



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Programa de Pós-Graduação em Física  
Curso de Doutorado em Física

# A mistura dos bósons $Z - Z'$ e a quebra explícita da simetria leptônica no modelo $331$ com neutrinos de mão direita

Por

**Hermes Mangueira Diniz Filho**

Sob orientação do

**Prof. Dr. Carlos Pires**

Tese apresentada ao Corpo Docente  
do Programa de Pós-Graduação em  
Física-CCEN-UFPB, como requisito  
parcial para obtenção do título de Dou-  
tor em Física.

2 de outubro de 2009

João Pessoa, Paraíba

---

**A mistura dos bósons  $Z - Z'$  e a quebra explícita  
da simetria leptônica no modelo 331 com  
neutrinos de mão direita**

Por

**Hermes Mangueira Diniz Filho**

Tese apresentada ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Física-  
CCEN-UFPB, para obtenção do título de Doutor em Física.

Área de Concentração: Teoria Geral de Partículas Elementares e Campos.

Aprovado por:

---

**Dr. Carlos A. S. Pires (UFPB)**

Orientador

---

**Dr. José de Sá Borges Filho (UERJ)**

---

**Dr. Laércio Losano (UFPB)**

---

**Dr. Tiago H. M. do Nascimento (UFAL)**

---

**Dr. Eduardo M. R. dos Passos (UFCEG)**

**Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Programa de Pós-Graduação em Física  
Curso de Doutorado em Física**

D585m    Diniz Filho, Hermes Mangueira.  
A mistura dos bósons Z-Z' e a quebra explícita da simetria leptônica no modelo 331 com neutrinos de mão direita/Hermes Mangueira Diniz Filho . – João Pessoa, 2009.  
93f. :il.  
Orientador: Carlos Pires  
Tese (Doutorado) – UFPb - CCEN  
  
1.Física . 2. Mistura Z-Z'. 3. Neutrino estéril.

UFPb/BC

CDU: 53 (043)

Responsável pela catalogação: Maria de Fátima dos Santos Alves-CRB -15/149

*Ao meu filho Guilherme*

# Conteúdo

<b>Agradecimentos</b>	<b>viii</b>
<b>Resumo</b>	<b>x</b>
<b>Abstract</b>	<b>1</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2 Disposição do Modelo</b>	<b>6</b>
2.1 Representação das partículas do modelo . . . . .	7
2.2 A Lagrangiana . . . . .	9
2.2.1 Setor de Gauge . . . . .	9
2.2.2 Setor de Matéria . . . . .	10
2.2.3 Setor de Yukawa . . . . .	10
2.2.4 Setor dos Escalares . . . . .	12
<b>3 Quebra Espontânea da Simetria</b>	<b>14</b>
3.1 Bósons Intermediários . . . . .	14
3.1.1 Hierarquia da quebra para os bósons de gauge . . . . .	14
3.2 Massas para os Bósons de Gauge . . . . .	15
3.2.1 Bósons Físicos . . . . .	16
3.2.2 Obtendo os Bósons Físicos . . . . .	16
3.3 Correntes . . . . .	20
3.3.1 Correntes carregadas e neutras para os léptons . . . . .	20
3.3.2 Correntes carregadas para o tripleto de quarks . . . . .	21
3.3.3 Correntes neutras para o tripleto de quarks . . . . .	22

<b>Conteúdo</b>	<b>vi</b>	
3.3.4	Correntes carregadas para os antitripletos de quarks . . . . .	22
3.3.5	Correntes neutras para os antitripletos de quarks . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Fenomenologia da mistura <math>Z - Z'</math></b>	<b>24</b>
4.1	Número de famílias . . . . .	24
4.1.1	No Modelo Padrão . . . . .	24
4.1.2	No Modelo $\mathbf{331}\nu R$ . . . . .	25
4.1.3	Vínculos sobre o ângulo de mistura $\phi$ . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Neutrino estéril, com massa na escala de KeV's</b>	<b>30</b>
5.1	Implementando o sexteto . . . . .	30
5.1.1	Implementando as massas dos neutrinos $\nu_L$ e $\nu_R$ . . . . .	36
5.1.2	Equações de Mínimo . . . . .	36
5.1.3	Detectando nosso neutrino . . . . .	45
	<b>Apêndice</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Cálculos Detalhados</b>	<b>53</b>
A.0.4	Vínculos . . . . .	53
A.0.5	Equações de vínculos . . . . .	61
<b>B</b>	<b>Relações importantes</b>	<b>64</b>
B.0.6	Propriedades da matriz de conjugação de carga $\mathcal{C}$ . . . . .	64
B.0.7	Correntes das partículas do modelo $\mathbf{331}\nu R$ . . . . .	65
B.0.8	Lagrangiana para os léptons carregados . . . . .	66
B.0.9	Correntes neutras para os léptons . . . . .	66
B.0.10	Correntes carregadas para os tripletos de quarks . . . . .	68
B.0.11	Correntes neutras para os tripletos de quarks . . . . .	69
B.0.12	Correntes para os antitripletos de quarks . . . . .	70
B.0.13	Correntes carregadas para os antitripletos de quarks . . . . .	71
B.0.14	Correntes neutras para os antitripletos de quarks . . . . .	71
B.0.15	Expressão para largura de decaimento . . . . .	73

<b>Conteúdo</b>	<b>vii</b>
<hr/>	
<b>C Propriedades Eletromagnéticas dos Neutrinos</b>	<b>75</b>
C.0.16 Largura de decaimento . . . . .	75
C.0.17 Matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata . . . . .	78
C.0.18 Matrizes dos geradores do $SU(3)$ . . . . .	79
<b>Bibliografia</b>	<b>80</b>

# Agradecimentos

- Não poderia deixar de citar em primeiro lugar nessa lista de agradecimentos a pessoa mais importante da minha vida, aquele que com seu sorriso e seu abraço, renova a minha vontade de lutar todos os dias, meu filho **Guilherme**, a quem dedico esse trabalho.
- Em especial, quero agradecer à minha esposa Leandra pelo carinho apoio e paciência nas horas mais difíceis.
- Ao professor Carlos Pires, pela forma que conduziu a orientação, pela amizade e compreensão.
- Ao meu pai Hermes Mangueira Diniz, pelo ensinamento que me passou.
- A minha querida mãe Isabel Barros, e meus irmãos Hércules Mangueira, Iédja Mangueira, Laura Regina e Herbertt Barros, pelo incentivo e apoio.
- Ao amigo Raimundo Alencar, pelo estímulo e amizade durante todos esses anos.
- Aos colegas de sala, Jamilton, Josevi, Erms e Tomaz, Lincon, Joseclécio, Marcos.
- Em especial ao amigo Diego Cogollo pela amizade e parceria.
- A todos funcionários que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.
- E aqueles que por um lapso esqueci de citar, fica registrado os meus sinceros pedidos de desculpas.

- Ao CNPq pelo apoio financeiro.

# Resumo

Nesta tese, desenvolvemos alguns aspectos relacionados à fenomenologia de um modelo com simetria de gauge  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  ( $331\nu R$ ), que possui neutrinos de mão direita no seu conteúdo de matéria. Estabelecemos toda a estrutura necessária para o estudo dos aspectos fenomenológicos do modelo. Primeiro, vamos obter vínculos no ângulo que mistura os bósons de gauge  $Z$  e  $Z'$ , levando em conta uma exigência imposta pelo modelo, ou seja, que o número de famílias fermiônicas é exatamente três. Também implementamos termos de massa para ambas as espécies de neutrinos (mão esquerda e mão direita) via mecanismo *seesaw tipo II*, obtido adicionado ao modelo um sexteto de escalares, que será responsável pela violação do número leptônico. A principal consequência é o surgimento de um neutrino estéril com massa na escala de  $KeV$ , satisfazendo todas as restrições cosmológicas e astrofísicas. Esse neutrino será um viável candidato à matéria escura morna do universo.

Palavras chave: modelo  $331\nu R$ , mistura  $Z - Z'$ , sexteto de escalares, quebra explícita de simetria leptônica, seesaw tipo II, neutrino estéril.

# Abstract

In this thesis, we develop some phenomenological aspects of a model based on the gauge symmetry  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  ( $311\nu R$ ), that include right-handed neutrinos in its matter content. We establish all the necessary structure for the study of the phenomenological aspects of the model. First, we obtain bounds on the angle that mix the gauge bosons  $Z$  and  $Z'$ , taking into account a requirement of the model, namely, that the number of fermionic families is exactly three. Also we implement the mass for both species of neutrinos (left-hand and right-handed) via *type II seesaw* mechanism, obtained adding to the model a sextet of scalars which will be responsible by the violation of the lepton number. The main consequence is the rising of a sterile neutrino with mass in the  $KeV$  range, satisfying all the cosmological and astrophysical constraints. This neutrino will a viable candidate for warm dark matter in the universe.

Keywords:  $331\nu R$  model, mixture  $Z - Z'$ , scalar sextet, of symmetry breaking explicitly leptonic, type II seesaw, sterile neutrino.

# Capítulo 1

## Introdução

O Modelo Padrão (MP) [1–3] é a teoria responsável por descrever três das quatro interações fundamentais da natureza, as interações fortes e eletrofracas. Proposto no ano de 1961 por S. L. Glashow, S. Weinberg e A. Salam, tem como base o grupo de simetria de gauge  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ( $3 - 2 - 1$ ). Isso fixa automaticamente o número de bósons de gauge da parte eletrofraca do modelo em quatro: o mediador das interações eletromagnéticas ( $\gamma$ ) e os três das interações eletrofracas ( $W^\pm$  e  $Z^0$ ), que são massivos, limitando em muito o alcance desse tipo de interações. Os mediadores das interações fortes (gluons) são devidos à cromodinâmica quântica (QCD), que neste caso possui o grupo de simetria  $SU(3)_C$  que se mantém intato durante a quebra da simetria eletrofraca. O seu conteúdo fermiônico e de campos de Higgs são em princípio arbitrários. No setor fermiônico os neutrinos são tratados de forma diferente dos outros férmions, de tal forma que somente neutrinos com helicidade esquerda são contemplados, conseqüentemente, predizendo somente massas de Dirac nulas para os mesmos, embora que ainda seja possível adicionar termos de massa tipo Majorana ao modelo, que têm como consequência imediata a violação de uma de suas simetrias, a simetria leptônica.

Do ponto de vista experimental, todas as partículas previstas pelo modelo padrão com exceção do bóson de Higgs (responsável por gerar as massas de todas as partículas do modelo), já foram encontradas. Apesar desse enorme sucesso experimental, algumas questões permanecem em aberto, entre elas a existência de só três gerações de famílias fermiônicas, e o fato de neutrinos não serem massivos,

se aparentemente não há nenhuma razão fundamental para que isso ocorra. De fato, não há qualquer exigência seja ela por invariância de gauge ou qualquer outro princípio de simetria, que justifique essa ausência de massa para os neutrinos. Por outro lado, experimentos sensíveis à massa absoluta dos neutrinos, extraída do espectro de energia dos produtos do decaimento dos mesmos, estabelecem limites [4] para suas massas; além do fenômeno de oscilações de neutrinos [5] (troca de sabor entre os mesmos conforme evoluem no tempo), atualmente bem estabelecido pelos experimentos SNO (Sudbury Neutrino Oscillation) e KamLAND (Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector), que corroboram para a existência de massas diminutas para os mesmos.

Por que os bósons de gauge não carregam números quânticos adicionais (leptônico e bariônico) se aparentemente não há nenhum impedimento para que isso ocorra? Esses são alguns exemplos onde fica clara a necessidade em se estabelecer um mecanismo capaz de acomodar e explicar esses fatos que não são absorvidos pelo modelo padrão.

Porém, nada nos impede de vislumbrar uma física além do modelo padrão diante do leque de opções que dispomos, por exemplo, podemos ampliar o setor fermiônico ou de Higgs sem nenhum custo adicional ao setor de gauge. Outra possibilidade que de fato nos interessa neste momento é a de estendermos o setor de gauge da teoria, que em geral nos conduz a modelos de grande unificação (GUT's) [4], onde os três grupos de gauge envolvidos no modelo padrão ( $SU(3)$ ,  $SU(2)$  e  $U(1)$ ) são subgrupos de um único grupo  $G$  de simetria maior em uma escala de altas energias. Esse será o caminho escolhido no desenvolvimento deste trabalho, isto é, o de alargar o setor de gauge.

O modelo que estudaremos foi introduzido por Pisano, Pleitez e Frampton [6], e está baseado no grupo semisimples  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ , também conhecido na literatura como modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ .

O modelo  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  é um modelo interessante tanto do ponto de vista teórico quanto fenomenológico, pois abrange uma nova física próxima à escala do modelo padrão (TeV), até à escala de grande unificação ( $10^{12} - 10^{16}$ ) TeVs. Isso nos dá a possibilidade de acomodar neutrinos massivos de uma forma elegante,

via mecanismo *seesaw* [4], que oportunamente veremos. Esse mecanismo será nosso principal guia na implementação da massa dos neutrinos de ambas helicidades. Além disso, diferentemente do MP, onde cada geração de famílias é livre de anomalias, o modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  nos dá uma justificativa para a existência de só três gerações de famílias, exigida pelo cancelamento das anomalias triângulo, aliada a liberdade assintótica prevista pela QCD [7]. O modelo também introduz neutrinos de mão direita de modo a resolver de forma elegante o problema da violação da CP-forte, ao incorporar a simetria Peccei-Quinn de forma natural. Além de sugerir a causa da origem da enorme massa do quark top, ao fato de uma famílias se transformar de forma diferente das outras duas. Outra característica peculiar aos modelos com extensão de gauge é o surgimento de um novo bósons de gauge neutro, popularmente conhecido por  $Z'$ , capaz de provocar troca de sabor de correntes neutras (FCNC) no setor de quarks padrão, e com expectativas de descobertas em aceleradores como o LHC (The Large Hadron Collider) e o ILC (International Linear Collider). Esse adicional bóson de gauge neutro será a fonte de nossos estudos no *Cap.3*.

Nossa principal pretensão ao estudar esse modelo foi a de analisar temas relacionados à física dos neutrinos, dada a sua importância nos mais diversos ramos da física, que abrange desde a formação do universo até sua influência em nosso cotidiano. Por exemplo, sabemos da geofísica que existe a possibilidade de observar (KamLAND + BOREXINO) os antineutrinos do urânio e do tório medindo a razão urânio/tório, que supõe-se originar mais da metade do calor do interior terrestre. Essa verdadeira tomografia tem grande importância na física da tectônica de placas do nosso planeta. Neutrinos também são candidatos à matéria escura do universo, podendo por exemplo explicar a formação das galáxias à altas velocidades de alguns pulsares.

São exemplos como esses que mostram o quanto os neutrinos podem estar influenciando nosso cotidiano mais do que imaginamos. Também demonstra o quanto essas partículas são tempo intrigantes e fascinantes, por isso mesmo, são cada vez mais objetos de estudos.

É com esse intuito de explorar temas relacionados à física de neutrinos que dividimos este texto em 4 partes; conforme a seguir.

Inicialmente no *Cap.2* mostramos como se estabelece e como está disposto o conteúdo da representação das partículas do modelo. Também exibimos cada setor com suas respectivas lagrangianas tecendo alguns comentários para cada um desses setores, além de introduzirmos as simetrias discretas fundamentais para o caminho que norteamos.

No *Cap.3* exibimos a hierarquia da quebra espontânea da simetria, desenvolvemos a parte do setor de gauge responsável pela massa dos bósons de gauge do modelo e explicitamos todas as correntes de interações neutras e carregadas para os leptões e quarks.

O *Cap.4* foi onde abordamos nosso primeiro problema propriamente dito, referente ao bósons de gauge neutro  $Z'$  e a sua mistura (ângulo de mistura  $\phi$ ) com o outro bóson de gauge neutro padrão  $Z^o$ , representada por  $Z - Z'$ , onde essencialmente utilizamos os cálculos das correntes neutras relacionadas a esses bósons obtidas no *Cap.3*.

Finalmente no *Cap.5* tratamos o nosso segundo desafio, que foi o de gerar termos de massa para ambas espécies de neutrinos, os de mão esquerda e de mão direita. A forma escolhida para atacar esse problema foi através do mecanismo *seesaw tipo II*, adicionado ao modelo através da interação de um sexteto de escalares com os férmions via acoplamento de Yukawa, associado à violação explícita da simetria leptônica, observada no potencial de escalares do modelo. Também estudamos a fenomenologia da massa associada a um dos neutrinos estéreis, obtida por esse mecanismo de produção, que está na escala de  $KeV$ . Isso o habilita como um viável candidato à matéria escura do universo, desde que sua massa está dentro das restrições advindas da cosmologia e astrofísica, e sua estabilidade é comprovada.

Como dito anteriormente, o próximo capítulo será aquele em que mostramos como se estabelece o conteúdo da representação de todas as partículas do modelo.

# Capítulo 2

## Disposição do Modelo

O modelo  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  é uma teoria de gauge que apresenta consistência teórica (unitariedade, renormalizabilidade), além de recuperar a física do modelo SM, desde que o número de famílias seja um múltiplo de 3. O conteúdo de sua representação é estabelecido através do seu operador de carga elétrica [8]  $Q/e = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \boldsymbol{\eta}\lambda_8) + NI$  (combinação linear dos geradores diagonais do grupo  $SU(3)$ ), que em termos das matrizes de Gell-Mann\* da representação do grupo  $SU(3)$  é escrito como

$$Q = \text{diag}\left(\frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\eta}/\sqrt{3}) + N, \frac{1}{2}(-1 + \boldsymbol{\eta}/\sqrt{3}) + N, -\boldsymbol{\eta}/\sqrt{3} + N\right), \quad (2.1)$$

onde  $\boldsymbol{\eta}$  é um parâmetro constante que define o tipo de modelo escolhido e  $N$  é o operador de hipercarga conservado pela simetria  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ . Também é estabelecido pelo próprio grupo de simetria, que ao ser postulado fixa o número de mediadores das interações entre as partículas inerentes ao modelo.

As três versões contempladas pelo modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  [9–12] são

1. Versão mínima, com biléptons carregados:

$$\boldsymbol{\eta} = -\sqrt{3} \Rightarrow \Psi_{aL} = (\nu_a, l_a, l_a^c)_L^T;$$

---

\*As matrizes de Gell-Mann que representam os geradores do grupo  $SU(3)$ , podem ser encontradas no final do apêndice C.

2. Versão com léptons pesados:

$$\eta = -\sqrt{3} \Rightarrow \Psi_{aL} = (\nu_a, l_a^-, E_a^+)_L^T;$$

3. Versão com neutrinos de mão direita:

$$\eta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Psi_{aL} = (\nu_a, e_a, \nu_a^c)_L^T.$$

## 2.1 Representação das partículas do modelo

Já sabemos que o operador de carga elétrica é o responsável por estabelecer o conteúdo da representação das partículas do modelo. Para o setor leptônico do nosso modelo [11], optaremos pela possibilidade de um neutrino de mão direita (conhecido na literatura como  $\mathbf{331}\nu R$ ) na terceira componente da representação fundamental do grupo de simetria. Portanto, de acordo com (2.1) a distribuição da carga elétrica para o conteúdo fermiônico na representação fundamental de tripletos é:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \eta/\sqrt{3}) + N \\ \frac{1}{2}(-1 + \eta/\sqrt{3}) + N \\ -\eta/\sqrt{3} + N \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

O objetivo é estabelecer o conteúdo da representação leptônica. Portanto, devemos lembrar que após a quebra espontânea de simetria ( $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ ), temos que recuperar o conteúdo leptônico padrão, ou seja, um neutrino na primeira componente e um lépton carregado na segunda componente. Impondo essa exigência a (2.2), vemos que  $\eta$  e  $N$  se relacionam tal que  $-\eta/\sqrt{3} = 2N + 1$ , estabelecendo o seguinte valor para a terceira componente de (2.2),  $3N + 1$ . Como já existe um neutrino e um lépton carregado nas duas primeiras componentes do tripleto e adicionado a isto não estamos supondo léptons exóticos, podemos escolher um antilépton ou um antineutrino, a qual foi a nossa escolha, de modo que  $3N + 1 = 0 \Rightarrow N = -\frac{1}{3}$  para a hipercarga do tripleto. Nesse caso, o valor  $\eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  identifica o modelo.

Finalmente, o conteúdo da representação leptônica do modelo na representação

fundamental do grupo de simetria  $SU(3)_L$  é dada por:

$$f_L^a = \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ e_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3), \quad e_R^a \sim (1, 1, -1), \quad (2.3)$$

onde  $a = 1, 2, 3 \equiv e, \mu, \tau$  são as gerações.

No caso dos quarks, para que a teoria seja livre de anomalias, exige-se que duas das três gerações transformem-se identicamente na representação antitripleto, e a terceira geração na representação fundamental do grupo de gauge:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix} \sim (3, \bar{3}, 0), \quad (2.4)$$

$$u_{iR} \sim (3, 1, 2/3), \quad d_{iR} \sim (3, 1, -1/3), \quad d'_{iR} \sim (3, 1, -1/3), \quad i = 1, 2$$

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} \sim (3, 3, 1/3),$$

$$u_{3R} \sim (3, 1, 2/3), \quad d_{3R} \sim (3, 1, -1/3), \quad u'_{3R} \sim (3, 1, 2/3).$$

A quebra de simetria para geração da massa dos férmions com exceção dos neutrinos, pode ser conseguida com três tripletos de escalares do  $SU(3)_L$ ,

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^o \\ \chi^- \\ \chi'^o \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^o \\ \rho'^+ \end{pmatrix} \sim (1, 3, 2/3) \quad \text{e} \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^o \\ \eta^- \\ \eta'^o \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1/3). \quad (2.5)$$

Anteciparemos outra característica do modelo que deve ser observada no decorrer

deste trabalho, relacionada ao fato de que algumas dessas novas partículas, como teremos oportunidade de verificar nas correntes neutras e carregadas obtidas no próximo capítulo, tem a característica de serem bi-leptônicas. Em outras palavras, carregam duas unidades de números leptônico. Adequaremos essa característica a um conjunto de simetria discreta escolhido de forma a evitar termos de massa degenerados do tipo Dirac para os neutrinos, bem como, simetrias indesejáveis do ponto de vista fenomenológico [13, 14]. Esse conjunto de números quânticos associados as simetrias leptônica e discreta das partículas inerentes ao modelo, estão dispostos abaixo:

Partículas					<b>L</b>
$V^+$	$U^{o\dagger}$	$u'_3$	$\eta^0$	$\rho'^+$	-2
$V^-$	$U^o$	$d'_i$	$\chi^0$	$\chi^-$	+2

$$(\chi, \rho, e_{aR}, u'_{3R}, u_{aR}, d'_{iR}, Q_{3L}) \rightarrow -(\chi, \rho, e_{aR}, u'_{3R}, u_{aR}, d'_{iR}, Q_{3L}). \quad (2.6)$$

com,  $i = 1, 2$  e  $a = 1, 2, 3$ .

## 2.2 A Lagrangiana

Os setores que compõe a lagrangiana das interações fracas do modelo, simétrica pelo grupo de gauge semisimples  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ , estão divididos em quatro,

$$\mathcal{L}_{Modelo}^{\mathbf{331}} = \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Matéria}^f + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Escalares} \quad (2.7)$$

### 2.2.1 Setor de Gauge

O octeto de bósons de gauge  $W_\mu^a$  associados ao  $SU(3)_L$ , juntamente com o singlete  $B_\mu$  associado ao  $U(1)_N$ , tem sua dinâmica de autointerações descrita pela lagrangiana

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}W^{a\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}W^{N\mu\nu}W_{\mu\nu}^N \quad (2.8)$$

onde,

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + ie f^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \\ W_{\mu\nu}^N &= \partial_\mu W_\nu^N - \partial_\nu W_\mu^N \end{aligned} \quad (2.9)$$

Os  $f^{abc} = \frac{1}{4i} \text{Tr}\{[\lambda^a, \lambda^b]\lambda^c\}$  são as constante de estrutura do grupo  $SU(3)_L$ , sendo os  $\lambda_a$  as matrizes de Gell-Mann, com  $a, b, c = 1 \dots 8$ .

### 2.2.2 Setor de Matéria

O setor de matéria é o responsável pelos termos das correntes carregadas e neutras, obtidas da dinâmica das interações dos mediadores com a matéria fermiônica,

$$\mathcal{L}_{\text{Matéria}} = \bar{f}_{L,R}^a i \mathcal{D}^{L,R} f_{L,R}^a \quad (2.10)$$

onde,  $f_{L,R}$  são os mutipletos de férmions e  $\mathcal{D}^\mu$  é a derivada covariante que assume suas respectivas formas para os tripletos e antitripletos:

$$\mathcal{D}_\mu^L f_L^a = \left( \partial_\mu + \frac{ig}{2} \sum_{a=1}^8 \lambda_a W_\mu^a + ig_N N(f_L) W_\mu^N \right) f_L^a \quad (2.11)$$

$$\mathcal{D}_\mu^L f_L^a = \left( \partial_\mu - \frac{ig}{2} \sum_{a=1}^8 \lambda_a W_\mu^a + ig_N N(f_L) W_\mu^N \right) f_L^a \quad (2.12)$$

Para os singletos, temos

$$\mathcal{D}_\mu^R f_R = \left( \partial_\mu + ig_N N(f_R) W_\mu^N \right) f_R, \quad (2.13)$$

sendo  $W^a$  e  $W^N$  os bósons de gauge da teoria,  $g$  e  $g_N$  as constantes de acoplamento e  $\lambda_a$  as matrizes de Gell-Mann.

### 2.2.3 Setor de Yukawa

Levando em conta a simetria estabelecida em (2.6), a lagrangiana para o setor de Yukawa que fornece as massas dos léptons e quarks é dado por,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk}^{\chi, \eta, \rho} &= \lambda_1 \bar{Q}_{3L} u'_{3R} \chi + \lambda_{2ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \chi^* + \lambda_{3a} \bar{Q}_{3L} u_{aR} \eta + \lambda_{4ia} \bar{Q}_{iL} d_{aR} \eta^* \\ &+ \lambda_{1a} \bar{Q}_{3L} d_{aR} \rho + \lambda_{2ia} \bar{Q}_{iL} u_{aR} \rho^* + G'_{ab} \bar{f}_L^a e_R^b + \text{H.C.} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Da leitura da lagrangiana acima podemos observar facilmente que o escalar  $\chi$  é o único responsável pela massa dos quarks exóticos (é o mais pesado dos três escalares). Enquanto, o escalar  $\eta$  é responsável por parte da massa dos quarks padrão. O escalar  $\rho$ , além de contribuir com a outra parte da massa dos quarks, um do tipo *down* e dois do tipo *up*, também é o único responsável pela massa dos três léptons carregados.

