

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

TESE DE DOUTORADO

MODELO 3-4-1 REDUZIDO

Paulo Rogério Dias Pinheiro

ORIENTADOR: PAULO SÉRGIO RODRIGUES DA SILVA

JOÃO PESSOA

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

MODELO 3-4-1 REDUZIDO

Tese realizada sob orientação do
Prof. Dr. Paulo Sérgio Ro-
drigues da Silva, apresentada ao
Departamento de Física, em com-
plementação aos requisitos para
obtenção do título de Doutor em
Física.

PAULO ROGÉRIO DIAS PINHEIRO

P654m Pinheiro, Paulo Rogério Dias.
Modelo 3-4-1 reduzido / Paulo Rogério Dias Pinheiro.--
João Pessoa, 2013.
128f.
Orientador: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
Tese (Doutorado) – UFPB/CCEN
1. Física. 2. Modelo de gauge. 3. Espectro escalar.
4. Operadores efetivos. 5. Fenomenologia.

UFPB/BC

CDU: 53(043)

Aos meus pais

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Paulo Sérgio que me orientou com segurança nessa jornada de quatro anos e pela sua paciência divergentemente infinita para comigo;
- Ao Prof. Carlos Pires pelo entusiasmo sempre presente e pelo conselho dado para abrir o arXiv nosso de todo dia antes e depois de dormir;
- Ao Prof. Alex Dias pela sua ajuda essencial na construção deste trabalho;
- Aos Profs. Manoel Messias e Rodolfo Casana pela assistência e amizade fundamentais na minha carreira acadêmica;
- Ao Grupo de Cosmologia e Física de Partículas da UFPB;
- Às reuniões do Journal Club e as discussões com os membros do grupo;
- A Jonai Dias, minha amiga e companheira nesses quatro anos;
- Aos meus amigos Eduardo da Hora e Natanael Castro;
- Aos amigos e companheiros de sempre da pós-graduação, principalmente: Herondy Mota, Luís Paulo Machado, Eduardo Bragança, Felipe Ferreira, Lúcio Fábio, Gis-laine Varão, Alex de Albuquerque, Jilvan Lemos, Antônio Carlos e Itallo Costa;
- A Farinaldo Queiroz, o “cara” da matéria escura;
- Aos “particuleiros” José Geilson, Adriano Sampieri (parceiros supersimétricos) e Wellington Caetano (WC);
- Ao seu Mariano, botafoguense nato, pelas xícaras de café ininterruptas;
- A todos os anarquistas de ontem, hoje e amanhã; A Julian Assange, Edward Snowden e Bradley Manning que sonham por um mundo melhor;
- A todos os funcionários da PPGF-PB, isto é, Danilo Menezes;
- À Capes e ao povo brasileiro que contribuiu a partir dos inúmeros impostos pelo financiamento do meu Doutorado.

*"Eu, filho do carbono e do amoníaco,
Monstro de escuridão e rutilância,
Sofro, desde a epigênese da infância,
A influência má dos signos do zodíaco"*

(Augusto dos Anjos - Poeta Paraibano)

Resumo

Construímos um modelo de gauge baseado na simetria $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$, no qual o espectro escalar necessário para gerar as massas dos bósons de gauge e dos férmions é reduzido para um conteúdo menor do que geralmente empregado na literatura. A fim de garantir que tal redução é autoconsistente, primeiramente mostramos que o modelo possui um polo de Landau na escala de poucos TeV. De fato, a redução do espectro escalar é possível porque as massas dos férmions que não advêm das interações de Yukawa podem ser geradas adequadamente por operadores efetivos, suprimidos por uma escala de poucos TeV em vez de uma escala de altas energias (como de Planck ou de Teorias de Grande Unificação usuais). Desta forma, somos capazes de manter apenas três quadrupletos de escalares afora os quatro quadrupletos originais e um decuplo, que é o número correto para engendrar a quebra espontânea de simetria do modelo para o modelo padrão eletrofraco e, posteriormente, para o grupo de gauge $U(1)_{QED}$. Este espectro reduzido permite uma estrutura mais simples quando a fenomenologia de tal modelo for desenvolvida.

Palavras-Chave: Modelo de gauge, Espectro escalar, Operadores efetivos, Fenomenologia.

Abstract

We build a gauge model based on the $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ symmetry where the scalar spectrum needed to generate gauge boson and fermion masses is reduced to a lesser content than usually assumed in literature. In order to guarantee that such a reduction is self-consistent, we first show that the model possesses a Landau pole at the scale of few TeV. In fact, the scalar spectrum reduction is possible because the fermion masses that do not come from Yukawa interactions, can be suitably generated by effective operators, suppressed by a few TeV scale instead of a too high energy scale (like Planck or usual grand unified theories scale). In this way we are able to keep only three scalar quartets out of the original four quartets and a decouplet, which are in the right amount to engender the spontaneous symmetry breaking of the model to the electroweak standard model and subsequently to the $U(1)_{QED}$ gauge group. This reduced spectrum enables a simpler framework when developing the phenomenology of such model.

Keywords: Gauge model, Scalar Spectrum, Effective operators, Fenomenology.

Lista de Figuras

5.1	Evolução da constante de acoplamento α_X para energias maiores que μ_{341} considerando o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1 _R . Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.	75
5.2	Evolução da constante de acoplamento α_X para energias maiores que μ_{341} desconsiderando os quarks exóticos J_1 , J'_2 e J'_3 do modelo 3-4-1 _R . Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.	76
5.3	Evolução do seno do ângulo de mistura eletrofraco para energias maiores que μ_{341} considerando o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1 _R . Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.	77
5.4	Evolução do seno do ângulo de mistura eletrofraco para energias maiores que μ_{341} desconsiderando os quarks exóticos J_1 , J'_2 e J'_3 do modelo 3-4-1 _R . Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.	78
C.1	Diagramas em nível de um laço que serão considerados no cálculo da função beta. Omitimos os índices tensoriais e de grupo.	105

Lista de Tabelas

5.1	Tabela com os valores de μ_{331} , $\alpha_X(\mu_{341})$, M' , Λ_{331} e $M_{Z''}$ em TeV, com $\mu_{341} = 1$ TeV. Os valores entre parêntesis indicam quando desconsideramos os quarks exóticos.	73
5.2	Tabela com os valores de μ_{331} , $\alpha_{\mu_{341}}$, M' , Λ_{331} e $M_{Z''}$ em TeV, com $\mu_{341} = 2$ TeV. Os valores entre parêntesis indicam quando desconsideramos os quarks exóticos.	74

Sumário

1	Introdução	1
2	Modelos de Extensão do Setor Eletrofraco	11
2.1	Prelúdio: Modelos 3-3-1 e 3-4-1	11
2.2	O Modelo 3-3-1 Mínimo Reduzido	12
2.2.1	Setor dos Férmions	13
2.2.2	Setor Escalar	14
2.2.3	Potencial Escalar	15
2.2.4	Espectro de Massa dos Escalares	15
2.2.5	Setor de Gauge	17
2.2.6	Espectro de Massa dos Bósons de Gauge	18
2.2.7	Massa dos Férmions e o Decaimento do Próton	20
2.3	Modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez	22
2.3.1	Operador Carga Elétrica	23
2.3.2	Conteúdo Fermiônico	23
2.3.3	Conteúdo Escalar	24
2.3.4	Lagrangiana de Yukawa	25
2.3.5	Setor dos Bósons de Gauge	26
2.3.6	Considerações Finais	29
3	Modelo 3-4-1 Reduzido	30
3.1	A Estrutura Teórica do Modelo 3-4-1 _R	30
3.2	Conteúdo de representação	32
3.2.1	Representação Fermiônica	32
3.2.2	Cancelamento de Anomalias Quirais	33

3.2.3	Representação dos Escalares	35
3.3	Lagrangiana do Modelo 3-4-1 _R	36
3.3.1	Setor dos Férmions	36
3.3.2	Setor de Gauge	37
3.3.3	Setor de Yukawa	39
3.3.4	Setor dos Escalares	39
3.4	Quantização da Carga Elétrica	40
3.5	Modelo 3-4-1 Mínimo	43
3.6	Considerações Finais	44
4	A Quebra da Simetria 3-4-1	46
4.1	Quebra Espontânea de Simetria	46
4.1.1	Quebra de Simetria no Setor de Matéria e dos Escalares	48
4.1.2	Espectro de Massas dos Bósons de Gauge	51
4.1.3	Quebra de Simetria 3-4-1 para 3-3-1	51
4.1.4	Quebra de Simetria 3-3-1 para 3-2-1	52
4.1.5	Quebra de Simetria 3-2-1 para 3-1	53
4.2	Mistura entre Z , Z' e Z''	55
4.3	Quebra de Simetria do Modelo 3-4-1 Mínimo	59
4.4	Considerações Finais	60
5	Análise Perturbativa do Modelo 3-4-1_R	61
5.1	O Problema do Polo de Landau	61
5.2	As Equações do Grupo de Renormalização	64
5.3	Limite Perturbativo	66
5.4	Limite Perturbativo do Modelo 3-3-1 _{RHN}	69
5.5	Limite Perturbativo do Modelo 3-4-1 _R	71
5.6	Discussão	76
5.7	Considerações Finais	79
6	Massa dos Férmions e o Decaimento do Próton	80
6.1	Simetria Discreta Z_3	80
6.2	Teorias Efetivas e Operadores Efetivos	82

6.3	Massa dos Férmons	84
6.4	Decaimento do Próton	87
6.5	Considerações Finais	89
7	Conclusão e Perspectivas	90
A	Matrizes de Gell-Mann $SU(4)$	94
B	Espectro de Massa dos Escalares	95
C	Background Field Method	99
C.1	Formulação em Teorias de Gauge	99
C.2	Fatores de Renormalização	103
C.3	Função Beta de Teorias de Gauge	103
	Referências	109

Capítulo 1

Introdução

*“We shall not cease from exploration
And the end of all our exploring
Will be to arrive where we started
And know the place for the first time”*
(T. S. Eliot - Little Gidding)

O Modelo Padrão das interações fortes e eletrofracas (MP) - baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ - apresenta uma extraordinária concordância experimental com relação a vários fenômenos em física de partículas [1]. A evidência do bóson de Higgs pelos experimentos ATLAS [2] e CMS [3] do LHC (Large Hadron Collider) pode vir a selar de vez o MP como um modelo preciso do ponto de vista fenomenológico, dando conta dos eventos com energias abaixo de 1 TeV [4]. Entretanto, a busca por uma física além do MP se faz necessária ante questões inquietantes, para os quais o mesmo não vislumbra respostas satisfatórias. De fato, as questões não respondidas pelo MP demandam a construção de novos modelos que tem por objetivo contornar as deficiências do MP em suprir com respostas lúcidas aos mistérios do mundo microscópico.

Algumas questões inquietantes que, inquestionavelmente, o MP não lança luz são: por que há a assimetria entre matéria e antimatéria no Universo; por que existem três famílias tanto de léptons quanto de quarks; por que a carga elétrica é quantizada; por que a violação CP é tão pequena nas interações fortes; entre outras que abordaremos nos parágrafos abaixo [5]. Concomitante às expectativas em relação à confirmação peremptória do bóson de Higgs pelo LHC, a construção de modelos em

física de partículas, que buscam soluções para essas questões, tem contribuído sistematicamente para a compreensão dos fenômenos relacionados aos elementos ínfimos da Natureza [6].

Sem dúvida, o problema da assimetria matéria-antimatéria no Universo tem atraído a atenção dos físicos de partículas, que procuram entender por que o Universo é constituído majoritariamente de matéria. A busca por uma resposta sobre essa questão poderá trazer um possível entendimento mais amplo acerca do Universo primordial. A bariogênese e a leptogênese preocupam-se em dar uma resposta satisfatória sobre a assimetria entre partículas e antipartículas observada no Universo atual [8]. É tácito que nem a cosmologia do Big Bang nem o MP conseguem explicar o valor da assimetria bariônica observada [9]. Trocando em miúdos, o fato é que se faz necessário ir além do MP para buscar novas fontes de violação CP, satisfazendo assim uma das condições de Sakharov para a bariogênese.

Ao que se refere à replicação de famílias fermiônicas, o MP não tem suporte para responder o porquê do número de famílias de léptons e quarks ser igual a três, com cada família apresentando características idênticas às outras e com o padrão crescente de massa das partículas da primeira para a terceira família [10]. De fato, o cancelamento de anomalias quirais no MP ocorre família a família, sem o impedimento de que tenha mais de três famílias. Há vínculos rigorosos sobre a existência de uma quarta família de quarks e estimativas para as massas e matriz de mistura dos novos quarks [11]. Alguns modelos de extensão do grupo de gauge eletrofraco, como os modelos 3-3-1 e 3-4-1 (veja abaixo), resolvem o problema da replicação de famílias de uma forma bastante satisfatória e elegante.

Outro problema fundamental é a quantização da carga elétrica, que foi tratada pela primeira vez por Dirac, levando em conta a existência de monopolos magnéticos. Fato é que o MP não explica o motivo dos valores das cargas elétricas das partículas serem múltiplos da carga do elétron, quando considera-se as três famílias em conjunto [12]. Dentro das Teorias de Grande Unificação (GUT - Grand Unified Theories) [13], há uma explicação para o porquê das cargas elétricas serem quantizadas: deve-se ao fato que os léptons e quarks estarem acomodados em um mesmo multiplete. Contudo, as GUT ainda não foram confirmadas experimentalmente até o momento. A busca de uma explicação premente para a quantização da carga elétrica poderá dar informações

valiosas sobre a natureza das partículas elementares.

Também fundamental, o problema de CP forte refere-se ao fato do porquê a violação da simetria CP (Conjugação de Carga e Paridade) é tão pequena nas interações fortes [14]. Este é o chamado problema do parâmetro θ da Cromodinâmica Quântica (QCD - Quantum Chromodynamics), cujo parâmetro é introduzido na ação devido à natureza não trivial do vácuo, permitindo a presença de interações efetivas que violam a simetria CP. A introdução do parâmetro θ tem implicações profundas no momento de dipolo elétrico do nêutron, pois origina contribuições significativas ao seu valor. Uma solução elegante foi sugerida por H. Quinn e R. Peccei, no trabalho da referência [15], a partir da introdução de uma simetria global, que é quebrada espontaneamente gerando um pseudobóson de Nambu-Goldstone denominado de áxion, cuja dinâmica leva exatamente o parâmetro θ a um valor nulo. Foram apresentados novos vínculos sobre os acoplamentos dos áxions pelo experimento EDELWEISS-II, de modo que os dados combinados excluem os áxions do tipo DFSZ no intervalo de massa ($0,91 \text{ eV} < m_A < 80 \text{ keV}$) e os áxions KSVZ em $5,73 \text{ eV} < m_A < 40 \text{ keV}$ [16].

Com certeza, o momento magnético anômalo do múon (MMAM), $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$, representa uma janela para a física além do MP e nos últimos anos tem se caracterizado pelos valores experimentais mais precisos [17]. Mesmo não sendo, com efeito, medido tão precisamente quanto o momento anômalo do elétron, o MMAM desponta como um caminho rumo à nova física na escala dos TeV, devido ao fato que a massa do múon (m_μ) contribui para os efeitos radiativos mais do que a massa do elétron (m_e), em virtude que $m_\mu > m_e$. De fato, o MP não explica o valor do MMAM com precisão, necessitando de novas contribuições de partículas nos “loops”. Em anos recentes, os experimentos do BNL (Brookhaven National Laboratory) devotou esforço para extrair valores mais apurados para o MMAM [18] e agora a missão ficou para o FERMILAB na colaboração *Muon $g - 2$* (veja [19]). Com dados mais refinados, modelos de extensão do MP tentam indicar novas partículas, que possam contribuir para o valor do MMAM.

Nos últimos anos, observou-se a aproximação da física de partículas com a cosmologia, como resultado surgiu uma sub-área estimulante e ativa chamada de Cosmologia de Partículas [20], que trata, por exemplo, de questões concernentes às partículas constituintes da matéria escura e da abundância dos neutrinos no Universo. O primeiro sinal para a existência da matéria escura foi dado pelo astrônomo Fritz Zwicky, ao analisar

como as galáxias em aglomerados se comportavam [21]. Ao tentar calcular a velocidade das galáxias no aglomerado de Coma, Zwicky observou que a massa total era maior do que a inferida pelas equações clássicas de Newton. Face a esta evidência, conjecturou que haveria uma forma de matéria invisível (pouco interagente) e que manifesta-se a partir de efeitos gravitacionais. Na década de 1970, a hipótese da existência da matéria escura ganhou *status* na comunidade científica com o trabalho da astrônoma estadunidense Vera Rubin e colaboradores, ao realizarem observações nas estrelas em órbita na periferia da galáxia de Andrômeda [22]. Os dados do satélite Planck indicam que a matéria escura contribui com um total de 26,8% na constituição do Universo, enquanto a matéria bariônica com apenas 4,9% e a energia escura com 68,3%. Na atualidade, o problema da matéria escura é um dos enigmas da física e o MP não tem um candidato à partícula constituinte (ou partículas) dessa matéria exótica que povoa nosso Universo. Muitos modelos de física de partículas como, por exemplo, modelos supersimétricos e modelos 3-3-1 [23] tentam lançar alguma luz sobre os eventuais constituintes da matéria escura e espera-se que em breve tenhamos em mãos uma resposta elucidativa para essa questão atual.

Igualmente relevante, os experimentos envolvendo neutrinos atmosféricos, solares e de reatores nucleares indicam enfaticamente que os neutrinos apresentam pequenas massas, na medida em que esses experimentos sugerem que os autoestados de sabor são superposições não triviais dos autoestados de massa, fornecendo a evidência que os neutrinos oscilam de um sabor para outro [24]. Sabemos que os neutrinos não têm massas no MP e tal indicação de pequenas massas para os neutrinos é um sinal de física além do MP, de modo que modelos de física de partículas precisam propor mecanismos de geração de massa para essas partículas neutras e fracamente interagentes que desempenham um papel importante na cosmologia e na astrofísica de partículas. Em paralelo aos indícios de massa dos neutrinos, a natureza dessas partículas quanto a serem partículas de Dirac ou de Majorana tem incutido debates fervorosos, que somente poderão ser amenizados pelos testes experimentais como, por exemplo, do decaimento beta duplo sem neutrinos ($2\nu\beta\beta$) [26] e pelas buscas que visam indicações de massa absoluta para os neutrinos ativos. Esses testes darão a possibilidade de um veredicto sobre a verdadeira natureza dos neutrinos. Recentemente, o experimento GERDA anunciou que nenhum sinal do $2\nu\beta\beta$ [25] foi detectado.

É pertinente e incômodo no MP, o fato da massa do bóson de Higgs receber contribuições radiativas, que aumentam demasiadamente sua massa, e da necessidade de um ajuste fino não natural [27]. Este é o chamado problema de hierarquia da massa do Higgs. Especificamente, as contribuições radiativas por partículas virtuais, principalmente do quark top, afetam a massa do bóson de Higgs, visto que não é protegido por nenhum tipo de simetria. No caso do elétron, existe a simetria quiral que o protege contra correções radiativas danosas à sua massa. Vários modelos tentam resolver o problema da hierarquia do Higgs com destaque para modelos supersimétricos [28], Little Higgs [29], Technicolor [30] e modelos de dimensões extras [31]. Também relevante é o problema da *Naturalidade* que atesta que os parâmetros em física devem ser aproximadamente igual a um, para evitar o uso de um ajuste fino não natural. Com efeito, o problema da hierarquia e da naturalidade estão mais relacionados com a “estética” do que com a consistência teórica de um modelo.

A hierarquia, observada no MP, relativa às massas dos léptons carregados e dos quarks nos conduz à questão: por que há uma grande diferença entre a massa do elétron ($m_e \approx 0.5$ MeV) e do quark top ($m_t \approx 173$ GeV), se ambas as partículas adquirem massas proporcionais ao valor esperado do vácuo (VEV) do campo de Higgs? [32] O problema da hierarquia da massa dos férmions está atrelado ao mecanismo de geração de massa a partir da quebra espontânea da simetria eletrofraca e, conseqüentemente, envolve o mecanismo de Higgs [33]. Apenas o quark top necessita, dentro do MP, de um ajuste de aproximadamente igual a um, ao passo que as outras partículas do modelo precisam de um ajuste mais rigoroso para compatibilizar-se com os valores experimentais das massas das partículas.

Embora o MP descreva as massas e misturas dos férmions (excetuando-se os neutrinos), não existe uma explicação sólida para os valores das massas dessas partículas e para os valores tomados pelas constantes de acoplamento de Yukawa [5]. Este é o chamado problema do sabor. A necessidade de ajustar os acoplamentos por meio dos experimentos para obter os padrões observados de massas enfraquece o MP. Não podemos nos esquivar da questão: a constante de acoplamento do elétron é aproximadamente igual a 10^{-6} , enquanto do quark top é aproximadamente um. Por que essa discrepância entre os valores dos acoplamentos de Yukawa? Entender esta questão profunda é premente na busca por uma teoria mais fundamental na escala de energias mais

altas.

Bastante em voga, a estabilidade do vácuo do campo de Higgs depende crucialmente da positividade do acoplamento quártico ($\lambda\phi^4$), que varia conforme a escala de energia [34]. Com a massa do bóson de Higgs em 125 ± 1 GeV, o vácuo é instável devido ao fato que λ torna-se negativo em altas energias [35]. Este fato tem consequências cosmológicas profundas a tal ponto do nosso Universo entrar em uma fase catastrófica. No entanto, para uma análise mais confiável da estabilidade do vácuo, um valor mais preciso para a massa do quark top é requerido. Do contrário, especulações acerca do destino do Universo irão continuar na comunidade científica e sobre a física que surgirá na escala dos TeV.

Apesar do incrível sucesso do MP nas previsões teóricas, principalmente acerca das correntes neutras e das massas dos bósons de gauge eletrofracos W^+ , W^- e Z^0 , é indubitável que o MP não seja uma teoria fundamental diante de tantas questões em aberto discutidas acima [36]. Contudo, é inegável a função do MP na física da escala dos GeV, confirmada pelos experimentos de alta precisão. Vale frisar, assim, que o MP (como uma teoria efetiva) tem que ser recuperado em baixas energias quando da extensão de seu conteúdo de partículas. No âmbito das extensões do MP, há uma plethora de modelos que resolvem alguns problemas apresentados pelo MP como: modelos supersimétricos, de dimensão extra, little Higgs, Technicolor, etc. Além desses, os modelos de extensão do grupo eletrofraco (3-3-1 e 3-4-1) têm “atacado” vários enigmas e estão no “páreo” para rivalizar com outros modelos, pois são alternativas interessantes à física pós-MP.

Como enfatizado acima, o modelo baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$, conhecido como modelo 3-3-1, é construído sob a extensão simples do grupo de gauge eletrofraco. Em 1992, F. Pisano, V. Pleitez [37] e P. Frampton [38] elaboraram concomitantemente um modelo com a ausência de léptons exóticos, que veio a ser denominado modelo 3-3-1 mínimo. Os autores retomaram a ideia de modelos construídos, sob esse grupo de simetria, na década de 1970 [39]. No entanto, todos os modelos apresentavam léptons exóticos em seus conteúdos de partículas, sendo aos poucos desfavorecidos em favor do MP. Segundo a proposta de geração de massa para os léptons e quarks, o modelo mínimo tem um sexteto e três tripletos de escalares, todavia, observou-se que o sexteto não resultava na configuração correta de massa para os neutrinos sob a ótica da oscilação de sabor. Deste modo, realizou-se no trabalho da

referência [40] a geração de massa para os léptons a partir de operadores efetivos não renormalizáveis, excluindo-se o sexteto escalar de seu conteúdo. Doravante, os mesmos autores conseguiram gerar as massas das partículas de um modelo 3-3-1 com apenas dois tripletos escalares [41], também, via o uso de operadores efetivos e por interações do setor de Yukawa, resultando em uma diminuição dos graus de liberdade no setor escalar que, por sua vez, torna uma futura fenomenologia no setor escalar mais atrativa.

Uma outra versão do modelo 3-3-1 foi construída considerando neutrinos de mão-direita na terceira componente do tripleto leptônico e sem a presença de partículas com cargas elétricas exóticas [42]. Para gerar a massa dos férmions, necessita-se nessa versão de apenas três tripletos de escalares, efetuando-se uma economia quanto ao número de multipletos escalares [43]. Posteriormente, os autores da referência [44] obtiveram o padrão correto de massa para os bósons de gauge com apenas dois tripletos escalares, reduzindo efetivamente o setor escalar do modelo. Tal redução implica uma fonte de violação do número leptônico no setor dos bósons de gauge eletricamente neutros e carregados do modelo, ao passo que ocorre apenas no setor dos léptons eletricamente neutros, fornecendo um cenário ideal para a leptogênese.

Um outro modelo explorado na literatura científica é a construção teórica baseada no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$, conhecido como o modelo 3-4-1, também é construído a partir de uma extensão do grupo eletrofraco. Tal modelo foi considerado inicialmente por Voloshin [45], que tratou apenas do setor leptônico. Após uma lacuna de anos, o modelo foi retomado pelos trabalhos da referência [46], onde consideraram tanto o setor dos léptons como dos quarks. Uma das principais características dos modelos 3-4-1 é a explicação da replicação de famílias, tal como os modelos 3-3-1. Dentro desse contexto, o modelo 3-4-1 tem uma resposta satisfatória, visto que exige que o número de famílias seja um múltiplo de três para subsidiar consistência teórica (quanto à unitariedade e renormazibilidade) a respeito de cancelamento de anomalias quirais do tipo triângulo. Também, lançando mão do fato que a liberdade assintótica da QCD demanda que o número de famílias de quarks seja menor ou igual a cinco, temos um cenário favorável para o entendimento do porquê que o número de famílias dos léptons e quarks é exatamente igual a três. A quantização da carga elétrica encontra, nos modelos 3-4-1, uma resposta elegante que relaciona vínculos oriundos do âmbito clássico e quântico, como veremos no capítulo 2. Nesta tese, vamos tratar de um modelo baseado

no grupo de simetria 3-4-1.

Em vários modelos, um aspecto comum é a presença de singularidades que estragam a consistência teórica quanto à abordagem perturbativa. Nas teorias de campo, as singularidades nas constantes de acoplamento, no regime ultravioleta, parecem indicar a intervenção de uma nova física [47]. Tais singularidades estão estritamente relacionadas ao problema do polo de Landau, no qual a constante de acoplamento de uma dada teoria torna-se infinita em uma escala de energia finita. Decerto, a teoria perde seu caráter perturbativo abaixo do polo de Landau, entrando em um regime de forte acoplamento. Em teorias escalares, o polo de Landau surge no domínio ultravioleta, assim como no caso da Eletrodinâmica Quântica (QED - Quantum Electrodynamics) em que isto ocorre na escala de Planck. Em termos gerais, a intervenção de uma nova física vinculada ao polo de Landau afetará a evolução das constantes de acoplamento em baixas energias e que, por sua vez, também afetará a localização da escala de energia relativa à perda da perturbatividade. Entretanto, fica a questão sobre a perda do caráter perturbativo: será que a nova física é dependente do surgimento de singularidades nas constantes de acoplamento de nossas teorias? Discutiremos sobre essa questão no capítulo 4 da tese.

Um dos pontos centrais da tese é a apresentação e discussão de um modelo baseado no grupo de simetria 3-4-1 com o conteúdo reduzido de escalares (daqui por diante 3-4-1_R). Em particular, obtivemos a diminuição dos multipletos de partículas escalares ao excluirmos um quadrupletos e um antidecupletos de Higgs do modelo original, pois observamos que o padrão de massa para os bósons de gauge foi obtido exatamente com apenas três quadrupletos escalares. De maneira prática, as partículas do modelo adquirem massas em parte via o setor de Yukawa e a partir de operadores efetivos, quando certas componentes eletricamente neutras dos escalares desenvolvem VEV. Observou-se no modelo o problema do polo de Landau e, deste modo, realizamos um estudo de análise perturbativa. É conhecido que o modelo 3-3-1 mínimo apresenta a mesma situação referente ao polo de Landau, ao passo que com a versão com neutrinos de mão-direita, a rigor, o problema não é tão sério.

No capítulo 1 da presente tese, apresentaremos os modelos baseados nos grupos de simetria 3-3-1 e 3-4-1. O primeiro é o modelo 3-3-1 mínimo reduzido, que serviu como “mola mestra” para a construção do modelo 3-4-1 proposto na tese. Na sequência, um modelo 3-4-1 é apresentado, denominaremos esse modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez

(341_{PP}), em virtude do tratamento mais completo dado pelos autores. Alguns setores dos modelos relativos, por exemplo, ao conteúdo de partículas e de Yukawa serão discutidos.

No capítulo 2, discutiremos o modelo $3-4-1_R$, apresentando o conteúdo de partículas tanto dos férmions como dos escalares. Esmiuçamos os setores da lagrangiana do modelo, de modo a realizarmos uma apresentação mais clara. Alguns problemas aludidos acima são satisfatoriamente respondidos pelo modelo, a saber: a replicação de famílias, a quantização da carga elétrica, além de outros que podem ser “atacados”. Em paralelo, expomos um modelo $3-4-1$ que tem, em seu arcabouço, o modelo $3-3-1$ mínimo.

No capítulo 3, trataremos da quebra de simetria espontânea $3-4-1$ até a simetria exata $SU(3)_C \otimes U(1)_Q$. Mostramos as quebras parciais das simetrias e a obtenção de massas por parte dos bósons de gauge do modelo. Também, apresentamos as misturas entre os bósons de gauge hermitianos eletricamente neutros. Também, mostramos que o modelo $3-4-1$, que trabalhamos em paralelo, tem o modelo $3-3-1$ mínimo embebido em sua estrutura.

No capítulo 4, abordaremos o cerne do trabalho: a análise perturbativa do modelo $3-4-1_R$. Como ferramental teórico para nossa análise, utilizamos as equações do grupo de renormalização, que servem para identificarmos em qual escala de energia o modelo perde a perturbatividade, ou seja, o valor de energia finito onde a teoria de perturbação deixa de ser válida no modelo. Damos um destaque para o modelo $3-3-1$ com neutrinos de mão-direita, que recuperamos após a primeira quebra de simetria, mostrando o polo de Landau tanto do mesmo como do nosso modelo $3-4-1_R$.

No capítulo 5, discutiremos o papel das simetrias discretas que serão importantes para o modelo $3-4-1_R$. Impomos uma simetria discreta Z_3 com o objetivo de construirmos operadores efetivos não renormalizáveis, advindos de uma teoria mais fundamental, para compor termos de massa para certas partículas fermiônicas. Ademais, impomos uma simetria discreta Z_2 para evitar o decaimento rápido do próton em nosso modelo.

No capítulo 6, apresentamos nossas conclusões e algumas perspectivas quanto à continuação de trabalhos correlacionados e novas frentes, principalmente o modelo $3-4-1$ que tem o $3-3-1$ mínimo em sua estrutura, em que objetivamos encontrar um candidato à matéria escura. Daremos alguma ênfase nesse trabalho ao longo da tese, particular-

mente nos capítulos 2 e 3.

Alguns apêndices dão suporte ao corpo da tese. O apêndice A volta-se para as matrizes de Gell-Mann para o grupo $SU(4)$. No apêndice B, o espectro de massa dos escalares do modelo 3-4-1_R é tratado. Finalmente, o apêndice C apresenta o *Background Field Method*, que utilizamos para calcular a função beta associada a um grupo unitário genérico, onde consideramos campos fermiônicos e escalares, além dos bosônicos e dos *ghosts*.

Capítulo 2

Modelos de Extensão do Setor

Eletrofraco

Neste capítulo, apresentamos o modelo 3-3-1 mínimo reduzido, realizando um “tour” pelos setores do modelo e focando a obtenção de massa de todas as partículas por meio de dois tripletos escalares. Depois, apresentamos o modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez. Iniciamos apresentando o operador de carga elétrica do modelo. Em seguida, vamos expor os conteúdos de partículas referentes às famílias fermiônicas e o conteúdo escalar com os quatro quadrupletos e um antidecuplete. Por fim, apresentamos também a lagrangiana de Yukawa e o setor de gauge do modelo.

2.1 Prelúdio: Modelos 3-3-1 e 3-4-1

A despeito do Modelo Padrão ser bem testado com grande precisão nos aceleradores de partículas em vários aspectos, a comunidade científica acredita que o mesmo não é a palavra final. Em particular, o MP deixa lacunas em relação a algumas questões pertinentes já discutidas na Introdução. Diante dessas questões deixadas sem respostas, os físicos de partículas consideram o MP apenas uma teoria efetiva, que demanda uma teoria mais completa em altas energias e que recupere em baixas energias a estrutura de gauge do MP. Por estas razões, a construção de outros modelos se faz necessário e urgente para abarcar dentro de seus arcabouços teóricos respostas satisfatórias para tantos enigmas. Dentre as formas para estender o MP, a inclusão de novos férmions, neutrinos de mão-direita por exemplo, é a forma mais simples. Também: a inclusão

de novos campos escalares ou a extensão do setor de gauge são formas de aumentar o conteúdo do MP.

Os modelos baseados nos grupos de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ e $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ (3-3-1 e 3-4-1, respectivamente) preocupam-se em responder as questões abertas relativas ao MP e estendem o conteúdo de partículas tanto nos setores fermiônico e escalar quanto no setor de gauge, ao aumentarem o grupo de simetria eletrofraco. Um dos aspectos de relevo em tais modelos é a explicação acerca da replicação de famílias e da quantização da carga elétrica. A simetria de Peccei-Quinn pode ser implementada nesses modelos para resolver o problema de CP forte da QCD [49], assim como a questão da matéria escura e da assimetria matéria-antimatéria podem ser exploradas. Podemos destacar também a possibilidade de previsão de física nova na escala de poucos TeV, podendo o LHC explorar tais modelos em relação às partículas não detectadas como os biléptons [50], por exemplo, que podem dar origem a vários processos raros.

Nas próximas seções, vamos expor dois modelos baseados nos grupos de simetria 3-3-1 e 3-4-1. Tais modelos foram importantes para a construção de dois modelos 3-4-1, que têm embebidos o modelo 3-3-1 com neutrinos de mão-direita e o 3-3-1 mínimo.

2.2 O Modelo 3-3-1 Mínimo Reduzido

O grupo de simetria $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ foi explorado nos trabalhos da referência [37], consistindo no conteúdo de partículas mais simples, com a presença de bósons de gauge e escalares duplamente carregados eletricamente e com a ausência de léptons exóticos. Tal modelo é conhecido na literatura científica como modelo 3-3-1 mínimo, sendo bem explorado em inúmeros artigos [48]. Como já pontuado na Introdução, o trabalho da referência [41] (baseado no modelo 3-3-1 mínimo) adequadamente reduziu o espectro físico de partículas ao excluir um tripleto e um sexteto de escalares, que é responsável pela geração de massa para os léptons, com o intuito de simplificar o setor para uma posterior exploração fenomenológica mais clara e eficaz. Com a presença apenas de dois tripletos escalares, observou-se que o número de multipletos era suficiente para engendrar o padrão correto da quebra de simetria. Vamos explorar esse trabalho, que denominamos modelo 3-3-1 mínimo reduzido (daqui por diante $3-3-1_{MR}$), a seguir.

2.2.1 Setor dos Férmions

Os léptons do modelo 3-3-1_{MR} estão acomodados na representação triplete de $SU(3)_L$,

$$f_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L \sim (1, 3, 0), \quad (2.1)$$

onde $l = e, \mu, \tau$. Os valores entre parêntesis denotam as transformações pelo grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$. No multipleteo (2.1), observa-se que não há a presença de neutrinos de mão-direita.

