão ($v_{MP} \sim 10^2 \text{ GeV}$):

$$1 \text{ eV} = h_{MP}(10^{11}) \text{ eV} \Rightarrow h_{MP} \sim 10^{-11} \quad (4.21)$$

Para obtermos a massa dos demais léptons, o termo efetivo dominante segundo o modelo é:

$$\frac{h_1^l}{\Lambda} ((\overline{l_L})^c \rho^*) (\chi^\dagger l_L) + \frac{h_2^l}{\Lambda} ((\overline{l_L})^c \chi^*) (\rho^\dagger l_L) + h.c. \quad (4.22)$$

Aqui obtemos um ganho com relação aos termos de massa dos léptons carregados segundo o MP:

$$m_l \simeq 10^2 y^l \text{ GeV} , \quad (4.23)$$

com y^l sendo os acoplamentos de Yukawa usuais do MP. Isto porque a expressão (4.22) revela massas para os léptons carregados que não necessitam de um ajuste fino nos acoplamentos h_1^l e h_2^l :

$$m_l = \frac{h_1^l + h_2^l}{\Lambda} v_\rho v_\chi \sim 2(h_1^l + h_2^l) \text{ GeV} , \quad (4.24)$$

enquanto que no MP os acoplamentos de Yukawa estão numa faixa entre 10^{-4} e 10^{-1} , representando um ganho em duas ordens de grandeza.

⁵Observe que na referência [51] este operador não foi considerado, sendo entretanto o operador dominante.

Quanto ao fenômeno de oscilação de sabor dos neutrinos, lembremos que a expressão (4.19) é, na verdade:

$$\frac{G_{mn}^{\nu}}{\Lambda^3} \epsilon_{ijk} \epsilon_{abc} [(\overline{l_L})_{m,i}^c \rho_j \chi_k] [(l_L)_{n,a} \rho_b \chi_c] + h.c. \quad (4.25)$$

Dentro desta construção, devido à massa dos léptons neutros e carregados estarem representadas por operadores distintos, termos de corrente carregada do tipo:

$$\sim \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ \quad (4.26)$$

com a rotação para a base de massa, permitem a oscilação de sabor dos neutrinos, pois, com a mudança de base temos:

$$\bar{\tilde{\nu}}_{j,L} \gamma^\mu \hat{e}_{j,L} W_\mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_{i,L} [(V_L^{(\nu)})^\dagger (V_L^{(e)})]_{ij} \gamma^\mu e_{j,L} W_\mu^+, \quad (4.27)$$

com $(V_L^{(\nu)})^\dagger (V_L^{(e)}) \neq \mathbf{1}$. O que leva a um tratamento análogo ao da matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) na corrente carregada dos quarks no modelo padrão.

Um problema no entanto persiste. Mesmo com os campos transformando-se não-trivialmente por Z_3 , ainda podemos obter amplitudes efetivas para o decaimento rápido do próton. Sendo que agora o termo dominante é dado por:

$$\frac{C_2}{\Lambda^3} \epsilon_{abc} [\bar{l}_L \eta (d_R)_a (\overline{d_R})_b^c (u_R)_c] + h.c. \quad (4.28)$$

com $a, b, c = 1, 2, 3$ representando índices por $SU_C(3)$. Omitindo o tensor anti-simétrico:

$$\frac{C_2 \nu_\eta}{\Lambda^3} \bar{u}_L^c e_L \bar{u}_L^c d_L + h.c. \quad (4.29)$$

A expressão acima conduz a:

$$\frac{C_2 \nu_\eta}{\Lambda^3} \sim 10^{-9} \text{ GeV}^{-2}, \quad (4.30)$$

que, supondo $C_2 \sim 1$, ainda leva a um tempo de vida da ordem de 10^{-4} segundos para o próton.

Podemos sanar o problema ao admitirmos que os quarks possuem, também, uma fase por Z_2 , ou seja [51]:

$$Q_{a,L} \rightarrow -Q_{a,L}, \quad Q_{a,R} \rightarrow -Q_{a,R}.$$

$$a = 1, 2, 3.$$

Com esta imposição, termos como o da expressão (4.28) são proibidos. De fato, a fase que os quarks adquirem por Z_2 inviabiliza termos efetivos para o decaimento do próton em qualquer modelo e em todas as ordens de perturbação. A mesma eliminaria, por exemplo, as expressões (2.6) a (2.11), referentes ao MP. No modelo 3-3-1 mínimo, entretanto, a mesma é necessária devido à predição desastrosa do próton altamente instável.