A escolha da simetria (2.6), exclui completamente termos em (2.14), capazes de gerar termos de massa nulos e degenerados para os neutrinos,

$$G_{ab}\varepsilon^{ijk}(\bar{f}_L^a)_i(f_L^b)_j(\rho^*)_k. \quad (2.15)$$

Termos como esses são desconfortáveis fisicamente no que diz respeito aos dados observacionais sensíveis a diferença das quadrado de massas dos neutrinos, devido à pequenez de suas massas. Além disso, temos o fenômeno de oscilações de neutrinos que corrobora para massas diminutas dos mesmos.

Alternativamente podemos gerar massa para os neutrinos através de outros mecanismos incorporados ao modelo, por exemplo, através de um operador de dimensão cinco [15], ou via mecanismo *seesaw tipo I* [16], que pode ser incorporado ao modelo adicionando-se ao presente setor um sexteto de escalares, semelhante ao que teremos oportunidade de ver no *Cap.5*. Particularmente, nesse capítulo será utilizado o mecanismo *seesaw tipo II*, mais violação da simetria leptônica na produção de massa de ambas as espécies de neutrinos: mão esquerda e direita.

Outro ponto com respeito ao setor de Yukawa do modelo que podemos verificar facilmente, tem a ver com uma simetria global  $U(1)$  extra, cujas cargas associadas aos mutipletos que obedecem essa simetria, estão distribuídas na tabela abaixo:

mutipletos	$\chi$	$\eta$	$\rho$	$Q_{1L}$	$Q_{iL}$	$f_{aL}$	$e_{aR}$
cargas $U(1)_{PQ}$	1	1	1	1	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$

Essa simetria que aparece no setor de Yukawa (do tipo investigada por Peccei-Quinn (PQ) [17]), pode ser estendida ao potencial de Higgs, tornado-se assim uma

simetria de toda a lagrangiana, podendo potencialmente resolver de forma elegante o problema da CP forte. Embora, o axion gerado pela quebra espontânea da simetria na escala fraca, via o VEV's de  $\eta$  e  $\rho$ , seja do tipo Weinbeg-Wilczek [18], já descartado experimentalmente. E só será consistente com a introdução de um novo campo singlete escalar de Higgs, que torna o axion invisível [19]. O fato interessante aqui é que o modelo incorpora a simetria PQ de forma natural.

### 2.2.4 Setor dos Escalares

No próximo capítulo, no desenvolvimento dos três primeiros termos da lagrangiana a seguir, obteremos os bósons de gauge físicos do modelo,

$$\mathcal{L}_{Escalares}^{\chi, \eta, \rho} = \sum_{i=1}^3 (D_\mu \varphi_i)^\dagger (D^\mu \varphi_i) - V(\varphi_i), \quad (2.16)$$

onde sua derivada covariante é dada por

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - \mathbf{i} \frac{g}{2} \sum_{a=1}^8 W_\mu^a \lambda^a - \mathbf{i} g_N N_{\varphi_i} W_\mu^N, \quad (2.17)$$

com  $\varphi_i = \chi, \eta, \rho$ .

O último termo em (2.16) é o potencial mais geral possível, renormalizável<sup>†</sup> e invariante de gauge<sup>‡</sup> permitido pela simetria (2.6), que pode ser escrito explicitamente como,

$$\begin{aligned} V(\eta, \chi, \rho) = & \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)(\rho^\dagger \rho) \\ & + \lambda_6 (\eta^\dagger \eta)(\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \eta) \\ & + \left( \frac{f}{\sqrt{2}} \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + H.C. \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Devido à quebra espontânea de simetria do número leptônico nesse setor, quando assumimos que os escalares  $\eta^0$  e  $\chi^0$ , que carregam duas unidades de número leptônico,

---

<sup>†</sup>Trata-se de uma teoria com campos escalares, com potência máxima quatro nos campos.

<sup>‡</sup>As únicas teorias renormalizáveis e unitárias, com quebra de simetria, que permite partículas massivas de spin 1 são as teorias de gauge.

desenvolvem VEV's, surge um campo escalar de CP-ímpar,  $I_{\eta'}$ , com massa nula (bóson de Nambu-Goldstone), conhecido na literatura como majoron [16,20], que se desacopla dos outros pseudo-escalares.

O último termo em (2.18) permite a violação explícita da simetria PQ [14,17], sem que o número leptônico seja violado explicitamente [13]. Espera-se com esse termo evite, após a quebra espontânea da simetria, o aparecimento de um axion, como discutido acima, com massa na escala de  $v_{\eta}$ , correspondendo a poucas centenas de GEV's.

# Capítulo 3

## Quebra Espontânea da Simetria

### 3.1 Bósons Intermediários

Da quebra de simetria  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , algumas combinações de bósons ganharão termos de massa e outros não, de forma que, ao final teremos um espectro com cinco bósons massivos, a saber  $U^o$ ,  $U^{o\dagger}$ ,  $V$ ,  $V^\dagger$  e  $Z'$ , que "absorveram", cinco, dos seis graus de liberdade do escalar  $\chi$ , e quatro sem massa,  $W_\mu^1$ ,  $W_\mu^2$ ,  $W_\mu^3$  e  $W_\mu^4$ . Como a natureza não é simétrica por  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ , tais bósons não são os físicos, e são conhecidos na literatura como bósons intermediários.

#### 3.1.1 Hierarquia da quebra para os bósons de gauge

A quebra ocorre quando o escalar neutro,  $\chi^0$  adquire valor esperado no vácuo diferente de zero, (Trabalhando no gauge unitário dos novos bósons  $V$ ,  $V^\dagger$ ,  $U^o$ ,  $U^{o\dagger}$  e  $Z'$ )

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Devemos observar que com essa escolha a seguinte hierarquia  $\langle \chi \rangle \gg \langle \eta \rangle, \langle \rho \rangle$  tem que ser mantida, já que os novos bósons carregados terão termos de massa pro-

porcionais a  $v_{\chi'}^2$ . Portanto, têm que ser suficientemente pesados\* para garantir a física padrão a nível da escala eletrofraca.

## 3.2 Massas para os Bósons de Gauge

Os termos de massa para os bósons intermediários  $V$  e  $U^o$  e a mistura entre  $W_\mu^8$  e  $W_\mu^N$ , são obtidos substituindo o tripleto  $\chi$  na lagrangiana (2.16), i.e.,

$$\mathcal{L}_{Escalares}^\chi = (D_\mu \chi)^\dagger (D^\mu \chi). \quad (3.2)$$

tal que explicitamente,

$$D_\mu^L \langle \chi \rangle = D_\mu^L \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = v_\chi \begin{pmatrix} \frac{ig}{2} U_\mu^o \\ \frac{ig}{2} V_\mu^- \\ -\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} + \frac{t}{3} W_\mu^N \right) \end{pmatrix}; t = \frac{g_N}{g}, N = -\frac{1}{3}.$$

Logo,

$$|D_\mu^L \langle \chi \rangle|^2 = \frac{g^2}{4} (U^{o\dagger} U^o + V^+ V^-) v_\chi^2 + \frac{g^2}{2} \left( \frac{1}{3} W_\mu^8 W^{8\mu} + \frac{t^2}{9} W_\mu^N W^{N\mu} + \frac{2t}{3\sqrt{3}} W_\mu^8 W^{N\mu} \right) v_\chi^2.$$

Escrevendo a matriz de mistura na base  $W_\mu^8$ ,  $W_\mu^N$ , a saber,

$$\frac{g^2}{6} \begin{pmatrix} W_\mu^8 & W_\mu^N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{t}{\sqrt{3}} \\ \frac{t}{\sqrt{3}} & \frac{t^2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^N \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

encontramos como consequência dessa mistura os autovalores  $M_B^2 = 0$ , e  $M_Z^2 = \frac{g^2}{18} (t^2 + 3) v_\chi^2$ , com seus respectivos autovetores.

---

\*No presente modelo, a ordem de grandeza da quebra da escala de energia é de  $TeV$ .

Assim como o bóson  $B_\mu$  associado ao gerador de hipercarga  $Y = 2N - \lambda_8/\sqrt{3}$ , e um novo bóson neutro  $Z'_\mu$ , representado por

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\Psi & S_\Psi \\ -S_\Psi & C_\Psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^N \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

onde,  $C_\Psi = \text{Cos}(\Psi) = \sqrt{\frac{3}{S_t}}$  e  $S_\Psi = \text{Sen}(\Psi) = \frac{t}{\sqrt{S_t}}$ , com  $S_t = 3 + t^2$ .

### 3.2.1 Bósons Físicos

Da primeira quebra,  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , obtivemos os bósons de gauge intermediários com termos de massas incorretos. Agora com a segunda quebra, ou seja,  $\mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{3} - \mathbf{1}$ , não haverá mais quebra de simetria e todas as partículas com massa diferente de zero ganharão seus corretos termos de massa. Portanto, os mediadores das interações eletrofracas agora são os físicos, responsáveis por todas as interações das partículas do modelo, das quais estão inseridos.

### 3.2.2 Obtendo os Bósons Físicos

Quando os escalares neutros  $\eta^0$  e  $\rho^0$  adquirem valor esperado no vácuo diferente de zero,

$$\langle \eta \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Ocorre a quebra de simetria  $\mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{3} - \mathbf{1}$ .

Deixando  $W_\mu^8$  e  $W_\mu^N$  em função de  $B_\mu$  e  $Z'_\mu$ , como em (3.4), e substituindo a expressão acima com (3.5) na lagrangiana,

$$\mathcal{L}_{Escalares}^{\eta, \rho} = (D_\mu \eta)^\dagger (D^\mu \eta) + (D_\mu \rho)^\dagger (D^\mu \rho), \quad (3.6)$$

obtemos,

$$\begin{aligned} & \sim \frac{g^2}{8} v^2 \left\{ W_{3\mu} W^{3\mu} - 2t \sqrt{\frac{3}{S_t}} W_\mu^3 B^\mu + \frac{3t^2}{S_t} B_\mu B^\mu \right\} \\ & + \frac{g^2}{8} \left\{ \frac{1}{S_t} \left[ \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right)^2 v_\rho^2 + \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right)^2 v_\eta^2 \right] Z'_\mu Z'^\mu \right\} \\ & + \frac{g^2}{4} \left\{ \frac{\sqrt{S_t}}{S_t} \left[ \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) v_\eta^2 - \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) v_\rho^2 \right] W_\mu^3 Z'^\mu \right\} \\ & - \frac{g^2}{4} \left\{ t \frac{\sqrt{3}}{S_t} \left[ \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) v_\eta^2 + \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) v_\rho^2 \right] B_\mu Z'^\mu \right\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde,  $v^2 = v_\eta^2 + v_\rho^2$ .

Agora, diagonalizando a matriz de mistura na base  $W_\mu^3$  e  $B_\mu$ , obtida do primeiro termo da expressão acima

$$\frac{g^2 v^2}{8} (W_\mu^3 \quad B_\mu) \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{\frac{3}{S_t}} t \\ -\sqrt{\frac{3}{S_t}} t & \frac{3t^2}{S_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

obtemos os autovalores,  $M_A^2 = 0$  e  $M_{Z^o}^2 = \left(1 + \frac{3t^2}{S_t}\right) v^2 = \frac{g^2}{8C_W^2} v^2$ , e seus respectivos autovetores,

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_W & S_W \\ -S_W & C_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

onde,  $^\dagger C_W = \text{Cos}(\theta_W) = \sqrt{\frac{S_t}{S_t + 3t^2}}$ ,  $S_W = \text{Sen}(\theta_W) = \sqrt{\frac{3}{S_t + 3t^2}} t$ , correspondendo ao

---

<sup>†</sup>Os parâmetros  $t^2 = \frac{3S_W^2}{3-4S_W^2}$  e  $S_t = \frac{9C_W^2}{3-4S_W^2}$ , são escritos em função dos senos e cossenos de Weinberg.

fóton  $A_\mu$ , e ao bóson neutro padrão  $Z_\mu^o$ , que são uma mistura entre  $W_\mu^3$  e  $B_\mu$ .

Após a diagonalização, obtemos

$$\begin{aligned} &\sim M_{Z^o}^2 Z_\mu^o Z^{o\mu} + \frac{g^2}{8} \left\{ \frac{1}{S_t} \left[ \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right)^2 v_\rho^2 + \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right)^2 v_\eta^2 \right] Z'_\mu Z'^\mu \right\} \\ &+ \frac{g^2}{4} \left\{ \frac{\sqrt{S_t}}{S_t} \left[ \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) v_\eta^2 - \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) v_\rho^2 \right] W_\mu^3 Z'^\mu - \frac{\sqrt{3}}{S_t} \left[ \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) v_\eta^2 + \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) v_\rho^2 \right] B_\mu Z'^\mu \right\} \end{aligned}$$

Substituindo  $W_\mu^3$  e  $B_\mu$  em função de  $A_\mu$  e  $Z_\mu^o$  na expressão acima, temos como resultado uma matriz de mistura entre  $Z_\mu^o$  e  $Z'_\mu$ , dada por

$$(Z_\mu^o \quad Z'_\mu) \begin{pmatrix} M_{Z^o}^2 & M_{Z^o Z'}^2 \\ M_{Z^o Z'}^2 & M_{Z'}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^o \\ Z'_\mu \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

com autoestados próprios de massa dados por

$$M_{Z^o}^2 = \frac{g^2}{8C_W^2} v^2, \quad (3.11)$$

$$M_{Z^o Z'}^2 = \frac{1}{6} \{g^2 v_\eta^2 - 4M_{Z^o}^2\} \sqrt{h_W} \quad \text{e} \quad (3.12)$$

$$M_{Z'}^2 = \frac{1}{9} \{g^2 (v_\chi^2 C_W^2 - v_\eta^2 S_W^2) + 2M_{Z^o}^2\} h_W, \quad (3.13)$$

sendo que  $h_W = 3 - 4S_W^2$ , e seus autoestados físicos dados pela seguinte mistura:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^1 \\ Z_\mu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\phi & S_\phi \\ -S_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^o \\ Z'_\mu \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

com o ângulo de mistura dado por  $\tan^2(\phi) = \frac{M_{Z'_\mu}^2 - M_{Z_\mu^1}^2}{M_{Z_\mu^2}^2 - M_{Z_\mu^o}^2}$ .

A partir da diagonalização de (3.10), obtém-se os estados próprios de massa dos bósons físicos  $Z_\mu^1$  e  $Z_\mu^2$ , dados por

$$M_{Z^1}^2 = \frac{1}{2} \left\{ M_{Z'}^2 + M_{Z^o}^2 - [(M_{Z'}^2 - M_{Z^o}^2)^2 - 4(M_{Z^o Z'}^2)^2]^{1/2} \right\}, \quad (3.15)$$

$$M_{Z^2}^2 = \frac{1}{2} \left\{ M_{Z'}^2 + M_{Z^o}^2 + [(M_{Z'}^2 - M_{Z^o}^2)^2 - 4(M_{Z^o Z'}^2)^2]^{1/2} \right\}. \quad (3.16)$$

Rescrevendo,  $W_\mu^8$ ,  $W_\mu^N$  e  $W_\mu^3$  em termos dos campos físicos  $A_\mu$ ,  $Z_\mu^1$  e  $Z_\mu^2$ , temos

$$\begin{aligned} W_\mu^8 &= \frac{\sqrt{3}}{3} \left\{ \frac{1}{C_W} \left[ (\sqrt{h_W} S_\phi + S_W^2 C_\phi) Z_\mu^1 + (\sqrt{h_W} C_\phi - S_W^2 S_\phi) Z_\mu^2 \right] - S_W A_\mu \right\} \\ W_\mu^N &= \frac{\sqrt{3}}{3} \left\{ -\tan_W \left[ (\sqrt{h_W} C_\phi - S_\phi) Z_\mu^1 + (\sqrt{h_W} S_\phi + C_\phi) Z_\mu^2 \right] + \sqrt{h_W} A_\mu \right\} \\ W_\mu^3 &= C_W (C_\phi Z_\mu^1 - S_\phi Z_\mu^2) + S_W A_\mu. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Já tivemos a oportunidade de verificar que os novos bósons de gauge carregados do modelo,  $(U^o)^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 \mp iW_\mu^5)$  e  $V^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \mp iW_\mu^7)$ , inicialmente ganharam massa da quebra,  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , mas, só se tornaram físicos ao receberem termos de massa adicionais da quebra,  $\mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{3} - \mathbf{1}$ . Por outro lado, os bósons de gauge carregados padrão,  $W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ , surgem apenas desta última quebra.

Os termos de massa para os bósons de gauge físicos carregados são obtidos a partir de (3.2) e (3.6),

$$\sim \frac{g^2}{4} \left\{ (v_{\chi'}^2 + v_\eta^2) U^{o\dagger} U^o + (v_{\chi'}^2 + v_\rho^2) V^+ V^- + v^2 W^+ W^- \right\}. \quad (3.18)$$

Agora, com os bósons físicos em mãos, estamos aptos a encontrar as correntes neutras e carregadas, ou seja, as interações entre férmions, mediadas pelos bósons de

gauge.

### 3.3 Correntes

As correntes neutras e carregadas das interações de todos os férmions, mediadas pelos bósons de gauge, podem ser obtidas do setor de matéria do modelo<sup>‡</sup>.

#### 3.3.1 Correntes carregadas e neutras para os léptons

Correntes carregadas são dadas pela lagrangiana

$$\mathcal{L}_l^{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left( \bar{\nu}^a \gamma^\mu e_L^a W_\mu^+ + \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu (\nu_R^a)^c U_\mu^o + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu e_L^a V_\mu^\pm \right) + H.C. \quad (3.19)$$

O primeiro termo acima recupera a interação das correntes carregadas padrão, enquanto que os termos adicionais representam as novas correntes carregadas<sup>§</sup> associadas aos novos mediadores do nosso modelo,  $U^o$ ,  $U^{o\dagger}$  e  $V^\pm$ .

Neste ponto, ficam claro os valores dos números leptônicos assumidos em (2.6) para os novos bósons de gauge, que por esse motivo são denominados na literatura por vetores bi-leptônicos, como já havíamos antecipado.

Diante disso, anteciparemos que esses dois novos vértices adicionais ao MP que surgiram em (3.19), representam as novas interações entre neutrinos de mão esquerda ( $\nu_L^a$ ), de mão direita ( $\nu_R^a$ ) e léptons carregados de mão esquerda ( $e_L^a$ ) e neutrinos direitos ( $\nu_R^a$ ), mediados pelos novos bósons de gauge  $U^o$ ,  $U^{o\dagger}$  e  $V^\pm$ , respectivamente. Essas interações serão de grande valia no desenvolvimento do *Cap.4*, onde estudaremos a fenomenologia associada à mistura  $Z - Z'$  entre o bóson de gauge padrão neutro e o novo bóson gauge neutro. Além da fenomenologia associada ao surgimento de um neutrino de mão esquerda com massa na escala de  $KeV$ , sendo esse

<sup>‡</sup>Mais detalhes das correntes podem ser encontrados no apêndice B.

<sup>§</sup>Pelo fato dos novos bósons  $U^o$  e  $U^{o\dagger}$  se comportarem como bósons carregados eles são colocados na corrente carregada, embora sejam neutros.

candidato à matéria escura do universo, como teremos oportunidade de observar no *Cap.5*.

A lagrangiana das correntes neutras para os léptons carregados, são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{CN} &= \frac{g}{2C_w} \bar{e}^a \gamma^\mu \left\{ \left( \frac{1-\gamma_5}{2} - 2S_w^2 \right) \left[ \left( C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) Z_\mu^1 - \left( S_\phi + \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) Z_\mu^2 \right] \right\} e^a \\ &+ \mathbf{e} \bar{e}^a \gamma^\mu A_\mu e^a. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Finalmente, para os neutrinos de mão esquerda e mão direita, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\nu^{CN} &= -\frac{g}{2C_w} \left\{ \left[ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \left( C_\phi + \frac{1-2S_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) \nu_L^a + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \left( -2 \frac{C_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) (\nu_R^a)^c \right] Z_\mu^1 \right. \\ &+ \left. \left[ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \left( S_\phi - \frac{1-2S_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) \nu_L^a + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \left( -2 \frac{C_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) (\nu_R^a)^c \right] Z_\mu^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

### 3.3.2 Correntes carregadas para o tripleto de quarks

A lagrangiana para esta corrente é escrita como

$$\mathcal{L}_{Q_{3L}}^{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left( \bar{u}_3 \gamma^\mu d_{3L} W_\mu^+ + \bar{u}_3' \gamma^\mu u_{3L} U_\mu^{o\dagger} + \bar{u}_3' \gamma^\mu d_{3L} V_\mu^+ + H.C \right) \quad (3.22)$$

Observando os termos acima, e sabendo que os novos bósons de gauge carregam carga leptônica, como visto no comentário feito a respeito de (3.19), podemos concluir que o novo quark  $u_3'$  é um leptoquark, i.e., também carrega unidade de número leptônico como visto em (2.6).

### 3.3.3 Correntes neutras para o tripleto de quarks

Para esta corrente temos a lagrangiana

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Q_3}^{CN} &= -g \left[ \left( \frac{2}{3} \bar{u}_3 \gamma^\mu u_{3R} - \frac{1}{3} \bar{d}_3 \gamma^\mu d_{3R} + \frac{2}{3} \bar{u}'_3 \gamma^\mu u'_{3R} \right) (F_{Z^1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(N)} Z_\mu^2) \right] \\
&- g \left[ \bar{u}_3 \gamma^\mu (F_{Z^1}^{(1)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(1)} Z_\mu^2) u_{3L} + \bar{d}_3 \gamma^\mu (F_{Z^1}^{(2)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(2)} Z_\mu^2) d_{3L} \right. \\
&- \left. \bar{u}'_3 \gamma^\mu (F_{Z^1}^{(3)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(3)} Z_\mu^2) u'_{3L} \right] - e \left[ \frac{2}{3} \bar{u}_3 \gamma^\mu u_3 - \frac{1}{3} \bar{d}_3 \gamma^\mu d_3 + \frac{2}{3} \bar{u}'_3 \gamma^\mu u'_3 \right] A_\mu
\end{aligned} \tag{3.23}$$

### 3.3.4 Correntes carregadas para os antitripletos de quarks

Na lagrangiana

$$\mathcal{L}_{Q_i}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left( \bar{d}_i \gamma^\mu u_{iL} W_\mu^- - \bar{d}'_i \gamma^\mu d_{iL} U_\mu^0 + \bar{d}'_i \gamma^\mu u_{iL} V_\mu^- + H.C. \right); \quad i = 1, 2 \tag{3.24}$$

para esta corrente vale o mesmo comentário para os quarks  $d'_i$ , feito para o quark  $u'_3$ , ou seja, trata-se de leptiquarks.

### 3.3.5 Correntes neutras para os antitripletos de quarks

Finalmente para estas correntes temos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Q_{iL}}^{CN} &= g \{ \bar{u}_i \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(2)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(2)} Z_\mu^2) u_{iL} + \bar{d}_i \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(1)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(1)} Z_\mu^2) d_{iL} - \bar{d}'_i \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(3)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(3)} Z_\mu^2) d'_{iL} \\
&+ \left( \frac{1}{3} \bar{d}_i \gamma^\mu d_{iR} - \frac{2}{3} \bar{u}_i \gamma^\mu u_{iR} + \frac{1}{3} \bar{d}'_i \gamma^\mu d'_{iR} \right) (F_{Z^1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(N)} Z_\mu^2) \} \\
&+ \frac{e}{3} [-2 \bar{u}_i \gamma^\mu u_i + \bar{d}_i \gamma^\mu d_i + \bar{d}'_i \gamma^\mu d'_i] A_\mu,
\end{aligned} \tag{3.25}$$

A expressão final da lagrangiana para todas as contribuições do setor hadrônico, envolve tanto quarks na representação tripleto  $Q_{3L}$ , quanto os da representação

antitripleto  $Q_{iL}$ , além dos quarks de quiralidade direita escritos na representação singlete, i.e.,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Q_a}^{CN} = & -g[\bar{u}_3\gamma^\mu(F_{Z^1}^{(1)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(1)}Z_\mu^2)u_{3L} + \bar{d}_3\gamma^\mu(F_{Z^1}^{(2)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(2)}Z_\mu^2)d_{3L}] \\
& + g[\bar{u}_i\gamma^\mu(G_{Z^1}^{(2)}Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(2)}Z_\mu^2)u_{iL} + \bar{d}_i\gamma^\mu(G_{Z^1}^{(1)}Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(1)}Z_\mu^2)d_{iL}] \\
& + g[(F_{Z^1}^{(3)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(3)}Z_\mu^2)\bar{u}'_3\gamma^\mu u'_{3L} + (G_{Z^1}^{(3)}Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(3)}Z_\mu^2)\bar{d}'_i\gamma^\mu d'_{iL}] \\
& + (\bar{d}_i\gamma^\mu d_{iR} - 2\bar{u}_i\gamma^\mu u_{iR} + \bar{d}'_i\gamma^\mu d'_{iR})(F_{Z^1}^{(N)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(N)}Z_\mu^2) \\
& - \frac{e}{3}[2(\bar{u}_3\gamma^\mu u_3 + \bar{u}_i\gamma^\mu u_i + \bar{u}'_3\gamma^\mu u'_3) - (\bar{d}_3\gamma^\mu d_3 + \bar{d}_i\gamma^\mu d_i + \bar{d}'_i\gamma^\mu d'_i)]A_\mu
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Outro ponto importante a ser destacado nesse setor, diz respeito ao ângulo  $\phi$  que surge da mistura  $Z^o - Z'$ . Caso o mesmo não seja desprezível, teremos troca de sabor na corrente neutra dos quarks padrão (FCNC) mediadas pelo novo bóson de gauge  $Z^2$ , que de fato, carrega consigo uma contribuição proporcional a  $S_\phi Z^o$ , diferentemente do MP onde não há nenhuma contribuição desse tipo.