As famílias dos quarks estão dispostas da seguinte maneira: a primeira família das partículas de mão-esquerda está na representação triplete por $SU(3)_L$, enquanto a segunda e a terceira família das partículas de mão-esquerda estão na representação antitriplete; os quarks de mão-direita das três famílias estão na representação singlete de $SU(3)_L$ como segue abaixo,

$$\begin{aligned} Q_{1L} &= \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (3, 3, +\frac{2}{3}) \quad , \quad Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ J'_i \end{pmatrix}_L \sim (3, 3^*, -\frac{1}{3}), \\ u_{1R} &\sim (3, 1, +\frac{2}{3}); \quad d_{1R} \sim (3, 1, -\frac{1}{3}); \quad J_{1R} \sim (3, 1, +\frac{5}{3}), \\ u_{iR} &\sim (3, 1, +\frac{2}{3}); \quad d_{iR} \sim (3, 1, -\frac{1}{3}); \quad J'_{iR} \sim (3, 1, -\frac{4}{3}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde $i = 2, 3$. Como é requerido pelo cancelamento de anomalias quirais, uma família dos quarks tem que se transformar de forma diferente e exige que tenhamos um número igual de tripletos e antitripletos no modelo, considerando o grau de liberdade de cor. Nota-se as cargas elétricas fracionárias não usuais dos quarks J_1 e J'_i , em virtude disso chamados de quarks exóticos.

Neste caso, o operador de carga elétrica, que é o responsável pela configuração do conteúdo fermiônico, é dado por,

$$Q = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8 \right) + NI_{3 \times 3}, \quad (2.3)$$

onde λ_i são as matrizes de Gell-Mann para o grupo $SU(3)_L$, com $i = 1, \dots, 8$; $I_{3 \times 3}$ é a matriz identidade e N é o número quântico relacionado ao grupo $U(1)_N$. A seguir, respeitando esse operador de carga elétrica, vamos construir os multipletos do setor escalar.

2.2.2 Setor Escalar

Um passo importante dado pelos autores do modelo 3-3-1_{MR} foi alcançar um conteúdo reduzido para o modelo 3-3-1 mínimo. A eliminação do sexteto escalar por si só foi uma redução considerável, no que tange uma fenomenologia mais límpida no setor de Higgs (veja a Ref. [40]). Além disso, a exclusão adicional de um dos tripletos escalares proporcionou a construção de um modelo baseado no grupo de simetria 3-3-1 comportando somente dois tripletos de Higgs dados abaixo:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (1, 3, 1); \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1). \quad (2.4)$$

Tal configuração do setor escalar é suficiente para engendrar o padrão correto das massas dos bósons de gauge do modelo. Em relação às massas dos férmions, certas partículas ganharão massas advindas da interação com os escalares no setor de Yukawa, quando as componentes eletricamente neutras dos multipletos de Higgs desenvolverem valores esperados do vácuo (VEV) diferentes de zero, e as outras partículas restantes ganharão massa por intermédio de operadores efetivos não renormalizáveis.

Quanto à quebra espontânea de simetria (QES), o campo χ^0 desenvolve VEV, v_χ , que quebra o grupo de simetria 3-3-1 para o grupo de simetria do MP ($SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$). Este é quebrado para o grupo de simetria $SU(3)_C \times U(1)_Q$ através do campo ρ^0 , quando este desenvolve um VEV, v_ρ . Especificamente, os tripletos escalares tem a configuração de QES na forma

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Deste modo, temos o seguinte padrão de quebra,

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N \\ & \quad \downarrow \langle \chi \rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

$$\downarrow \langle \rho \rangle$$

$$SU(3)_C \otimes U(1)_Q.$$

Vale assinalar que ao escolhermos os tripletos χ e ρ , em detrimento da combinação de qualquer um com o tripleto η do modelo 3-3-1 mínimo, foi pelo fato que tivemos o padrão correto de massas para os bósons de gauge em relação à hierarquia das massas, onde tal possibilidade não tinha sido considerada.

2.2.3 Potencial Escalar

O potencial escalar, segundo o conteúdo da Eq. (2.4), cuja estrutura é renormalizável, invariante por transformações de gauge e de Lorentz é dado por

$$\begin{aligned} V(\chi, \rho) = & \mu_1^2 \rho^\dagger \rho + \mu_2^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ & + \lambda_3 (\rho^\dagger \rho)(\chi^\dagger \chi) + \lambda_4 (\rho^\dagger \chi)(\chi^\dagger \rho), \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde μ_i é um termo de massa e λ_i são constantes de acoplamento adimensionais. Observa-se a simplicidade do potencial escalar da Eq. (2.7) em relação ao do modelo 3-3-1 mínimo (veja a seção The Scalar Potential da Ref. [37]), proporcionada pela redução considerável do setor de Higgs. De fato, as massas dos escalares advêm desse potencial escalar simplificado, como veremos na próxima seção.

2.2.4 Espectro de Massa dos Escalares

As massas dos escalares originam-se a partir da QES, quando os campos ρ^0 e χ^0 desenvolvem VEV, como dada pela Eq. (2.4). Para isto, expandimos as componentes eletricamente neutras na forma,

$$\rho^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\rho + R_\rho + iI_\rho), \quad (2.8)$$

$$\chi^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + R_\chi + iI_\chi), \quad (2.9)$$

de modo a substituir no potencial (2.7) para obtermos as equações de vínculo,

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + \lambda_1 v_\rho^2 + \frac{\lambda_3 v_\chi^2}{2} &= 0, \\ \mu_2^2 + \lambda_2 v_\chi^2 + \frac{\lambda_3 v_\rho^2}{2} &= 0, \end{aligned} \quad (2.10)$$

que nos ajudam na construção das matrizes de massa.

Primeiramente, vamos nos dirigir para o setor CP-par dos escalares eletricamente neutros. A matriz de massa, relacionada a este setor, pode ser escrita na base (R_χ, R_ρ) ,

$$m_0^2 = \frac{v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} 2\lambda_2 & \lambda_3 t \\ \lambda_3 t & 2\lambda_1 t^2 \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

com $t = v_\rho/v_\chi$. Diagonalizando esta matriz, obtemos os autovalores de massa,

$$m_{h_1}^2 = \left(\lambda_1 - \frac{\lambda_3^2}{4\lambda_2} \right) v_\rho^2, \quad m_{h_2}^2 = \lambda_2 v_\chi^2 + \frac{\lambda_3^2}{4\lambda_2} v_\rho^2, \quad (2.12)$$

com os autoestados correspondentes,

$$h_1 = c_\beta R_\rho - s_\beta R_\chi, \quad h_2 = c_\beta R_\chi + s_\beta R_\rho, \quad (2.13)$$

onde $c_\beta \approx 1 - \frac{\lambda_3^2}{8\lambda_2} \frac{v_\rho^2}{v_\chi^2}$ e $s_\beta \approx \frac{\lambda_3}{2\lambda_2} \frac{v_\rho}{v_\chi}$ (na aproximação $v_\chi^2 \gg v_\rho^2$). Tanto h_1 como h_2 são partículas físicas no modelo e associamos o escalar h_1 ao bóson de Higgs do MP.

Em relação ao setor CP-ímpar dos escalares eletricamente neutros (I_ρ, I_χ) , a matriz de massa tem todos seus elementos nulos, portanto, são bósons de Nambu-Goldstone responsáveis pela massa dos bósons de gauge hermitianos Z_μ e Z'_μ , respectivamente. Também, a matriz de massa dos escalares simplesmente carregados tem todos os elementos nulos, deste modo, ρ^\pm e χ^\pm são bósons de Nambu-Goldstone, tornando-se os responsáveis pela massa dos bósons de gauge W^\pm e V^\pm , respectivamente.

Considerando o setor dos escalares duplamente carregados, a matriz de massa na base (χ^{++}, ρ^{++}) é,

$$m_{++}^2 = \frac{\lambda_4 v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} t^2 & t \\ t & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

onde $t = \frac{v_\rho}{v_\chi}$. Obtemos os autovalores de massa ao diagonalizarmos a matriz (2.14),

$$m_{\tilde{h}^{++}}^2 = 0 \quad \text{and} \quad m_{h^{++}}^2 = \frac{\lambda_4}{2} (v_\chi^2 + v_\rho^2), \quad (2.15)$$

onde os autoestados de massa são,

$$\begin{pmatrix} \tilde{h}^{++} \\ h^{++} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\alpha & -s_\alpha \\ s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^{++} \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

com

$$c_\alpha = \frac{v_\chi}{\sqrt{v_\chi^2 + v_\rho^2}}, \quad s_\alpha = \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\chi^2 + v_\rho^2}}. \quad (2.17)$$

Com efeito, os bósons de gauge $U^{\pm\pm}$ adquirem suas massas via os bósons de Nambu-Goldstone $\tilde{h}^{\pm\pm}$, ao passo que $h^{\pm\pm}$ é uma partícula física do modelo. Analisando o setor escalar após a QES, vemos que resta apenas quatro partículas escalares no espectro físico como consequência da redução do setor, resultando em uma fenomenologia futura mais transparente. No modelo original, há 22 graus de liberdade no espectro escalar.

2.2.5 Setor de Gauge

A lagrangiana do setor de gauge do modelo 3-3-1_{MR} é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^N W^{N\mu\nu}, \quad (2.18)$$

onde

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + if^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \quad (2.19)$$

$$W_{\mu\nu}^N = \partial_\mu W_\nu^N - \partial_\nu W_\mu^N, \quad (2.20)$$

onde f^{abc} é a constante de estrutura do grupo $SU(3)_L$, para $a = 1, \dots, 8$. Os campos de gauge W_μ^a estão relacionados ao grupo $SU(3)_L$, ao passo que W_μ^N ao grupo $U(1)_N$.

Quando as componentes eletricamente neutras dos escalares desenvolvem VEV, os bósons de gauge do modelo 3-3-1_{MR} ganham massas a partir da lagrangiana,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \chi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi) + (\mathcal{D}_\mu \rho)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \rho), \quad (2.21)$$

onde,

$$D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} - ig_N N W_\mu^N, \quad (2.22)$$

onde λ^a são as matrizes de Gell-Mann para o grupo $SU(3)_L$, com $a = 1, \dots, 8$; g e g_N são as constantes de acoplamento relacionadas ao grupo $SU(3)_L$ e $U(1)_N$, respectivamente; N é o número quântico associado ao grupo $U(1)_N$. Podemos escrever o segundo termo da derivada covariante (2.22) como,

$$\frac{g}{2}W_\mu^m \lambda^m = \frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^4 - iW_\mu^5 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & W_\mu^6 - iW_\mu^7 \\ W_\mu^4 + iW_\mu^5 & W_\mu^6 + iW_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

onde os autoestados de massa dos bósons de gauge do grupo $SU(3)_L$ serão combinações desses campos.

Novamente destacando: quando as componentes neutras desenvolvem VEV (induzindo a QES), os bósons de gauge adquirem massa, respeitando a hierarquia $v_\chi > v_\rho$, isto é, os bósons de gauge relacionados à escala do MP adquirem massas proporcionais ao VEV do campo $v_\rho = 246$ GeV, enquanto os novos bósons de gauge ganham massas proporcionais ao VEV do campo χ - também podem receber contribuição do VEV do campo ρ .

2.2.6 Espectro de Massa dos Bósons de Gauge

Ao analisar o espectro de massa dos bósons de gauge, observou-se: há quatro bósons de gauge simplesmente carregados, o W^\pm do MP e os novos bósons pesados, V^\pm ; dois bósons de gauge duplamente carregados, $U^{\pm\pm}$, e três bósons de gauge neutros, o fóton A_μ , o Z_μ do MP e um novo bóson de gauge pesado Z'_μ . Abaixo, descrevemos a obtenção das massas do bósons de gauge do modelo.

Ao substituímos a Eq. (2.4) na Eq. (2.21), os bósons de gauge relacionados ao grupo $SU(3)_L$ adquirem massa, conforme abaixo,

$$\begin{aligned} W^\pm &= \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4}, \\ V^\pm &= \frac{W^4 \pm iW^5}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{V^\pm}^2 = \frac{g^2 v_\chi^2}{4}, \\ U^{\pm\pm} &= \frac{W^6 \pm iW^7}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{U^{\pm\pm}}^2 = \frac{g^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)}{4}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde apresentamos os autoestados de massa com os respectivos autovalores de massa. Como uma consequência direta do setor escalar reduzido, surge uma hierarquia dada pela relação $M_U^2 - M_V^2 = M_W^2$.

Podemos construir a matriz de massa dos bósons eletricamente neutros na base (W^3, W^8, W^N) ,

$$\frac{g^2}{2} \begin{pmatrix} \frac{v_\chi^2}{2} & -\frac{v_\chi^2}{2\sqrt{3}} & -t'v_\rho^2 \\ -\frac{v_\chi^2}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{6}(v_\rho^2 + 4v_\chi^2) & \frac{t'}{\sqrt{3}}(v_\rho^2 + 2v_\chi^2) \\ -t'v_\rho^2 & \frac{t'}{\sqrt{3}}(v_\rho^2 + 2v_\chi^2) & 2t'^2(v_\rho^2 + v_\chi^2) \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

onde $t' = g_N/g$. Quando esta matriz é diagonalizada, como resultado, temos três bósons de gauge hermitianos eletricamente neutros, a saber: o fóton, A_μ , o Z_μ padrão e o novo bóson de gauge, Z'_μ (considerando-se o caso $v_\chi^2 \gg v_\rho^2$, ou seja, a mistura entre Z_μ e Z'_μ

é negligenciada, conforme indicações fenomenológicas). Os autovalores de massa dos bósons Z e Z' são

$$m_Z^2 \approx \frac{g^2}{4c_W^2} v_\rho^2, \quad m_{Z'}^2 \approx \frac{g^2 c_W^2}{3(1-4s_W^2)} v_\chi^2. \quad (2.26)$$

A relação entre as massas dos bósons Z' , $U^{\pm\pm}$ e V^\pm é obtida

$$\frac{M_{U^{\pm\pm}}}{M_{Z'}} \approx \frac{M_{V^\pm}}{M_{Z'}} \approx \frac{\sqrt{3-12s_W^2}}{2c_W}, \quad (2.27)$$

quando tomamos $v_\chi^2 \gg v_\rho^2$. Este vínculo é muito importante em limites experimentais para as massas dos novos bósons de gauge.

Podemos apresentar os campos de gauge (W^3 , W^8 , W^N) em relação aos autoestados de massa,

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \\ W_\mu^8 &= \sqrt{3} t_W s_W Z_\mu + \frac{\sqrt{h_W}}{c_W} Z'_\mu - \sqrt{3} s_W A_\mu, \\ W_\mu^N &= -t_W \sqrt{h_W} Z_\mu + \sqrt{3} t_W Z'_\mu + \sqrt{h_W} A_\mu, \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde $c_W = \cos \theta_W$, $s_W = \sin \theta_W = t/\sqrt{1+4t^2}$, $t_W = \tan \theta_W$, $h_W = 1 - 4s_W^2$, e θ_W é o ângulo de mistura de Weinberg ou ângulo de mistura eletrofraco.

Pode-se escrever a relação do seno de Weinberg, s_W , na forma,

$$\frac{g_N^2}{g^2} = \frac{s_W^2}{1-4s_W^2}, \quad (2.29)$$

que indica a possibilidade do polo de Landau quando s_W^2 é igual a 1/4. Com efeito, o problema do polo de Landau evidencia o fato que a constante de acoplamento diverge infinitamente em uma escala de energia finita. A única possibilidade é que g_N tenda ao infinito, já que g é a constante de acoplamento do grupo $SU(2)_L$, grupo este embebido no modelo 3-3-1_{MR}. O polo de Landau, Λ , implica que a escala de energia, μ_{331} (associada ao VEV v_χ), deverá estar abaixo de Λ . No modelo mínimo, o polo de Landau está entre 3 e 5 TeV, logo a escala μ_{331} está fixada em poucos TeV, sendo fenomenologicamente acessível ao LHC explorar tal modelo. Consequentemente, o modelo 3-3-1_{MR} também sofrerá do problema do polo de Landau na mesma escala. Tal fato é justificado pelo conhecimento que escalares não contribuem de maneira significativa para as equações do grupo de renormalização. No capítulo 4 da presente tese, discutiremos extensivamente o problema do polo de Landau.

2.2.7 Massa dos Férmiões e o Decaimento do Próton

Nesta seção, apresentamos a obtenção das massas dos férmions do modelo, com o objetivo em mostrar que os dois tripletos escalares são capazes de gerar todas as massas das partículas do modelo.

Com o conteúdo reduzido do setor escalar, as massas dos férmions do modelo 3-3-1_{MR} originam-se em parte dos termos de interação do setor de Yukawa e outra parte é devido aos operadores efetivos não renormalizáveis, oriundos de uma teoria mais fundamental. Começemos explorando o setor dos quarks.

Os quarks exóticos adquirem suas massas exclusivamente das interações de Yukawa via o campo χ ,

$$\lambda_{11}^J \bar{Q}_{1L} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^J \bar{Q}_{iL} \chi^* J'_{jR} + h.c. \quad (2.30)$$

onde $i, j = 2, 3$; λ_{11}^J e λ_{ij}^J são constantes de acoplamento adimensionais. Quando o campo χ desenvolve VEV, esses acoplamentos conduzem à matriz de massa na base (J_1, J'_2, J'_3) ,

$$M_J = v_\chi \begin{pmatrix} \lambda_{11}^J & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{22}^J & \lambda_{23}^J \\ 0 & \lambda_{32}^J & \lambda_{33}^J \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

que nos levam aos autovalores de massa na escala de poucos TeV (associada ao VEV, v_χ).

Concernente aos quarks-padrão, suas massas advêm tanto das interações com os escalares no setor de Yukawa como dos operadores efetivos de dimensão-5,

$$\begin{aligned} & \lambda_{1a}^d \bar{Q}_{1L} \rho d_{aR} + \frac{\lambda_{ia}^d}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} (\bar{Q}_{iLn} \rho_m \chi_p) d_{aR} + \\ & \lambda_{ia}^u \bar{Q}_{iL} \rho^* u_{aR} + \frac{\lambda_{1a}^u}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} (\bar{Q}_{1Ln} \rho_m^* \chi_p^*) u_{aR} + h.c., \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde Λ está associado à escala de uma teoria fundamental; λ_{1a}^d , λ_{ia}^d , λ_{ia}^u e λ_{1a}^u são constantes de acoplamento adimensionais. Tais operadores efetivos não renormalizáveis são permitidos pelas simetrias do modelo e são suprimidos pela escala fundamental, Λ , que associamos a uma teoria mais completa e renormalizável em energias mais altas. O papel das interações não renormalizáveis é indiscutível nas interações fracas em baixas energias, descrita pela teoria de Fermi para o decaimento beta. Fato é que o MP recupera a teoria de Fermi quando consideramos a massa do W^\pm maior que os momentos envolvidos nos processos. Desta forma, podemos pensar que o modelo 3-3-1_{MR},

como uma teoria efetiva, deve ser recuperado quando considerarmos uma teoria renormalizável e com um grupo de simetria maior, descrevendo a física em energias mais altas.

Em face ao problema do polo de Landau, o modelo 3-3-1_{MR} tem seu caráter perturbativo perdido em aproximadamente $\Lambda = 4 - 5$ TeV [110]. Para uma estimativa simples das massas, vamos considerar que $\Lambda \approx v_\chi$, ou seja, vamos associar o polo de Landau à escala fundamental, visto que é da mesma ordem de grandeza. Deste modo, a matriz de massa dos quarks do tipo *up* na base (u_1, u_2, u_3) é dada por,

$$m_u \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^u v_\rho & \lambda_{12}^u v_\rho & \lambda_{13}^u v_\rho \\ -\lambda_{21}^u v_\rho & -\lambda_{22}^u v_\rho & -\lambda_{23}^u v_\rho \\ -\lambda_{31}^u v_\rho & -\lambda_{32}^u v_\rho & -\lambda_{33}^u v_\rho \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

ao passo que a matriz de massa dos quarks tipo *down* na base (d_1, d_2, d_3) é,

$$m_d \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^d v_\rho & \lambda_{12}^d v_\rho & \lambda_{13}^d v_\rho \\ \lambda_{21}^d v_\rho & \lambda_{22}^d v_\rho & \lambda_{23}^d v_\rho \\ \lambda_{31}^d v_\rho & \lambda_{32}^d v_\rho & \lambda_{33}^d v_\rho \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

onde as constantes de acoplamento são da mesma ordem do MP. Para uma análise numérica, veja a seção V da Ref. [41].

As massas dos léptons carregados advêm de operadores efetivos de dimensão-5,

$$\frac{\kappa}{\Lambda} (\bar{f}_L^c \rho^*) (\chi^\dagger f_L) + h.c., \quad (2.35)$$

que conduz, quando as componentes eletricamente neutras desenvolvem VEV, ao termo de massa: $m_l \approx \frac{1}{2} \kappa v_\rho$. As constantes de acoplamentos adimensionais κ são da mesma ordem do MP.

Referente ao setor dos neutrinos, o modelo 3-3-1_{MR} dispõe de um operador efetivo de dimensão-7,

$$\frac{\kappa'}{\Lambda^3} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} (\bar{f}_{Li}^C \rho_j \chi_k) (f_{Ll} \rho_m \chi_n) + h.c. \quad (2.36)$$

que gera a massa dos neutrinos na escala sub-eV, necessitando-se de um ajuste fino da ordem de 10^{-5} na constante de acoplamento adimensional k' , que representa uma melhora quanto ao ajuste fino na versão original do 3-3-1.

Concernente ao decaimento rápido do próton, tal problema é recorrente nas versões do modelo 3-3-1 mínimo e está associado à escala do polo de Landau, visto que novas

interações advindas desta escala podem implicar no surgimento de operadores efetivos em baixas energias, que engendram o decaimento do próton em um tempo de vida absurdo do ponto de vista fenomenológico. No modelo $3-3-1_{MR}$, o operador efetivo de dimensão-7 que gera o decaimento rápido do próton é,

$$\frac{C_1 \epsilon_{ijk}}{\Lambda^3} \overline{(Q_{1i_L})^c} f_{1j_L} \chi_k \overline{(u_{1R})^c} d_{1R} + \text{h.c.}, \quad (2.37)$$

onde C_1 é uma constante de acoplamento adimensional e os índices de cor são omitidos. Esse operador conduz a um termo de interação responsável pelo decaimento do próton,

$$\frac{C_1 v_\chi}{\Lambda^3} \bar{u}_L^c e_L \bar{u}_R^c d_R + \text{h.c.}, \quad (2.38)$$

considerando somente a primeira família dos quarks. Se escolhermos impor uma simetria discreta Z_2 , tal como na Ref. [40] sobre os campos dos quarks,

$$Q_{aL} \rightarrow -Q_{aL}, \quad q_{aR} \rightarrow -q_{aR},$$

temos a requerida estabilidade do próton, pois esta simetria elimina os operadores efetivos que engendram seu decaimento rápido.

Foi apresentado o modelo $3-3-1_{MR}$ que serviu como uma “inspiração” para a construção de um modelo com simetria eletrofraca maior, a saber: o modelo baseado no grupo de simetria $3-4-1$ proposto na presente tese. Passemos agora para a apresentação do modelo $3-4-1_{PP}$.

2.3 Modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez

Em relação ao grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$, os trabalhos da referência [46] foram desenvolvidos com os mesmos objetivos práticos dos modelos $3-3-1$. Dentro de seu arcabouço teórico, também ocorre a explicação para a replicação de famílias e para a quantização da carga elétrica. Vale assinalar que uma versão supersimétrica de um modelo $3-4-1$ está disponível na literatura [52]. De fato, nesta tese iremos explorar um modelo $3-4-1$ que recupera, após a QES, a estrutura do modelo $3-3-1$ com neutrinos de mão direita ($3-3-1_{RHN}$).

O modelo $3-4-1_{PP}$ (vide o primeiro artigo da referência [46]), também, apresenta bósons de gauge e escalares duplamente carregados eletricamente em seu espectro de

partículas e neutrinos de mão-direita. Apesar de um modelo baseado no grupo de simetria $SU(4)_L \otimes U(1)_X$ já ter sido tratado por M. B. Voloshin em 1988 [45], Pisano e Pleitez elaboraram um modelo mais realístico com quarks em seu conteúdo de partículas. Com efeito, uma variedade de modelos baseados na simetria 3-4-1 já foi explorado na literatura [53]; no entanto, um modelo 3-4-1 com o conteúdo de partículas reduzido ainda não foi explorado e este trabalho de tese tem o objetivo de discutir um modelo com apenas três multipletos de escalares. Primeiramente, vamos expor o modelo 3-4-1_{PP}, explorando o conteúdo de partículas.

2.3.1 Operador Carga Elétrica

Em qualquer modelo, o operador carga elétrica é o passo inicial para a construção dos multipletos de partículas. De fato, a assinatura das cargas elétricas das partículas é obtida via esse operador (definido como uma combinação dos geradores diagonais do grupo de simetria), que nos modelos de extensão do MP é uma generalização da fórmula de Gell-Mann–Nishijima. O operador carga elétrica do modelo 341_{PP} é definido por

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 - \frac{2}{3} \sqrt{6} \lambda_{15} \right) + X, \quad (2.39)$$

onde λ_b ($b = 1, \dots, 15$) são as matrizes tipo Gell-Mann de $SU(4)$ [veja apêndice A] e X é um número quântico associado ao grupo abeliano $U(1)_X$, similar à hipercarga Y do MP. Passemos agora para o conteúdo de partículas do modelo.

2.3.2 Conteúdo Fermiônico

A representação do conteúdo fermiônico no modelo 341_{PP} é dada da seguinte maneira: os léptons de mão-esquerda transformam-se na representação fundamental de quadrupletos na forma $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$, uma família dos quarks de mão-esquerda transforma-se na representação fundamental de quadrupletos na forma $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \frac{2}{3})$, enquanto as duas restantes transformam-se na representação anti-quadrupletos na forma $(\mathbf{3}, \mathbf{4}^*, -\frac{1}{3})$, como segue abaixo

$$f_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \\ \nu_i^c \\ e_i^c \end{pmatrix}_L, \quad Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ u' \\ J \end{pmatrix}_L, \quad Q_{\alpha L} = \begin{pmatrix} d_\alpha \\ u_\alpha \\ d'_\alpha \\ j_\alpha \end{pmatrix}_L, \quad (2.40)$$

onde $i = e, \mu, \tau$ é o índice de sabor dos léptons; ν_i^c e e_i^c denotam os campos conjugados de carga; $\alpha = 2, 3$; u', J, j_α e d'_α são os novos quarks com cargas elétricas de $+2/3, +5/3, -4/3, -1/3$ em unidades de e , respectivamente. Os quarks de mão-direita estão acomodados na representação singleto sob $SU(4)_L$.

Necessariamente, uma família dos quarks tem que se transformar de maneira diferente para que ocorra o cancelamento de anomalias quirais. Devido a este cancelamento, o número de famílias é um múltiplo de três e com o requerimento da QCD no tocante à liberdade assintótica, que implica que o número de famílias seja menor ou igual a cinco, temos uma explicação satisfatória para a replicação de famílias dentro deste modelo, pois o número mínimo de famílias tem que ser necessariamente igual a três. De modo diverso, o cancelamento de anomalias quirais, neste modelo, ocorre nas três famílias em conjunto e não família a família como no MP.

2.3.3 Conteúdo Escalar

Para a geração de massa das partículas e principalmente originar a quantidade de bósons de Nambu-Goldstone necessária para que os bósons de gauge obtenham massas na escala de energia correta, o conteúdo escalar é essencial dentro de um modelo que utiliza o mecanismo de Higgs em seu arcabouço teórico. No modelo 341_{PP} , há os multipletos de escalares: $\eta \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$, $\rho \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 1)$, $\chi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, -1)$, e $\eta' \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$, explicitamente temos

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \\ \chi^0 \end{pmatrix}, \quad \eta' = \begin{pmatrix} \eta_1'^0 \\ \eta_1'^- \\ \eta_2'^0 \\ \eta_2'^+ \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Na QES, os campos escalares obtêm VEV da seguinte forma: $\langle \eta \rangle = (v/\sqrt{2}, 0, 0, 0)$, $\langle \rho \rangle = (0, u/\sqrt{2}, 0, 0)$, $\langle \chi \rangle = (0, 0, 0, w/\sqrt{2})$ e $\langle \eta' \rangle = (0, 0, v'/\sqrt{2}, 0)$. O quadrupletto extra $\eta' \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$ é introduzido para evitar mistura entre os quarks-padrão e os quarks exóticos. No nosso modelo, excluímos o campo η , com o objetivo expresso de diminuir os graus de liberdade e tornar a fenomenologia do modelo mais límpida, conforme veremos no próximo capítulo.

Adicionalmente aos quatro quadrupletos, há um antidecupletto de escalares que é

responsável pela geração de massas para os léptons carregados quando da ocorrência da QES:

$$H^* = \begin{pmatrix} H_1^0 & H_1^+ & H_2^0 & H_2^- \\ H_1^+ & H_1^{++} & H_3^+ & H_3^0 \\ H_2^0 & H_3^+ & H_4^0 & H_4^- \\ H_2^- & H_3^0 & H_4^- & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{10}^*, 0). \quad (2.42)$$

Se temos $\langle H_3^0 \rangle \neq 0$, $\langle H_{1,2,4}^0 \rangle = 0$, então os léptons carregados adquirem massa, enquanto os neutrinos permanecem sem massa ao menos no nível de árvore. Caso $\langle H_{1,2,4}^0 \rangle \neq 0$, há a possibilidade dos neutrinos terem massa tanto do tipo de Dirac quanto de Majorana. O antidecuplete terá o seguinte padrão de VEV: $\langle H_3^0 \rangle = \langle H_{2,4}^0 \rangle = v''/\sqrt{2}$.

Observa-se que há a presença de escalares simplesmente e duplamente carregados eletricamente no antidecuplete H e nos quadrupletos ρ e χ . Do ponto de vista da quebra de simetria, o antidecuplete não é necessário, já que com os quatro multipletos $(\eta, \rho, \chi, \eta')$ obtêm-se a QES necessária com o padrão correto quanto ao número de bósons de Nambu-Goldstone. A configuração de QES eletrofraca no modelo 341_{PP} é da seguinte forma: o campo χ^0 induz, quando desenvolve VEV não nulo, a quebra do grupo $SU(4)_L \otimes U(1)_X$ para o grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$; o campo η_1^0 induz, quando desenvolve VEV, a quebra $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ para o grupo eletrofraco; os campos η_1^0 e ρ^0 induzem, quando desenvolvem VEV, a quebra do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para o grupo $U(1)_Q$. Como veremos, no nosso modelo excluímos o antidecuplete, de sorte que utilizamos operadores efetivos para gerar massa para os léptons.

2.3.4 Lagrangiana de Yukawa

A lagrangiana de Yukawa descreve a interação dos escalares com os férmions, ou seja, temos o acoplamento escalar-espinor. Deste modo, para gerar massa para os férmions após a QES, devemos acoplar os campos fermiônicos aos campos escalares do modelo. Os termos de Yukawa necessários, invariantes pelo grupo de simetria $SU(4)_L \otimes U(1)_X$, são,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \frac{1}{2} G_{ij} \overline{f_{iL}^c} f_{jL} H + F_{1k} \overline{Q_{1L}} u_{kR} \eta + F_{\alpha k} \overline{Q_{\alpha L}} u_{kR} \rho^* + F'_{1k} \overline{Q_{1L}} d_{kR} \rho + F'_{\alpha\beta} \overline{Q_{\alpha L}} d_{kR} \eta^* \\ & + h_1 \overline{Q_{1L}} u'_R \eta' + h_{\alpha\beta} \overline{Q_{\alpha L}} d'_{\beta R} \eta'^* + \Gamma_1 \overline{Q_{1L}} J_R \chi + \Gamma_{\alpha\beta} \overline{Q_{\alpha L}} j_{\beta L} \chi^* + h.c., \end{aligned} \quad (2.43)$$

onde $i, j = e, \mu, \tau$; $k = 1, 2, 3$ e $\alpha, \beta = 2, 3$; η^* , ρ^* , χ^* são antiquadrupletos; G_{ij} , $F_{\alpha k}$,

F'_{1k} , $F'_{\alpha\beta}$, h_1 , $h_{\alpha\beta}$, Γ_1 e $\Gamma_{\alpha\beta}$ são constantes de acoplamento adimensionais. Após a QES, observamos que o VEV do campo η estará relacionado à massa dos quarks u_1 , d_2 e d_3 ; o VEV do campo η' à massa dos quarks u' , d'_2 e d'_3 ; o VEV do campo ρ à massa dos quarks u_2 , u_3 e d_1 ; o VEV do campo χ à massa dos quarks exóticos J , j_2 e j_3 .

O modelo que apresentaremos, no próximo capítulo, a lagrangiana de Yukawa é mais simples e não temos um termo semelhante ao primeiro nem termos de acoplamento com o campo escalar η . Vamos lançar mão de uma simetria discreta Z_3 para simplificar a lagrangiana de Yukawa e construir operadores efetivos permitidos por esta simetria com o intuito de gerar massas para os férmions.

2.3.5 Setor dos Bósons de Gauge

A respeito do grupo de simetria $SU(4)_L \otimes U(1)_X$, há 16 bósons de gauge: 15 associados ao grupo não abeliano $SU(4)_L$ e um associado ao grupo abeliano $U(1)_X$. Após a QES, teremos bósons de gauge duplamente carregados e novos bósons simplesmente carregados eletricamente. Também, haverá dois novos bósons de gauge eletricamente neutros Z' e Z'' assim como dois bósons neutros não-hermitianos.

A lagrangiana do setor de interação dos bósons de gauge e escalares é dada por,

$$\mathcal{L} = \sum_{\varphi} (\mathcal{D}^{\mu}\varphi)^{\dagger} (\mathcal{D}_{\mu}\varphi) + Tr \left[(\mathcal{D}^{\mu}H)^{\dagger} (\mathcal{D}_{\mu}H) \right], \quad (2.44)$$

é a responsável pela geração de massa para os bósons de gauge quando as componentes eletricamente neutras dos campos escalares induzirem a QES. A derivada covariante atuando sobre os quadrupletos escalares $\varphi = (\eta, \rho, \chi, \eta')$ é

$$\mathcal{D}_{\mu}\varphi = \partial_{\mu}\varphi - ig \left(W_{\mu}^a \frac{\lambda^a}{2} \right) \varphi - ig_N X_{\varphi} B_{\mu}\varphi, \quad (2.45)$$

onde $a = 1, \dots, 15$; λ^a são as matrizes tipo Gell-Mann para o grupo $SU(4)_L$; g_X e g são as constantes de acoplamento de gauge para os grupos $U(1)_X$ e $SU(4)_L$, respectivamente; X_{φ} é a carga do grupo abeliano $U(1)_X$. A derivada covariante para o antidecuplete H é dada por

$$\mathcal{D}_{\mu}H = \partial_{\mu}H - ig \left[\left(W_{\mu}^a \frac{\lambda^a}{2} \right) H + \left(W_{\mu}^a \frac{\lambda^a}{2} H \right)^T \right], \quad (2.46)$$

onde $X_H = 0$.

A partir da lagrangiana (2.44), doze bósons de gauge relacionados ao grupo $SU(4)_L$ terão as seguintes massas após a QES completa

$$-\sqrt{2}W^\pm = W^1 \mp iW^2 \rightarrow M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + u^2 + 2v''^2), \quad (2.47)$$

$$-\sqrt{2}V_1^\pm = W_\mu^6 \pm iW_\mu^7 \rightarrow M_{V_1^\pm}^2 = \frac{g^2}{4} (v'^2 + u^2 + 2v''^2), \quad (2.48)$$

$$-\sqrt{2}V_2^\pm = W_\mu^9 \pm iW_\mu^{10} \rightarrow M_{V_2^\pm}^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + w^2 + 2v''^2), \quad (2.49)$$

$$-\sqrt{2}V_3^\pm = W_\mu^{13} \pm iW_\mu^{14} \rightarrow M_{V_3^\pm}^2 = \frac{g^2}{4} (v'^2 + w^2 + 2v''^2), \quad (2.50)$$

$$\sqrt{2}(X^0, X'^0) = W_\mu^4 \pm iW_\mu^5 \rightarrow M_{X^0, X'^0}^2 = \frac{g^2}{4} (v'^2 + w^2 + 2v''^2), \quad (2.51)$$

$$-\sqrt{2}U^{\pm\pm} = W_\mu^{11} \pm iW_\mu^{12} \rightarrow M_{U^{\pm\pm}}^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + v'^2). \quad (2.52)$$

Os bósons W^\pm são os mesmos do MP e a combinação $v^2 + u^2 + 2v''^2$ está relacionada ao VEV do campo de Higgs, cujo valor é de 246 GeV. Temos os novos bósons de gauge simplesmente carregados eletricamente, V_1^\pm , V_2^\pm e V_3^\pm , também, dois bósons de gauge não hermitianos neutros de carga elétrica, X^0 e X'^0 , e um bóson de gauge duplamente carregado, $U^{\pm\pm}$. Esses novos bósons de gauge pesados podem dar origem a novos processos, por exemplo, com violação do número leptônico.