Apesar do ganho na descrição da massa dos neutrinos no 3-3-1 verdadeiramente mínimo, a necessidade de impormos a simetria Z_2 pode parecer deselegante a leitores mais exigentes. De fato, a possibilidade de obtermos melhoras na predição da massa dos neutrinos e uma supressão razoável para o tempo de vida do próton por meio da inclusão de uma única simetria discreta ao modelo 3-3-1 mínimo deve ser considerada, ficando como perspectivas para trabalhos futuros do grupo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos este trabalho com uma breve exposição dos aspectos mais relevantes para o entendimento do Modelo Padrão das Interações Eletrofracas. Vimos que a imposição de invariância local sobre teorias não-Abelianas foi capaz de abrir portas para descrições de unificação de forças, principiando pelo modelo de Glashow-Weinberg-Salam para as interações eletromagnética e fraca, até outras hipóteses mais arrojadas como a do próprio Glashow juntamente com Georgi para as teorias de grande unificação.

Visto o notório esfriamento do Universo com o decorrer do tempo, bem como o comportamento de "running" dos acoplamentos, pudemos especular a escala de validade das GUT's, que ficaria entre 10^{14-16} GeV. Discutimos no capítulo 2 a possibilidade de que certas simetrias do MP fossem apenas manifestações em baixas energias de teorias mais fundamentais, avaliando amplitudes efetivas que descrevem, por exemplo, o decaimento do próton e a massa dos neutrinos. Ademais, tanto a violação do número leptônico, como do número bariônico, são essências para esclarecer questões atuais da física de altas energias, como a oscilação de sabor de neutrinos e a assimetria entre matéria e anti-matéria no Universo. Também discutimos como busca-se atualmente sinais para o decaimento do próton no Super-Kamiokande, um experimento em andamento no Japão.

No capítulo 3 estudamos um modelo de GUT específico: o modelo SU(5) mínimo. Tal modelo, capaz de incorporar o conteúdo de representação do MP em seus subgrupos de SU(2) e SU(3), prevê a existência de novos bósons carregados, com massa na escala de grande unificação. Esses novos bósons seriam também os responsáveis por mediar interações com violação de número bariônico, prevendo eventos como o decaimento do próton. Vimos também que para que o tempo de vida do próton esteja de acordo com o limite experimental do Super-Kamiokande, a simetria SU(5) deveria ser característica de um período de 10^{-37} segundos após o Big-Bang, onde o Universo apresentava uma densidade de energia em torno de 10^{16} GeV. Nesse estágio as interações ainda estavam acopladas, e processos que violavam número bariônico poderiam resultar no cenário atual de prevalência de matéria sobre anti-matéria.

O fato que as teorias de grande unificação deveriam ocorrer numa escala de massa de 10^{16} GeV, revelou indícios para uma extensão supersimétrica do SU(5), já que o "running" dos acoplamentos para o MP supersimétrico mínimo coincide em tal escala. Assim, as simetrias fundamentais atuais (QED e QCD) se manifestariam devido a transições de fase que ocorreram

com o esfriamento do Universo, sendo as mesmas descritas por sucessivas quebras de simetria de gauge que desacoplaram as interações.

No último capítulo estudamos uma modificação no modelo 3-3-1 mínimo, que se trata de uma extensão na simetria de isospin fraco do MP. Viu-se que o modelo é incapaz de descrever corretamente a massa dos neutrinos, além de permitir a presença de amplitudes efetivas para o decaimento rápido do próton, mais especificamente em torno de 10^{-8} segundos. Assim, por meio da introdução das simetrias Z_3 e Z_2 ao modelo, prontamente com a exclusão de seu sexteto de escalares, encontrou-se termos de massa mais realísticos para os léptons, bem como mostrou-se ser possível eliminar as amplitudes efetivas para o decaimento do próton em todas as ordens nos operadores efetivos, introduzindo o modelo 3-3-1 verdadeiramente mínimo.