# Capítulo 4

## Fenomenologia da mistura $Z - Z'$

### 4.1 Número de famílias

#### 4.1.1 No Modelo Padrão

Não há uma justificativa teórica no MP para as réplicas das famílias fermiônicas. Contudo, dados experimentais do LEP (Large Electron-Positron Collider) relacionados à largura de decaimento do bóson de gauge neutro  $Z^0$ , corroboram para que sejam três. Para um melhor entendimento dessa questão, antes nos reportaremos ao que acontece a nível do MP. Lá os neutrinos leves são os únicos responsáveis pela largura parcial invisível ( $\Gamma_{inv}^{Z^0} = \Gamma_{total}^{Z^0} - \sum \Gamma_{l,q}^{Z^0}$ ) do bóson de gauge neutro padrão  $Z^0$ , que é dada pela diferença entre as larguras de decaimento do bóson neutro  $Z^0$  em todas as partículas (largura total), e a parcial, que responde pelos quarks e léptons carregados. Isso nos permite definir a seguinte expressão para o número de neutrinos leves através da razão,

$$(N_\nu)_{MP} = \left( \frac{\Gamma_{inv}^{Z^0}}{\Gamma_{\bar{\nu}\nu}^{Z^0}} \right)_{MP}, \quad (4.1)$$

onde  $\Gamma_{\bar{\nu}\nu}^{Z^0}$  corresponde à largura parcial esperada para o decaimento do  $Z^0$  em cada espécie de neutrinos leves. O valor experimental  $R^{exp} = \Gamma_{inv}^{Z^0}/\Gamma_{ll}^{Z^0} = 5.942 \pm 0.016$  [21], é introduzido com o intuito de reduzir a dependência com o modelo, uma vez que

reduz a influência da massa do quark top. Portanto, a expressão acima pode agora ser reescrita como

$$(N_\nu)_{MP} = \frac{\Gamma_{inv}^{Z^0}}{\Gamma_{\bar{l}l}^{Z^0}} \left( \frac{\Gamma_{\bar{l}l}^{Z^0}}{\Gamma_{\bar{\nu}\nu}^{Z^0}} \right)_{MP} = R^{exp} \left( \frac{\Gamma_{inv}^{Z^0}}{\Gamma_{\bar{\nu}\nu}^{Z^0}} \right)_{MP}. \quad (4.2)$$

O valor entre as razões das larguras parciais de decaimento do bóson neutro  $Z^0$  em neutrinos e léptons carregados no MP [22], de  $\left( \frac{\Gamma_{\bar{l}l}^{Z^0}}{\Gamma_{\bar{\nu}\nu}^{Z^0}} \right)_{MP} = 1.991 \pm 0.001$ . Correspondendo a um número de sabor de neutrinos leves obtidos da combinação dos quatro experimentos realizados no LEP [21], igual a

$$N_\nu = 2.984 \pm 0.008.$$

Esse valor prediz que no MP o número de neutrinos leves coincide com o número de famílias de férmions. Tal valor não é necessariamente um número inteiro, mas sabemos do MP que o número de espécies de neutrinos leves coincide com o número de famílias de férmions, assim, podemos concluir que o MP é delimitado a ter três famílias de férmions.

#### 4.1.2 No Modelo $331\nu R$

Em extensões do MP onde as contribuições para a largura invisível de decaimento é devida somente aos neutrinos leves, correspondem ao que se dirige para o número de espécies de neutrinos leves dado pela equação (4.2), com as correspondentes modificações da razão:  $\Gamma_{\bar{l}l}/\Gamma_{\bar{\nu}\nu}$  na expressão do MP. Evidentemente, levando em consideração as características de cada modelo. A análise do comportamento de  $N_\nu$  com o ângulo da mistura  $Z - Z'$  em modelos com neutrinos esquerdos e direitos foram feitas em [23, 24].

Antes de acomodar a teoria acima ao modelo  $331\nu R$  devemos em princípio observar algumas de suas características, tais como, existir a possibilidade de tanto os neutrinos de mão esquerda quanto os de mão direita serem naturalmente leves, onde suas massas são obtidas através de um operador efetivo de dimensão cinco [15]. Além disso, por consistência teórica do modelo o número de famílias de férmions na

natureza devem ser exatamente três. Isso coincide com o número de espécies de neutrinos leves do modelo, em outras palavras, isso significa que  $(N_\nu)_{\mathbf{331}_{\nu R}} = 3$ . No caso particular da extensão de gauge do MP, vimos que o modelo dispõe de dois bósons de gauge neutros, a saber  $Z^o$  e  $Z'$ . Entretanto, após a quebra da simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ , esses dois bósons se misturam formando dois novos bósons de gauge neutros como podemos verificar facilmente a partir da expressão (3.14). De onde podemos perceber facilmente que o bóson de gauge  $Z^1$  passa a desempenhar um papel semelhante ao bóson de gauge padrão  $Z^0$ , de modo que no limite em que  $\phi \rightarrow 0$  temos  $Z^1 = Z^o$ . Enquanto que o bóson de gauge  $Z^2 = Z'$  faz o papel do novo bóson de gauge neutro pesado. Por outro lado os neutrinos destros são singletos pela simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  com hipercarga nula. Assim, em princípio devem somente interagir com o novo bóson de gauge neutro  $Z'$ . Embora, seja verdade também que em virtude da mistura  $Z - Z'$  os neutrinos também interagem com o bóson de gauge  $Z^1$ . Portanto, também contribuem para a largura de decaimento. No que diz respeito a contribuição por parte dos léptons carregados com as correntes neutras associadas ao bóson  $Z^1$ , podemos perceber de (3.20), assim como para os neutrinos (3.21), que trata-se de uma função exclusiva do ângulo de mistura  $\phi$ . Em face de todos esses argumentos, a razão entre as larguras parciais de decaimento  $(\frac{\Gamma_{\bar{l}}}{\Gamma_{\bar{\nu}}})_{\mathbf{331}_{\nu R}}$  será uma função explicitamente única e exclusiva do ângulo de mistura  $\phi$ .

No que tange ao experimento, gostaríamos de chamar a atenção para o fato de que recentemente The MiniBooNE collab [25] divulgou um relatório que refuta o sinal da mistura entre neutrinos de mão direita e de mão esquerda com 98% CL, obtido anteriormente pelo LSND (Liquid Scintillator Neutrino Detector) [26, 27]. É bom lembrar que LSND foi o único experimento alegando uma mistura entre neutrinos esquerdos e direitos leves. Após a liberação do relatório fornecido pelo MiniBooNE, se pretendemos continuar a considerar este tipo de mistura entre as duas espécies de neutrinos, temos também que levar em conta os vínculos cosmológicos, representados pelo ângulo de mistura  $\theta$ , com amplitude ao redor de  $\sin^2(2\theta) \approx 10^{-9}$  [28, 29] para neutrinos de mão direita com massa em torno de  $KeV$ . Em virtude desse valor para ângulo de mistura ser pequeno, pensamos ser razoável negligenciá-lo neste tra-

balho. Em consequência deste fato, fazemos uso do conjunto de simetrias discretas (2.6) sobre os léptons e escalares do modelo, prevenindo as misturas entre neutrinos esquerdos e destros. Além de evitar termos de massa indesejáveis, já mencionados em (2.15), entre outros inconvenientes.

Como o ângulo de mistura  $\phi$  é o único parâmetro livre a ser determinado, faz-se necessário determinar a partir das interações entre o bóson  $Z^1$  e os léptons carregados e neutrinos, as expressões para as larguras parciais de decaimento para que finalmente possamos extrair vínculos sobre o ângulo de mistura  $\phi$ .

### 4.1.3 Vínculos sobre o ângulo de mistura $\phi$

Como foi dito anteriormente, para que o modelo  $\mathbf{331}\nu R$  seja consistente teoricamente, são requeridas três gerações de férmions. Esse é o momento adequado para obter a fenomenologia do modelo, determinando-se vínculos sobre o ângulo da mistura  $Z - Z'$  de acordo com essa exigência.

Infere-se da estrutura do modelo que três famílias de férmions implicam necessariamente em três tipos de espécies de neutrinos. Além disso, vemos no modelo que só neutrinos contribuem para a largura de decaimento invisível do bóson de gauge  $Z^1$ . Com tudo isso em mente podemos concluir que o número de espécies de neutrinos leves para o nosso modelo, adaptado aos moldes de (4.2) é:

$$(N_\nu)\mathbf{331}\nu R = R^{exp} \left( \frac{\Gamma_{\bar{l}l}}{\Gamma_{\bar{\nu}\nu}} \right) \mathbf{331}\nu R. \quad (4.3)$$

A partir das correntes carregadas para os léptons carregados e neutra para os neutrinos esquerdos e diretos, determinadas respectivamente em (3.20) e (3.21), podemos obter suas respectivas larguras de decaimento\*. Dessa forma para os léptons carregados obtemos,

---

\*A expressão para largura de decaimento pode ser encontrada no apêndice B.

$$\Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{l}l}^{\mathbf{331}\nu R} = \frac{M_Z^3 G_F}{6\sqrt{2}\pi} \left( C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - 2S_W^2 \right)^2 + \frac{1}{4} \right] \quad (4.4)$$

Todavia, no caso dos neutrinos de mão esquerda e mão direita não devemos esquecer que em nosso modelo tanto os neutrinos esquerdos quanto os direitos são neutrinos leves [15], e suas contribuições para a largura invisível de decaimento é assumida ser verdadeira para  $(N_\nu)\mathbf{331}\nu R$  em (4.3), ou seja,

$$\Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}\nu}^{\mathbf{331}\nu R} = \Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}_L\nu_L} + \Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}_R\nu_R} \quad (4.5)$$

e suas respectivas contribuições para  $\Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}\nu}^{\mathbf{331}\nu R}$  estão explicitadas abaixo:

$$\begin{aligned} \Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}_L\nu_L}^{\mathbf{331}\nu R} &= \frac{M_Z^3 G_F}{12\sqrt{2}\pi} \left( C_\phi + \frac{1-2S_W^2}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 \\ \Gamma_{Z^1 \rightarrow \bar{\nu}_R\nu_R}^{\mathbf{331}\nu R} &= \frac{M_Z^3 G_F}{12\sqrt{2}\pi} \left( \frac{4C_W^4}{3-4S_W^2} S_\phi^2 \right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Por fim, substituindo as expressões (4.4), (4.5) e (4.6) em (4.3), obtemos a equação,

$$R^{exp} = \frac{N}{2} \frac{\left( C_\phi + \frac{1-2S_W^2}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 + \frac{4C_W^4}{3-4S_W^2} S_\phi^2}{\left( \left( \frac{1}{2} - 2S_W^2 \right)^2 + \frac{1}{4} \right) \left( C_\phi + \frac{1}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2}, \quad (4.7)$$

a qual depende exclusivamente do ângulo de mistura  $\phi$ , único parâmetro a ser determinado. Usando o valor central para  $S_W^2 = 0.23122$  [21] e a entrada  $R^{exp} = 5.942 \pm 0.016$  [21], com 90%. Além da exigência do modelo, que  $N_\nu$  seja exatamente igual a três, resulta na seguinte faixa de valores para o ângulo de mistura  $\phi$ :

$$-3.979 \times 10^{-3} < \phi < 1.309 \times 10^{-4}, \quad \text{com 90\% CL.} \quad (4.8)$$

Observe que o vínculo obtido acima não apresenta qualquer dependência com outros parâmetros do modelo, diferentemente de outros modelos [30,31] que apresentam, por exemplo, uma dependência como a massa do bóson de gauge neutro  $Z^2$ . Além disso, não há nenhum envolvimento com o setor hadrônico que colocaria em risco qualquer esforço de obter vínculos sobre  $\phi$ . De fato, a mistura  $Z - Z'$  induz processos de troca de sabor nas correntes neutras (FCNC) com os quarks padrão desse setor, mediadas pelo bóson de gauge neutro  $Z^2$  que realiza papel semelhante ao bóson de gauge neutro  $Z'^{\dagger}$ . Outro ponto que devemos destacar, diz respeito a necessidade deste vínculo surgir de uma exigência do modelo ( $(N_{\nu})_{\mathbf{331}_{\nu R}} = 3$ ), para que haja uma consistência teórica (eliminação das anomalias), ou seja, nasce de um primeiro princípio, de uma predição do modelo. Diferentemente do que ocorre no MP, onde em princípio pode-se escolher qualquer valor para o número de famílias.

Portanto, acreditamos que nosso vínculo obtido sobre o ângulo  $\phi$  da mistura  $Z - Z'$  é um vínculo rigoroso. Além disso, podemos pensar que a pequena contribuição dos neutrinos  $\nu_R$  para a largura de decaimento, seja exatamente a parte que falta ( $N_{\nu} = 2.984 \pm 0.008$ ) ao MP, de forma a se obter um número inteiro ( $N_{\nu} = 3$ ) para as famílias fermiônicas.

---

<sup>†</sup>Ver comentários a esse respeito no final do *Cap.3*.

# Capítulo 5

## Neutrino estéril, com massa na escala de KeV's

### 5.1 Implementando o sexteto

Desde a sua proposta teórica no ano de 1930 pelo físico Wolfgang Pauli, passando pela sua comprovação experimental realizada por Reines e Cowan 26 anos após, os neutrinos tem sido uma fonte abundante e rica de estudo para os físicos de todo o mundo. Talvez um dos mistérios mais difíceis e envolventes relacionados a essas partículas seja o de gerar suas massas, aliás, essa tem sido uma tarefa árdua e intrigante para os físicos de partículas elementares. Ao longo dos anos muitas tentativas tem sido feitas neste sentido, embora nenhuma tenha obtido êxito até hoje. O que se tem a cerca desta questão são limites superiores relacionados com a diferença do quadrado de suas massas [4].

O fato dos neutrinos terem massa, trás consigo importantes implicações para todos os ramos da física, dos quais podemos citar: física de partículas elementares, astrofísica, geofísica, cosmologia, etc.

Discutimos de forma breve no *Cap.2* que os tripletos de escalares de nosso modelo só geram massa para os quarks e léptons carregados e que as massas dos neutrinos ficam de fora pelo fato de um neutrino com massa nula e outros dois com massas degeneradas aparecerem [32], caso a simetria discreta (2.6) não seja respeitada pelos escalares do modelo.

Outro comentário que fizemos diz respeito a geração de massa para os neutrinos, que podem ser gerados via mecanismo *seesaw tipo II*, incorporado ao modelo através da inclusão de um sexteto de escalares ao setor de Yukawa e da violação explícita da simetria leptônica associada a essas partículas.

O mecanismo seesaw é um dos mais populares, talvez o mais elegante mecanismo de geração de massa para os neutrinos. No MP quando as diminutas massas dos neutrinos são induzidas por três neutrinos de mão direita pesados, esse mecanismo recebe o nome de *seesaw tipo I*; quando se tem um tripleto de léptons pesados para realizar tal feito, denomina-se *seesaw tipo III*; finalmente se a massa é implementada via um tripleto de escalares pesado, intitula-se *seesaw tipo II*, semelhante ao caso estudado aqui. De fato, após a quebra espontânea de simetria  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \longrightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , o sexteto de escalares se desacopla em,  $S \longrightarrow \Delta_{(1,3,Y_\Delta)} + \Phi'_{(1,2,Y')} + \sigma_{(1,1,Y_\sigma)}$ , ou seja, transforma-se por  $SU(3)_L$  em um tripleto, um dubleto e um singleto de escalares, respectivamente. Isto também evidencia que o modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  incorpora o esquema de Gelmini-Roncadelli [33] naturalmente.

De agora em diante buscaremos desenvolver esse mecanismo capaz de gerar massa para as duas espécies de neutrinos, esquerdos e direitos. Começemos por dar atenção a seguinte transformação para o grupo de simetria  $SU(3)_L$  que envolve o produto tensorial entre os tripletos de férmions  $f_L^a$ , a saber

$$\overline{f_L^a}(f_L^a)^c = \mathbf{3}^* \otimes \mathbf{3}^* = \mathbf{3} \oplus \mathbf{6}^*. \quad (5.1)$$

Este resultado nos diz que podemos obter uma quantidade invariante pelo grupo de simetria  $SU(3)_L$ , acoplado-se ao setor de Yukawa do modelo um antitripleto ou um sexteto de escalares (ou ambos). Trabalhos anteriores [32] mostraram que no primeiro caso, a matriz de massa nos leva a estados de massa não aceitos fisicamente, como discutido anteriormente.

Como estamos interessados em implementar massa para ambas espécies de neutrinos, optaremos pelo sexteto de escalares via o acoplamento de Yukawa  $\overline{f_L^a}(f_L^a)^c S$ , que nos dá a possibilidade de implementar o mecanismo *seesaw tipo II* através da quebra explícita da simetria leptônica, com o advento da quebra espontânea da simetria, quando as partículas escalares que carregam números leptônico desenvolvem

seus respectivos VEV's.

O sexteto de escalares no modelo  $\mathbf{331}\nu R$  tem a seguinte representação matricial:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta^0 & \Delta^- & \Phi^0 \\ \Delta^- & \Delta^{--} & \Phi^- \\ \Phi^0 & \Phi^- & \sigma^0 \end{pmatrix} \sim (1, 6, -\frac{2}{3}). \quad (5.2)$$

Esse sexteto é constituído por dois escalares simplesmente carregados, um escalar duplamente carregado, e finalmente três escalares neutros que podem assumir VEV. Entre eles deles,  $\Delta^0$  e  $\sigma^0$ , geram massa tipo Majorana para cada tipo de neutrinos, esquerdos e direitos respectivamente, e o escalar restante  $\Phi^0$ , é responsável pelo termo de massa de Dirac, que mistura ambas espécies de neutrinos.

Devemos notar que o efeito da quebra de simetria:  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , sobre o sexteto de escalares e tripleto de férmions é a seguinte

$$\begin{aligned} S_{(1,6,Y_S)} &\longrightarrow \Delta_{(1,3,Y_\Delta)} + \Phi'_{(1,2,Y')} + \sigma^0_{(1,1,Y_\sigma)} \\ f_{L(1,3,Y_f)}^a &\longrightarrow \ell_{L(1,2,Y_l)}^a + (\nu_R^a)^c_{(1,1,Y_R)}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Esse desacoplamento implica na seguinte decomposição do acoplamento de Yukawa, entre as partículas constituintes do tripleto de férmions, e as do sexteto de escalares

$$\overline{f_L^a} S (f_L^b)^c \rightarrow \overline{\ell_L^a} \Delta (l_L^b)^c + \overline{\ell_L^a} \Phi' \nu_R^b + \overline{(\nu_R^a)^c} \sigma^0 \nu_R^b. \quad (5.4)$$

Em nosso caso, implementaremos somente termos de massa tipo Majorana para as duas espécies de neutrinos via mecanismo *seesaw tipo II*, por isso mesmo, evitaremos termos de massa envolvendo o dubleto de escalares  $\Phi'$ , que é um termo de massa tipo Dirac. Isso significa dizer que o escalar neutro  $\Phi^0$  pertencente a esse dubleto não desenvolve VEV, tendo como principais consequências o desaparecimento das misturas entre os bósons de gauge carregados,  $V^\pm$  e  $W^\pm$ , evitando assim futuras complicações adicionais a esses bósons que neste caso já não seriam mais os físicos; compondo apenas as combinações lineares de dois novos bósons físicos,  $\tilde{W}$  e  $\tilde{V}$ , semelhante ao que se passa com a mistura  $Z - Z'$  dos bósons neutros. A outra consequência é o desacoplamento entre os neutrinos de mão esquerda e mão direita. Este

último é um singlete de hipercarga nula pela simetria padrão,  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Isso pode ser traduzido dizendo que nossos neutrinos de mão direita são completamente "estéreis", pois além de não haver misturas com os neutrinos ativos, também não reconhecem as interações fracas de sabor, ou seja, as interações mediadas pelos bósons de gauge padrão,  $W^\pm$  e  $Z^0$ . Esse tipo de neutrino ainda não foi detectado experimentalmente, por isso mesmo não se tem ideia se são partículas leves ou pesadas, embora do ponto de vista fenomenológico neutrinos de mão direita leves sejam mais interessantes por causa das suas complicadas implicações em física de partículas [34], cosmologia e astrofísica [35].

Por exemplo, matéria escura morna oriunda de neutrinos estéreis na escala de  $KeV$  tem sido defendida como solução para o conflito a cerca da matéria escura fria e observações de agrupamentos de subgaláxias [36]. A grande maioria dos trabalhos vão no sentido de explicar tais implicações [37–54]. No entanto, poucos são dedicados no desenvolvimento de mecanismos capazes de gerar neutrinos estéreis leves [55–62].

Em nosso modelo de extensão do MP, podemos imaginar um cenário em que todos os neutrinos ativos e estéreis são partículas leves. Em tal cenário, o nosso desafio seria o de adequar o mecanismo seesaw ao nosso modelo, de forma a induzir pequenas massas a ambas espécies de neutrinos. Outra tarefa mais interessante e desafiadora ainda, seria a de explicar a leveza dessas massas como tendo uma origem comum.

Começamos investigando o setor de Yukawa (5.4), de onde podemos perceber que após os escalares neutros  $\Delta^0$  e  $\sigma^0$  desenvolverem seus respectivos VEV's, serão gerados termos de massa de Majorana para ambas espécies de neutrinos, ativos e estéreis. O primeiro termo,  $\overline{\ell_L^a} \Delta(\ell_L^b)^c$  é equivalente ao modelo com mecanismo seesaw com tripleto de Higgs [63]. O último,  $\overline{(\nu_R^a)^c} \sigma^0 \nu_R^b$  gera as massas do tipo Majorana para os neutrinos estéreis. A partir desse comportamento podemos perceber que o modelo  $331\nu R$  com um adicional sexteto de escalares é um bom candidato para implementação do mecanismo *seesaw tipo II*, que requer um tripleto de escalares pesado.

Agora, explicitaremos as lagrangianas do setor de Yukawa e de escalares que obedecem o conjunto da simetria discreta (2.6), necessários à implementação do mecanismo que dará massa, tanto aos neutrinos de mão esquerda (ativos) quanto aos

de mão direita (estéreis), dados por

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Yuk}^{\chi,\eta,\rho,S} &= \lambda_1 \bar{Q}_{3L} u'_{3R} \chi + \lambda_{2ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \chi^* + \lambda_{3a} \bar{Q}_{3L} u_{aR} \eta + \lambda_{4ia} \bar{Q}_{iL} d_{aR} \eta^* \\
&+ \lambda_{1a} \bar{Q}_{3L} d_{aR} \rho + \lambda_{2ia} \bar{Q}_{iL} u_{aR} \rho^* + G'_{ab} \bar{f}_{aL} e_{bR}^c \\
&+ G_{ab} \bar{f}_{aL} f_{bL}^c S + \text{H.C.}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Esc}^{\chi,\eta,\rho,S} &= (D_\mu \chi)^\dagger (D^\mu \chi) + (D_\mu \rho)^\dagger (D^\mu \rho) + (D_\mu \eta)^\dagger (D^\mu \eta) \\
&+ \text{Tr}[(D_\mu S)^\dagger (D^\mu S)] - V(\eta, \chi, \rho, S),
\end{aligned} \tag{5.6}$$

onde a derivada covariante é

$$\mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - \frac{ig}{2} \sum_{a=1}^8 \left[ (W_\mu^a \lambda^a S) + (W_\mu^a \lambda^a S)^T \right] - ig_N N_S S W_\mu^N. \tag{5.7}$$

Com a implementação do sexteto, com o intuito de incorporar o mecanismo *seesaw tipo II* para gerar massa para os neutrinos, será necessário construir o mais geral potencial possível, simétrico por  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ , contendo duas partes. A primeira,  $V$  conserva o número leptônico, ao passo que a segunda,  $V'$  é responsável pela violação explícita do número leptônico. Também iremos considerar a simetria discreta implementada em (2.6), que além de fornecer um potencial simplificado,\* evita troca de sabor de correntes neutras (FCNC) envolvendo quarks do MP. Dessa forma, escrevemos

$$\begin{aligned}
V &= \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) \\
&+ \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_6 (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) \\
&+ \lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \left( \frac{f}{\sqrt{2}} \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + \text{H.C.} \right) + \mu_S^2 \text{Tr}(S^\dagger S) \\
&+ \lambda_{10} \text{Tr}(S^\dagger S)^2 + \lambda_{11} [\text{Tr}(S^\dagger S)]^2 + (\lambda_{12} \eta^\dagger \eta + \lambda_{13} \rho^\dagger \rho + \lambda_{14} \chi^\dagger \chi) \text{Tr}(S^\dagger S) \\
&+ \lambda_{15} (\epsilon^{ijk} \epsilon^{lmn} \rho_n \rho_k S_{li} S_{mj} + \text{H.C.}) + \lambda_{16} (\chi^\dagger S) (S^\dagger \chi) + \lambda_{17} (\eta^\dagger S) (S^\dagger \eta) \\
&+ \lambda_{18} (\rho^\dagger S) (S^\dagger \rho).
\end{aligned} \tag{5.8}$$

---

\*Ver em **A.2** o potencial mais completo possível sem o uso da simetria discreta (2.6).

Com o auxílio da tabela abaixo é fácil verificar que os escalares neutros,  $\Delta^0$  e  $\sigma^0$  carregam duas unidades de número leptônico. Portanto, após a quebra espontânea da simetria, quando os escalares neutros adquirem seus respectivos VEV's, o número leptônico é espontaneamente quebrado. Conseqüentemente, surge um majoran,  $I_\sigma$  [16], já discutido no *Cap.2*. A segunda parte do potencial  $V'$ , viola o número leptônico explicitamente em duas unidades, tendo como consequência o desaparecimento do majoran. Além da implementação do mecanismo *seesaw tipo II* em decorrência da quebra explícita do número leptônico, após os escalares neutros que carregam número leptônico assumirem os seus respectivos VEV's, temos

$$\begin{aligned}
V' = & [\lambda_{19}(\eta^\dagger\chi)(\eta^\dagger\chi) + \frac{\lambda_{20}}{\sqrt{2}}\epsilon^{ijk}\eta_m^*S_{mi}\chi_j\rho_k + \frac{\lambda_{21}}{\sqrt{2}}\epsilon^{ijk}\chi_m^*S_{mi}\eta_j\rho_k \\
& - M_1\eta_i^T S^{ij*}\eta_j - M_2\chi_i^T S^{ij*}\chi_j] + H.C.
\end{aligned} \tag{5.9}$$

A distribuição da simetria dos números leptônicos para o setor de escalares é a seguinte

Escalares					<b>L</b>
$\chi^0$	$\chi^-$	$\Delta^0$	$\Delta^-$	$\Delta^{--}$	+2
	$\eta'^0$	$\rho'^+$	$\sigma^0$		-2

De fato, com todos esses números quânticos associados aos escalares do modelo em mãos, podemos verificar facilmente que os dois últimos termos em (5.9), por exemplo, violam explicitamente o número leptônico em duas unidades. Isso é a essência do mecanismo seesaw, isto é, a de conectar a pequena escala de massa dos neutrinos com uma possível violação do número leptônico numa escala de altas energias, que em nosso caso essa violação será modulada pelas massas,  $M_1$  e  $M_2$ .