Podemos escrever a matriz de massa para os bósons de gauge neutros na base (W_3, W_8, W_{15}, B) , que é dada por

$$\frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} k_2 + 2v''^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(k_1 - 2v''^2) & \frac{1}{\sqrt{6}}(k_1 + 4v''^2) & -2tu^2 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(k_1 - 2v''^2) & \frac{1}{3}(k_2 + 4v'^2 + 2v''^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(k_2 - 2v'^2 - 4v''^2) & \frac{2}{\sqrt{3}}tu^2 \\ \frac{1}{\sqrt{6}}(k_1 + 4v''^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(k_2 - 2v'^2 - 4v''^2) & \frac{1}{6}(k_2 + v'^2 + 9w^2 + 8v''^2) & \frac{2}{\sqrt{6}}t(u^2 + 3w^2) \\ -2tu^2 & \frac{2}{\sqrt{3}}tu^2 & \frac{2}{\sqrt{6}}t(u^2 + 3w^2) & 4t^2(u^2 + w^2) \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

onde $t = g_X/g$; $k_1 = v^2 - u^2$, $k_2 = v^2 + u^2$. Ao diagonalizar a matriz, obtemos um autovalor de massa nulo e três autovalores diferentes de zero, especificamente: o fóton γ e os bósons Z , Z' e Z'' , tal que $M_Z < M_{Z'} < M_{Z''}$. Com a aproximação $v = u = v'' \equiv v_1 \ll v' = w \equiv v_2$, os autovalores de massa para os bósons eletricamente neutros são,

$$M_n^2 \approx \frac{g^2}{4} \lambda_n v_2^2, \quad n = 0, 1, 2, \quad (2.54)$$

onde

$$\begin{aligned}\lambda_n &= \frac{1}{3} \left[A + 2 (A^2 + 3B)^{1/2} \cos \left(\frac{2n\pi + \Theta}{3} \right) \right], \\ A &= 3 + 4t^2 + (7 + 4t^2) a^2, \\ B &= -2 [1 + 3t^2 + 2 (4 + 9t^2) a^2], \\ C &= 8 (1 + 4t^2) a^2, \quad \Theta = \arccos \left[\frac{2A^3 + 9AB + 27C}{2 (A^2 + 3B)^{3/2}} \right]\end{aligned}$$

e temos a seguinte definição $a \equiv v_1/v_2$.

O autovetor relacionado ao fóton é

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + 4t^2}} \left(tW_\mu^3 - \frac{t}{\sqrt{3}}W_\mu^8 - \frac{2\sqrt{6}t}{3}W_\mu^{15} + B_\mu \right), \quad (2.55)$$

enquanto os autovetores relacionados aos bósons Z , Z' e Z'' são dados pela expressão

$$Z_{n\mu} \approx x_n W_\mu^3 + y_n W_\mu^8 + z_n W_\mu^{15} + w_n B_\mu, \quad (2.56)$$

onde $n = 0, 1, 2$ para $Z_0 = Z''$, $Z_1 = Z$, $Z_2 = Z'$ e os coeficientes são dados por

$$\begin{aligned}x_n &= -\frac{2a^2 (1 - 3t^2 + (1 - t^2) a^2 - (1 - 2t^2) \lambda_n)}{t D_n(t, a)} w_n, \\ y_n &= \frac{1}{\sqrt{3}t} \frac{2(2 + t^2) a^2 - 10a^4 t^2 - [1 + (1 - 4t^2) a^2] \lambda_n}{D_n(t, a)} w_n, \\ z_n &= \frac{1}{\sqrt{6}t} \frac{[8(2 + t^2) a^2 + 4(3 + 2t^2) a^4] - 4[1 + 2(2 + t^2) a^2] \lambda_n + 3\lambda_n^2}{D_n(t, a)} w_n\end{aligned}$$

onde

$$D_n(t, a) = 2(7 + 5a^2) - (3 + 13a^2) \lambda_n + 2\lambda_n^2 \quad (2.57)$$

e w_n é uma função que depende de t . O bóson $Z_1 = Z$ é identificado como o bóson eletrofraco Z do MP. Em particular, os novos bósons de gauge, Z' e Z'' , geralmente se misturam com o Z do MP e podem transmitir correntes neutras que mudam o sabor das partículas no nível de árvore. No MP, é proibido esses processos no nível de árvore.

A partir do autovetor do fóton, podemos definir a carga elétrica como

$$|e| = \frac{gt}{\sqrt{1 + 4t^2}} = \frac{g'}{\sqrt{1 + 4t^2}} \quad (2.58)$$

e o seno do ângulo de Weinberg por

$$\sin \theta_W = \frac{t}{\sqrt{1 + 4t^2}}, \quad (2.59)$$

que implica na relação

$$\frac{g_X^2}{g^2} = \frac{\sin^2 \theta_W}{1 - 4 \sin^2 \theta_W}. \quad (2.60)$$

Consequentemente, para o seno do ângulo de Weinberg no polo da massa do Z , temos $\sin^2 \theta_W (M_Z) < 1/4$. Como o valor experimental de $\sin^2 \theta_W (M_Z)$ é aproximadamente de 0.231, o modelo está em concordância com este fato experimental. Entretanto, surge um problema neste modelo quando $\sin^2 \theta_W (\mu) = 1/4$, onde μ é uma escala de energia qualquer, pois o acoplamento $g_X (\mu)$ tende para o infinito e evidencia-se um polo de Landau no modelo [89, 92]. O regime perturbativo do modelo é perdido para uma escala de energia menor do que μ . Este resultado será de grande importância para a análise perturbativa do nosso modelo, que será realizada no capítulo 4 desta tese.

2.3.6 Considerações Finais

Vimos que o modelo de 3-4-1_{PP}, apresenta o problema do polo de Landau, tal como o modelo 3-3-1_{MR}. Tal evidência pode ser danosa para qualquer construção teórica, contudo há meios lícitos de contornar esse problema. Queremos, assim, alertar que o surgimento do polo de Landau em uma certa constante de acoplamento não é um obstáculo para a realização de física. Decerto, mesmo com a perda da perturbatividade, cálculos não perturbativos podem ser realizados.

Capítulo 3

Modelo 3-4-1 Reduzido

No presente capítulo, apresentamos a estrutura teórica do nosso modelo 3-4-1, onde mostramos o conteúdo dos férmions, dos bósons de gauge e, também, dos escalares. Em particular, tratamos teoricamente de um modelo 3-4-1 reduzido no conteúdo escalar, que denominamos de 3-4-1_R. Também, discutimos a lagrangiana do modelo por partes: os setores dos férmions, de gauge, de Yukawa e dos escalares. Por fim, o potencial escalar mais geral que respeita a simetria do modelo é apresentado e mostramos a quantização da carga elétrica dentro de nosso modelo. Ainda, expomos um modelo 3-4-1 alternativo.

3.1 A Estrutura Teórica do Modelo 3-4-1_R

Em vista da extensão do grupo de simetria eletrofraca, o modelo 3-4-1 agora comporta 16 bósons de gauge eletrofracos e que darão surgimento, após uma quebra espontânea de simetria (QES), a bósons de gauge exóticos - chamados bósons vetoriais biléptons V^\pm e $U^{\pm\pm}$ - que poderão ser explorados no LHC e na próxima geração de aceleradores de partículas [61]. Deste modo, é factível estudar, no futuro, as consequências fenomenológicas de tal modelo, que aponta a possibilidade de nova física, a fim de tornar possível a procura de partículas não previstas pelo MP. No setor das interações fortes, o grupo representativo $SU(3)_C$ permanece inalterado em relação ao número de bósons de gauge, correspondendo aos oito glúons.

É importante frisar que o respectivo conteúdo de representação de um modelo baseado em um determinado grupo de gauge pode ser derivado através do seu operador de carga elétrica, Q , sendo que o mesmo é a combinação linear dos geradores

diagonais do grupo de gauge $SU(4)_L$ mais o operador de hipercarga do grupo $U(1)_X$.

No modelo 3-4-1_R que expomos aqui, o operador Q para quadrupletos apresenta-se da seguinte forma:

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 + \frac{b}{\sqrt{3}} \lambda_8 + \frac{c}{\sqrt{6}} \lambda_{15} \right) + X I_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b}{3} + \frac{c}{6} \right) + X \\ \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{b}{3} + \frac{c}{6} \right) + X \\ \frac{1}{2} \left(-\frac{2b}{3} + \frac{c}{6} \right) + X \\ -\frac{c}{4} + X \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

e para os antiquadrupletos:

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 - \frac{b}{\sqrt{3}} \lambda_8 - \frac{c}{\sqrt{6}} \lambda_{15} \right) + X I_4 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{b}{3} + \frac{c}{6} \right) + X \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b}{3} - \frac{c}{6} \right) + X \\ \frac{1}{2} \left(\frac{2b}{3} - \frac{c}{6} \right) + X \\ \frac{c}{4} + X \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

onde λ_3 , λ_8 e λ_{15} são as matrizes diagonais de Gell-Mann para o grupo $SU(4)_L$; b e c coeficientes arbitrários, X um número quântico correspondente ao grupo $U(1)_X$ e I_4 é a matriz identidade 4×4 . Com efeito, uma variedade de modelos sob o grupo de simetria 3-4-1 pode ser construída para diferentes valores de b e c (vide o trabalho [62]).

Baseado no conteúdo do MP, que devemos recuperar quando a quebra de simetria 3-4-1 para $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ (daqui por diante 3-2-1) ocorrer, podemos estabelecer o conteúdo de representação leptônica. De modo a recuperar a estrutura de dubleto leptônico do MP, decorre que a primeira componente do multipletto, do modelo 3-4-1_R, deve ter carga elétrica nula e a segunda deve apresentar uma unidade de carga elétrica negativa. Construíremos o modelo com neutrinos de mão-direita na terceira componente e antiléptons na quarta da seguinte forma: $L_{aL} = (\nu_a, e_a, \nu_a^c, e_a^c)_L^T$, onde a é o índice de sabor leptônico. Assim, tal escolha resulta em $b = -1$, $c = -4$ e $X_{L_{aL}} = 0$, isto é, a partícula associada à terceira componente terá carga elétrica nula e a quarta componente terá carga elétrica positiva. Desta forma, o operador Q do conteúdo fermiônico na representação fundamental de quadrupletto escreve-se:

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} X \\ X - 1 \\ X \\ X + 1 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Passemos agora para a apresentação dos multipletos fermiônicos e escalares do modelo.

3.2 Conteúdo de representação

O operador de carga elétrica, Q , é essencial para construirmos o conteúdo de representação das partículas do modelo. Começamos apresentando o conteúdo referente aos léptons. Na sequência, apresentamos o conteúdo dos quarks.

3.2.1 Representação Fermiônica

As partículas da família leptônica estão dispostas da seguinte maneira: os léptons de mão-esquerda encontram-se na representação fundamental de quadrupletos do grupo de simetria $SU_L(4)$, dado abaixo:

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ \nu_a^c \\ e_a^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, X_{L_{aL}}), \quad (3.4)$$

onde $a = 1, 2, 3$ (para e , μ , e τ , respectivamente), $X_{L_{aL}} = 0$ e o símbolo \sim denota a forma como os multipletos se transformam perante o grupo 3-4-1. Não há léptons singletos no modelo, os léptons de mão-direita são inseridos através do procedimento de conjugação de carga na terceira e quarta componentes.

Na família dos quarks, a primeira geração está disposta na seguinte configuração: os quarks de mão-esquerda encontram-se na representação fundamental de quadrupletos do grupo de simetria $SU(4)_L$ e os quarks de mão-direita na representação singleto, como segue abaixo,

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ U_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{4}, X_{Q_{1L}}), \quad (3.5)$$

$$u_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{u_{1R}}), \quad d_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{d_{1R}}), \quad (3.6)$$

$$U_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{U_{1R}}), \quad J_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{J_{1R}}), \quad (3.7)$$

onde u_1 e d_1 são os quarks-padrão up e down, U e J_1 são os novos quarks de cargas elétricas fracionárias $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{3}$, respectivamente; $X_{Q_{1L}} = \frac{2}{3}$, $X_{u_{1R}} = \frac{2}{3}$, $X_{d_{1R}} = -\frac{1}{3}$, $X_{U_{1R}} = \frac{2}{3}$ e $X_{J_{1R}} = \frac{5}{3}$ são as cargas abelianas dos quarks.

Já a segunda e a terceira família de quarks estão dispostas da seguinte forma: os quarks de mão-esquerda encontram-se na representação antiquadruplete do grupo de simetria $SU(4)_L$ e os quarks de mão-direita na representação singlete como segue abaixo:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ D_i \\ J'_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{4}^*, X_{Q_{iL}}), \quad (3.8)$$

$$u_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{u_{iR}}), \quad d_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{d_{iR}}), \quad (3.9)$$

$$D_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{D_{iR}}), \quad J'_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, X_{J'_{iR}}), \quad (3.10)$$

onde $i = 2, 3$. D_i e J'_i são os novos quarks com cargas elétricas de $-\frac{1}{3}$ e $-\frac{4}{3}$, respectivamente; $X_{Q_{iL}} = -\frac{1}{3}$, $X_{u_{iR}} = \frac{2}{3}$, $X_{d_{iR}} = -\frac{1}{3}$, $X_{D_{iR}} = -\frac{1}{3}$ e $X_{J'_{iR}} = -\frac{4}{3}$.

Vale ressaltar que a transformação diferente de uma família é uma exigência do modelo, de modo que a teoria seja livre de anomalias quirais (como veremos na próxima seção), ou seja, duas das três gerações de quarks têm que se transformar identicamente na representação antiquadruplete e uma geração se transformar na representação fundamental de quadruplete pelo grupo de simetria $SU(4)_L$ para que o modelo seja consistente.

3.2.2 Cancelamento de Anomalias Quirais

Dentro de uma teoria de gauge, as anomalias quirais devem se cancelar para evitar o prejuízo da quebra da invariância de gauge e da perda da renormazibilidade da teoria. É tácito que no MP, as anomalias quirais se cancelam devido ao fato que a anomalia quiral gerada pela parte leptônica cancela-se com a gerada pela parte hadrônica, consistindo precisamente no número igual de famílias de léptons e quarks (replicação de famílias) [57]. Esse cancelamento de anomalias quirais dentro do MP ocorre família a família, com ressalva especial para a representação na qual os férmions quirais - na fase de simetria não quebrada - estão acomodados.

Tendo em mãos o conteúdo de matéria, agora podemos analisar o cancelamento de anomalias quirais dentro de nosso modelo. Certas relações terão que ser plenamente satisfeitas para que o modelo seja livre da presença de anomalias quirais [58]. Estas

relações de traço (Tr) são dadas abaixo:

$$\begin{aligned}
\text{(I)} \quad Tr [grav]^2 U(1)_X &= 4X_{Q_{1L}} + 4\sum_{i=2}^3 X_{Q_{iL}} + 4\sum_{a=1}^3 X_{L_{aL}} \\
&+ X_{u_{1R}} + X_{d_{1R}} + X_{U_{1R}} + X_{J_{1R}} \\
&+ \sum_{i=2}^3 (X_{u_{iR}} + X_{d_{iR}} + X_{D_{iR}} + X_{J'_{iR}}) = 0. \quad (3.11)
\end{aligned}$$

Na relação (I), envolvendo dois grávitons externos no diagrama triângulo e o grupo abeliano $U(1)_X$, associada às anomalias gravitacionais, a soma das cargas abelianas X de todos os férmions deve ser nula, isto assegura a covariância do modelo para qualquer que seja a teoria quântica da gravidade [59].

$$\text{(II)} \quad Tr [SU(3)_C]^3 = 0. \quad (3.12)$$

Na relação (II), envolvendo o grupo da QCD, a anomalia quiral anula-se devido ao caráter vetorial da QCD, isto é, as partículas de mão-esquerda e mão-direita são tratadas da mesma forma.

$$\begin{aligned}
\text{(III)} \quad Tr [SU(3)_C]^2 [U(1)_X] &= 4X_{Q_{1L}} + 4\sum_{i=2}^3 X_{Q_{iL}} - X_{u_{1R}} - X_{d_{1R}} \\
&- \sum_{i=2}^3 (X_{u_{iR}} + X_{d_{iR}}) - X_{J_{1R}} - X_{U_{1R}} \\
&- \sum_{i=2}^3 (X_{D_{iR}} + X_{J'_{iR}}) = 0. \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Na relação (III) entre os grupos $SU(3)_C$ e $U(1)_X$, a soma das cargas abelianas X dos quarks de mão-esquerda menos a soma dos quarks de mão-direita deve ser igual a zero, isto é, $Tr (\{T_C^a, T_C^b\} X) = 0$, onde T_C^a são os geradores do grupo $SU(3)_C$.

$$\text{(IV)} \quad Tr [SU(4)_L]^2 [U(1)_X] = 4X_{Q_{1L}} + 4\sum_{i=2}^3 X_{Q_{iL}} + 4\sum_{a=1}^3 X_{L_{aL}} = 0. \quad (3.14)$$

Na relação (IV) entre os grupos $SU(4)_L$ e $U(1)_X$, a soma das cargas abelianas X de todos os férmions do modelo nos quadrupletos de $SU(4)_L$ deve igual a zero, isto é, $Tr (\{T^a, T^b\} X) = 0$, onde T^a são os geradores do grupo $SU(4)_L$.

$$\begin{aligned}
\text{(V)} \quad Tr [U(1)_X]^3 &= 4X_{Q_{1L}}^3 + 4\sum_{i=2}^3 X_{Q_{iL}}^3 - X_{u_{1R}}^3 - X_{d_{1R}}^3 \\
&- X_{J_{1R}}^3 - X_{U_{1R}}^3 - \sum_{i=2}^3 (X_{D_{iR}}^3 + X_{J'_{iR}}^3) = 0. \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Na relação (V), envolvendo apenas o grupo abeliano $U(1)_X$, a diferença entre a soma dos cubos das cargas X dos férmions de mão-esquerda e dos férmions de mão-direita deve ser igual a zero, isto é, $Tr(\{X, X\} X) = 0$.

$$(VI) \quad Tr[SU(4)_L]^3 = 0. \quad (3.16)$$

Esta última relação (VI) envolvendo apenas o grupo $SU(4)_L$ é satisfeita se o número de quadrupletos fermiônicos for igual ao de antiquadrupletos, dado que $T^{a*} = -T^a$. Conforme as representações (3.4), (3.5) e (3.8), observamos que a condição (3.16) é satisfeita, pois temos três quadrupletos de léptons, três quadrupletos de quarks em Q_{1L} , seis antiquadrupletos de quarks em Q_{2L} , Q_{3L} (considerando as famílias e os graus de liberdade de cor dos quarks). Precisamente, todas as condições acima são plenamente satisfeitas no modelo, logo o cancelamento de anomalias quirais é uma consequência natural do conteúdo de partículas do modelo, originando uma relação com a replicação de famílias.

3.2.3 Representação dos Escalares

É importante destacar que os multipletos escalares desempenham um papel relevante dentro de muitos modelos baseados no grupo de simetria de gauge, pois quando temos a ocorrência da QES, as componentes eletricamente neutras desenvolvem VEV. As partículas do modelo terão suas massas com valores proporcionais aos VEV advindos dos campos escalares ou por meio do setor de Yukawa ou via operadores efetivos, por exemplo.

Para obtermos o padrão correto de massa dos bósons de gauge, devemos adicionar três quadrupletos escalares dispostos da seguinte maneira:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 1), \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, -1), \quad (3.17)$$

de modo que as componentes eletricamente neutras desenvolvam valores esperados do vácuo diferentes de zero (exceto a primeira componente do quadrupletto η , que não

desenvolve VEV para evitar a mistura entre quarks-padrão e exóticos) quando a QES ocorrer, conforme a configuração abaixo:

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\eta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

onde teremos $v_\chi > v_\eta > v_\rho$. Os VEV v_χ e v_η estarão associados às novas partículas com massas na escala dos TEV do modelo e o VEV v_ρ será associado ao do MP, isto é, $v_\rho = 246$ GeV. De fato, essa é a redução do setor escalar que empregamos para a construção de um modelo mais “límpido” fenomenologicamente.

3.3 Lagrangiana do Modelo 3-4-1_R

A lagrangiana total do modelo é invariante de Lorentz, renormalizável e invariante de gauge pelas transformações do grupo semissimples de simetria 3-4-1. Vamos dividir a lagrangiana em quatro setores,

$$\mathcal{L}_{3-4-1R}^{Total} = \mathcal{L}_f^{matéria} + \mathcal{L}^{gauge} + \mathcal{L}^{Yukawa} + \mathcal{L}^{escalar}, \quad (3.19)$$

com o intuito em expô-los separadamente nas próximas seções. Em verdade, apresentamos apenas os setores atinentes às interações eletrofracas do modelo.

3.3.1 Setor dos Férmions

A lagrangiana do setor de matéria fermiônica tem a seguinte forma,

$$\mathcal{L}_f^{matéria} = \overline{f_{L,R}} \mathcal{D}_{L,R}^\mu f_{L,R}, \quad (3.20)$$

onde $f_{L,R}$ são os multipletos de férmions ($f_{L,R} = L_{L,R}$ e $Q_{L,R}$) e $\mathcal{D}_{L,R}^\mu$ é a derivada covariante para os multipletos fermiônicos. Desta lagrangiana, deriva-se as interações dos férmions com os bósons de gauge físicos eletricamente neutros e carregados do modelo. A derivada covariante, introduzida via substituição mínima com o intuito de tornar a teoria invariante pelas transformações do grupo de simetria 3-4-1, tem a forma para quadrupletos de mão-esquerda,

$$\mathcal{D}_\mu f_L = \left[\partial_\mu + ig \frac{\lambda^n}{2} W_\mu^n + ig_X X_{f_L} W_\mu^X \right] f_L, \quad (3.21)$$

e para os antiquadupletos tem a seguinte forma,

$$\mathcal{D}_\mu \bar{f}_L = \left[\partial_\mu - ig \frac{\lambda^{n*}}{2} W_\mu^n + ig_X X_{\bar{f}_L} W_\mu^X \right] \bar{f}_L, \quad (3.22)$$

onde λ^n são as matrizes de Gell-Mann para o grupo não abeliano $SU(4)_L$; $n = 1, \dots, 15$; g e W^n são as constantes de acoplamento de gauge e os bósons de gauge para o grupo $SU(4)_L$, enquanto g_X e W^X são a constante de acoplamento e o bóson de gauge para o grupo $U(1)_X$, respectivamente.

Para os singletos, a derivada covariante é dada por:

$$\mathcal{D}_\mu f_R = [\partial_\mu + ig_X X_{f_R} W_\mu^X] f_R. \quad (3.23)$$

Como exposto, obtemos a dinâmica dos férmions, ou seja, as interações entre os férmions e os bósons de gauge físicos a partir da Eq. (3.20).

3.3.2 Setor de Gauge

A lagrangiana do setor de gauge puro é dada por:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -\frac{1}{4} W^{j\mu\nu} W_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4} W^{X\mu\nu} W_{\mu\nu}^X, \quad (3.24)$$

onde

$$W_{\mu\nu}^j = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g f_{jkl} W_\mu^k W_\nu^l, \quad (3.25)$$

$$W_{\mu\nu}^X = \partial_\mu W_\nu^X - \partial_\nu W_\mu^X, \quad (3.26)$$

onde $j, k, l = 1, \dots, 15$ e $f_{jkl} = (1/4i) \text{Tr} \{[\lambda_j, \lambda_k] \lambda_l\}$ é a constante de estrutura do grupo $SU(4)_L$. Esta lagrangiana fornece, à maneira do MP, as autointerações bosônicas, ou seja, a propagação e interação dos campos advindos dos termos cinéticos. Com efeito, deste setor obtemos os propagadores e os fatores de vértice bosônicos.

Com relação ao grupo de simetria 3-4-1, há um total de vinte e quatro bósons: oito bósons de gauge associados ao grupo $SU(3)_C$, quinze ao grupo $SU(4)_L$ e um ao grupo abeliano $U(1)_X$. Com o segundo termo do lado direito da derivada covariante (3.21), podemos escrever os quinze bósons de gauge associados ao grupo $SU(4)_L$ como,

$$\frac{1}{2} \lambda^n W_\mu^n = \frac{1}{2} \times$$

$$\frac{1}{2}\lambda^n W_\mu^n = \mathcal{M}_\mu^\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}W_\mu^{15} & W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^4 - iW_\mu^5 & W_\mu^9 - iW_\mu^{10} \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}W_\mu^{15} & W_\mu^6 - iW_\mu^7 & W_\mu^{11} - iW_\mu^{12} \\ W_\mu^4 + iW_\mu^5 & W_\mu^6 + iW_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}W_\mu^{15} & W_\mu^{13} - iW_\mu^{14} \\ W_\mu^9 + iW_\mu^{10} & W_\mu^{11} + iW_\mu^{12} & W_\mu^{13} + iW_\mu^{14} & -\frac{3}{\sqrt{6}}W_\mu^{15} \end{pmatrix} \\ \frac{1}{2}\lambda^n W_\mu^n = \mathcal{M}_\mu^\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^{(b+1)/2} & X_\mu^{(3+b+2c)/6} \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_{1\mu}^{-(b-1)/2} & V_\mu^{(-3+b+2c)/6} \\ K_\mu^{-(b+1)/2} & K_{1\mu}^{-(b-1)/2} & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^{-(b-c)/3} \\ X_\mu^{-(3+b+2c)/6} & V_\mu^{(3-b-2c)/6} & Y_\mu^{(b-c)/3} & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

onde

$$D_{1\mu}^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{6}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{12}}W_\mu^{15}, \quad (3.28)$$

$$D_{2\mu}^0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{6}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{12}}W_\mu^{15}, \quad (3.29)$$

$$D_{3\mu}^0 = -\frac{2}{\sqrt{6}}W_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{12}}W_\mu^{15}, \quad (3.30)$$

$$D_{4\mu}^0 = -\frac{3}{\sqrt{12}}W_\mu^{15}, \quad (3.31)$$

e os índices sobre os bósons de gauge informam o valor da carga elétrica em unidades de e em função dos parâmetros b e c . Para encontrarmos os valores correspondentes da carga elétrica para os bósons de gauge acima utilizamos a equação de autovalor

$$Q |\mathcal{M}_\mu^\phi\rangle_{ij} \equiv [Q, \mathcal{M}_\mu^\phi]_{ij} = q_{ij} |\mathcal{M}_\mu^\phi\rangle_{ij}, \quad (3.32)$$

onde Q é operador carga elétrica genérico dado na Eq. (3.1). Para nosso modelo, com $b = -1$, $c = -4$, obtemos

$$\frac{1}{2}\lambda^m W_\mu^m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^0 & X_\mu^- \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_{1\mu}^- & V_\mu^{--} \\ K_\mu^{+0} & K_{1\mu}^+ & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^- \\ X_\mu^+ & V_\mu^{++} & Y_\mu^+ & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Observamos a presença de bósons vetoriais duplamente carregados eletricamente ($V^{\pm\pm}$) e bósons vetoriais não hermitianos (K^0 , K'^0), além de bósons simplesmente carregados eletricamente (W_μ^\pm , X^\pm , K_1^\pm , Y^\pm).

3.3.3 Setor de Yukawa

No setor de Yukawa, temos os termos de acoplamento de dois férmions com um escalar, invariantes pelo grupo de simetria 3-4-1. De fato, as massas dos férmions advêm deste setor após a ocorrência da QES. Na verdade, teremos apenas alguns férmions do modelo com massa, advinda deste setor, ao final da QES (como veremos no capítulo 6).

A lagrangiana de interação de Yukawa que fornece as massas para os férmions é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{Yukawa} = & \lambda_{11}^J \overline{Q_{1L}} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^{J'} \overline{Q_{iL}} \chi^* J'_{jR} + \lambda_{1k}^d \overline{Q_{1L}} \rho d_{kR} \\ & + \lambda_{11}^u \overline{Q_{1L}} \eta u_{1R} + \lambda_{ij}^d \overline{Q_{iL}} \eta^* d_{jR} \\ & + \lambda_{ik}^u \overline{Q_{iL}} \rho^* u_{kR} + \lambda_{11}^U \overline{Q_{1L}} \eta U_{1R} + \lambda_{ij}^D \overline{Q_{iL}} \eta^* D_{jR} + h.c., \end{aligned} \quad (3.34)$$

onde λ_{11}^J , λ_{ij}^J , λ_{1k}^d , λ_{11}^u , λ_{ij}^d , λ_{ik}^u , λ_{11}^U , λ_{ij}^D são as constantes de acoplamento de Yukawa ($k = 1, 2, 3$ e $i, j = 2, 3$); η^* , ρ^* , χ^* são antiquadrupletos. Destes termos acima, após as componentes eletricamente neutras dos campos escalares (η , ρ , χ) desenvolverem VEV, alguns dos quarks adquirem massa. Mais especificamente, observamos que as massas para os quarks exóticos J_1 e J'_j são obtidas exclusivamente do campo escalar χ , quando o mesmo desenvolve VEV. Nessa perspectiva, o campo escalar ρ é responsável em parte pelas massas de dois quarks do tipo up e um do tipo down e o campo escalar η contribui em parte pelas massas de um quark U_1 e de dois quarks tipo D . Além disso, notamos que não há um termo responsável pelas massas dos léptons (isso é devido a exclusão do antidecuplete escalar).

3.3.4 Setor dos Escalares

A lagrangiana do setor dos escalares é

$$\mathcal{L}^{escalar} = \sum_{\varphi} (\mathcal{D}_{\mu} \varphi)^{\dagger} (\mathcal{D}^{\mu} \varphi) - V(\eta, \rho, \chi), \quad (3.35)$$

sendo que φ é cada um dos quadrupletos escalares (η, ρ, χ). A derivada covariante apresenta-se da seguinte maneira para os escalares,

$$\mathcal{D}_{\mu} \varphi = \left[\partial_{\mu} - ig \left(W_{\mu}^m \frac{\lambda^m}{2} \right) - ig_X X_{\varphi} W_{\mu}^N \right] \varphi. \quad (3.36)$$

Obtêm-se após a QES as massas dos bósons de gauge físicos do modelo, com o desenvolvimento do primeiro termo em (3.35).

Apresentamos agora o potencial do setor dos escalares completo, renormalizável e o mais geral possível, envolvendo os três quadrupletos de Higgs (3.17). Tal potencial, invariante sob as transformações do grupo de simetria 3-4-1, é:

$$\begin{aligned}
V(\eta, \rho, \chi) = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 \\
& + (\eta^\dagger \eta) (\lambda_4 (\rho^\dagger \rho) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)) + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_7 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\
& + \lambda_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_9 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) + [\lambda_{10} (\eta^\dagger \chi) (\eta^\dagger \rho) + h.c.], \quad (3.37)
\end{aligned}$$

onde μ_j^2 são parâmetros com dimensão de massa ao quadrado ($j = 1, 2, 3$) e λ_k são constantes de acoplamento adimensionais ($k = 1, \dots, 10$). A minimização do potencial acima será apresentada no apêndice B, com o devido uso de uma simetria discreta.

Em resumo, foi exposto a estrutura teórica do modelo 3-4-1_R, onde apresentamos os conteúdos fermiônicos e escalares, bem como a lagrangiana completa. No próximo capítulo, as QES parciais serão efetuadas, via o mecanismo de Higgs, que darão massas para os bósons de gauge do modelo. Com os campos escalares do modelo, teremos a seguinte hierarquia de quebra de simetria,

$$\begin{aligned}
& SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X \\
& \quad \downarrow \langle \chi \rangle \\
& SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N \\
& \quad \downarrow \langle \eta \rangle \quad (3.38) \\
& SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \\
& \quad \downarrow \langle \rho \rangle \\
& SU(3)_C \otimes U(1)_Q.
\end{aligned}$$

No próximo capítulo, trataremos dessas quebras de simetria parciais, enfatizando como os multipletos escalares se decompõem. Na próxima seção, mostramos a quantização da carga elétrica dentro de nosso modelo.

3.4 Quantização da Carga Elétrica

Uma questão em aberto dentro da física de partículas é a origem dos valores discretos das cargas elétricas das partículas elementares, que leva ao chamado problema da

quantização da carga elétrica [64]. É tácito que no MP, não há uma explicação para a quantização da carga elétrica, quando considera-se as três famílias de quarks e léptons [65]. Dentro do nosso modelo com o grupo de simetria 3-4-1, ocorre a quantização da carga elétrica, quando considera-se as três famílias em conjunto, como mostramos a seguir.

Primeiramente, vamos escrever o operador de carga elétrica na forma

$$Q = T_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}T_8 - \frac{4}{\sqrt{6}}T_{15} + q_X X, \quad (3.39)$$

onde $T_n = \lambda_n/2$ ($n = 3, 8, 15$) são as matrizes de Gell-Mann para o grupo $SU(4)$ e q_X é um coeficiente de normalização. Este coeficiente deverá ser determinado como o inverso de uma carga abeliana X de um único multipletto, a fim de mostrarmos que uma única carga abeliana está associada com todas as outras do modelo 3-4-1_R. Nessa medida, devemos supor a priori que as cargas abelianas dos multipletos são arbitrárias.

O operador (3.39) deve aniquilar o vácuo para que ocorra a conservação da carga elétrica,

$$Q \langle \varphi \rangle = 0, \quad (3.40)$$

onde φ é qualquer um dos multipletos escalares da Eq. (3.17). Obtemos a partir de (3.40) as relações entre as cargas abelianas,

$$q_X = -\frac{1}{X_\chi}, \quad X_\eta = 0, \quad X_\rho = -X_\chi. \quad (3.41)$$

Podemos escrever o operador Q da seguinte forma

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (3.42)$$

onde $I_3 = T_3$ e $\frac{Y}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}T_8 - \frac{4}{\sqrt{6}}T_{15} - \frac{X}{X_\chi}$.

A lagrangiana de Yukawa, invariante por $U(1)_X$, fornece os vínculos clássicos

$$\begin{aligned} X_{Q_{1L}} &= X_\chi + X_{J_{1R}}, & X_{Q_{iL}} &= -X_\chi + X_{J'_{iR}}, \\ X_{Q_{1L}} &= X_\rho + X_{d_{1R}}, & X_{Q_{iL}} &= -X_\rho + X_{u_{iR}}, \\ X_{Q_{1L}} &= X_\eta + X_{U_{1R}}, & X_{Q_{iL}} &= -X_\eta + X_{D_{iR}}, \\ X_{Q_{1L}} &= X_\eta + X_{u_{1R}}, & X_{Q_{iL}} &= -X_\eta + X_{d_{iR}}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Usando os vínculos (3.41) em (3.43), temos

$$\begin{aligned}
X_{J_{1R}} &= X_{Q_{1L}} - X_\chi, & X_{J'_{iR}} &= X_{Q_{iL}} + X_\chi, \\
X_{d_{1R}} &= X_{Q_{1L}} + X_\chi, & X_{u_{iR}} &= X_{Q_{iL}} - X_\chi, \\
X_{U_{1R}} &= X_{Q_{1L}}, & X_{D_{iR}} &= X_{Q_{iL}}, \\
X_{u_{1R}} &= X_{Q_{1L}}, & X_{d_{iR}} &= X_{Q_{iL}}.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Observa-se acima que as cargas abelianas de todos os singletos dos quarks estão em função somente de uma ou duas cargas abelianas.