Todos os pontos discutidos nessa dissertação constituem uma formação mínima, que servirá para uma continuidade nos estudos de doutoramento. Esperamos melhorar os resultados do modelo 3-3-1 verdadeiramente mínimo, com o uso de uma única simetria discreta, que elimine (ou suprima) de forma mais elegante o decaimento rápido do próton, preservando ou melhorando os resultados para a massa dos léptons. Também pretendemos descrever os dados para os ângulos de mistura dos neutrinos, utilizando os operadores efetivos empregados na obtenção da escala de massa correta dos neutrinos.

Relações Importantes

Os operadores de quiralidade são tais que atuam nos spinors por:

$$\psi_L = L\psi = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad (\text{A.1})$$

$$\psi_R = R\psi = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi, \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{\psi}_L = \psi_L^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger L^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger L \gamma^0 = \bar{\psi} R, \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{\psi}_R = \psi_R^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger R^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger R \gamma^0 = \bar{\psi} L. \quad (\text{A.4})$$

Tais operadores respeitam as propriedades:

$$L.R = \frac{1}{4}(1 - \gamma_5)(1 + \gamma_5) = \frac{1}{4}(1 - \gamma_5^2) = 0 = R.L, \quad (\text{A.5})$$

$$L^2 = \frac{1}{4}(1 - \gamma_5)(1 - \gamma_5) = \frac{1}{4}(1 - 2\gamma_5 + \gamma_5^2) = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) = L, \quad (\text{A.6})$$

$$R^2 = \frac{1}{4}(1 + \gamma_5)(1 + \gamma_5) = \frac{1}{4}(1 + 2\gamma_5 + \gamma_5^2) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) = R, \quad (\text{A.7})$$

$$L + R = \frac{1}{2}[1 - \gamma_5 + 1 + \gamma_5] = 1, \quad (\text{A.8})$$

$$\bar{\psi}_R \psi_R = \bar{\psi} L R \psi = 0 = \bar{\psi} L \psi_L, \quad (\text{A.9})$$

onde $\gamma_5^2 = 1$, $[\gamma_\mu, \gamma_\nu]_+ = 2g^{\mu\nu}$, e $[\gamma_\mu, \gamma_5]_+ = 0$. Com isso, os termos de massa de Dirac são tais:

$$m_D \bar{\psi} \psi = m_D \bar{\psi} (L + R) \psi = m_D \bar{\psi} (L^2 + R^2) \psi = m_D [\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R], \quad (\text{A.10})$$

que necessariamente misturam quiralidades.

A teoria quântica de campos diz que o spinor ψ_L aniquila partículas de mão-esquerda e cria anti-partículas de mão-direita, assim como $\bar{\psi}_L$ aniquila anti-partículas de mão-direita e cria partículas de mão-esquerda. A atuação do operador de conjugação de carga $C = i\gamma^2\gamma^0$ leva a partícula a uma antipartícula e vice-versa, e sua atuação, combinada a do operador de quiralidade, é tal:

$$\begin{aligned}
 (\psi^c)_L &= L\psi^c = LC\bar{\psi}^T = CL\bar{\psi}^T \\
 &= CL(\psi^\dagger\gamma^0)^T = CL(\gamma^0)^T\psi^* \\
 &= C(\gamma^0)^T R\psi^* = C(\gamma^0)^T\psi_R^* \\
 &= C(\psi_R^\dagger\gamma^0)^T = C\bar{\psi}_R^T \\
 &= (\psi_R)^c
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

$$(\psi^c)_R = (\psi_L)^c \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
 (\bar{\psi}^c)_L &= L\bar{\psi}^c = LC(\bar{\psi})^T = CL(\bar{\psi})^T \\
 &= CL(\bar{\psi}^\dagger\gamma^0)^T = CL[(\psi^\dagger\gamma^0)^\dagger\gamma^0]^T \\
 &= CL(\gamma^0)^T(\psi^\dagger\gamma^0)^* = C(\gamma^0)^T R(\psi^\dagger\gamma^0)^* \\
 &= C(\gamma^0)^T R\psi^T\gamma^{0*} = C(\gamma^0)^T\psi_R^T\gamma^{0*} \\
 &= C(\gamma^0)^T(\gamma^{0\dagger}\psi_R)^T = C(\gamma^0\psi_R\gamma^0)^T \\
 &= C(\bar{\psi}_R\gamma^0)^T = C(\gamma^0)^T(\bar{\psi}_R)^T \\
 &= (\gamma^0)^T C(\bar{\psi}_R)^T = (\gamma^0)^T(\psi_R)^c \\
 &= (\bar{\psi}_R)^c
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