Portanto, o mecanismo surge no potencial com a quebra explícita da simetria leptônica, logo após essa informação é transmitida aos neutrinos via interação de Yukawa dada no último termo da lagrangiana dada em (5.5).

Após a quebra espontânea da simetria quando os dois escalares neutros  $\Delta^0$  e  $\sigma^0$  desenvolvem seu respectivos VEV's:  $v_\Delta$  e  $v_\sigma$ , os neutrinos estéreis e ativos desenvolvem automaticamente termos de massa tipo Majorana, proporcionais a  $v_\sigma$  e  $v_\Delta$ ,

respectivamente. É isso que veremos a seguir.

### 5.1.1 Implementando as massas dos neutrinos $\nu_L$ e $\nu_R$

A partir da interação de Yukawa,

$$\mathcal{L}_{Yuk}^S = G_{ab} \bar{f}_{aL} f_{bL}^c S + \text{H.C.}, \quad (5.10)$$

quando os escalares neutros  $\Delta^0$  e  $\sigma^0$  desenvolvem VEV's, os neutrinos de ambas helicidades desenvolvem o seguintes termos de massa,

$$\mathcal{L}_{Yuk}^\nu = G_{ab} \left( v_\Delta \bar{\nu}_{aL} (\nu_{bL})^c + v_\sigma \overline{(\nu_{aR})^c} \nu_{bR} \right) + \text{H.C.}. \quad (5.11)$$

Um fato importante relacionado as duas espécies de neutrinos (ativos e estéreis), ao qual devemos estar atentos, diz respeito à origem comum destes dois tipos de neutrinos, ambos nascem do mesmo acoplamento de Yukawa (5.10). Isso implica que os termos de massa para as duas espécies de neutrinos têm comuns acoplamentos de Yukawa  $G_{ab}$ , como enfatizado em (5.11). Esse fato é bastante interessante, uma vez que a massa dos neutrinos ativos sejam diretamente determinadas, teremos automaticamente uma predição à cerca das massas dos neutrinos estéreis.

O mecanismo *seesaw tipo II*, deverá gerar diminutos valores para  $v_\Delta$  e  $v_\sigma$ . Isso é conseguido por meio das equações de mínimo do potencial,  $V'' = V + V'$ , que envolve a parte que conserva número leptônico ( $V$ ), e a que viola ( $V'$ ).

### 5.1.2 Equações de Mínimo

O nosso foco está concentrado em estabelecer o mecanismo *seesaw tipo II*, de forma a nos fornecer diminutas massa aos neutrinos ativos e estéreis. Portanto, precisamos estabelecer algumas condições sobre o potencial de forma a atender as nossas expectativas. Para tal feito, devemos recordar que dispomos de sete escalares neutros no modelo que podem desenvolver VEV, pelo fato do escalar neutro  $\Phi^0$  já

ter sido descartado como discutido anteriormente. Por outro lado, na versão original do modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  para que não haja troca de sabor entre os escalares e os quarks no setor de correntes neutras, escolhe-se dos cinco possíveis, três escalares neutros,  $\chi^0$ ,  $\eta^0$  e  $\rho^0$ , a fim de desenvolver VEV. Estando isso bem estabelecido, assumiremos a seguinte mudança nos campos,

$$\chi^0, \eta^0, \rho^0, \Delta^0, \sigma^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left( v_{\chi', \eta, \rho, \Delta, \sigma} + R_{\chi', \eta, \rho, \Delta, \sigma} + iI_{\chi', \eta, \rho, \Delta, \sigma} \right). \quad (5.12)$$

Agora, devemos calcular as derivadas em todas as direções e fazê-las iguais a zero (condição de mínimo), ou equivalentemente, desenvolver o potencial e tomar termos de primeira ordem nos campos, sem esquecer de tomar a simetria discreta (2.6), nas equações (A.0.47 ... A.0.54), descritas no apêndice A.

Com isso encontramos as seguintes equações de vínculos para os campos escalares ( $R_\chi^0, R_{\eta'}^0, R_\phi^0, R_{\chi'}^0, R_\eta^0, R_\rho^0, R_\Delta^0, R_\sigma^0$ ) respectivamente:

-Direções  $R_\chi^0, R_{\eta'}^0, R_\phi^0$

$$\begin{aligned} * R_\chi^0 &\longrightarrow 0 \\ * R_{\eta'}^0 &\longrightarrow 0 \\ * R_\phi^0 &\longrightarrow 0 \end{aligned}$$

-Direção  $R_{\chi'}^0$

$$\begin{aligned} * \mu_\chi^2 + \lambda_1 v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_\eta v_\rho}{2 v_{\chi'}} + \frac{\lambda_{14}}{4} (v_\Delta^2 + v_\sigma^2) + \\ \frac{\lambda_{16}}{4} v_\sigma^2 - M_2 v_\sigma - \frac{\lambda_{20}}{4} \left( \frac{v_\eta v_\rho v_\Delta}{v_{\chi'}} \right) + \frac{\lambda_{21}}{4} \left( \frac{v_\eta v_\rho v_\sigma}{v_{\chi'}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5.13)$$

-Direção  $R_\eta^0$

$$\begin{aligned} * \mu_\eta^2 + \lambda_2 v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_{\chi'} v_\rho}{2 v_\eta} + \frac{\lambda_{12}}{4} (v_\sigma^2 + v_\Delta^2) + \\ \frac{\lambda_{17}}{4} v_\Delta^2 - M_1 v_\Delta - \frac{\lambda_{20}}{4} \left( \frac{v_\Delta v_\rho v_{\chi'}}{v_\eta} \right) + \frac{\lambda_{21}}{4} \left( \frac{v_{\chi'} v_\rho v_\sigma}{v_\eta} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5.14)$$

-Direção  $R_\rho^0$

$$\begin{aligned}
 * \quad & \mu_\rho^2 + \lambda_3 v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 + \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{2 v_\rho} + \frac{\lambda_{13}}{4} (v_\sigma^2 + v_\Delta^2) + \\
 & \lambda_{15} v_\Delta v_\sigma - \frac{\lambda_{20}}{4} \left( \frac{v_\eta v_\Delta v_{\chi'}}{v_\rho} \right) + \frac{\lambda_{21}}{4} \left( \frac{v_{\chi'} v_\eta v_\sigma}{v_\rho} \right) = 0.
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

-Direção  $R_\Delta^0$

$$\begin{aligned}
 * \quad & \mu_S^2 + \frac{\lambda_{10}}{2} v_\Delta^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} (v_\sigma^2 + v_\Delta^2) + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{14}}{2} v_{\chi'}^2 + \lambda_{15} \frac{v_\rho^2 v_\sigma}{v_\Delta} + \\
 & \frac{\lambda_{17}}{2} v_\eta^2 - \frac{\lambda_{20}}{2} \left( \frac{v_\eta v_\rho v_{\chi'}}{v_\Delta} \right) - M_1 \frac{v_\eta^2}{v_\Delta} = 0.
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

-Direção  $R_\sigma^0$

$$\begin{aligned}
 * \quad & \mu_S^2 + \frac{\lambda_{10}}{2} v_\sigma^2 + \frac{\lambda_{11}}{2} (v_\sigma^2 + v_\Delta^2) + \frac{\lambda_{12}}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\rho^2 + \frac{\lambda_{14}}{2} v_{\chi'}^2 + \lambda_{15} \frac{v_\rho^2 v_\Delta}{v_\sigma} + \\
 & \frac{\lambda_{16}}{2} v_{\chi'}^2 - M_2 \frac{v_{\chi'}^2}{v_\sigma} + \frac{\lambda_{21}}{2} \left( \frac{v_\eta v_\rho v_{\chi'}}{v_\sigma} \right) = 0.
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Em qualquer mecanismo seesaw convencional a escala de energia associada à violação do número leptônico, bem como a massa das partículas inerentes ao mecanismo, devem estar na escala de grande unificação (GUT). Em nosso mecanismo isso significa que a escala das massas dos escalares que constituem o sexteto  $S$ , e das massas  $M_1$  e  $M_2$  que modulam a quebra explícita da simetria leptônica, devem estar na faixa da escala de energia de GUT, ou seja, em torno de  $(10^{12} - 10^{15}) GeV$ . Por simplicidade, assumiremos que  $\mu_S \approx M_1 \approx M_2 = \mathcal{M}$  nas expressões acima. Essa massa é responsável por modular a escala da violação explícita da simetria leptônica. Se este fator for grande, por exemplo, temos que o número leptônico é violado a altas energias. Isto é conhecido na literatura como mecanismo *seesaw tipo II*, que surge quando assumimos que

$$\mu_s = \mathcal{M} \gg v_{\chi'} > v_\eta, v_\rho. \tag{5.18}$$

Quando esse fato é comunicado às duas últimas equações de mínimo dadas acima, obtemos os seguintes valores para  $v_\Delta$  e  $v_\sigma$

$$v_{\Delta} = \frac{v_{\eta}^2}{\mathcal{M}} \text{ e} \quad (5.19)$$

$$v_{\sigma} = \frac{v_{\chi'}^2}{\mathcal{M}}, \quad (5.20)$$

respectivamente.

Com isso em mãos estamos habilitados para implementação do mecanismo.

Antes observe que a estrutura geral do sexteto, logo após que os escalares neutros assumiram seus respectivos VEV's é a seguinte

$$S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_{\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_{\sigma} \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

Substituindo essa estrutura de VEV's na lagrangiana (5.10), obtemos a seguinte matriz de massa, escrita no subespaço dos neutrinos, dada por

$$G_{ab} \begin{pmatrix} \overline{\nu_L^a} & \overline{(\nu_R^a)^c} \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_{\Delta} & 0 \\ 0 & v_{\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L^b)^c \\ \nu_R^b \end{pmatrix}, \quad a = 1, 2, 3, \quad (5.22)$$

sendo que  $G_{ab}$  são acoplamentos de Yukawa constituintes das entradas de uma matriz simétrica  $G$  e  $(\overline{\nu_L^a}, \overline{(\nu_R^a)^c}) = (\overline{\nu_{eL}}, \overline{\nu_{\mu L}}, \overline{\nu_{\tau L}}, \overline{(\nu_{eR})^c}, \overline{(\nu_{\mu R})^c}, \overline{(\nu_{\tau R})^c})$ .

Omitindo os índices das gerações, a matriz de massa acima pode ser reescrita como

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu_L} & \overline{(\nu_R)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\nu L} & 0 \\ 0 & M_{\nu R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad (5.23)$$

onde as respectivas massas para os neutrinos esquerdos e direitos são dadas como segue

$$M_{\nu L} = G \frac{v_{\eta}^2}{\mathcal{M}}, \quad (5.24)$$

$$M_{\nu R} = G \frac{v_{\chi'}^2}{\mathcal{M}}. \quad (5.25)$$

Observe que nas duas expressões acima foram usadas as equações (5.19) e (5.20), e que essas relações mostram que quanto maior for o valor de  $\mathcal{M}$ , menor será a massa dos neutrinos ativos ( $\nu_L$ ) e estéreis ( $\nu_R$ ), ou seja, as massas dos neutrinos são suprimidas por  $\mathcal{M}$  a altas escalas de energia. Isso enfatiza nosso mecanismo *seesaw tipo II*.

A conexão entre os modelos,  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  e  $\mathbf{3} - \mathbf{2} - \mathbf{1}$ , vem dos seus VEV's, que estão relacionados através da expressão  $v^2 = v_\eta^2 + v_\rho^2$  obtida em (3.7), sendo  $v \simeq (246)GeV$  o valor obtido no MP.

Assumindo que os VEV's  $v_\eta$  e  $v_\rho$  são iguais, nossa matriz de massa para os neutrinos ativos (mão esquerda) finalmente assumem a seguinte forma,

$$M_{\nu L} = G \frac{v^2}{2\mathcal{M}}. \quad (5.26)$$

Agora estamos diante do desafio de escolher um conjunto de valores dentre os parâmetros livres em nosso modelo que nos permita fazer previsões à cerca do nosso mecanismo, de forma a estabelecer uma realidade com os dados experimentais atuais que dizem respeito à massa dos neutrinos ativos e consequentemente previsões sobre a massa dos neutrinos estéreis. Porém, independentemente dos parâmetros livres em nosso modelo, tais como, os acoplamentos de Yukawa  $G_{ab}$  e a escala  $\mathcal{M}$ , temos a razão entre  $\frac{M_{\nu R}}{M_{\nu L}} = \frac{v_{\chi'}}{v_\eta^2}$ , obtida a partir de (5.24) e (5.25). Por exemplo, para valores típicos dos VEV's da escala eletrofraca padrão,  $v_\eta = 10^2 GeV$  e da escala eletrofraca do  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ ,  $v_{\chi'} = 10^4 GeV$ , obtemos  $\frac{M_{\nu R}}{M_{\nu L}} = 10^4$ . Caso os neutrinos ativos sejam da ordem de  $10^{-1} eV$ , por exemplo, temos a possibilidade de encontrar neutrinos estéreis com massa de poucos KeV's. Esse é um resultado animador pelo fato de que neutrinos de mão direita com massa neste intervalo são candidatos viáveis a matéria escura morna [64].

Atualmente não existem dados experimentais capazes de fixar todos os valores para nossos acoplamentos de Yukawa  $G_{ab}$  descritos em (5.26). Até mesmo os dados experimentais relacionados ao fenômeno de oscilações dos neutrinos solares e

atmosféricos não são capazes de realizar tal feito. Contudo, a melhor escolha a ser feita aqui é a determinar uma textura para a matriz de massa dos neutrinos ativos  $M_{\nu L}$ , cujo resultado após sua diagonalização nos forneça corretos valores para a diferença de quadrado da massa dos neutrinos, e dos ângulos da mistura máximos envolvidos no fenômeno de oscilação dos neutrinos solares e atmosféricos. Portanto, temos que escolher corretos valores dos acoplamentos de Yukawa. Isso pode ser obtido pré-supondo um determinado conjunto de valores para os acoplamentos Yukawa  $G_{ab}$ , levando em conta que estamos olhando um cenário em que os neutrinos estéreis podem vir a ser candidatos viáveis a matéria escura, ou seja, temos que escolher um conjunto de valores para  $G_{ab}$  que deixem os neutrinos estéreis com massa dentro desses limites já estabelecidos [64].

Para ilustrar o que dissemos acima assumiremos os seguintes valores para os VEV's,  $v_\eta = 40\text{GeV}$  e  $\mathcal{M} = 10^{12}\text{GeV}$ , além do seguinte conjunto de valores para os acoplamentos de Yukawa:

$$G_{ab} = \begin{pmatrix} 0.001924421313 & 0.001837797437 & -0.001837797437 \\ 0.001837797437 & 0.01742997684 & 0.01382002316 \\ -0.001837797437 & 0.01382002316 & 0.01742997684 \end{pmatrix}. \quad (5.27)$$

Com esse conjunto de acoplamento de Yukawa, a matriz de massa para os neutrinos ativos (5.26), toma a seguinte forma:

$$M_{\nu L} = \begin{pmatrix} 0.003079074101 & 0.002940475899 & -0.002940475899 \\ 0.002940475899 & 0.02788796295 & 0.02211203705 \\ -0.002940475899 & 0.02211203705 & 0.02788796295 \end{pmatrix} eV. \quad (5.28)$$

A diagonalização dessa matriz de massa, é obtida da seguinte matriz de mistura [16],

$$U = \begin{pmatrix} 0.809 & 0.588 & 0 \\ -0.416 & 0.572 & 0.707 \\ 0.416 & -0.572 & 0.707 \end{pmatrix}. \quad (5.29)$$

A diagonalização da matriz de massa (5.28), implica no seguinte conjunto de autoestados de massa para os neutrinos ativos,

$$m_1 \approx 5.5 \times 10^{-5} eV, \quad m_2 \approx 8.8 \times 10^{-3} eV, \quad m_3 \approx 5.0 \times 10^{-2} eV. \quad (5.30)$$

Esses autoestados de massa, implicam nos seguintes valores para a diferença do quadrado de massa dos neutrinos:

$$\Delta m_{21}^2 = 7.7 \times 10^{-5} eV^2, \quad \Delta m_{32}^2 = 2.4 \times 10^{-3} eV^2. \quad (5.31)$$

A diferença do quadrado de massa dos neutrinos acima associada a uma parametrização tipo CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) [65] para a matriz de mistura  $U$ , que pode ser reproduzida escolhendo convenientemente os ângulos de mistura ( $\theta_{12} = 36^\circ$ ,  $\theta_{23} = 45^\circ$ ,  $\theta_{13} = 0$ ), explicam ambas oscilações (dos neutrinos solares e atmosféricos), os quais estão de acordo com os correntes dados experimentais [5, 66, 67].

Antes de direcionarmos nossa completa atenção para a matriz de massa dos neutrinos estéreis, é importante que voltemos a enfatizar que essa matriz de massa tem a mesma origem que a matriz de massa dos neutrinos ativos. Isso significa dizer que os acoplamentos de Yukawa  $G_{ab}$ , são comuns para ambas espécies de neutrinos. Logo, para os acoplamentos de Yukawa (5.27), e tomando  $v_{\chi'} = 10^4 GeV$ , nós obtemos os seguintes valores para a matriz de massa dos neutrinos estéreis (5.25),

$$M_{\nu R} = \begin{pmatrix} 378.2114436 & 0.2953052746 & -0.2953052746 \\ 0.2953052746 & 395.2632071 & 16.61236886 \\ -0.2953052746 & 16.61236886 & 395.2632071 \end{pmatrix} eV. \quad (5.32)$$

Da diagonalização dessa matriz de massa encontramos a seguinte predição para a massa dos neutrinos de mão direita, à luz do mecanismo *seesaw tipo II*, dada por

$$m_4 \approx 3.5 eV, \quad m_5 \approx 550 eV, \quad m_6 \approx 3.2 KeV. \quad (5.33)$$

Em nosso exemplo ilustrativo podemos observar que nosso neutrino de mão direita mais pesado  $\nu_{\tau R}$  tem massa aproximadamente de  $3.2KeV$ , e para que neutrinos estéreis sejam candidatos à matéria escura morna, precisam estar no intervalo  $0.3KeV < m_{\nu_R} < 3.5KeV$ . O limite inferior é obtido pelo efeito Tremaine-Gunn [68], enquanto o limite superior é obtido a partir de decaimentos radiativos dos neutrinos estéreis em matéria escura, limitados por observações de raios-X [69]. Esse é o momento de verificar se o nosso neutrino é um viável candidato à matéria escura, e a primeira coisa que devemos verificar é a sua estabilidade. Como nosso neutrino está na escala de  $KeV$ , a única possibilidade de decaimento a nível de árvore será em outros neutrinos mais leves. Uma vez que nossos neutrinos estéreis se acoplam diretamente aos neutrinos ativos mediados por um dos novos bósons de gauge do modelo através da interação:

$$\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{(\nu_R)^c} \gamma^\mu U_\mu^{0\dagger} \nu_L + H.C. \quad (5.34)$$

Dessa forma, possibilitando a nível de árvore o seguinte canal de decaimento  $\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\tau L} \nu_{eL} \nu_{eR}$ , ilustrado pelo diagrama de Feynman abaixo

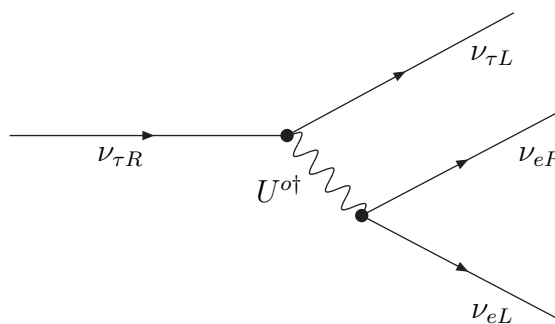


fig.1: contribuição do canal de decaimento:  $\nu_6 \rightarrow \nu_3 \nu_1 \nu_4$

Uma vez que a interação descrita acima é sempre diagonal em qualquer base. De fato, ambas as matrizes de massa  $M_{\nu_L}$  e  $M_{\nu_R}$ , dadas respectivamente em (5.24) e

(5.25), são diagonalizadas pela mesma matriz unitária de mistura  $U$ , podemos obter a seguinte largura de decaimento para este canal

$$\Gamma = \frac{G_F^2 m_{\nu_{\tau R}}^5 M_W^4}{192\pi^3 M_U^4}, \quad (5.35)$$

sendo a massa do bóson de gauge neutro  $U^0$  é dada por  $M_U^2 = \frac{g^2}{4}[v_{\chi'}^2 + v_\eta^2 + 2(v_\Delta^2 + v_\sigma^2)] \simeq \frac{g^2}{4}(v_{\chi'}^2 + v_\eta^2)^\dagger$ . Para os VEV's assumidos acima temos  $M_U = 3250 GeV$ , tendo como consequência um tempo de vida para o neutrino estéril  $\nu_6$  igual a  $\tau = \Gamma^{-1} = 2.3 \times 10^{23} s$ . Isso significa dizer que o  $\nu_{\tau R}$  é uma partícula estável em comparação com os dados da presente idade do universo obtidos pela sonda WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [70], sendo o melhor ajuste de  $\tau_0 = 2.1 \times 10^{17} s$ . Neutrinos estéreis estáveis com massa na escala de KeV, se credenciam como viáveis candidatos à matéria escura morna [37–50]. Embora, tais características sejam necessárias, mas não são suficientes para que um neutrino seja um bom candidato à matéria escura, faz-se necessário também o cumprimento de todas as restrições imposta pela cosmologia e astrofísica. Restrições estas, dependentes do mecanismo de produção destas partículas no início do universo [71–73]. Os mais populares são aqueles através de mecanismos de produção, ressonante e não ressonante via mistura de neutrinos ativos e estéreis [64]. Todas as correntes restrições à cerca de neutrinos estéreis são obtidas usando um desses mecanismos de produção. Como nossos neutrinos estéreis e ativos não se misturam uns com os outros, podemos concluir que todas as restrições impostas pelos correntes dados astrofísicos e cosmológicos não podem ser aplicados ao nosso neutrino estéril. Todos os outros mecanismos de produção de neutrinos estéreis como espalhamentos [74] e decaimentos [75] são dependentes do modelo. Para o nosso caso, acreditamos que o mecanismo mais eficiente capaz de gerar neutrinos estéreis no início do universo, seja a produção através de reações de aniquilação de pares do tipo  $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu}_{\tau R} + \nu_{\tau R}$ , intermediadas pelos novos bósons de gauge carregados  $V^\pm$ , de acordo com a seguinte interação de

---

<sup>†</sup>Agora incluído a contribuição do sexteto obtida a partir de (5.6), de forma análoga ao que fizemos no *Cap.3*.

correntes carregadas:

$$\frac{g}{\sqrt{2}} \overline{(\nu_R)^c} U^T \gamma^\mu e_L^- V_\mu^+ + H.C. \quad (5.36)$$

Em virtude do mecanismo de produção do neutrino  $\nu_R$  observado acima, podemos perceber que todas as implicações cosmológicas e astrofísicas relativas a estes neutrinos podem ser revistas, sendo uma boa fonte de estudos futuros. Um pequeno esboço do que podemos fazer em nosso modelo, trata-se de estabelecer uma forma de observação de nosso neutrino estéril candidato à matéria escura, por exemplo, obtendo vínculos astrofísicos que possam ser observados diretamente por meio de algum dos telescópios espaciais de raios-X, IXO (International X-ray Observatory), que fornece até 100 vezes mais eficácia na área de espectroscopia de alta resolução ( $0,3 - 10$ )  $KeV$  e XMM-Newton (X-ray Multi-Mirror), que cobre uma faixa de  $(0,1 - 12)$   $KeV$ .

### 5.1.3 Detectando nosso neutrino

Os neutrinos que chegam na terra são em sua grande maioria produzidos no núcleo solar. Contudo, a produção de neutrinos não está limitada a nossa galáxia. Por exemplo, quando estrelas muito maciças colapsam (supernova) a maior parte de sua energia é liberada na forma de neutrinos. No ano de 1987 foram detectados os primeiros neutrinos oriundos de uma supernova situada à cerca de 150.000 anos-luz em uma das nuvens de Magalhães (sátelites da nossa galáxia), batizada de SN1987A, que colapsou liberando durante alguns segundos uma enorme quantidade de energia na forma de neutrinos, em grande parte produzidos pela reação  $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu} + \nu$ , dos quais alguns poucos foram detectados por dois grandes detectores, no Japão pelo Kamiokande e nos EUA pelo IMB (Irvine Michigan Brookhaven). Isso possibilitou tirar alguns limites a respeito de propriedades elementares dos neutrinos, tais como, de suas massa e do momento magnético.

A possibilidade de decaimento dos neutrinos durante o seu percurso até a terra,

defendida por muito tempo como a causa do déficit dos neutrinos solares, foi refutada a partir dos dados obtidos da explosão da SN1987A, demonstrando a necessidade de se observar cada vez mais eventos desse tipo.

Acima falamos de neutrinos com momento magnético, podendo causar estranheza para aqueles mais desavisados. Apesar dos neutrinos não serem partículas que dispõem de carga elétrica, isso não os impede de terem propriedades eletromagnéticas [4], podendo os mesmos possuírem momento de dipolo elétrico e magnético, ao menos, calculáveis a nível de correções radiativas. Tomando como referência a eletrodinâmica quântica (QED) temos o momento anômalo magnético, que é a razão entre o momento magnético e o momento angular intrínseco, também chamado "spin". Da mesma forma, alguns decaimentos radiativos de neutrinos podem ocorrer mesmo sendo eles desprovidos de carga elétrica. O principal modo de decaimento entre neutrinos estéreis ( $\nu_\alpha$ ), com massa no intervalo de KeV, e neutrinos ativos ( $\nu_{\alpha'}$ ) é  $\nu_\alpha \rightarrow 3\nu_{\alpha'}$  [75]. Este modo de decaimento é "invisível", devido à baixa energia dos descendentes desses neutrinos inviabilizarem realizações de medidas nos experimentos atuais.