Devemos obter outros vínculos a partir das relações de cancelamento de anomalias quirais. Vamos usar (3.11) e (3.14) para encontrarmos os seguintes vínculos quânticos

$$X_{L_{aL}} = 0, \tag{3.45}$$

$$X_{Q_{1L}} = \sum_{i=2}^3 X_{Q_{iL}} - X_\chi, \tag{3.46}$$

$$X_{Q_{1L}} = -\frac{2X_\chi}{3}. \tag{3.47}$$

Assim, podemos expressar todas as cargas abelianas dos singletos dos quarks dependendo somente de uma carga abeliana, como dadas abaixo

$$\begin{aligned}
X_{J_{1R}} &= -\frac{5}{3}X_\chi, & X_{J'_{iR}} &= \frac{4}{3}X_\chi, \\
X_{d_{1R}} &= \frac{1}{3}X_\chi, & X_{u_{iR}} &= -\frac{2X_\chi}{3}, \\
X_{U_{1R}} &= -\frac{2}{3}X_\chi, & X_{D_{iR}} &= \frac{1}{3}X_\chi, \\
X_{u_{1R}} &= -\frac{2X_\chi}{3}, & X_{d_{iR}} &= \frac{1}{3}X_\chi.
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Com isso, queremos afirmar que eliminamos a arbitrariedade da atribuição de X . Ao substituímos (3.48) em (3.43), podemos encontrar os vínculos para os multipletos dos quarks de mão-esquerda e com (3.42), encontrarmos as cargas elétricas corretas para os férmions do modelo [66]. Mostramos a quantização da carga elétrica dentro do modelo 3-4-1_R exposto no presente capítulo. Para isto, foi imprescindível a conservação da carga elétrica, de forma a mostrar que todas as cargas abelianas do grupo $U(1)_X$ poderiam ser escritas em função apenas de uma única carga X , utilizando para tanto vínculos clássicos e quânticos.

3.5 Modelo 3-4-1 Mínimo

Uma outra possibilidade bastante interessante para a construção de um modelo 3-4-1 é tomar os valores $b = -3$, $c = 0$ e $X_{L_a} = 0$, no operador de carga (3.1), que resulta em,

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} X \\ X - 1 \\ X + 1 \\ X \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

onde X é o número quântico relacionado ao grupo $U(1)_X$. Observa-se que houve apenas uma simples mudança na estrutura do operador de carga comparado a (3.3). Com o operador de carga (3.49), podemos construir o multipletto leptônico,

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ e_a^c \\ \nu_a^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0), \quad (3.50)$$

onde novamente $a = 1, 2, 3$ (para e , μ e τ , respectivamente). Com efeito, a terceira componente do multipletto (3.4) permutou a posição com a quarta componente, possibilitando a construção de um modelo 3-4-1 que tem o modelo 3-3-1 mínimo (daqui por diante 3-4-1 mínimo) em seu arcabouço, quando realiza-se a quebra da simetria 3-4-1. Como veremos, ocorrerá a mesma permutação com a família dos quarks.

Na nova configuração do setor hadrônico, a primeira família dos quarks agora é:

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \\ U_1 \end{pmatrix}_L \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \frac{2}{3} \right), \quad (3.51)$$

$$u_{1R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3} \right), \quad d_{1R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3} \right), \quad (3.52)$$

$$J_{1R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{5}{3} \right), \quad U_{1R} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3} \right), \quad (3.53)$$

enquanto a segunda e a terceira família são dadas pelos antiquadrupletos e singletos:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ J'_i \\ D_i \end{pmatrix}_L \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{4}^*, -\frac{1}{3} \right), \quad (3.54)$$

$$u_{iR} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3} \right), \quad d_{iR} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3} \right), \quad (3.55)$$

$$J'_{iR} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{4}{3} \right), \quad D_{iR} \sim \left(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3} \right), \quad (3.56)$$

onde $i = 2, 3$. Vale frisar novamente que uma família tem que se transformar por $SU(4)_L$ de maneira diferente para que ocorra o cancelamento de anomalias quirais no modelo.

Em relação ao setor escalar, os três quadrupletos de Higgs são:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \\ \eta_2^0 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \\ \rho_2^+ \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \\ \chi_2^- \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

com as mesmas transformações de simetria (3.17). As componentes eletricamente neutras desenvolvem VEV na forma: $\langle \eta_2^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_\eta$, $\langle \rho^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_\rho$, $\langle \chi^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_\chi$. Especificamente, o quadrupleto η desenvolve VEV somente na quarta componente e será o responsável pela quebra de simetria 3-4-1 para o grupo 3-3-1, ao passo que o VEV do campo χ quebrará a simetria 3-3-1 para 3-2-1 e o campo ρ quebrará 3-2-1 para 3-1.

3.6 Considerações Finais

No presente capítulo, apresentamos a estrutura teórica do modelo. Especificamente, iniciamos apresentando o operador de carga que caracteriza a disposição dos multipletos de matéria do modelo. Nosso objetivo expresso neste capítulo era apresentar uma visão teórica que nos capacitará nos capítulos futuros a vislumbrar algumas características peculiares do modelo quando da análise perturbativa do mesmo e da geração de massa a partir de operadores efetivos.

Além disso, apresentamos na forma de um adendo o modelo 3-4-1 mínimo, que construímos visando no futuro a investigação de uma possível partícula candidata à matéria escura. É uma excelente oportunidade de mostrar que um modelo 3-4-1, que tem embebido o 3-3-1 mínimo, apresenta um constituinte dessa matéria exótica do Universo, visto que o 3-3-1 mínimo não tem uma partícula neutra estável.

Capítulo 4

A Quebra da Simetria 3-4-1

Neste capítulo, expomos a quebra espontânea da simetria 3-4-1 para 3-3-1, depois a quebra de simetria 3-3-1 para 3-2-1. Por fim, a quebra de simetria 3-2-1 para 3-1 será apresentada, onde os bósons de gauge terão os valores de massa corretos. Também, apresentamos a obtenção de massa dos bósons de gauge do modelo 3-4-1_R, assim como massa nula para o fóton. Ainda, vamos expor as misturas entre os bósons de gauge hermitianos eletricamente neutros e os autovetores dos mesmos. No final do capítulo, realizamos a quebra de simetria no modelo 3-4-1 mínimo.

4.1 Quebra Espontânea de Simetria

O mecanismo de quebra espontânea de simetria (QES) é crucial para o Modelo Padrão eletrofraco (MP), visto que é o responsável pela geração de massa dos bósons de gauge intermediários e férmions da teoria, via a introdução de um dubleto de escalares (denominado dubleto de Higgs). Notadamente, a QES eletrofraca é caracterizada pela magnitude do valor esperado do vácuo ($v = 246 \text{ GeV}$), adquirido pela componente eletricamente neutra do dubleto de Higgs [67]. Todas as partículas (exceto os neutrinos e o fóton), dentro do MP, têm suas massas com valores proporcionais a v . O conhecido mecanismo de Higgs foi proposto nos trabalhos da Ref. [68] e caracteriza-se pela geração de massa para os bósons de gauge dentro de uma teoria com simetria de gauge local. Com efeito, o mecanismo de Higgs é uma generalização do mecanismo de Goldstone para transformações de fase locais [69]. O mecanismo de Higgs foi incorporado dentro da teoria eletrofraca do MP por Salam e Weinberg, baseada no grupo $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$

[30], que tinham por objetivo efetivar a aquisição de massas tanto para bósons de gauge quanto para léptons, pois na tentativa de Glashow em elaborar a teoria eletrofraca as massas das partículas eram postas à mão [71]. Cabe enfatizar que o mecanismo de Higgs é extremamente adequado dentro do MP, pelo fato que na QES há o surgimento de uma partícula escalar, denominada bóson de Higgs, que é a responsável pelo cancelamento de divergências em seções de choque [72], como no caso, por exemplo, do espalhamento inelástico $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$.

No modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez [46], o mecanismo de Higgs é aplicado de uma maneira similar, exceto que existem quatro quadrupletos escalares, que fornecem as massas para os quarks e um antidecuplete escalar, que é responsável pela massa dos léptons. De um modo geral, um modelo baseado no grupo de simetria 3-4-1 ao usar essa estrutura de multipletos escalares, acarreta - como consequência imediata - uma grande variedade de partículas escalares no espectro físico do modelo. Consoante a isto, o modelo assim construído tem pouca atratividade em relação à fenomenologia do setor escalar, por isso, é plausível tentar diminuir o número de multipletos escalares no modelo, a fim de tornar mais clara e eficiente um futuro estudo fenomenológico do modelo. A despeito da diminuição dos multipletos escalares, o padrão de QES ainda é mantida, no sentido da geração de massas para os bósons de gauge do modelo. Nessa medida, é viável encontrar maneiras alternativas de engendrar a geração de massas para os férmions do modelo.

Neste trabalho, realizamos a diminuição dos multipletos escalares para apenas três quadrupletos de Higgs, sendo que as massas das partículas do modelo (a saber, os férmions) originam-se, em parte, de operadores efetivos não renormalizáveis - advindos a partir de uma teoria mais fundamental em altas energias - e, por outra parte, nos termos de interação de Yukawa. Com efeito, quando as componentes eletricamente neutras dos campos escalares induzem a QES, os operadores efetivos de dimensão de massa maior que quatro originam termos de massa de Dirac para os quarks e de Majorana para os neutrinos ativos, como veremos no capítulo 6. De fato, implementamos a abordagem de forma similar ao realizado no trabalho [41].

Em particular, estamos interessados nos graus de liberdade ativos do MP - que surgirá após a quebra de simetria 3-3-1 para 3-2-1 - para utilizarmos no cálculo dos coeficientes das equações do grupo de renormalização (EGR), com o intuito em explorar

a perturbatividade do modelo na escala dos TeV. A análise perturbativa do modelo será apresentada no capítulo 5.

Uma pequena digressão será feita sobre a tecnicidade da quebra de simetria 3-4-1 para 3-1 ($SU(3)_c \otimes U(1)_Q$), que realizamos nas próximas seções. Primeiramente (conforme Eq. (3.17)), a quarta componente do quadrupeto χ desenvolverá um VEV diferente de zero, quebrando o grupo de simetria 3-4-1 para 3-3-1. Em seguida, a terceira componente do tripleto η' desenvolverá um VEV diferente de zero, quebrando o grupo de simetria 3-3-1 para 3-2-1. Por fim, a segunda componente do dubleto ρ'' induzirá a quebra do grupo de simetria 3-2-1 para 3-1.

Neste contexto, o quadrupeto χ , que possui oito graus de liberdade, resultará em um escalar físico e os sete graus de liberdade restantes serão absorvidos como componentes longitudinais dos bósons de gauge ($X^\pm, Y^\pm, V^{\pm\pm}, Z''$), que obterão massas parciais. Na próxima seção, o tripleto η' , que tem seis graus de liberdade, resultará em um escalar físico e os cinco graus de liberdades restantes serão absorvidos como componentes longitudinais dos bósons de gauge (K'^0, K''^0, K_1^\pm, Z') e o bóson de gauge Y^\pm obterá massa definitiva. O dubleto ρ'' , que tem quatro graus de liberdade, resultará em um escalar físico e os três graus de liberdade restantes serão absorvidos como componentes longitudinais dos bósons de gauge (W^\pm, Z^0) e os bósons de gauge ($K_1^\pm, V^{\pm\pm}$) ganharão massas definitivas.

4.1.1 Quebra de Simetria no Setor de Matéria e dos Escalares

O efeito da quebra de simetria 3-4-1 para 3-3-1 (realizada pelo VEV adquirido pela componente eletricamente neutra do quadrupeto χ) induz a decomposição dos quadrupletos fermiônicos, resultando em um tripleto mais um singlete. Abaixo, temos o resultado para a família leptônica

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ \nu_a^c \\ e_a^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, X_{L_{aL}}) \longrightarrow L'_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ \nu_a^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{l_a}) + e_{aL}^c \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{e_a}), \quad (4.1)$$

onde $X_{L_a} = 0$, $N_{l_a} = -1/3$ e $N_{e_a} = 1$. Observamos que, com a realização da primeira quebra de simetria no multipeto leptônico, recuperamos o multipeto do modelo 3-3-1

com neutrinos de mão-direita ($3\text{-}3\text{-}1_{RHN}$) na terceira componente [43].

Para os quarks da primeira geração, temos:

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ U_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{4}, X_{Q_1}) \longrightarrow Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ U_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, N_{Q'_1}) + J_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, N_{J_1}), \quad (4.2)$$

onde $X_{Q_1} = \frac{2}{3}$, $N_{Q'_1} = \frac{1}{3}$ e $N_{J_1} = \frac{5}{3}$.

Para os quarks da segunda e terceira gerações, temos:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ D_i \\ J'_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{4}^*, X_{Q_i}) \longrightarrow Q'_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ D_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, N_{Q'_i}) + J'_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, N_{J_i}), \quad (4.3)$$

onde $X_{Q_i} = -\frac{1}{3}$, $N_{Q'_i} = 0$, $N_{J_i} = -\frac{4}{3}$. Como enfatizado acima, recuperamos a estrutura dos multipletos dos léptons e dos quarks do modelo 3-3-1. De fato, o grupo de simetria 3-3-1 está embebido no grupo de simetria maior, que é o grupo de simetria 3-4-1. Em vista disso, temos que recuperar as características inerentes ao modelo 3-3-1 $_{RHN}$, como, por exemplo, um triplete escalar com duas componentes eletricamente neutras.

Os quadrupletos escalares decompõem-se, cada um, em um triplete mais um singlete:

$$\begin{aligned} \chi &= \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \\ \chi^0 \end{pmatrix} \longrightarrow \chi' = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\chi'}) + \chi^0 \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\chi^0}), \\ \eta &= \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \longrightarrow \eta' = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\eta'}) + \eta_2^+ \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\eta_2^+}), \\ \rho &= \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \longrightarrow \rho' = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\rho'}) + \rho^{++} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\rho^{++}}), \end{aligned}$$

onde $N_{\chi'} = -4/3$, $N_{\eta'} = -1/3$, $N_{\rho'} = 2/3$, $N_{\chi^0} = 0$, $N_{\eta_2^+} = 1$ e $N_{\rho^{++}} = 2$.

Em seguida, o efeito da quebra de simetria 3-3-1 para 3-2-1 (realizada agora pelo VEV da terceira componente eletricamente neutra do tripleto η') induz a decomposição dos tripletos fermiônicos, resultando em dubletos mais singletos. Temos, abaixo, o efeito sobre a família leptônica,

$$L'_{aL} \longrightarrow l_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{l_a}) + \nu_{aL}^c \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\nu_a}), \quad (4.4)$$

onde $Y_{l_a} = -1$ e $Y_{\nu_a} = 0$.

Para os quarks da primeira geração, temos:

$$Q'_{1L} \rightarrow q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_{q_1}) + U_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{U_1}) \quad (4.5)$$

onde $Y_{q_1} = \frac{1}{3}$ e $Y_{U_1} = \frac{2}{3}$.

Para os quarks da segunda e terceira gerações, temos:

$$Q'_{iL} \rightarrow \tilde{q}_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_{q_i}) + D_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{D_i}), \quad (4.6)$$

onde $Y_{q_i} = \frac{1}{3}$ e $Y_{D_i} = -\frac{1}{3}$. O dubleto da segunda e terceira famílias dos quarks é $\tilde{q}_{iL} = i\sigma_2 q_{iL}^*$, onde $q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i & d_i \end{pmatrix}^T$ e σ_2 é a matriz de Pauli.

Os tripletos escalares decompõem-se, cada um, em um dubleto e um singletto:

$$\chi' \rightarrow \chi'' = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{\chi''}) + \chi_2^- \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\chi_2^-}), \quad (4.7)$$

$$\eta' \rightarrow \eta'' = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{\eta''}) + \eta_2^0 \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\eta_2^0}), \quad (4.8)$$

$$\rho' \rightarrow \rho'' = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{\rho''}) + \rho_2^+ \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\rho_2^+}), \quad (4.9)$$

onde $Y_{\chi''} = -3$, $Y_{\eta''} = -1$, $Y_{\rho''} = 1$, $Y_{\chi_2^-} = -2$, $Y_{\eta_2^0} = 0$ e $Y_{\rho_2^+} = 2$. O dubleto escalar ρ'' realiza o papel do dubleto escalar do MP. Deste modo, o VEV relacionado à componente ρ^0 terá a magnitude correspondente a 246 GeV (magnitude do VEV da escala eletrofraca).

4.1.2 Espectro de Massas dos Bósons de Gauge

É essencial, em um modelo pautado na estrutura de gauge, a obtenção de massas para os bósons vetoriais. Para isto, os bósons de Nambu-Goldstone serão absorvidos como componentes longitudinais pelos bósons de gauge, que antes da QES tinham apenas dois graus de liberdade devido à simetria de gauge que impede termos de massa. No presente modelo, há dezesseis bósons de gauge associados ao setor eletrofraco, a saber: dez bósons eletricamente carregados e seis bósons neutros.

Há duas formas de realizarmos a QES, com o objetivo em engendrar a massa para os bósons de gauge: na primeira, utilizamos os multipletos “quebrados” e na segunda, utilizamos os multipletos escalares originais, sem a modificação das derivadas covariantes. Vamos usar a segunda abordagem neste trabalho.

4.1.3 Quebra de Simetria 3-4-1 para 3-3-1

Na quebra de simetria 3-4-1 para a simetria 3-3-1, os termos de massa parciais para os bósons intermediários X^\pm , $V^{\pm\pm}$ e Y^\pm são obtidos juntamente com a mistura entre W^{15} e W^X . Para isso, temos que substituir o quadrupeto χ (cujo VEV da componente eletricamente neutra é a responsável pela quebra da simetria 3 – 4 – 1) na lagrangiana dada por (3.35). Deste modo, o termo cinético associado ao multipletto escalar χ é dado por

$$\mathcal{L}_\chi^{escalar} = (\mathcal{D}_\mu \chi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi), \quad (4.10)$$

onde

$$\mathcal{D}_\mu \langle \chi \rangle = \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{i v_\chi}{2} \begin{pmatrix} gX_\mu^+ \\ gV_\mu^{++} \\ gY_\mu^+ \\ gD_{4\mu}^0 - g_X \sqrt{2} W_\mu^X \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Obtemos ao desenvolver (4.10):

$$\begin{aligned} |\mathcal{D}_\mu \langle \chi \rangle|^2 &= \frac{g^2 v_\chi^2}{4} (X_\mu^+ X^{\mu-} + V_\mu^{++} V^{\mu--} + Y_\mu^+ Y^{\mu-} + D_{4\mu}^0 D_4^{0\mu}) \\ &\quad + \frac{g_X^2 v_\chi^2}{2} W_\mu^X W^{X\mu} - \frac{gg_X v_\chi^2}{\sqrt{2}} W_\mu^X D_4^{0\mu}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde $D_{4\mu}^0 = -3W_\mu^{15}/\sqrt{12}$.

A matriz de mistura na base W^{15} e W^X é dada por

$$\begin{pmatrix} W_\mu^{15} & W_\mu^X \end{pmatrix} \frac{g^2 v_\chi^2}{4} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 2\sqrt{\frac{3}{3}}t \\ 2\sqrt{\frac{3}{3}}t & 4t^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{15\mu} \\ W^{X\mu} \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

cujos autovalores são $M_{B_2}^2 = 0$ e $M_{Z''}^2 = \frac{g^2 v_\chi^2}{8} (3 + 8t^2)$, onde $t = g_X/g$. Os autovetores são:

$$\begin{pmatrix} B_\mu^2 \\ Z''_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\psi & -S_\psi \\ S_\psi & C_\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^X \\ W_\mu^{15} \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

onde $C_\psi = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+8t^2}}$ e $S_\psi = \frac{2\sqrt{2}t}{\sqrt{3+8t^2}}$.

Passemos para a apresentação da quebra de simetria do grupo 3-3-1.

4.1.4 Quebra de Simetria 3-3-1 para 3-2-1

Como já enfatizado anteriormente, o grupo de simetria 3-3-1 será quebrado quando a terceira componente eletricamente neutra do quadrupletto η desenvolver VEV. Em contrapartida, a primeira componente de η não desenvolverá VEV, sem nenhum prejuízo na QES.

Na quebra de simetria do grupo 3-3-1 para o grupo de simetria 3-2-1, os termos de massa para os bósons de gauge $K'^{0\dagger}$, K'^0 e K_1^\pm são obtidos juntamente com a mistura W^8 e B^2 . Para isso, temos que substituir o quadrupletto η na lagrangiana (3.35). Deste modo, o termo cinético associado ao multipletto η é dado por

$$\mathcal{L}_\eta^{\text{escalar}} = (\mathcal{D}_\mu \eta)^\dagger (\mathcal{D}_\mu \eta), \quad (4.15)$$

onde

$$\mathcal{D}_\mu \langle \eta \rangle = \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{igv_\eta}{2} \begin{pmatrix} K_\mu^0 \\ K_\mu^{1-} \\ D_{3\mu}^0 \\ Y_\mu^+ \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Obtemos ao desenvolver (4.15)

$$|\mathcal{D}_\mu \langle \eta \rangle|^2 = \frac{g^2 v_\eta^2}{4} (K_\mu'^{0\dagger} K'^{0\mu} + K_{1\mu}^+ K_1^{\mu-} + Y_\mu^+ Y^{\mu-} + D_{3\mu}^0 D_3^{0\mu}) \quad (4.17)$$

onde $D_{3\mu}^0 = -2W_\mu^8/\sqrt{6} + W_\mu^{15}/\sqrt{12}$.

Devemos substituir o autovetor W^{15} em (4.17) para construirmos a matriz de mistura na base W^8 e B^2 ,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^8 & B_\mu^2 \end{pmatrix} \frac{g^2 v_\eta^2}{4} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2t}{3\sqrt{1+3t^2}} \\ \frac{2t}{3\sqrt{1+3t^2}} & \frac{2t^2}{3(1+3t^2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{8\mu} \\ B^{2\mu} \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

cujos autovalores são $M_{B_1}^2 = 0$ e $M_{Z'}^2 = g^2 v_\eta^2 \frac{1+4t^2}{3+8t^2}$, onde $t = g_X/g$. Os autovetores são:

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\phi & S_\phi \\ -S_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ B_\mu^2 \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

onde $C_\phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3+8t^2}}{\sqrt{1+3t^2}}$ e $S_\phi = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{t}{\sqrt{1+3t^2}}$.

Passemos para a apresentação da última quebra de simetria, onde as partículas receberão os valores de massa corretos no nível de árvore.

4.1.5 Quebra de Simetria 3-2-1 para 3-1

Na quebra de simetria 3-2-1 para a simetria 3-1, os termos de massa para os bósons de gauge W^\pm , K_1^\pm e $V^{\pm\pm}$ são obtidos juntamente com a mistura W^3 e B^1 . Para isso, temos que substituir o quaduplete ρ na lagrangiana (3.35). Deste modo, o termo cinético relacionado ao multiplete ρ é dado por

$$\mathcal{L}_\rho^{\text{escalar}} = (\mathcal{D}_\mu \rho)^\dagger (\mathcal{D}_\mu \rho), \quad (4.20)$$

onde

$$\mathcal{D}_\mu \langle \rho \rangle = \mathcal{D}_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_\rho}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{i v_\rho}{2} \begin{pmatrix} gW_\mu^+ \\ gD_{2\mu}^0 + g_X \sqrt{2} W_\mu^N \\ gK_{1\mu}^+ \\ gV_\mu^{++} \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

obtemos

$$\begin{aligned} |\mathcal{D}_\mu \langle \rho \rangle|^2 &= \frac{g^2 v_\rho^2}{4} (W_\mu^+ W^{\mu-} + K_{1\mu}^+ K_1^{\mu-} + V_\mu^{++} V^{\mu--} + D_{2\mu}^0 D_2^{0\mu}) \\ &\quad + \frac{g_X^2 v_\rho^2}{2} W_\mu^X W^{X\mu} + \frac{g g_X v_\rho^2}{\sqrt{2}} W_\mu^X D_2^{0\mu}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

onde $D_{2\mu}^0 = -W_\mu^3/\sqrt{2} + W_\mu^8/\sqrt{2} + W_\mu^{15}/\sqrt{12}$.

Ao substituírmos os autovetores W^8 , W^{15} e W^X em (4.22), podemos desta forma construir a matriz de mistura na base W^3 e B^1 , dada por

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu^1 \end{pmatrix} \frac{g^2 v_\rho^2}{4} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{t}{2\sqrt{1+3t^2}} \\ -\frac{t}{2\sqrt{1+3t^2}} & \frac{t^2}{2(1+3t^2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu^1 \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

cujos autovalores são $M_A^2 = 0$ e $M_Z^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4} \frac{1+4t^2}{1+3t^2}$, onde $t = g_X/g$. Os autovetores são

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_w & C_w \\ C_w & -S_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu^1 \end{pmatrix}, \quad (4.24)$$

onde $S_W = \frac{t}{\sqrt{1+4t^2}}$ e $C_W = \frac{\sqrt{1+3t^2}}{\sqrt{1+4t^2}}$ são o seno e o cosseno do ângulo de mistura eletrofraco, respectivamente. O seno do ângulo de mistura eletrofraco S_W (seno de Weinberg) fará um papel essencial posteriormente quando realizarmos a análise perturbativa do modelo, em razão do seno de Weinberg relacionar as duas constantes de acoplamento g e g_X , que - de forma mais geral - dependem da escala de energia.

As massas para os doze bósons de gauge (no nível de árvore) do grupo $SU(4)_L$, após a quebra de simetria completa, é

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{W^\pm}^2 = \frac{1}{4} g^2 v_\rho^2, \quad (4.25)$$

$$K_\mu^0, K_\mu'^0 = \frac{W_\mu^4 \pm iW_\mu^5}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{K^0, K'^0}^2 = \frac{1}{4} g^2 v_\eta^2, \quad (4.26)$$

$$K_{1\mu}^\pm = \frac{W_\mu^6 \pm iW_\mu^7}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{K_1^\pm}^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\eta^2 + v_\rho^2), \quad (4.27)$$

$$X_\mu^\pm = \frac{W_\mu^9 \pm iW_\mu^{10}}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{X^\pm}^2 = \frac{1}{4} g^2 v_\chi^2, \quad (4.28)$$

$$V_\mu^{\pm\pm} = \frac{W_\mu^{11} \pm iW_\mu^{12}}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{V^{\pm\pm}}^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2), \quad (4.29)$$

$$Y_\mu^\pm = \frac{W_\mu^{13} \pm iW_\mu^{14}}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{Y^\pm}^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\eta^2 + v_\chi^2). \quad (4.30)$$

Observa-se que v_χ está associado aos bósons de gauge $X^\pm, V^{\pm\pm}, Y^\pm$, enquanto v_η está associado à K_1^\pm, K^0, K'^0 (e também a Y^\pm) e v_ρ está associado à W^\pm (e também à $V^{\pm\pm}$). De fato, os bósons de gauge $X^\pm, V^{\pm\pm}, Y^\pm, K_1^\pm, K^0$ e K'^0 terão massas com valores de massa na escala dos TeV e associaremos W^\pm aos bósons de gauge intermediários eletricamente carregados do MP ($M_{W^\pm} = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}$) [73], em virtude da associação de v_ρ com o VEV da escala eletrofraca do MP.

4.2 Mistura entre Z , Z' e Z''

Ao substituírmos os autovetores W^3 , B^1 , W^8 , B^2 , W^{15} e W^X nas expressões (4.12), (4.17) e (4.22), obtemos os termos de mistura entre Z , Z' e Z'' ,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{2} \left\{ \frac{(1+4t^2)^{3/2} v_\rho^2}{4(1+3t^2)\sqrt{3+8t^2}} Z_\mu Z'^\mu + \frac{4(1+3t^2)^2 v_\eta^2 + (1+4t^2)^2 v_\rho^2}{8(1+3t^2)(3+8t^2)} Z'_\mu Z'^\mu \right. \\ & + \frac{(1+8t^2\sqrt{1+4t^2}v_\rho^2)}{4\sqrt{2}\sqrt{1+3t^2}\sqrt{3+8t^2}} Z_\mu Z''^\mu + \frac{(1+4t^2)(1+8t^2)v_\rho^2 - 2(1+3t^2)v_\eta^2}{4\sqrt{2}(3+8t^2)\sqrt{1+3t^2}} Z'_\mu Z''^\mu \\ & \left. + \frac{v_\eta^2 + (1+8t^2)^2 v_\rho^2 + (3+8t^2)^2 v_\chi^2}{4\sqrt{2}(3+8t^2)} Z''_\mu Z''^\mu \right\}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Primeiramente, vamos construir a matriz de mistura entre Z e Z' a partir da Eq. (4.31)

$$\mathcal{M}_{Z,Z'}^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 & \delta_{ZZ'} \\ \delta_{ZZ'} & M_{Z'}^2 \end{pmatrix}, \quad (4.32)$$

com

$$M_Z^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4C_W^2}, \quad (4.33)$$

$$\delta_{ZZ'} = \frac{g^2 v_\rho^2}{4C_W^2 \sqrt{h_W}}, \quad (4.34)$$

$$M_{Z'}^2 = \frac{g^2}{4h_W} \left(4v_\eta^2 + \frac{v_\rho^2}{C_W^2} \right), \quad (4.35)$$

onde $h_W = 3 - 4S_W^2$.

Ao diagonalizar a matriz (4.32), obtemos os autovalores de massa

$$M_{Z_1}^2 = \frac{1}{2} \left(M_Z^2 + M_{Z'}^2 - \sqrt{(M_Z^2 - M_{Z'}^2)^2 + 4\delta_{ZZ'}^4} \right), \quad (4.36)$$

$$M_{Z_2}^2 = \frac{1}{2} \left(M_Z^2 + M_{Z'}^2 + \sqrt{(M_Z^2 - M_{Z'}^2)^2 + 4\delta_{ZZ'}^4} \right), \quad (4.37)$$

cujos autovetores dos estados físicos são

$$\begin{pmatrix} Z_1^\mu \\ Z_{2\mu}^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\phi & -S_\phi \\ S_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ Z'^\mu \end{pmatrix}, \quad (4.38)$$

onde o ângulo de mistura ϕ é dado por

$$\tan^2 \phi = \frac{M_Z^2 - M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2 - M_Z^2}. \quad (4.39)$$

Se $v_\eta^2 \gg v_\rho^2$, então $\phi = 0$, assim, os autovalores são

$$M_{Z_1}^2 \approx M_Z^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}), \quad (4.40)$$

$$M_{Z_2}^2 \approx M_{Z'}^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}). \quad (4.41)$$

Por um lado, podemos identificar Z_1 como o bóson de gauge eletricamente neutro Z do MP, quando consideramos $v_\eta^2 \gg v_\rho^2 = v_W^2 = (246 \text{ GeV})^2$, de modo que obtemos o parâmetro adimensional no nível de árvore,

$$\rho_1 = \frac{C_W^2 M_{Z_1}^2}{M_W^2} = 1, \quad (4.42)$$

onde C_W é cosseno do ângulo de mistura eletrofraco, M_W é a massa do bóson W^\pm dada por (4.25) e $M_{Z_1}^2 \approx \frac{g^2 v_\rho^2}{4C_W^2}$. Por outro lado, podemos identificar Z_2 com Z' do modelo 3-3-1_{RHN}, cujo valor da massa coincide com o obtido na referência [44].

Vamos construir agora a matriz de mistura entre Z e Z'' a partir da Eq. (4.31)

$$\mathcal{M}_{Z,Z''}^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 & \delta_{ZZ''} \\ \delta_{ZZ''} & M_{Z''}^2 \end{pmatrix}, \quad (4.43)$$

com

$$M_Z^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4C_W^2}, \quad (4.44)$$

$$\delta_{ZZ''} = \frac{g^2 v_\rho^2 (1 + 4S_W^2)}{2\sqrt{2}\sqrt{1 - 4S_W^2}\sqrt{h_W}}, \quad (4.45)$$

$$M_{Z''}^2 = \frac{g^2 \left[v_\eta^2 (1 - 4S_W^2)^2 + v_\chi^2 h_W^2 \right]}{8h_W (1 - 4S_W^2)} + \frac{g^2 v_\rho^2 (1 + 4S_W^2)^2}{8h_W (1 - 4S_W^2)}. \quad (4.46)$$

Diagonalizando a matriz (4.43), obtemos os autovalores de massa

$$M_{Z_3}^2 = \frac{1}{2} \left(M_Z^2 + M_{Z''}^2 - \sqrt{\left(M_Z^2 - M_{Z''}^2 \right)^2 + 4\delta_{ZZ''}^4} \right), \quad (4.47)$$

$$M_{Z_4}^2 = \frac{1}{2} \left(M_Z^2 + M_{Z''}^2 + \sqrt{\left(M_Z^2 - M_{Z''}^2 \right)^2 + 4\delta_{ZZ''}^4} \right), \quad (4.48)$$

cujos autovetores dos estados físicos são

$$\begin{pmatrix} Z_3^\mu \\ Z_4^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\beta & -S_\beta \\ S_\beta & C_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ Z''^\mu \end{pmatrix}, \quad (4.49)$$

onde o ângulo de mistura β é dado por

$$\tan^2 \beta = \frac{M_Z^2 - M_{Z_3}^2}{M_{Z_4}^2 - M_Z^2}. \quad (4.50)$$

Se $v_x^2 \approx v_\eta^2 \gg v_\rho^2$, então $\beta = 0$, assim, os autovalores são

$$M_{Z_3}^2 \approx M_Z^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}), \quad (4.51)$$

$$M_{Z_4}^2 \approx M_{Z'}^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}). \quad (4.52)$$

A matriz de mistura, construída a partir da Eq. (4.31), entre Z' e Z'' é dada por

$$\mathcal{M}_{Z',Z''}^2 = \begin{pmatrix} M_{Z'}^2 & \delta_{Z'Z''} \\ \delta_{Z'Z''} & M_{Z''}^2 \end{pmatrix}, \quad (4.53)$$

com

$$M_{Z'}^2 = \frac{g^2}{4h_W} \left(4v_\eta^2 + \frac{v_\rho^2}{C_W^2} \right), \quad (4.54)$$

$$\delta_{Z'Z''} = \frac{g^2 v_\rho^2 (1 + 4S_W^2)}{4\sqrt{2}h_W C_W \sqrt{1 - 4S_W^2}} - \frac{g^2 v_\eta^2 C_W \sqrt{1 - 4S_W^2}}{2\sqrt{2}h_W}, \quad (4.55)$$

$$M_{Z''}^2 = \frac{g^2 \left[v_\eta^2 (1 - 4S_W^2)^2 + v_x^2 h_W^2 \right]}{8h_W (1 - 4S_W^2)} + \frac{g^2 v_\rho^2 (1 + 4S_W^2)^2}{8h_W (1 - 4S_W^2)}. \quad (4.56)$$

Observamos que a condição para que $\delta_{Z'Z''}$ seja nulo é

$$v_\rho^2 = 2v_\eta^2 C_W^2 \frac{1 - 4S_W^2}{1 + 4S_W^2}, \quad (4.57)$$

implicando, por sua vez, na relação similar à de Goldberger-Treiman,

$$\frac{gv_\eta}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1 + 4S_W^2}}{\sqrt{1 - 4S_W^2}} M_Z, \quad (4.58)$$

que informa que todas as quantidades (g , v_η , S_W e M_Z) podem ser medidas independentemente.

Diagonalizando a matriz (4.53), obtemos os autovalores de massa

$$M_{Z_5}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{Z'}^2 + M_{Z''}^2 - \sqrt{\left(M_{Z'}^2 - M_{Z''}^2 \right)^2 + 4\delta_{Z'Z''}^4} \right), \quad (4.59)$$

$$M_{Z_6}^2 = \frac{1}{2} \left(M_{Z'}^2 + M_{Z''}^2 + \sqrt{\left(M_{Z'}^2 - M_{Z''}^2 \right)^2 + 4\delta_{Z'Z''}^4} \right), \quad (4.60)$$

cujos autovetores dos estados físicos são,

$$\begin{pmatrix} Z_5^\mu \\ Z_6^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\sigma & -S_\sigma \\ S_\sigma & C_\sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z'^\mu \\ Z''^\mu \end{pmatrix}, \quad (4.61)$$

onde o ângulo de mistura σ é dado por:

$$\tan^2 \sigma = \frac{M_{Z'}^2 - M_{Z_5}^2}{M_{Z_6}^2 - M_{Z'}^2}. \quad (4.62)$$

Se $v_\chi \approx v_\eta \gg v_\rho$, então $\sigma = 0$, assim, os autovalores são,

$$M_{Z_3}^2 \approx M_{Z'}^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}), \quad (4.63)$$

$$M_{Z_4}^2 \approx M_{Z''}^2 + \mathcal{O}(v_\eta^{-1}). \quad (4.64)$$

A condição (4.57) é similar à $\sigma = 0$, ou seja, não ocorre a mistura entre Z' e Z'' .