$$(\bar{\psi}^c)_R = (\bar{\psi}_L)^c \tag{A.14}$$

Ou seja, a atuação dos operadores, tanto muda a quiralidade, como leva a partícula numa anti-partícula e vice-versa. Observe que $(\psi_R)^c$ nos diz que, o que a princípio aniquilaria uma partícula de mão-direita, agora aniquila uma anti-partícula de mão-esquerda. Do mesmo modo $(\bar{\psi}_R)^c$ nos diz que, o que a princípio aniquilaria uma anti-partícula de mão-esquerda, agora aniquila uma partícula de mão-direita.

Por último, algumas propriedades das matrizes γ^ν são de especial relevância para esta dissertação:

$$(\gamma^0)^2 = (\gamma_5)^2 = \mathbf{1} \tag{A.15}$$

$$\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5) = \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\alpha) = \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\alpha \gamma^\beta) = \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Tr}(\text{numero impar de matrizes } \gamma) = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\text{Tr}(\gamma^a \gamma^b \gamma^c \gamma^d) = 4(g^{ab} g^{cd} - g^{ac} g^{bd} + g^{ad} g^{bc}) \quad (\text{A.19})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5 \gamma^a \gamma^b \gamma^c \gamma^d) = -4i\epsilon^{abcd} \quad (\text{A.20})$$

Representação Fundamental dos Geradores do SU(2), SU(3) e SU(5)

B.1 Geradores do SU(2)

Os geradores de SU(2) são dados por $\tau_k = \frac{1}{2}\sigma_k$, onde os σ_k são:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

B.2 Geradores do SU(3)

Os geradores de SU(3) são dados por $T_k = \frac{1}{2}\alpha_k$, onde os α_k são:

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

$$\alpha_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

$$\alpha_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

B.3 Geradores do SU(5)

Os geradores de SU(5) são dados por $\Lambda_k = \frac{1}{2}\lambda_k$, onde os λ_k são:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

$$\lambda_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.11})$$

$$\lambda_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.12})$$

$$\lambda_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

$$\lambda_{15} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.14})$$

$$\lambda_{17} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{18} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.15})$$

$$\lambda_{19} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{20} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.16})$$

$$\lambda_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.17})$$

$$\lambda_{23} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{24} = \frac{2}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.18})$$

Quanto à representação conjugada dos geradores de SU(N), basta tomarmos a relação [35]:

$$(\Omega_k)_{Conjugada} = -(\Omega_k)^* \quad (\text{B.19})$$

Referências Bibliográficas

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).
- [2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [3] A. Salam, in *Elementary Particle Theory, The Nobel Symposium 8*, editado por N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, p.367, 1968).
- [4] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964); P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).
- [5] F. J. Hasert, et. al. (Gargamelle collaboration), Phys. Lett. B, **46**, 121 (1973); A. Benvenuti, et. al. (HPW collaboration), Phys. Rev. Lett., **32**, 800, 1454, 1457 (1974).
- [6] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).
- [7] M. Kobayashi, T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [8] J. J. Aubert, et. al., Phys. Rev. Lett., **33**, 1404 (1974).
- [9] J. E. Augustin, et. al., Phys. Rev. Lett., **33**, 1406 (1974).
- [10] P. Galison, Rev. Mod. Phys., **55**, 477 (1983).
- [11] R. N. Mohapatra, *Unification and Supersymetry: The Frontiers of Quark-Lepton Physics*, Springer, 3^o Ed. (2002).
- [12] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43**, 1566 (1979).
- [13] H. Georgi, S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974).
- [14] Y. Hayato *et. al.*, arXiv:hep-ex/9904020v1 21 Apr 1999.
- [15] H. Nishino *et. al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, 141801 (2009).
- [16] F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. D, **46**, 410 (1992); P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett., **69**, 2889 (1992).
- [17] C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. **95**, 631 (1954); C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).