Num futuro próximo é pouco provável que neutrinos ativos e principalmente os estéreis possam ser observados diretamente em experimentos de física de partículas. Entretanto, atualmente a detecção indireta constitui o único método capaz de se "observar" essas partículas através de um dos fótons de raios-X emitidos em processos de decaimentos radiativos. Decaimentos desse tipo devem ser levados em consideração, pois contribuem para dados astrofísicos e cosmológicos que podem restringir valores obtidos teoricamente. Consequentemente, validando ou refutando o modelo adotado, além de fornecer a possibilidade de observação indireta. É com essa preocupação que buscaremos analisar decaimentos desse tipo, observando suas consequências no que toca o modelo **331** $\nu R$ . Em nosso caso esse decaimento radioativo capaz de excluir o nosso neutrino como um viável candidato à matéria escura está representado pelo seguinte canal de decaimento<sup>‡</sup>  $\nu_6 \rightarrow \nu_5 + \gamma$ , cuja linha de energia associada ao fóton desse processo, que deve ser observado dentro do espectro acessível

---

<sup>‡</sup>Mais detalhes desse canal de decaimento envolvendo neutrinos podem ser encontrados no apêndice C.

aos aparelhos sensíveis a esses processos, tem energia  $E_\gamma = m_6/2 \sim 1,6\text{KeV}$ , que é justamente a ordem características das energias dos raios-X, isto é, de  $\text{KeV}$ .

Os principais modos de decaimento deste canal estão representados peloss diagramas abaixo

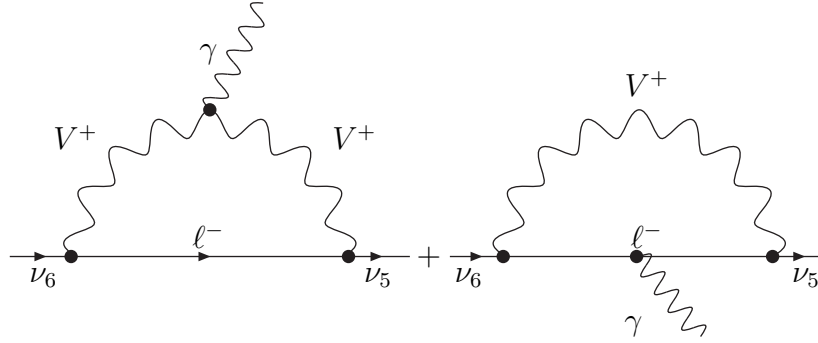


fig.2: principais contribuições do canal decaimento:  $\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\mu R} + \gamma$

O vértice  $V_\mu^+ V_\nu^- A_\lambda$ , é funcionalmente equivalente ao vértice padrão  $W_\mu^+ W_\nu^- A_\lambda$ , e todos os outros vértices padrões podem ser encontrados em [76, 77].

Os procedimentos com os cálculos aqui serão da mesma maneira como aquele feito por Pal e Wolfenstein [4, 76]. Da avaliação das duas contribuições da figura acima, obtemos a seguinte expressão para a largura de decaimento desse processo:<sup>§</sup>

$$\Gamma_{\nu_6 \rightarrow \nu_5 \gamma} \approx \frac{\alpha G_F^2}{64\pi^4} \left( \frac{M_W}{M_V} \right)^4 m_6^5 \left( \sum_l U_{6l} U_{5l}^* f(r_l) \right)^2 \quad (5.37)$$

onde  $l = e, \mu, \tau$  e  $\alpha = 1/137$  é a constante de estrutura fina.  $M_V$  é a massa do bóson de gauge carregado  $V^+$ , e:

$$f(r_l) \approx -\frac{3}{2} + \frac{3}{4} r_l \quad (5.38)$$

com  $r_l = \left( \frac{m_l}{M_V} \right)^2$ , sendo  $m_l$  a massa do lépton carregado da  $l$ -ésima geração.

<sup>§</sup>Ver propriedades eletromagnéticas dos neutrinos no apêndice C.

O termo constante em (5.38) desaparece quando substituído em (5.37), isso ocorre pelo fato da matriz de mistura  $U$  ser uma matriz unitária. Enquanto, o próximo termo que contribui para soma sobre todos os léptons carregados proporcional a  $r_l \ll 1$ . Esse resultado é uma supressão extra na largura de decaimento, da mesma forma que nos processos hadrônicos. Tal fenômeno é denominado de "supressão de GIM"<sup>¶</sup> [4].

Considerando que a contribuição do lépton carregado  $\tau$  é dominante com relação aos outros léptons carregados, podemos finalmente reescrever a expressão para a largura de decaimento desse canal como

$$\Gamma_{\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\mu R} \gamma} \approx \frac{9\alpha G_F^2 m_{\nu_{\tau R}}^5 m_\tau^4 (U_{\tau\tau} U_{\mu\tau})^2 M_W^4}{1024\pi^4 M_V^8}. \quad (5.39)$$

Agora incluindo a contribuição do sexteto, o bóson carregado  $V^+$  tem sua massa dada pela expressão  $M_V^2 = \frac{g^2}{4}(v_\rho^2 + v_{\chi'}^2 + 2v_\sigma^2) \simeq \frac{g^2}{4}(v_\rho^2 + v_{\chi'}^2)$ . Com os valores dos VEV's assumidos anteriormente, obtemos  $M_V = 3289 GeV$ . De acordo com a matriz de mistura  $U$  dada em (5.29), temos  $U_{\tau\tau} = U_{\tau\mu} = 0.7$ . Com todos os dados em mãos temos finalmente a seguinte predição para o tempo de vida de nosso neutrino nesse canal de decaimento:  $\tau_{\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\mu R} \gamma} \approx 3.5 \times 10^{37} s$ . O tempo vida de nosso neutrino estéril nessa forma de decaimento radiativo é em ordens de magnitude muito maior do que a idade do universo. Essa condição é necessária para que nosso neutrino seja um viável candidato à matéria escura.

Atualmente, estima-se que o tempo de decaimento previsto para os neutrinos estéreis com massa no intervalo de  $(1 - 20) KeV$ , que se misturam com os neutrinos ativos seja  $\sim 10^{28} s$  [78]. Essas partículas podem ser observadas indiretamente através do fóton emitido (com energia  $E_\gamma = m_6/2$ ), durante o seu decaimento pelos telescópios de raio-X, Chandra e XMM-Newton [79, 80].

Apesar da ordem de grandeza do tempo de vida como o visto acima ser muito alto, tornando decaimentos desse tipo raros, o número de partículas no campo de visão

---

<sup>¶</sup>Glashow, Iliopoulos e Maiani foram os primeiros a propor que uma matriz de mistura, unitária, no setor de quarks, produz uma supressão extra na troca de sabor das correntes neutras (FCNC).

dos observatórios Chandra ou IXO, por exemplo, é de aproximadamente  $10^{70}$  [81], o que torna esta decomposição, mesmo com pouquíssima probabilidade, detectáveis por estes observatórios. Embora, até o presente momento nenhuma dessas linhas de fótons emitidas por neutrinos candidato, à matéria escura, tenha sido encontrada. O que se tem a esse respeito, são limites superiores para as massas desses neutrinos, com o melhor ajuste obtido das observações do telescópio de raio-X XMM-Newton, a partir da galáxia de Andromeda, com limite superior  $< 3.5\text{KeV}$  (95% CL) [81].

# Conclusões

Tentamos ao longo deste trabalho mostrar um pouco da riqueza da física relacionada a essas pequenas partículas, um dia denominadas por Fermi de "neutrinos". O primeiro passo nessa direção foi o de vislumbrar uma física além do MP, onde o cenário utilizado foi construído a partir de uma versão do modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ , tendo como principais atores os neutrinos de mão direita. Essa versão é conhecida na literatura como modelo  $\mathbf{331}\nu R$ .

Desenvolvemos e analisamos cada setor necessário ao nosso objetivo final, ou seja, o de estudar a fenomenologia relacionada a essas partículas. Em um primeiro momento, buscamos determinar vínculos sobre o ângulo  $\phi$  da mistura  $Z - Z'$ , através da análise da largura de decaimento do novo bóson de gauge  $Z^1$  em ambas espécies de neutrinos leves, de mão esquerda e direita, utilizando como principal ferramenta para atacar esse problema uma característica peculiar ao modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$ , a qual prediz o número de famílias fermiônicas na natureza como sendo exatamente três, característica essa, para garantir sua consistência teórica. Tendo como principal consequência a existência de três espécies de neutrinos leves no modelo. Esse número de espécies de neutrinos leves também está fortemente relacionado com a largura de decaimento do bóson de gauge neutro  $Z^1$ . Com isso em mãos, usamos todas essas características do modelo para extrair vínculos sobre o ângulo  $\phi$  da mistura  $Z - Z'$ , onde finalmente obtivemos o valor para o vínculo  $-3,979 \times 10^{-3} < \phi < 1,309 \times 10^{-4}$ , com 90% de CL.

Entendemos que esse vínculo obtido sobre a mistura  $Z - Z'$  é um resultado muito rigoroso e interessante. Interessante por se tratar de um vínculo puro, no sentido de não apresentar qualquer dependência com outro parâmetro do modelo, como exemplo, a massa do bóson de gauge neutro  $Z^2$ , que por sua vez está vinculada ao

setor hadrônico, pondo em risco qualquer esforço de se obter vínculos sobre  $\phi$ , por apresentar FCNC com o bóson de gauge  $Z^2$ . Além disso, foi derivado de primeiros princípios, isto é, de uma exigência teórica que torna o modelo consistente, expressa por  $(N_\nu)\mathbf{331}\nu R = 3$ , diferentemente do MP, onde em princípio é permitido assumir qualquer valor. Também podemos interpretar a contribuição dos neutrinos de mão direita para a largura de decaimento, como sendo a parte que falta ao MP para que o número de famílias seja exatamente três.

Num segundo momento, acrescentamos ao nosso modelo  $\mathbf{331}\nu R$  um sexteto de escalares, com o desafio de estabelecer um mecanismo capaz de fornecer massa às duas espécies de neutrinos absorvidas pelo nosso modelo  $\mathbf{331}\nu R$ , os ativos (mão esquerda) e os estéreis (mão direita). O procedimento adotado foi o de adicionar ao nosso modelo um sexteto escalar, juntamente com a violação explícita da simetria leptônica, que nos deu a possibilidade de introduzir o mecanismo *seesaw tipo II*, capaz de gerar massa para ambas espécies de neutrinos, após a quebra espontânea da simetria, transmitida ao setor de matéria por meio do acoplamento de Yukawa  $G_{ab}\bar{f}_{aL}f_{bL}^c S$ .

As massas obtidas para os neutrinos de mão esquerda e direita foram, respectivamente,  $m_1 \approx 5.5 \times 10^{-5}eV$ ,  $m_2 \approx 8.8 \times 10^{-3}eV$ ,  $m_3 \approx 5.0 \times 10^{-2}eV$  e  $m_4 \approx 3.5eV$ ,  $m_5 \approx 550eV$ ,  $m_6 \approx 3.2KeV$ . Dentre elas, priorizamos a última pelo fato de pertencerem a um neutrino estéril com massa na escala de  $KeV$ . Esse fato faz-se necessário para credenciá-lo como candidato à matéria escura do universo, além da condição de ser neutro e estável, de acordo com [70]. Portanto, a primeira coisa a ser testada foi se nosso neutrino candidato à matéria escura, era ou não estável; sendo sua estabilidade comprovada com o valor obtido para o seu tempo de vida a partir do canal de decaimento  $\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\tau L} \nu_{eR} \nu_{eL}$  foi  $\tau = 2.3 \times 10^{23}s$ , garantindo-lhe a estabilidade nesse canal de decaimento. Adicionalmente a essa fenomenologia associada ao nosso neutrino estéril, analisamos suas propriedades eletromagnéticas, de onde também comprovamos sua estabilidade  $\tau = 10^{37}s$ , durante um possível canal de decaimento radiativo ( $\nu_{\tau R} \rightarrow \nu_{\mu R} + \gamma$ ) envolvendo essas partículas. Além disso, obtivemos vínculos relacionados ao fóton emitido durante tal processo, particularmente, obtendo energia  $E_\gamma \sim 1,6KeV$ , característica dos

raios-X, isto é, da ordem de  $KeV$ . Embora, a ocorrência dessa modalidade de decaimentos seja rara, isso potencialmente dá ao nosso neutrino estéril a possibilidade de detecção de forma indireta, mesmo com muito baixa probabilidade. De fato, os atuais telescópios de raio-X, citando o telescópio Chandra como exemplo, cujo o campo de visão observacional do número de partículas é aproximadamente  $10^{70}$ , tem a capacidade observacional desse limiar de energia do fóton emitido nesse processo de decaimento.

Tivemos a oportunidade de perceber, ao longo desta tese, que a versão do modelo  $\mathbf{3} - \mathbf{3} - \mathbf{1}$  com neutrinos de mão direita ( $331\nu R$ ) é muito rica, principalmente, no que diz respeito à física relacionada aos neutrinos. Portanto, isso nos permite explorar muitas possibilidades de estudos relacionadas a essas partículas. De fato, por exemplo, os mecanismos de produção dessas partículas no início do universo podem ser estudados através das reações do tipo  $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu}_6 + \nu_6$ , mediadas pelo novo bóson de gauge carregado  $V^+$ . Outra possibilidade que podemos explorar está relacionada a geração das massas dos neutrinos através do mecanismo *seesaw tipo I*, agora considerando termos de massas tipo Dirac  $\bar{\nu}_L^a \Phi' \nu_R^b$  que, neste caso, nascem naturalmente do mecanismo *seesaw tipo II*,<sup>||</sup> quando o escalar neutro  $\Phi^0$  pertencente ao dubleto  $\Phi'$ , desenvolve valor esperado no vácuo diferente de zero.

---

<sup>||</sup>Esses termos envolvendo as massas tipo Dirac para os neutrinos, surgem da parte central em (5.4).

# Apêndice A

## Cálculos Detalhados

### A.0.4 Vínculos

Neste apêndice iremos escrever o potencial mais geral permitido, simétrico pelo grupo semi-simples  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ , sem ainda levar em consideração a simetria discreta (2.6), além disso, iremos considerar todos os campos assumindo valor esperado no vácuo não nulo, i.e.,  $(v_\chi, v_{\chi'}, v_\eta, v_{\eta'}, v_\rho, v_\Delta, v_\phi, v_\sigma) \neq 0$ , de forma que encontraremos todos as equações de vínculos possíveis.

O potencial está dividido em duas partes, a que conserva, e a que viola explicitamente o número leptônico:

$$V'' = V(\mu_\chi^2 \dots \dots \lambda_{20}) + V'(\mu^2 \dots \dots M_2)$$

$$\begin{aligned}
V'' &= \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)(\rho^\dagger \rho) \\
&+ \lambda_6 (\eta^\dagger \eta)(\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \eta) + \left(\frac{f}{\sqrt{2}} \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + H.C\right) \\
&+ \mu_5^2 Tr(S^\dagger S) + (g \eta_i S_{ij}^* \chi_j + H.C) + \lambda_{15} (\epsilon^{ijk} \epsilon^{lmn} \rho_n \rho_k S_{il} S_{mj} + H.C) + \lambda_{10} Tr(S^\dagger S)^2 \\
&+ \lambda_{11} [Tr(S^\dagger S)]^2 + (\lambda_{12} \eta^\dagger \eta + \lambda_{13} \rho^\dagger \rho + \lambda_{14} \chi^\dagger \chi) Tr(S^\dagger S) + \lambda_{16} (\chi^\dagger S)(S^\dagger \chi) + \lambda_{17} (\eta^\dagger S)(S^\dagger \eta) \\
&+ \lambda_{18} (\rho^\dagger S)(S^\dagger \rho) + \left(\frac{\lambda_{19}}{\sqrt{2}} \chi^\dagger S \chi \rho + H.C\right) + \left(\frac{\lambda_{28}}{\sqrt{2}} \eta^\dagger S \eta \rho + H.C\right) + (\mu^2 \eta^\dagger \chi + H.C) \\
&+ [\lambda_{29} (\eta^\dagger \chi + H.C) + \lambda_{22} \eta^\dagger \eta + \lambda_{23} \rho^\dagger \rho + \lambda_{24} \chi^\dagger \chi + \lambda_{25} Tr(S^\dagger S)] (\eta^\dagger \chi + H.C) \\
&+ \lambda_{26} (\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) + H.C + \lambda_{27} (\eta^\dagger S)(S^\dagger \chi) + H.C + \left[\frac{\lambda_{20}}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk} \eta_m^* S_{mi} \chi_j \rho_k + H.C\right] \\
&+ \left[\frac{\lambda_{21}}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk} \chi_n^* S_{ni} \eta_j \rho_k + H.C\right] - (M_1 \eta^T S^\dagger \eta + M_2 \chi^T S^\dagger \chi + H.C)
\end{aligned} \tag{A.0.1}$$

Primeiro explicitaremos todas as contribuições dos tripletos para  $V$ :

$$\mu_\chi^2 \chi^2 = \mu_\chi^2 (|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2); \quad (\text{A.0.2})$$

$$\mu_\eta^2 \eta^2 = \mu_\eta^2 (|\eta^0|^2 + |\eta'^0|^2); \quad (\text{A.0.3})$$

$$\mu_\rho^2 \rho^2 = \mu_\rho^2 |\rho^0|^2; \quad (\text{A.0.4})$$

$$\lambda_1 \chi^4 = \lambda_1 (|\chi^o|^4 + |\chi'^o|^4 + 2|\chi^o|^2 |\chi'^o|^2); \quad (\text{A.0.5})$$

$$\lambda_2 \eta^4 = \lambda_2 (|\eta^0|^4 + |\eta'^0|^4 + 2|\eta^0|^2 |\eta'^0|^2); \quad (\text{A.0.6})$$

$$\lambda_3 \rho^4 = \lambda_3 |\rho^0|^4; \quad (\text{A.0.7})$$

$$\lambda_4 \chi^2 \eta^2 = \lambda_4 (|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2) (|\eta^0|^2 + |\eta'^0|^2); \quad (\text{A.0.8})$$

$$\lambda_5 \chi^2 \rho^2 = \lambda_5 (|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2) |\rho^0|^2; \quad (\text{A.0.9})$$

$$\lambda_6 \eta^2 \rho^2 = \lambda_6 (|\eta^0|^2 + |\eta'^0|^2) |\rho^0|^2; \quad (\text{A.0.10})$$

$$\lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) = \lambda_7 [|\chi^o|^2 |\eta^0|^2 + |\chi'^o|^2 |\eta'^0|^2 + 2\Re(\chi^{o*} \eta^0 \eta'^{0*} \chi'^o)]; \quad (\text{A.0.11})$$

$$\lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) = \lambda_8 |\chi^-|^2 |\rho^o|^2 = 0; \quad (\text{A.0.12})$$

$$\lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) = \lambda_9 |\eta^-|^2 |\rho^o|^2 = 0; \quad (\text{A.0.13})$$

$$f \chi \eta \rho + \text{H. C} = f (\eta^o \chi'^o - \eta'^o \chi^o) \rho^o + \text{H. C}. \quad (\text{A.0.14})$$

Contribuição dos tripletos e do sexteto para  $V$ :

$$\frac{1}{4} \mu_S^2 \text{Tr} [SS^\dagger] = \frac{1}{4} \mu_S^2 (|\Delta^o|^2 + 2|\phi^o|^2 + |\sigma^o|^2); \quad (\text{A.0.15})$$

$$\frac{1}{8} \lambda_{15} \rho^2 SS + \text{H. C} = \frac{1}{4} [2\lambda_{15} (\Delta^o \sigma^o - \phi^{o2}) \rho^2] = \frac{1}{2} \lambda_{15} (\Delta^o \sigma^o - \phi^{o2}) \rho^2; \quad (\text{A.0.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{16} \lambda_{10} \text{Tr} (S^\dagger S)^2 &= \frac{\lambda_{10}}{16} [|\Delta^o|^4 + 2|\phi^o|^4 + |\sigma^o|^4 + 4|\phi^o|^2 \\ &\times (|\Delta^o|^2 + |\sigma^o|^2) + 4\Re(\Delta^{o*} \phi^{o2} \sigma^{o*})]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{16} \lambda_{11} \text{Tr}^2 (S^\dagger S) &= \frac{\lambda_{11}}{16} [|\Delta^o|^4 + 4|\phi^o|^4 + |\sigma^o|^4 + 4|\phi^o|^2 \\ &\times (|\Delta^o|^2 + |\sigma^o|^2) + 2|\Delta^o|^2 |\sigma^o|^2]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.18})$$

$$\frac{1}{4} \lambda_{12} \eta^2 \text{Tr} (S^\dagger S) = \frac{\lambda_{12}}{4} (|\eta^0|^2 + |\eta'^0|^2) (|\Delta^o|^2 + 2|\phi^o|^2 + |\sigma^o|^2); \quad (\text{A.0.19})$$

$$\frac{1}{8}\lambda_{13}\rho^2 Tr(S^\dagger S) = \frac{\lambda_{13}}{8} |\rho^o|^2 (|\Delta^o|^2 + 2|\phi|^2 + |\sigma^o|^2); \quad (\text{A.0.20})$$

$$\frac{1}{8}\lambda_{14}\chi^2 Tr(S^\dagger S) = \frac{\lambda_{14}}{8} (|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2)(|\Delta^o|^2 + 2|\phi^o|^2 + |\sigma^o|^2); \quad (\text{A.0.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}\lambda_{16}(\chi^\dagger S)(S^\dagger \chi) &= \frac{\lambda_{16}}{8} [|\chi^o|^2 |\Delta^o|^2 + |\chi'^o|^2 |\sigma^o|^2 + |\phi^o|^2 \\ &\times (|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2) + 2\Re[\chi^{o*}(\Delta^o \phi^{o*} + \phi^o \sigma^{o*})\chi'^o]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.22})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}\lambda_{17}(\eta^\dagger S)(S^\dagger \eta) &= \frac{\lambda_{17}}{8} [|\eta^o|^2 |\Delta^o|^2 + |\eta'^o|^2 |\sigma^o|^2 + |\phi^o|^2 (|\eta^o|^2 + |\eta'^o|^2) \\ &+ 2\Re[\eta^{o*}(\Delta^o \phi^{o*} + \phi^o \sigma^{o*})\eta'^o]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.23})$$

$$\frac{1}{8}\lambda_{18}(\rho^\dagger S)(S^\dagger \rho) = 0; \quad (\text{A.0.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}\lambda_{19}(\chi^\dagger S \chi \rho) + \text{H. C} &= \frac{\lambda_{19}}{4} [(|\chi^o|^2 - |\chi'^o|^2)\phi^o \rho^o + \rho^o(\chi^{o*} \sigma^o \chi^o \\ &- \chi^{o*} \Delta^o \chi'^o)]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.25})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}\lambda_{28}(\eta^\dagger S \eta \rho) + \text{H. C} &= \frac{\lambda_{28}}{4} [(|\eta^o|^2 - |\eta'^o|^2)\phi^o \rho^o + (\eta^{o*} \sigma^o \eta^o \\ &- \eta^{o*} \Delta^o \eta'^o)\rho^o]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.26})$$

$$\frac{1}{4}g\eta S^\dagger \chi + \text{HC} = \frac{g}{2}[\eta^o \Delta^{o*} \chi^o + \eta^o \phi^{o*} \chi'^o + \eta'^o \sigma^{o*} \chi^o]. \quad (\text{A.0.27})$$

Contribuição dos tripletos e do sexteto para  $V'$ :

$$\frac{1}{2}\mu^2 \eta^\dagger \chi + H.C = \mu^2 (\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o); \quad (\text{A.0.28})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{29}(\eta^\dagger \chi + H.C)^2 = \lambda_{21}[(\eta^{o*})^2 (\chi^o)^2 + 2(\eta^{o*} \chi^o \eta'^{o*} \chi'^o) + (\eta'^{o*})^2 (\chi'^o)^2]; \quad (\text{A.0.29})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{22}(\eta^\dagger \eta)(\eta^\dagger \chi + H.C) = \frac{1}{2}\lambda_{22}(\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o)(|\eta^o|^2 + |\eta'^o|^2); \quad (\text{A.0.30})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{23}(\rho^\dagger \rho)(\eta^\dagger \chi + H.C) = \frac{1}{2}\lambda_{23}(\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o) |\rho^o|^2; \quad (\text{A.0.31})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{24}(\chi^\dagger \chi)(\eta^\dagger \chi + H.C) = \frac{1}{2}\lambda_{24}(\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o)(|\chi^o|^2 + |\chi'^o|^2); \quad (\text{A.0.32})$$

$$\frac{1}{8}\lambda_{25} Tr(S^\dagger S)(\eta^\dagger \chi + H.C) = \frac{1}{4}\lambda_{25}(\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o)(|\Delta^o|^2 + 2|\phi^o|^2 + |\sigma^o|^2); \quad (\text{A.0.33})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{26}(\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) + H.C = \frac{1}{2}\lambda_{26}(\eta^{o*} \chi^o + \eta'^{o*} \chi'^o)\rho^{o2}; \quad (\text{A.0.34})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}\lambda_{27}\eta^\dagger S S^\dagger \chi + H.C &= \frac{1}{4}\lambda_{27} \left[ (\eta^{o*}\chi^o + \eta^{o*}\chi'^o) |\phi^o|^2 + \eta^{o*}\chi^o |\Delta^o|^2 + \eta^{o*}\chi'^o |\sigma^o|^2 \right. \\ &\quad \left. + \eta^o(\Delta^o\phi^{o*} + \phi^o\sigma^{o*})\chi'^o + \eta^o(\sigma^o\phi^{o*} + \phi^o\Delta^{o*})\chi^o \right]; \end{aligned} \quad (\text{A.0.35})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{20}\eta^\dagger S\chi\rho + H.C = \frac{1}{2}\lambda_{20} \left[ (\eta^{o*}\phi^o + \eta^{o*}\sigma^o)\chi^o - (\eta^{o*}\Delta^o + \eta^{o*}\phi^o)\chi'^o \right] \rho^o; \quad (\text{A.0.36})$$

$$\frac{1}{4}\lambda_{21}\chi^\dagger S\eta\rho + H.C = \frac{1}{2}\lambda_{21} \left[ (\chi^{o*}\phi^o + \chi'^{o*}\sigma^o)\eta^o - (\chi^{o*}\Delta^o + \chi'^{o*}\phi^o)\eta'^o \right] \rho^o; \quad (\text{A.0.37})$$

$$\frac{1}{4}M_1\eta^T S^\dagger\eta + H.C = \frac{1}{2}M_1 \left[ (\eta^o)^2\Delta^{o*} + (\eta'^o)^2\sigma^{o*} + 2\eta^o\eta'^o\phi^{o*} \right]; \quad (\text{A.0.38})$$

$$\frac{1}{4}M_2\chi^T S^\dagger\chi + H.C = \frac{1}{2}M_2 \left[ (\chi^o)^2\Delta^{o*} + (\chi'^o)^2\sigma^{o*} + 2\chi^o\chi'^o\phi^{o*} \right]. \quad (\text{A.0.39})$$

Entretanto, antes que iniciemos a cálculo observemos alguns pontos que simplificarão os nossos cálculos.