Os autovetores de massa físicos para os bósons de gauge eletricamente neutros (sem considerar as misturas) são:

$$A^\mu = S_W W_3^\mu + C_W \left[\frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(-W_8^\mu - 2\sqrt{2}W_{15}^\mu \right) + \sqrt{1 - 3T_W^2} W_X^\mu \right], \quad (4.65)$$

$$Z^\mu = C_W W_3^\mu - S_W \left[\frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(-W_8^\mu - 2\sqrt{2}W_{15}^\mu \right) + \sqrt{1 - 3T_W^2} W_X^\mu \right], \quad (4.66)$$

$$Z'^\mu = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{1 - 3T_W^2}}{\sqrt{1 - 4S_W^2}} \left(\sqrt{h_W} W_8^\mu - 2\sqrt{2} \frac{S_W^2}{\sqrt{h_W}} W_{15}^\mu \right) + \frac{S_W \sqrt{1 - 3T_W^2}}{\sqrt{h_W}} W_X^\mu, \quad (4.67)$$

$$Z''^\mu = \frac{\sqrt{3}\sqrt{1 - 4S_W^2}}{\sqrt{h_W}} W_{15}^\mu + \frac{2\sqrt{2}S_W}{\sqrt{h_W}} W_X^\mu, \quad (4.68)$$

onde $T_W = S_W/C_W$.

De maneira alternativa, podemos escrever a matriz de massa dos bósons de gauge hermitianos eletricamente neutros com os termos (4.12), (4.17) e (4.22) na forma

$$\mathcal{L}_{massa} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^8 & W_\mu^{15} & W_\mu^X \end{pmatrix} M^2 \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ W^{8\mu} \\ W^{15\mu} \\ W^{X\mu} \end{pmatrix}, \quad (4.69)$$

onde

$$M^2 = \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} v_\rho^2 & -\frac{1}{\sqrt{3}}v_\rho^2 & -\frac{1}{\sqrt{6}}v_\rho^2 & -2tv_\rho^2 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}v_\rho^2 & \frac{1}{3}(v_\rho^2 + 4v_\eta^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(v_\rho^2 - 2v_\eta^2) & \frac{2t}{\sqrt{3}}v_\rho^2 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}}v_\rho^2 & \frac{1}{3\sqrt{2}}(v_\rho^2 - 2v_\eta^2) & \frac{1}{6}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + 9v_\chi^2) & \frac{2t}{\sqrt{6}}(v_\rho^2 + 3v_\chi^2) \\ -2tv_\rho^2 & \frac{2t}{\sqrt{3}}v_\rho^2 & \frac{2t}{\sqrt{6}}(v_\rho^2 + 3v_\chi^2) & 4t^2(v_\rho^2 + v_\chi^2) \end{pmatrix}, \quad (4.70)$$

onde $t = g_X/g$. O cálculo dos autovalores e autovetores da matriz acima é bastante árdua, por isso preferimos calculá-los a partir das quebras parciais de simetria. De

fato, este procedimento foi adotado, em grande medida, para tornar claro a aquisição de massas por parte dos bósons de gauge, conforme a hierarquia de quebras dos grupos de simetria.

4.3 Quebra de Simetria do Modelo 3-4-1 Mínimo

Nesta seção, apresentamos a quebra de simetria 3–4–1 para 3–3–1, realizada pelo VEV v_η), na qual recupera-se o modelo 3-3-1 mínimo. Como enfatizado no capítulo anterior, queremos trabalhar futuramente a questão da matéria escura no presente modelo.

Primeiramente, vamos apresentar a quebra de simetria no setor leptônico:

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ e_a^c \\ \nu_a^c \end{pmatrix}_L \longrightarrow L'_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ e_a \\ e_a^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{L'_a}) + \nu_{aL}^c \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\nu_a^c}), \quad (4.71)$$

onde $N_{L'_a} = 0$ e $N_{\nu_a^c} = 0$. Vemos que o quadrupletto leptônico “quebra-se” em um tripleto mais um singletto. Com efeito, o tripleto leptônico em (4.71) é uma assinatura do modelo mínimo de Pisano-Pleitez-Frampton [37].

Para a primeira família dos quarks,

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \\ U_1 \end{pmatrix}_L \longrightarrow Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, N_{Q'_1}) + U_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, N_{U_1}), \quad (4.72)$$

onde $N_{Q'_1} = \frac{2}{3}$ e $N_{U_1} = \frac{2}{3}$.

Para a segunda e terceira família dos quarks,

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ J_i \\ D_i \end{pmatrix}_L \longrightarrow Q'_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ J_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, N_{Q'_i}) + D_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, N_{D_i}), \quad (4.73)$$

onde $N_{Q'_i} = -\frac{1}{3}$, $N_{D_i} = -\frac{1}{3}$. Observa-se, após a quebra de simetria, o mesmo padrão nos tripletos de quarks: uma família tem se transformar de maneira diferente devido ao

cancelamento de anomalias, entretanto a transformação é pelo grupo $SU(3)_L$ do modelo 3-3-1 mínimo.

Vamos agora apresentar a quebra de simetria nos quadrupletos escalares,

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \\ \eta_2^0 \end{pmatrix} \rightarrow \eta' = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\eta'}) + \eta_2^0 \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\eta_2^0}), \quad (4.74)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \\ \chi_2^- \end{pmatrix} \rightarrow \chi' = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\chi'}) + \chi_2^- \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\chi_2^-}), \quad (4.75)$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \\ \rho_2^+ \end{pmatrix} \rightarrow \rho' = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{\rho'}) + \rho_2^+ \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, N_{\rho_2^+}), \quad (4.76)$$

onde $N_{\eta'} = 0$, $N_{\chi'} = -1$, $N_{\rho'} = 1$, $N_{\eta_2^0} = 0$, $N_{\chi_2^-} = -1$ e $N_{\rho_2^+} = 1$.

Deste modo, recuperamos a estrutura do modelo 3-3-1 mínimo com três tripletos escalares. Assim, mostramos que, de fato, o 3-3-1 mínimo está embebido no modelo que denominamos de 3-4-1 mínimo.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo, foram apresentados as quebras de simetrias parciais do nosso modelo 3-4-1 reduzido - com apenas três quadrupletos de Higgs. Uma posterior fenomenologia acerca dos bósons de gauge eletricamente neutros hermitianos seria assaz interessante para analisar com mais profundidade a mistura entre Z , Z' e Z'' . No entanto, neste presente trabalho focamos majoritariamente sobre a análise perturbativa do modelo.

Capítulo 5

Análise Perturbativa do Modelo

3-4-1_R

Nos capítulos anteriores, apresentamos a estrutura teórica do modelo 3-4-1_R com um conteúdo reduzido de escalares e mostramos as quebras de simetria parciais para identificarmos os graus de liberdade associados a cada escala de energia. No presente capítulo, iniciamos apresentando uma discussão sobre o problema do polo de Landau e o limite perturbativo. Em seguida, apresentamos as equações do grupo de renormalização necessárias para nossa análise perturbativa e mostramos os resultados obtidos em tal análise.

5.1 O Problema do Polo de Landau

Uma das ideias fundamentais relacionada ao grupo de renormalização é a dependência das constantes de acoplamento com a escala de energia [75]. De fato, as equações do grupo de renormalização (EGR) capacitam-nos a conhecer o aspecto assintótico de uma teoria ou modelo, a partir de parâmetros fundamentais (constantes de acoplamento, massas, etc.) como função da escala de energia μ [76]. Consoante a isso, as transformações realizadas de uma escala de energia à outra, nas lagrangianas renormalizadas, correspondem ao grupo de renormalização, pela razão de que o procedimento de renormalização introduz uma escala de energia que está relacionada, por exemplo, à constante de acoplamento, que varia conforme a evolução da escala de energia, de

acordo com a função beta,

$$\beta(g_i) = \mu \frac{\partial g_i}{\partial \mu}, \quad (5.1)$$

que, por sua vez, com sua solução - a partir de uma integração - ocorre a relação da constante de acoplamento entre duas escalas de energia distintas [77]. A partir das EGR, temos a capacidade de saber como uma certa teoria comporta-se em distâncias curtas/altas energias (regime ultravioleta) e em grandes distâncias/baixas energias (regime infravermelho), de modo a ter conhecimento, por exemplo, sobre a consistência no uso da teoria de perturbação em uma dada escala de energia. Em outras palavras, é essencial identificar o intervalo de energia em que uma teoria de *gauge* tem seu caráter perturbativo válido, para que possamos utilizar a expansão perturbativa de maneira legítima.

Na QCD, o papel das EGR foi de extrema importância no que tange à característica intrínseca da teoria do setor das interações fortes (quarks e glúons): a liberdade assintótica. Com efeito, a liberdade assintótica é a propriedade da interação forte, na qual a intensidade do acoplamento de gauge torna-se mais fraca quando entra no domínio das curtíssimas distâncias dentro dos hádrons, isto é, os quarks comportam-se como partículas livres dentro, por exemplo, de prótons e nêutrons. De forma contrária, a intensidade do acoplamento de gauge da QCD torna-se extremamente forte quando entra no domínio das baixas energias dentro dos hádrons, isto é, os quarks não podem ser separados para ser liberados do interior dos hádrons, visto que o campo de cor torna-se extremamente intenso [78]. Este fenômeno é conhecido como *Confinamento*: partículas que carregam cor não são encontradas livres na natureza, no entanto, as partículas singletos de cor como os hádrons podem ser encontradas livres.

No caso da QED, as EGR na aproximação de um laço nos informam que a constante de acoplamento α_{QED} apresenta um polo de Landau (a constante de acoplamento torna-se infinita em uma escala de energia finita) quando varia rumo ao regime UV [110]. Com efeito, o polo de Landau Λ atesta que a teoria perdeu seu caráter perturbativo em uma escala de energia abaixo de Λ . Não obstante, o surgimento de um polo de Landau pode alertar a presença de uma teoria mais fundamental em uma escala de energia acima de Λ , evidenciando que uma teoria com o problema do polo de Landau tem um caráter efetivo e sugere que deva ser embebida em uma teoria quântica de campos com maior número de partículas, chamada complementação UV. Como é tácito, a QED

é embebida na teoria eletrofraca na escala de centenas de GeV, haja vista que, por exemplo, o momento anômalo do múon demanda a consideração de efeitos radiativos das interações fraca e forte [78]; também, considera-se *a fortiori* o MP como um modelo efetivo em baixas energias de uma teoria mais completa e consistente válida em todas as escalas de energia [81].

De forma geral, as EGR podem indicar quando uma teoria quântica de campos é de fato fundamental. Do ponto de vista da consistência teórica, elas servem como uma ferramenta guia na utilização da teoria da perturbação por parte das teorias de campos interagentes e podem dar vínculos diretos a respeito de qual escala de energia manifestam-se novos fenômenos físicos [82]. Vale ainda assinalar que a questão de trivialidade está inversamente relacionada ao problema do polo de Landau. Um exemplo ilustrativo é dado pela teoria escalar $\lambda\phi^4$, a saber: a função beta da teoria do campo escalar em quatro dimensões (4D) com o termo de interação $\lambda\phi^4$ é dada por

$$\beta(\lambda) = \frac{3}{16\pi^2}\lambda^2, \quad (5.2)$$

na aproximação de um laço [83]. Vemos que $\beta(\lambda) > 0$ (casos ditos como infravermelho livre), indicando que a constante de acoplamento λ cresce com a energia. Quando integramos a função beta (5.2), obtemos

$$\lambda\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right) = \frac{\lambda_0}{1 - \frac{3\lambda_0}{16\pi^2} \log\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)}, \quad (5.3)$$

onde λ_0 e μ_0 são constantes de integração. Para o regime UV, a constante de acoplamento λ poderá desenvolver um polo de Landau para uma energia finita em

$$\mu = \mu_0 \exp\left(\frac{16\pi^2}{3\lambda_0}\right), \quad (5.4)$$

de tal forma que $\lambda \rightarrow \infty$. No caso em que $\lambda \rightarrow 0$, podemos dizer que a teoria escalar $\lambda\phi^4$ em 4D é trivial, conforme as indicações provenientes de cálculos na rede. A questão da trivialidade é de grande relevância dentro do setor de Higgs do MP, de sorte que vínculos teóricos podem ser impostos sobre a massa do Higgs [81].

É preciso fazer uma ressalva: modelos que apresentam um polo de Landau na escala de poucos TeV têm um cenário natural para a estabilização da escala eletrofraca [84]. De fato, as contribuições divergentes quárticas para as massas dos escalares do modelo

podem desestabilizar a escala eletrofraca, tornando o modelo teórica e fenomenologicamente inconsistente, quando não há uma simetria que os projetam dessas correções radiativas indesejadas. Decerto, a nova dinâmica não perturbativa, que surge da presença do polo de Landau, evita a desestabilização da escala eletrofraca no regime de forte acoplamento e indica que o modelo deve ser embebido em um grupo de simetria maior como, por exemplo, em teorias de Grande Unificação.

5.2 As Equações do Grupo de Renormalização

Como dito acima, as EGR nos informam sobre o comportamento assintótico de um modelo a partir da evolução das constantes de acoplamento. Nesta seção, apresentamos as EGR vitais para a análise perturbativa do nosso modelo 3-4-1_R exposto no capítulo 2.

As equações do grupo de renormalização [85], para o nível de um laço, são dadas por

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(\mu_0)} + \frac{1}{2\pi} b_i \ln\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right), \quad (5.5)$$

onde $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ são as constantes de acoplamento e os coeficientes b_i estão, por seu turno, intimamente relacionados à função beta $\beta(g)$,

$$\beta(g_i) = \frac{g_i^3}{16\pi^2} b_i. \quad (5.6)$$

Em particular, as constantes de acoplamento do modelo 3-4-1_R são denotadas por α_C^{341} , α_{4L} e α_X , respectivamente para os grupos de simetria $SU_C(3)$, $SU_L(4)$ e $U_X(1)$, enquanto as constantes de acoplamento do 3-3-1_{RHN} são denotadas por α_C^{331} , α_{3L} e α_N , respectivamente para os grupos de simetria $SU_C(3)$, $SU_L(3)$ e $U_N(1)$ e as do MP são denotadas por α_C^{321} , α_{2L} e α_Y , respectivamente para os grupos de simetria $SU_C(3)$, $SU_L(2)$ e $U_Y(1)$.

Para um grupo unitário genérico, os coeficientes b_i (veja apêndice C), para o nível de um laço, são dados por:

$$b_i = \frac{2}{3} \sum_{Férmions} T_R(F)_i + \frac{1}{3} \sum_{Escalares} T_R(S)_i - \frac{11}{3} C_2(G)_i, \quad (5.7)$$

onde $T_R(I)$ é a contribuição para cada escalar e férmion arbitrário transformando-se de acordo com alguma dada representação R sob o grupo de gauge e $C_2(G)$ é o operador

quadrático de Casimir para uma representação adjunta G . A expressão (5.7) vale para férmions de Weyl e escalares complexos, com os geradores T^a satisfazendo,

$$T_R [T^i (I) T^j (I)] = T_R (I) \delta^{ij}, \quad (5.8)$$

onde $I = F, S$. $T_R (I) = 1/2$ para a representação fundamental, $C_2 (G) = N$ para $SU(N)$ e $C_2 (G) = 0$ para $U(1)$ [86]. Podemos utilizar para outras representações a seguinte identidade,

$$C_2 (R) d (R) = T_R (I) r, \quad (5.9)$$

onde $d (R)$ é a dimensão da representação e r é o número de geradores do grupo. Para o grupo unitário $U(1)_y$, utilizamos $\sum T_{R_1} (F, S) = \sum y^2$, onde $y = Y/2$ vale para o MP, $y = X, N$ para o modelo 3-4-1 e 3-3-1, respectivamente.

Para a análise perturbativa, é essencial o cálculo dos coeficientes da função beta conforme as representações associadas a cada grupo de simetria. Podemos apresentar os coeficientes b_i com a ajuda da expressão (5.7). Primeiramente, calculamos os coeficientes da função beta do MP, onde vamos considerar apenas os graus de liberdade ativos referentes ao próprio MP, ou seja, somente as partículas características do MP serão consideradas com seus conteúdos de representação. Assim, os coeficientes da função beta para o MP são,

$$(b_Y, b_{2L}, b_C^{321}) = (41/6, -19/6, -7), \quad (5.10)$$

conforme a notação referida acima.

No caso do modelo 3-3-1_{RHN}, consideramos os graus de liberdade ativos referentes à escala μ_{331} . Especificamente, conforme a quebra da simetria 3-4-1 realizada no capítulo anterior, serão levados em conta os multipletos, $L'_{aL}, Q'_{1L}, Q'_{iL}, \eta', \rho'$ mais alguns singletos. Nessa medida, os quarks exóticos singletos da quebra de simetria 3-4-1 para 3-3-1 serão desprezados dentro da contagem dos graus de liberdade ativos, pois desacoplam abaixo da escala μ_{341} . Desta forma, os coeficientes da função beta para o 3-3-1_{RHN} são,

$$(b_N, b_{3L}, b_C^{331}) = (77/9, -20/3, -5). \quad (5.11)$$

Acima da escala μ_{341} , é preciso considerar o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1_R apresentado no capítulo 2. Deste modo, os coeficientes da função beta para o modelo 3-4-1_R com o conteúdo reduzido são

$$(b_X, b_{4L}, b_C^{341}) = (76/3, -61/6, -3). \quad (5.12)$$

Também, é interessante considerarmos o caso em que os quarks exóticos J_1 , J'_2 e J'_3 têm massas acima do polo de Landau¹, razão pela qual não entrarão na contagem dos graus de liberdade ativos na evolução da constante de acoplamento b_X , que é, neste caso, dado por

$$b_{X,\cancel{J}} = \frac{34}{3}, \quad (5.13)$$

onde \cancel{J} denota que os quarks exóticos, acima referidos, foram desconsiderados no cálculo de b_X . Ocorre uma diminuição substancial no valor de b_X devido ao fato que os quarks exóticos J_1 , J'_2 e J'_3 carregam os maiores números quânticos pelo grupo $U(1)_X$.

Na próxima seção, faremos uma discussão sobre o problema do limite perturbativo em modelos de extensão do MP, em particular, do modelo 3-4-1_R.

5.3 Limite Perturbativo

O problema do limite perturbativo é pertinente na busca por extensões do MP e "desperta" variadas questões no entendimento da nova física na escala dos TeV que, porventura, pode demandar a possibilidade de uma teoria mais completa e consistente do ponto de vista teórico e fenomenológico. Não raro observa-se que certas teorias apresentam polo de Landau, que invalida o uso da expansão perturbativa, como no caso da QED. No entanto, teorias com o problema do polo de Landau alertam sobre novos fenômenos em uma escala de energia maior, possibilitando passo a passo a busca por uma complementação UV.

Concernente à expansão perturbativa, Dyson mostrou que ocorre divergências em teorias quânticas de campos. As ambiguidades geradas pela expansão perturbativa originam-se do fato que as quantidades físicas não são analíticas nas constantes de acoplamento - usadas como parâmetros de expansão [87]. Essa "patologia", argumenta-se no trabalho [88], é relacionada à existência do problema do polo de Landau, quando realiza-se cálculos no regime de momentos grandes ou pequenas distâncias. Devido às ambiguidades geradas pelas constantes de acoplamento, a teoria de perturbação já não pode ser usada com confiança para o cálculo de observáveis físicos.

De um modo geral, o polo de Landau depende do conteúdo de partículas, ou seja, das representações onde as partículas do modelo estão assentadas. Os férmions dão

¹Nosso modelo apresenta o polo de Landau como ficará claro na próxima seção.

as maiores contribuições à evolução das constantes de acoplamento, ao passo que os escalares pouco contribuem. Em face disto, as constantes de acoplamento são mais sensíveis aos graus de liberdade do conteúdo fermiônico. Podemos, assim, levar o polo de Landau para uma escala de energia maior, permitindo uma maior área de atuação para a teoria de perturbação.

Vale assinalar que qualquer modelo de física de partículas que se proponha a estender o MP, com o intuito de responder várias questões em aberto, traz como consequência um aumento no número dos graus de liberdade (novas partículas). Estes novos graus de liberdade podem afetar a evolução das constantes de acoplamento e, deste modo, prejudicar a consistência teórica do modelo, no que tange ao regime perturbativo. Em contrapartida, novos processos podem ser engendrados pelos novos graus de liberdade e uma gama de fenômenos tem a possibilidade de uma explicação satisfatória nesses modelos de extensão do MP. É fato conhecido que modelos de extensão do setor de gauge eletrofraco apresentam uma plethora de novas partículas, a saber: modelos 3-3-1 , 3-4-1, etc. Considerando o setor eletrofraco do nosso modelo 3-4-1_R aqui apresentado, há dezesseis bósons de gauge, dezesseis escalares, vinte e quatro quarks (sem considerar a cor) e doze léptons. Logo, são vinte e sete novas partículas, antes da quebra de simetria 3-4-1, a mais do que o MP na fase não quebrada.

Como visto no capítulo anterior, as constantes de acoplamento $\alpha_{4L} = g_{4L}^2/4\pi$ e $\alpha_X = g_X^2/4\pi$ são relacionadas ao seno do ângulo de mistura eletrofraco $S_W(\mu)$, como segue

$$\frac{\alpha_X(\mu)}{\alpha_{4L}(\mu)} = \frac{S_W^2(\mu)}{1 - 4S_W^2(\mu)}, \quad (5.14)$$

onde $S_W = t/\sqrt{1 + 4t^2}$, lembrando que $t = g_X/g_{4L}$. Quando $S_W^2(\Lambda) = 1/4$, a constante de acoplamento α_X tende para o infinito, então o modelo perde o caráter perturbativo em um valor de energia abaixo do surgimento do polo de Landau Λ , ou seja, a constante de acoplamento torna-se muito grande e ficamos impossibilitados de utilizar a teoria de perturbação. De fato, a possibilidade $\alpha_{4L}(\Lambda) \rightarrow 0$ é excluída porque $g_{4L} = g$ (onde g é a constante de acoplamento do MP), devido ao fato que o grupo de simetria $SU(2)_L$ está totalmente embebido no grupo $SU(4)_L$ [89].

Com efeito, o surgimento do polo de Landau prejudica o tratamento perturbativo, em virtude das EGR indicarem que $S_W^2(\mu)$ aumenta com o valor de energia, mesmo que

a teoria efetiva $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ tenha um conteúdo de partículas quase idêntico do MP. Em certo sentido, há uma restrição do ponto de vista fenomenológico para os valores de massa das novas partículas, que estarão fortemente relacionadas à escala μ_{341} (associada à quebra da simetria 3-4-1). Com isso, queremos afirmar que os valores das massas das novas partículas - os bósons de gauge Z' e Z'' , por exemplo - são proporcionais ao seno do ângulo de mistura eletrofraco S_W^2 , dependente de α_X que “explode” com a variação da energia rumo ao regime UV.

Sob a ótica das EGR, é conhecido que as constantes de acoplamento não abelianas das interações fraca e forte diminuem com a evolução crescente da energia, ao passo que a constante de acoplamento abeliana da interação eletromagnética cresce com o aumento da escala de energia e quando torna-se infinita ocorre o polo de Landau. No modelo 3-3-1 mínimo, há também o surgimento de um polo de Landau na constante de acoplamento relacionada ao grupo abeliano [90, 91]. Por um lado, a versão do modelo 3-3-1 com neutrinos de mão-direita não apresenta um problema exarcebado com o limite perturbativo, na medida em que o polo de Landau evidencia-se após a escala de Planck (como veremos na próxima seção). Por outro lado, tal modelo pode sofrer da desestabilização do potencial escalar originada por divergências quárticas advindas das massas dos escalares do modelo.

Como salientado acima, o modelo 3-4-1 com o conteúdo reduzido de escalares proposto nesta tese apresenta um polo de Landau na constante de acoplamento abeliana relacionada ao grupo $U(1)_X$. Vamos considerar a evolução dessa constante de acoplamento, de modo a conhecer o limite perturbativo do modelo devido ao polo de Landau. Para isso, é preciso de antemão ter conhecimento sobre as escalas de energia abaixo de μ_{341} .

No caso do modelo 3-4-1_R, temos três escalas de energia distintas: μ_{341} , μ_{331} e μ_{321} , onde μ_{341} está associada com a quebra de simetria do grupo 3-4-1, μ_{331} com a quebra de simetria do grupo 3-3-1 e μ_{321} com a quebra de simetria 3-2-1 para $SU(3)_C \otimes U(1)_Q$. Primeiramente, vamos obter a equação de evolução da constante de acoplamento α_N (do grupo abeliano $U(1)_N$), realizando nossa análise da escala do MP para a escala μ_{331} . Em seguida, a equação de evolução da constante de acoplamento α_X será obtida, evoluindo a escala de energia μ da escala μ_{331} para μ_{341} . Isso posto, poderemos realizar a análise perturbativa do modelo 3-4-1_R com o conteúdo de partículas completo e veremos

em qual escala de energia finita o polo de Landau surgirá.

5.4 Limite Perturbativo do Modelo 3-3-1_{RHN}

No capítulo anterior, salientamos que o modelo 3-4-1 aqui estudado quebra para o modelo 3-3-1 com neutrinos de mão-direita, quebra esta realizada pelo VEV v_χ . Então, é pertinente evoluirmos a constante de acoplamento α_N entre as escalas μ_{331} e M_Z (caracteriza a escala de energia do MP). Nosso intuito é obter uma expressão para a constante α_N que relacione, especificamente, essas duas escalas e os coeficientes da função beta dos modelos 3-3-1 e MP.

Associaremos a escala de energia $\mu_{331} \simeq v_\eta/\sqrt{2}$ com a escala na qual ocorre a quebra do grupo de simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Lembrando da Eq. (5.5), podemos escrever a equação de evolução da constante de acoplamento α_N associada ao grupo abeliano $U(1)_N$,

$$\frac{1}{\alpha_N(\mu)} = \frac{1}{\alpha_N(\mu_{331})} + \frac{1}{2\pi} b_N \ln \left(\frac{\mu_{331}}{\mu} \right), \quad \text{válida para } \mu \geq \mu_{331}, \quad (5.15)$$

onde b_N é o coeficiente da função beta para o grupo $U(1)_N$.

Ainda podemos escrever as EGR para a escala de energia associada ao grupo eletrofraco $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ como segue

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} + \frac{1}{2\pi} b_i \ln \left(\frac{M_Z}{\mu} \right), \quad \text{válida para } \mu \leq \mu_{331}, \quad (5.16)$$

onde $i = 1, 2$ para $\alpha_1 = \alpha_Y$ e $\alpha_2 = \alpha_{2L}$; M_Z é a escala de energia de partida do MP.

Neste ponto, é importante relacionar as escalas μ_{331} e M_Z a partir do seno do ângulo de mistura eletrofraco, que depende das constantes de acoplamento das respectivas escalas de energia, conforme as relações das Ref. [72, 43]

$$S_W^2(\mu) = \frac{1}{1 + \alpha_{2L}(\mu)/\alpha_Y(\mu)}, \quad \text{válida para } \mu \leq \mu_{331} \quad (5.17)$$

e

$$S_W^2(\mu) = \frac{3\alpha_N(\mu)}{3\alpha_{3L}(\mu) + 4\alpha_N(\mu)}, \quad \text{válida para } \mu \geq \mu_{331}, \quad (5.18)$$

bastando apenas igualarmos as duas expressões acima quando $\mu = \mu_{331}$ para obtermos

$$\frac{1}{\alpha_N(\mu_{331})} = \frac{1}{\alpha_1(\mu_{331})} - \frac{1}{3} \frac{1}{\alpha_2(\mu_{331})}, \quad (5.19)$$

com o fato que $\alpha_{2L}(\mu_{331}) = \alpha_{3L}(\mu_{331})$ (pois o grupo de simetria $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ está totalmente embebido em $SU_L(3) \otimes U_N(1)$ como já expressado acima). A partir da Eq. (5.16), podemos expressar a evolução das constantes de acoplamento relacionadas ao MP da seguinte forma,

$$\frac{1}{\alpha_Y(\mu_{331})} = \frac{1}{\alpha_Y(M_Z)} + \frac{b_Y}{2\pi} \ln\left(\frac{M_Z}{\mu_{331}}\right) \quad (5.20)$$

e

$$\frac{1}{\alpha_{2L}(\mu_{331})} = \frac{1}{\alpha_{2L}(M_Z)} + \frac{b_{2L}}{2\pi} \ln\left(\frac{M_Z}{\mu_{331}}\right), \quad (5.21)$$

sabendo que

$$\begin{aligned} \alpha_Y(M_Z) &= \frac{\alpha(M_Z)}{C_W^2(M_Z)}, \\ \alpha_{2L}(M_Z) &= \frac{\alpha(M_Z)}{S_W^2(M_Z)}, \end{aligned} \quad (5.22)$$

onde $\alpha(M_Z)$, $S_W(M_Z)$ e $C_W(M_Z)$ são a constante de estrutura fina, o seno e cosseno de Weinberg no polo da massa do Z , respectivamente. Quando substituimos as Eq. (5.20) e (5.21) em (5.19), e em seguida substituindo (5.19) em (5.15), finalmente obtemos

$$\frac{1}{\alpha_N(\mu)} = \frac{3 - 4S_W^2(M_Z)}{3\alpha(M_Z)} + \frac{1}{2\pi} \left(b_1 - \frac{1}{3}b_2\right) \ln\left(\frac{M_Z}{\mu_{331}}\right) + \frac{1}{2\pi} b_N \ln\left(\frac{\mu_{331}}{\mu}\right), \quad (5.23)$$

válida para $\mu \geq \mu_{331}$. Deste modo, obtemos a equação que dita a evolução da constante de acoplamento α_N com a escala de energia μ , que mais adiante será vital para a análise perturbativa do modelo 3-4-1_R.

O polo de Landau, que surge quando $\alpha_N(\Lambda_{331}) \rightarrow \infty$ (podendo ser obtido a partir da Eq. (5.23)), para o modelo 3-3-1_{RHN} é,

$$\Lambda_{331} = \mu_{331} \exp\left(\frac{2\pi}{b_N \alpha_N(\mu_{331})}\right). \quad (5.24)$$

Ao utilizarmos os valores dos coeficientes (5.10) e (5.11), $S_W^2(M_Z) = 0.2311$ (o seno do ângulo eletrofraco no polo da massa do Z), $\alpha(M_Z) = 1/128$ (a constante de estrutura fina no polo da massa do Z) e $M_Z = 91.188$ GeV [93], $\mu_{331} = 2.0$ TeV, obtemos o valor de Λ_{331} na ordem de 10^{30} GeV, valor muito acima da escala de Planck, $M_{Planck} = 10^{19}$ GeV. Logo, o modelo 3-3-1_{RHN} apresenta um regime perturbativo válido após a escala de Planck. Veremos a seguir o limite perturbativo do modelo 3-3-1_{RHN} quando o mesmo está embebido em um grupo de simetria maior, neste caso, no modelo 3-4-1.

5.5 Limite Perturbativo do Modelo 3-4-1_R

É necessário encontrarmos uma equação que dita a evolução da constante de acoplamento α_X . Para isto, de forma similar à seção anterior, vamos relacionar os respectivos senos de Weinberg das escalas μ_{331} e μ_{341} .

Associado à escala de energia da quebra da simetria $SU_L(4) \otimes U_X(1)$, μ_{341} será caracterizada pelo VEV v_χ . Considerando energias para as quais o conteúdo completo do modelo 3-4-1 é manifesto, a equação da evolução da constante de acoplamento α_X é:

$$\frac{1}{\alpha_X(\mu)} = \frac{1}{\alpha_X(\mu_{341})} + \frac{1}{2\pi} b_X \ln \left(\frac{\mu_{341}}{\mu} \right), \quad \text{válida para } \mu \geq \mu_{341}, \quad (5.25)$$

onde b_X é calculado considerando a representação completa dos campos do grupo 3-4-1. Utilizando a definição do seno do ângulo eletrofraco em função das constantes de acoplamento dos grupos $SU_L(4) \otimes U_X(1)$ e $SU_L(3) \otimes U_N(1)$,

$$S_W^2(\mu) = \frac{1}{4} \frac{1}{1 + \alpha_{4L}(\mu)/4\alpha_X(\mu)}, \quad \text{válida para } \mu \geq \mu_{341} \quad (5.26)$$

e

$$S_W^2(\mu) = \frac{3\alpha_N(\mu)}{3\alpha_{3L}(\mu) + 4\alpha_N(\mu)}, \quad \text{válida para } \mu \geq \mu_{331}, \quad (5.27)$$

obtemos ao igualar as duas expressões acima quando $\mu = \mu_{341}$,

$$\frac{1}{\alpha_X(\mu_{341})} = \frac{1}{\alpha_N(\mu_{341})} - \frac{8}{3} \frac{1}{\alpha_{4L}(\mu_{341})}, \quad (5.28)$$

com o fato que $\alpha_{3L}(\mu_{341}) = \alpha_{4L}(\mu_{341})$ (pois o grupo de simetria $SU_L(3) \otimes U_N(1)$ está embebido em $SU_L(4) \otimes U_X(1)$). Agora, a partir das Eqs. (5.15) e (5.16), utilizamos as expressões abaixo

$$\frac{1}{\alpha_N(\mu_{341})} = \frac{1}{\alpha_N(\mu_{331})} + \frac{b_N}{2\pi} \ln \left(\frac{\mu_{331}}{\mu_{341}} \right), \quad (5.29)$$

e

$$\frac{1}{\alpha_{3L}(\mu_{341})} = \frac{1}{\alpha_{3L}(\mu_{331})} + \frac{b_{3L}}{2\pi} \ln \left(\frac{\mu_{331}}{\mu_{341}} \right), \quad (5.30)$$

onde

$$\frac{1}{\alpha_{3L}(\mu_{331})} = \frac{1}{\alpha_{2L}(M_Z)} + \frac{b_{2L}}{2\pi} \ln \left(\frac{\mu_{331}}{M_Z} \right) \quad (5.31)$$

com o intuito em substituímos as duas expressões acima na Eq. (5.28), fazendo uso da Eq. (5.23) e em seguida substituindo na Eq. (5.25), obtemos finalmente a equação de

evolução da constante de acoplamento α_X (válida para $\mu \geq \mu_{341}$)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_X(\mu)} &= \frac{1 - 4S_W^2(M_Z)}{\alpha(M_Z)} + \frac{1}{2\pi} (b_Y - 3b_{2L}) \ln\left(\frac{M_Z}{\mu_{331}}\right) \\ &+ \frac{1}{2\pi} \left(b_N - \frac{8}{3}b_{3L}\right) \ln\left(\frac{\mu_{331}}{\mu_{341}}\right) + \frac{b_X}{2\pi} \ln\left(\frac{\mu_{341}}{\mu}\right), \end{aligned} \quad (5.32)$$

onde os coeficientes b_i são dados por (5.10), (5.11) e (5.12). Observamos que a Eq. (5.32) relaciona as escalas M_Z , μ_{331} e μ_{341} , fornecendo a indicação que α_X deve evoluir dependendo das escalas abaixo de μ_{341} . De forma geral, a expansão perturbativa deixa de ser válida quando $\alpha_X(M') = 1$, tal que M' é igual a

$$\begin{aligned} M' &= \mu_{341} \exp\left\{\left(-\frac{2\pi}{b_X}\right) \left[1 - \frac{1 - 4S_W^2(M_Z)}{\alpha(M_Z)} - \frac{1}{2\pi} (b_Y - 3b_{2L}) \ln\left(\frac{M_Z}{\mu_{331}}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2\pi} \left(b_N - \frac{8}{3}b_{3L}\right) \ln\left(\frac{\mu_{331}}{\mu_{341}}\right)\right]\right\}, \end{aligned} \quad (5.33)$$

ou de forma compacta

$$M' = \mu_{341} \exp\left\{\left(\frac{2\pi}{b_X}\right) \left[\frac{1}{\alpha_X(\mu_{341})} - 1\right]\right\}, \quad (5.34)$$

onde o valor de M' deve estar abaixo do valor do polo de Landau. De fato, a Eq. (5.34) informa como o limite perturbativo muda com a escala μ_{341} e com o conteúdo de partículas acima desta escala.