- [18] Y. Aharonov, D. Bohm, *Significance of Eletromagnetic Field*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **115**, 485 (1959).
- [19] E. Fermi, Z. Phys. **88**, 161 (1934).
- [20] J. Goldstone, Nuovo Cimento **19**, 154 (1961).
- [21] C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Eletromagnetic Interactions*, (Benjamin/Cummings Company, 1983).
- [22] S. F. Novaes, *Standard Model: An Introduction*, (disponível em arxiv:hep-ph/0001283v1).
- [23] A. A. Natale, *Introduction to the Standard Model*, Aulas apresentadas na XIV Escola de Verão J. A. Swieca, Janeiro de 2007, Campos do Jordão, São Paulo, Brasil.
- [24] H. Yukawa, Proc. Phys.-Math., Soc. Japan, **17**, 48 (1935).
- [25] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [26] T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).
- [27] E. Noether, "Invariante Variationsprobleme", *Nachr. D. König. Gesellsch., Math-Phys. Klasse*, 235-257 (1918). Ou disponível em: arXiv: physics/0503066v1 [physics.hist-ph] 8 Mar 2005.
- [28] Y. Fukuda et al., [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).
- [29] Landau L. D., in *Niels Bohr and Development of Physics* (ed. W. Pauli) p. 52 (Pergamon Press, London, 1955).
- [30] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).
- [31] D. J. Gross, F. Wilczek; Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).
- [32] W. Boer, Progress in Particle and Nuclear Physics, **33**, 201 (1994). Ou, [hep-ph/9402266v5].
- [33] P. D. B. Collins, A. D. Martin, E. J. Squires, *Particle Physics and Cosmology* (John Wiley, 1989).
- [34] C. P. Burgess, G. D. Moore, *The Standart Model: A Primer*, Cambridge University Press (2007).
- [35] H. Georgi, *Lie Algebras in Particle Physics*, 2º ed., (Westview Press, 1999).

- [36] L. Maiani, *The Problem of Proton Decay*, Seminário apresentado na *Universita' di Roma "La Sapienza"*, INFN, Roma, Itália, em 08/02/06; disponível em: <http://axpd24.pd.infn.it>.
- [37] M. Shiozawa, *Mini-Review on Proton Decay Searches*, World Scientific, on September 16, 2000.
- [38] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley, 1962.
- [39] Sitio Oficial do Super-Kamiokande: <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/index-e.html>.
- [40] G. A. Valdivieso, M. M. Guzzo, *Rev. Bras. de Ens. de Fís.*, **27**, nº 4, 495 (2005).
- [41] E. Majorana, *Nuovo Cimento*, **14**, 171 (1937).
- [42] S. Hannestad, Y. Y. Y. Wong, astro-ph/0703031v2, 5 Jul. 2007.
- [43] C. Kounnas, A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive, *Grand Unification With and Without Supersymmetry and Cosmological Implications*, World Scientific, 1984.
- [44] J. Magnin, *Neutrinos em Física de Partículas e Cosmologia*, Seminário apresentado na *VII Escola do CBPF*, Rio de Janeiro, Brasil, 14 a 25 de Julho de 2008.
- [45] P. Langacker, Notas de Aulas: *Grand Unified Theories and Proton Decay*, SLAC, June, 1980.
- [46] G. Kane, *Phys. Today*, 39-43, November, 2010.
- [47] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley, 1984.
- [48] R. Foot, N. H. Long, T. A. Tran, *Phys. Rev. D*, **50**, R34 (1994); J. C. Montero, F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D*, **47**, 2918 (1993).
- [49] F. Pisano, *Mod. Phys. Lett. A*, **11**, 2639 (1996).
- [50] J. T. Liu, *Phys. Rev. D*, **50**, 542 (1994); D. Ng, *Phys. Rev. D* **49**, 4805 (1994); J. T. Liu and D. Ng, *Phys. Rev. D*, **50**, 548 (1994); J. T. Liu and D. Ng, *Z. Phys. C*, **62**, 693 (1994); D. G. Dumm, F. Pisano and V. Pleitez, *Mod. Phys. Lett. A*, **9**, 1609 (1994).
- [51] C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz, P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D*, **82**, 065018 (2010).
- [52] Y. Okamoto, M. Yasue, *Phys. Lett. B*, **466**, 267 (1999); T. Kitabayashi, M. Yasue, *Nucl. Phys.*, **B609**, 61 (2001); J. C. Montero, C. A. de S. Pires, V. Pleitez, *Phys. Rev. D*, **66**, 113003 (2002).

- [53] A. G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, *Eur. Phys. J. C*, **39**, 101 (2005); A. G. Dias, V. Pleitez, *Phys. Rev. D*, **80**, 056007 (2009).