Sejam,  $A$  e  $B$  dois campos escalares com VeVs, isto é:  $\langle A \rangle \neq 0$ ,  $\langle B \rangle \neq 0$ , então suas contribuições para os vínculos são

$$A = v + R_A \quad (\text{A.0.40})$$

$$|A|^2 = 2vR_A \equiv A^2 \quad (\text{A.0.41})$$

$$|A|^4 = 4v^3R_A. \quad (\text{A.0.42})$$

$$B = u + R_B \quad (\text{A.0.43})$$

$$|B|^2 = 2uR_B \equiv B^2 \quad (\text{A.0.44})$$

$$|B|^4 = 4u^3R_B \quad (\text{A.0.45})$$

$$|A|^2|B|^2 = 2(u^2R_A + v^2R_B) \quad (\text{A.0.46})$$

$$\begin{aligned}
 V = & \mu_{\chi}^2 \left( v_{\chi} R_{\chi} + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) + \mu_{\eta}^2 \left( v_{\eta} R_{\eta} + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) + \mu_{\rho}^2 v_{\rho} R_{\rho} + \lambda_1 \left( v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 \right) \left( v_{\chi} R_{\chi} + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) \\
 & + \lambda_2 \left( v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2 \right) \left( v_{\eta} R_{\eta} + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) + \lambda_3 v_{\rho}^3 R_{\rho} + \frac{\lambda_4}{2} \left[ \left( v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 \right) \left( v_{\eta} R_{\eta} + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) \right. \\
 & \left. + \left( v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2 \right) \left( v_{\chi} R_{\chi} + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) \right] + \frac{\lambda_5}{2} \left[ \left( v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 \right) v_{\rho} R_{\rho} + v_{\rho}^2 \left( v_{\chi} R_{\chi} + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) \right] \\
 & + \frac{\lambda_6}{2} \left[ \left( v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2 \right) v_{\rho} R_{\rho} + v_{\rho}^2 \left( v_{\eta} R_{\eta} + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) \right] + \frac{\lambda_7}{2} \left[ \left( v_{\eta}^2 v_{\chi} + v_{\eta} v_{\eta'} v_{\chi'} \right) R_{\chi} + \left( v_{\eta'}^2 v_{\chi'} + v_{\eta} v_{\eta'} v_{\chi} \right) R_{\chi'} \right. \\
 & \left. + \left( v_{\chi}^2 v_{\eta} + v_{\chi} v_{\chi'} v_{\eta'} \right) R_{\eta} + \left( v_{\chi'}^2 v_{\eta'} + v_{\chi} v_{\chi'} v_{\eta} \right) R_{\eta'} \right] + \left( \lambda_8 + \lambda_9 \right) \cdot 0 \\
 & + \frac{\lambda_{15}}{2} \left[ v_{\rho}^2 \left( v_{\sigma} R_{\Delta} + v_{\Delta} R_{\sigma} - 2v_{\phi} R_{\phi} \right) + 2v_{\rho} \left( v_{\Delta} v_{\sigma} - v_{\phi}^2 \right) R_{\rho} \right] \\
 & + \frac{\mu_S^2}{2} \left( v_{\Delta} R_{\Delta} + 2v_{\phi} R_{\phi} + v_{\sigma} R_{\sigma} \right) \\
 & + \frac{\lambda_{10}}{4} \left\{ \left( v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + \frac{v_{\phi}^2 v_{\sigma}}{v_{\Delta}} \right) v_{\Delta} R_{\Delta} + \left( v_{\sigma}^2 + 2v_{\phi}^2 + \frac{v_{\phi}^2 v_{\Delta}}{v_{\sigma}} \right) v_{\sigma} R_{\sigma} + 2v_{\phi} \left( v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 + v_{\Delta} v_{\sigma} \right) R_{\phi} \right\} \\
 & + \frac{\lambda_{11}}{4} \left\{ \left( v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 \right) v_{\Delta} R_{\Delta} + \left( v_{\sigma}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\Delta}^2 \right) v_{\sigma} R_{\sigma} + 2 \left( v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 \right) v_{\phi} R_{\phi} \right\} \\
 & + \frac{\lambda_{12}}{4} \left[ \left( v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 \right) \left( v_{\eta} R_{\eta} + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) + \left( v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2 \right) \left( v_{\Delta} R_{\Delta} + 2v_{\phi} R_{\phi} + v_{\sigma} R_{\sigma} \right) \right] \\
 & + \frac{\lambda_{13}}{4} \left[ v_{\rho} \left( v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 \right) R_{\rho} + v_{\rho}^2 \left( v_{\Delta} R_{\Delta} + 2v_{\phi} R_{\phi} + v_{\sigma} R_{\sigma} \right) \right] \\
 & + \frac{\lambda_{14}}{4} \left[ \left( v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 \right) \left( v_{\chi} R_{\chi} + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) + \left( v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 \right) \left( v_{\Delta} R_{\Delta} + 2v_{\phi} R_{\phi} + v_{\sigma} R_{\sigma} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda_{16}}{4} \left\{ \left[ v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\phi} \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\chi'}}{v_{\chi}} \right] v_{\chi} R_{\chi} + \left[ v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 + v_{\phi} \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\chi'}}{v_{\chi'}} \right] v_{\chi'} R_{\chi'} \right. \\
& + \left[ v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 + \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\chi} v_{\chi'}}{v_{\phi}} \right] v_{\phi} R_{\phi} + \left( v_{\chi}^2 + \frac{v_{\chi} v_{\chi'} v_{\phi}}{v_{\Delta}} \right) v_{\Delta} R_{\Delta} + \left( v_{\chi'}^2 + \frac{v_{\chi} v_{\chi'} v_{\phi}}{v_{\sigma}} \right) v_{\sigma} R_{\sigma} \left. \right\} \\
& + \frac{\lambda_{17}}{4} \left\{ \left[ v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\phi} \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\eta'}}{v_{\eta}} \right] v_{\eta} R_{\eta} + \left[ v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2 + v_{\phi} \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\eta'}}{v_{\eta'}} \right] v_{\eta'} R_{\eta'} \right. \\
& + \left[ v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2 + \left( v_{\Delta} + v_{\sigma} \right) \frac{v_{\eta} v_{\eta'}}{v_{\phi}} \right] v_{\phi} R_{\phi} + \left( v_{\eta}^2 + \frac{v_{\eta} v_{\eta'} v_{\phi}}{v_{\Delta}} \right) v_{\Delta} R_{\Delta} + \left( v_{\eta'}^2 + \frac{v_{\eta} v_{\eta'} v_{\phi}}{v_{\sigma}} \right) v_{\sigma} R_{\sigma} \left. \right\} + \frac{\lambda_{18}}{4} \cdot 0 \\
& + \frac{\lambda_{19}}{4} \left\{ v_{\rho} \left[ 2v_{\chi} v_{\phi} - v_{\chi'} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\chi} - \left[ 2v_{\chi'} v_{\phi} + v_{\chi} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\chi'} \right. \\
& + \left. \left[ \left( v_{\chi}^2 - v_{\chi'}^2 \right) v_{\phi} - v_{\chi} v_{\chi'} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\rho} + \left( v_{\chi}^2 - v_{\chi'}^2 \right) v_{\rho} R_{\phi} - v_{\chi} v_{\chi'} v_{\rho} \left( R_{\Delta} - R_{\sigma} \right) \right\} \\
& + \frac{\lambda_{28}}{4} \left\{ v_{\rho} \left[ 2v_{\eta} v_{\phi} - v_{\eta'} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\eta} - \left[ 2v_{\eta'} v_{\phi} + v_{\eta} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\eta'} \right. \\
& + \left. \left[ \left( v_{\eta}^2 - v_{\eta'}^2 \right) v_{\phi} - v_{\eta} v_{\eta'} \left( v_{\Delta} - v_{\sigma} \right) \right] R_{\rho} + \left( v_{\eta}^2 - v_{\eta'}^2 \right) v_{\rho} R_{\phi} - v_{\eta} v_{\eta'} v_{\rho} \left( R_{\Delta} - R_{\sigma} \right) \right\} \\
& - \frac{f}{2} \left[ v_{\rho} \left( v_{\eta'} R_{\chi} - v_{\eta} R_{\chi'} - v_{\chi'} R_{\eta} + v_{\chi} R_{\eta'} \right) + \left( v_{\eta'} v_{\chi} - v_{\eta} v_{\chi'} \right) R_{\rho} \right] \\
& + \frac{g}{2} \left[ \left( v_{\eta} v_{\Delta} + v_{\eta'} v_{\phi} \right) R_{\chi} + \left( v_{\eta} v_{\phi} + v_{\eta'} v_{\sigma} \right) R_{\chi'} + \left( v_{\chi} v_{\Delta} + v_{\chi'} v_{\phi} \right) R_{\eta} + \left( v_{\chi} v_{\phi} + v_{\chi'} v_{\sigma} \right) R_{\eta'} \right. \\
& \left. + \left( v_{\chi} v_{\eta'} + v_{\chi'} v_{\eta} \right) R_{\phi} + v_{\chi} v_{\eta} R_{\Delta} + v_{\chi'} v_{\eta'} R_{\sigma} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\mu^2}{2} \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) \\
& + \frac{\lambda_{29}}{2} \left[ \left( v_\chi v_\eta^2 + v_{\chi'} v_\eta v_{\eta'} \right) R_\chi + \left( v_{\chi'} v_{\eta'}^2 + v_\chi v_\eta v_{\eta'} \right) R_{\chi'} + \left( v_\chi^2 v_\eta + v_\chi v_{\chi'} v_{\eta'} \right) R_\eta \right. \\
& \left. + \left( v_\chi^2 v_{\eta'} + v_\chi v_{\chi'} v_\eta \right) R_{\eta'} \right] \\
& + \frac{\lambda_{22}}{4} \left[ \left( v_\eta^2 + v_{\eta'}^2 \right) \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) + 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) \left( v_\eta R_\eta + v_{\eta'} R_{\eta'} \right) \right] \\
& + \frac{\lambda_{23}}{4} \left[ v_\rho^2 \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) + 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) v_\rho R_\rho \right] \\
& + \frac{\lambda_{24}}{4} \left[ \left( v_\chi^2 + v_{\chi'}^2 \right) \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) + 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) \left( v_\chi R_\chi + v_{\chi'} R_{\chi'} \right) \right] \\
& + \frac{\lambda_{25}}{8} \left[ \left( v_\Delta^2 + 2v_\phi^2 + v_\sigma^2 \right) \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) \right. \\
& \left. + 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) \left( v_\Delta R_\Delta + 2v_\phi R_\phi + v_\sigma R_\sigma \right) \right] \\
& + \frac{\lambda_{26}}{4} \left[ v_\rho^2 \left( v_\eta R_\chi + v_{\eta'} R_{\chi'} + v_\chi R_\eta + v_{\chi'} R_{\eta'} \right) + 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) v_\rho R_\rho \right] \\
& + \frac{\lambda_{27}}{8} \left\{ \left[ v_\eta \left( v_\Delta^2 + v_\phi^2 \right) + v_{\eta'} v_\phi \left( v_\Delta + v_\sigma \right) \right] R_\chi + \left[ v_{\eta'} \left( v_\phi^2 + v_\sigma^2 \right) + v_\eta v_\phi \left( v_\Delta + v_\sigma \right) \right] R_{\chi'} \right. \\
& + \left[ v_\chi \left( v_\Delta^2 + v_\phi^2 \right) + v_{\chi'} v_\phi \left( v_\Delta + v_\sigma \right) \right] R_\eta + \left[ v_{\chi'} \left( v_\phi^2 + v_\sigma^2 \right) + v_\chi v_\phi \left( v_\Delta + v_\sigma \right) \right] R_{\eta'} \\
& + \left[ 2v_\chi v_\eta v_\Delta + \left( v_\chi v_{\eta'} + v_{\chi'} v_\eta \right) v_\phi \right] R_\Delta \\
& + \left[ 2 \left( v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'} \right) v_\phi + \left( v_\Delta + v_\sigma \right) \left( v_{\chi'} v_\eta + v_\chi v_{\eta'} \right) \right] R_\phi \\
& \left. + \left[ 2v_{\chi'} v_{\eta'} v_\sigma + \left( v_\chi v_{\eta'} + v_{\chi'} v_\eta \right) v_\phi \right] R_\sigma \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\lambda_{20}}{4} \left\{ \left[ \left( v_\eta v_\phi + v_{\eta'} v_\sigma \right) R_\chi - \left( v_\eta v_\Delta + v_{\eta'} v_\phi \right) R_{\chi'} + \left( v_\chi v_\phi - v_{\chi'} v_\Delta \right) R_\eta + \left( v_\chi v_\sigma - v_{\chi'} v_\phi \right) R_{\eta'} \right] v_\rho \right. \\
 & + \left[ \left( v_\chi v_\eta - v_{\chi'} v_{\eta'} \right) R_\phi - v_{\chi'} v_\eta R_\Delta + v_\chi v_{\eta'} R_\sigma \right] v_\rho + \left[ \left( v_\eta v_\phi + v_{\eta'} v_\sigma \right) v_\chi - \left( v_\eta v_\Delta + v_{\eta'} v_\phi \right) v_{\chi'} \right] R_\rho \left. \right\} \\
 & + \frac{\lambda_{21}}{4} \left\{ \left[ \left( v_\eta v_\phi - v_{\eta'} v_\Delta \right) R_\chi - \left( v_{\eta'} v_\phi - v_\eta v_\sigma \right) R_{\chi'} + \left( v_\chi v_\phi + v_{\chi'} v_\sigma \right) R_\eta - \left( v_\chi v_\Delta + v_{\chi'} v_\phi \right) R_{\eta'} \right] v_\rho \right. \\
 & + \left[ \left( v_\chi v_\eta - v_{\chi'} v_{\eta'} \right) R_\phi - v_\chi v_{\eta'} R_\Delta + v_{\chi'} v_\eta R_\sigma \right] v_\rho + \left[ \left( v_\chi v_\phi + v_{\chi'} v_\sigma \right) v_\eta - \left( v_\chi v_\Delta + v_{\chi'} v_\phi \right) v_{\eta'} \right] R_\rho \left. \right\} \\
 & - \frac{M_1}{2} \left[ 2 \left( v_\eta v_\Delta + v_{\eta'} v_\phi \right) R_\eta + 2 \left( v_\eta v_\phi + v_{\eta'} v_\sigma \right) R_{\eta'} + 2 v_\eta v_{\eta'} R_\phi + v_\eta^2 R_\Delta + v_{\eta'}^2 R_\sigma \right] \\
 & - \frac{M_2}{2} \left[ 2 \left( v_\chi v_\Delta + v_{\chi'} v_\phi \right) R_\chi + 2 \left( v_\chi v_\phi + v_{\chi'} v_\sigma \right) R_{\chi'} + 2 v_\chi v_{\chi'} R_\phi + v_\chi^2 R_\Delta + v_{\chi'}^2 R_\sigma \right]
 \end{aligned}$$

### A.0.5 Equações de vínculos

Contribuição dos escalares neutros dos tripletos  $(\chi^0, \chi^{0'}, \eta^0, \eta^{0'}, \rho^0)$ :

Direção  $R_\chi^0$

$$\begin{aligned}
 \mu_\chi^2 &+ \mu^2 \frac{v_\eta}{2v_\chi} + \frac{1}{4}(v_\chi^2 + v_{\chi'}^2)(4\lambda_1 + \lambda_{24} \frac{v_\eta}{v_\chi}) + \frac{1}{4}(v_\eta^2 + v_{\eta'}^2)(2\lambda_4 + \lambda_{22} \frac{v_\eta}{v_\chi}) + \frac{1}{4}v_\rho^2[2\lambda_5 + (\lambda_{23} + \lambda_{26}) \frac{v_\eta}{v_\chi}] \\
 &+ (\frac{\lambda_7 + \lambda_{29}}{2})(v_\eta^2 + \frac{v_\eta v_{\eta'} v_{\chi'}}{v_\chi}) - f \frac{v_{\eta'} v_\rho}{2v_\chi} + g(\frac{v_\eta v_\Delta + v_{\eta'} v_\phi}{2v_\chi}) + \frac{1}{8}(v_\Delta^2 + 2v_\phi^2 + v_\sigma^2)(2\lambda_{14} + \lambda_{25} \frac{v_\eta}{v_\chi}) \\
 &+ \frac{1}{8}[(v_\Delta^2 + v_\phi^2)(2\lambda_{16} + \lambda_{27} \frac{v_\eta}{v_\chi}) + (v_\Delta + v_\sigma)(2\lambda_{16} v_{\chi'} + \lambda_{27} v_{\eta'}) \frac{v_\phi}{v_\chi}] + \frac{\lambda_{19}}{4}[2v_\phi + (v_\sigma - v_\Delta) \frac{v_{\chi'}}{v_\chi}] v_\rho \\
 &+ (\frac{\lambda_{20} + \lambda_{21}}{4}) \frac{v_\phi v_{\eta'} v_\rho}{v_\chi} + \frac{\lambda_{24}}{2}(v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'}) + (\frac{\lambda_{20} v_\sigma - \lambda_{21} v_\Delta}{4}) \frac{v_\rho v_{\eta'}}{v_\chi} - M_2(v_\Delta + \frac{v_\phi v_{\chi'}}{v_\chi}) = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.47}$$

Direção  $R_{\chi'}^0$

$$\begin{aligned}
 \mu_{\chi'}^2 &+ \mu^2 \frac{v_{\eta'}}{2v_{\chi'}} + \frac{1}{4}(v_\chi^2 + v_{\chi'}^2)(4\lambda_1 + \lambda_{24} \frac{v_{\eta'}}{v_{\chi'}}) + \frac{1}{4}(v_\eta^2 + v_{\eta'}^2)(2\lambda_4 + \lambda_{22} \frac{v_{\eta'}}{v_{\chi'}}) + \frac{1}{4}v_\rho^2[2\lambda_5 + (\lambda_{23} + \lambda_{26}) \frac{v_{\eta'}}{v_{\chi'}}] \\
 &+ (\frac{\lambda_7 + \lambda_{29}}{2})(v_{\eta'}^2 + \frac{v_\eta v_{\eta'} v_\chi}{v_{\chi'}}) + f \frac{v_\eta v_\rho}{2v_{\chi'}} + g(\frac{v_{\eta'} v_\sigma + v_\eta v_\phi}{2v_{\chi'}}) + \frac{1}{8}(v_\Delta^2 + 2v_\phi^2 + v_\sigma^2)(2\lambda_{14} + \lambda_{25} \frac{v_{\eta'}}{v_{\chi'}}) \\
 &+ \frac{1}{8}[(v_\sigma^2 + v_\phi^2)(2\lambda_{16} + \lambda_{27} \frac{v_{\eta'}}{v_{\chi'}}) + (v_\Delta + v_\sigma)(2\lambda_{16} v_\chi + \lambda_{27} v_\eta) \frac{v_\phi}{v_{\chi'}}] + \frac{\lambda_{19}}{4}[-2v_\phi + (v_\sigma - v_\Delta) \frac{v_\chi}{v_{\chi'}}] v_\rho \\
 &- (\frac{\lambda_{20} + \lambda_{21}}{4}) \frac{v_\phi v_{\eta'} v_\rho}{v_{\chi'}} + \frac{\lambda_{24}}{2}(v_\chi v_\eta + v_{\chi'} v_{\eta'}) - (\frac{\lambda_{20} v_\Delta - \lambda_{21} v_\sigma}{4}) \frac{v_\rho v_\eta}{v_{\chi'}} - M_2(v_\sigma + \frac{v_\phi v_\chi}{v_{\chi'}}) = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.48}$$

Direção  $R_\eta^0$

$$\begin{aligned}
 \mu_\eta^2 &+ \mu^2 \frac{v_\chi}{2v_\eta} + \frac{1}{4}(v_\eta^2 + v_{\eta'}^2)(4\lambda_2 + \lambda_{22} \frac{v_\chi}{v_\eta}) + \frac{1}{4}(v_\eta^2 + v_{\eta'}^2)(2\lambda_4 + \lambda_{24} \frac{v_\chi}{v_\eta}) + \frac{1}{4}v_\rho^2[2\lambda_6 + (\lambda_{23} + \lambda_{26}) \frac{v_\chi}{v_\eta}] \\
 &+ (\frac{\lambda_7 + \lambda_{29}}{2})(v_\chi^2 + \frac{v_\chi v_{\chi'} v_{\eta'}}{v_\eta}) + f \frac{v_{\eta'} v_\rho}{2v_\chi} + g(\frac{v_\eta v_\Delta + v_{\eta'} v_\phi}{2v_\chi}) + \frac{1}{8}(v_\Delta^2 + 2v_\phi^2 + v_\sigma^2)(2\lambda_{12} + \lambda_{25} \frac{v_\chi}{v_\eta}) \\
 &+ \frac{1}{8}[(v_\Delta^2 + v_\phi^2)(2\lambda_{17} + \lambda_{27} \frac{v_\chi}{v_\eta}) + (v_\Delta + v_\sigma)(2\lambda_{17} v_{\eta'} + \lambda_{27} v_{\chi'}) \frac{v_\phi}{v_\eta}] + \frac{\lambda_{28}}{4}[2v_\phi + (v_\sigma - v_\Delta) \frac{v_{\eta'}}{v_\eta}] v_\rho \\
 &+ (\frac{\lambda_{20} + \lambda_{21}}{4}) \frac{v_\phi v_\chi v_\rho}{v_\eta} + \frac{\lambda_{22}}{2}(v_\eta v_\chi + v_{\chi'} v_{\eta'}) + (\frac{\lambda_{21} v_\sigma - \lambda_{20} v_\Delta}{4}) \frac{v_\rho v_{\chi'}}{v_\eta} - M_1(v_\Delta + \frac{v_\phi v_{\eta'}}{v_\eta}) = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.49}$$

Direção  $R_{\eta'}^0$ 

$$\begin{aligned}
 \mu_{\eta'}^2 &+ \mu^2 \frac{v_{\chi'}}{2v_{\eta'}} + \frac{1}{4}(v_{\eta'}^2 + v_{\eta'}^2)(4\lambda_2 + \lambda_{22} \frac{v_{\chi'}}{v_{\eta'}}) + \frac{1}{4}(v_{\eta'}^2 + v_{\eta'}^2)(2\lambda_4 + \lambda_{24} \frac{v_{\chi'}}{v_{\eta'}}) + \frac{1}{4}v_{\rho}^2[2\lambda_6 + (\lambda_{23} + \lambda_{26}) \frac{v_{\chi'}}{v_{\eta'}}] \\
 &+ \left(\frac{\lambda_7 + \lambda_{29}}{2}\right)(v_{\chi'}^2 + \frac{v_{\chi}v_{\chi'}v_{\eta}}{v_{\eta'}}) - f \frac{v_{\eta}v_{\rho}}{2v_{\chi'}} + g\left(\frac{v_{\eta'}v_{\sigma} + v_{\eta}v_{\phi}}{2v_{\chi'}}\right) + \frac{1}{8}(v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2)(2\lambda_{12} + \lambda_{25} \frac{v_{\chi'}}{v_{\eta'}}) \\
 &+ \frac{1}{8}[(v_{\sigma}^2 + v_{\phi}^2)(2\lambda_{17} + \lambda_{27} \frac{v_{\chi'}}{v_{\eta'}}) + (v_{\Delta} + v_{\sigma})(2\lambda_{17}v_{\eta} + \lambda_{27}v_{\chi}) \frac{v_{\phi}}{v_{\eta'}}] + \frac{\lambda_{28}}{4}[-2v_{\phi} + (v_{\sigma} - v_{\Delta}) \frac{v_{\eta}}{v_{\eta'}}]v_{\rho} \\
 &- \left(\frac{\lambda_{20} + \lambda_{21}}{4}\right) \frac{v_{\phi}v_{\chi'}v_{\rho}}{v_{\eta'}} + \frac{\lambda_{22}}{2}(v_{\eta}v_{\chi} + v_{\chi'}v_{\eta'}) - \left(\frac{\lambda_{21}v_{\Delta} - \lambda_{20}v_{\sigma}}{4}\right) \frac{v_{\rho}v_{\chi}}{v_{\eta'}} - M_1(v_{\sigma} + \frac{v_{\phi}v_{\eta}}{v_{\eta'}}) = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.50}$$