O polo de Landau para o modelo 3-4-1_R com o conteúdo reduzido surge quando a constante de acoplamento $\alpha_X(\Lambda_{341}) \rightarrow \infty$, podendo ser obtido diretamente via a Eq. (5.32),

$$\Lambda_{341} = \mu_{341} \exp\left(\frac{2\pi}{b_X \alpha_X(\mu_{341})}\right), \quad (5.35)$$

ou seja, quando $S_W^2(\Lambda_{341}) = 0.25$, ocorre o surgimento do polo de Landau e a constante de acoplamento g_X torna-se infinita.

A massa do bóson hermitiano eletricamente neutro Z'' (para $v_\chi^2, v_\eta^2 \gg v_\rho^2$), que é característico do modelo 3-4-1_R, é dada por

$$M_{Z''} \approx \frac{g^2[v_\eta^2(1 - 4S_W^2)^2 + v_\chi^2 h_W^2]}{8h_W(1 - 4S_W^2)}, \quad (5.36)$$

onde $h_W = 3 - 4S_W^2$. Então, ao substituirmos $\mu_{341} = v_\chi/\sqrt{2}$, $\mu_{331} = v_\eta/\sqrt{2}$ e colocando a dependência de μ na escala μ_{341} no seno de Weinberg, obtemos um limite para a massa do Z''

$$M_{Z''} \approx \sqrt{\pi\alpha_{4L}(\mu_{341})} \sqrt{\frac{\mu_{331}^2(1 - 4S_W^2(\mu_{341}))^2 + \mu_{341}^2(3 - 4S_W^2(\mu_{341}))^2}{(3 - 4S_W^2(\mu_{341}))(1 - 4S_W^2(\mu_{341}))}}, \quad (5.37)$$

onde $\alpha_{4L}(\mu_{341})$ é dada pela Eq. (5.30). Novamente, podemos utilizar os valores dos coeficientes (5.10) e (5.11), $S_W^2(M_Z) = 0.2311$, $\alpha(M_Z) = 1/128$ e $M_Z = 91.188 \text{ GeV}$ para calcular os valores de M' e $\Lambda_{\mu_{341}}$, assim como de $\alpha_X(\mu_{341})$.

Mostramos os valores de μ_{331} , $\alpha_X(\mu_{341})$, M' , Λ_{331} e $M_{Z''}$ com $\mu_{341} = 1.0 \text{ TeV}$ fixo na escala dos TeV, na tabela (5.1). Utilizamos as Eqs. (5.34) e (5.35) para calcular os valores de M' e Λ_{341} para diferentes valores μ_{331} . Com efeito, optamos em deixar fixo o valor de μ_{341} , pois constatamos que com o aumento de seu valor o modelo deixa de ser perturbativo em um valor de energia abaixo de μ_{341} para energias maiores que 2.5 TeV e ao optar pelo valor de 2.5 TeV temos um espaço de manobra bastante reduzido para a variação de μ_{331} . Em outras palavras, o valor de M' fica menor do que a escala μ_{341} , informando que a constante de acoplamento α_X torna-se negativa. Observamos na tabela (5.1) que 6.77 TeV é o valor máximo para o polo de Landau Λ_{341} quando desconsideramos os quarks exóticos. O valor de $M_{Z''}$ está abaixo do limite perturbativo no caso em que desconsideramos os quarks exóticos com μ_{331} a partir de 0.8 TeV.

μ_{331}	$\alpha_X(\mu_{341})$	M'	Λ_{341}	$M_{Z''}$
0.5	0.42	1.39 (2.11)	1.79 (3.67)	3.31
0.6	0.37	1.50 (2.48)	1.92 (4.31)	3.13
0.7	0.34	1.59 (2.84)	2.04 (4.94)	3.00
0.8	0.32	1.68 (3.19)	2.15 (5.56)	2.90
0.9	0.30	1.76 (3.54)	2.25 (6.17)	2.82
1.0	0.28	1.83 (3.89)	2.35 (6.77)	2.75

Tabela 5.1: Tabela com os valores de μ_{331} , $\alpha_X(\mu_{341})$, M' , Λ_{331} e $M_{Z''}$ em TeV, com $\mu_{341} = 1 \text{ TeV}$. Os valores entre parêntesis indicam quando desconsideramos os quarks exóticos.

No caso em que consideramos o conteúdo completo do modelo 3-4-1_R, para os valores de $\mu_{331} = 1.5 \text{ TeV}$ e $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV}$ fixo na tabela (5.2), temos $M' = 2.09 \text{ TeV}$ e $M' = 2.35 \text{ TeV}$, respectivamente; ao passo que no caso em que desconsideramos os quarks exóticos J_1, J'_2, J'_3 , para os valores de $\mu_{331} = 1.5 \text{ TeV}$ e $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV}$, temos $M' = 2.22 \text{ TeV}$ e $M' = 2.86 \text{ TeV}$. O polo de Landau é igual a 2.68 TeV para $\mu_{331} = 1.5 \text{ TeV}$ e 3.01 TeV para $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV}$ quando consideramos o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1_R. No entanto, para o valor de $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV}$,

μ_{331}	$\alpha_X(\mu_{341})$	M'	Λ_{341}	$M_{Z''}$
1.5	0.83	2.09 (2.22)	2.68 (3.87)	9.25
1.6	0.77	2.15 (2.35)	2.76 (4.09)	8.88
1.7	0.71	2.20 (2.48)	2.82 (4.32)	8.57
1.8	0.67	2.25 (2.61)	2.88 (4.54)	8.30
1.9	0.63	2.30 (2.74)	2.95 (4.77)	8.08
2.0	0.60	2.35 (2.86)	3.01 (4.99)	7.88

Tabela 5.2: Tabela com os valores de μ_{331} , $\alpha_{\mu_{341}}$, M' , Λ_{331} e $M_{Z''}$ em TeV, com $\mu_{341} = 2$ TeV. Os valores entre parêntesis indicam quando desconsideramos os quarks exóticos.

o polo de Landau Λ_{341} apresenta-se aproximadamente em 5.0 TeV e o modelo perde seu caráter perturbativo em 2.86 TeV quando desconsideramos os quarks exóticos. Quando omitimos os quarks exóticos supramencionados, observamos que M' e Λ_{341} crescem, pela razão que os quarks exóticos de mão-direita carregam as maiores cargas do grupo $U(1)_X$ causando invariavelmente a diminuição de b_X . Observa-se que o valor de $M_{Z''}$ está sempre acima de M' tanto quando consideramos os quarks exóticos como para o caso em que desconsideramos.

Conforme o gráfico (5.1), observa-se que o limite perturbativo, para o caso em que $\mu_{331} = 1.5$ TeV quando $\mu_{341} = 2.0$ TeV, é $M' \approx 2.1$ TeV; no caso correspondente à $\mu_{331} = \mu_{341} = 2.0$ TeV, o limite perturbativo é caracterizado por $M' \approx 2.8$ TeV. Observa-se que o valor de $\alpha_X(\mu_{341})$ diminui quando as escalas μ_{341} e μ_{331} se aproximam, em contrapartida o valor de M' aumenta, ou seja, para um maior intervalo de perturbatividade as escalas μ_{331} e μ_{341} devem coincidir. Salientamos que a escala de quebra da simetria 3-4-1, denotada por μ_{341} , está dentro do regime perturbativo para os valores tomados para a construção dos gráficos.

No gráfico (5.2) com $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo, temos $\alpha_X(\mu_{341}) \approx 0.83$ para $\mu_{331} = 1.5$ TeV e $\alpha_X(\mu_{341}) = 0.60$ para $\mu_{331} = 2.0$ TeV. Concernente ao valor de M' , temos $M' \approx 2.22$ TeV para $\mu_{331} = 1.5$ TeV e $M' = 2.86$ TeV para $\mu_{331} = 2.0$ TeV. Observa-se que M' no gráfico (5.2) é maior do que no gráfico (5.1), aumentando assim o limite perturbativo do modelo quando desconsideramos os graus de liberdade referentes aos quarks exóticos J_1, J'_2 e J'_3 .

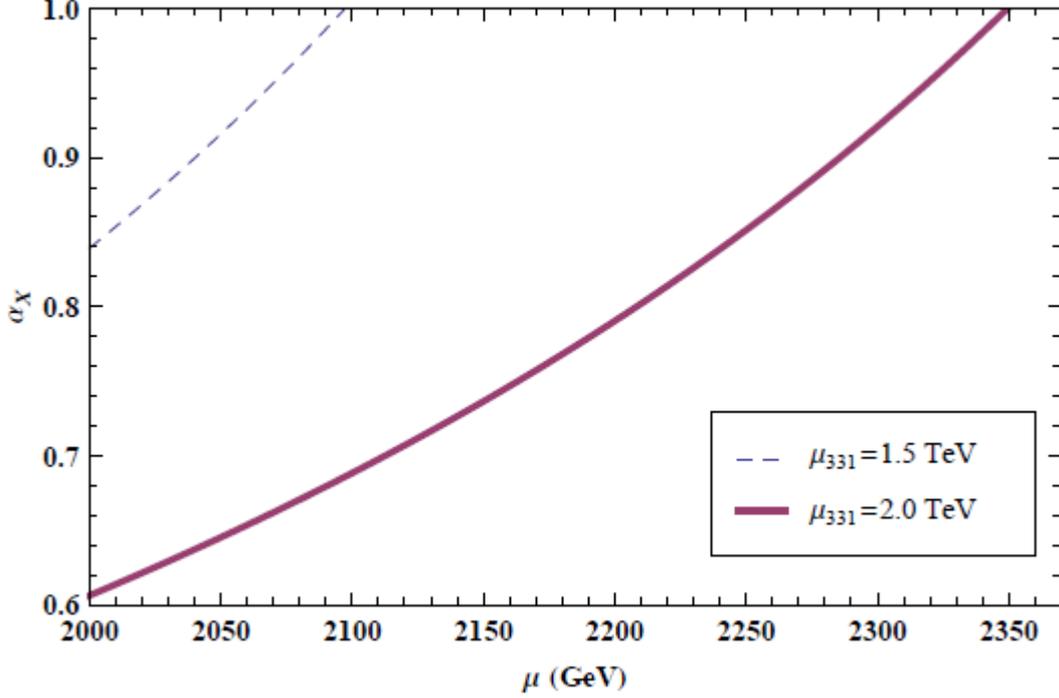


Figura 5.1: Evolução da constante de acoplamento α_X para energias maiores que μ_{341} considerando o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1_R. Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.

Os gráficos da evolução do seno do ângulo de mistura eletrofraco são mostrados nas figuras (5.3) e (5.4), onde percebe-se claramente que o polo de Landau surge quando as curvas cruzam a reta, que indica o valor de 0.25 para o S_W^2 . De fato, o gráfico (5.3) para os valores de $\mu_{331} = 1.5$ TeV e $\mu_{341} = 2.0$ TeV tem o polo de Landau associado ao valor de 2.6 TeV, enquanto o mesmo gráfico com os valores $\mu_{331} = \mu_{341} = 2.0$ TeV tem o polo de Landau em 3.0 TeV. Para o caso onde desconsidera-se os quarks exóticos, o polo de Landau com o valor em 3.9 TeV é relativo a $\mu_{331} = 1.5$ TeV e $\mu_{341} = 2.0$ TeV; e para $\mu_{331} = \mu_{341} = 2.0$ TeV, temos o polo em 4.9 TeV. Observa-se que quando não tomamos a contribuição dominante dos quarks exóticos dentro da contagem do coeficiente b_X , o valor do polo de Landau avança rumo ao UV.

É surpreendente a constatação de que com o aumento da escala de energia μ_{341} para valores acima de 2.5 TeV, o modelo 3-4-1_R apresenta a constante de acoplamento α_X com um valor negativo. O modelo 3-4-1_R parece estritamente vinculado à escala de energia de poucos TeV, indicando que pode ser confirmado ou descartado pelo LHC.

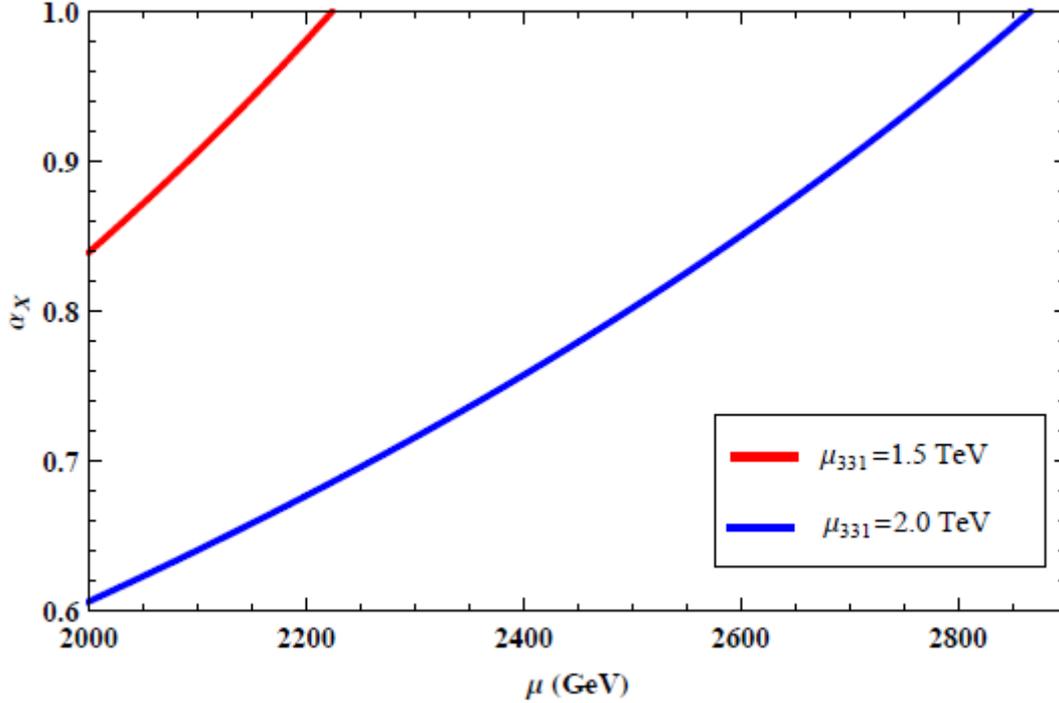


Figura 5.2: Evolução da constante de acoplamento α_X para energias maiores que μ_{341} desconsiderando os quarks exóticos J_1 , J'_2 e J'_3 do modelo 3-4-1 $_R$. Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.

5.6 Discussão

No modelo mínimo 3-3-1, é sintomático o problema do polo de Landau, tornando restritivo o uso do tratamento perturbativo na escala de energia entre 3 – 5 TeV. Essa característica inerente ao modelo 3-3-1 de Pisano-Pleitez-Frampton pode ser significativamente contornado com a introdução de novas representações de férmions (vide o trabalho [92]). Em contrapartida, o espectro de partículas avulta de novos graus de liberdade, que proliferarão efetivamente o conteúdo do modelo e o tornarão menos atrativo no que tange à futura fenomenologia e o escrutínio experimental.

Em última instância, o problema do limite perturbativo deve-se “patologicamente” ao fato que a evolução da constante de acoplamento varia rapidamente com o aumento da energia rumo ao UV. Uma vez que o tratamento perturbativo é invalidado, há um prejuízo na capacidade preditiva do modelo. Então, a construção de uma teoria que seja válida em todas as escalas de energia demanda o conhecimento e análise da nova física

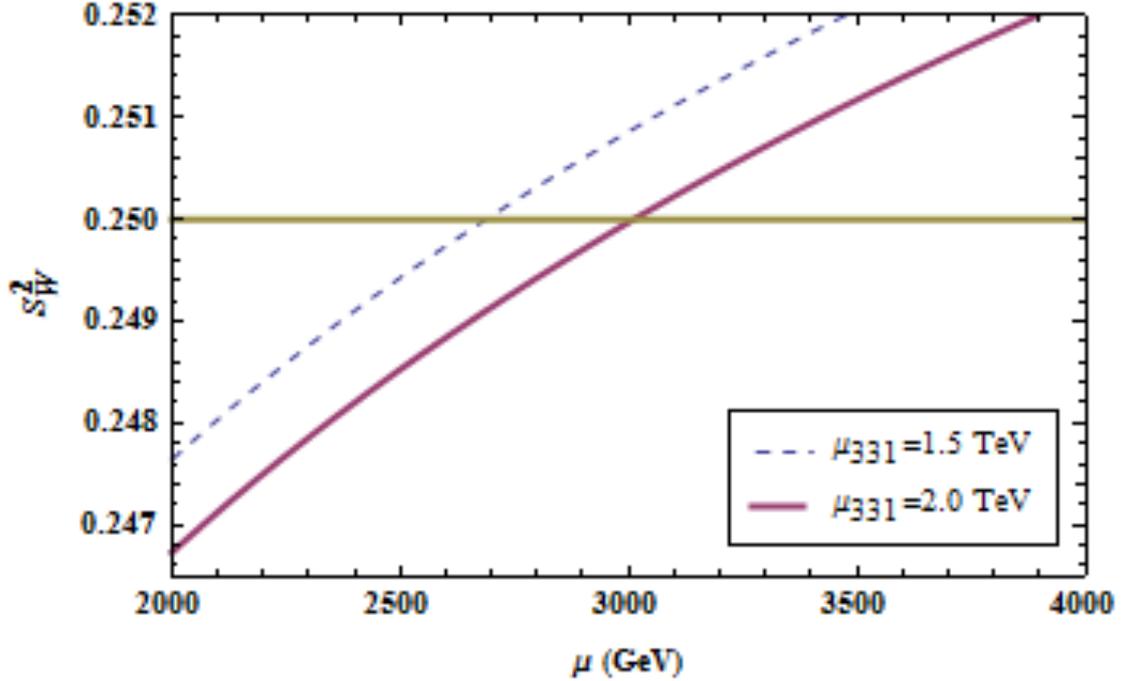


Figura 5.3: Evolução do seno do ângulo de mistura eletrofraco para energias maiores que μ_{341} considerando o conteúdo completo de partículas do modelo 3-4-1_R. Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.

desde a escala de poucos TeV até a escala de Planck, onde acredita-se que a interação gravitacional estará em pé de igualdade com as outras interações fundamentais. De bom grado, espera-se um bom entendimento da física no intervalo entre a escala eletrofraca e a escala de poucos TeV, mediante o avanço tecnológico dos aceleradores de partículas, que porventura encontrarão novas partículas já previstas por muitos modelos.

Nesta linha de pensamento, é preciso perguntarmo-nos se o polo de Landau de fato evidencia uma teoria fundamental já na escala de poucos TeV. Com efeito, novos fenômenos surgem nesse domínio de energia e o MP não dá conta em explicá-los satisfatoriamente. A bem da evolução da ciência, novos modelos em física de partículas podem/devem explicar esses fenômenos e buscar sem subterfúgios uma teoria completa e fundamental, que abarque modelos efetivos em seu bojo.

O modelo 3-4-1 de Pisano-Pleitez apresenta o problema do polo de Landau (assim como o modelo 3-4-1 com o conteúdo reduzido de escalares baseado no modelo de Pisano-Pleitez), devido à relação (5.14). Podemos evadir o problema do limite perturba-

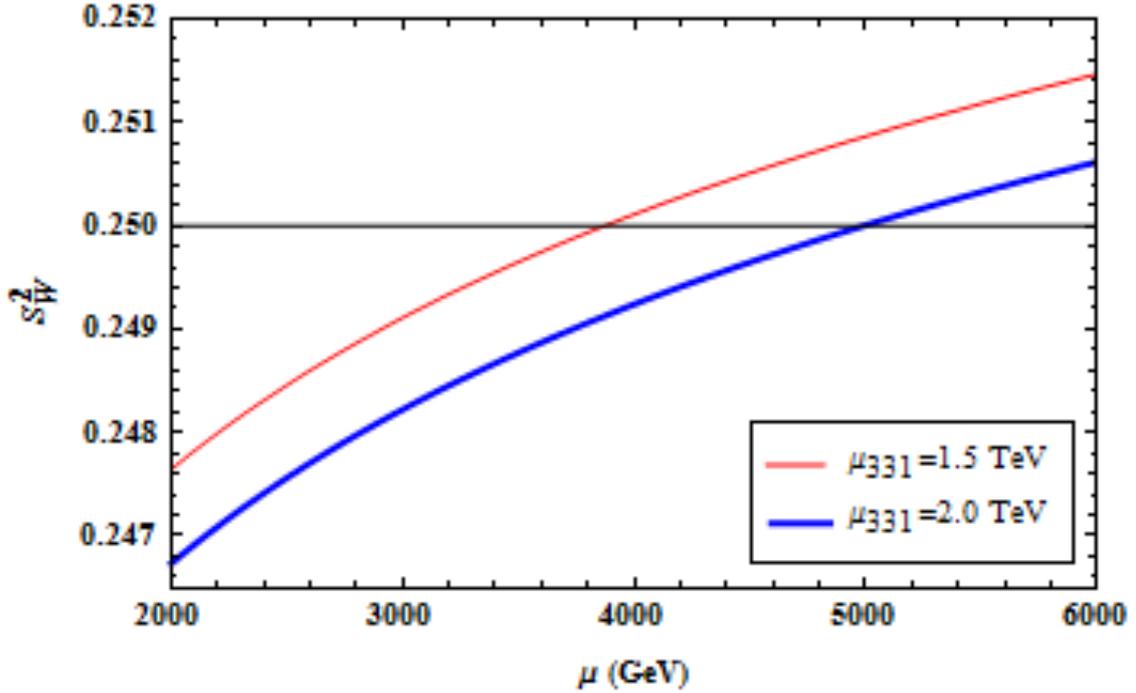


Figura 5.4: Evolução do seno do ângulo de mistura eletrofraco para energias maiores que μ_{341} desconsiderando os quarks exóticos J_1 , J_2 e J_3' do modelo 3-4-1_R. Temos $\mu_{341} = 2.0$ TeV fixo.

tivo, porém teremos que introduzir novas representações de férmions em contraposição à nossa filosofia de redução do espectro de partículas realizada neste presente trabalho. Poder-se-ia afirmar que o grupo de simetria 3-4-1 tem a possibilidade de ser embebido no grupo $SU(3)_C \otimes SU(5)_L \otimes U(1)_{X'}$ [94] ou em algum grupo simples, nos quais o problema do polo de Landau poderá ser evitado. Embora análises com cálculos na rede poderão indicar com mais confiança a possibilidade de um polo de Landau (ou de trivialidade), as EGR são ferramentas iniciais para o entendimento da evolução das constantes de acoplamento em teorias de gauge interagentes.

Certas teorias de gauge interagentes como a QED e QCD podem apresentar o problema do polo de Landau, que está conectado com o problema do acoplamento forte, isto é, com a dinâmica não perturbativa. De fato, sabe-se que a QCD tem um polo de Landau na região infravermelha (IV), ao passo que a QED apresenta um acoplamento tendendo ao infinito na região UV. Ao que concerne à constante de acoplamento das interações fortes, sua intensidade torna-se grande e precisa-se de um tratamento não

perturbativo devido à dinâmica relacionada ao acoplamento entre quarks e glúons. Em contrapartida, a QED tem uma constante de acoplamento que se intensifica na região UV, demandando a necessidade de um tratamento não perturbativo no cálculo de observáveis físicos. Tanto a QCD como a QED apresentam os chamados *Renormalons*, que são divergências das expansões perturbativas em teorias quânticas de campos renormalizáveis, relacionadas ao comportamento das mesmas em baixas e altas energias. Provou-se nos trabalhos [95] que os renormalons necessariamente não estão conectados ao problema do polo de Landau, visto que não dependem dos coeficientes de ordem mais alta da função beta e suas existências decorrem de singularidades não triviais nas expansões perturbativas de observáveis físicos como, por exemplo, o momento anômalo do elétron.

Recentemente, foi proposta a ideia de um polo de Landau universal [96] na escala de Planck para as constantes de acoplamento de gauge das três interações fundamentais da natureza. Os autores propõem uma divergência compartilhada pelas interações forte, fraca e eletromagnética na escala de Planck com a adição de férmions vetoriais em representações similares à do MP. Em particular, uma singularidade comum para as constantes de acoplamento de gauge, assim como para as de Yukawa e para o acoplamento quártico do Higgs que vão a zero, chamada polo de Landau universal, indica uma transição de fase após a escala de Planck para uma física nova, onde o conceito de comprimento aparentemente deixará de ser válido. Dentro desse cenário, o problema da instabilidade do potencial escalar é resolvido, devido a presença de novos férmions que evitam o acoplamento quártico de Higgs de tornar-se negativo.

5.7 Considerações Finais

A análise perturbativa do modelo 3-4-1 com o conteúdo reduzido de escalares permitiu constatar que o polo de Landau está no intervalo de energia entre 2 e 7 TeV. Vamos considerar a escala de energia associada ao polo de Landau nos operadores efetivos, que serão os responsáveis pela geração de massa para alguns férmions do modelo. Com efeito, vamos supor que os operadores efetivos originam-se de uma teoria mais fundamental e completa em energias mais altas.

Capítulo 6

Massa dos Férmions e o Decaimento do Próton

No presente capítulo, apresentamos a simetria discreta Z_3 acomodada pelo modelo para a construção dos operadores efetivos não renormalizáveis. Estes são responsáveis pela geração de massa para alguns férmions do modelo. Utilizaremos diretamente nos operadores efetivos a escala de energia relacionada ao polo de Landau, Λ , que obtemos no capítulo anterior. Por fim, o operador efetivo de ordem mais baixa que gera o decaimento rápido do próton será apresentado respectivamente com a simetria discreta Z_2 , que suprime o operador indesejado no modelo.

6.1 Simetria Discreta Z_3

As simetrias discretas Z_N realizam um papel fundamental em vários modelos de extensão do MP. Por exemplo, a utilização de simetrias discretas Z_N ajuda a evitar o decaimento rápido do próton e termos de trocas de sabor em correntes neutras, assim como termos indesejados que quebram a simetria do número leptônico no potencial escalar de um certo modelo [13]. No modelo padrão supersimétrico mínimo, uma simetria discreta Z_2 - conhecida como paridade R - realiza uma função essencial ao suprimir certos termos de acoplamentos que violam os números leptônico e bariônico, tendo como consequência um candidato à matéria escura: a partícula supersimétrica mais leve é estável ¹. Tais simetrias discretas podem se originar de teorias mais fundamen-

¹Conhecida como LSP (Lightest Supersymmetric Particle - Partícula supersimétrica mais leve), ela

tais (como a teoria das cordas - candidata à teoria que unifica todas as interações da natureza), isto é, podem surgir da quebra de uma simetria local em altas energias, conforme apontado pelo trabalho de Kraus e Wilczek [97].

No modelo 3-4-1_R, vamos nos servir de uma simetria discreta Z_3 , que resolve o problema da geração de massa dos léptons sem a necessidade de um decuplo de escalares. As massas dos férmions serão em parte originadas das interações de Yukawa e também a partir de operadores efetivos não renormalizáveis (advindos de uma teoria mais fundamental), quando as componentes eletricamente neutras desenvolvem VEV. Concernente ao setor dos neutrinos, podemos engendrar suas pequenas massas com o uso de operadores efetivos de dimensão-9 dentro do modelo 3-4-1_R. De fato, tais operadores levam a neutrinos leves com massas na escala sub-eV obtidas com somente três quadrupletos escalares, trazendo como consequência um ajuste bastante atenuado em relação ao MP. Deste modo, os termos de Yukawa e os operadores efetivos que originarão as massas dos férmions são permitidos pela simetria discreta Z_3 .

A simetria discreta Z_3 implementada é constituída dos elementos (e, ω^1, ω^2) , onde $\omega^0 = \omega^3 = e$ e $w^k = \exp(2ki\pi/3)$, com a seguinte configuração dada abaixo.

Os escalares tem as seguintes transformações,

$$\eta \rightarrow \eta, \rho \rightarrow \omega^1 \rho, \chi \rightarrow \omega^1 \chi. \quad (6.1)$$

e os léptons,

$$L_{L_a} \rightarrow \omega^1 L_{L_a}. \quad (6.2)$$

Enquanto a família dos quarks tem

$$\begin{aligned} Q_{1L} &\rightarrow Q_{1L}, Q_{iL} \rightarrow Q_{iL}, u_{aR} \rightarrow \omega^1 u_{aR}, d_{aR} \rightarrow \omega^2 d_{aR}, \\ J_{1R} &\rightarrow \omega^2 J_{1R}, J'_{iR} \rightarrow \omega^1 J'_{iR}, U_{1R} \rightarrow U_{1R}, D_{iR} \rightarrow D_{iR}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Observamos que nas transformações acima, utilizamos todos os elementos do grupo cíclico Z_3 , necessários para garantir a existência desta simetria no modelo.

Com essa assinatura para os férmions e escalares, a lagrangiana de Yukawa é agora dada por,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{Yukawa} &= \lambda_{11}^J \overline{Q_{1L}} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^{J'} \overline{Q_{iL}} \chi^* J'_{jR} + \lambda_{1k}^d \overline{Q_{1L}} \rho d_{kR} \\ &\quad + \lambda_{ik}^u \overline{Q_{iL}} \rho^* u_{kR} + \lambda_{11}^U \overline{Q_{1L}} \eta U_{1R} + \lambda_{ij}^D \overline{Q_{iL}} \eta^* D_{jR} + h.c., \end{aligned} \quad (6.4)$$

precisa ser eletricamente neutra para que seja candidata à matéria escura.

que é invariante sob as transformações da simetria Z_3 . Os termos de Yukawa $\overline{Q_{1L}}\eta u_{1R}$ e $\overline{Q_{iL}}\eta^* d_{jR}$ são eliminados pelas transformações (6.1).

O potencial escalar invariante pela simetria discreta Z_3 é dado por

$$\begin{aligned}
V_{Z_3}(\eta, \rho, \chi) = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 \\
& + (\eta^\dagger \eta) (\lambda_4 (\rho^\dagger \rho) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)) + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_7 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\
& + \lambda_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_9 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho). \tag{6.5}
\end{aligned}$$

Este é o potencial escalar permitido pela simetria Z_3 imposta no modelo, que difere do potencial dado pela expressão (3.37) apenas pelo último termo proibido perante as transformações da Eq. (6.1).

Vale pontuar que a simetria discreta Z_3 permitirá apenas a presença de operadores efetivos que garantem o padrão correto de massas para os férmions, ou seja, os operadores efetivos que engendram valores grandes para as massas das partículas não serão permitidos perante a simetria discreta Z_3 .

6.2 Teorias Efetivas e Operadores Efetivos

A teoria de Fermi para as interações fracas foi essencial para o entendimento das propriedades do decaimento beta ($n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$). Apesar de ser uma teoria não renormalizável, a teoria de Fermi - também conhecida como teoria de quatro férmions - é bem adequada para a escala de energia em que $\sqrt{s} \ll M_W$, ou seja, as massas dos bósons W são muitos maiores do que a energia do centro de massa quando os férmions interagem. Noutras palavras, a teoria de Fermi tem um caráter essencialmente efetivo, sendo o protótipo das teorias efetivas em físicas de partículas. As teorias efetivas funcionam bem em um intervalo de energia restrito e na explicação de fenômenos em energias maiores tais teorias deixam de ser precisas, indicando a urgência de uma teoria mais fundamental.

Duas características proeminentes das teorias efetivas são o poder de calcular variados processos em baixas energias, sem ter conhecimento direto sobre as interações, e a obtenção de vestígios da dinâmica em altas energias via os vínculos de simetria no domínio de baixas energias [98]. Nesses termos, os experimentos de precisão em baixas energias podem sondar as propriedades da física de altas energias. Uma vez lograda

a explicação de um certo fenômeno em baixas energias mediante, por exemplo, a suposição em adotar os neutrinos como partículas de Majorana, os experimentos podem asseverar se no âmbito das altas energias a violação do número leptônico (comumente associada às partículas de Majorana) é uma decorrência factível.

O MP é considerado uma teoria efetiva, visto que não explica uma gama de questões (mencionadas na Introdução). De fato, a natureza efetiva do MP demanda a construção de modelos mais gerais ou de uma teoria bem sedimentada válida em todas as escalas de energia. A importância das teorias efetivas, sobretudo, é o fato de acessar escalas de energia ainda não exploradas a partir de operadores efetivos não renormalizáveis. Deste modo, é indispensável o uso de operadores efetivos no tocante ao acesso da nova física. Decerto, os operadores efetivos suprimidos pela escala de energia associada à nova física, caracterizada por Λ , são construídos em termos de $1/\Lambda$ na forma

$$\mathcal{L} = \sum_I c_I \mathcal{O}_I(l_i), \quad (6.6)$$

onde I indica o número de termos efetivos na lagrangiana, \mathcal{O}_I são operadores de dimensão d ($d > 4$), $c_I = (c/\Lambda)^{d-4}$ são constantes efetivas de dimensão $4 - d$, com c adimensional e l_i são campos da teoria de baixas energias.

Na abordagem dos operadores efetivos, o efeito de partículas pesadas pode ser mensurado em energias mais baixas e pode dar dicas da física em energias mais altas. Quanto à construção de tais operadores, as simetrias existentes na teoria de baixas energias permitem compor os operadores com os campos conhecidos. Com efeito, devido ao polo de Landau em poucos TeV, o modelo 3-4-1_R é uma teoria efetiva que necessita de uma teoria mais fundamental acima do polo de Landau, visto que com a presença de operadores efetivos suprimidos pelo escala Λ , o modelo 3-4-1_R é ameaçado por inúmeros operadores efetivos de dimensão mais baixa que podem engendrar massas enormes às partículas. Assim, se faz necessário o uso de uma simetria discreta que controle tais operadores danosos à consistência fenomenológica do modelo. Deste modo, vamos associar o polo de Landau, Λ , à escala fundamental.

Faremos uso, nas próximas seções, de operadores efetivos com o objetivo de gerar massa para certas partículas do modelo, similarmente ao realizado nas Ref. [40, 41].

6.3 Massa dos Férmiões

Em qualquer modelo de física de partículas elementares é fundamental a geração de massa para os férmions em um regime aceitável ditado pelos experimentos. Começemos explorando o setor dos quarks e posteriormente dos léptons.