 Direção  $R_{\rho}^0$ 

$$\begin{aligned}
 \mu_{\rho}^2 &+ \lambda_3v_{\rho}^2 + \frac{\lambda_5}{2}(v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2) + \frac{\lambda_6}{2}(v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2) + \frac{f}{2}\left(\frac{v_{\chi'}v_{\eta} - v_{\eta'}v_{\chi}}{v_{\rho}}\right) + \frac{\lambda_{13}}{4}(v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2) \\
 &+ \lambda_{15}(v_{\Delta}v_{\sigma} - v_{\phi}^2) + \frac{\lambda_{19}}{4}\left[\frac{(v_{\chi}^2 - v_{\chi'}^2)v_{\phi} + (v_{\sigma} - v_{\Delta})v_{\chi'}v_{\chi}}{v_{\rho}}\right] + \frac{1}{4}(\lambda_{20} \frac{v_{\phi}}{v_{\rho}} + 4\lambda_{23})v_{\chi}v_{\eta} \\
 &- \frac{1}{4}(\lambda_{21} \frac{v_{\phi}}{v_{\rho}} - 4\lambda_{26})v_{\chi'}v_{\eta'} + \left(\frac{\lambda_{20}v_{\chi}v_{\eta'} + \lambda_{21}v_{\eta}v_{\chi'}}{4}\right) \frac{v_{\sigma}}{v_{\rho}} - \left(\frac{\lambda_{21}v_{\chi}v_{\eta'} + \lambda_{20}v_{\eta}v_{\chi'}}{4}\right) \frac{v_{\Delta}}{v_{\rho}} \\
 &+ \frac{\lambda_{28}}{4}[(v_{\eta}^2 - v_{\eta'}^2) \frac{v_{\phi}}{v_{\rho}} + (v_{\sigma} - v_{\Delta}) \frac{v_{\eta'}v_{\eta}}{v_{\rho}}] + \frac{1}{4}(\lambda_{21}v_{\eta}v_{\chi} - \lambda_{20}v_{\eta'}v_{\chi'}) \frac{v_{\phi}}{v_{\rho}} = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.51}$$

 Contribuição dos escalares neutros do sexteto( $\phi^0, \Delta^0, \sigma^0$ ):

 Direção  $R_{\phi}^0$ 

$$\begin{aligned}
 \mu_S^2 &+ \left(\frac{\lambda_{10} + \lambda_{11}}{2}\right)(v_{\Delta}^2 + v_{\phi}^2 + v_{\sigma}^2) + \frac{\lambda_{10}}{2}v_{\Delta}v_{\sigma} + \frac{1}{4}(2\lambda_{12} + \lambda_{17})(v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2) + \frac{1}{2}(\lambda_{13} - 2\lambda_{15})v_{\rho}^2 \\
 &+ \frac{1}{4}(2\lambda_{14} + \lambda_{16})(v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2) + \left(\frac{v_{\Delta} + v_{\sigma}}{v_{\phi}}\right)(\lambda_{16}v_{\chi}v_{\chi'} + \lambda_{17}v_{\eta}v_{\eta'}) + \frac{1}{4}[\lambda_{19}(v_{\chi}^2 - v_{\chi'}^2) \\
 &+ \lambda_{28}(v_{\eta}^2 - v_{\eta'}^2)] \frac{v_{\rho}}{v_{\phi}} + \frac{1}{4}(2\lambda_{25} + \lambda_{27})(v_{\chi}v_{\eta} + v_{\eta'}v_{\chi'}) + \frac{1}{4}(\lambda_{20} + \lambda_{21})(v_{\chi}v_{\eta} - v_{\eta'}v_{\chi'}) \\
 &+ \frac{(v_{\eta}v_{\chi'} + v_{\chi}v_{\eta'})}{8v_{\phi}}[4g + \lambda_{27}(v_{\Delta} + v_{\sigma})] - M_1 \frac{v_{\eta}v_{\eta'}}{v_{\phi}} - M_2 \frac{v_{\chi}v_{\chi'}}{v_{\phi}} = 0
 \end{aligned} \tag{A.0.52}$$

Direção  $R_{\Delta}^0$

$$\begin{aligned}
 \mu_S^2 &+ \left(\frac{\lambda_{10} + \lambda_{11}}{2}\right)(v_{\Delta}^2 + 2v_{\phi}^2) + \left(\frac{\lambda_{10}v_{\phi}^2 + \lambda_{11}v_{\Delta}v_{\sigma}}{2v_{\Delta}}\right)v_{\sigma} + \frac{1}{2}(\lambda_{13} + 2\lambda_{15}\frac{v_{\sigma}}{v_{\Delta}})v_{\rho}^2 + \frac{\lambda_{12}}{2}(v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2) \\
 &+ \frac{\lambda_{14}}{2}(v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2) + \frac{\lambda_{16}}{2}\left(v_{\chi}^2 + \frac{v_{\chi}v_{\chi'}v_{\phi}}{v_{\Delta}}\right) + \frac{\lambda_{17}}{2}\left(v_{\eta}^2 + \frac{v_{\eta}v_{\eta'}v_{\phi}}{v_{\Delta}}\right) - \frac{1}{2}(\lambda_{19}v_{\chi}v_{\chi'} + \lambda_{28}v_{\eta}v_{\eta'})\frac{v_{\rho}}{v_{\Delta}} \\
 &+ \frac{\lambda_{25}}{2}(v_{\chi}v_{\eta} + v_{\chi'}v_{\eta'}) + \frac{\lambda_{27}}{4}\left[(v_{\chi}v_{\eta'} + v_{\chi'}v_{\eta})\frac{v_{\phi}}{v_{\Delta}} + 2v_{\chi}v_{\eta}\right] - \frac{\lambda_{20}}{2}\frac{v_{\chi'}v_{\eta}v_{\rho}}{v_{\Delta}} - \frac{\lambda_{21}}{2}\frac{v_{\chi}v_{\eta'}v_{\rho}}{v_{\Delta}} \\
 &+ g\frac{v_{\chi}v_{\eta}}{v_{\Delta}} - M_1\frac{v_{\eta}^2}{v_{\Delta}} - M_2\frac{v_{\chi}^2}{v_{\Delta}} = 0
 \end{aligned}
 \tag{A.0.53}$$

Direção  $R_{\sigma}^0$

$$\begin{aligned}
 \mu_S^2 &+ \left(\frac{\lambda_{10} + \lambda_{11}}{2}\right)(v_{\sigma}^2 + 2v_{\phi}^2) + \left(\frac{\lambda_{10}v_{\phi}^2 + \lambda_{11}v_{\sigma}v_{\Delta}}{2v_{\sigma}}\right)v_{\Delta} + \frac{1}{2}(\lambda_{13} + 2\lambda_{15}\frac{v_{\Delta}}{v_{\sigma}})v_{\rho}^2 + \frac{\lambda_{12}}{2}(v_{\eta}^2 + v_{\eta'}^2) \\
 &+ \frac{\lambda_{14}}{2}(v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2) + \frac{\lambda_{16}}{2}\left(v_{\chi'}^2 + \frac{v_{\chi}v_{\chi'}v_{\phi}}{v_{\sigma}}\right) + \frac{\lambda_{17}}{2}\left(v_{\eta'}^2 + \frac{v_{\eta}v_{\eta'}v_{\phi}}{v_{\sigma}}\right) + \frac{1}{2}(\lambda_{19}v_{\chi}v_{\chi'} + \lambda_{28}v_{\eta}v_{\eta'})\frac{v_{\rho}}{v_{\sigma}} \\
 &+ \frac{\lambda_{25}}{2}(v_{\chi}v_{\eta} + v_{\chi'}v_{\eta'}) + \frac{\lambda_{27}}{4}\left[(v_{\chi}v_{\eta'} + v_{\chi'}v_{\eta})\frac{v_{\phi}}{v_{\sigma}} + 2v_{\chi'}v_{\eta'}\right] + \frac{\lambda_{20}}{2}\frac{v_{\chi}v_{\eta'}v_{\rho}}{v_{\sigma}} + \frac{\lambda_{21}}{2}\frac{v_{\chi'}v_{\eta}v_{\rho}}{v_{\sigma}} \\
 &+ g\frac{v_{\chi'}v_{\eta'}}{v_{\sigma}} - M_1\frac{v_{\eta'}^2}{v_{\sigma}} - M_2\frac{v_{\chi'}^2}{v_{\sigma}} = 0
 \end{aligned}
 \tag{A.0.54}$$

# Apêndice B

## Relações importantes

### B.0.6 Propriedades da matriz de conjugação de carga $\mathcal{C}$

Define-se o operador conjugação de carga como:

$$\mathcal{C} = i\gamma^2\gamma^0 \tag{B.0.1}$$

onde os  $\gamma$  são as matrizes de Dirac definidas por:

$$\begin{aligned}\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu &= 2g^{\mu\nu}; \\ \gamma^{\mu\dagger} &= \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0; \\ \gamma^5 &= i\gamma^0\gamma^2\gamma^3 = \gamma^{5\dagger}.\end{aligned}$$

A matriz  $\mathcal{C}$  atua nos índices spinoriais obedecendo as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}\mathcal{C}^2 &= -1 \\ \mathcal{C}^\dagger &= \mathcal{C}^{-1} = \mathcal{C}^T = -\mathcal{C} = -\mathcal{C}^*; \\ \mathcal{C}^{-1}\gamma^\mu\mathcal{C} &= -\gamma^{\mu T}.\end{aligned}$$

Em particular:

$$\begin{aligned}\mathcal{C}\gamma^0 + \gamma^0\mathcal{C} &= \{\mathcal{C}, \gamma^0\} = 0; \\ \mathcal{C}\gamma^5 - \gamma^5\mathcal{C} &= [\mathcal{C}, \gamma^5] = 0;\end{aligned} \tag{B.0.2}$$

Os campos se transformam sob  $\mathcal{C}$  como:

$$\begin{aligned}
 \Psi^{\mathcal{C}} &= \mathcal{C}\bar{\Psi}^T; \\
 \bar{\Psi}^{\mathcal{C}} &= \Psi^T\mathcal{C}^{-1} = -\Psi^T\mathcal{C}; \\
 \Psi &= \left(\Psi^{\mathcal{C}}\right)^{\mathcal{C}} \\
 \left(\Psi_{L,R}\right)^{\mathcal{C}} &= \left(\Psi^{\mathcal{C}}\right)_{L,R}.
 \end{aligned} \tag{B.0.3}$$

### B.0.7 Correntes das partículas do modelo $331\nu R$

As correntes neutras e carregadas das interações dos léptons e dos quarks mediadas pelos bósons de gauge, podem ser obtidas a partir da derivada covariante do setor de matéria do modelo, de acordo com (2.11). Após a substituição das matrizes de Gell-Mann (C.0.18) do  $SU(3)$ , podemos rescrevê-la como se segue:

$$D_{\mu}^L = \begin{pmatrix} \partial_{\mu} + \frac{ig}{2}\left(W_{\mu}^3 + \frac{W_{\mu}^8}{\sqrt{3}}\right) + ig_N N W_{\mu}^N & \frac{ig}{\sqrt{2}}W^{+} & \frac{ig}{\sqrt{2}}U^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W^{-} & \partial_{\mu} + \frac{ig}{2}\left(-W_{\mu}^3 + \frac{W_{\mu}^8}{\sqrt{3}}\right) + ig_N N W_{\mu}^N & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^{-} \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^{+} & \partial_{\mu} - \frac{ig}{\sqrt{3}}W_{\mu}^8 + ig_N N W_{\mu}^N \end{pmatrix} \tag{B.0.4}$$

Na obtenção das correntes também faz-se necessário substituir  $W_{\mu}^3$ ,  $W_{\mu}^8$  e  $W_{\mu}^N$  na derivada covariante acima em função dos campos físicos,  $Z_{\mu}^1$ ,  $Z_{\mu}^2$  e  $A_{\mu}$ , de acordo com (3.17). Além de assumir corretamente os valores das hipercargas  $N$ , associadas as suas respectivas representações.

### B.0.8 Lagrangiana para os léptons carregados

$$\mathcal{L}_l^{CC} = (\bar{\nu}_L^a \quad \bar{e}_L^a \quad \overline{(\nu_R^a)^c}) i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}W^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}}U^o \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W^- & 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U^{o\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^+ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ e_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix} \quad (\text{B.0.5})$$

$$\mathcal{L}_l^{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left( \bar{\nu}^a \gamma^\mu e_L^a W_\mu^+ + \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu (\nu_R^a)^c U_\mu^o + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu e_L^a V_\mu^+ \right) + H.C. \quad (\text{B.0.6})$$

### B.0.9 Correntes neutras para os léptons

O primeiro termo da derivada covariante para os férmions esquerdos, que tem hipercarga  $N = -\frac{1}{3}$ , pode ser escrito em termos dos campos físicos como:

$$ig\left(\frac{W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}} - \frac{t}{3}W_\mu^N\right) = ig\left[F_{Z^1}^{(1)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(1)}Z_\mu^2\right] \equiv ig\Delta^{(11)} \quad (\text{B.0.7})$$

onde, os  $F_{Z^1, Z^2}^{(1)}$  são dados em função do ângulo de mistura  $\phi$ :

$$F_{Z^1}^{(1)} = \frac{1}{2C_W} \left\{ C_\phi + \frac{1 - 2S_W^2}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.8})$$

$$F_{Z^2}^{(1)} = -\frac{1}{2C_W} \left\{ S_\phi - \frac{1 - 2S_W^2}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} C_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.9})$$

O segundo termo fica:

$$\begin{aligned} ig\left(\frac{-W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}} - \frac{t}{3}W_\mu^N\right) &= ig\left(F_{Z^1}^{(2)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(2)}Z_\mu^2\right) - ieA_\mu \\ &\equiv ig(\Delta^{(22)} - S_W A_\mu) \end{aligned} \quad (\text{B.0.10})$$

sendo a carga elétrica definida por:  $\mathbf{e} = gS_W$ , e os  $F_{Z^1, Z^2}^{(2)}$  dados abaixo:

$$F_{Z^1}^{(2)} = -\frac{(1 - 2S_W^2)}{2C_W} \left\{ C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.11})$$

$$F_{Z^2}^{(2)} = \frac{(1 - 2S_W^2)}{2C_W} \left\{ S_\phi + \frac{1}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} C_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.12})$$

Por fim, o terceiro termo é dado por:

$$-ig \left( \frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} + \frac{t}{3} W_\mu^N \right) = -ig \left\{ F_{Z^1}^{(3)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(3)} Z_\mu^2 \right\} \equiv -ig \Delta^{(33)} \quad (\text{B.0.13})$$

onde,  $F_{Z^1, Z^2}^{(3)}$ :

$$F_{Z^1}^{(3)} = \frac{C_w}{\sqrt{3 - 4S_w^2}} S_\phi = -\frac{1}{2C_w} \left\{ -2 \frac{C_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}} S_\phi \right\} \quad (\text{B.0.14})$$

$$F_{Z^2}^{(3)} = \frac{C_w}{\sqrt{3 - 4S_w^2}} C_\phi = \frac{1}{2C_w} \left\{ 2 \frac{C_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}} C_\phi \right\} \quad (\text{B.0.15})$$

Portanto, a lagrangiana das correntes neutras do léptons carregados e neutros pode ser reescrita como:

$$\mathcal{L}^{CN} = \left( \bar{\nu}_L^a \quad \bar{e}_L^a \quad \overline{(\nu_R^a)^c} \right) \gamma^\mu \begin{pmatrix} -g\Delta^{(11)} & 0 & 0 \\ 0 & -g\Delta^{(22)} + eA_\mu & 0 \\ 0 & 0 & g\Delta^{(33)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ e_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix} + g\bar{e}_R \gamma^\mu W_\mu^N e_R \quad (\text{B.0.16})$$

O último termo à direita acima, foi obtido de (2.13), que corresponde a derivada covariante para os férmions esquerdos, que neste caso possuem valor de hipercarga  $N = -1$ . Logo:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{CN} = & -g \left\{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \Delta^{(11)} \nu_L^a + \bar{e}_L^a \gamma^\mu \Delta^{(22)} e_L^a - \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \Delta^{(33)} (\nu_R^a)^c \right. \\ & \left. - S_W \bar{e}_L^a \gamma^\mu A_\mu e_L^a - \bar{e}_R \gamma^\mu W_\mu^N e_R \right\} \quad (\text{B.0.17}) \end{aligned}$$

assim, temos:

$$F_{Z^1}^{(N)} = -\frac{S_W^2}{C_W} \left\{ C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right\} \quad (\text{B.0.18})$$

$$F_{Z^2}^{(N)} = \frac{S_W^2}{C_W} \left\{ S_\phi + \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.19})$$

$$e, W_\mu^N = F_{Z^1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(N)} Z_\mu^2 + eA_\mu.$$

Portanto, a contribuição total  $\mathcal{L}^{CN} = \mathcal{L}_l^{CN} + \mathcal{L}_\nu^{CN}$ , dos leptões carregados e dos neutrinos para as correntes estão dadas respectivamente abaixo:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{CN} &= \frac{g}{2C_w} \bar{e}^a \gamma^\mu \left\{ \left( \frac{1-\gamma_5}{2} - 2S_w^2 \right) \left[ \left( C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) Z_\mu^1 - \left( S_\phi + \frac{1}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) Z_\mu^2 \right] \right\} e^a \\ &+ e \bar{e}^a \gamma^\mu A_\mu e^a; \end{aligned} \quad (\text{B.0.20})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\nu^{CN} &= -\frac{g}{2C_w} \left\{ \left[ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \left( C_\phi + \frac{1-2S_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) \nu_L^a + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \left( -2\frac{C_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} S_\phi \right) (\nu_R^a)^c \right] Z_\mu^1 \right. \\ &+ \left. \left[ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \left( S_\phi - \frac{1-2S_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) \nu_L^a + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \left( -2\frac{C_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}} C_\phi \right) (\nu_R^a)^c \right] Z_\mu^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.0.21})$$

### B.0.10 Correntes carregadas para os tripletos de quarks

$$\mathcal{L}_{Q_{3L}}^{CC} = (\bar{u}_3 \quad \bar{d}_3 \quad \bar{u}'_3)_L i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}} W^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}} U^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} W^- & 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}} V^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} U^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}} V^+ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ u'_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.0.22})$$

$$\mathcal{L}_{Q_{3L}}^{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left( \bar{u}_3 \gamma^\mu d_{3L} W_\mu^+ + \bar{u}_3 \gamma^\mu u_{3L} U_\mu^{0\dagger} + \bar{u}_3 \gamma^\mu d_{3L} V_\mu^+ + H.C \right) \quad (\text{B.0.23})$$

### B.0.11 Correntes neutras para os tripletos de quarks

Iremos encontrar os termos que compõem a derivada covariante para o tripleto e singletos de quarks. O procedimento é o mesmo que o usado para os léptons do modelo, e os seus três termos estão dados abaixo com seus respectivos  $F_{Z^1, Z^2}^{(1,2,3)}$ :

$$ig\left(\frac{W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}} - \frac{t}{3}W_\mu^N\right) = ig\left(F_{Z^1}^{(1)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(1)}Z_\mu^2 + \frac{2}{3}S_wA_\mu\right) \quad (\text{B.0.24})$$

$$\equiv ig(\Delta^{(11)} + \frac{2}{3}S_wA_\mu) \quad (\text{B.0.25})$$

com:

$$F_{Z^1}^{(1)} = \frac{1}{6C_w} \left\{ (3 - 4S_w^2)C_\phi + \frac{3 - 2S_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.26})$$

$$F_{Z^2}^{(1)} = \frac{1}{6C_w} \left\{ \frac{3 - 2S_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}C_\phi - (3 - 4S_w^2)S_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.27})$$

$$ig\left(\frac{-W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}} + \frac{t}{3}W_\mu^N\right) = ig\left(F_{Z^1}^{(2)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(2)}Z_\mu^2\right) - \frac{i}{3}eA_\mu \equiv ig(\Delta^{(22)} - \frac{1}{3}S_wA_\mu) \quad (\text{B.0.28})$$

onde:

$$F_{Z^1}^{(2)} = -\frac{(3 - 2S_w^2)}{6C_w} \left\{ C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.29})$$

$$F_{Z^2}^{(2)} = -\frac{(3 - 2S_w^2)}{6C_w} \left\{ S_\phi - \frac{1}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}C_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.30})$$

$$-ig\left(\frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} - \frac{t}{3}W_\mu^N\right) = -ig\left(F_{Z^1}^{(3)}Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(3)}Z_\mu^2 - \frac{2}{3}S_wA_\mu\right) \equiv -ig(\Delta^{(33)} - \frac{2}{3}S_wA_\mu) \quad (\text{B.0.31})$$

sendo,

$$F_{Z^1}^{(3)} = \frac{1}{3C_w} \left\{ \frac{3 - 5S_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}S_\phi + 2S_w^2C_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.32})$$

$$F_{Z^2}^{(3)} = \frac{1}{3C_w} \left\{ \frac{3 - 5S_w^2}{\sqrt{3 - 4S_w^2}}C_\phi - 2S_w^2S_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.33})$$

Portanto, a langrangiana pode agora ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{Q_3}^{CN} &= -g(\overline{u_{3L}} \quad \overline{d_{3L}} \quad \overline{u'_{3L}})\gamma^\mu \begin{pmatrix} \Delta^{(11)} + \frac{2}{3}S_w A_\mu & 0 & 0 \\ 0 & \Delta^{(22)} - \frac{1}{3}S_w A_\mu & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta^{(33)} + \frac{2}{3}S_w A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} \\
 &+ g\left(\frac{2}{3}\overline{u_{3R}}\gamma^\mu u_{3R} - \frac{1}{3}\overline{d_{3R}}\gamma^\mu d_{3R} + \frac{2}{3}\overline{u'_{3R}}\gamma^\mu u'_{3R}\right)W_\mu^N \quad (\text{B.0.34})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{Q_3}^{CN} &= -g\left[\left(\frac{2}{3}\overline{u_3}\gamma^\mu u_{3R} - \frac{1}{3}\overline{d_3}\gamma^\mu d_{3R} + \frac{2}{3}\overline{u'_3}\gamma^\mu u'_{3R}\right)(F_{Z_1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z_2}^{(N)} Z_\mu^2)\right] \\
 &- g[\overline{u_3}\gamma^\mu (F_{Z_1}^{(1)} Z_\mu^1 + F_{Z_2}^{(1)} Z_\mu^2)u_{3L} + \overline{d_3}\gamma^\mu (F_{Z_1}^{(2)} Z_\mu^1 + F_{Z_2}^{(2)} Z_\mu^2)d_{3L} - \overline{u'_3}\gamma^\mu (F_{Z_1}^{(3)} Z_\mu^1 + F_{Z_2}^{(3)} Z_\mu^2)u'_{3L}] \\
 &- \mathbf{e} \left[ \frac{2}{3}\overline{u_3}\gamma^\mu u_3 - \frac{1}{3}\overline{d_3}\gamma^\mu d_3 + \frac{2}{3}\overline{u'_3}\gamma^\mu u'_3 \right] A_\mu. \quad (\text{B.0.35})
 \end{aligned}$$

Onde usamos o fato de que:  $W_\mu^N = F_{Z_1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z_2}^{(N)} Z_\mu^2 + \mathbf{e}A_\mu$ , com os  $F_{Z_1, Z_2}^{(N)}$  obtidos, coincidindo com os anteriores.

### B.0.12 Correntes para os antitripletos de quarks

Para escrevermos os termos que compõem a derivada covariante para os antitripletos e singletos de quarks, nesta representação, temos que ter o cuidado de fazer a seguinte transformação:  $\lambda^a \longrightarrow -\lambda^{a*}$  [82];  $a = 1, \dots, 8$  (geradores do  $SU(3)$ ), dessa forma temos:

**B.0.13 Correntes carregadas para os antitripletos de quarks**

$$\mathcal{L}_{Q_{3L}}^{CC} = (\bar{d}_i \quad -\bar{u}_i \quad \bar{d}'_i)_L i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}W^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}}U^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W^- & 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^+ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ d'_i \end{pmatrix} \quad (\text{B.0.36})$$

$$\mathcal{L}_{Q_i}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left( \bar{d}_i \gamma^\mu u_{iL} W_\mu^- - \bar{d}'_i \gamma^\mu d_{iL} U_\mu^0 + \bar{d}'_i \gamma^\mu u_{iL} V_\mu^- + H.C \right) \quad (\text{B.0.37})$$

**B.0.14 Correntes neutras para os antitripletos de quarks**

De forma análoga aos casos anteriores, podemos encontrar os termos da derivada covariante para os antitripletos(2.12), encontramos os três termos que compõe a diagonal da matriz que representa a derivada covariante, isto é:

$$-ig\left(\frac{W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}}\right) = -ig\left(G_{Z^1}^{(1)}Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(1)}Z_\mu^2 + \frac{1}{3}S_w A_\mu\right) \equiv -ig(\Delta_{11} + \frac{1}{3}S_w A_\mu) \quad (\text{B.0.38})$$

onde, os coeficientes estão dados abaixo:

$$G_{Z^1}^{(1)} = \frac{1}{6C_w} \left\{ (3 - 2S_w^2)C_\phi - \sqrt{3 - 4S_w^2}S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.39})$$

$$G_{Z^2}^{(1)} = \frac{1}{6C_w} \left\{ \sqrt{3 - 4S_w^2}C_\phi + (3 - 2S_w^2)S_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.40})$$

$$-ig\left(\frac{-W_\mu^3}{2} + \frac{W_\mu^8}{2\sqrt{3}}\right) = ig\left(G_{Z^1}^{(2)}Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(2)}Z_\mu^2\right) - \frac{2i}{3}eA_\mu \equiv ig(\Delta_{22} - \frac{2}{3}S_w A_\mu) \quad (\text{B.0.41})$$

com,

$$G_{Z^1}^{(2)} = -\frac{1}{6C_w} \left\{ (3 - 4S_w^2)C_\phi + \sqrt{3 - 4S_w^2}S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.42})$$

$$G_{Z^2}^{(2)} = \frac{1}{6C_w} \left\{ \sqrt{3 - 4S_w^2}C_\phi - (3 - 4S_w^2)S_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.43})$$

Finalmente temos:

$$ig \frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} = ig \left[ G_{Z^1}^{(3)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(3)} Z_\mu^2 - \frac{1}{3} S_w A_\mu \right] \equiv ig (\Delta_{33} - \frac{1}{3} S_w A_\mu) \quad (\text{B.0.44})$$

sendo,

$$G_{Z^1}^{(3)} = -\frac{1}{3C_w} \left\{ (S_w^2 - \sqrt{3 - 4S_w^2})S_\phi \right\}; \quad (\text{B.0.45})$$

$$G_{Z^2}^{(3)} = \frac{1}{3C_w} \left\{ (S_w^2 + \sqrt{3 - 4S_w^2})C_\phi \right\}. \quad (\text{B.0.46})$$

Assim a lagrangiana pode ser escrita na representação matricial como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Q_i}^{CN} = & g(\overline{d_{iL}} \quad -\overline{u_{iL}} \quad \overline{d'_{iL}}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \Delta_{11} + \frac{1}{3} S_w A_\mu & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{22} - \frac{2}{3} S_w A_\mu & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta_{33} + \frac{1}{3} S_w A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix} \\ & + g \left( \frac{1}{3} \overline{d_{iR}} \gamma^\mu d_{iR} - \frac{2}{3} \overline{u_{iR}} \gamma^\mu u_{iR} + \frac{1}{3} \overline{d'_{iR}} \gamma^\mu d'_{iR} \right) W_\mu^N \end{aligned} \quad (\text{B.0.47})$$

Tendo como forma final para as correntes dos antitripletos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Q_{iL}}^{CN} = & g \{ \overline{u_i} \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(2)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(2)} Z_\mu^2) u_{iL} + \overline{d_i} \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(1)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(1)} Z_\mu^2) d_{iL} - \overline{d'_i} \gamma^\mu (G_{Z^1}^{(3)} Z_\mu^1 + G_{Z^2}^{(3)} Z_\mu^2) d'_{iL} \\ & + (\frac{1}{3} \overline{d_i} \gamma^\mu d_{iR} - \frac{2}{3} \overline{u_i} \gamma^\mu u_{iR} + \frac{1}{3} \overline{d'_i} \gamma^\mu d'_{iR}) (F_{Z^1}^{(N)} Z_\mu^1 + F_{Z^2}^{(N)} Z_\mu^2) \} \\ & + \frac{\mathbf{e}}{3} [-2\overline{u_i} \gamma^\mu u_i + \overline{d_i} \gamma^\mu d_i + \overline{d'_i} \gamma^\mu d'_i] A_\mu \end{aligned}$$

### B.0.15 Expressão para largura de decaimento

Podemos encontrar as expressões para as larguras de decaimento dos léptons carregados e neutros do modelo  $\mathbf{331}\nu R$  tomando como referência as larguras obtidas no MP, bastando apenas escrever suas respectivas correntes na forma  $(V - A)$ . No MP as correntes para os léptons carregados e neutros na forma  $(V - A)$ , são respectivamente dadas por:

$$\mathcal{L}_{\bar{l}l}^{MP} = \frac{g}{2C_W} \bar{l} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) l Z_\mu^o \quad (\text{B.0.48})$$

$$\mathcal{L}_{\nu\bar{\nu}}^{MP} = -\frac{g}{2C_W} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu^o \quad (\text{B.0.49})$$

com suas respectivas larguras de decaimento do bóson de gauge neutro  $Z^o$  dadas por:

$$\Gamma_{\bar{l}l}^{MP} = \frac{G_F M_{Z_0}^3}{6\sqrt{2}\pi} \sqrt{1 - 4\eta_l^2} \left[ g_V^2 + g_A^2 + 2\eta_l^2 (g_V^2 - 2g_A^2) \right] \quad (\text{B.0.50})$$

$$\Gamma_{\nu\bar{\nu}}^{MP} = \frac{2}{3} \frac{G_F M_{Z_0}^3}{\sqrt{2}\pi} \sqrt{1 - 4\eta_\nu^2} \left[ \frac{1}{2} (g_V^2 + g_A^2) + \eta_\nu^2 (g_V^2 - 2g_A^2) \right] \quad (\text{B.0.51})$$

onde,  $\eta_l = \frac{m_l}{m_{Z_0}}$  e  $\eta_\nu = \frac{m_\nu}{m_{Z_0}}$ .