As massas dos quarks-padrão serão parcialmente originadas a partir das interações nos termos de Yukawa,

$$\lambda_{ia}^u \overline{Q_{iL}} \rho^* u_{aR} + \lambda_{1a}^d \overline{Q_{1L}} \rho d_{aR}, \quad (6.7)$$

e por operadores efetivos de dimensão-6:

$$\frac{\lambda_{1a}^u}{\Lambda^2} \varepsilon_{mnop} (\overline{Q_{1Lm}} \rho_n \chi_o \eta_p^*) u_{aR} + \frac{\lambda_{1a}^d}{\Lambda^2} \varepsilon_{mnop} (\overline{Q_{iLm}} \rho_n^* \chi_o^* \eta_p) d_{aR} + h.c., \quad (6.8)$$

onde Λ é a escala de energia da teoria fundamental, que associamos ao valor do polo de Landau obtido no capítulo anterior; λ_{1a}^u e λ_{1a}^d são os acoplamentos adimensionais. Quando os campos escalares χ , η e ρ desenvolvem VEV, podemos construir a matriz de massa dos quarks tipo up na base (u_1, u_2, u_3) ,

$$m_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^u \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{12}^u \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{13}^u \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} \\ \lambda_{21}^u v_\rho & \lambda_{22}^u v_\rho & \lambda_{23}^u v_\rho \\ \lambda_{31}^u v_\rho & \lambda_{32}^u v_\rho & \lambda_{33}^u v_\rho \end{pmatrix}. \quad (6.9)$$

Para os quarks tipo down, a matriz de massa na base (d_1, d_2, d_3) é dada por

$$m_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^d v_\rho & \lambda_{12}^d v_\rho & \lambda_{13}^d v_\rho \\ \lambda_{21}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{22}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{23}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} \\ \lambda_{31}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{32}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} & \lambda_{33}^d \frac{v_\chi v_\rho v_\eta}{2\Lambda^2} \end{pmatrix}. \quad (6.10)$$

Para uma estimativa simplificada, vamos considerar apenas os termos de massas diagonais das matrizes (6.9) e (6.10),

$$\begin{aligned} m_u &\approx \lambda_{11}^u \frac{v_\chi v_\eta v_\rho}{2\sqrt{2}\Lambda^2}, & m_c &\approx \lambda_{22}^u \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, & m_t &\approx \lambda_{33}^u \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, \\ m_d &\approx \lambda_{11}^d \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, & m_s &\approx \lambda_{22}^d \frac{v_\chi v_\eta v_\rho}{2\sqrt{2}\Lambda^2}, & m_b &\approx \lambda_{33}^d \frac{v_\chi v_\eta v_\rho}{2\sqrt{2}\Lambda^2}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

onde m_u, m_c, m_t, m_d, m_s e m_b são os quarks up, charm, top, down, strange e bottom, respectivamente. Para $\mu_{331} = 1.0 \text{ TeV} = v_\eta/\sqrt{2}$, $\mu_{341} = 1.0 \text{ TeV} = v_\chi/\sqrt{2}$, v_ρ e $\Lambda = 6.77$

TeV e com os valores das massas dos quarks,

$$\begin{aligned} m_u &= 0.5 \text{ MeV}, m_d = 4.95 \text{ MeV}, m_s = 1.26 \text{ MeV}, \\ m_c &= 1.26 \text{ GeV}, m_b = 4.25 \text{ GeV}, m_t = 179 \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (6.12)$$

obtemos $\lambda_{11}^u \approx 6.5 \times 10^{-4}$, $\lambda_{22}^u \approx 7.2 \times 10^{-3}$, $\lambda_{33}^u \approx 1.0$, $\lambda_{11}^d \approx 2.8 \times 10^{-5}$, $\lambda_{22}^d \approx 2.7 \times 10^{-2}$, $\lambda_{33}^d \approx 1.1$. Enquanto para $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV} = v_\eta/\sqrt{2}$, $\mu_{341} = 2.0 \text{ TeV} = v_\chi/\sqrt{2}$ e $\Lambda = 3.01 \text{ TeV}$, obtemos $\lambda_{11}^u \approx 3.2 \times 10^{-5}$, $\lambda_{22}^u \approx 7.2 \times 10^{-3}$, $\lambda_{33}^u \approx 1.0$, $\lambda_{11}^d \approx 2.8 \times 10^{-5}$, $\lambda_{22}^d \approx 1.3 \times 10^{-3}$, $\lambda_{33}^d \approx 5.5 \times 10^{-2}$. Deste modo, temos a intensidade dos acoplamentos de Yukawa e das interações pelos operadores efetivos.

Os quarks exóticos adquirem suas massas a partir das interações de Yukawa,

$$\lambda_{11}^J \overline{Q_{1L}} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^{J'} \overline{Q_{iL}} \chi^* J'_{jR} + \lambda_{11}^U \overline{Q_{1L}} \eta U_{1R} + \lambda_{ij}^D \overline{Q_{iL}} \eta^* D_{jR} + h.c., \quad (6.13)$$

onde λ_{11}^J , $\lambda_{ij}^{J'}$, λ_{11}^U , λ_{ij}^D são constantes de acoplamento adimensionais. Quando os campos escalares χ e η desenvolvem VEV geram-se as massas dos quarks exóticos U_1 e J_1 , respectivamente,

$$m_{U_1} = \lambda_{11}^U \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \text{ e } m_{J_1} = \lambda_{11}^J \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}. \quad (6.14)$$

A colaboração CMS excluiu quarks pesados com carga elétrica 2/3 com massas abaixo de 625 GeV [99]. Assim, tomando $v_\eta = 1 \text{ TeV}$, podemos ter uma estimativa do acoplamento do quark U_1 , que leva a $\lambda_{11}^U \approx 8.8 \times 10^{-1}$.

A partir da Eq. (6.13), podemos construir a matriz de massa dos quarks tipo J' na base (J'_2, J'_3) , quando o campo χ desenvolve VEV,

$$m_{J'} = \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22}^{J'} & \lambda_{23}^{J'} \\ \lambda_{32}^{J'} & \lambda_{33}^{J'} \end{pmatrix}, \quad (6.15)$$

e, também, construir a matriz de massa dos quarks tipo D na base (D_2, D_3) , quando o campo η desenvolve VEV,

$$m_D = \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22}^D & \lambda_{23}^D \\ \lambda_{32}^D & \lambda_{33}^D \end{pmatrix}. \quad (6.16)$$

A colaboração CMS também excluiu quarks com carga elétrica -1/3 com massas abaixo de 675 GeV. Tomando $v_\eta = 1 \text{ TeV}$, a estimativa do acoplamento do quark D_2 nos leva ao valor de $\lambda_{22}^D = 9.5 \times 10^{-1}$.

As massas dos léptons carregados originam-se do operador efetivo de dimensão 5,

$$\frac{\kappa_l}{\Lambda} (\overline{L_{aL}^c} \rho^*) (\chi^\dagger L_{aL}) + h.c., \quad (6.17)$$

que produz o termo de massa quando os campos escalares χ e ρ desenvolvem VEV,

$$\frac{\kappa_l v_\rho v_\chi}{\Lambda} \overline{e_{aL}} e_{aR} + h.c., \quad (6.18)$$

onde κ_l é uma constante de acoplamento adimensional para os léptons. O acoplamento (6.18) conduz às massas dos léptons carregados,

$$m_l \approx \frac{1}{2} \kappa_l \frac{v_\rho v_\chi}{\Lambda}, \quad (6.19)$$

onde $l = e, \mu$ e τ . Assim, para os valores das massas dos léptons carregados

$$m_e = 0.5 \text{ MeV}, m_\mu = 105.7 \text{ MeV}, m_\tau = 1.77 \text{ GeV}, \quad (6.20)$$

e para $\mu_{331} = 1.0 \text{ TeV} = v_\eta/\sqrt{2}$, $\mu_{341} = 1.0 \text{ TeV} = v_\chi/\sqrt{2}$, $v_\rho = 246 \text{ GeV}$ e $\Lambda = 6.77 \text{ TeV}$, obtemos os valores para as constantes de acoplamento $\kappa_e \approx 2.7 \times 10^{-5}$, $\kappa_\mu \approx 5.8 \times 10^{-3}$, $\kappa_\tau \approx 9.7 \times 10^{-2}$. Para $\mu_{331} = 2.0 \text{ TeV} = v_\eta/\sqrt{2}$, $\mu_{341} = 2.0 \text{ TeV} = v_\chi/\sqrt{2}$, $v_\rho = 246 \text{ GeV}$ e $\Lambda = 3.01 \text{ TeV}$, obtemos $\kappa_e \approx 6.1 \times 10^{-6}$, $\kappa_\mu \approx 1.2 \times 10^{-3}$, $\kappa_\tau \approx 2.1 \times 10^{-2}$.

A respeito das pequenas massas dos neutrinos [100], conforme a indicação dos experimentos focando a oscilação de sabor, todo modelo que se proponha a estender o conteúdo do MP deve explicar a natureza ínfima das massas dos neutrinos. Devido ao fato que o limite perturbativo do modelo aqui exposto está associado à escala de poucos TeV, o mecanismo *Seesaw* padrão (MSP) [101] encontra um empecilho. Em essência, o MPS tem a escala Λ associada com a escala de GUT em torno de 10^{14} GeV , com o objetivo que as massas dos neutrinos estejam na escala de sub-eV. Tal fato, explica sistematicamente as pequenas massas dos neutrinos, porém o MSP não é fenomenologicamente testável para a ordem de energia na escala de GUT. Uma outra opção é o mecanismo seesaw inverso (MSI) [102], onde as pequenas massas dos neutrinos está vinculada à nova física na escala de poucos TeV. Com efeito, o modelo 3-4-1_R com o conteúdo reduzido de escalares tem o cenário adequado - com a inclusão adicional de apenas três neutrinos singletos de mão-direita N_R - para a implementação do MSI, pela razão que já possui três neutrinos de mão-direita. No entanto, aumenta-se os graus de liberdade do modelo com a adição de novos férmions singletos em oposição ao nosso

intento de diminuir o conteúdo de partículas. Nessa medida, as pequenas massas dos neutrinos serão geradas por operadores efetivos, assim como já realizamos para alguns quarks e para os léptons carregados do modelo.

O operador efetivo de ordem mais baixa (dimensão 9), permitido pela simetria Z_3 , que gera a massa para os neutrinos é

$$\frac{\kappa_{\nu_a}}{\Lambda^5} \varepsilon_{ijkl} \varepsilon_{mnop} (\overline{L_{aiL}^c} \rho_j \chi_k \eta_l) (L_{amL} \rho_n \chi_o \eta_p) + h.c., \quad (6.21)$$

que produz, quando os campos escalares χ , η e ρ desenvolvem VEV, o termo de massa do tipo Majorana,

$$\frac{\kappa_{\nu_a} v_\rho^2 v_\chi^2 v_\eta^2}{\Lambda^5} (\nu_{aL}^c \nu_{aL}) + h.c., \quad (6.22)$$

onde κ_{ν_a} é a constante de acoplamento para os neutrinos. Este acoplamento conduz à massa dos neutrinos,

$$m_{\nu_a} \approx \frac{1}{4} \kappa_{\nu_a} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2 v_\eta^2}{\Lambda^5}. \quad (6.23)$$

Para uma estimativa para a massa dos neutrinos, usamos apenas $\mu_{331} = 1.0 \text{ TeV} = v_\eta/\sqrt{2}$, $\mu_{341} = v_\chi/\sqrt{2} = 1.0 \text{ TeV}$, $v_\rho = 246 \text{ GeV}$ e $\Lambda = 6.77 \text{ TeV}$, assim tomando $m_{\nu_a} = 0.5 \text{ eV}$, então temos que $\kappa_{\nu_a} \approx 10^{-6}$. Este ajuste é aceitável e compara-se com o valor da constante de acoplamento para o elétron. Vale observar que o operador (6.21) viola o número leptônico em duas unidades, após a QES, gerando o termo de massa do tipo Majorana dada por (6.22).

6.4 Decaimento do Próton

Teorias de grande unificação (GUT - Grand Unified Theories) predizem o decaimento do próton [103], assim como certos modelos de extensão do MP: modelo mínimo 3-3-1, modelo padrão supersimétrico mínimo, etc. Com efeito, operadores efetivos não renormalizáveis de baixa ordem, permitidos pelo grupo de simetria dos modelos citados, são responsáveis por engendrar o decaimento rápido do próton. É fato conhecido que no MP devido à simetria dos números leptônico (L) e bariônico (B), não há a ocorrência do decaimento do próton, visto que o próton é a partícula bariônica mais leve, não há a possibilidade do decaimento do próton em outras partículas mais leves; no entanto, na teoria de GUT baseada no grupo $SU(5)$, ocorre violação de B e L, o próton pode decair em outras partículas (usualmente em $p \rightarrow \pi_0 e^+$).

Dados experimentais do Super-Kamiokande nos informam que o tempo de vida do próton para o modo $p \rightarrow \pi_0 e^+$ é maior que 8.2×10^{33} anos com 90% de nível de confiança [104]. Em modelos de GUT supersimétricos, o modo de decaimento $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ pode ser dominante [105], enquanto que em outros modelos o modo dominante pode ser $p \rightarrow \mu^+ K^0$ [106]. Além disso, o Super-Kamiokande estimou recentemente um limite inferior para o tempo de vida do modo $p \rightarrow \mu^+ K^0$ sendo maior que 1.6×10^{33} anos com 90% de nível de confiança [107].

Nosso modelo, exposto no capítulo 2, apresenta operadores efetivos nocivos que engendram o decaimento rápido do próton. Para suprimir tais operadores, precisa-se de um ajuste fino extremamente não aceitável do ponto de vista da naturalidade, porém vamos empregar uma simetria discreta como meio de suprimir essa contribuição indesejada ao decaimento do próton.

No modelo 3-4-1 com o conteúdo reduzido, o operador efetivo de dimensão mais baixa (dimensão 8) que gera o decaimento rápido do próton é

$$\frac{C_1}{\Lambda^4} \varepsilon_{ijkl} (\overline{Q_{1iL}^c} L_{1jL} \chi_k \eta_l) (\overline{u_{1R}^c} d_{1R}) + h.c., \quad (6.24)$$

onde i, j, k e l são índices do grupo $SU(4)_L$. Este operador conduz à seguinte interação

$$\frac{C_1}{\Lambda^4} v_\chi v_\eta \overline{u_L^c} e_L \overline{u_R^c} d_{1R} + h.c., \quad (6.25)$$

que é o responsável pelo decaimento rápido do próton via o modo $p \rightarrow \pi_0 e^+$. A interação acima conduz a

$$\frac{C_1}{\Lambda^4} v_\chi v_\eta \sim 10^{-9} GeV^{-2}, \quad (6.26)$$

onde supomos os valores de $v_\chi \approx v_\eta = 2$ TeV e $\Lambda = 6.77$ TeV e tomamos o C_1 igual a um (evitando o ajuste fino), obtemos o tempo de vida do próton igual a 10^{-9} segundos - um valor deveras absurdo do ponto de vista fenomenológico.

Uma solução encontrada para evitar tais operadores indesejados para o decaimento do próton em todas as ordens em teoria de perturbação é a imposição de uma simetria discreta Z_2 sob os campos dos quarks das três famílias (de maneira similar ao que foi proposto no trabalho da Ref. [40]),

$$Q_{aL} \rightarrow -Q_{aL}, \quad q_{aR} \rightarrow -q_{aR}, \quad (6.27)$$

que garante a estabilidade requerida do próton para o modelo. Os outros campos do modelo são pares perante a simetria Z_2 . Observa-se que o operador da Eq. (6.24) não é

permitida sob a simetria Z_2 , assim como os operadores efetivos que contêm um número ímpar de campos de quarks. Deste modo, eliminamos o problema do decaimento rápido do próton que affigia o modelo, deixando os outros operadores que geram massas para os férmions intactos perante a simetria Z_2 .

6.5 Considerações Finais

De forma bastante contundente, obtemos as massas de alguns férmions com o uso de operadores efetivos. Em particular, os léptons carregados obtêm massas (a partir de operadores efetivos de dimensão-5), na escala de energia correta, quando as componentes neutras dos campos escalares χ e ρ desenvolvem VEV. Em decorrência disso, os ajustes finos realizados, nas constantes de acoplamento de Yukawa, são mais naturais do que em relação aos dos MP, ou seja, as constantes estão mais próxima da unidade. No caso dos neutrinos, temos um ganho substancial comparado ao MP, quando usamos o valor da escala $\Lambda = 6.77$ TeV, pois no caso do MP a constante de acoplamento é aproximadamente igual a 10^{-11} (relacionada ao operador efetivo de dimensão-5), vide o capítulo 10 da referência [5], enquanto no caso do nosso modelo 3-4-1_R, obtemos 10^{-6} , uma melhora considerável em relação ao MP.

Capítulo 7

Conclusão e Perspectivas

“Aqui começa já uma nova história, a história da gradual renovação de um homem, a história do seu trânsito progressivo dum mundo para outro, do seu contato com outra realidade nova, completamente ignorada até ali. Isto poderia constituir o tema duma nova narrativa...mas a nossa presente narrativa termina aqui”

(Fiódor Dostoiévski - Crime e Castigo)

Apesar da concordância ímpar do MP com os dados experimentais e da provável detecção do bóson de Higgs (peça-chave que faltava para completar as partículas previstas pelo modelo) [2, 3], considera-se que o mesmo não é a palavra final na busca por respostas contundentes sobre o complexo mundo das partículas elementares. De fato, o caráter efetivo do MP evidencia o domínio de validade, onde o modelo é satisfatório em conceder algumas explicações acerca dos fenômenos que ocorrem abaixo de 1 TeV.

Com a interrupção programada do LHC, com o objetivo do grande colisor acessar energias por volta de 14 TeV após seu retorno em 2014, esperamos mais dados experimentais que confirmem peremptoriamente que a partícula encontrada com massa aproximadamente de 125 GeV seja o bóson de Higgs. Tal fato, contudo, não indica que novos fenômenos não poderão ser explicados por outros modelos, visto que sabemos que o MP não explica as pequenas massas dos neutrinos, conforme as fortes indicações das oscilações de sabor. Nesse ínterim, vários modelos, dos supersimétricos [108] aos 3-4-1 [109], concorrem substancialmente ao modelo *standard* na física de partículas.

Na busca por um modelo que sane algumas falhas do MP, no presente trabalho,

investigou-se a perturbatividade do modelo 3-4-1 reduzido apresentado no capítulo 2. Para isto, utilizamos como ferramental teórico as equações do grupo de renormalização (EGR), que são ideais para analisar a evolução de uma determinada constante de acoplamento na variação da escala de energia. Para o nível de um laço, realizamos nossa análise sob a constante de acoplamento abeliana ($\alpha_X = g_X^2/4\pi$) relacionada ao grupo $U(1)_X$ do nosso modelo, em virtude que tal constante não apresenta o caráter de liberdade assintótica, conforme o seno do ângulo de mistura eletrofraco (S_W) dado pela expressão (5.14), que relaciona as constantes de acoplamento de gauge dos grupos $SU(4)_L$ e $U(1)_X$. Verificou-se a partir de (5.14) que uma singularidade ocorre quando $S_W^2 = 1/4$, de modo que α_X tende ao infinito, caracterizando em nosso modelo, o conhecido problema do polo de Landau [110].

De forma mais geral, as constantes de acoplamento, bem como o S_W , dependem da escala de energia. É pertinente, então, saber em qual valor de energia o valor de α_X torna-se infinito e, antes disso, temos a indicação de que o modelo já perdeu seu caráter perturbativo no valor de energia abaixo onde α_X “explodiu”. Neste contexto, o problema do polo de Landau é tão patológico quanto benigno [111]; é patológico no sentido de que o tratamento perturbativo já não ser possível de utilização para o cálculo de observáveis físicos e é benigno segundo a possibilidade de que esteja indicando uma teoria mais fundamental e completa em uma escala de energia pouco acima onde o modelo perdeu sua perturbatividade.

Em particular, nossa análise indicou que o modelo reduzido apresenta um polo de Landau entre aproximadamente 2 e 7 TeV. Realizou-se a análise considerando o conteúdo completo de partículas da simetria 3-4-1 e, também, desconsiderando os quarks exóticos inerentemente relacionados à simetria 3-4-1. As EGR nos deram suporte na análise perturbativa e guiou-nos como um *cicerone* no entendimento da evolução das constantes de acoplamento tanto acima da escala de energia μ_{341} quanto abaixo dessa escala. Há meios para fugir do problema do polo de Landau ao custo da introdução de novos graus de liberdade, preferencialmente férmions em novas representações [89], mas optamos em não adotar tal medida pelo simples fato de que o aumento do número de partículas se contrapunha ao nosso intento de diminuir aos graus de liberdade do modelo 3-4-1 original.

Com efeito, o surgimento do polo de Landau nos indica uma escala fundamental, que

usamos a fim de construirmos operadores efetivos responsáveis pela massa de alguns férmions do modelo, isto é, aqueles férmions que não obtiveram massa a partir do setor de Yukawa. Nessa medida, os léptons adquiriram massa com ajustes finos mais razoáveis do que os do MP, principalmente, os neutrinos leves. A respeito dos quarks, os operadores efetivos foram utilizados para gerar massa para os quarks *up*, *strange* e *bottom* (considerando os elementos diagonais da matriz de massa), também houve um ganho em relação aos ajustes finos do MP.

Do ponto de vista exposto acima, nosso modelo 3-4-1 reduzido vem a ser um candidato ao posto de um modelo além do MP, na medida em que dá possibilidades de explicação para algumas questões em que o MP falha em responder [5]. À custa da extensão do setor eletrofraco, nosso modelo “lança luz” sobre a replicação de famílias e sobre a quantização da carga elétrica; tal fato vem a intensificar nossa crença de que o modelo é um forte candidato e uma alternativa à física da escala de energia de poucos TeV. É factível, ainda, de buscarmos explicações para outras questões em aberto como, por exemplo, o problema de CP forte, o momento anômalo do múon, a assimetria matéria-antimatéria e o problema da matéria escura no Universo.

É preciso acrescentar que a análise perturbativa que efetuamos é, ao lado da Ref. [112], a única na literatura científica focando um modelo baseado no grupo de simetria 3-4-1. Nossa análise baseou-se na busca por uma escala de energia fundamental, vinculada estritamente ao polo de Landau, e sobretudo na investigação da perda do caráter perturbativo do modelo desenvolvido como tema principal desta tese. Nosso argumento em favor do modelo no qual tomamos partido é que a procura por explicações para algumas questões comentadas na Introdução nos entusiasma para prosseguir nossos estudos na busca de uma compreensão mais geral do modelo 3-4-1 reduzido.

Vale assinalar que uma continuação natural é “atacarmos” outros problemas em aberto como: a questão da matéria escura e da assimetria matéria-antimatéria; também, um estudo fenomenológico a contento contemplando os novos bósons de gauge, notadamente dos bósons Z' e Z'' , e o setor escalar do modelo. Em paralelo, ao modelo 3-4-1 reduzido, que recupera o modelo 3-3-1 com neutrinos de mão-direita, estamos trabalhando na versão que recupera o modelo 3-3-1 mínimo, que denominamos 3-4-1 mínimo (como mostrado nos capítulos 2 e 3). Nosso objetivo ao trabalhar com um modelo 3-4-1, que tem embutido em sua estrutura o modelo mínimo de Pisano-Pleitez-Frampton

[37, 38], é encontrar um candidato à matéria escura, já que o modelo 3-3-1 mencionado não apresenta uma partícula neutra e estável, satisfazendo o requisito de abundância.

Por fim, esperamos ansiosos o retorno do LHC e que a confirmação do bóson de Higgs faça renascer *a era de ouro* da física de partículas elementares. Ainda, desejamos que o LHC possa detectar novas partículas para credenciar modelos além do MP. Tudo indica que os anos vindouros serão bem agitados na física dos elementos ínfimos da Natureza e que “o fim de toda nossa exploração” está longe, bem longe.

Apêndice A

Matrizes de Gell-Mann $SU(4)$

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Apêndice B

Espectro de Massa dos Escalares

Neste apêndice, vamos tratar da obtenção de massa dos escalares do modelo 3-4-1 reduzido. Primeiramente, expandimos as componentes eletricamente neutras dos quadrupletos escalares da seguinte forma,

$$\eta_1^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (R_{\eta 1} + iI_{\eta 1}), \quad (\text{B.1})$$

$$\eta_2^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\eta + R_\eta + iI_\eta), \quad (\text{B.2})$$

$$\rho^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\rho + R_\rho + iI_\rho), \quad (\text{B.3})$$

$$\chi^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v_\chi + R_\chi + iI_\chi). \quad (\text{B.4})$$

Então, substituindo essas expansões acima no potencial escalar (6.5), obtemos o conjunto de equações de vínculos,

$$\mu_1^2 + \lambda_1 v_\eta^2 + \frac{1}{2} \lambda_4 v_\rho^2 + \frac{1}{2} \lambda_5 v_\chi^2 = 0, \quad (\text{B.5})$$

$$\mu_2^2 + \lambda_2 v_\rho^2 + \frac{1}{2} \lambda_4 v_\eta^2 + \frac{1}{2} \lambda_6 v_\chi^2 = 0, \quad (\text{B.6})$$

$$\mu_3^2 + \lambda_3 v_\chi^2 + \frac{1}{2} \lambda_5 v_\eta^2 + \frac{1}{2} \lambda_6 v_\rho^2 = 0. \quad (\text{B.7})$$

Podemos construir a matriz de massa para os escalares eletricamente neutros CP-par na base (R_η, R_ρ, R_χ) , que é dada por:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_\eta^2 & \lambda_4 v_\eta v_\rho & \lambda_5 v_\eta v_\chi \\ \lambda_4 v_\eta v_\rho & 2\lambda_2 v_\rho^2 & \lambda_6 v_\rho v_\chi \\ \lambda_5 v_\eta v_\chi & \lambda_6 v_\rho v_\chi & 2\lambda_3 v_\chi^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

Na aproximação $v_\rho^2/v_\chi^2 \ll 1$ com ($v_\eta \approx v_\chi$), usaremos a teoria de perturbação até a segunda ordem para diagonalizar a matriz de massa acima. Da diagonalização, obtemos os autovalores de massa

$$\begin{aligned} M_{H_1}^2 &\approx \lambda_2 v_\rho^2 + \frac{\lambda_3 \lambda_4^2 + \lambda_6 (\lambda_1 \lambda_6 - \lambda_4 \lambda_5)}{\lambda_5^2 - 4\lambda_1 \lambda_3} v_\rho^2, \\ M_{H_2}^2 &\approx c_1 v_\chi^2 + c_2 v_\rho^2, \\ M_{H_3}^2 &\approx c_3 v_\chi^2 + c_4 v_\rho^2, \end{aligned}$$

onde

$$c_1 = \frac{1}{2} \left(\lambda_1 + \lambda_3 - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right) v_\chi^2, \quad (\text{B.9})$$

$$c_2 = \frac{\left[\lambda_4 \left(\lambda_1 - \lambda_3 - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right) + \lambda_5 \lambda_6 \right]^2}{4c_1 \left[\lambda_5^2 - (\lambda_1 - \lambda_3) \left(\lambda_3 - \lambda_1 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right) \right]}, \quad (\text{B.10})$$

$$c_3 = \frac{1}{2} \left(\lambda_1 + \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right), \quad (\text{B.11})$$

$$c_4 = \frac{\left[\lambda_4 \left(\lambda_1 - \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right) + \lambda_5 \lambda_6 \right]^2}{4c_3 \left[\lambda_5^2 + (\lambda_1 - \lambda_3) \left(\lambda_1 - \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right) \right]}, \quad (\text{B.12})$$

e os autovetores considerando a primeira ordem,

$$H_1 \approx R\rho, \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} H_2 &\approx \frac{\lambda_1 - \lambda_3 - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2}}{\sqrt{\lambda_5^2 + \left(\lambda_1 - \lambda_3 - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right)^2}} R_{\eta 2} \\ &\quad + \frac{\lambda_5}{\sqrt{\lambda_5^2 + \left(\lambda_1 - \lambda_3 - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right)^2}} R_\chi, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} H_3 &\approx \frac{\lambda_1 - \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2}}{\sqrt{\lambda_5^2 + \left(\lambda_1 - \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right)^2}} R_{\eta 2} \\ &\quad + \frac{\lambda_5}{\sqrt{\lambda_5^2 + \left(\lambda_1 - \lambda_3 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + \lambda_5^2} \right)^2}} R_\chi. \end{aligned}$$

No setor do escalares eletricamente neutros CP-par, o escalar R_{η_1} é um bóson de Nambu-Goldstone, enquanto os escalares H_1 , H_2 and H_3 são partículas físicas. O escalar H_1 associamos ao bóson escalar do MP porque sua massa depende do VEV v_ρ (reponsável da quebra de simetria $3 - 2 - 1$ para $3 - 1$).

Os elementos da matriz de massa para os escalares eletricamente neutros CP-ímpar são todos nulos, i.e., não há mistura entre I_{η_1} , I_η , I_ρ e I_χ , portanto, são bósons de Nambu-Goldstone.

Agora, vamos construir a matriz de massa para os escalares simplesmente carregados na base (ρ_2^\pm, η_1^\pm) :

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \lambda_7 v_\eta^2 & \lambda_7 v_\eta v_\rho \\ \lambda_7 v_\eta v_\rho & \lambda_8 v_\rho^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.15})$$

Diagonalizando a matriz de massa acima, obtemos os autovalores de massa,

$$M_{G_1^\pm}^2 = 0, \quad (\text{B.16})$$

$$M_{h_1^\pm}^2 = \frac{\lambda_7}{2} (v_\eta^2 + v_\rho^2), \quad (\text{B.17})$$

e os autovetores são

$$G_1^\pm = -\frac{v_\eta}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\rho^2}} \eta_1^\pm + \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\rho^2}} \rho_2^\pm, \quad (\text{B.18})$$

$$h_1^\pm = \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\rho^2}} \eta_1^\pm + \frac{v_\eta}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\rho^2}} \rho_2^\pm, \quad (\text{B.19})$$

Agora, vamos construir a matriz de massa para os escalares simplesmente carregados na base (η_2^\pm, χ_2^\pm) ,

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \lambda_8 v_\chi^2 & \lambda_8 v_\eta v_\chi \\ \lambda_8 v_\eta v_\chi & \lambda_8 v_\eta^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.20})$$

Diagonalizando a matriz de massa acima, obtemos os autovalores de massa,

$$M_{G_2^\pm}^2 = 0, \quad (\text{B.21})$$

$$M_{h_2^\pm}^2 = \frac{\lambda_8}{2} (v_\eta^2 + v_\chi^2), \quad (\text{B.22})$$

e os autovetores são

$$G_2^\pm = -\frac{v_\eta}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}} \eta_2^\pm + \frac{v_\chi}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}} \chi_2^\pm, \quad (\text{B.23})$$

$$h_2^\pm = \frac{v_\chi}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}} \eta_2^\pm + \frac{v_\eta}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}} \chi_2^\pm. \quad (\text{B.24})$$

No setor dos escalares simplesmente carregados, os escalares G_1^\pm e G_2^\pm , são bósons de Nambu-Goldstone, enquanto os escalares h_1^\pm e h_2^\pm são as partículas físicas do modelo. Os escalares ρ_1^\pm e χ_1^\pm não se misturam, logo são bósons de Nambu-Goldstone.

A matriz de massa para os escalares duplamente carregados na base $(\rho^{\pm\pm}, \chi^{\pm\pm})$ é

$$\frac{\lambda_9}{2} \begin{pmatrix} v_\chi^2 & v_\rho v_\chi \\ v_\rho v_\chi & v_\rho^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.25})$$

Diagonalizando a matriz de massa, obtemos os autovalores,

$$M_{G^{\pm\pm}} = 0, \quad (\text{B.26})$$

$$M_{h^{\pm\pm}}^2 = \frac{\lambda_9}{2} (v_\rho^2 + v_\chi^2), \quad (\text{B.27})$$

e os autovetores,

$$G^{\pm\pm} = -\frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}} \rho^{\pm\pm} + \frac{v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}} \chi^{\pm\pm}, \quad (\text{B.28})$$

$$h^{\pm\pm} = \frac{v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}} \rho^{\pm\pm} + \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}} \chi^{\pm\pm}. \quad (\text{B.29})$$

No setor dos escalares duplamente carregados, o escalar $G^{\pm\pm}$ é um bóson de Nambu-Goldstone, enquanto o escalar $h^{\pm\pm}$ é a partícula física.

Tomamos os valores $v_\rho = 246$ GeV e $v_\chi = v_\eta = 2$ TeV e para as constantes de acoplamentos de Yukawa,

$$\lambda_1 = 0.15, \quad \lambda_2 = 0.28, \quad \lambda_3 = 0.18, \quad \lambda_4 = 0.1 \quad (\text{B.30})$$

$$\lambda_5 = 0.15, \quad \lambda_6 = 0.1, \quad \lambda_7 = 0.2, \quad \lambda_8 = 0.21, \quad \lambda_9 = 0.23. \quad (\text{B.31})$$

Assim, os valores para as massas das partículas do setor CP-par são,

$$M_{H_1} \approx 126 \text{ GeV},$$

$$M_{H_2} \approx 595 \text{ GeV},$$

$$M_{H_3} \approx 983 \text{ GeV},$$

enquanto os valores para as massas das partículas do setor simplesmente são,

$$M_{h_1^\pm} \approx 632 \text{ GeV}, \quad (\text{B.32})$$

$$M_{h_2^\pm} \approx 840 \text{ GeV}, \quad (\text{B.33})$$

e por fim o valor para a massa da partícula do setor duplamente carregado é

$$M_{h^{\pm\pm}} \approx 920 \text{ GeV}. \quad (\text{B.34})$$

Apêndice C

Background Field Method

C.1 Formulação em Teorias de Gauge

O *Background Field Method* (BFM), método do campo de fundo, foi introduzido por Bryce DeWitt [114] com o objetivo em calcular processos de correções radiativas em um laço e, posteriormente, estendido por Gerard 't Hooft [115] para a realização de cálculos de multilaços em todas as ordens em teoria de perturbação. Fato é que o BFM tem uma larga e variada aplicação em vários campos que se estende da Gravitação até a Teoria de Campos, pois resulta em uma grande simplificação nos cálculos de *loops* [116].

É tácito que, no nível clássico, uma teoria de gauge é invariante por certas transformações de calibre. No entanto, quando quantiza-se a teoria é preciso fixar um gauge e na escolha arbitrária de um gauge, a teoria perde explicitamente a invariância de calibre. Por certo, os observáveis físicos produzidos pela teoria não devem depender do gauge escolhido. Em grande medida, apenas as funções de Green dependem do gauge particular tomado. O BFM foi formulado, justamente, com o intuito de manter a invariância de calibre [117]. Veremos como isso é realizado.

A ideia central por trás do BFM é escrever um dado campo clássico de gauge A_μ como $A_\mu + Q_\mu$, onde A_μ é o campo clássico de fundo e Q_μ é o campo de gauge quântico. O fato é que com a escolha de um certo gauge, que quebra somente a invariância de calibre do campo Q_μ , preserva-se a invariância sob o campo de fundo A_μ . Devemos, então, mostrar que a ação efetiva para o campo de fundo A_μ é explicitamente invariante

de calibre.

Vamos partir do gerador funcional das funções de Green desconexas para o campo de gauge quântico,

$$Z[J] = \int \mathcal{D}Q \det \left[\frac{\delta G^a}{\delta w^b} \right] \exp \left\{ i \int d^4x \left[\mathcal{L}(Q) - \frac{1}{2\alpha} (G^a)^2 + J^{a\mu} Q_\mu^a \right] \right\}, \quad (\text{C.1})$$

onde $\mathcal{L}(Q)$ é a lagrangiana do campo Q , G^a é um termo fixador de calibre, por exemplo, de praxe escolhe-se $G^a = \partial_\mu Q^{a\mu}$, enquanto J_μ^a é termo de fonte e $\frac{\delta G^a}{\delta w^b}$ é a derivada de G^a com respeito à transformação de gauge dada abaixo,

$$\delta Q_\mu^a = -f^{abc} w^b Q_\mu^c + \frac{1}{g} \partial_\mu w^a, \quad (\text{C.2})$$

onde w é um parâmetro arbitrário. É conveniente considerarmos a teoria de gauge não abeliana pura, cuja lagrangiana é

$$\mathcal{L}(Q) = -\frac{1}{4} F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a, \quad (\text{C.3})$$

onde

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu Q_\nu^a - \partial_\nu Q_\mu^a + g f^{abc} Q_\mu^b Q_\nu^c. \quad (\text{C.4})$$

Para o cálculo de $\det \left[\frac{\delta G^a}{\delta w^b} \right]$, devemos usar o método de Faddeev-Popov. De fato, devemos introduzir campos com a estatística “errada”, de modo que são campos de Grassman com spin nulo, η e $\bar{\eta}$, chamados de *ghosts* de Faddeev-Popov (FP). Os fantasmas de FP violam o teorema spin-estatística e não aparecem em estados externos. O determinante de FP é dado por:

$$\det \left[\frac{\delta G^a}{\delta w^b} \right] = \int \mathcal{D}\bar{\eta} \mathcal{D}\eta \exp \bar{\eta}^a (-\delta^{ab} \partial^\mu \partial_\mu - g f^{abc} Q_\mu^c \partial^\mu - g f^{abc} \partial^\mu Q_\mu^c) \eta^b, \quad (\text{C.5})$$

válido para teorias de Yang-Mills com a condição do gauge de Lorenz.

Vale pontuar que as funções de Green desconexas são geradas por $Z[J]$, que não contribuem para a matriz S , ao passo que as funções de Green conexas são geradas por

$$W[J] = -i \ln Z[J] \quad (\text{C.6})$$

e a ação efetiva, que gera as funções de Green irreduzíveis a uma partícula (1PI), é

$$\Gamma[\bar{Q}] = W[J] - \int d^4x J^{a\mu} \bar{Q}_\mu^a, \quad (\text{C.7})$$

onde

$$\bar{Q}_\mu^a = \frac{\delta W}{\delta J^{a\mu}}. \quad (\text{C.8})$$

De fato, as funções de Green 1PI contribuem para a matriz S .

Vamos agora escrever o funcional gerador para $Q_\mu + A_\mu$

$$\tilde{Z}[J, A] = \int \mathcal{D}Q \det \left[\frac{\delta \tilde{G}^a}{\delta w^b} \right] \exp \left\{ i \int d^4x \left[\mathcal{L}(Q_\mu + A_\mu) - \frac{1}{2\alpha} (\tilde{G}^a)^2 + J^{a\mu} Q_\mu^a \right] \right\}, \quad (\text{C.9})$$

onde $\frac{\delta \tilde{G}^a}{\delta w^b}$ é a derivada de \tilde{G}^a com respeito a uma transformação de gauge da forma

$$\delta Q_\mu^a = -f^{abc} w^b (Q_\mu^c + A_\mu^c) + \frac{1}{g} \partial_\mu w^a. \quad (\text{C.10})$$

Não acoplamos o campo de fundo A_μ à fonte J . Definimos o gerador funcional para as funções de Green conexas,

$$\tilde{W}[J, A] = -i \ln \tilde{Z}[J, A] \quad (\text{C.11})$$

e a ação efetiva

$$\tilde{\Gamma}[\tilde{Q}, A] = \tilde{W}[J, A] - \int d^4x J^{a\mu} \tilde{Q}_\mu^a, \quad (\text{C.12})$$

onde

$$\tilde{Q}_\mu^a = \frac{\delta \tilde{W}}{\delta J^{a\mu}}. \quad (\text{C.13})$$

Neste momento, devemos escolher um termo fixador de gauge

$$\tilde{G}^a = \partial_\mu Q_\nu^a - g f^{abc} A^{b\mu} Q_\mu^c. \quad (\text{C.14})$$

Com esta escolha de gauge e fazendo a mudança de variáveis,

$$Q_\mu^a \rightarrow Q_\mu^a - g f^{abc} w^b Q_\mu^c, \quad (\text{C.15})$$

podemos mostrar que o gerador funcional (C.9) é invariante sob as transformações

$$\delta A_\mu^a = -f^{abc} w^b A_\mu^c + \frac{1}{g} \partial_\mu w^a, \quad (\text{C.16})$$

$$\delta J_\mu^a = -f^{abc} w^b J_\mu^c. \quad (\text{C.17})$$

Assim, somos capazes de mostrar que (C.12) é invariante sob as transformações da Eq. (C.16) e (C.17), e também por

$$\delta \tilde{Q}_\mu^a = -g f^{abc} w^b \tilde{Q}_\mu^c, \quad (\text{C.18})$$

Dentro do BFM, a invariância de gauge de (C.12) é essencial, como veremos abaixo.

Um passo importante é obter relações entre Z , W , Γ e \tilde{Z} , \tilde{W} , $\tilde{\Gamma}$. Para isto, realizamos a mudança de variável $Q_\mu \rightarrow Q_\mu - A_\mu$ na Eq. (C.9), de modo que obtemos

$$\tilde{Z}[J, A] = Z[J] \exp \left(- \int d^4x J_\mu^a A^{a\mu} \right) \quad (\text{C.19})$$

Aplicando o logaritmo em ambos os lados da equação acima, obtemos uma relação entre W e \tilde{W}

$$\tilde{W}[J, A] = W[J] - \int d^4x J_\mu^a A^{a\mu}. \quad (\text{C.20})$$

Derivando este resultado em relação a J , obtemos

$$\tilde{Q}_\mu^a = \bar{Q}_\mu^a - A_\mu^a. \quad (\text{C.21})$$

e finalmente a partir de uma transformação de Legendre sobre (C.20) deriva-se

$$\tilde{\Gamma}[\tilde{Q}, A] = \Gamma[\bar{Q}]|_{\bar{Q}=\tilde{Q}+A}. \quad (\text{C.22})$$

Ao tomarmos $\tilde{\Gamma}[0, A]$ fazendo $\bar{Q}_\mu^a = A_\mu^a$, é fácil verificar que $\tilde{\Gamma}[0, A] = \tilde{W}[A, J]$ é uma ação efetiva invariante de gauge. Consequentemente,

$$\tilde{\Gamma}[0, A] = \Gamma[\bar{Q}]|_{\bar{Q}=A}. \quad (\text{C.23})$$

também é invariante. Segue que $\tilde{\Gamma}[0, A]$ é calculado usando o termo fixador de gauge (C.14) e $\Gamma[\bar{Q}]$ é calculado usando um termo fixador de gauge não convencional dado por

$$G_a = \partial_\mu Q^{a\mu} - \partial_\mu A^{a\mu} + g f^{abc} A_\mu^b Q^{c\mu}. \quad (\text{C.24})$$

As funções de Green 1PI geradas pela ação efetiva $\tilde{\Gamma}[0, A]$ serão diferentes daquelas geradas pela ação efetiva usual $\Gamma[\bar{Q}]$. Entretanto, a Eq. (C.23) assegura-nos que o método do campo de fundo fornece a mesma matriz S e, por sua vez, os mesmos observáveis físicos, que independem de uma escolha de gauge particular [118].

Com efeito, tanto $\tilde{\Gamma}[0, A]$ como $\Gamma[\bar{A}]|_{\bar{A}=A}$ podem ser utilizados para gerar a matriz S de uma teoria de gauge e, portanto, obter quantidades físicas relevantes. Deste modo, podemos calcular a função beta com muitas vantagens ao fazer uso do método do campo de fundo. Veremos isso nas próximas seções.

C.2 Fatores de Renormalização

Um das principais aplicações do BFM é o cálculo da função beta de teorias de gauge e a razão está na economia de tratar inúmeros diagramas. No BFM, devemos somar todos os diagramas 1PI com os campos de fundo A em pernas externas e os campos Q em laços. Uma vez que $\tilde{Q} = 0$, não há propagadores de Q em linhas externas e nenhum campo A deve aparecer em laços internos devido ao fato que a integração funcional é somente sobre o campo Q . Quando somamos os diagramas 1PI, o surgimento de divergências é algo natural e, desta forma, devemos renormalizar os parâmetros como constantes de acoplamento, o campo de fundo e a constante de fixação de gauge [117], como segue abaixo

$$g_0 = Z_g g, \quad A_0 = Z_A^{1/2} A, \quad \alpha_0 = Z_\alpha \alpha, \quad (\text{C.25})$$

onde Z_g , Z_A e Z_α são fatores de renormalização.

Uma vez que a invariância de gauge é mantida em $\tilde{\Gamma}[0, A]$, os fatores de renormalização Z_g e Z_A são relacionados, em virtude que qualquer divergência deve aparecer na forma de uma constante divergente vezes $(F_{\mu\nu}^a)^2$. Assim, temos para o termo

$$(F_{\mu\nu}^a)_0 = Z_A^{1/2} \left[\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g Z_g Z_A^{1/2} f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \right]. \quad (\text{C.26})$$

Para esse termo ser invariante de gauge devemos ter $Z_g = Z_A^{-1/2}$. Esta é a relação entre o fator de renormalização da constante de acoplamento com o fator de renormalização do campo de fundo na abordagem BFM.

C.3 Função Beta de Teorias de Gauge

A renormalização de teorias de gauge é realizada comumente com o método de subtração mínima (MS - Minimal Subtraction) e com regularização dimensional. No esquema MS, podemos escrever as constantes de renormalização como somas sobre os polos ϵ na forma,

$$Z_A = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_A^{(n)}}{\epsilon^n}. \quad (\text{C.27})$$

Os coeficientes divergentes serão $Z_A^{(1)}$ para a aproximação de um laço, $Z_A^{(2)}$ para dois laços e assim por diante. Tais coeficientes contribuem para a função beta na formulação BFM, como queremos mostrar abaixo.

A função beta é por definição

$$\beta(g) = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu}. \quad (\text{C.28})$$

Utilizando $g_0 = Z_g g$ e $Z_g = Z_A^{-1/2}$, podemos derivar

$$\beta(g) = \frac{g}{2Z_A} \mu \frac{\partial Z_A}{\partial \mu}. \quad (\text{C.29})$$

Utilizando a regra da cadeia, escrevemos

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} = \beta \frac{\partial}{\partial g}, \quad (\text{C.30})$$

então, podemos expressar a Eq. (C.29) na forma

$$\beta(g) = \frac{g}{2Z_A} \mu \frac{\partial g}{\partial \mu} \frac{\partial Z_A}{\partial g}. \quad (\text{C.31})$$

No MS, temos a identidade

$$\mu \frac{\partial g}{\partial \mu} = -\epsilon g + \beta(g). \quad (\text{C.32})$$

Logo, escrevemos a função beta como

$$\beta(g) = -\frac{\epsilon g^2}{2Z_A} \frac{\partial Z_A}{\partial g} + \frac{g}{2Z_A} \beta(g) \frac{\partial Z_A}{\partial g}. \quad (\text{C.33})$$

Expandindo até a primeira ordem (C.27) e substituindo em (C.33), obtemos como desejado

$$\beta(g) = -\frac{1}{2} g^2 \frac{\partial Z_A^{(1)}}{\partial g}. \quad (\text{C.34})$$

Com este resultado, o BFM diz que é suficiente calcularmos apenas as contribuições divergentes ao propagador do campo de fundo. Ou seja: tendo em mãos o coeficiente do termo $1/\epsilon$ associado ao fator de renormalização do campo de fundo, temos a possibilidade de calcular a função beta. Para isto, deve-se computar diagramas de vácuo relacionados ao campo de fundo.

Vamos considerar o cálculo da função beta para uma teoria de gauge não abeliana, com os setores dos férmions e dos escalares. Com o objetivo de simplificar o cálculo, não levaremos em consideração as massas dos férmions e escalares, mas os resultados também serão válidos, visto que a função beta não deve depender das massas das partículas. Os férmions (de Dirac) serão acomodados em uma representação F e os

escalares (complexos) em uma representação S . A lagrangiana para a teoria de gauge é:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + i\bar{\psi}_j \not{D} \psi_j + (D_\mu \phi_j)^\dagger (D^\mu \phi_j) \quad (\text{C.35})$$

onde

$$D_\mu \psi_j = \partial_\mu \psi_j - igQ_\mu^a t_a^F \psi_j, \quad (\text{C.36})$$

$$D_\mu \phi_j = \partial_\mu \phi_j - igQ_\mu^a t_a^S \phi_j, \quad (\text{C.37})$$

e t_a^F e t_a^S são as matrizes das representações F e S , respectivamente.

No BFM, os diagramas que contribuem para o cálculo de $\beta(g)$, na aproximação de um laço, são apenas sete, conforme a figura (C.1). As regras de Feynman foram consideradas na referência [116], sem a inclusão dos férmions. No nosso cálculo, acrescentaremos apenas a expressão do propagador fermiônico, $i/(\not{k} - m)$ (lembrando que $m = 0$), e a função do vértice, $ig\gamma_\mu t_a^F$ oriunda da interação entre os férmions e o campo de fundo.

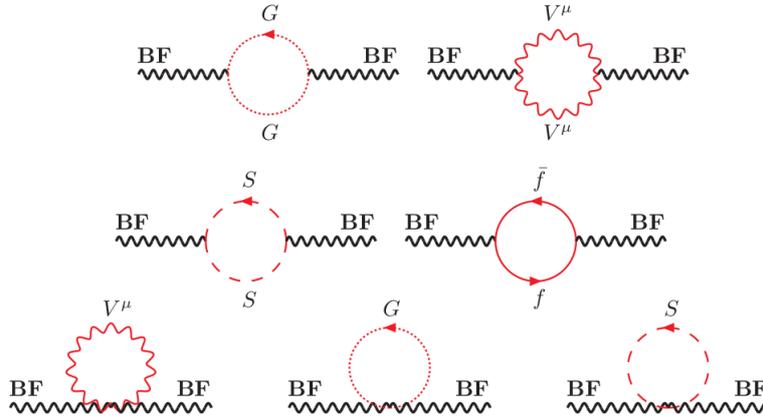


Figura C.1: Diagramas em nível de um laço que serão considerados no cálculo da função beta. Omitimos os índices tensoriais e de grupo.

Os quatro primeiros diagramas na figura (C.1) são de autoenergia: os ghosts G , os bósons de gauge V , os escalares S e os férmions F estão no *loop*. As pernas externas têm os campos de fundo (BF). Os últimos três diagramas contêm as contribuições dos bósons de gauge V , ghosts G e escalares S . Para realizar os cálculos de tais diagrams,

o método da regularização dimensional (RD) é o mais indicado. Os três últimos diagramas, na RD, resultam em contribuições nulas. Então, há somente quatro diagramas que precisam ser calculados no BFM, quando desconsideramos as massas dos férmions e escalares.

Vamos usar as integrais d-dimensionais do espaço de Minkowski durante os cálculos:

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^\mu}{(l^2 - \Delta)^n} = 0, \quad (\text{C.38})$$

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i \Gamma(n - d/2)}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}}, \quad (\text{C.39})$$

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d \Gamma(n - d/2 - 1)}{2 \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1}, \quad (\text{C.40})$$

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^\mu l^\nu}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{g^{\mu\nu} \Gamma(n - d/2 - 1)}{2 \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1}. \quad (\text{C.41})$$

O primeiro diagrama com os ghosts no laço contribui divergentemente com

$$\Pi_{\mu\nu(G)}^{ab} = - \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} [-g f^{dca} (k + 2p)_\mu] \frac{i\delta^{ce}}{p^2 + i\varepsilon} [-g f^{feb} (k + 2p)_\nu] \frac{i\delta^{df}}{(p + k)^2 + i\varepsilon} \quad (\text{C.42})$$

$$= -g^2 C_2(G) \delta^{ab} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{(k + 2p)_\mu (k + 2p)_\nu}{p^2 (p + k)^2}, \quad (\text{C.43})$$

onde (-) deve-se à integração de ghosts no laço e $C_2(G) \delta^{ab} = f^{acd} f^{bcd}$, onde $C_2(G)$ é o operador quadrático de Casimir. Utilizando a parametrização de Feynman,

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[xA + (1-x)B]^2}, \quad (\text{C.44})$$

podemos escrever

$$\Pi_{\mu\nu(G)}^{ab} = -g^2 C_2(G) \delta^{ab} \int_0^1 dx \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{(k + 2p)_\mu (k + 2p)_\nu}{[(p - xk)^2 - x(1-x)k^2]^2}, \quad (\text{C.45})$$

e fazendo a mudança de variáveis $l = p - xk$ e $\Delta = -x(1-x)k^2$, temos

$$\Pi_{\mu\nu(G)}^{ab} = -g^2 C_2(G) \delta^{ab} \int_0^1 dx \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{4l^\mu l^\nu + (1-2x)^2 k^\mu k^\nu}{(l^2 - \Delta)^2} \quad (\text{C.46})$$

onde termos lineares em l não contribuem na RD, conforme (C.38).

Utilizando as integrais (C.39) e (C.41), em seguida realizando as integrações em x , também fazendo uso das identidades:

$$\Gamma(n-1) = \frac{\Gamma(n)}{n-1}, \quad (\text{C.47})$$

$$\frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{(4\pi)^{d/2}} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi) + \mathcal{O}(\epsilon)\right), \quad (\text{C.48})$$

onde $\epsilon = 4 - d$, obtemos a contribuição divergente dos ghosts para a autoenergia

$$\Pi_{\mu\nu(G)}^{ab} = \frac{ig^2}{3(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} C_2(G) \delta^{ab} (k^2 g_{\mu\nu} - k_{\mu\nu}). \quad (\text{C.49})$$

Verifica-se que, de fato, o resultado é divergente quando tomamos $\epsilon \rightarrow 0$.

A contribuição do diagrama com os campos de gauge V no laço (no gauge de Feynman-t' Hooft, $\alpha = 1$), lembrando do fator combinatório de $(1/2)$ para bósons idênticos, é

$$\Pi_{\mu\nu(V)}^{ab} = \frac{1}{2} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} (-gf^{acd}) \frac{-ig^{\rho\sigma} \delta^{ce}}{p^2 + i\epsilon} (-gf^{bef}) \frac{-ig^{\lambda\tau} \delta^{df}}{(p+k)^2 + i\epsilon} N_{\mu\nu}. \quad (\text{C.50})$$

onde

$$N_{\mu\nu} = [2k_\lambda g_{\mu\rho} + (k+2p)_\mu g_{\rho\lambda} - 2k_\rho g_{\mu\sigma}] [2k_\sigma g_{\nu\tau} - (k+2p)_\nu g_{\sigma\tau} - 2k_\tau g_{\nu\sigma}]. \quad (\text{C.51})$$

Seguindo os passos dos cálculos anteriores em relação à parametrização de Feynman, obtemos, sem termos lineares em l ,

$$\Pi_{\mu\nu(V)}^{ab} = 2g^2 C_2(G) \delta^{ab} \int_0^1 dx \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{4l_\mu l_\nu + 2(g_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu) + (1-2x)^2 k_\mu k_\nu}{(l^2 - \Delta)^2} \quad (\text{C.52})$$

Com o auxílio das integrais (C.39) e (C.41), e das identidades (C.47) e (C.48), obtemos o resultado da autoenergia considerando os bósons de gauge V :

$$\Pi_{\mu\nu(V)}^{ab} = \frac{10ig^2}{3(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} C_2(G) \delta^{ab} (k^2 g^{\mu\nu} - k^{\mu\nu}), \quad (\text{C.53})$$

Com os escalares no laço, o cálculo é similar ao realizado no caso com os ghosts, então vamos apresentar apenas o resultado. Assim, a contribuição divergente dos escalares no laço é

$$\Pi_{\mu\nu(S)}^{ab} = -\frac{ig^2}{3(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} T_R(S) \delta^{ab} (k^2 g^{\mu\nu} - k^{\mu\nu}), \quad (\text{C.54})$$

onde $T_R(S)$ é a contribuição dos escalares transformando-se em uma dada representação R .

O diagrama com férmions no laço contribui com

$$\Pi_{\mu\nu(F)}^{ab} = -Tr(t^a t^b) \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} Tr \left[(-ig\gamma_\mu) \frac{i\not{p}}{p^2 + i\epsilon} (-ig\gamma_\nu) \frac{i(\not{k} + \not{p})}{(k+p)^2 + i\epsilon} \right], \quad (\text{C.55})$$

$$= -g^2 T_R(F) \delta^{ab} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{Tr[\gamma_\mu \not{p} \gamma_\nu (\not{k} + \not{p})]}{p^2 (k+p)^2}, \quad (\text{C.56})$$

lembrando de (-1) devido ao laço de férmions. Utilizando o mesmo procedimento com a parametrização de Feynman e calculando o traço envolvendo as matrizes gama de Dirac d-dimensional com a identidade

$$\text{Tr}[\gamma_\mu \gamma_\rho \gamma_\nu \gamma_\sigma] = f(d)(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\rho\nu}), \quad (\text{C.57})$$

onde $f(d)$ é uma função arbitrária com $f(4) = 4$, obtemos (sem os termos lineares em l)

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(F) = -f(d)g^2 T_R(F) \delta^{ab} \int_0^1 dx \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{2l_\mu l_\nu - 2x(1-x)[k_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}k^2] - g_{\mu\nu}[l^2 - \Delta]}{(l^2 - \Delta)^2}. \quad (\text{C.58})$$

Fazendo uso das integrais (C.39), (C.40) e (C.41), das identidades (C.47) e (C.48), resulta a contribuição divergente para a autoenergia devida aos férmions:

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(F) = -\frac{4ig^2}{3(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} T_R(F) \delta^{ab} (g_{\mu\nu}k^2 - k_{\mu\nu}), \quad (\text{C.59})$$

onde $T_R(F)$ é a contribuição dos férmions transformando-se em uma representação arbitrária R.

Somando todas as contribuições divergentes dos diagramas de autoenergia,

$$\Pi_{\mu\nu} = \Pi_{\mu\nu}(G) + \Pi_{\mu\nu}(V) + \Pi_{\mu\nu}(S) + \Pi_{\mu\nu}(F), \quad (\text{C.60})$$

chegamos a

$$\Pi_{\mu\nu} = \frac{ig^2}{(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{4}{3} T_R(F) + \frac{1}{3} T_R(S) - \frac{11}{3} C_2(G) \right) (k_{\mu\nu} - k^2 g_{\mu\nu}), \quad (\text{C.61})$$

No esquema MS, define-se a contribuição divergente para a autoenergia como

$$\Pi_{\mu\nu} = \frac{iZ_A^{(1)}}{\epsilon} (k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu). \quad (\text{C.62})$$

Logo,

$$Z_A^{(1)} = -\frac{g^2}{(4\pi)^2} \left(\frac{4}{3} T_R(F) + \frac{1}{3} T_R(S) - \frac{11}{3} C_2(G) \right), \quad (\text{C.63})$$

que conduz, com o auxílio de (C.34), à função beta:

$$\beta(g) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \left(\frac{4}{3} T_R(F) + \frac{1}{3} T_R(S) - \frac{11}{3} C_2(G) \right). \quad (\text{C.64})$$

Se considerarmos férmions de Weyl, chega-se em

$$\beta(g) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{3} T_R(F) + \frac{1}{3} T_R(S) - \frac{11}{3} C_2(G) \right). \quad (\text{C.65})$$

Somamos sobre os férmions e escalares em diferentes representações, e escrevemos a função beta na forma

$$\beta(g) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} b_i, \quad (\text{C.66})$$

onde

$$b_i = \frac{2}{3} \sum_{\text{Férmions}} T_R(F)_i + \frac{1}{3} \sum_{\text{Escalares}} T_R(S)_i - \frac{11}{3} C_2(G)_i, \quad (\text{C.67})$$

é o coeficiente da função beta. Esta é exatamente a expressão da Eq. (5.7) do capítulo 5.

De fato, há uma grande economia nos cálculos da função beta quando utiliza-se o BFM em comparação com o procedimento usual (veja, por exemplo, o capítulo 5 da referência [119]). A economia está, com efeito, relacionada aos diagramas de correção de vértice, que dentro do BFM, não contribuem no cálculo da função beta na aproximação de um laço.

Referências Bibliográficas

- [1] A. Djouadi, *Phys. Rep.* **437**, 1-216 (2008); A. Djouadi, *Phys. Rep.* **459**, 1-241 (2008).
- [2] The ATLAS Collaboration, *Phys. Lett. B* **716**, 1-29 (2012).
- [3] The CMS Collaboration, *Phys. Lett. B* **716**, 30 (2012).
- [4] S. Dittmaier e M. Schumacher, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **70**, 1-54 (2013).
- [5] C. Burgess e G. Moore *The Standard Model - a Primer*, Cambridge University Press (2007).
- [6] D. E. Morrissey, T. Plehn e T. M. P Tait, *Phys. Rep.* **515**, 1-113 (2012).
- [7] M. A. Moreira, *RBEF* **1**, No. 1, 1306 (2009).
- [8] M. Trodden, *Baryogenesis and Leptogenesis*, Lectures presented at the XXXII SLAC summer institute (2008).
- [9] A. Riotto, *J. Phys.: Conf. Series* **335**, 012008 (2011).
- [10] J. Iliopoulos, *Physics Beyond the Standard Model*, Lectures presented at the 2007 European School of High Energy Physics, Trest, Czech Republic.
- [11] The ATLAS Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 032001 (2012).
- [12] A. Pomarol, *Beyond the Standard Model*, Lectures presented at the 2010 European School of High Energy Physics, Raseborg, Finland.
- [13] G. G. Ross, *Rep. Prog. Phys.* **44**, 655 (1981).
- [14] J. E. Kim, *Phys. Rep.* **150**, 1-177 (1987).

- [15] R. Peccei e H. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [16] E. Armengaud et al, ArXiv:1307.1488.
- [17] F. Jegerlehner e A. Nyffleler, *Phys. Rep.* **477**, 1-110 (2009).
- [18] The Muon ($g-2$) Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 161802 (2004).
- [19] <http://muon-g-2.fnal.gov/index.shtml>
- [20] A. Riotto, *Particle Cosmology*, Lectures given at the 5th CERN-Latin-American School of High-Energy Physics, Recinto Quirama, Colombia (2009).
- [21] G. Bertone, D. Hooper e J. Silk, *Phys. Rep.* **405**, 279-390 (2005).
- [22] K. Garrett e G. Duda, *Advances in Astronomy*, Vol. 2011, 968283 (2011).
- [23] C. A. de S. Pires e P. S. Rodrigues da Silva, *JCAP* **12**, 012006 (012).
- [24] R. N. Mohapatra, *N. J. Phys.* **6**, 82 (2004).
- [25] M. Agostini et al, arXiv:1307.4720.
- [26] S. M. Bilenky, *Phys. Part. Nucl.* **41**, 5 (2010).
- [27] J. D. Bilenky, *Lectures on Higgs Boson Physics in the Standard Model and Beyond*, Lectures presented at the British Universities Summer in Theoretical Elementary Particle Physics, Cambridge University 2008 and University of Liverpool 2009.
- [28] P. Binétruy, *Supersymmetry*, Oxford University Press (2006)
- [29] M. Schmaltz, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **117**, 40-49 (2003).
- [30] S. Weinberg, *Phys. Rev. D* **19**, 1277 (1979); L. Susskind, *Phys. Rev. D* **20**, 2619 (1979).
- [31] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos e G. R. Dvali, *Phys. Rev. Lett. B* **429**, 263 (1998).
- [32] S. Nandi, *AIP Conf. Proc.* **1200**, 93 (2010).
- [33] J. J. Pimenta, L. F. B. Belussi, E. R. T. Natti e P. L. Natti, *RBEF* **35**, No. 2, 2306 (2013).

- [34] M. Sher, *Phys. Rep.* **179**, 273 (1989).
- [35] G. Degrandi et al, *JHEP* **08**, 098 (2012).
- [36] M. K. Gaillard, P. D. Grannis e F. J. Sciulli, *Rev. Mod. Phys.* **71**, No.2 (1999).
- [37] F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46**, 410 (1992).
- [38] P. Frampton, *Phys. Rev. Lett.*, 69, 2889 (1992).
- [39] J. Schechter e Y. Ueda, *Phys. Rev. D* **8**, 484 (1973); J. Schechter e M. Singer, *Phys. Rev. D* **9**, 1769 (1974).
- [40] C. A. de S. Pires, F. S. Queiroz e P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D* **82**, 065018 (2010).
- [41] J.G. Ferreira Jr, P.R.D. Pinheiro, C.A. de S. Pires e P.S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D* **84**, 095019 (2011).
- [42] R. Foot, H.N. Long e T. A. Tran, *Phys. Rev. D* **50**, R34 (1994).
- [43] H.N. Long, *Phys. Rev. D* **53**, 437 (1996).
- [44] P.V. Dong, H. N. Long, D. T. Nhung e D. V. Soa, *Phys. Rev. D* **73**, 035004 (2006).
- [45] M.B.Voloshin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **48**, 512 (1988).
- [46] F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **51**, 3865 (1995).; R. Foot, H.N. Long e T.A. Tran, *Phys. Rev. D* **50**, R34 (1994).
- [47] M. Chanowitz, *Phys. Rev. D* **63**, 076002 (2001).
- [48] R. Foot, O. F. Hernández, F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **47**, 4158 (1993); D. Ng, *Phys. Rev. D* **51**, 3865 (1995).
- [49] Alex G. Dias, C. A. de S. Pires, P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D* **68**, 115009 (2003); Alex G. Dias, V. Pleitez, M. D. Tonasse, *Phys. Rev. D* **67**, 095008 (2003).
- [50] F. Cuyper, S. Davidson, *Eur. Phys. J. C* **2**, 503-528 (1998).
- [51] F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46**, 410 (1992); P. Frampton, *Phys. Rev. Lett.*, 69, 2889 (1992).

- [52] M.C. Rodrigues, *Int. J. Mod. Phys. A* **22**, 6147 (2007).
- [53] Fayyazuddin e Riazuddin, *JHEP* **12**, 013 (2004); Fayyazuddin e Riazuddin, *Eur. Phys. J. C* **56**, 389 (2008).
- [54] A.G. Dias, R. Martinez e V. Pleitez, *Eur. Phys. J. C* **39**, 1001 (2005).
- [55] A.G. Dias, *Phys. Rev. D* **71**, 015009 (2005).
- [56] L.A. Sánchez, L.A. Wills-Toro e J.I. Zuluaga, *Phys. Rev. D* **77**, 1701 (2008).
- [57] M. E. Peskin e D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Westview Press, ABP (1995).
- [58] A. Doff e F. Pisano, *Mod. Phys. Lett. A* **15**, 1471 (2000).
- [59] R. Delbourgo e A. Salam, *Phys. Lett. B* **40**, 381 (1972); L. Alvarez-Gaumé e E. Witten, *Nucl. Phys. B* **234**, 269 (1983).
- [60] A. Jaramillo e L.A. Sánchez, *Phys. Rev. D* **84**, 11501 (2011); S. Villada e L.A. Sánchez, *J. Phys. G.* **36**, 115002 (2009).
- [61] A. Palcu, *Mod. Phys. Lett. A* **24**, 1731 (2009).
- [62] W.A. Ponce e L. A. Sánchez, *Mod. Phys. Lett. A* **6**, 435 (2007).
- [63] C.A. de S. Pires, F. S. Queiroz e P. S. Rodrigues da Silva, *Phys. Rev. D* **82**, 065018 (2010).
- [64] S. Rudaz, *Phys. Rev. D* **41**, 2619 (1990); J. Sladkowski e M. Zralek, *Phys. Rev. D* **45**, 1701 (1992); C.A. de S. Pires e O.P. Ravinez, *Phys. Rev. D* **58**, 035008 (1998).
- [65] M. Nowakowski e A. Pilaftsis, *Phys. Rev. D* **48**, 259 (1993).
- [66] A. Doff e F. Pisano, *Mod. Phys. Lett. A* **14**, 1133 (1999).
- [67] G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, Addison-Wesley Publishing Company (1993).

- [68] F. Englert e R. Brout, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 312 (1964); P.W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 508 (1964); G.S. Guralnik, C. R. Hagen e T.R. Kibble, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 585 (1964).
- [69] E.A. Paschos, *Electroweak Theory*, Cambridge University Press (2007).
- [70] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967); A. Salam, in *Proceedings of the VIII Nobel Symposium*, editado por N. Svartholm (Almqvist e Wiksells, Stockholm, 1968), pg. 367.
- [71] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961).
- [72] C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Westview Press (1997).
- [73] J. Beringer et al, *Phys. Rev. D* **86**, Review of Particle Physics (2012).
- [74] W.A. Ponce e L. A. Sánchez, *Mod. Phys. Lett. A* **6**, 435 (2007).
- [75] M. Gell-Mann e F. E. Low, *Phys. Rev.* **95**, 1300 (1954).
- [76] T. J. Hollowood, *Renormalization groups and fixed points in quantum field theory*, Springer (2013).
- [77] L. H. Ryder, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, Second edition (1996).
- [78] F. Jegerlehner, *Quantum chromodynamics and strong interaction physics*, Lectures given at University of Silesia, Katowicw, Poland.
- [79] L. D. Landau, em *Niels Bohr and the development of physics*, editado por W. Pauli (Pergamon Press, Londres, 1955).
- [80] F. Jegerlehner, *The anomalous magnetic moment of the muon*, Springer (2008).
- [81] D. J. E. Callaway, *Phys. Rep.* **167**, No. 5 (1988).
- [82] H. Gies e J. Jaeckel, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 110405 (2004).
- [83] S. Coleman e E. Weinberg, *Phys. Rev. D* **7**, 1888 (1973).

- [84] A. G. Dias e V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **80**, 056007 (2009).
- [85] H. Georgi, H. R. Quinn e S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 451 (1974).
- [86] D. R. T. Jones, *Phys. Rev. D* **25**, 581 (1982).
- [87] F. Dyson, *Phys. Rev.* **85**, 631 (1952).
- [88] G. Parisi, *Phys. Lett.* **76**, 65 (1978).
- [89] A. G. Dias, R. Martínez, V. Pleitez, *Eur. Phys. J. C* **39**, 1001 (2005).
- [90] R. Martínez e F. Ochoa, *Eur. Phys. J. C* **51**, 701 (2007).
- [91] P. H. Frampton, *Int. J. Mod. Phys. A* **18**, 1377 (2003).
- [92] A. G. Dias, *Phys. Rev. D* **71**, 015009 (2005).
- [93] K. Nakamura et al, *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010).
- [94] P. H. Frampton, C. M. Ho, T. W. Kephart, *Phys. Lett. B* **715**, 275 (2012).
- [95] S. Peris e E. de Rafael, *Phys. Lett. B* **387**, 603 (1996).
- [96] A. A. Andrianov, D. Espriu, M. A. Kurkov e F. Lizzi, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 011601 (2003).
- [97] L. M. Kraus e F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1221 (1989).
- [98] A. V. Manohar, *Lect. Not. in Phys.*, 479, 311 (1997).
- [99] The CSM Collaboration, *JHEP*, **01** (2013).
- [100] R. N. Mohapatra, *New J. Phys.* **6**, 82 (2004).
- [101] R. N. Mohapatra e G. Senjanovic, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 912, (1980); J. Schechter e J. W. F. Valle, *Phys. Rev. D* **22**, 2227 (1980).
- [102] R. N. Mohapatra, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 561, (1986); R. N. Mohapatra e J. W. F. Valle, *Phys. Rev. D* **34**, 1642 (1986).
- [103] P. Langacker, *Phys. Rept.* **72**, 185 (1981).

- [104] H. Nishino et al., *Phys. Rev. D* **85**, 112001 (2012).
- [105] N. Sakai e T. Yanagida, *Nucl. Phys. B* **197**, 533 (1982); S. Weinberg, *Phys. Rev. D* **26**, 287 (1982).
- [106] K. S. Babu, J. C. Pati e F. Wilczek, *Phys. Lett. B* **423**, 337 (1998).
- [107] C. Regis et al., *Phys. Rev. D* **86**, 012006 (2012).
- [108] A. Arbey et al., *Phys. Lett. B* **708**, 162 (2012).
- [109] William A. Ponce e Luis A. Sánchez, *Mod. Phys. Lett. A* **6**, 435 (2007).
- [110] L. D. Landau, *Niels Bohr and the development of physics*, ed. W. Pauli, Pergamon Press, Londres (1955).
- [111] M. S. Chanowitz, *Phys. Rev. D* **63**, 076002 (2001).
- [112] Fayyazuddin e Riazuddin, *JHEP* **12**, 013 (2004).
- [113] P. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2889 (1992).
- [114] B. S. DeWitt, *Phys. Rev.* **162**, 1195 (1967).
- [115] G. 't Hooft, *Functional and Probabilistic Methods in Quantum Field Theory*, vol. I (1975).
- [116] L. F. Abbott, *Nucl. Phys. B* **185**, 189 (1981).
- [117] L. F. Abbott, *Acta Phys. Pol. B* **13**, 33 (1982).
- [118] L. F. Abbott, M. T. Grisaru e R. K. Schaefer, *Nucl. Phys. B* **229**, 372 (1983).
- [119] P. H. Frampton, *Gauge Field Theories*, Terceira Edição, Wiley-VCH, (2008).