As correntes carregadas(3.20) e neutras(3.21) mediadas pelo bóson de gauge neutro  $Z^1$  que tem papel equivalente no modelo  $\mathbf{331}\nu R$  ao do bóson  $Z^o$  no MP, podem ser escritas na forma  $(V - A)$  como:

$$\mathcal{L}_{\bar{l}l}^{\mathbf{331}\nu R} = \mathcal{N} \frac{g}{2C_W} \bar{l} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) l Z_\mu^1 \quad (\text{B.0.52})$$

com  $\mathcal{N} = (C_\phi - \frac{S_\phi}{\sqrt{3-4S_W^2}})$ ,  $g_V = \frac{1}{2} - 2S_W^2$  e  $g_A = \frac{1}{2}$ .

E a contribuição das duas espécies de neutrinos(esquerdos e direitos), dadas por:

$$\mathcal{L}_{\nu\bar{\nu}}^{\mathbf{331}\nu R} = -\frac{g}{2C_W} \left[ \mathcal{P} \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a + \mathcal{Q} (\bar{\nu}_R^a)^c \gamma^\mu (\nu_R^a)^c \right] Z_\mu^1 \quad (\text{B.0.53})$$

$$\quad (\text{B.0.54})$$

com  $\mathcal{P} = g_V^L = g_A^L = \frac{1}{2}(C_\phi + \frac{1-2S_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}}S_\phi)$  e  $\mathcal{Q} = g_V^R = g_A^R = \frac{1}{2}(-2\frac{C_w^2}{\sqrt{3-4S_w^2}}S_\phi)$ .

Comparando as correntes acima com as correntes padrão, podemos finalmente escrever suas respectivas largura de decaimento.

Decaimento  $Z_1 \rightarrow \bar{l}l$ :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\bar{l}l}^{\mathbf{331}\nu R} &= \frac{G_F M_{Z_1}^3}{6\pi\sqrt{2}} \sqrt{1-4\eta_l^2} \left[ g_V^2 + g_A^2 + 2\eta_l^2 (g_V^2 - 2g_A^2) \right] \mathcal{N}^2; \\ \Gamma_{\bar{l}l}^{\mathbf{331}\nu R} &\simeq \frac{M_Z^3 G_F}{6\sqrt{2}\pi} \left( C_\phi - \frac{1}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - 2S_W^2 \right)^2 + \frac{1}{4} \right],\end{aligned}\quad (\text{B.0.55})$$

com  $\eta_l = \frac{m_l}{M_{Z_1}} \ll 1$ .

Decaimento  $Z_1 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\nu\bar{\nu}} &= \frac{2}{3} \frac{G_F M_{Z_1}^3}{\sqrt{2}\pi} \sqrt{1-4\eta_\nu^2} \left[ \frac{1}{2}(\mathcal{P}^2 + \mathcal{Q}^2) + \eta_\nu^2(\mathcal{P}^2 - 2\mathcal{Q}^2) \right]; \\ \Gamma_{\nu\bar{\nu}}^{\mathbf{331}\nu R} &\simeq \frac{M_Z^3 G_F}{12\sqrt{2}\pi} \left[ \left( C_\phi + \frac{1-2S_W^2}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 + \left( \frac{2C_W^2}{\sqrt{3-4S_W^2}} S_\phi \right)^2 \right],\end{aligned}\quad (\text{B.0.56})$$

com  $\eta_\nu = \frac{m_\nu}{M_{Z_1}} \ll 1$ .

# Apêndice C

## Propriedades Eletromagnéticas dos Neutrinos

### C.0.16 Largura de decaimento

Se um neutrino possui propriedades eletromagnéticas não triviais, transições de momentos de dipolos elétrico e magnético não desaparecem, sendo possível um acoplamento direto com o fóton, representado pelo vértice da fig.3 [4]. Portanto, existe um conjunto [77] de processos importantes para aplicações que devem ser considerados. Tais processos podem realmente ser gerados como efeitos de um loop se os neutrinos possuírem massa e suas misturas forem permitidas. Um desses processos que iremos analisar aqui está representado pelo seguinte canal de decaimento  $\nu_\beta \rightarrow \nu_{\beta'} + \gamma$ , onde os férmions  $f_\beta$  e  $f_{\beta'}$  participantes das interações são neutrinos.

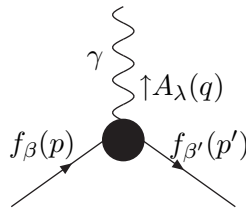


fig.3: interação eletromagnética efetiva entre férmions

Interações desse tipo podem ser sumarizadas por meio de uma lagrangiana efetiva:

$$\mathcal{L}_{Ef} = \bar{\psi} \mathcal{O}_\lambda \psi A^\lambda \equiv j_\lambda(x) A^\lambda(x) \quad (\text{C.0.1})$$

onde a forma de  $j_\lambda$  depende da natureza das partículas, ou seja, se são partículas de Dirac ou Majorana.

Os elementos da matriz  $T$  desse processo são representados por:

$$T = \bar{u}'(p')\Gamma_\lambda u(p)\epsilon^{*\lambda} \quad (\text{C.0.2})$$

onde  $\epsilon^\lambda$  é a polarização do fóton. Embora  $\Gamma_\lambda$  contenha quatro fatores em sua forma mais geral para fótons off-shell, no caso em que os fótons são físicos as condições on-shell( $q^2 = 0$ ) e de gauge de Lorentz ( $\epsilon^\lambda q_\lambda = 0$ ), permitem escrever o  $\Gamma_\lambda$  mais geral possível como:

$$\Gamma_\lambda = [F(q^2) + F_5(q^2)\gamma_5]\sigma_{\lambda\beta}q^\beta \quad (\text{C.0.3})$$

sendo,  $F$  e  $F_5$  fatores invariantes de Lorentz que dependem do modelo, e frequentemente chamadas de transição de momentos de dipolo elétrico e magnético entre os dois neutrinos envolvidos no processo. Caso os neutrinos finais e iniciais sejam partículas de Majorana, e a contribuição da interação desses neutrinos para o decaimento conservam CP, temos duas possibilidades a considerar: (i)-se os estados inicial e final tenham o mesmo auto-estado de CP, temos que  $F = 0$ ; (ii)-caso contrário, isto é, eles sejam autoestados de CP opostos,  $F_5 = 0$ .

Da mesma forma que encontramos uma expressão para a largura de decaimento no apêndice anterior a partir da padrão, podemos proceder da mesma forma para o caso atual. De fato, considerando as correntes padrão para o processo  $\nu_\beta \rightarrow \nu_{\beta'} + \gamma$ , temos [4]:

$$\mathcal{L}_{cc}^{MP} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l \left( \bar{\nu}_l \gamma^\mu L l W_\mu^+ + \bar{l} \gamma^\mu L \nu_l W_\mu^- \right) \quad (\text{C.0.4})$$

E considerando misturas entre os neutrinos, representadas pela matriz unitária de mistura  $U$ , além das propriedades de um campo conjugado(B.0.3) e de uma partícula de Majorana ( $\nu^c = \lambda^* \nu$ ), podemos rescrevê-la como:

$$\mathcal{L}_{cc}^{MP} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{l,\beta} \bar{\nu}_\beta \gamma^\mu \left( U_{l\beta}^* L l W_\mu^+ - \lambda_\beta U_{l\beta} R l^c W_\mu^- \right). \quad (\text{C.0.5})$$

Com isso em mãos pode-se mostrar que [4]:

$$\Gamma^{MP} = \frac{\alpha G_F^2}{64\pi^4} \left( \frac{m_\beta^2 - m_{\beta'}^2}{m_\beta} \right)^3 (m_\beta \pm m_{\beta'})^2 \left| \sum_l U_{l\beta} U_{l\beta'}^* f(r_l) \right|^2 \quad (\text{C.0.6})$$

Para o nosso modelo a lagrangiana equivalente para esse processo é a seguinte:

$$\mathcal{L}^{\mathbf{331}\nu R} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l \left[ \overline{(\nu_{lR})^c} \gamma^\mu L l V_\mu^+ + \bar{l} \gamma^\mu L (\nu_{lR})^c V_\mu^- \right]. \quad (\text{C.0.7})$$

Considerando as misturas entre neutrinos, representadas abaixo por:

$$\begin{aligned} \nu_\beta &= \sum_\beta U_{l\beta} \nu_\beta \\ \bar{\nu}_\beta &= \sum_\beta \bar{\nu}_\beta U_{l\beta}^*. \end{aligned} \quad (\text{C.0.8})$$

Obtemos:

$$\mathcal{L}^{\mathbf{331}\nu R} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{l,\beta} \left[ \overline{(\nu_{\beta R})^c} \gamma^\mu U_{l\beta}^* L l V_\mu^+ + \bar{l} \gamma^\mu U_{l\beta} L (\nu_{\beta R})^c V_\mu^- \right]. \quad (\text{C.0.9})$$

Os termos entre colchetes podem se transformar como:

$$\overline{(\nu_{lR})^c} \gamma^\mu L l = \lambda \bar{l} \gamma^\mu L l \quad (\text{C.0.10})$$

$$\bar{l} \gamma^\mu L (\nu_{lR})^c = -\bar{l} \gamma^\mu R l^c \quad (\text{C.0.11})$$

permitindo rescrever(C.0.9) como:

$$\mathcal{L}^{\mathbf{331}\nu R} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{l,\beta} \bar{\nu}_\beta \gamma^\mu \left[ \lambda_\beta U_{l\beta}^* L l V_\mu^+ - U_{l\beta} R l^c V_\mu^- \right] \quad (\text{C.0.12})$$

Observemos que a expressão acima tem a mesma forma funcional que(C.0.5). De fato, basta fazer a seguinte substituição na expressão(C.0.5) para recuperá-la:

$$W^\pm \longrightarrow V^\pm \quad (\text{C.0.13})$$

$$U_{l\beta} \longrightarrow \lambda_\beta^* U_{l\beta}; \quad (|\lambda_\beta|^2 = 1). \quad (\text{C.0.14})$$

Com essas considerações podemos finalmente escrever nossa expressão para a largura de decaimento, tomando como referência a expressão padrão(C.0.6):

$$\Gamma^{\mathbf{331}\nu R} = \frac{\alpha G_F^2}{64\pi^4} \left( \frac{m_W}{m_B} \right)^4 \left( \frac{m_\beta^2 - m_{\beta'}^2}{m_\beta} \right)^3 (m_\beta \pm m_{\beta'})^2 \left| \sum_l U_{l\beta} U_{l\beta'}^* f(r_l) \right|^2. \quad (\text{C.0.15})$$

A função  $f(r_l) \approx -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}r_l + \mathcal{O}(r_l^2)$  tem como argumento  $r_l = \left(\frac{m_l}{m_B}\right)^2$ , sendo  $m_l$  a  $l$ -ésima massa dos léptons carregados e  $m_B$  a massa do bóson mediador das interações, enquanto,  $\alpha$  é a constante de estrutura fina.

Observemos que a única diferença funcional entre as expressões (C.0.6) e (C.0.15) está no fator multiplicativo  $\left(\frac{m_W}{m_B}\right)^4$ , que depende do modelo adotado. No caso particular do MP em que  $m_B$  coincide com  $m_W$  seu valor é igual a 1. Fisicamente esse fator multiplicativo representa um aumento na vida útil da partícula. Quanto ao sinal  $\pm$  em  $(m_\beta \pm m_{\beta'})^2$ , está relacionado a violação ou conservação de CP entre os estados finais e iniciais, como foi explorado anteriormente.

No limite em que  $m_{\beta'}/m_\beta < 1$ , que representa o decaimento de um neutrino pesado em um leve, podemos finalmente obter:

$$\Gamma^{\mathbf{331}\nu R} \approx \frac{\alpha G_F^2}{64\pi^4} \left(\frac{m_W}{m_B}\right)^4 m_\beta^5 \left| \sum_l U_{l\beta} U_{l\beta'}^* f(r_l) \right|^2 \quad (\text{C.0.16})$$

### C.0.17 Matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata

A parametrização da matriz de mistura dos neutrinos no setor leptônico, que equivalente a do setor hadrônico para os quarks, é dada abaixo:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & e^{i\delta} S_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta} S_{13} & 0 & C_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.0.17})$$

onde, os ângulos das misturas  $\theta_{23}$ ,  $\theta_{13}$  e  $\theta_{12}$ , podem respectivamente ser associados convenientemente aos neutrinos provenientes da atmosfera, reatores e do sol. A fase  $\delta$  está associada à violação de CP neste setor.

### C.0.18 Matrizes dos geradores do $SU(3)$

As matrizes geradora do grupo  $SU(3)$  conhecidas como as matrizes de Gell-Mann, são representadas na forma matricial como:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\
 \\
 \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \\
 \\
 \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= 1/\sqrt{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{C.0.18}$$

# Bibliografia

- [1] W. Noel Cottingham, Derek A. Greenwood, An Introduction to the Standard Model of Particle Physics (W. N. Cottingham and D. A. Greenwood 2007)
- [2] Walter Greiner, Berndt Müller, Gauge Theory of Weak Interactions (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2000, 2000 Printed in Germany).
- [3] Paul Langacker, arXiv: 0901.0241v1 [hep-ph].
- [4] Rabindra N. Mohapatra, Palash B. Pal, Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2004).
- [5] B. Kayser, Phys. Lett. B **667**, 1 (2008).
- [6] Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46**, 410 (1992); P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889 (1992).
- [7] Hoang Ngoc Long, Takeo Inami, Phys. Rev. D **61**, 075002 (2000).
- [8] C.A de S. Pires, O.P. Ravinez, Phys.Rev. D **58** 035008 (1998); Phys.Rev. D **58** 35008 (1998).
- [9] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46**, 410, (1992); P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889, (1992); R. Foot, O. F. Hernandez, F. Pisano, and V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 4158, (1993).
- [10] V. Pleitez and M. D. Tonasse, Phys. Rev. D **48**, 2353 (1993).
- [11] J. C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 2918 (1993); R. Foot, H. N. Long and T. A. Tran, Phys. Rev. D **50**, R34 (1994); H. N. Long, Phys. Rev. D **53**, 437 (1996).
- [12] A. G. Dias, J. C. Montero, V. Pleitez, Phys. Rev. D **73**, 113004 (2006).

- 
- [13] PIRES, C. A. de S. ; SILVA, P S Rodrigues da . Spontaneous breaking of the lepton number and invisible majoron in a 3-3-1 model. Eur. Phys. J. C, v. 36, p. 397-403, (2004).
- [14] Palash B. Pal. Phys. Rev D **52**, 1659-1662 (1995).
- [15] A.G. Dias, C. A. de S. Pires, P. S. Rodrigues, Phys. Lett. B **628**, 85 (2005).
- [16] D. Cogollo, H. Diniz, C. A. de S. Pires, P. S. Rodrigues da Silva, Eur. Phys. J. C **58**: 455-461, (2008).
- [17] R.D. Peccei, H.R. Quinn, Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
- [18] S. Weinberg, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 - 226 (1978).
- [19] Alex G. Dias, C. A. de S. Pires, P. S. Rodrigues da Silva, Phys. Rev. D **68**, 115009, (2003).
- [20] C. A. de S. Pires, P. S. Rodrigues, Eur. Phys. J. C **36**: 397-403, (2004).
- [21] W.al M. Yao *et al.* (Particle data group), Journal of Physics G **33**, 1 (2006).
- [22] Particle Data Group.
- [23] M. Maya, O. G. Miranda, Z. Phys C **68**, 481 (1995).
- [24] A. Gutierrez-Rodriguez, M. A. Hernandez-Ruiz, M. A. Perez, F. Perez-Vargas, arXiv: 0702.076v3 [hep-ph].
- [25] The MiniBooNE Collab. (A. A. Aguilar-Arevalo et al.), Phys. Rev. Lett. **98**, 231801 (2007).
- [26] LSND Collab. (C. Athanassopoulos et al.) Phys. Rev. Lett. **75**, 2650 (1995).
- [27] LSND Collab. (C. Athanassopoulos et al.) Phys. Rev. Lett. **77**, 17 (1994).
- [28] S. Dodelson and L. M. Widrow, Phys. Rev. Lett. **72**, 17 (1994).
- [29] M. Viel, J. Lesgourgues, M. G. Haehnelt, S. Matarrese and A. Riotto, Phys. Rev. Lett. **97**, 071301 (2006).
- [30] H. N. Long and L. P. Trung, Phys. Lett. B **502**, 63 (2001).
- [31] A. Carcamo, R. Martinez and F. Ochoa Phys. Rev. D **73**, 035007 (2006).

- [32] R. Foot, H. N. Long and Tuan A. Tran, *Phys. Rev. D* **50**, R43 (1994).
- [33] G. B. Gelmini and M. Roncadelli, *Phys Lett B* **99** 411 (1981).
- [34] R.N. Mohapatra et al., *Rept. Prog. Phys.* **70**, 1757 (2007); M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, *Phys. Rept.* 460, 1 (2008).
- [35] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, M. Shaposhnikov, arXiv: 0901.0011v2 [hep-ph].
- [36] P. Bode, J.P. Ostriker, N. Turok, *Astrophys. J.* 556 (93) (2001);  
V. Avila-Reese, P. Colin, O. Valenzuela, E. D'Onghia, C. Firmani, *Astrophys. J.* 559 516 (2001).
- [37] X.-D. Shi, G.M. Fuller, *Phys. Rev. Lett.* **82** 2832 (1999).
- [38] K. Enqvist, K. Kainulainen, J. Maalampi, *Phys. Lett. B* **249** 531 (1990).
- [39] N. Okada, O. Yasuda, *Int. J. Mod. Phys. A* **12** 3669 (1997).
- [40] H. Nunokawa, J.T. Peltoniemi, A. Rossi, J.W.F. Valle, *Phys. Rev. D* **56** 1704 (1997).
- [41] S.M. Bilenky, C. Giunti, W. Grimus, T. Schwetz, *Astropart. Phys.* **11** 413 (1999).
- [42] S.H. Hansen, J. Lesgourgues, S. Pastor, J. Silk, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 333 (2002) 544.
- [43] K.N. Abazajian, *Astropart. Phys.* **19** 303 (2003).
- [44] A. Pierce, H. Murayama, *Phys. Lett. B* **581** 218 (2004).
- [45] U. Seljak, A. Makarov, P. McDonald, *Phys. Rev. Lett.* **97** 191303 (2006).
- [46] M. Viel, J. Lesgourgues, M.G. Haehnelt, S. Matarrese, A. Riotto, *Phys. Rev. Lett.* **97** 071301 (2006).
- [47] D. Gorbunov, A. Khmelnskiy, V. Rubakov, *JCAP* **0810** 041 (2008).
- [48] A. Boyarsky, J. Lesgourgues, O. Ruchayskiy, M. Viel, arXiv: 0812.3256v1 [hep-ph].
- [49] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, D. Iakubovskiy, *JCAP* 0903 005 (2009).
- [50] KeV sterile neutrino as warm dark matter candidate was first proposed by S. Dodelson, L.M. Widrow, *Phys. Rev. Lett.* **72** 17 (1994).

- [51] K. Abazajian, G.M. Fuller, M. Patel, *Phys. Rev. D* **64** 023501 (2001).
- [52] K. Abazajian, G.M. Fuller, W.H. Tucker, *Astrophys. J.* 562 593 (2001).
- [53] A.D. Dolgov, S.H. Hansen, *Astropart. Phys.* **16** (2002) 339.] G.R. Dvali, Y. Nir, *JHEP* 9810 014 (1998);
- [54] A. Boyarsky, D. Iakubovskiy, O. Ruchayskiy, V. Savchenko, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 387 1361 (2008).
- [55] U. Sarkar, *Phys. Rev. D* **59** 031301 (1999).
- [56] R.N. Mohapatra, *Phys. Rev. D* **64** 091301 (2001);
- [57] A. Ioannisian, J.W.F. Valle, *Phys. Rev. D* **63** 073002 (2001);
- [58] K.S. Babu, G. Seidl, *Phys. Rev. D* **70** 113014 (2004);
- [59] A.G. Dias, C.A. de S. Pires, P.S. Rodrigues da Silva, *Phys. Lett. B* **628** 85 (2005);
- [60] T. Asaka, M. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B* **620** 17 (2005);
- [61] T. Asaka, S. Blanchet, M. Shaposhnikov, *Phys. Lett. B* **631** 151 (2005);
- [62] D.N. Dinh, N.A. Ky, N.T. Van, P.Q. Van, *Phys. Rev. D* **74** 077701 (2006).
- [63] C. A. de Pires, arXiv: 0509.152 [hep-ph].
- [64] S. Dodelson, L. M. Widrow, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 17 (1994).
- [65] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (19730; N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 1802 (1984)).
- [66] **MINOS** Collaboration, P. Adamson et. al., Measurement of Neutrino Oscillations with the MINOS Detectors in the NuMI Beam, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 131802 [0806.2237].
- [67] **KamLAND** Collaboration, S. Abe et. al., Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 221803 [0801.4589].
- [68] T. asaka, M. Laine and M. Shaposhniskov, *JHEP* 0701, 091 (2007).
- [69] J. J. Dalcanton and C. J. Hogan, *Astrophys. J.* **581**, 35 (2001).

- [70] D. N. Spiegel et al[WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **48**, 175 (2003).
- [71] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, M. Shaposhnikov, arXiv: 0901.0011v2 [hep-ph].
- [72] P. Bode, J.P. Ostriker, N. Turok, *Astrophys. J.* **556** (93) (2001);  
V. Avila-Reese, P. Colin, O. Valenzuela, E. D’Onghia, C. Firmani, *Astrophys. J.* **559** (2001) 516.
- [73] KeV sterile neutrino as warm dark matter candidate was first proposed by S. Dodelson, L.M. Widrow, *Phys. Rev. Lett.* **72** 17 (1994).
- [74] S. Khalil, O. Seto, *JCAP* **0810**, 024 (2008).
- [75] A. Kusenko, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 241301 (2006);  
K. Petraki, A. Kusenko (UCLA), *Phys. Rev. D* **77**, 065014 (2008).
- [76] Palash B. Pal and Lincoln Wolfenstein, *Phys. Rev. D* **25**, 766 - 773 (1982).
- [77] Carlo Giunti, Alexander Studenikin, Neutrino electromagnetic properties, arXiv: 0812.3646v3 [hep-ph].
- [78] David O. Caldwell, *Current aspects of neutrino physics*(Springer).
- [79] H. V. Klapdor-Kleingrothaus, Richard Arnowitt, *Dark matter in astro and particle physics*(Springer).
- [80] Sally Dawson, World Scientific Publishing Limited, *Colliders and Neutrinos: The Window Into Physics Beyond the Standard Model*(World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd).
- [81] Kevork N. Abazajian, Detection of Dark Matter Decay in the X-ray, arXiv: 0903.2040v1 [astro-ph.CO].
- [82] Walter Greiner, Berndt Müller, *Quantum Mechanics Symmetries*(Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989, 1994 Printed in Germany).